

Dipartimento di Impresa e Management

Cattedra Macroeconomia e politica economica

Il modello di Solow : evidenze empiriche

RELATORE

Prof Nicola Borri

CANDIDATO

Federico Apicella

Matr. 178371

Indice

Introduzione	Pag 3
Capitolo 1 Il modello di Solow.....	Pag 4
Paragrafo 1.1) Le ipotesi del modello	Pag 4
Paragrafo 1.2) Le equazioni fondamentali del modello	Pag 4
Paragrafo 1.3) Effetti sul reddito per lavoratore provocati da cambiamenti delle variabili fondamentali	Pag 7
Paragrafo 1.4) Conclusioni del modello senza crescita tecnologica	Pag 8
Paragrafo 1.5) Il modello in presenza di crescita tecnologica	Pag 9
Capitolo 2 I risultati dei test empirici circa la bontà del modello tradizionale	Pag 11
Paragrafo 2.1.1) Le ipotesi di Mankiw ,Romer e Weil	Pag 11
Paragrafo 2.1.2) I dati	Pag 13
Paragrafo 2.1.3) I risultati della regressione sul modello classico	Pag 13
Capitolo 3 Il modello di Solow con l'inclusione del capitale umano.....	Pag 17
3.1) Le equazioni fondamentali del modello	Pag 17
3.2) I dati	Pag 19
3.3) I risultati	Pag 20
Capitolo 4 Test relativi all'ipotesi di convergenza	
4.1) Le equazioni della convergenza	Pag 24
4.2) I risultati	Pag 25
Capitolo 5 I movimenti di capitale e i tassi di rendimento	
5.1) Prodotti marginali del capitale e flussi di capitale	Pag 33
5.2) Le analisi di Lucas	Pag 35
Capitolo 6 Verifica empirica personale	Pag 54
Parte a) Test relativo alla struttura del modello	Pag 41
Parte b) Test relativo all'ipotesi di convergenza	Pag 48
Conclusioni	Pag 54
Bibliografia	Pag 56

Introduzione

Questo lavoro è diviso in tre parti. Nella prima parte viene analizzato il modello di Solow da un punto di vista teorico, specificando le ipotesi alla base del modello e il funzionamento del modello stesso. Nella seconda parte invece viene analizzato un famoso articolo, elaborato da Mankiw, Romer e Weil, che tenta di verificare da un punto di vista empirico se il modello trova corrispondenza nella realtà. Gli studiosi prendono in considerazione i dati che vanno dal 1960 al 1985. In primo luogo gli studiosi vanno a testare il modello "classico", caratterizzato dal fatto che nella funzione di produzione vengono considerati solo 2 fattori della produzione, il capitale fisico e il lavoro. In seconda battuta gli studiosi introducono nell'ambito della funzione della produzione un terzo fattore, il capitale umano, per verificare se l'introduzione di tale nuovo elemento riesce ad aumentare la capacità di adattamento del modello ai dati. Successivamente gli studiosi tentano di verificare se i dati riflettono la previsione di convergenza del reddito per lavoratore dei paesi verso uno stato stazionario. Relativamente a questo punto, si ha che gli studiosi analizzano prima l'ipotesi di convergenza non condizionata e poi l'ipotesi di convergenza condizionata. In ultima istanza i ricercatori tentano di giustificare le differenze nell'ambito dei tassi di rendimento del capitale (rappresentati dai tassi di interesse reali) che si osservano tra i vari paesi del mondo. Nella terza parte del lavoro invece viene esposta un'analisi empirica (molto simile a quella effettuata dagli studiosi) condotta dal sottoscritto su dati più recenti di quelli analizzati nell'articolo di Mankiw, Romer e Weil. Nell'analisi empirica personale viene riproposto il test relativo al modello classico; successivamente si analizza il modello con inclusione del capitale umano; in ultima istanza viene testata l'ipotesi di convergenza. Ho cercato di riprodurre in maniera quanto più fedele possibile l'analisi condotta da Mankiw, Romer e Weil, apportando quelle modifiche che a mio avviso erano necessarie per migliorare l'esperimento. L'obiettivo della mia analisi è quello di verificare se il modello di Solow trova corrispondenza nell'evidenza empirica anche per i dati che vanno dal 1991 al 2007.

Capitolo 1 Il modello di Solow

1.1) Le ipotesi del modello

Il modello di Solow (elaborato dall'economista Robert Solow nel 1956) si propone di spiegare la crescita economica (focalizzando la sua attenzione sulla crescita del PIL per lavoratore) nel lungo periodo, analizzando l'effetto sulla stessa di variabili quali il risparmio, la crescita tecnologica e la crescita della forza lavoro. Il modello di Solow fa proprie le ipotesi dell'economia neoclassica. Si immagina, infatti, che l'economia si trovi in uno stato di piena occupazione e che la funzione di produzione abbia rendimenti di scala costanti. Inoltre si immagina che il prodotto marginale dei fattori della produzione sia decrescente. Vale la cosiddetta dicotomia classica: le dinamiche che interessano le variabili nominali (ad esempio la quantità di moneta) non influenzano in alcun modo le variabili reali (quali il reddito reale e l'occupazione). Per semplificare ulteriormente l'analisi si ipotizza anche di trovarsi in un contesto di economia chiusa dove non c'è spesa pubblica (vi sarà, dunque, una perfetta identità tra risparmi e investimenti). Si ipotizza inoltre che ci siano due fattori della produzione: capitale fisico e lavoro.

1.2) Le equazioni fondamentali del modello

In questa prima analisi del modello si ipotizza che non ci sia crescita tecnologica. Si ha inoltre che la forza lavoro cresce a un tasso costante pari a n . Date le ipotesi espresse nel paragrafo 1.1, la funzione di produzione dell'economia presa in considerazione sarà una Cobb-Douglas del tipo

$$Y(t) = K(t)^a * L(t)^{1-a} \quad (1)$$

Dove $K(t)$ e $L(t)$ rappresentano le unità di capitale e lavoro al tempo t e. Le funzioni di produzione Cobb-Douglas sono equazioni omogenee di grado uno; pertanto vale il teorema di esaurimento del prodotto, per il quale tutto il reddito viene assorbito per remunerare i fattori della produzione¹. Le quote di ripartizione del prodotto stesso

¹ Ciò è semplice da dimostrare. Si ha che la quota di prodotto destinata al capitale sarà pari a $PMK * K(t)$, mentre quella destinata al lavoro sarà pari a $PML * L(t)$, dove PMK e PML sono le produttività marginali dei fattori e $K(t)$ e $L(t)$ le unità capitale e lavoro utilizzate al tempo t . Si ha che

saranno determinate dalla consistenza del parametro a , che rappresenta la quota di reddito che andrà a remunerare il capitale (ad esempio, se a è uguale a 0,5, la metà del reddito sarà destinata alla remunerazione del capitale). Per passare da un'analisi del prodotto aggregato a una del prodotto per lavoratore è necessario dividere entrambi i membri dell'equazione (1) per $L(t)$. Si avrà che

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = K(t)^a * \frac{L(t)^{1-a}}{L(t)} = \left[\frac{K(t)}{L(t)}\right]^a = k(t)^a = y(t) \quad (2)$$

dove $y(t)$ è il reddito per lavoratore e $k(t)$ è il capitale per lavoratore. Si ha quindi che il reddito per lavoratore è funzione del capitale per lavoratore. Il processo di accumulazione dello stock di capitale dipende dal risparmio nazionale (essendo in un contesto di economia chiusa non è possibile accumulare capitale indebitandosi all'estero). Si ha che il risparmio per lavoratore sarà pari a una certa quota del reddito per lavoratore:

$$s(t) = s * [y(t)] = s * [k(t)^a] \quad (3)$$

con $0 < s < 1$, mentre il consumo per lavoratore sarà pari a

$$f(t) = [(1 - s)] * [k(t)^a] \quad (4).$$

Il termine s rappresenta la propensione marginale al risparmio. Il nuovo capitale ottenuto investendo il risparmio dovrà sostituire la parte dello stock di capitale che deve essere rinnovata in quanto ormai inutilizzabile a causa del logorio dovuto all'uso nei processi produttivi. La quota di capitale per lavoratore da reintegrare sarà pari a $c * K(t)$ dove il parametro c rappresenta il tasso di ammortamento del capitale. L'economia si troverà in una situazione di equilibrio di lungo periodo quando il nuovo capitale ottenuto dall'investimento del risparmio sarà esattamente pari al capitale da reintegrare perché logoro e al capitale necessario per rifornire i nuovi lavoratori. Questo perché se il risparmio fosse superiore alla somma del capitale da reintegrare e del capitale da fornire ai nuovi lavoratori, il capitale per lavoratore aumenterebbe, mentre se la somma del capitale da reintegrare più il capitale da fornire ai nuovi lavoratori fosse superiore al capitale

$PKM = a * [L(t)^{1-a} K(t)^{a-1}]$, mentre $PML = (1 - a) * [K(t)^a * L(t)^{-a}]$ (le due produttività marginali sono state ottenute derivando la funzione di produzione rispetto a K e L).

Si ha che $PKM * K(t) + PML(t) * L(t) = [a * (L(t)^{1-a} * K(t)^{a-1})] * K(t) + (1 - a) [K(t)^a (L(t)^{-a})] * L(t) = a * [L(t)^{1-a} K(t)^a] + (1 - a) * [(K(t)^a L(t)^{1-a})] = K(t)^a * L(t)^{1-a} = Y(t)$

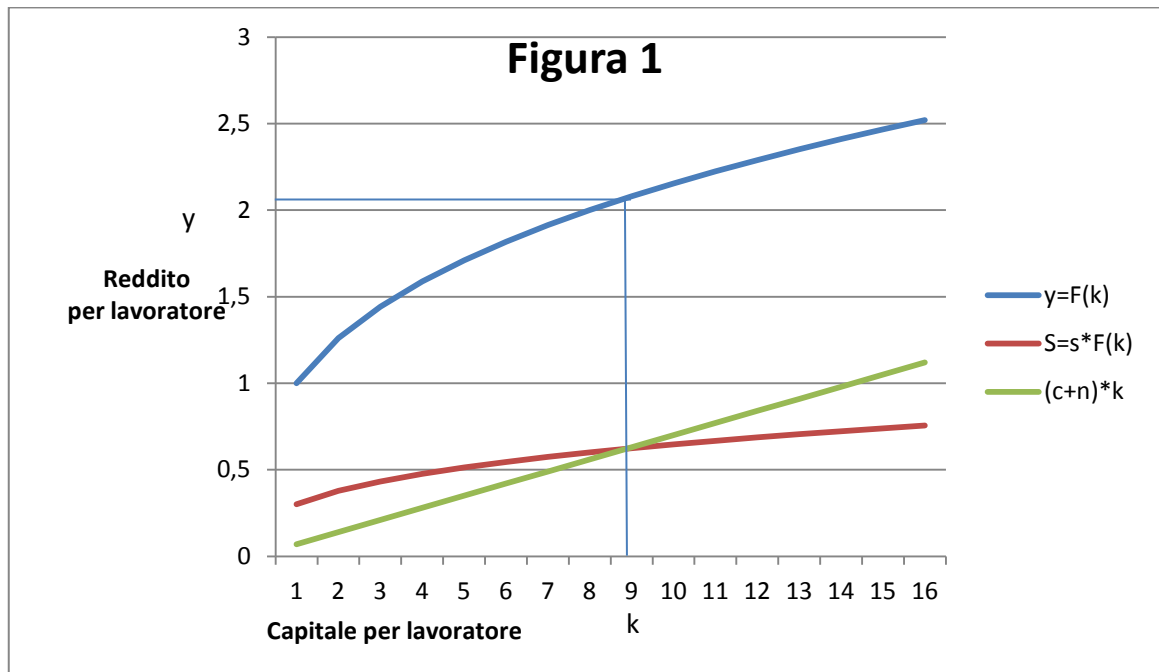
ottenibile tramite l'investimento del risparmio, lo stock di capitale per lavoratore diminuirebbe. In formule si avrà quindi che lo stato stazionario si ha quando

$$s(t) * [(k(t)^a)] = (n + c) * k(t)$$

Il secondo membro dell'equazione è detto retta di ammortamento del capitale. Il capitale per lavoratore di equilibrio è pari a

$$k(t) = \left[\frac{s(t)}{n+c} \right]^{\frac{1}{1-a}} \quad (5)^2$$

Si ha quindi che il capitale per lavoratore di equilibrio (e quindi anche il reddito per lavoratore di equilibrio) è positivamente correlato con il saggio di risparmio e negativamente correlato con il tasso di crescita del numero di lavoratori e il saggio di ammortamento del capitale. E' possibile rappresentare graficamente il modello.



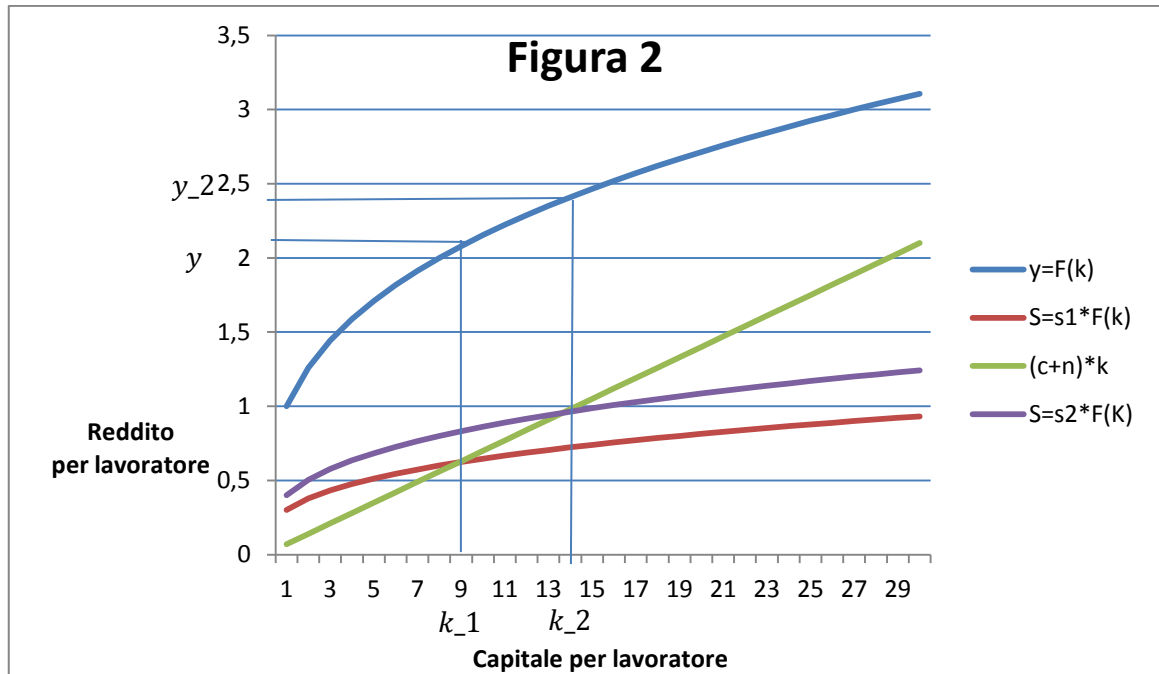
Come si può vedere, vi sarà un valore del capitale per lavoratore (k) per il quale l'economia si troverà in stato stazionario. Il livello di capitale per lavoratore va a determinare anche il livello di reddito per lavoratore di stato stazionario (y). Un altro aspetto importante è che l'economia tenderà gradualmente a giungere allo stato stazionario. Infatti, se il livello del capitale per lavoratore è inferiore a quello di stato stazionario, esso aumenterà

² Questo perché se $s(t) * [(k(t)^a)] = (n + c) * k(t)$ allora $k(t)^{1-a} = \frac{s(t)}{n+c} \rightarrow k(t) = \left[\frac{s(t)}{n+c} \right]^{\frac{1}{1-a}}$

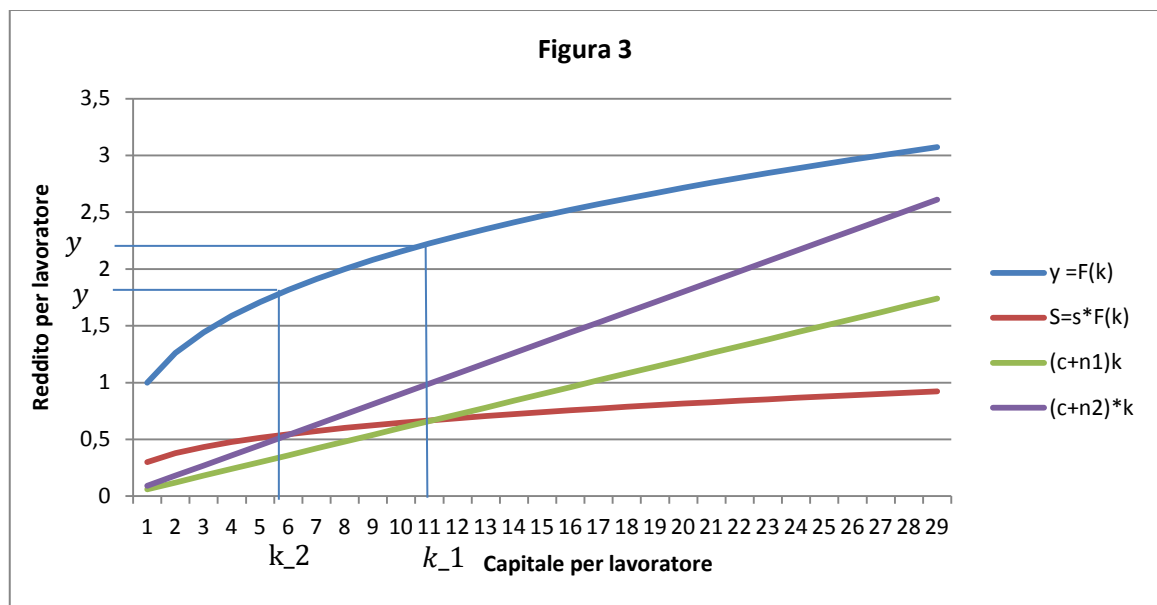
gradualmente fino a giungere al livello di equilibrio (accadrà il contrario qualora esso sia superiore a quello di equilibrio). Si avrà inoltre che quanto più l'economia si approssima allo stato stazionario, tanto più rallenta il tasso di crescita del capitale per lavoratore (e quindi anche del reddito per lavoratore). Giunti allo stato stazionario, la crescita si fermerà del tutto.

1.3) Effetti sul reddito per lavoratore provocati da cambiamenti delle variabili fondamentali

Come visto nel paragrafo 1.2, le variabili che determinano il capitale per lavoratore di equilibrio sono il tasso di risparmio, il tasso di crescita della forza lavoro e il tasso di ammortamento del capitale. E' possibile analizzare come varia l'equilibrio qualora intervenga un cambiamento su una delle variabili rilevanti. Ipotizziamo che si verifichi un aumento del tasso di risparmio. Come è possibile osservare dalla figura 2, si ha che un aumento del tasso di risparmio (che in questo caso cresce passando da s_1 a s_2) consente di giungere a uno stato stazionario caratterizzato da un livello di capitale per lavoratore più elevato (si passa da k_1 a k_2) rispetto a quello precedente. Ciò conduce a un livello di reddito per lavoratore di stato stazionario più elevato (si passa da y_1 a y_2).



Analizziamo ora l'effetto di una variazione del tasso di crescita della forza lavoro n . Ipotizziamo che lo stesso cresca, passando da n_1 a n_2 . Ciò determinerà un incremento della pendenza della retta di ammortamento del capitale.



E' possibile osservare che l'incremento della pendenza della retta di ammortamento del capitale fa sì che il nuovo stato stazionario sia caratterizzato da un livello di capitale per lavoratore più basso (si passa da k_1 a k_2) rispetto alla situazione di equilibrio preesistente. Quindi è evidente che incrementi del tasso di crescita della popolazione provocano una riduzione del capitale per lavoratore di equilibrio, riducendo conseguentemente anche il livello di reddito per lavoratore di equilibrio (che passa da y_1 a y_2). Un incremento del tasso di ammortamento del capitale avrebbe i medesimi effetti sull'equilibrio.

1.4) Conclusioni del modello senza crescita tecnologica

Il modello di Solow senza crescita tecnologica prevede che a parità di tassi di ammortamento del capitale e di crescita della forza lavoro paesi con livelli di risparmio più elevati avranno un capitale e un reddito per lavoratore di equilibrio più elevati rispetto a paesi con tassi di risparmio inferiori. Parimenti, paesi con tassi di crescita della forza lavoro più elevati a parità di tasso di risparmio e di tasso di ammortamento del capitale saranno caratterizzati da un livello di reddito per lavoratore di equilibrio più basso rispetto a paesi con un minore tasso di crescita della forza lavoro (vale lo stesso per i tassi di ammortamento).

del capitale). Il modello inoltre prevede che tra paesi caratterizzati dai medesimi tassi di risparmio , tassi di crescita della forza lavoro e tassi di ammortamento del capitale vi sarà convergenza : tali paesi gradualmente infatti raggiungeranno lo stesso livello di reddito per lavoratore di equilibrio , indipendentemente dal livello di partenza del reddito per lavoratore stesso . Questo modello comunque non riesce a spiegare la costante tendenza al rialzo del reddito per lavoratore mondiale che si osserva da un punto di vista empirico . Infatti , in questa versione del modello , una volta raggiunto lo stato stazionario il reddito per lavoratore non cresce più³. In condizioni di equilibrio di stato stazionario si osserverà invece un tasso di crescita del reddito complessivo pari a n.

Paragrafo 1.5) Il modello in presenza di crescita tecnologia

Solow introduce la tecnologia nel suo modello assimilandola a un fattore che moltiplica la forza lavoro .Si immagina che la tecnologia cresca a un tasso costante pari a g . A parità di lavoratori intesi come persone fisiche, un paese tecnologicamente più avanzato produrrà di più di uno più arretrato. La nuova funzione di produzione sarà dunque

$$Y(t) = (K(t)^a) * [L(t)A(t)]^{1-a} \quad (6)$$

dove $L(t)A(t)$ rappresenta le unità di lavoro effettive . Per passare a un'equazione con variabili espresse in termini di lavoratori effettivi sarà necessario dividere per le unità di lavoro effettive (cioè oltre a considerare il numero di lavoratori è anche necessario considerare la loro efficienza; se un paese dispone di 10 operai in t e di 10 operai in t+1 ma da t a t+1 si è avuto in raddoppio della loro efficienza produttiva , è come se in t+1 il paese disponesse di 20 operai del periodo t) . Si avrà

$$\frac{Y(t)}{L(t)A(t)} = K(t)^a * \left[\frac{L(t)A(t)^{1-a}}{L(t)A(t)} \right] = \left[\frac{K(t)}{L(t)A(t)} \right]^a = k(t)^a = y(t) \quad (7).$$

Valgono tutte le osservazioni fatte nel paragrafo 1.2. L'unica differenza è relativa alla condizione di stato stazionario: questa economia si troverà in stato stazionario quando il risparmio sarà sufficiente , oltre che a reintegrare il capitale logorato e a fornirne ai nuovi lavoratori , anche a aggiornare il capitale stesso date le innovazioni tecnologiche. In formule si avrà

$$s(t) * k(t)^a = (n + g + c) * k(t) \quad (8)$$

³ Si ha che $\frac{\partial y}{\partial k} = ak^{a-1}$. Quindi si ha che $\Delta y = ak^{a-1}\Delta k$ Si ha che in stato stazionario k è fisso , e quindi $\Delta k = 0$. Da ciò consegue che $\frac{\Delta y}{y} = 0$

Il livello di capitale per lavoratore di stato stazionario sarà in questo caso pari a

$$k(t) = \left[\frac{s(t)}{n+g+c} \right]^{\frac{1}{1-a}} \quad (9)$$

Appare evidente che il livello di capitale per lavoratore è inversamente collegato con il tasso di crescita tecnologica (all'aumentare di quest'ultimo il capitale per lavoratore scende). Gli effetti di un aumento del tasso di crescita tecnologica saranno del tutto analoghi a quelli analizzati nelle figura 2 e 3. Molto importanti sono gli effetti della tecnologia sul tasso di crescita del reddito per lavoratore di stato stazionario. Difatti, se prima di considerare il progresso tecnologico il tasso di crescita del reddito per lavoratore un a volta raggiunto lo stato stazionario era stato risultato essere pari a 0, ora esso risulta essere pari a g. Quindi in questa versione del modello il progresso tecnologico consente di accrescere in maniera permanente il reddito per lavoratore di stato stazionario. Per quanto riguarda invece il tasso di crescita del livello di reddito complessivo si avrà che in condizione di equilibrio di stato stazionario esso sarà pari a n+g.

⁴ Se vale la (8) si ha che $k(t)^{1-a} = \frac{s(t)}{n+g+c} \rightarrow k(t) = \left[\frac{s(t)}{n+g+c} \right]^{\frac{1}{1-a}}$

Capitolo 2 I risultati dei test empirici circa la bontà del modello

2.1.1) Le ipotesi di Mankiw, Romer e Weil

Mankiw, Romer e Weil, nel loro articolo del 1992 "A Contribution to the empirics of Economic Growth", testano le ipotesi del modello di Solow da un punto di vista empirico. In primo luogo essi sottopongono a verifica il modello classico. In un secondo tempo essi modificano la funzione di produzione, introducendo il capitale umano tra i fattori della produzione, cercando di verificare se considerando il nuovo elemento migliora la bontà di adattamento del modello ai dati. In ultima analisi, essi cercano di testare l'ipotesi di convergenza, per la quale i paesi gradualmente convergeranno verso il loro livello di reddito per lavoratore di equilibrio con una velocità di crescita del reddito per lavoratore stesso che andrà via via scemando. In primo luogo gli studiosi sostituiscono il capitale per lavoratore di equilibrio calcolato nell'equazione (9) nell'equazione (7) presentata nello stesso paragrafo applicando contemporaneamente i logaritmi ad entrambi i membri dell'equazione. Il risultato di tale operazione è l'equazione (10)

$$\ln(y) = \ln A(0) + gt + \left[\frac{a}{1-a}\right] * \ln(s) - \left[\frac{a}{1-a}\right] \ln(n + g + c) \quad (10)$$

Si ipotizzano g e c costanti e paritari in tutti i paesi (questo perché i progressi tecnologici tendono a diffondersi nel mondo diventando patrimonio comune di tutti i paesi e perché non ci sono motivi per ritenere che il tasso di deprezzamento del capitale sia diverso tra un paese e un altro). Il termine $A(0)$ riflette il livello di partenza della tecnologia, oltre che una serie di elementi non strettamente afferenti alla tecnologia stessa (ad esempio il clima o la presenza di risorse minerarie). Si ipotizza che $\ln A(0) = a + \mu$ dove μ è uno shock specifico al paese e a è una costante. I ricercatori a questo punto ipotizzano che s e n siano indipendenti da μ . Questa ipotesi comporta che il tasso di risparmio o di crescita della forza lavoro non sono influenzati dagli shock che possono interessare l'economia. L'ipotesi di non correlazione tra shock (che rappresentano, da un punto di vista statistico, il termine di disturbo), s e n consente di utilizzare il metodo OLS per stimare i parametri

⁵ Tale risultato è ottenuto effettuando i seguenti calcoli (sfruttando le proprietà dei logaritmi) :
 $\ln[y(t)] = \ln \left[\frac{s(t)}{n+g+c} \right]^{1-a} + \ln A(t) = \left[\frac{a}{1-a} \right] * \ln \left[\frac{s(t)}{n+g+c} \right] + \ln A(t) = \left[\frac{a}{1-a} \right] * [\ln[s(t)] - \frac{a}{1-a} * \ln(n + g + c) + \ln A(t)]$. Si ha che $\ln A(t)$ può essere scritto come $A(0) + gt$, dove g è il tasso di crescita della tecnologia in unita di tempo t .

dell'equazione 10 (se non si facesse tale ipotesi le variabili esplicative sarebbero correlate con il termine di disturbo, il che determinerebbe un problema di endogeneità⁶. L'endogeneità determina la non correttezza⁷ e la non consistenza dello stimatore OLS). E' possibile assumere la condizione di indipendenza in primo luogo perché tutti i modelli della crescita nel lungo periodo fanno tali assunti (in quanto gli shock possono modificare lo stato dell'economia per un breve periodo , mentre nel lungo periodo in media l'effetto degli shock è nullo) ; in secondo luogo tale assunzione rende più semplice l'analisi dei dati (se non ci fosse indipendenza , per stimare correttamente la regressione sarebbe necessario ricorrere a variabili strumentali⁸ per eliminare il problema di endogeneità e rendere nuovamente corrette le stime), consentendo inoltre sottoporre a verifica l'ipotesi per la quale il risparmio avrebbe un impatto eccessivo sul reddito per lavoratore reale rispetto a quanto previsto dal modello di Solow, invalidando lo stesso da un punto di vista empirico (tale affermazione deriva da altre analisi empiriche che effettivamente sembrano mostrare che applicando il modello di Solow ai dati esso stima un impatto del risparmio sul reddito per lavoratore superiore rispetto alla quota di prodotto destinata a remunerarlo; ciò indicherebbe la presenza di esternalità positive legate all'accumulazione di capitale) . In ultima istanza si ha che il modello OLS è in grado di prevedere non solo se le variabili esplicative prese in considerazione hanno un impatto positivo o negativo sulla variabile dipendente, ma è anche in grado di quantificare tale impatto. Nella regressione si utilizza come proxy per il tasso di risparmio la porzione di prodotto interno lordo dedicata agli investimenti (rapporto I/Y) . Gli studiosi implicitamente ipotizzano che gli investimenti interni siano in tutto o in gran parte finanziati dal risparmio nazionale , e che quest'ultimo sia usato in tutto o in gran parte per finanziare investimenti interni . Affinché il modello di Solow venga confermato è necessario che siano associati coefficienti di segno positivo al logaritmo del rapporto (I/Y) e alla costante (che in qualche misura andrebbe a identificare un reddito di mera sussistenza), mentre dovrebbe essere di segno negativo il coefficiente associato al logaritmo di $n+g+c$. Un'altra evidenza a favore del modello di Solow sarebbe rappresentata dalla vicinanza in termini di valore assoluto tra il coefficiente associato a $\ln(I/Y)$ e quello associato al logaritmo di $n+g+c$, in quanto ciò indicherebbe che

⁶ Si ha endogeneità quando non vale la condizione $E(X_i; \mu_i)=0$

⁷ Uno stimatore si definisce corretto quando il suo valore atteso è pari al valore vero dell'elemento stimato .

⁸ Una variabile strumentale è caratterizzata dal fatto che essa è statisticamente non correlata con il termine di disturbo, ma è correlata con la variabile dipendente endogena . L'utilizzo di una variabile strumentale consente, ricorrendo a opportune procedure econometriche , di depurare la variabile endogena dalla componente correlata con il termine di errore e quindi da la possibilità di trovare uno stimatore corretto e efficiente .

effettivamente i paesi tendono ad avvicinarsi a uno stato stazionario dove il capitale per lavoratore cessa di aumentare in quanto il nuovo capitale serve a sostituire quello vecchio. In ultima istanza sarebbe a favore del modello di Solow che i coefficienti prima richiamati fossero vicini a 0,5⁹.

2.1.2) I dati

I ricercatori compiono l'analisi su dati di periodicità annua che coprono il periodo 1960-1985. I dati sono tratti dal database fornito da Summers e Heston e comprendono reddito per lavoratore, popolazione in età da lavoro (che essi definiscono come quella compresa tra i 15 e i 64 anni di età), investimenti in rapporto al PIL, tasso di crescita del reddito reale e della forza lavoro (definito come n). I ricercatori analizzano tre set di dati. Nel primo set essi includono tutti i paesi per i quali sono disponibili dati, escludendo dall'analisi solo quei paesi che basano la loro economia sull'esportazione di petrolio. Nel secondo set di dati essi includono tutti i paesi con meno di un milione di abitanti e i paesi i cui dati sono incerti. Nel terzo set di dati essi analizzano tutti i paesi OECD con una popolazione superiore al milione di abitanti. Essi ipotizzano che $c+g$ sia pari a 0,05 per tutti i paesi, osservando comunque che pur modificando tale previsione non si osservano scostamenti rilevanti nelle stime se la variazione nel valore utilizzato di $c+g$ non è assai elevata. La variabile dipendente è identificata nel logaritmo del reddito per lavoratore nel 1985; le variabili esplicative sono individuate nel logaritmo della quota media di reddito nazionale utilizzata negli investimenti nel periodo 1960-1985 e nel logaritmo della somma del tasso di crescita medio della forza lavoro nel periodo 1960-1985, del tasso di crescita della tecnologia e del tasso di ammortamento del capitale nel periodo 1960-1985.

2.1.3) I risultati della regressione sul modello classico

Il modello su cui viene effettuata la regressione è il seguente

$$\ln(y) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} \ln\left(\frac{I}{GDP}\right) + \beta_{\ln(n+g+c)} \ln(n+g+c)^{10}$$

⁹ Questa affermazione è giustificata dal fatto che le ricerche empiriche tendono ad affermare che la quota di reddito a riconosciuta al capitale nell'economia è pari a 1/3. Essendo valida la relazione $\frac{a}{1-a} = \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})}$ si ha che 0,5 è il valore per il quale a è uguale a un terzo.

¹⁰ Tale risultato è ottenuto effettuando i seguenti calcoli (sfruttando le proprietà dei logaritmi): $\ln[y(t)] = \ln\left[\frac{s(t)}{n+g+c}\right]^{1-a} + \ln A(t) = \left[\frac{a}{1-a}\right] * \ln\left[\frac{s(t)}{n+g+c}\right] + \ln A(t) = \left[\frac{a}{1-a}\right] * [\ln[s(t)] - \ln[n+g+c]] + \ln A(t)$. Si ha che $\ln A(t)$ può essere scritto come $\ln A(0) + gt$, dove g è il tasso di crescita della tecnologia in unità di tempo t .

dove $\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})}$ è pari a $[\frac{a}{1-a}]$ e $\beta_{\ln(n+g+c)}$ è pari a $-\frac{a}{1-a}$ e $\frac{I}{GDP}$ è una proxy di s

I risultati della prima regressione, evidenziati nella tabella 1 sono positivi sotto tre aspetti. In primo luogo, i segni dei coefficienti associati ai regressori sono quelli previsti dal modello (segno più per la costante, segno più per il logaritmo del rapporto I/Y e segno meno per il logaritmo di n+g+c), e, tranne che per i paesi OECD, essi sono significativi dal punto di vista statistico. R^2 corretto¹¹ (che nell'ambito di una regressione, indica la capacità del modello di interpretare i dati) inoltre è prossimo a 0,6 per il primo e il secondo set di dati, mentre per i paesi OECD il risultato è più deludente, essendo esso pari a 0,01. Malgrado alcuni elementi che sembrano confermare il modello di Solow, si hanno comunque una serie di criticità. In primo luogo il coefficiente associato a $\ln(I/Gdp)$ per il gruppo di paesi dell'OECD non è significativo. Infatti, effettuando un test t¹² ponendo un sistema di ipotesi tale che l'ipotesi nulla è definita come $H_0: \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} = 0$ e un'ipotesi alternativa definita come $H_a: \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} \neq 0$, si ottiene una t-test¹³ pari a 1,16. Il valore limite ad un livello di significatività del 5%¹⁴ è pari a 2,093. Essendo la t-test inferiore al valore limite il coefficiente $\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})}$ non è significativo ad un livello del 5%. Relativamente al gruppo OECD

¹¹ R^2 corretto è una misura della bontà di adattamento del modello ai dati. Esso è pari a $R^2 \text{ corretto} = 1 - \frac{\frac{RSS}{n-k}}{\frac{TSS}{n-1}}$, dove RSS è la somma dei quadrati dei residui (il residuo è la differenza tra il valore effettivo della variabile dipendente e il valore previsto dalla regressione rispetto all'iesima osservazione) e TSS è la somma dei quadrati degli scarti della variabile dipendente rispetto alla sua media n è il numero di osservazioni e k è il numero di regressori. R^2 corretto può variare da 0 a 1, dove 0 indica che il modello non è in grado di spiegare nulla, mentre 1 indica una perfetta capacità di interpretazione dei dati.

¹² Il test t è una procedura inferenziale volta a verificare se un coefficiente è statisticamente diverso da un certo valore. Il test t in primo luogo richiede la formulazione del sistema delle ipotesi: la prima ipotesi H_0 è detta ipotesi nulla; essa pone come condizione l'uguaglianza del coefficiente al valore rispetto a cui si vuole testare la diversità statistica; la seconda ipotesi H_a invece è caratterizzata dal fatto che essa implica la diversità del coefficiente rispetto al valore indicato nell'ipotesi nulla. Successivamente sarà necessario effettuare il calcolo di un valore detto t-test; in ultima istanza è necessario identificare il valore limite per un dato livello di significatività; tale valore limite va ricercato sulla distribuzione t di Student con n-k gradi di libertà, dove n indica il numero delle osservazioni e k indica il numero di variabili esplicative incluse nel modello utilizzato. Se il valore assoluto della t-test è superiore rispetto al valore limite si ha che è possibile rifiutare l'ipotesi nulla; si avrà quindi che il coefficiente è statisticamente diverso dal valore individuato dall'ipotesi nulla.

¹³ Si ricorda che il valore t-test è dato da $[\hat{\beta} - \beta(0)] / SE(\hat{\beta})$, dove $\hat{\beta}$ è il valore stimato del coefficiente nella regressione, $\beta(0)$ è il valore ipotizzato nell'ipotesi nulla e $SE(\hat{\beta})$ è lo errore standard del coefficiente

¹⁴ Il livello di significatività è la probabilità di riscontrare empiricamente un valore superiore rispetto al valore limite a quel livello di significatività se fosse vero quanto ipotizzato nell'ipotesi nulla. In caso di livello di significatività del 5% si ha che se è vera l'ipotesi nulla vi è il 5% di probabilità di trovare un valore superiore rispetto al valore limite. Se si rifiuta l'ipotesi nulla ad un livello del 5% vi è dunque il 5% di probabilità di commettere un errore qualora l'ipotesi nulla sia vera.

si può osservare che anche il coefficiente associato a $\ln(n+g+\delta)$ non è significativo. Effettuando un t-test analogo a quello effettuato prima per $\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})}$, si ottiene un valore della t-test pari a -0,90. Il valore limite ad un livello di significatività del 5% è il medesimo. Essendo il valore assoluto della t-test inferiore rispetto al valore limite per la significatività ad un livello del 5% si ha che anche il coefficiente associato a $\ln(n+g+c)$ non è significativo. In un secondo tempo i ricercatori effettuano una seconda stima, che introduce nel modello la restrizione $\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} = -\beta_{\ln(n+g+c)}$ ¹⁵. Dai risultati della regressione emergono dei valori stimati di α pari a 0,6 per il primo gruppo, 0,59 per il secondo gruppo e 0,36 per il terzo gruppo¹⁶. Nel primo e nel secondo gruppo di osservazioni si avrebbe dunque che la remunerazione del capitale fisico dovrebbe assorbire addirittura il 60% del reddito. Solo per il gruppo OECD si ha che α è stimato dai risultati della regressione coincide effettivamente con quello osservato empiricamente.

TABLE I
ESTIMATION OF THE TEXTBOOK SOLOW MODEL

Dependent variable: log GDP per working-age person in 1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	5.48 (1.59)	5.36 (1.55)	7.97 (2.48)
$\ln(I/GDP)$	1.42 (0.14)	1.31 (0.17)	0.50 (0.43)
$\ln(n + g + \delta)$	-1.97 (0.56)	-2.01 (0.53)	-0.76 (0.84)
\bar{R}^2	0.59	0.59	0.01
s.e.e.	0.69	0.61	0.38
Restricted regression:			
CONSTANT	6.87 (0.12)	7.10 (0.15)	8.62 (0.53)
$\ln(I/GDP) - \ln(n + g + \delta)$	1.48 (0.12)	1.43 (0.14)	0.56 (0.36)
\bar{R}^2	0.59	0.59	0.06
s.e.e.	0.69	0.61	0.37
Test of restriction:			
p-value	0.38	0.26	0.79
Implied α	0.60 (0.02)	0.59 (0.02)	0.36 (0.15)

Note. Standard errors are in parentheses. The investment and population growth rates are averages for the period 1960-1985. $(g + \delta)$ is assumed to be 0.05.

¹⁵ Il modello viene modificato nel seguente modo

$$\ln(y) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} \ln(s) + \beta_{\ln(n+g+c)} \ln(n+g+c) \rightarrow$$

$$\ln(y) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} \ln(s) - \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} \ln(n+g+c) \rightarrow \ln(y) = \ln A(0) + gt +$$

$$\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} [\ln(\frac{I}{GDP}) - \ln(n+g+c)]$$

¹⁶ I valori stimati di α sono ottenuti nel seguente modo

Si ha che $\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})}$ stimato è pari a 1,48 per il primo gruppo, 1,43 per il secondo gruppo e 0,56 per il terzo gruppo. Per il primo gruppo si avrà $\frac{\alpha}{1-\alpha} = 1,48 \rightarrow \alpha = 1,48 - 1,48\alpha \rightarrow 2,48\alpha = 1,48 \rightarrow \alpha = 0,6$. In maniera analoga si otterranno gli α stimati per gli altri gruppi.

Per verificare se l'introduzione della restrizione $\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} = -\beta_{\ln(n+g+\delta)}$ ha lesso o meno la capacità interpretativa del modello è necessario effettuare un test F¹⁷. Per effettuare un test F in primo luogo è necessario definire l'ipotesi alternativa e l'ipotesi nulla. In questo caso l'ipotesi nulla è $H_0: \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} = -\beta_{\ln(n+g+c)}$, mentre l'ipotesi alternativa è $H_a: \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} \neq -\beta_{\ln(n+g+c)}$. In secondo luogo è necessario calcolare la statistica F che in questo caso è pari a $F = \frac{[0,99*(1-0,59)] - [0,98*(1-0,59)]/1}{0,98(1-0,59)/95} = 0,96$ ¹⁸ per il primo gruppo e 0,90 per il secondo gruppo. Il valore limite va in questo caso rintracciato su una F (1; 95) per il primo gruppo e su una F(1;72) per il secondo gruppo. Il livello di significatività scelto è pari al 5%. I valori limite per il primo e il secondo gruppo sono pari rispettivamente a 3,94 e 3,98. In entrambi i casi non è possibile rigettare l'ipotesi nulla; pertanto, dai risultati emerge che non è possibile rifiutare l'ipotesi per la quale i coefficienti associati al logaritmo del rapporto capitale reddito reale e al logaritmo di (n+g+b) sono identici in valore assoluto e opposti come segno. Per il terzo gruppo R^2 corretto diviene più alto introducendo la restrizione; pertanto è inutile testarla in quanto sicuramente essa non può essere rifiutata. In definitiva è evidente che il modello classico, pur non essendo del tutto sconfessato dall'evidenza empirica, presenta comunque dei difetti che rendono necessari degli aggiustamenti, soprattutto relativamente all'entità dei coefficienti $\beta_{\ln(\frac{I}{GDP})}$ e $\beta_{\ln(n+g+\delta)}$.

¹⁷ Il test F viene utilizzato per testare ipotesi che coinvolgono contemporaneamente più di un coefficiente. La statistica F sarà pari a $F_{test} = \frac{(Rss\ vincolati - Rss\ non\ vincolati)/q}{Rss\ non\ vincolati / (n-k)}$, dove Rss vincolati sta per i quadrati dei residui del modello in cui è stata implementata la restrizione, Rss non vincolato sta per i quadrati dei residui del modello originario, q sta per il numero di ipotesi fatte e n-k sta per il numero di osservazioni meno il numero di regressori del modello originario.

¹⁷ Il valore limite nei test F per un certo livello di significatività va ricercato sulla distribuzione F(q;n-k)

¹⁸ In questo caso non disponiamo direttamente di Rss. Tuttavia, disponendo di R^2 corretto possiamo arrivare a ricavare tale valore. Sappiamo che $R^2\ corretto = 1 - \frac{\frac{Rss}{n-k}}{\frac{TSS}{n-1}}$; si ha quindi che $RSS = \frac{TSS}{n-1} * (n-k) - R^2\ correttomodello\ vincolato * (n-k)$. Sostituendo nell'equazione della F (e ricordando che TSS è uguale per entrambi i modelli essendo la variabile dipendente la stessa) si otterrà $F_{test} = \frac{\frac{n-k\ modello\ vincolato}{n-1} - R^2\ correttomodello\ vincolato - [\frac{n-k\ modello\ non\ vincolato}{n-1} - R^2\ correttomodello\ non\ vincolato]}{[\frac{n-k\ modello\ non\ vincolato}{n-1} - R^2\ correttomodello\ non\ vincolato]}$

Capitolo 3 Il modello con l'inclusione del capitale umano

3.1) Le equazioni fondamentali del modello

Il nuovo modello proposto da Mankiw, Romer e Weil si basa su una funzione della produzione che prende in considerazione, oltre al capitale fisico e alla forza lavoro, anche il capitale umano, la cui importanza è unanimemente riconosciuta da tutti gli economisti. L'inclusione del capitale umano nel modello di Solow può condurre a significative differenze rispetto a quanto evidenziato dalle analisi del modello tradizionale. La nuova funzione di produzione proposta sarà:

$$Y = K(t)^a H(t)^b * (A(t)L(t)^{1-a-b}) \quad (11)$$

dove $H(t)$ rappresenta le unità di capitale umano disponibili nel paese al momento t . Il parametro b rappresenta la quota del reddito totale che remunera il capitale umano. Si ipotizza che un'unità di capitale umano possa essere tramutata in un'unità di capitale fisico senza costi e viceversa. Inoltre si assume che $a+b$ sia inferiore a 1 (se $a+b=1$ o $a+b > 1$ si avrebbero rendimenti marginali costanti o crescenti per il capitale, il che invaliderebbe tutto il modello). L'evoluzione dell'economia è determinata ora non solo dalla dinamica del capitale fisico, ma anche da quella del capitale umano. Il livello di reddito per lavoratore sarà

$$y(t) = [k(t)^a] * [h(t)^b] \quad (12)$$

La condizione di equilibrio nell'economia sarà

$$s(k) * y(t) = [(n + g + c) * k(t)] \quad (13)$$

$$s(h) * y(t) = [(n + g + c) * h(t)] \quad (14)$$

dove $s(k)$ e $s(h)$ rappresentano rispettivamente la quota di reddito destinata alla formazione di capitale fisico e la quota di reddito destinata alla formazione di capitale

umano. Il livello di capitale fisico e capitale umano per lavoratore di equilibrio saranno rispettivamente

$$k^* = \left\{ \frac{[s(k)^{1-b}] * [s(h)^b]}{(n+g+c)} \right\}^{\frac{1}{1-a-b}} \quad (15)$$

$$h^* = \left\{ \frac{[s(k)^a] * [s(h)^{1-a}]^{\frac{1}{1-a-b}}}{(n+g+c)} \right\} \quad (16)$$

Queste equazioni mostrano come il livello del capitale fisico e umano dipendano dal risparmio, dal tasso di crescita della forza lavoro, dal tasso di crescita della tecnologia e dall'ammortamento del capitale. Sostituendo le equazioni (15) e (16) nella (12) e applicando i logaritmi a entrambi i membri si ottiene

$$\ln(Y/L) = \ln A(0) + gt - \left[\frac{(a+b)}{(1-a-b)} \right] * \ln(n+g+c) + \left[\frac{a}{1-a-b} \right] * \ln[s(k)] + \left[\frac{b}{1-a-b} \right] * \ln[s(h)] \quad (17)$$

L'equazione (17) mostra evidenti analogie con l'equazione (10); tuttavia essa evidenzia un maggiore effetto del risparmio $s(k)$ sul reddito per lavoratore. Difatti, se prima il coefficiente applicato al risparmio era pari a $\frac{a}{1-a}$, ora si ha che tale coefficiente è pari a $\frac{a}{1-a-b}$ (essendo $b > 0$, il denominatore decresce e quindi il rapporto aumenta). Quindi, la presenza del capitale umano amplifica l'effetto dell'accumulazione di capitale fisico sul reddito per lavoratore. D'altro canto si ha che il coefficiente associato a $\ln(n+g+c)$ è più grande di quello associato a $\ln[s(k)]$. Questo effetto è determinato dal fatto che un incremento del tasso di crescita della forza lavoro, della tecnologia o del tasso di ammortamento del capitale si riflette non solo sul capitale fisico, ma anche su quello umano, provocando effetti assai rilevanti sul reddito per lavoratore. E' possibile rintracciare il livello di reddito per lavoratore di equilibrio semplicemente inserendo nella (17) le equazioni del capitale fisico e umano per lavoratore di equilibrio. Si avrà

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = \ln A(0) + gt + \left[\frac{a}{1-a} \right] * \ln(s(k)) - \left[\frac{a}{1-a} \right] \ln(n+g+c) + \left[\frac{b}{1-a} \right] * \ln(h^*) \quad (18)$$

Questa equazione è simile a quella che era stata stimata nel modello privo di capitale umano, salvo per il fatto che in quest'ultima il capitale umano era una variabile omessa. Il livello di capitale umano per lavoratore sarà positivamente correlato con il risparmio (in quanto un aumento di quest'ultimo consentirà maggiori investimenti per l'accumulazione di capitale umano) e inversamente correlato con il tasso di crescita della forza lavoro (in

quanto una maggiore crescita della forza lavoro determinerà un maggior numero di nuovi lavoratori da istruire).

3.2) I dati

Per poter implementare il modello Mankiw, Romer e Weil necessitavano di trovare un parametro rispetto cui misurare il capitale umano. Tale misurazione è oggettivamente complessa: diversamente dal capitale fisico, che è facilmente percepibile e quantificabile, il capitale umano è caratterizzato da una maggiore indeterminatezza. Difatti una grande varietà di investimenti possono essere considerati investimenti in capitale umano. Si pensi, ad esempio, agli investimenti di tipo sanitario: a parità di altre condizioni, infatti, un individuo sano sarà certamente più produttivo di uno in cattive condizioni di salute; di fatto, quindi, l'investimento in sanità pubblica è un investimento in capitale umano. Tuttavia, per non complicare troppo l'analisi, gli studiosi hanno deciso di prendere in considerazione solo gli investimenti nell'istruzione. Anche questa semplificazione però risolve i problemi solo parzialmente, in quanto una larga parte degli investimenti nell'educazione è costituita dai salari cui un individuo rinuncia decidendo di istruirsi e non lavorare. Un altro problema sta nel fatto che le misurazioni del reddito effettuate dalla contabilità nazionale risultano distorte dagli investimenti in educazione; difatti i redditi cui l'individuo rinuncia studiando e non lavorando avrebbero contribuito a incrementare il prodotto interno lordo del paese. Inoltre gli investimenti educativi vengono posti in essere non solo del settore pubblico, ma anche (e soprattutto) da parte dei privati, in particolar modo delle famiglie, che sostengono economicamente lo studente fino a quando egli non diviene autosufficiente. Non è poi semplice definire quali parti della spesa per educazione contribuiscano effettivamente a incrementare la produttività di un individuo. Gli studiosi hanno deciso di usare come variabile proxy la variabile $School$ ¹⁹, che è ottenuta moltiplicando la frazione della popolazione impegnata nell'istruzione secondaria con la frazione della popolazione che si trova in età scolastica.

¹⁹ La variabile $School$ costituisce una proxy della variabile h^* ; una variabile proxy è una variabile utilizzata per sopperire alla mancanza di dati relativamente ad una variabile inclusa nel modello. Una proxy deve essere caratterizzata da una relazione con la variabile mancante del tipo $v = \theta + \psi Z + \mu$, dove v è la variabile mancante, Z è la variabile proxy, θ è l'intercetta della retta di regressione, ψ è la pendenza della retta di regressione, e μ è il termine d'errore. Qualora la relazione tra proxy e variabile mancante dovesse valere esattamente, la proxy consentirebbe di stimare un modello assolutamente non distorto; qualora la relazione non dovesse valere esattamente allora il modello sarebbe distorto ma comunque meno di quanto non lo sarebbe se si decidesse di omettere la proxy.

3.3) I risultati

Il modello stimato sarà

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} * \ln \frac{I}{GDP} + \beta_{\ln(n+c+g)} * \ln(n + g + c) + \beta_{\ln school} * \ln(School) \quad (19)^{20}$$

$$\text{Dove } \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} = \left[\frac{a}{1-a-b} \right], \beta_{\ln(n+c+g)} = -\left[\frac{(a+b)}{(1-a-b)} \right] \quad \text{e} \quad \beta_{\ln school} = \left[\frac{b}{1-a-b} \right].$$

I risultati di tale regressione sono evidenziati nella tabella 2 . Il primo risultato rimarchevole della regressione effettuata è che i coefficienti associati a $\ln(School)$ sono significativi per tutti e tre i gruppi di osservazioni . Effettuando un test t con ipotesi nulla $H_0: \beta_{\ln school} = 0$ e $H_a: \beta_{\ln school} \neq 0$ si ottiene un t-test pari a 9,4 per il primo gruppo, 7,3 per il secondo gruppo e 2,62 per il terzo gruppo. I valori limite ad un livello di significatività del 5% sono rispettivamente a 1,99 per il primo e il secondo gruppo e 2,10 per il terzo gruppo. Essendo i t-test superiori in valore assoluto ai valore limite i coefficienti sono significativi per un livello del 5%. Inoltre i coefficienti associati al capitale fisico $\beta_{\frac{I}{Gdp}}$ risultano essere più piccoli di quelli stimati utilizzando il modello classico . Ciò sembra indicare che il modello classico era gravato da un problema di distorsione da variabile omessa dovuto al mancato inserimento del capitale umano . L'esclusione di una variabile rilevante dal modello determina la distorsione dei coefficienti stimati ; inoltre anche gli errori standard calcolati risultano essere distorti , il che invalida la bontà delle procedure inferenziali adottate. Un altro importante risultato è relativo alla previsione per la quale la somma dei coefficienti associati a $\ln \frac{I}{GDP}$, $\ln(n+g+c)$ e $\ln(school)$ deve essere pari a 0 (tale condizione è dedotta a partire dall'equazione(17) . Infatti imponendo la restrizione $\beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln(n+c+g)} + \beta_{\ln school} = 0$ al modello è possibile notare che l'ipotesi non può essere rigettata .Il nuovo modello stimato è

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} * \left[\ln \frac{I}{GDP} - \ln(n + g + c) \right] + \beta_{\ln school} * [\ln(School) - \ln(n + g + c)]^{21}$$

²⁰ Si utilizza una procedura analoga a quella adottata per ricavare il modello $\ln(y) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln(\frac{I}{GDP})} \ln\left(\frac{I}{GDP}\right) + \beta_{\ln(n+g+c)} \ln(n + g + c)$

²¹ Il modello è ottenuto sostituendo nella 19 $\beta_{\ln(n+c+g)} = -(\beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln school})$ si ha infatti che

Effettuando un test F con ipotesi nulla $H_0: \beta_{\ln \frac{1}{GDP}} + \beta_{\ln(n+c+g)} + \beta_{\ln school} = 0$ e $H_a: \beta_{\ln \frac{1}{GDP}} + \beta_{\ln(n+c+g)} + \beta_{\ln school} \neq 0$ si ottiene un F test pari a 0,79 per il primo gruppo e 1,10 per il secondo gruppo. I valori limite ad un livello di significatività del 5% per una $F(1;94)$ (valore limite relativo al primo gruppo) e una $F(1;71)$ (valore limite relativo al secondo gruppo) sono pari a 3,95 e 3,98. In entrambi i casi, essendo le F-test inferiori ai rispettivi valori limite, non è possibile rifiutare l'ipotesi nulla. Ancora una volta per il terzo gruppo R^2 corretto aumenta passando da 0,24 a 0,28; non è quindi necessario testare la validità della restrizione. Da notare che per i primi due panel di dati i coefficienti stimati di a e b sono vicini a un terzo e sono altamente significativi. Per i paesi del primo gruppo a e b stimati sono pari a 0,31 e 0,28, con errori standard stimati pari a 0,04 e 0,03.²² Effettuando un test t relativo alla significatività del coefficiente a riferito al primo gruppo assumendo l'ipotesi nulla $H_0: a=0$ e l'ipotesi alternativa $H_a: a \neq 0$ si ottiene una t-test pari a 7,75. Il valore limite per la significatività al 5% andrà ricercato su una distribuzione t di Student con n-k gradi di libertà, dove n è il numero di osservazioni e k è il numero di regressioni del modello. In questo caso le osservazioni sono 98, e i regressori sono 4. La t avrà quindi 94 gradi di libertà. Il valore limite per la significatività del coefficiente con un livello di confidenza del 5% sarà pari a 1,98. Essendo la t-test maggiore del valore limite è possibile rifiutare l'ipotesi nulla e confermare la significatività del coefficiente a. Per il coefficiente b riferito al primo gruppo si effettua un test analogo, assumendo l'ipotesi nulla $H_0: b=0$ e l'ipotesi alternativa $H_a: b \neq 0$. Il t-test sarà pari a 9,33. Il valore di significatività sarà sempre pari a 1,98. Anche b è quindi significativo al 5%. Per il gruppo intermedie si usa la medesima procedura; in questo caso a e b stimati sono 0,29 e 0,3, mentre gli errori standard sono pari a 0,05 e 0,04. Le osservazioni per il gruppo intermedie sono 75; il valore limite andrà dunque ricercato su una t di Student con 71 gradi di libertà. Tale valore a un livello di significatività pari al 5% è pari a 1,994. I t-test per a e b sono pari rispettivamente a 5,8 e 7,5. Essendo essi maggiori di 1,994 si può affermare che i due coefficienti sono statisticamente diversi da 0 a un livello di significatività del 5%.

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln \frac{1}{GDP}} * \ln \frac{1}{GDP} - (\beta_{\ln \frac{1}{GDP}} + \beta_{\ln school}) * \ln(n + g + c) + \beta_{\ln school} * [\ln(School)]$$

$$\rightarrow \ln\left(\frac{Y}{L}\right) = \ln A(0) + gt + \beta_{\ln \frac{1}{GDP}} \left[\ln \frac{1}{GDP} - \ln(n + g + c) \right] + \beta_{\ln school} * [\ln(School) - \ln(n + g + c)]$$

²² I valori stimati di a e b per il primo gruppo si ottengono sfruttando le relazioni $\beta_{\ln \frac{1}{GDP}} = \frac{a}{1-a-b}$ e $\beta_{\ln school} = \frac{b}{1-a-b}$. Dai valori stimati si ha che $\frac{a}{1-a-b} = 0,73 \rightarrow a = 0,42 - 0,42b$ e $\frac{b}{1-a-b} = 0,67 \rightarrow a = 1 - 2,49b$ da cui $1 - 2,49b = 0,42 - 0,42b \rightarrow 2,07b = 0,58 \rightarrow b = 0,28 \rightarrow a = 0,42 - 0,1176 = 0,31$. Per gli altri gruppi si procede in maniera analoga

Per quanto riguarda invece il gruppo OECD si hanno 22 osservazioni ; a e b stimati sono 0,14 e 0,37. Gli errori standard sono rispettivamente pari a 0,15 e 0,12. Il valore limite ad un livello di significatività del 5% andrà ricercato su una t di Student con 18 gradi di libertà; esso risulta essere pari a 2,10. I t-test associati ai due coefficienti sono pari a 0,93 per a e a 3,08 per b. Solo il coefficiente b è dunque significativo ad un livello del 5% . Il problema potrebbe comunque essere connesso al fatto che il numero di osservazioni usate per il campione di paesi OECD è maggiormente ristretto . In generale è possibile osservare che l'inclusione del capitale umano consente di migliorare in maniera significativa le capacità predittive del modello . Infatti viene risolto il problema della eccessiva grandezza del coefficiente associato al regressore $\ln \frac{I}{GDP} - \ln(n + g + c)$ (si ha che il coefficiente passa da 1,48 a 0,73 per il primo gruppo, da 1,43 a 0,7 per il secondo gruppo e da 0,56 a 0,29 nei paesi OECD) ²³. Inoltre aumenta anche la capacità interpretativa del modello . $R^2_{corretto}$ passa infatti da 0,59 a 0,78 per il primo gruppo, da 0,59 a 0,77 per il secondo gruppo e da 0,01 a 0,24 per quanto riguarda il terzo gruppo rispetto al modello in cui non era inserita la restrizione $\beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln(n+c+g)} + \beta_{\ln school} = 0$. Per quanto riguarda invece il modello in cui è inserita la restrizione nel passaggio dal modello privo di capitale umano a quello con capitale umano si ha che $R^2_{corretto}$ passa da 0,59 a 0,78 per il primo gruppo , da 0,59 a 0,77 per il secondo gruppo e da 0,06 a 0,32 per il terzo gruppo.

²³ Ciò conferma che precedentemente il modello era gravato da un problema di variabile omessa : i coefficienti stimati in precedenza erano dunque distorti, e le procedure inferenziali utilizzate erano invalide. Essendo i coefficienti stimati in precedenza sovrastimati rispetto a quelli stimati nel nuovo modello , è possibile anche dedurre che esiste una correlazione positiva tra la porzione di reddito nazionale destinata agli investimenti e il livello di istruzione della popolazione . Si ha infatti che i coefficienti di una regressione sono sovrastimati nel caso in cui l'effetto della variabile omessa sulla variabile dipendente sia positiva e contemporaneamente sia positiva anche la correlazione tra variabile omessa e variabile esplicativa (si ha sovrastima anche qualora l'effetto della variabile omessa sulla variabile dipendente sia negativo e parimenti negativa sia la correlazione tra la variabile omessa e le variabili esplicative)

TABLE II
ESTIMATION OF THE AUGMENTED SOLOW MODEL

Dependent variable: log GDP per working-age person in 1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	6.89 (1.17)	7.81 (1.19)	8.63 (2.19)
$\ln(I/GDP)$	0.69 (0.13)	0.70 (0.15)	0.28 (0.39)
$\ln(n + g + \delta)$	-1.73 (0.41)	-1.50 (0.40)	-1.07 (0.75)
$\ln(SCHOOL)$	0.66 (0.07)	0.73 (0.10)	0.76 (0.29)
\bar{R}^2	0.78	0.77	0.24
<i>s.e.e.</i>	0.51	0.45	0.33
Restricted regression:			
CONSTANT	7.86 (0.14)	7.97 (0.15)	8.71 (0.47)
$\ln(I/GDP) - \ln(n + g + \delta)$	0.73 (0.12)	0.71 (0.14)	0.29 (0.33)
$\ln(SCHOOL) - \ln(n + g + \delta)$	0.67 (0.07)	0.74 (0.09)	0.76 (0.28)
\bar{R}^2	0.78	0.77	0.28
<i>s.e.e.</i>	0.51	0.45	0.32
Test of restriction:			
<i>p</i> -value	0.41	0.89	0.97
Implied α	0.31 (0.04)	0.29 (0.05)	0.14 (0.15)
Implied β	0.28 (0.03)	0.30 (0.04)	0.37 (0.12)

Note. Standard errors are in parentheses. The investment and population growth rates are averages for the period 1960–1985. $(g + \delta)$ is assumed to be 0.05. SCHOOL is the average percentage of the working-age population in secondary school for the period 1960–1985.

Capitolo IV Test sull'ipotesi di convergenza

4.1) Le equazioni della convergenza

Il modello di Solow prevede che i paesi convergono verso un livello di reddito per lavoratore di stato stazionario; il livello di reddito per lavoratore di stato stazionario è determinato dalle variabili rilevanti analizzate nel primo capitolo (tasso di risparmio, tasso di crescita della forza lavoro, ammortamento del capitale). Molti economisti hanno rifiutato tale asserzione, introducendo nella teoria economica i cosiddetti modelli della crescita endogena. In tali modelli si ipotizza che il rendimento marginale dei fattori della produzione non sia decrescente ma costante o addirittura crescente. La conseguenza di tale ipotesi è che non si osserverà convergenza nel reddito per lavoratore tra paesi che partono da livelli di reddito iniziali differenti e hanno le medesime caratteristiche, ma i paesi che partono da livelli di reddito per lavoratore più elevato rimarranno a parità di altre condizioni più ricchi. Inoltre si osserverà che paesi con livelli di risparmio maggiormente elevati tenderanno costantemente a crescere in maniera più veloce rispetto a paesi con un tasso di risparmio più basso a parità di altre condizioni (mentre invece il modello di Solow suggerisce che la velocità di crescita di un paese andrà diminuendo man mano che esso si avvicina allo stato stazionario; inoltre il modello di Solow prevede anche che un aumento del tasso di risparmio garantisce un tasso di crescita del reddito per lavoratore più elevato solo nel breve termine). I modelli di crescita endogena nascono per cercare di spiegare l'apparente mancanza di convergenza che è possibile osservare nei dati. Mankiw, Romer e Weil cercano a questo punto di verificare se effettivamente l'ipotesi di convergenza è disattesa dai dati, ipotizzando che i paesi sottoposti all'esame siano giunti al loro stato stazionario (o che comunque lo scarto rispetto allo stato stazionario sia casuale). Il modello di Solow comunque non prevede affatto che tutti i paesi raggiungeranno il medesimo livello di reddito per lavoratore di equilibrio; esso prevede semplicemente che ogni paese convergerà verso il proprio stato stazionario. Nell'ambito del processo di convergenza si osserveranno tassi di crescita più elevati all'inizio e tassi di crescita più bassi quanto più ci si avvicina al livello di reddito di stato stazionario. Una volta raggiunto il livello di stato stazionario il tasso di crescita del reddito per lavoratore nel lungo periodo sarà pari al tasso di crescita della tecnologia g . Oltre a tali previsioni di tipo qualitativo si ha che è possibile definire anche a livello quantitativo la velocità di convergenza verso lo stato stazionario. Derivando l'equazione (17) rispetto a t si otterrà

$$\frac{d\ln y(t)}{dt} = (n + g + c) * (1 - a - b) [\ln(y^*) - \ln(y(t))] \quad (20)$$

Il termine $(n + g + c) * (1 - a - b)$ rappresenta la velocità di convergenza . Una cosa molto importante da notare è che se si esclude dal modello il capitale umano si ottiene una velocità di convergenza più alta (questo perché il termine b verrebbe ipotizzato essere pari a 0). Tramite l'equazione (20) è possibile definire un modello per verificare l'esistenza della convergenza. Si ha che

$$\ln y(t) = [1 - e^{-t*\lambda}] * \ln y^* + e^{-t*\lambda} * \ln (y(0)) \quad (21)$$

Dove $y(0)$ è il reddito per lavoratore di partenza e $\lambda = (n + g + c) * (1 - a - b)$. Si ha dunque che se si esclude dal modello il capitale umano (ipotizzando un $b=0$) si dovrebbero stimare velocità di convergenza più alte a parità di a stimato (ciò si verificherebbe qualora il capitale umano non rientrasse nella funzione di produzione) . Sottraendo $\ln y(0)$ ad entrambi i membri si ottiene

$$\ln y(t) - \ln y(0) = [1 - e^{-t*\lambda}] * \ln y^* - (1 - e^{-t*\lambda}) * \ln y(0) \quad (22)$$

Sostituendo y^* con il livello di reddito per lavoratore di equilibrio si ottiene

$$\ln y(t) - \ln y(0) = (1 - e^{-t*\lambda}) \frac{a}{1-a-b} \ln[s(k)] + (1 - e^{-t*\lambda}) \left[\frac{b}{1-a-b} \right] * \ln[s(h)] - \left[(1 - e^{-t*\lambda}) \frac{(a+b)}{(1-a-b)} \right] * \ln(n + g + c) - (1 - e^{-t*\lambda}) \ln y(0) \quad (23)$$

L'equazione 23 mostra come il tasso di crescita del reddito per lavoratore sia determinato dal livello di partenza del reddito per lavoratore e dal livello di reddito per lavoratore di equilibrio . L'equazione 23 descrive un equilibrio di tipo dinamico: essa rimane valida anche se i paesi non si trovano in una condizioni di equilibrio di lungo periodo . Vi è tuttavia un problema connesso con il termine $A(0)$. Si ha infatti che il termine $A(0)$ (che è il termine che consente di introdurre nella funzione di produzione tutti quegli elementi che influenzano la produzione stessa ma non sono direttamente fattori della produzione) è in grado di influenzare il livello di reddito per lavoratore iniziale. Si pensi , ad esempio, a due paesi con condizioni geografiche assai diverse, o ad un paese dotato di maggiori risorse naturali rispetto ad un altro . Si ha che differenze nel termine $A(0)$ possono condurre a livelli di reddito iniziale per lavoratore non correlati con i successivi tassi di crescita , generando delle distorsioni nelle stime.

4.2) I risultati

La prima regressione effettuata da Mankiw, Romer e Weil viene effettuata semplicemente tenendo conto del reddito iniziale e del reddito finale dei paesi, senza controllare per altre variabili rilevanti. Tale analisi va dunque a testare se esiste convergenza non condizionata nel reddito tra paesi (cioè se esiste un processo di convergenza tra tutti i paesi inseriti nei campioni indipendentemente dalle caratteristiche fondamentali dei paesi stessi). Il modello stimato è dunque

$$\ln y(1985) - \ln(1960) = \tau + \beta \ln(1960) \quad (24)$$

dove τ rappresenta l'intercetta e β rappresenta l'elasticità²⁵ del livello di reddito del 1985 rispetto al livello di reddito del 1960 (β rappresenta una elasticità in quanto si sta usando un modello in cui sia la variabile dipendente sia la variabili indipendente sono espresse in termini logaritmici; un modello definito in termini siffatti è detto modello log-log²⁶). Confermerebbe l'ipotesi di convergenza un segno del coefficiente β negativo (in quanto indicherebbe che al crescere del livello di reddito iniziale il differenziale tra i redditi per lavoratore del 1985 e del 1960 è più basso). Dai risultati della regressione emerge che nel primo gruppo di osservazioni non emerge alcuna tendenza alla convergenza (il coefficiente associato a $\ln(1960)$ è positivo, quindi addirittura sarebbe in atto un processo di divergenza, con i paesi ricchi che crescono più di quelli poveri). Nel gruppo degli intermedie il coefficiente è invece negativo e pari a -0,00423, con un errore standard pari a 0,05484. Effettuando un test di significatività t con ipotesi nulla $H_0: \beta = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta \neq 0$ si ha che la t-test è pari a -0,077; il valore limite per la significatività ad un livello del 5% per una t di Student con 73 gradi di libertà²⁷ è pari a 1,99. Essendo il valore assoluto della t-test inferiore al valore limite per la significatività si ha che il coefficiente non è statisticamente diverso da 0 (non è possibile rifiutare l'ipotesi nulla). Nel gruppo di paesi OECD si ha invece che il coefficiente stimato è pari a -0,341 con uno standard error pari a 0,079. Effettuando un test di significatività t con ipotesi nulla $H_0:$

²⁴ Si ricordi che l'analisi è condotta relativamente ai dati che vanno dal 1960 al 1985

²⁵ Si ricordi che l'elasticità è data da $Elasticità = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}}$

²⁶ Si ipotizzi infatti di avere un modello del tipo $Y = tX^\beta \phi(a)$, dove y è la variabile dipendente, X è il regressore e ϕ è l'errore stocastico. Applicando da ambo i lati il logaritmo si ottiene $\ln Y = \tau + \beta \ln X + \mu$, dove $\tau = \ln t$ e $\mu = \ln \phi(b)$. Il modello (a) è equivalente al modello (b). Derivando Y

per x nel modello a si ottiene $\frac{\partial Y}{\partial x} = tX^{\beta-1}\phi$. Dividendo per Y si ottiene $\frac{\frac{\partial Y}{\partial x}}{\frac{Y}{X}} = \frac{t\beta X^{\beta-1}\phi}{tX^\beta\phi}$. Moltiplicando

per x si ottiene $\frac{\frac{\partial Y}{\partial x}}{\frac{Y}{X}} = \frac{t\beta X^{\beta-1}\phi}{tX^\beta\phi} X = \frac{t\beta X^\beta\phi}{tX^\beta\phi} = \beta$. E' dunque dimostrato che l'elasticità è uguale al coefficiente β . Si ha quindi che ad una variazione percentuale della variabile indipendente X pari all' 1% corrisponde una variazione percentuale della variabile dipendente pari a $\beta\%$.

²⁷ I gradi di libertà sono 73 in quanto le osservazioni sono 75 e i regressori 2

$\beta = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta \neq 0$ si ottiene un t-test è pari a -4,31 . Il valore limite al livello di significatività del 5% per una distribuzione t di Student con 20 gradi di libertà²⁸ è pari a 2,086. Essendo il valore assoluto della t-test superiore al valore limite si ha che il coefficiente è statisticamente significativo ad un livello del 5% . I risultati della regressione condotta sul modello in cui non si controlla per le variabili rilevanti hanno evidenziato che non c'è evidenza di convergenza assoluta , tranne che per il gruppo di paesi OECD. La regressione condotta sui paesi OECD è caratterizzata da un R^2 corretto pari a 0,46. Quindi da solo il livello di reddito per lavoratore del 1960 riesce a spiegare il 46% della varianza della crescita del reddito dal 1960 al 1985 per i paesi OECD. La velocità stimata di convergenza λ per i paesi del terzo gruppo è pari a 0,0167 , con un errore standard pari a 0,0023 . Per il primo gruppo la velocità di convergenza stimata è addirittura negativa e pari a -0.0036 con un errore standard pari a 0.00219, mentre per il secondo gruppo essa è pari a 0,00017 con un errore standard pari a 0,00218 . Effettuando un test di significatività t sui valori stimati di λ con ipotesi nulla $H_0: \lambda = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \lambda \neq 0$ si ottiene un t-test pari a -1,64 per il primo gruppo, 0,078 per il secondo gruppo e 7,26 per il gruppo degli OECD. Il valore limite per un livello di significatività al 5% per il primo gruppo è pari a 1,98 ; per il secondo gruppo è pari a 1,99 ; per il terzo gruppo è pari a 2,06. Solo la velocità di convergenza stimata per il terzo gruppo è dunque statisticamente significativa ad un livello di significatività del 5% .

TABLE III
TESTS FOR UNCONDITIONAL CONVERGENCE

Dependent variable: log difference GDP per working-age person 1960–1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	-0.266 (0.380)	0.587 (0.433)	3.69 (0.68)
ln(Y60)	0.0943 (0.0496)	-0.00423 (0.05484)	-0.341 (0.079)
\bar{R}^2	0.03	-0.01	0.46
s.e.e.	0.44	0.41	0.18
Implied λ	-0.00360 (0.00219)	0.00017 (0.00218)	0.0167 (0.0023)

Note. Standard errors are in parentheses. Y60 is GDP per working-age person in 1960.

²⁸ I gradi di libertà sono in questo caso 22-2 =20

La seconda regressione viene invece effettuata relativamente al modello

$$\ln y(1985) - \ln(1960) = \tau + \beta_1 \ln(1960) + \beta_2 \ln \frac{I}{GDP} + \beta_3 \ln(g + c + n) \quad (25)$$

In questo modello la regressione viene effettuata controllando per la quota di reddito destinata agli investimenti (che, si ricordi, è usata come proxy del tasso di risparmio), per il tasso di crescita della forza lavoro e per l'ammortamento del capitale. Controllando per queste nuove variabili esplicative si evita che le differenti dinamiche nella crescita del reddito per lavoratore dovute a differenze tra tali parametri vengano imputate al livello di reddito per lavoratore iniziale. Si scongiurano così problemi di distorsione da variabile omessa. Questo tipo di modello va dunque a testare se esiste la cosiddetta convergenza condizionata (cioè se esiste la tendenza per paesi con caratteristiche simili a convergere verso il medesimo livello di reddito per lavoratore). Per il primo gruppo di osservazioni si osserva che il coefficiente β_1 è negativo e pari a -0,141 con uno standard error pari a 0,052. Effettuando un test di significatività t con ipotesi nulla $H_0: \beta_1 = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta_1 \neq 0$ si ottiene un t-test è pari a -2,72. Il valore limite al 5% per una t di Student con 94 gradi di libertà è pari a 1,98. Il coefficiente è dunque significativo al 5%. Per il gruppo di osservazioni intermedie si osserva invece un coefficiente β_1 pari a -0,228 con un errore standard pari a 0,057. Effettuando un test di significatività t con ipotesi nulla $H_0: \beta_1 = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta_1 \neq 0$ si ottiene un t-test è pari a -4. Il valore limite al livello di significatività del 5% per un t di Student con 71 gradi di libertà è pari a 1,994. Anche questo coefficiente è dunque significativo, essendo il suo valore assoluto superiore al valore limite. Per il gruppo OECD invece si osserva un coefficiente β_1 pari a -0,351, con uno standard error pari a 0,066. Effettuando un test di significatività t con ipotesi nulla $H_0: \beta_1 = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta_1 \neq 0$ si ottiene un t-test è pari a -5,31. Il valore limite per una t con 18 gradi di libertà è pari a 2,101. Anche questo coefficiente è significativo. Si ha che l'inclusione di $\ln\left(\frac{I}{GDP}\right)$ e di $\ln(g+c+n)$ consente di ottenere coefficienti del segno atteso e significativi in tutti e tre i gruppi, mentre nella prima regressione si otteneva un risultato simile solo per il gruppo di paesi OECD. La regressione 1 era quindi probabilmente gravata da distorsione da variabile omessa. E' ipotizzabile inoltre che i paesi OECD siano caratterizzati da una notevole omogeneità dal punto di vista della quota di reddito destinata agli investimenti, del tasso di crescita della forza lavoro e del tasso di ammortamento del capitale, in quanto il coefficiente associato al loro gruppo varia di poco

tra la prima e la seconda regressione stimata. Un altro importante risultato ottenuto dagli studiosi con questa seconda regressione è un notevole incremento di R^2 corretto per tutte e tre le regressioni (si passa da 0,03 a 0,38 per il primo gruppo , da 0,01 a 0,35 per il gruppo intermediate e da 0,46 a 0,62 per i paesi OECD) . Le velocità di convergenza stimate sono pari a 0,00606 per i paesi appartenenti al primo gruppo, a 0,0104 per i paesi appartenenti al secondo gruppo e a 0,0173 per i paesi OECD. Relativamente alla significatività statistica di tali velocità di convergenza stimate è necessario effettuare un test di significatività t. Assumendo come ipotesi nulla $H_0: \lambda = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \lambda \neq 0$ si ottiene un t-test pari a 3,33 per il primo gruppo, 5,47 per il secondo gruppo e 9,1 per il terzo gruppo. Essendo il valore limite pari a 1,98 per il primo gruppo, 1,99 per il secondo gruppo e 2,06 per il gruppo OECD per un livello di significatività del 5% si ha che tutte e tre le velocità di convergenza stimate sono statisticamente significative al 5% . Sembra comunque che i paesi OECD mostrino una maggiore rapidità di convergenza. La seconda regressione sembra quindi manifestare una forte evidenza empirica a favore dell'ipotesi di convergenza.

TABLE IV
TESTS FOR CONDITIONAL CONVERGENCE

Dependent variable: log difference GDP per working-age person 1960–1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	1.93 (0.83)	2.23 (0.86)	2.19 (1.17)
$\ln(Y_{60})$	-0.141 (0.052)	-0.228 (0.057)	-0.351 (0.066)
$\ln(I/GDP)$	0.647 (0.087)	0.644 (0.104)	0.392 (0.176)
$\ln(n + g + \delta)$	-0.299 (0.304)	-0.464 (0.307)	-0.753 (0.341)
\bar{R}^2	0.38	0.35	0.62
<i>s.e.e.</i>	0.35	0.33	0.15
Implied λ	0.00606 (0.00182)	0.0104 (0.0019)	0.0173 (0.0019)

Note. Standard errors are in parentheses. Y60 is GDP per working-age person in 1960. The investment and population growth rates are averages for the period 1960–1985. $(g + \delta)$ is assumed to be 0.05.

$$\ln y(1985) - \ln(1960) = \tau + \beta_1 \ln(1960) + \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} \ln \frac{I}{GDP} + \beta_{\ln (g+c+n)} \ln(g + c + n) + \beta_{\ln (school)} \ln(School) \quad (26)$$

Questo nuovo modello considera quindi anche il capitale umano. I coefficienti stimati associati al primo gruppo di osservazioni ,al gruppo intermediate e al gruppo OECD sono

pari a -0,289, -0,366 e -0,398, con errori standard pari rispettivamente a 0,062 , 0,067 e 0,070. I t-test associati al test di ipotesi con $H_0: \beta_1 = 0$ e $H_a: \beta_1 \neq 0$ sono pari rispettivamente a -4,66 , -5,46 e -5,68. I valori limite ad un livello di significatività del 5% sono rispettivamente pari a 1,98 , 1,99 e 2,11. Tutti e tre i coefficienti sono dunque significativi ad un livello del 5% . Gli R^2 corretto crescono passando a 0,46 per il primo gruppo, 0,43 per il secondo gruppo e 0,65 per il terzo gruppo rispetto ai precedenti valori pari rispettivamente a 0,35 , 0,33 e 0,62 . La velocità di convergenza stimata risulta pari a 0,0137 per il primo gruppo , 0,0182 per il gruppo intermedie e 0,0203 per il gruppo OECD. Effettuando il test di significatività t con ipotesi nulla $H_0: \lambda = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \lambda \neq 0$ si ottiene un t-test pari a 7,21 per il primo gruppo , 9,1 per il secondo gruppo e 10,15 per il terzo gruppo. Essendo i valori limite per un livello di significatività del 5% pari rispettivamente a 1,98, 1,99 e 2,06 si ha che tutti e tre i coefficienti sono statisticamente significativi al 5% . Uno degli aspetti più interessanti del terzo modello è che le velocità di

In ultima istanza, Mankiw , Romer e Weil effettuano una regressione sul seguente modello

TABLE V
TESTS FOR CONDITIONAL CONVERGENCE

Dependent variable: log difference GDP per working-age person 1960–1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	3.04 (0.83)	3.69 (0.91)	2.81 (1.19)
ln(Y60)	-0.289 (0.062)	-0.366 (0.067)	-0.398 (0.070)
ln(I/GDP)	0.524 (0.087)	0.538 (0.102)	0.335 (0.174)
ln($n + g + \delta$)	-0.505 (0.288)	-0.551 (0.288)	-0.844 (0.334)
ln(SCHOOL)	0.233 (0.060)	0.271 (0.081)	0.223 (0.144)
\bar{R}^2	0.46	0.43	0.65
s.e.e.	0.33	0.30	0.15
Implied λ	0.0137 (0.0019)	0.0182 (0.0020)	0.0203 (0.0020)

Note. Standard errors are in parentheses. Y60 is GDP per working-age person in 1960. The investment and population growth rates are averages for the period 1960–1985. ($g + \delta$) is assumed to be 0.05. SCHOOL is the average percentage of the working-age population in secondary school for the period 1960–1985.

convergenza stimate sono più alte rispetto a quelle individuate nella precedente formulazione del modello.

L'ultimo modello relativo alla convergenza stimato dai ricercatori è ricavato imponendo la seguente restrizione

$$\beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln (g+c+n)} + \beta_{\ln (school)} = 0 \quad (27)$$

Il modello che ne deriva è

$$\ln y(1985) - \ln(1960) = \tau + \beta_1 \ln(1960) + \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} \left[\ln \frac{I}{GDP} - \ln(g + c + n) \right] + \beta_{\ln (school)} [\ln(School) - \ln(g + c + n)]^{29} \quad (28)$$

Si può notare che non è possibile rigettare l'imposizione di tale restrizione. Infatti, effettuando un test F con ipotesi nulla $H_0: \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln (g+c+n)} + \beta_{\ln (school)} = 0$ e $H_a: \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln (g+c+n)} + \beta_{\ln (school)} \neq 0$, si ottiene una F-test pari a 1 per il primo gruppo; il valore limite va ricercato su una F (1;93) è pari a 3,94. Essendo la F-test inferiore al valore limite non è possibile rifiutare ad un livello di significatività del 5% l'ipotesi nulla (pertanto, l'analisi empirica va a favore del modello di Solow). Per il secondo e il terzo gruppo si assiste a un incremento di R^2 corretto, e quindi non è necessario testare la restrizione, che risulta accettata dal punto di vista empirico. Le velocità stimate di convergenza λ passano da 0,0137 a 0,0142 per il primo gruppo, da 0,0182 a 0,0186 per il secondo gruppo e da 0,0203 a 0,0206 per il terzo gruppo. Impostando un test t con ipotesi nulla $H_0: \lambda = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \lambda \neq 0$ si ottiene un valore della t test pari a 7,21 per il primo gruppo, 9,1 per il secondo gruppo e 10,15 per il terzo gruppo. Essendo i valori limite pari a 1,98, 1,99 e 2,06 si ha che tutte e tre le velocità di convergenza stimate sono significative.

²⁹ Dalla restrizione (27) si deduce che $\beta_{\ln (g+c+n)} = -(\beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln (school)})$. Sostituendo nel modello

(26) si ha che

$$\ln y(1985) - \ln(1960) = \tau + \beta_1 \ln(1960) + \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} \ln \frac{I}{GDP} [\beta_{\ln \frac{I}{GDP}} + \beta_{\ln (school)}] [\ln(g + c + n) + \beta_{\ln (school)} \ln(School)] \rightarrow \ln y(1985) - \ln(1960) = \tau + \beta_{\ln \frac{I}{GDP}} [\ln \frac{I}{GDP} - \ln(g + c + n)] + \beta_{\ln (school)} [\ln(School) - \ln(g + c + n)]$$

TABLE VI
TESTS FOR CONDITIONAL CONVERGENCE, RESTRICTED REGRESSION

Dependent variable: log difference GDP per working-age person 1960–1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	2.46 (0.48)	3.09 (0.53)	3.55 (0.63)
ln(Y60)	-0.299 (0.061)	-0.372 (0.067)	-0.402 (0.069)
ln(I/GDP) - ln($n + g + \delta$)	0.500 (0.082)	0.506 (0.095)	0.396 (0.152)
ln(SCHOOL) - ln($n + g + \delta$)	0.238 (0.060)	0.266 (0.080)	0.236 (0.141)
\bar{R}^2	0.46	0.44	0.66
s.e.e.	0.33	0.30	0.15
Test of restriction:			
p-value	0.40	0.42	0.47
Implied λ	0.0142 (0.0019)	0.0186 (0.0019)	0.0206 (0.0020)
Implied α	0.48 (0.07)	0.44 (0.07)	0.38 (0.13)
Implied β	0.23 (0.05)	0.23 (0.06)	0.23 (0.11)

Note. Standard errors are in parentheses. Y60 is GDP per working-age person in 1960. The investment and population growth rates are averages for the period 1960–1985. ($g + \delta$) is assumed to be 0.05. SCHOOL is the average percentage of the working-age population in secondary school for the period 1960–1985.

Un aspetto interessante è che la velocità di convergenza stimata per i paesi OECD è sempre abbastanza simile per tutti i modelli (anche per il modello che non include i controlli per $\ln \frac{I}{GDP}$, $\ln(g + c + n)$ e $\ln(\text{School})$). Una possibile spiegazione per questo fenomeno è che i paesi OECD, essendo stati interessati dal secondo conflitto mondiale subendone le relative distruzioni, potrebbero essere lontani dal loro livello di reddito per lavoratore di stato stazionario e quindi il tasso di crescita della forza lavoro e gli investimenti potrebbero non aver ancora mostrato completamente i loro effetti nei dati.

Capitolo V I movimenti di capitale e i tassi di rendimento

5.1) Prodotti marginali del capitale e flussi di capitale

Un ulteriore criticità del modello di Solow è relativa alla sua incapacità di spiegare le differenze nei rendimenti e perché i flussi di capitale internazionale non colmano tali differenze. Ipotizzando di trovarci in stato stazionario, si ha che il prodotto marginale del capitale al netto dell'ammortamento del capitale stesso risulterà essere pari a

$$PMK - c = a * \frac{n+g+c}{s_k} - c \quad (26)$$

Si può notare che la produttività marginale del capitale aumenta all'aumentare del tasso di ammortamento del capitale, del tasso di crescita della tecnologia e del tasso di crescita della forza lavoro, mentre va a decrescere al crescere del tasso di risparmio. Quindi il modello di Solow prevedrebbe, a parità di altre condizioni, un rendimento marginale del capitale più alto nei paesi con più elevato tasso di ammortamento del capitale, di crescita della forza lavoro o della tecnologia o con tassi di risparmio più bassi. Va ricordato che in un contesto di economia neoclassica il prodotto marginale del capitale è pari al tasso di interesse reale r . In varie analisi empiriche è stato però osservato che i differenziali tra i tassi di interesse reali sono minori dei differenziali tra prodotti marginali stimati del capitale nei vari paesi. È stato inoltre osservato che i paesi che hanno elevati tassi di risparmio interni tendono ad avere anche forti investimenti interni piuttosto che avere grandi surplus di partite correnti (si ricordi che un paese con forti avanzi di partite correnti presta denaro all'estero diventando creditore netto nei confronti del resto del mondo, sperimentando un forte deflusso di capitali); questo fatto sembrerebbe indicare che non esistono differenziali nel rendimento marginale del capitale (e dunque nei tassi di interesse reali) tali da indurre gli investitori a portare i loro capitali nei paesi sottosviluppati. Pertanto non ci sarebbe alcuna evidenza a favore dell'ipotesi che i capitali fluiscono dai paesi con alti tassi di risparmio a quelli con bassi tassi di risparmio come dovrebbe accadere

³⁰ Ciò accade perché si ha che $y = k^a$ (considerando il modello senza capitale umano). Si ha che $\frac{\partial y}{\partial k} = ak^{a-1} = PMK$

In stato stazionario si ha che il livello di capitale è pari a $k(t) = \left[\frac{s(t)}{n+g+c}\right]^{\frac{1}{1-a}}$. Sostituendo si ottiene

$$PMK = a \left[\frac{s_k}{n+g+c}\right]^{\frac{1}{1-a} a-1} = a \left[\frac{s_k}{n+g+c}\right]^{\frac{1}{1-a} -(1-a)} = a \left[\frac{s_k}{n+g+c}\right]^{-1} = a \frac{n+g+c}{s_k}.$$

Sottraendo c da entrambi i membri si ottiene proprio la (26)

se fossero vere le previsioni del modello di Solow circa i differenziali nei tassi di rendimento. La risposta degli autori del paper a tali obiezioni è che l'uguaglianza tra prodotti marginali del capitale e tassi di interesse reali è verificata solo nel caso di mercati finanziari perfetti e investitori perfettamente razionali. Inoltre l'uguaglianza vale solo nel caso di pieno impiego (che di rado si verifica). Un'altra risposta prende in considerazione il fatto che nei paesi poveri (dove è ragionevole aspettarsi un prodotto marginale del capitale più elevato) molti investimenti sono finanziati mediante capitale pubblico. Inoltre molto spesso i governi dei paesi poveri tendono a effettuare nazionalizzazioni (si pensi, ad esempio, alle nazionalizzazioni effettuate dal governo del Venezuela); tali comportamenti spingono i risparmiatori a evitare investimenti nei paesi poveri. Un altro problema potrebbe essere connesso alle eventuali barriere alla movimentazione dei capitali (si pensi ad esempio al controllo esercitato dalle autorità cinesi sui flussi di capitali in ingresso e in uscita dal paese). E' possibile desumere elementi a favore delle argomentazioni degli studiosi da un'analisi condotta sulle variazioni internazionali del saggio di profitto. Se il rendimento del capitale è pari al suo prodotto marginale, il prodotto marginale stesso può essere calcolato come

$$PMK = \frac{a}{\frac{K}{Y}}$$

Dove a rappresenta la quota di reddito destinata al capitale e K/Y il rapporto capitale reddito. E' possibile notare che il parametro a presenta una notevole stabilità tra i paesi del mondo, mentre varia in maniera assai significativa il rapporto capitale reddito. Infatti i paesi poveri hanno un rapporto capitale reddito molto vicino a 1, mentre i paesi ricchi hanno un rapporto capitale reddito vicino a 3. Questo indica che ci sono notevoli differenze nel rendimento del capitale tra paesi ricchi e paesi poveri. Da alcune ricerche condotte sull'argomento è emerso che nel corso degli anni i governi dei paesi sottosviluppati hanno nazionalizzato circa il 19% del capitale straniero. E' probabile che questa tendenza alla nazionalizzazione induca gli investitori a non portare i propri capitali nei paesi poveri. Sicuramente il fenomeno delle nazionalizzazioni contribuisce a bloccare i flussi di capitale dai paesi ricchi ai paesi poveri, contribuendo al mantenimento di elevati differenziali nella produttività marginale del capitale impedendo l'accumulazione di quest'ultimo nei paesi poveri. Un'evidenza a favore dell'ipotesi di ritorni marginali del capitale crescenti al decrescere del tasso di risparmio è data dall'analisi dei rendimenti legati all'istruzione. Il prodotto marginale di un anno di istruzione aggiuntiva (che può essere considerato come un investimento in capitale umano) è dato dall'incremento del salario dovuto a tale anno di

istruzione aggiuntiva. Emerge dai dati che nei paesi poveri (dove gli investimenti nell'istruzione sono sicuramente più bassi) gli incrementi di salario dovuti ad un anno di istruzione in più sono maggiori rispetto a quelli ottenuti nei paesi ricchi; ciò sembra dimostrare che nei paesi poveri il prodotto marginale del capitale umano è più elevato rispetto a quello che caratterizza i paesi ricchi. Quindi risulterebbe confermata l'ipotesi per la quale esiste una relazione inversa tra produttività marginale del capitale e tasso di risparmio.

5.2) Le analisi di Lucas

Un' interessante analisi circa i movimenti internazionali di capitale è stata effettuata da Robert Lucas nel suo paper "Why doesn't capital flows from rich to poor countries?". Lucas parte dall'ipotesi che esistano due economie che producono i medesimi beni con la medesima funzione di produzione (si ipotizza che i due paesi abbiano la stessa tecnologia) e i medesimi ritorni di scala. Con queste ipotesi si ha che eventuali differenze nel reddito per lavoratore saranno dovute solo alla differente dotazione di capitale per lavoratore. Se i rendimenti marginali del capitale sono decrescenti e valgono le ipotesi fatte in precedenza, in breve le differenze nel reddito per lavoratore tra i paesi dovrebbero annullarsi, in quanto il paese con meno capitale presenterebbe rendimenti marginali dello stesso più elevati. Ciò indurrebbe i risparmiatori del paese ricco a effettuare investimenti nel paese povero, elevando gradualmente il capitale per lavoratore in quest'ultimo. Il meccanismo descritto continuerebbe fintanto che il livello di capitale per lavoratore (e quindi il livello di reddito per lavoratore) nei due paesi non fosse lo stesso. A quel punto anche i redditi per lavoratore dei due paesi sarebbero gli stessi. Se l'evidenza empirica effettivamente indica la tendenza dei paesi ricchi a investire nei paesi poveri, sembra che tali flussi non siano sufficienti a eliminare i differenziali tra i prodotti marginali del capitale dei paesi sviluppati e dei paesi non sviluppati. Lucas compie le sue analisi relativamente alla funzione di produzione

$$y(t) = Ak(t)^{\alpha} \quad (27)$$

Dove $y(t)$ è il livello di reddito per lavoratore in t e $k(t)$ è il livello di capitale per lavoratore in t , A rappresenta la tecnologia e a rappresenta la quota di prodotto destinata alla remunerazione del capitale. Il prodotto marginale del capitale sarà pari a

$$PMK = Aak(t)^{\alpha-1} \quad (28)$$

In termini di reddito per lavoratore la produttività marginale del capitale sarà pari a

$$PMK = aA^{\frac{1}{a}}y^{\frac{a-1}{a}} \quad (29)$$

Lucas nota che il prodotto per lavoratore statunitense nel 1988 è stato 15 volte superiore al prodotto per lavoratore dell'India. Ipotizzando una $a = 0,4$, A uguale per entrambi i paesi e che $PMK=r$ (con r che rappresenta il tasso di interesse reale) si ha

$$\frac{r_{india}}{r_{usa}} = \frac{0,4A^{0,4}(y_{india})^{-1,5}}{0,4A^{0,4}(15y_{india})^{-1,5}} = 15^{1,5} = 58$$

Dunque risulta che il prodotto marginale del capitale in India sia 58 volte più elevato rispetto al prodotto marginale del capitale degli USA. Un tale differenziale di rendimento avrebbe dovuto determinare un enorme deflusso di capitali statunitensi verso l'India, cosa che invece non è stata osservata. Lucas propone una serie di spiegazioni per far fronte a tale problema. La prima spiegazione data da Lucas è che è sbagliato considerare la forza lavoro indiana al pari di quella statunitense. Difatti i lavoratori statunitensi sono indubbiamente più produttivi di quelli indiani. Per quantificare la differenza di produttività tra indiani e statunitensi Lucas ricorre alle analisi condotte da Anne Krueger. Tali analisi evidenziavano che, qualora l'India avesse avuto a disposizione il medesimo livello di capitale degli Stati Uniti, l'India stessa avrebbe raggiunto un livello di reddito complessivo pari a 0,38 volte quello statunitense. Ipotizzando che la quota di reddito riconosciuta al lavoro sia pari a 0,6, si ha che un lavoratore statunitense risulta essere produttivo quanto 5 indiani³². Pertanto in termini di lavoratori effettivi, il prodotto per lavoratore statunitense risulta essere solo 3 volte quello indiano. In questo caso si avrà che $\frac{r_{india}}{r_{usa}} = (3)^{1,5} = 5$. Il prodotto marginale del capitale in India sarebbe quindi 5 volte più alto di quello statunitense. Si tratta di una notevole riduzione rispetto alle stime precedenti; tuttavia il

³¹ Dalle 27 emerge che

$$k(t) = \left(\frac{y(t)}{A}\right)^{\frac{1}{a}}$$

Sostituendo nella 28 si ottiene

$$\begin{aligned} PMK &= Aa\left[\left(\frac{y(t)}{A}\right)^{\frac{1}{a}}\right]^{a-1} = Aa\left[\left(\frac{y(t)}{A}\right)^{1-\frac{1}{a}}\right] = Aa\left[\frac{y(t)}{A}\right]\left[\frac{y(t)}{A}\right]^{\frac{-1}{a}} = a[y(t)]\left[\frac{A}{y(t)}\right]^{\frac{1}{a}} \\ &= a\frac{y(t)}{y(t)^{\frac{1}{a}}}A^{\frac{1}{a}} = a[y(t)]^{\frac{a-1}{a}}A^{\frac{1}{a}} \end{aligned}$$

³² In termini di prodotto complessivo si ha una funzione di produzione del tipo

$$Y = K^{0,4}L^{0,6} \text{ Si ha che } \frac{Y_{india}}{Y_{stati\ uniti}} = \frac{0,38Y_{stati\ uniti}}{Y_{stati\ uniti}} = 0,38 = \frac{K^{0,4}L_{india}^{0,6}}{K^{0,4}L_{stati\ uniti}^{0,6}} \text{ Da ciò discende che } \frac{L_{india}}{L_{stati\ uniti}} = (0,38)^{\frac{1}{0,6}} = 0,2 \rightarrow L_{india} = 0,2 L_{stati\ uniti}$$

differenziale dei prodotti marginali rimarrebbe abbastanza elevato da determinare comunque flussi di capitale in uscita dagli Stati Uniti verso l'India. Ad ogni modo Lucas nota che, qualora i differenziali di prodotto marginale fossero stati azzerati dal considerare le differenze nella qualità della forza lavoro, il risultato sarebbe stato comunque insoddisfacente, in quanto esso avrebbe determinato l'impossibilità nello spiegare i flussi migratori dai paesi poveri ai paesi ricchi. Infatti se si ipotizza che due paesi abbiano rendimenti di scala costanti e siano caratterizzati dal medesimo prodotto marginale del capitale, si ha che il prodotto marginale del lavoro (e quindi i salari) nei due paesi deve essere uguale per lavoratori con le medesime competenze. Pertanto non esisterebbe nessun incentivo per i lavoratori dei paesi poveri ad emigrare verso i paesi ricchi (il che va palesemente contro l'evidenza empirica, in quanto è possibile osservare ingenti flussi migratori diretti verso i paesi ricchi). Un'altra spiegazione che Lucas fornisce per spiegare la mancanza di ingenti flussi di capitale diretti verso i paesi poveri prende in considerazione le imperfezioni che caratterizzano i mercati finanziari. In particolare, affinché i capitali dei paesi avanzati giungano ai paesi poveri è necessario in prima battuta che questi ultimi si indebitino con i primi accumulando disavanzi nelle partite correnti. Successivamente si osserverebbe un secondo flusso finanziario, diretto dai paesi poveri ai paesi ricchi, costituito dai dividendi e dagli interessi che andrebbero a remunerare gli investitori residenti nei paesi sviluppati. E' evidente che tale meccanismo di trasferimento dei capitali può funzionare solo e soltanto in presenza di un sistema che sia in grado di garantire il rispetto da parte dei paesi indebitati dei propri impegni. Difatti i paesi poveri avrebbero tutto l'interesse a far affluire i capitali dei paesi sviluppati all'interno delle loro economie per poi ripudiare il debito estero, evitando quindi di corrispondere agli investitori dei paesi ricchi quanto dovuto. E' evidente che i residenti nei paesi ricchi, consci del rischio di perdere il loro capitale, sceglierebbero di non investire nei paesi poveri e preferiranno investire in patria i propri capitali (o, alternativamente, investiranno in paesi che assicurano adeguata tutela giuridica agli investitori stranieri). Anche se questa spiegazione appare di primo acchito convincente, Lucas nota che per lunghi periodi i paesi poveri sono stati assoggettati agli imperi coloniali europei (si pensi, ad esempio, all'Impero Britannico). Nell'ambito degli imperi europei i prestiti concessi nelle colonie era giuridicamente tutelati nello stesso modo in cui lo erano i prestiti effettuati in patria. E' quindi evidente che non esisteva durante quel periodo il rischio di ripudio del debito estero da parte delle autorità nazionali dei paesi colonizzati (che, quando esistevano, erano comunque alle dipendenze dei governi europei). Tuttavia, anche durante l'età imperialistica, non sono stati registrati flussi di capitali così intensi da azzerare le

differenze tra le produttività marginali tra i paesi colonizzatori e le loro colonie . Per spiegare questo paradosso Lucas fa notare (sulla scorta delle osservazioni formulate da Adam Smith circa la gestione da parte delle autorità europee dei loro domini) che non necessariamente il paese colonizzatore lascia che il mercato dei capitali delle colonie operi liberamente , in quanto non necessariamente è desiderio del colonizzatore che si verifichi il pareggio tra le produttività marginali del capitale del territorio metropolitano e delle colonie. Infatti il paese colonizzatore è di norma in grado di esercitare un potere di monopolio sul mercato dei capitali e ,da monopolista, è in grado di scegliere il livello di capitale per lavoratore del paese colonizzato in maniera tale da trarre il massimo vantaggio possibile dallo sfruttamento della colonia stessa. In particolare, si ipotizzi che il paese colonizzato sia privo di capitale proprio e che non sia in grado di accumularne ; si immagini che la funzione di produzione della colonia sia $y = f(x) = k(t)^a$. Si ipotizzi inoltre che il paese colonizzatore non sia in grado di influenzare il livello dei salari nel paese colonizzato .Si ha che il paese colonizzatore deve risolvere il seguente problema di massimizzazione del profitto

$$S = f(x) - [f(x) - xf'(x)] - rx \quad (30)$$

Dove x è il livello di capitale per lavoratore e r è il tasso di interesse reale praticato sui mercati internazionali a cui il paese colonialista ha accesso. Il termine $[f(x) - xf'(x)]$ rappresenta invece i salari (con $f'(x)$ che rappresenta il prodotto marginale del capitale, essendo la derivata della funzione di produzione rispetto al livello di capitale per lavoratore) . Infatti ,ricordando che per le funzioni di produzione Cobb Douglas vale il teorema di esaurimento del prodotto ,si ha che la remunerazione del fattore lavoro è pari al reddito complessivo meno la remunerazione complessiva del fattore capitale (che è proprio pari a $[f(x) - xf'(x)]$ in quanto il primo termine $f(x)$ è il reddito totale, mentre il secondo termine $xf'(x)$ rappresenta la remunerazione del capitale) .Per massimizzare il profitto è necessario in primo luogo derivare rispetto a x la (30) .

$$\frac{\partial S}{\partial x} = +f'(x) + xf''(x) - r \quad (31)$$

In secondo luogo è necessario porre la (31) uguale a 0 . Il livello di capitale per lavoratore che massimizzerà il profitto sarà quello per cui vale la condizione

$$f'(x) = r - xf''(x) \quad (32)$$

Il livello di capitale per lavoratore ottimo sarà dunque quello per il quale vale l'uguaglianza tra il prodotto marginale del capitale e la somma tra il tasso di interesse reale sul mercato finanziario internazionale e la derivata del salario reale nella colonia rispetto al capitale per lavoratore stesso³³. Risulta dunque evidente che il paese colonialista ha interesse a limitare i flussi di capitali in ingresso diretti verso la sua colonia per massimizzare i propri benefici. Con la funzione di produzione ipotizzata, si ha che $r = a^2 k^{a-1} = af'(x)$ ³⁴. Ipotizzando un valore di a pari a 0,4 dalla (33) emerge che il rendimento reale nel paese colonizzato sarà 2,5 volte quello del paese colonizzatore³⁵. La possibilità di ottenere un extra-rendimento così elevato sicuramente giustifica la creazione di istituzioni atte al mantenimento dello stesso, quali ad esempio la creazione di compagnie monopolistiche (si pensi a istituzioni quali la East India Company britannica). Lucas conclude la sua analisi evidenziando come la fine degli imperi coloniali non abbia posto fine alla pratica di limitare l'accumulazione di capitale per lavoratore nei paesi sottosviluppati tramite la limitazione dei flussi di capitale in ingresso. Sono infatti presenti nella storia post-coloniale esempi di paesi che hanno adottato regimi fiscali particolarmente sfavorevoli all'ingresso di capitale straniero (Lucas fa l'esempio dell'Indonesia e dell'Iran). L'assenza di flussi di capitale tali da favorire una sufficiente dotazione di capitale per lavoratore nei paesi sottosviluppati andrebbe quindi ricercata, secondo Lucas, nella differente qualità del capitale umano, nelle imperfezioni dei mercati finanziari (nel senso del rischio di nazionalizzazione o di ripudio del debito da parte dei governi dei paesi sottosviluppati) o nell'attitudine dei poteri coloniali prima e dei governi dei paesi del Terzo Mondo poi a limitare i flussi di capitale in ingresso per massimizzare i profitti derivanti dal potere monopolistico esercitato sui mercati finanziari. Di fatto le analisi di Lucas sembrano confermare il convincimento di Mankiw, Romer e Weil circa il fatto che i differenziali nel rendimento marginale del capitale tra i vari paesi del mondo non costituiscono un'evidenza empirica a sfavore del modello di Solow, ma riflettono piuttosto una serie di fattori istituzionali che impediscono il perfetto funzionamento dei mercati finanziari.

³³ Tale valore è dato da xf'' : questo perché essendo i salari pari a $f(x) - xf'(x)$ si ha che la derivata prima dei salari reali rispetto al capitale per lavoratore è dato da $f'(x) - f'(x) - xf''(x) = -xf''(x)$.

³⁴ Dalla 32 si ha che $r = f'(x) + xf''(x) = ak(t)^{a-1} + k(t)a(a-1)k(t)^{a-2} = ak(t)^{a-1} + a^2k(t)^{a-1} - ak(t)^{a-1} = a f'(x)$

³⁵ Si ha infatti che $\frac{r_{colonia}}{r_{colonizzatore}} = \frac{ak(t)^{-0,6}}{0,4 ak(t)^{-0,6}} = \frac{1}{0,4} = 2,5$

Capitolo VI Verifica empirica personale

Ho cercato di replicare l'analisi empirica condotta da Mankiw, Romer e Weil utilizzando dati maggiormente recenti. Ho puntato la mia attenzione su due set di dati: il primo set è riferito a 20 paesi appartenenti all'OECD: Australia, Austria, Belgio, Canada, Danimarca, Finlandia, Francia, Germania, Grecia, Italia, Messico, Olanda, Nuova Zelanda, Portogallo, Spagna, Svezia, Svizzera, Turchia, Gran Bretagna e Stati Uniti. Ho escluso dalla mia analisi Norvegia e Giappone, anche se facenti parte dell'OECD. Per quanto riguarda la Norvegia l'esclusione è stata determinata dal fatto che tale paese è un grande produttore di petrolio. Per quanto riguarda il Giappone l'esclusione è stata determinata dal fatto che tale paese è stato duramente colpito da una grave crisi economica e finanziaria durante gli anni 90 (il cosiddetto decennio perduto), e quindi probabilmente includere tale paese nell'analisi avrebbe distorto le stime. Nel secondo set di dati sono inseriti tutti i paesi per i quali è stato possibile reperire i dati (con l'esclusione dei paesi produttori di petrolio). I paesi inclusi sono Australia, Austria, Belgio, Brasile, Bulgaria, Canada, Costa Rica, Croazia, Cipro, Repubblica Ceca, Danimarca, Estonia, Finlandia, Francia, Germania, Grecia, Ungheria, Indonesia, Irlanda, Israele, Italia, Corea del Sud, Messico, Olanda, Nuova Zelanda, Perù, Polonia, Portogallo, Romania, Federazione Russa, Singapore, Slovacchia, Slovenia, Spagna, Svezia, Svizzera, Trinidad e Tobago, Turchia, Regno Unito, Stati Uniti e Uruguay. Il periodo considerato va dal 1991 al 2007. Ho scelto di interrompere la serie storica nel 2007 in quanto la grave crisi economica che ha colpito l'economia globale in seguito al fallimento della Lehman Brothers è un elemento ciclico di tale gravità e entità da poter alterare la bontà delle stime. I dati circa il reddito per lavoratore, il tasso di risparmio e la popolazione attiva sono tratti dal database Penn World Table. I dati relativi al reddito per lavoratore sono calcolati a prezzi costanti (espressi in termini di dollari del 2005) e sulla base della parità del potere di acquisto. Relativamente al tasso di risparmio ho deciso di utilizzare la medesima proxy utilizzata dai ricercatori (cioè la quota del PIL destinata agli investimenti). I dati circa l'istruzione sono stati invece tratti dal database della Banca Mondiale. Come si ricorderà, i ricercatori, per misurare l'investimento in capitale umano, utilizzavano la proxy School, ottenuta moltiplicando la percentuale di popolazione in età scolare per la percentuale della popolazione in età scolare che stava effettivamente frequentando istituti scolastici. Io tuttavia ho deciso di modificare tale proxy, in quanto la variabile school così come definita dai ricercatori risente della percentuale di popolazione in età scolare; essendo in atto nei paesi industrializzati un processo di invecchiamento della

popolazione la variabile *school* decresce nel tempo, in quanto diminuisce la percentuale della popolazione in età scolare senza che a ciò necessariamente si accompagni una riduzione del capitale umano accumulato dal paese (l'invecchiamento ha portato pressoché tutti i paesi industrializzati a varare riforme pensionistiche che hanno aumentato l'età pensionabile, il che favorisce la permanenza sul mercato del lavoro dei soggetti istruiti negli anni precedenti). Ho quindi deciso di utilizzare come proxy del livello di capitale umano la percentuale di forza lavoro dotata di un diploma di scuola secondaria superiore. Tale misura appare valida in quanto non risente della diminuzione di popolazione in età scolare; è inoltre in grado di fornire (anche se in via approssimativa) un'indicazione circa il livello di istruzione medio della forza lavoro. Ho deciso di modificare anche il valore della somma $g+c$, dove g va a rappresentare il tasso di crescita della tecnologia e c il tasso di ammortamento del capitale, adottando un valore pari a 0,1 laddove gli studiosi ipotizzavano un valore pari a 0,05. Ho deciso di rivedere al rialzo le ipotesi circa la somma tra g e c in quanto è abbastanza ragionevole ipotizzare che con l'avvento dell'era digitale il progresso tecnologico abbia subito un'accelerazione. È anche assai probabile che il tasso di ammortamento del capitale sia aumentato, in quanto l'obsolescenza del capitale fisico (in particolare computer e altri apparecchi digitali) è probabilmente aumentata in virtù dell'accresciuta rapidità dello sviluppo della tecnologia. Comunque, come già osservato dai ricercatori, variazioni di piccola entità del valore adottato di $g+c$ non modificano di molto le stime.

Parte A: Test relativo alla struttura del modello

Il primo modello stimato è riferito alla struttura classica del modello di Solow (che considera solo capitale fisico e forza lavoro) è definito come

$$\ln y_c = \beta_0 + \beta_1 \ln k_y + \beta_2 \ln n_g_c + \varepsilon \quad (a)$$

Dove $\ln y_c$ rappresenta la variabile dipendente (individuata in termini di logaritmo del reddito per lavoratore nel 2007), mentre $\ln k_y$ (il logaritmo del tasso di investimento medio del periodo 1991-2007) e $\ln n_g_c$ (il logaritmo della somma tra n , c e g , dove n rappresenta il tasso di crescita medio della forza lavoro nel periodo 1991-2007) rappresentano le variabili esplicative. Il termine ε rappresenta invece il disturbo stocastico. Tale modello è analogo a quello definito dall'equazione 10 ($\ln k_y$ corrisponde a

$\ln \frac{I}{GDP}$). Il modello è di tipo log-log : pertanto, parametri β_1 e β_2 rappresentano rispettivamente l' elasticità del reddito per lavoratore nel 2007 rispetto al tasso di investimento medio del periodo 1991-2007 e l'elasticità del reddito per lavoratore rispetto alla somma $n+g+c$. Affinché le previsioni del modello di Solow siano verificate è necessario che il coefficiente β_1 abbia segno positivo , mentre il coefficiente β_2 dovrebbe avere segno negativo. Inoltre dovrebbe sussistere la relazione $\beta_1 = -\beta_2$. I risultati della regressione per il primo set di osservazioni sono evidenziati nella tabella 1, mentre i risultati per il secondo set di dati sono evidenziati nella tavola 2 .

Tavola 1

Source	SS	df	MS			
Model	.25442322	2	.12721161	Number of obs = 20		
Residual	1.19919032	17	.070540607	F(2, 17) = 1.80		
Total	1.45361354	19	.076505976	Prob > F = 0.1949		
				R-squared = 0.1750		
				Adj R-squared = 0.0780		
				Root MSE = .26559		

lnyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y	.1940361	.4228885	0.46	0.652	-.6981806	1.086253
ln_n_g_c	-2.448356	1.291255	-1.90	0.075	-5.172665	.2759526
_cons	5.94973	2.818005	2.11	0.050	.0042586	11.8952

Tavola 2

Source	SS	df	MS			
Model	2.27389998	2	1.13694999	Number of obs = 42		
Residual	10.9323397	39	.280316402	F(2, 39) = 4.06		
Total	13.2062397	41	.322103406	Prob > F = 0.0251		
				R-squared = 0.1722		
				Adj R-squared = 0.1297		
				Root MSE = .52945		

lnyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y	1.330863	.4798182	2.77	0.008	.360339	2.301387
ln_n_g_c	-1.335894	.8261687	-1.62	0.114	-3.006978	.3351898
_cons	9.788008	1.694019	5.78	0.000	6.361531	13.21449

Come è possibile osservare le previsioni circa il segno dei coefficienti sono verificate : infatti per entrambi i gruppi di osservazioni il segno del coefficiente associato a \ln_k_y è positivo, mentre il segno del coefficiente associato a $\ln_n_g_c$ è negativo . Ciò indica che il reddito per lavoratore reagisce positivamente ad un incremento del risparmio e negativamente a un incremento del tasso di crescita della forza lavoro , del tasso di ammortamento del capitale e del tasso di crescita della tecnologia . In particolare, si ha che ad una variazione dell' uno per cento del tasso di risparmio corrisponde una variazione attesa del livello di reddito per lavoratore pari rispettivamente allo 0,19% e all' 1,33% per il primo e il secondo

gruppo di osservazioni , mentre a un aumento dell' uno per cento della somma $n+g+c$ corrisponde una diminuzione attesa del reddito per lavoratore del $-2,44\%$ per il primo gruppo e del $-1,33\%$ per il secondo gruppo . Il valore di R^2 corretto è pari per il primo gruppo a $0,078$; ciò significa che il modello è in grado di spiegare circa il $7,8\%$ della varianza della variabile dipendente. Per il secondo gruppo si osserva invece un R^2 corretto pari a $0,13$. In questo caso la frazione di varianza della variabile dipendente spiegata dal modello è dunque del 13% . Esistono alcuni problemi. In primo luogo , il coefficiente β_1 per il primo gruppo non è significativo . Difatti, impostando un test di ipotesi t con ipotesi nulla $H_0: \beta_1=0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta_1 \neq 0$ si ottiene una t-test pari a $0,46$. Il valore limite ad un livello di significatività del 5% su una t con 17 gradi di libertà è pari a $2,11$. Essendo la t-test inferiore al valore limite , si ha che il coefficiente β_1 non è significativo .Va comunque sottolineato che i paesi inclusi nell'esempio sono i paesi appartenenti all'OECD (con l'esclusione di Norvegia e Giappone per i motivi di cui sopra si è detto) e che , come evidenziato nel paragrafo 2.1.2, anche Mankiw Romer e Weil si erano trovati a far fronte ad un coefficiente associato al risparmio non significativo per i paesi appartenenti all'OECD nell'ambito delle analisi condotte sul modello 10 . β_1 per il secondo gruppo di osservazioni è invece significativo ad un livello del 5% . Il coefficiente β_2 è non significativo per entrambi i gruppi di osservazioni per un livello di significatività del 5% ; ripetendo il test già proposto per β_1 si ottiene una t-test pari a $-1,90$ per il primo gruppo e $-1,62$ per il secondo gruppo ; il valore limite per la significatività al 5% è pari a $2,11$ per il primo gruppo e $2,011$ per il secondo gruppo . Essendo il valore assoluto del t-test inferiore rispetto al valore limite per entrambi i set di osservazioni si ha che entrambi i coefficienti non sono significativi ad un livello del 5% . Il secondo passo consiste nel testare l'ipotesi per la quale i coefficienti β_1 e β_2 sono opposti in segno e uguali in grandezza .Per verificare se vale tale relazione è necessario inserire nel modello la restrizione $\beta_1 = -\beta_2$. Il modello risultante sarà

$$\ln(y_c) = \beta_0 + \beta_1 \ln_{k_y_n_g_c} + \varepsilon \quad (b)$$

Dove $\ln_{k_y_n_g_c}$ è uguale a $\ln\left(\frac{k_y}{n_g_c}\right)$

I risultati per il primo set di dati sono evidenziati nella tavola 3 , mentre quelli per il secondo set di dati sono evidenziati nella tavola 4 .

³⁶ Il modello (b) viene derivato sostituendo a $\beta_2 -\beta_1$ nel modello (a) . Si ottiene $\ln y_c = \beta_0 + \beta_1 \ln_{k_y} - \beta_1 \ln_{n_g_c} + \varepsilon \rightarrow \ln y_c = \beta_0 + \beta_1 [\ln_{k_y} - \ln_{n_g_c}] + \varepsilon$; sfruttando le proprietà dei logaritmi si ottiene $\ln y_c = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{y_c}{n_g c}\right) + \varepsilon$

Tavola 3

Source	SS	df	MS			
Model	.090079976	1	.090079976	Number of obs =	20	
Residual	1.36353357	18	.075751865	F(1, 18) =	1.19	
Total	1.45361354	19	.076505976	Prob > F =	0.2899	
				R-squared =	0.0620	
				Adj R-squared =	0.0099	
				Root MSE =	.27523	

lnyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y_n_g_c	.4400276	.4035176	1.09	0.290	-.4077314	1.287787
_cons	10.49806	.5538251	18.96	0.000	9.334519	11.66161

Tavola 4

Source	SS	df	MS			
Model	2.27388849	1	2.27388849	Number of obs =	42	
Residual	10.9323512	40	.273308779	F(1, 40) =	8.32	
Total	13.2062397	41	.322103406	Prob > F =	0.0063	
				R-squared =	0.1722	
				Adj R-squared =	0.1515	
				Root MSE =	.52279	

lnyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y_n_g_c	1.331551	.4616364	2.88	0.006	.3985492	2.264553
_cons	9.79858	.3422974	28.63	0.000	9.106772	10.49039

E' possibile osservare che il coefficiente β_1 stimato è significativo ad un livello del 5% solo per il secondo gruppo di osservazioni. Per verificare se la restrizione è valida è necessario effettuare un test F. In primo luogo bisogna definire l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa. L'ipotesi nulla sarà $H_0: \beta_1 = -\beta_2$, mentre l'ipotesi alternativa sarà $H_a: \beta_1 \neq -\beta_2$. La F-test in questo caso è pari a $F\text{-test} = \frac{(1,36-1,19)/1}{1,19/(20-3)} = 2,42$ per quanto riguarda il primo gruppo e $F\text{-test} = \frac{(10,93235-10,93233)/1}{10,93233/39} = 0,0000713$ per quel che riguarda il secondo gruppo. Il valore limite per un livello di significatività del 5% su una F(1;17) è pari a 4,45, mentre per una F(1;39) è pari a 4,08. Essendo il valore della F-test superiore rispetto al valore limite si rifiuta l'ipotesi nulla. Pertanto c'è evidenza empirica a favore della sussistenza della relazione $\beta_1 = -\beta_2$ sia per quanto riguarda il primo set di osservazioni sia per quanto riguarda il secondo set di osservazioni. Dalle regressioni relative al modello (b) è possibile ottenere una stima del valore del parametro a per entrambi i gruppi di osservazioni. Vale infatti, come si evince dal modello 10, la relazione $\beta_1 = \frac{a}{1-a}$. Si ha che l' a stimato per il

primo gruppo di osservazioni è pari a 0,3³⁷. Pertanto la quota di reddito complessivo destinata alla remunerazione del capitale secondo tali stime sarebbe pari al 30 % del reddito complessivo. Tale valore è vicino alla percentuale di un terzo che normalmente si osserva nella realtà. Per quanto riguarda il secondo gruppo si ha che è stimato a 0,57³⁸. Pertanto nel secondo gruppo si ha che la quota di reddito destinata a remunerare il capitale fisico dovrebbe essere pari al 57% del reddito complessivo. In questo caso dunque è evidente una forte sovrastima del parametro a rispetto a quanto si osserva nella realtà. Le stime dei modelli (a) e (b) confermano quindi le ipotesi del modello di Solow circa gli effetti generali di variabili quali il risparmio o il tasso di crescita della forza lavoro sul livello di reddito; è confermata anche l'ipotesi per la quale i coefficienti β_1 e β_2 hanno segno opposto e valore assoluto uguale. Meno soddisfacente appare la capacità del modello di spiegare la quota di reddito complessivo attribuita alla remunerazione del capitale per quanto riguarda il secondo set di osservazioni, dove c'è una sovrastima del parametro a, mentre per il gruppo OECD le stime sono abbastanza precise. Da notare che tali risultati presentano una certa analogia con quanto osservato da Mankiw, Romer e Weil relativamente alla stima del modello classico.

Il terzo modello preso in considerazione introduce il capitale umano tra le variabili esplicative considerate ed è definito come

$$\ln(y_c) = \beta_0 + \beta_1 \ln k_y + \beta_2 \ln n_g c + \beta_3 \ln \text{scuolasecondariasuperiore} + \varepsilon \quad (c)$$

Il modello (c) è analogo rispetto al modello (18) ($\ln k_y$ corrisponde a $\ln \frac{I}{GDP}$, $\ln n_g c$ corrisponde a $\ln n_g c$ e $\ln \text{scuolasecondariasuperiore}$ corrisponde a $\ln(s_h)$). I risultati della regressione sono evidenziati nella tavola 4. Questo modello serve a verificare se l'inclusione del capitale umano riesce a migliorare la precisione del modello. Sarebbe positivo riscontrare un incremento di R^2 corretto; inoltre affinché il modello di Solow trovi conferma nei dati sarebbe necessario che il coefficiente β_3 fosse positivo (il che segnalerebbe un incremento del reddito per lavoratore quando aumenta il livello di capitale umano per lavoratore). I risultati della regressione per il primo gruppo di osservazioni sono evidenziati nella tavola 5, mentre quelli per il secondo gruppo sono evidenziati nella tavola 6.

³⁷ $\frac{a}{1-a} = 0,44 \rightarrow 0,44 - 0,44a = a \rightarrow 1,44a = 0,44 \rightarrow a = 0,3$.

³⁸ $\frac{a}{1-a} = 1,33 \rightarrow 1,33 - 1,33a = a \rightarrow 2,33a = 1,33 \rightarrow a = 0,57$

Tavola 5

Source	SS	df	MS			
Model	.82180271	3	.273934237	Number of obs =	20	
Residual	.631810833	16	.039488177	F(3, 16) =	6.94	
Total	1.45361354	19	.076505976	Prob > F =	0.0033	
				R-squared =	0.5654	
				Adj R-squared =	0.4839	
				Root MSE =	.19872	

Inyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y	.3426542	.3188224	1.07	0.298	-.3332191	1.018528
ln_n_g_c	-.7342409	1.066703	-0.69	0.501	-2.995551	1.527069
ln_scuolas~e	.4599629	.1213443	3.79	0.002	.2027244	.7172014
_cons	10.42691	2.416712	4.31	0.001	5.303711	15.55011

Tavola 6

Source	SS	df	MS			
Model	3.01640289	3	1.00546763	Number of obs =	41	
Residual	9.49259643	37	.25655666	F(3, 37) =	3.92	
Total	12.5089993	40	.312724983	Prob > F =	0.0159	
				R-squared =	0.2411	
				Adj R-squared =	0.1796	
				Root MSE =	.50651	

Inyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y	1.166045	.4711792	2.47	0.018	.2113453	2.120745
ln_n_g_c	-.2779604	.9081911	-0.31	0.761	-2.11813	1.56221
ln_scuolas~e	.4525178	.2094365	2.16	0.037	.0281592	.8768764
_cons	12.29077	1.949609	6.30	0.000	8.340488	16.24105

Salta immediatamente all'occhio che R^2 corretto del modello (c) è più elevato di quello del modello (a) per entrambi i set di osservazioni. Si passa infatti da 0,07 a 0,48 per quanto riguarda il primo gruppo di osservazioni, mentre per il secondo si passa 0,15 a 0,18. Si può osservare che il miglioramento è assai più significativo per il gruppo di paesi OECD rispetto al secondo gruppo di osservazioni. Un altro elemento positivo è che i coefficienti β_3 hanno segno positivo e sono significativi al 5% per entrambi i gruppi di osservazioni. Effettuando un test t con ipotesi nulla $H_0: \beta_3=0$ e $H_a: \beta_3 \neq 0$, si ottiene una statistica t pari a 3,92 per il primo gruppo e a 2,16 per quanto riguarda il secondo gruppo. Il valore limite per un livello di significatività del 5% è pari rispettivamente a 2,120 e a 2,028 per il primo e il secondo gruppo. Ciò significa che è possibile rifiutare l'ipotesi nulla ad un livello di significatività del 5%. Un altro aspetto interessante delle stime del modello (c) è dato dal fatto che i valori stimati dei coefficienti β_1 risultano più bassi rispetto ai valori stimati nel modello (a) per entrambi i gruppi. E' possibile osservare che lo stesso fenomeno si era verificato nelle

analisi di Mankiw , Romer e Weil nel passaggio dal modello privo di capitale umano a quello con inclusione di capitale umano . Il passo successivo per valutare l'efficacia del modello con inclusione di capitale umano è inserire la restrizione $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0$ ³⁹. Il modello risultante dall'introduzione di tale restrizione sarà

$$\ln(y_c) = \beta_0 + \beta_1 \ln_k_y_scuola + \beta_2 \ln_n_g_c_scuola + \varepsilon \quad (d)$$

Dove $\ln_k_y_scuola = \ln_k_y - \ln_scuolasecondariasuperiore$ e $\ln_n_g_c_scuola = \ln_n_g_c - \ln_scuolasecondariasuperiore$. I risultati della regressione sono evidenziati nella tavola 7 per il primo gruppo e nella tavola 8 per il secondo gruppo .

Tavola 7

Source	SS	df	MS			
Model	.821660223	2	.410830112	Number of obs =	20	
Residual	.63195332	17	.037173725	F(2, 17) =	11.05	
Total	1.45361354	19	.076505976	Prob > F =	0.0008	
				R-squared =	0.5653	
				Adj R-squared =	0.5141	
				Root MSE =	.1928	

lnyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y_scu-a	.3391073	.3039888	1.12	0.280	-.3022531	.9804677
ln_n_g_c_s-a	-.7951444	.3224082	-2.47	0.025	-1.475366	-.1149226
_cons	10.28263	.2641807	38.92	0.000	9.725257	10.84

Tavola 8

Source	SS	df	MS			
Model	2.52033362	2	1.26016681	Number of obs =	41	
Residual	9.9886657	38	.262859624	F(2, 38) =	4.79	
Total	12.5089993	40	.312724983	Prob > F =	0.0139	
				R-squared =	0.2015	
				Adj R-squared =	0.1595	
				Root MSE =	.5127	

lnyc	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln_k_y_n_g_c	1.088334	.4735653	2.30	0.027	.1296511	2.047017
ln_n_g_c_s-l	-.2722249	.1664844	-1.64	0.110	-.6092549	.0648052
_cons	9.631012	.3818149	25.22	0.000	8.858069	10.40396

Per testare se la restrizione può essere rifiutata o meno è necessario effettuare un test F con ipotesi nulla $H_0: \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \neq 0$. La F-test sarà

³⁹ Si ricordi che dalla (17) si evidenzia come secondo il modello di Solow valga $\beta_1 = \frac{a}{1-a-b}$
 $\beta_2 = \frac{-(a+b)}{1-a-b}$ e $\beta_3 = \frac{b}{1-a-b}$

⁴⁰ La restrizione può essere scritta come $\beta_3 = -\beta_1 - \beta_2$. Sostituendo nel modello c si ottiene
 $\ln y_c = \beta_0 + \beta_1 \ln_k_y + \beta_2 \ln_n_g_c - (\beta_1 + \beta_2) (\ln_scuolasecondariasuperiore) + \varepsilon$ da cui
 $\ln y_c = \beta_0 + \beta_1 [\ln_k_y - \ln_scuolasecondariasuperiore] + \beta_2 [\ln_n_g_c - \ln_scuolasecondariasuperiore] + \varepsilon$

pari a $\frac{0,64-0,631/1}{0,631/16} = 0,22$ per quanto riguarda il primo gruppo di osservazioni, mentre la F-test per il secondo gruppo di osservazioni sarà pari a $F\text{-test} = \frac{9,98-9,49/1}{9,49/(41-4)} = 1,91$. Il valore limite per un livello di significatività del 5% su una F con (1;16) gradi di libertà è pari a 4,49, mentre il valore limite al 5% di significatività per una F(1;38) è pari a 4,08. Pertanto l'ipotesi nulla non può essere rifiutata per nessuno dei due gruppi di osservazioni. I valori di a e b che sono impliciti nei coefficienti derivanti dalla stima del modello (d) sono pari a 0,18 e 0,26 per quanto riguarda il primo gruppo, mentre per il secondo gruppo si ottengono valori anomali, con b negativo⁴¹. Le stime dei parametri a e b relative al primo set di osservazioni sono abbastanza vicine a quanto si osserva nella realtà (con una live sottostima per quanto riguarda a). Per quanto riguarda il secondo gruppo i valori stimati sono più controversi essendo il valore di b negativo. In generale il modello con l'inclusione del capitale umano mostra una maggiore capacità di interpretare i dati rispetto al modello originario.

Parte b Test relativo all'ipotesi di convergenza

In questa seconda parte ho testato l'ipotesi di convergenza tra i paesi. In un primo momento ho effettuato il test prendendo come riferimento l'equazione 24. Successivamente ho introdotto più variabili per verificare se le stime relative alla convergenza miglioravano. Il primo modello stimato è

$$\ln y_{c2007} - \ln y_{c1991} = \beta_0 + \beta_1 \ln y_{c1991} + \mu (e)$$

Dove la variabile dipendente $\ln y_{c2007} - \ln y_{c1991}$ è la differenza tra il logaritmo del reddito per lavoratore nel 2007 e il logaritmo del reddito per lavoratore nel 1991, la variabile esplicativa $\ln y_{c1991}$ è il logaritmo del reddito per lavoratore nel 1991, β_0 è l'intercetta e μ è il termine di errore. Anche questo è un modello del tipo log-log; pertanto si ha che i coefficienti associati alle variabili esplicative sono delle elasticità. Tale modello ha l'obiettivo di verificare se esiste convergenza non condizionata nel reddito (cioè se il reddito per lavoratore di tutti i paesi inseriti nel campione sta convergendo indipendentemente dai fondamentali diversi dei vari paesi). Costituirebbe evidenza a favore

⁴¹ Il modello è stimato in maniera tale che $\beta_1 = \frac{a}{1-a-b}$ e $\beta_2 = \frac{-(a+b)}{1-a-b}$. Il modello stimato fornisce le seguenti stime $\frac{a}{1-a-b} = 0,33$ e $\frac{-(a+b)}{1-a-b} = -0,79$. Si ha quindi che $(a+b) = -(1-a-b) \cdot 0,79 \rightarrow a+b = 0,29 \rightarrow a = 0,44 - b$. Sostituendo nella prima eguaglianza si ottiene $\frac{0,44-b}{1-0,44+b-b} = 0,33 \rightarrow 0,44 - b = 0,18 \rightarrow b = 0,26 \rightarrow a = 0,18$. Per il secondo gruppo si procede in maniera analoga.

dell'ipotesi di convergenza non condizionata un segno del coefficiente β_1 negativo ; difatti se emergesse che il segno di β_1 è negativo si avrebbe che ad un livello di reddito per lavoratore iniziale più elevato corrisponde una crescita del reddito per lavoratore stesso più basso nel periodo successivo .I risultati della regressione sono evidenziati nella tavola 9 per il primo gruppo e nella tavola 10 per il secondo gruppo .

Tavola 9

Source	SS	df	MS			
Model	.093522734	1	.093522734	Number of obs =	20	
Residual	.192082403	18	.010671245	F(1, 18) =	8.76	
Total	.285605137	19	.015031849	Prob > F =	0.0084	
				R-squared =	0.3275	
				Adj R-squared =	0.2901	
				Root MSE =	.1033	

logdiffere	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
lny1991	-.2140071	.0722898	-2.96	0.008	-.3658824	-.0621318
_cons	2.590809	.7827931	3.31	0.004	.9462218	4.235396

Tavola 10

Source	SS	df	MS			
Model	.28622514	1	.28622514	Number of obs =	42	
Residual	1.46995586	40	.036748896	F(1, 40) =	7.79	
Total	1.756181	41	.042833683	Prob > F =	0.0080	
				R-squared =	0.1630	
				Adj R-squared =	0.1421	
				Root MSE =	.1917	

logdiffere	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln1991	-.1350729	.048399	-2.79	0.008	-.2328909	-.0372548
_cons	1.762216	.5042538	3.49	0.001	.7430807	2.781351

Come è possibile osservare si ha che il coefficiente β_1 stimato è negativo e pari a -0,214 per il primo gruppo e -0,135 per il secondo gruppo . Pertanto l'ipotesi di convergenza non condizionata risulterebbe confermata dall'analisi empirica. Entrambi i coefficienti β_1 stimati sono significativi ad un livello del 5 % . Difatti, impostando un test t con ipotesi nulla $H_0: \beta_1=0$ e ipotesi alternativa $H_a : \beta_1 \neq 0$ si ottiene una t-test pari a -2,96 per il primo gruppo e -2,79 per il secondo gruppo. Il valore limite per un livello di significatività del 5% è pari a 2,10 per il primo gruppo e 2,021 per il secondo gruppo. Essendo il valore assoluto del t-test superiore rispetto ai valori limite è possibile rifiutare l'ipotesi nulla per entrambi i gruppi di osservazioni . Per quanto riguarda la bontà di adattamento ai dati della regressione si può notare che R^2 corretto è pari a 0,29 per il primo gruppo di osservazioni

e 0,14 per il secondo gruppo di osservazioni . Pertanto il logaritmo del reddito del 1991 riesce a spiegare rispettivamente il 29% e il 14 % della varianza totale della differenza tra i logaritmi del reddito per lavoratore del 2007 e del 1991 per il primo e il secondo gruppo di osservazioni . In definitiva sembra esserci evidenza a favore dell' ipotesi di convergenza non condizionata .

Il secondo modello stimato per testare l'ipotesi di convergenza è

$$\ln y_{2007} - \ln y_{1991} = \beta_0 + \beta_1 \ln y_{1991} + \beta_2 \ln k_y + \beta_3 \ln n_g_c + \mu \quad (f)$$

Rispetto al modello (e) il modello (f) è caratterizzato dall'introduzione di due nuove variabili esplicative , il logaritmo della quota di reddito destinata agli investimenti (che, si ricordi, è una proxy del tasso di risparmio) e il logaritmo della somma del tasso di crescita della forza lavoro, del tasso di crescita della tecnologia e del tasso di ammortamento del capitale . I risultati della regressione per il primo set di dati sono espliciti nella tavola 11, mentre quelli relativi al secondo set di dati sono espliciti nella tavola 12. In questo caso si testa l'ipotesi di convergenza condizionata rispetto al tasso di risparmio e all'ammortamento del capitale (vale a dire che si verifica se i paesi convergono controllando per le due variabili prima indicate).

Tavola 11

Source	SS	df	MS				
Model	.179036647	3	.059678882	Number of obs =	20		
Residual	.106568491	16	.006660531	F(3, 16) =	8.96		
Total	.285605137	19	.015031849	Prob > F =	0.0010		
				R-squared =	0.6269		
				Adj R-squared =	0.5569		
				Root MSE =	.08161		

log_difference	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
lny1991	-.2225775	.0606983	-3.67	0.002	-.3512521	-.0939028
ln_k_y	-.2590095	.1346736	-1.92	0.072	-.5445048	.0264858
ln_n_g_c	-1.014867	.4122603	-2.46	0.026	-1.88882	-.1409146
_cons	.0491339	.9808441	0.05	0.961	-2.030163	2.128431

Tavola 12

Source	SS	df	MS			
Model	.608008317	3	.202669439	Number of obs =	42	
Residual	1.14817268	38	.03021507	F(3, 38) =	6.71	
Total	1.756181	41	.042833683	Prob > F =	0.0010	
				R-squared =	0.3462	
				Adj R-squared =	0.2946	
				Root MSE =	.17382	

logdiffere~e	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln1991	-.1683952	.0462133	-3.64	0.001	-.2619491	-.0748413
ln_k_y	.3962939	.1658707	2.39	0.022	.0605063	.7320815
ln_n_g_c	-.8083178	.2728215	-2.96	0.005	-1.360616	-.2560196
_cons	.9168163	.7432058	1.23	0.225	-.5877252	2.421358

E' possibile osservare che il segno di β_1 è negativo per entrambi i gruppi . Pertanto risulta confermata l'ipotesi di convergenza condizionata . Il coefficiente β_1 risulta essere significativo al 5% per entrambi i gruppi di osservazioni . Impostando un test di significatività t con ipotesi nulla $H_0: \beta_1=0$ e ipotesi alternativa $H_a: \beta_1 \neq 0$ si ottiene una t-test pari a -3,67 per il primo gruppo e -3,64 per il secondo gruppo . Il valore limite al 5% per il primo gruppo è pari a 2,12 , mentre per il secondo gruppo il valore limite è pari a 2,024 . In entrambi i casi si osserva una t-test superiore in valore assoluto rispetto ai valori limite : è possibile rifiutare l'ipotesi nulla per un livello di significatività del 5% . Particolarmente interessante è l'incremento subito da R^2 corretto nel passaggio dal modello (e) al modello (f) . Infatti si passa da un R^2 corretto pari a 0,29 a un R^2 corretto pari a 0,5569 per il primo gruppo , mentre per il secondo gruppo si passa da 0,14 a 0,29 . La capacità esplicativa del modello (f) è pertanto molto migliore rispetto a quella del modello (e) . Per quanto riguarda il secondo gruppo si ha che i coefficienti β_2 e β_3 hanno i segni attesi e sono significativi al 5%. Per quanto riguarda l'analisi relativa al primo gruppo si può invece osservare che il segno del coefficiente β_3 ha il segno atteso ed è significativo al 5%, mentre il segno del coefficiente β_2 è negativo , mentre le attese erano per un segno positivo. Sembrerebbe apparentemente quindi che un più elevato tasso di risparmio influisca negativamente sulla crescita del reddito per lavoratore . Va detto comunque che il coefficiente β_2 non è statisticamente significativo al 5%; infatti impostando un test t con ipotesi nulla $H_0: \beta_2 = 0$ e $H_a: \beta_2 \neq 0$ si ottiene un valore della t-test pari a -1,75 mentre il valore limite è pari a 2,12 .

L'ultimo modello analizzato è definito nel modo seguente

$$\ln y_{c2007} - \ln y_{c1991} = \beta_0 + \beta_1 \ln y_{c1991} + \beta_2 \ln k_y + \beta_3 \ln n_{g_c} + \beta_4 \ln \text{scuolasecondariasuperiore} + \mu(g)$$

In questo caso si ha che viene testata sempre l'ipotesi di convergenza condizionata; tuttavia si controlla, oltre che per il risparmio e l'ammortamento del capitale anche per il livello di istruzione della popolazione. I risultati della regressione sono analizzati nella tavola 13 per quel che riguarda il primo gruppo di osservazioni, mentre si fa riferimento alla tavola 14 per quanto riguarda il secondo gruppo.

Tavola 13

Source	SS	df	MS			
Model	.179067945	4	.044766986	Number of obs =	20	
Residual	.106537192	15	.007102479	F(4, 15) =	6.30	
Total	.285605137	19	.015031849	Prob > F =	0.0035	
				R-squared =	0.6270	
				Adj R-squared =	0.5275	
				Root MSE =	.08428	

logdiffere~e	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
lny1991	-.2268558	.0899027	-2.52	0.023	-.4184789	-.0352328
lnk_y	-.2549331	.1520243	-1.68	0.114	-.5789651	.069099
lnn_g_c	-1.004496	.4534824	-2.22	0.043	-1.971071	-.0379211
lnscuolase~e	.0049	.0738136	0.07	0.948	-.15243	.16223
_cons	.1293014	1.576173	0.08	0.936	-3.230232	3.488835

Tavola 14

Source	SS	df	MS			
Model	.821911532	4	.205477883	Number of obs =	41	
Residual	.838491017	36	.023291417	F(4, 36) =	8.82	
Total	1.66040255	40	.041510064	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.4950	
				Adj R-squared =	0.4389	
				Root MSE =	.15262	

logdiffere~e	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ln1991	-.199929	.0415064	-4.82	0.000	-.2841079	-.11575
lnk_y	.346838	.1481934	2.34	0.025	.0462879	.647388
lnn_g_c	-.3303908	.273656	-1.21	0.235	-.8853909	.2246094
lnscuolas~e	.2064949	.064382	3.21	0.003	.0759221	.3370678
_cons	2.415525	.7794448	3.10	0.004	.8347376	3.996312

Come si può osservare rimane confermata l'ipotesi di convergenza. Infatti il segno del coefficiente β_1 è negativo per entrambi i gruppi. Si conferma quindi che il livello di reddito per lavoratore di partenza all'inizio del periodo di osservazione incide negativamente sul differenziale tra il reddito per lavoratore alla fine del periodo di osservazione e il suo valore iniziale. Il coefficiente β_1 è significativo al 5% per entrambi i gruppi. Entrambi i coefficienti

β_4 hanno segno positivo (secondo quanto atteso dalla teoria). Si ha però che il coefficiente β_4 del primo gruppo non è significativo ad un livello del 5% , contrariamente a quanto accade invece per il secondo gruppo. Il coefficiente β_3 ha segno negativo (in maniera concorde rispetto a quanto prospettato dalla teoria) per entrambi i gruppi ed è statisticamente significativo ad un livello del 5% per quanto riguarda entrambi i gruppi di osservazioni . Relativamente al coefficiente β_2 il risultato è soddisfacente per quanto riguarda il secondo gruppo (il segno è positivo e il coefficiente è significativo al 5%) .Meno buoni sono i risultati per quanto riguarda il primo gruppo , dove β_2 è negativo e non significativo (si ripropone il medesimo problema che si era posto relativamente al modello (f)). Sembrerebbe quindi che un tasso di risparmio più elevato si traduca in una più bassa velocità di crescita del reddito per lavoratore (risultato in palese contraddizione circa le previsioni del modello di Solow) per i paesi facenti parte dell'OECD . E' possibile che questa contraddizione sia determinata dal fatto che i paesi con più elevato livello di risparmio tra i paesi facenti parte dell'OECD si trovavano nel 1991 più vicini allo stato stazionario rispetto ai paesi con un minore livello di risparmio (cioè si avrebbe che la divergenza tra il reddito per lavoratore di stato stazionario e il reddito nel 1991 è negativamente correlata con il saggio di risparmio) . Non varrebbe quindi l'ipotesi fatta dai ricercatori circa il fatto che la distanza dal livello di reddito per lavoratore di stato stazionario è casuale. Se effettivamente è così la variabile \ln_k_y è endogena (in quanto correlata con una variabile non inclusa nel modello) e le stime condotte utilizzando il metodo OLS sono distorte . Per risolvere tale problema sarebbe necessario introdurre nella regressione una nuova variabile dipendente pari alla differenza tra il logaritmo del reddito per lavoratore di stato stazionario e il reddito per lavoratore registrato nel 1991 . In questo modo l'effetto distorsivo dovuto alla differente distanza dei diversi paesi dal loro livello di reddito per lavoratore di stato stazionario sarebbe eliminato . Va comunque sottolineato che il coefficiente non è significativo ad un livello del 5% ; pertanto l'effetto negativo stimato non rileva da un punto di vista statistico.

Conclusioni analisi empirica personale

La mia analisi empirica mostra risultati soddisfacenti, confermando in linee generali le ipotesi del modello di Solow relativamente ad entrambi i campioni presi in considerazione nel periodo 1991-2007. Le aspettative del modello di Solow relativamente al modello tradizionale vengono confermate abbastanza fedelmente nell'analisi relativa al primo campione: infatti i coefficienti hanno il segno atteso e non è respinta l'ipotesi per la quale essi hanno segno opposto e grandezza uguale. Risulta estremamente soddisfacente anche il valore stimato del parametro α , che si aggira attorno ad un terzo. L'unico punto meno soddisfacente è la non significatività dei coefficienti associati al risparmio e all'ammortamento del capitale (problema che potrebbe essere determinato anche dalla ristrettezza del campione utilizzato). Va sottolineato che anche Mankiw, Romer e Weil si erano trovati a far fronte a coefficienti stimati non significativi per il gruppo OECD nell'ambito dell'analisi del modello tradizionale. Sono soddisfacenti anche i risultati relativi al secondo set di dati. I coefficienti hanno il segno atteso, e non è rifiutata l'ipotesi per la quale essi hanno segno opposto e grandezza uguale. Gli unici problemi riguardano il valore stimato di α (0,57), che è eccessivamente elevato rispetto a quanto si osserva nella realtà e la non significatività del coefficiente associato all'ammortamento del capitale. Anche la successiva analisi condotta sul modello con inserimento di capitale umano è confortante. Per quanto riguarda il primo set di dati si osserva che la capacità di adattamento del modello ai dati migliora in maniera assai rilevante (segno che nei paesi OECD il capitale umano ha un ruolo molto rilevante nell'ambito dei processi produttivi). Il coefficiente associato al capitale umano risulta essere significativo al 5%. Inoltre non viene rifiutata l'ipotesi per la quale i coefficienti associati al risparmio, all'ammortamento del capitale e al capitale umano sommano zero. Interessanti sono anche i risultati relativi ai parametri stimati a e b che risultano essere vicini a 0,18 e 0,26. Come previsto il valore stimato di a con un modello che include il capitale umano diminuisce rispetto a quello stimato nel modello privo di capitale umano. Inoltre la grandezza stimata dei parametri risulta essere non troppo distante rispetto a quanto ci si sarebbe attesi. Rimangono dei problemi relativi alla significatività dei coefficienti associati al risparmio e all'ammortamento del capitale. Per quanto riguarda il secondo set di osservazioni si riscontra un moderato incremento della bontà di adattamento ai dati. Anche per il secondo gruppo di osservazioni il coefficiente associato al capitale umano risulta essere statisticamente significativo e non risulta respinta l'ipotesi di somma zero per i coefficienti

associati al risparmio ,all'ammortamento del capitale e al capitale umano. L'unico problema è posto dai valori stimati di a e b , che risultano anomali, con b che ha valore negativo . Per quanto riguarda l'ipotesi di convergenza non condizionata si può osservare che essa viene confermata per entrambi i set di dati (contrariamente a quanto accadeva a Mankiw , Romer e Weil , che notavano l'esistenza di convergenza assoluta solo per i paesi OECD) . Tale risultato è stato probabilmente determinato dal fatto che i paesi OECD sono abbastanza simili tra di loro . Questo fatto probabilmente ha influenzato anche le stime relative al secondo campione dove molti dei paesi inclusi fanno parte dell'OECD. L'ipotesi di convergenza condizionata risulta essere confermata sia nel caso in cui si controlli solo per il risparmio e l'ammortamento del capitale sia nel caso in cui si controlli anche per il capitale umano oltre alle due variabili prima indicate. I modelli che prendono in considerazione la convergenza condizionata sono comunque caratterizzati da una migliore capacità di adattamento del modello ai dati rispetto a quello che prendeva in considerazione l'ipotesi di convergenza non condizionata (si osservano R^2 *corretti* più elevati). L'unico problema connesso alle stime relative alla convergenza è il segno del coefficiente associato al risparmio nell'analisi relativa al primo gruppo di osservazioni. Infatti , a fronte di un segno atteso positivo , si trova un segno negativo. Il problema potrebbe essere determinato dal fatto che non è vera l'ipotesi per la quale la distanza dei paesi dal loro livello di reddito di stato stazionario è casuale : infatti, se in realtà i paesi con più elevato tasso di risparmio si trovassero più vicini al livello di reddito per lavoratore di stato stazionario si osserverebbe proprio una situazione per la quale i paesi con più elevato tasso di risparmio crescono di meno (si ricordi che un aumento del livello del tasso di risparmio incrementa il tasso di crescita del livello di reddito per lavoratore solo nel breve periodo in quanto esso determina un livello di reddito per lavoratore di stato stazionario più elevato); in quel caso ci si attenderebbe un segno del coefficiente associato al risparmio negativo . Tale spiegazione appare ragionevole , specie alla luce del fatto che nella prima parte dell'analisi era sempre stato osservato un impatto positivo del risparmio sul livello di reddito per lavoratore. Per correggere i problemi nelle stime sarebbe necessario inserire tra le variabili dipendenti anche la distanza del reddito per lavoratore considerato dal livello di reddito di stato stazionario.

In generale ritengo che la mia analisi empirica condotta sul periodo 1991-2007 abbia presentato risultati abbastanza soddisfacenti e abbia confermato il modello di Solow , raggiungendo l'obiettivo di questo lavoro.

Bibliografia

“A Contribution to the Empirics of Economic Growth” Nicolas Gregory Mankiw David Romer David N. Weil *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, No. 2. (May, 1992), pp. 407-437.

“Why doesn’t capital flow from rich to poor countries?” Robert Lucas *American Economic Review* Vol 80, 1990

Penn World Table 7.1 Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten, , Center for International Comparisons of Production, Income and Prices at the University of Pennsylvania, Nov 2012.

Database World Bank

Tavole statistiche distribuzione t di Student e distribuzione F