



DIPARTIMENTO DI ECONOMIA E FINANZA

CATTEDRA DI ECONOMIA E GESTIONE DEGLI INTERMEDIARI FINANZIARI  
(CORSO PROGREDITO)

**MISURAZIONE DEL RISCHIO DI TASSO DI INTERESSE ATTRAVERSO I  
MODELLI VaR: UN'ANALISI EMPIRICA SU UN CAMPIONE DI BANCHE  
ITALIANE  
(RIASSUNTO)**

RELATORE

Prof. Curcio Domenico

CANDIDATO

Mauro Di Pietro

Matr. 649191

CORRELATORE

Prof. Cybo-Ottone Alberto Adolfo

ANNO ACCADEMICO 2013/2014

# INDICE

INTRODUZIONE.....	8
-------------------	---

## PARTE I – UN QUADRO DI SINTESI DELLA MODELLISTICA DI RIFERIMENTO

1. RISKMETRICS.....	17
1.1. Le proprietà statistiche dei rendimenti finanziari	
1.2. Le ipotesi di base del modello	
1.3. La stima e previsione della volatilità	
1.4. Il calcolo VaR	
1.5. Il BackTesting	
2. I MODELLI A ETEROSCHEDASTICITÀ CONDIZIONATA.....	29
2.1. ARCH	
2.2. GARCH	
2.3. La stima	
2.4. La previsione	
2.5. Il collegamento tra GARCH e RiskMetrics	
2.6. GARCH Multivariati	
3. L'EVOLUZIONE ED I LIMITI DEI MODELLI VaR: I MODELLI DI SIMULAZIONE E L'IPOTESI DI DISTRIBUZIONE NORMALE.....	39
3.1. L'Ipotesi di Normalità	
3.2. I modelli VaR a confronto	
3.3. L'approccio ibrido	
3.4. Le implementazioni del modello di simulazione storica	
3.5. Le misure coerenti di rischio	
4. L'EXPECTED SHORTFALL.....	53

- 4.1. VaR vs ES
- 4.2. Le proprietà dell'ES come misura coerente di rischio
- 4.3. L'Extreme Value Theory

## **PARTE II – LA NORMATIVA DI VIGILANZA PRUDENZIALE**

- 5. LA DISCIPLINA PER LE BANCHE ITALIANE SUL RISCHIO DI MERCATO.....60
  - 5.1. Le attuali fonti normative
  - 5.2. Il Patrimonio di Vigilanza e TIER 3
  - 5.3. Il rischio di tasso di interesse nel banking book
  
- 6. IL METODO STANDARD DI BASILEA.....68
  - 6.1. Il rischio di posizione dei titoli di debito
  - 6.2. Il metodo basato sulla scadenza
  - 6.3. Il metodo basato sulla duration
  - 6.4. I limiti dell'approccio standard
  
- 7. I REQUISITI PATRIMONIALI TRAMITE MODELLI INTERNI.....81
  - 7.1. I modelli interni
  - 7.2. I criteri per l'individuazione dei fattori di rischio
  - 7.3. Il calcolo VaR
  - 7.4. Il BackTesting
  - 7.5. Il calcolo del requisito patrimoniale
  - 7.6. I modelli interni e la metodologia standardizzata
  - 7.7. Lo sVaR

## **PARTE III – LE METODOLOGIE UTILIZZATE**

- 8. LE METODOLOGIE DI CALCOLO DEL VaR.....91
  - 8.1. Il metodo varianze-covarianze
  - 8.2. Il metodo varianze-covarianze per titoli di debito

- 8.3. La simulazione storica
- 8.4. La simulazione storica per titoli di debito
- 8.5. L'holding period decadale

<b>9. LE METODOLOGIE DI CALCOLO DI VOLATILITÀ E CORRELAZIONI.....</b>	<b>100</b>
9.1. Le medie mobili semplici (SMA)	
9.2. Le medie mobili esponenziali (EWMA)	
9.3. Il modello O-GARCH	
<b>10. LE METODOLOGIE DI CALCOLO DELL'ES.....</b>	<b>112</b>
10.1. La formula parametrica	
10.2. L'ES dalla simulazione storica	

**PARTE IV – RISULTATI ED EVIDENZE EMPIRICHE**

<b>11. DESCRIZIONE DEL CAMPIONE.....</b>	<b>116</b>
11.1. Spostamento dal Trading book verso il Banking book	
<b>12. RISK FACTORS.....</b>	<b>124</b>
12.1. Key Rates	
12.2. Variazioni giornaliere come fattori di rischio	
12.3. Ipotesi di Normalità dei Key Rates	
12.4. Stime delle volatilità	
12.5. Stime delle correlazioni	
12.6. Duration Modificate	
12.7. Risk factors della tecnica delle osservazioni sovrapposte	
<b>13. STIME VaR &amp; ES.....</b>	<b>141</b>
13.1. Risultati sul Trading book	
13.2. Risultati sul Banking book	

<b>14. BACKTESTING.....</b>	<b>148</b>
<b>14.1. Perdite superiori al VaR</b>	
<b>15. STRESSED VaR.....</b>	<b>155</b>
<b>CONCLUSIONI.....</b>	<b>160</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>166</b>
<b>APPENDICE.....</b>	<b>175</b>

## 1. SCOPO E STRUTTURA DELLA TESI

Lo scopo della Tesi è la misurazione del rischio di tasso di interesse sul portafoglio titoli di debito, presente nel trading book e nel banking book degli enti bancari, attraverso i modelli Value-at-Risk (VaR) più diffusi.

Il banking book consiste in un portafoglio di proprietà in cui sono collocate attività con le quali vi è una relazione di lungo periodo e può contenere strumenti detenuti per la vendita (*Available for Sale o AFS*), assets detenuti fino a scadenza (*Held to Maturity o HTM*), strumenti che rappresentano finanziamenti e crediti e/o titoli obbligazionari (*Loans & Receivable o L&R*) come obbligazioni non quotate in mercato attivo. Le attività che non sono contenute nel banking book vengono riferite generalmente al trading book che contiene tutte quelle attività che vengono acquistate per essere negoziate, cioè tutti quegli assets che la banca ha in portafoglio allo scopo di trarre un profitto dalle fluttuazioni di breve termine dei prezzi. Inoltre, il principio generale degli standard contabili internazionali (IAS) prevede che le variazioni di valore delle attività finanziarie detenute ai fini di negoziazione, valutate al fair value, vanno ad influenzare il reddito di esercizio, dunque devono essere imputate a conto economico. Differentemente, le variazioni di valore degli assets del banking book devono essere imputate ad una riserva di valutazione del patrimonio netto. In questo modo si evita di trasferire sul reddito dell'anno la volatilità generata dalla valutazione al fair value del banking book. A conto economico si iscrivono solo gli interessi maturati.

Il rischio di mercato consiste nella possibilità di variazioni sfavorevoli del valore di mercato di uno strumento finanziario (prezzi azionari, prezzi di materie prime, tassi di interesse, tassi di cambio, volatilità di tali variabili). Tra i rischi di mercato, il rischio di interesse è il più problematico dal punto di vista di vigilanza prudenziale: generalmente la misurazione del rischio di mercato viene identificata con l'analisi del solo trading book, ma una variazione dei tassi di interesse impatta anche sullo stato patrimoniale della banca attraverso il banking book. Entrambi i portafogli sono esposti al rischio di variazione dei tassi di mercato in quanto un aumento dei tassi di interesse comporta una riduzione del valore dei titoli di debito presenti nell'attivo. Le variazioni di valore del trading book modificano il patrimonio netto, mentre le perdite sul trading book riducono il risultato d'esercizio. Dunque una variazione nei tassi di mercato incide sia sulla redditività che sul valore delle banche.

Il Comitato resta dell'opinione che il rischio di tasso di interesse nel banking book sia un rischio potenzialmente significativo che richiede un'adeguata copertura patrimoniale. Per questi motivi, il Comitato è pervenuto alla conclusione che sia più appropriato trattare il rischio di tasso di interesse nel banking book nel quadro del secondo pilastro dello Schema. Le autorità di vigilanza che riscontrino una sufficiente omogeneità fra le banche della propria giurisdizione riguardo alla natura e ai metodi di monitoraggio e di misurazione di tale rischio potrebbero stabilire un apposito requisito patrimoniale minimo obbligatorio. Inoltre, in sede di revisione delle linee guida in materia, i modelli VaR delle banche sono stati ritenuti il principale strumento per misurare il rischio di tasso di interesse sul banking book.

Il VaR è una misura di rischio di un portafoglio di attività finanziarie che fornisce la seguente informazione: qual è la probabilità che la perdita del portafoglio superi un certo ammontare pari al VaR stesso<sup>1</sup>.

$$\text{Prob (Loss > VaR)} = \alpha\%$$

Coerentemente con la regolamentazione, si calcola il VaR su base giornaliera, con profondità storica annuale (250 osservazioni), un livello di confidenza del 99% ed ipotizzando un holding period di 10 giorni. I risultati vengono confrontati ipotizzando anche un periodo di detenzione pari ad 1 giorno e sono sottoposti a backtesting. Infine, la performance dei modelli interni viene confrontata con il metodo standard di Basilea per il calcolo del rischio generico su posizioni in titoli di debito.

La Tesi è strutturata in quattro parti: nella prima viene descritta la modellistica di riferimento, cioè vengono riassunti i risultati più importanti ottenuti dalla letteratura in merito ai modelli VaR ed all'ES, a partire dallo storico documento tecnico di RiskMetrics. Nella seconda parte si contestualizzano gli Accordi di Basilea di vigilanza bancaria riguardo il patrimonio di vigilanza, il calcolo del VaR, il rischio di mercato del trading book ed il rischio di interesse del banking book. Nella terza parte vengono presentate in modo teorico e dettagliato le metodologie utilizzate in questo specifico modello per calcolare il VaR, l'ES, la volatilità e la matrice di correlazione dei fattori di rischio. Nella quarta parte, infine, sono espone le stime, i risultati e le principali evidenze empiriche di questo studio.

## 2. IL MODELLO

Si è preso un campione di 10 gruppi bancari italiani<sup>2</sup> considerando i bilanci al 31/12/2012 (dunque quando era vigente Basilea II). L'analisi si focalizza sulla tipica figura italiana di banca commerciale: medie dimensioni, legata fortemente al territorio locale, ruolo dominante dei depositi al dettaglio nella composizione delle passività e prevalenza del credito commerciale alle imprese nell'attivo. In banche di questo genere il rapporto tra raccolta di depositi ed erogazione del credito tende a essere stabile nel tempo e omogeneo geograficamente. Nei bilanci sono riportati il banking book ed il trading book strutturati per scadenze delle attività finanziarie secondo le 7 fasce temporali delle matrici

---

<sup>1</sup> Ad esempio, se il VaR rappresenta la perdita massima nel 99% dei casi, allora la probabilità che la perdita sia maggiore del VaR stesso è pari all'1%.

<sup>2</sup> UBI Banca, Banca Popolare Vicenza, Veneto Banca, Banca Popolare Milano, Banca Carige, Banca Marche, Banca Etruria, Cassa di risparmio di Bolzano, BCC di Roma, Banca Popolare Ravenna.

regolamentari<sup>3</sup>. Si considera la voce “Titoli di debito” come se fosse un portafoglio di zero-coupon bonds, uno per ogni fascia, con data di scadenza ipotizzata pari al punto medio della rispettiva fascia temporale. I fattori di rischio delle posizioni su titoli di debito sono le variazioni giornaliere dei tassi di interesse relativi ai punti medi delle fasce<sup>4</sup> (i key rates). Poiché non si dispone di questi key rates relativi bisogna ricavarli dai tassi zero-coupon della term structure<sup>5</sup>. Dopo aver mappato i vari flussi alle relative duration<sup>6</sup> sarà possibile calcolare il VaR di ciascun zcb e infine dell’intero portafoglio, cioè il VaR dell’esposizione complessiva del trading/banking book al rischio di interesse.

Tra i modelli VaR, si utilizza sia l’approccio parametrico (o “varianze-covarianze”) sia il metodo della simulazione, in particolare: il modello parametrico con volatilità e correlazione stimate attraverso media mobile semplice (SMA), il modello parametrico con volatilità e correlazione stimate attraverso livellamento esponenziale (EWMA/RiskMetrics), il modello parametrico con volatilità e correlazione stimate attraverso il garch multivariato Orthogonal-GARCH (O-GARCH), il modello di simulazione storica.

L’approccio parametrico lega il portafoglio, attraverso coefficienti lineari, ad altre variabili di mercato che ne influenzano il rendimento, ipotizzando che questi fattori di rischio seguano una distribuzione

<sup>3</sup> A vista, fino a 3 mesi, da 3 mesi a 6 mesi, da 6 mesi a 1 anno, da 1 anno a 5 anni, da 5 anni a 10 anni, oltre 10 anni.

<sup>4</sup> Si potrebbe utilizzare come fattore di rischio lo yield to maturity ipotizzando che la yield curve sia soggetta unicamente a shift paralleli, in tal caso si può definire una sola variabile: la dimensione dello spostamento parallelo della yield curve. Il problema è che il tasso di rendimento interno (yield to maturity) di uno specifico titolo dipende dalla sua durata e struttura delle cedole ed è molto difficile da monitorare giornalmente. Per questi motivi le banche preferiscono utilizzare come fattori di rischio i tassi zero-coupon della term structure per il cash flow mapping su scadenze standard

<sup>5</sup> Per la fascia 1, “A VISTA”, si considera semplicemente il tasso eonia in quanto la scadenza del zcb è 0. Per la seconda fascia, “FINO A 3 MESI”, si è dovuti ricorrere ad un altro stratagemma per ottenere il tasso relativo al punto medio della fascia che è 0.125; disponendo del tasso euribor a 1 mese e del tasso euribor a 3 mesi è possibile ottenere il tasso a 1.5 mesi (cioè 0.125 anni) attraverso la formula dell’interpolazione lineare:

$$i_{1.5} = i_1 + (i_3 - i_1) * \frac{\frac{1.5}{12} - \frac{1}{12}}{\frac{3}{12} - \frac{1}{12}}$$

Per la terza fascia, “DA 3 A 6 MESI”, si utilizza nuovamente l’interpolazione lineare con l’euribor a 3 mesi e l’euribor a 6 mesi, per ricavare il tasso a 0.375 (punto medio della fascia). Per la quarta fascia, “DA 6 MESI A 1 ANNO”, si può utilizzare direttamente l’euribor a 9 mesi in quanto il punto medio della fascia è proprio 0.75 (cioè 9/12). Per la quinta fascia, “DA 1 ANNO A 5 ANNI”, si può utilizzare direttamente il tasso swap a 3 anni, in quanto il punto medio della fascia è 3. Per la sesta fascia, “DA 5 A 10 ANNI”, si utilizza nuovamente l’interpolazione lineare con il tasso swap a 5 anni ed il tasso swap a 10 anni, per ricavare il tasso a 7.5 (punto medio della fascia). Per la settima e ultima fascia, “OLTRE 10 ANNI”, si utilizza l’interpolazione lineare con il tasso swap a 10 anni ed il tasso swap a 15 anni, per ricavare il tasso a 12.5 che, per prassi, coincide con il punto medio della fascia.

<sup>6</sup> La Duration di un ZCB è la maturity, in questo caso il punto medio della fascia.

Normale. In pratica, consiste nell'ipotizzare un particolare modello per le variazioni delle variabili di mercato e nell'utilizzare i dati storici per stimarne i parametri. In questo modo si riesce a sfruttare la proprietà di tale distribuzione per cui la somma di variabili distribuite normalmente è anch'essa distribuita nello stesso modo; essendo il rendimento di portafoglio la somma ponderata dei rendimenti delle singole attività, se questi hanno una distribuzione Normale, anche il rendimento di portafoglio sarà Normale. L'ipotesi di Normalità è molto forte, ma non è irragionevole ipotizzare che i dati con frequenza giornaliera provengano da tale distribuzione, equivalentemente si sta ipotizzando che i prezzi degli asset si distribuiscono con una log-Normale.

I calcoli con la Normale sono facilitati dato che consente di tradurre un livello di probabilità prescelto ( $\alpha$ ) in un opportuno fattore  $z_\alpha$ , cui corrisponde una soglia massima data dalla media più  $z_\alpha$  volte la deviazione standard. Le variazioni giornaliere dei key rates, in media, sono molto vicine a zero. Il coefficiente lineare di sensitività per esposizioni su titoli di debito è espresso dalla duration modificata. Infine, per ottenere la perdita assoluta (non percentuale) con il metodo parametrico, si deve moltiplicare anche per il valore di mercato dell'esposizione:

$$\mathbf{VaR}_k = - \mathbf{VM}_k * \mathbf{DM}_k * z_\alpha * \sigma_{\Delta i}$$

dove:

- $\mathbf{VaR}_k$  è il VaR dell'esposizione della fascia temporale k;
- $\mathbf{VM}_k$  è il valore di mercato del cash flow k;
- $\mathbf{DM}_k$  è la Duration modificata ottenuta dividendo la Duration per  $(1+i)$ , con  $i$  = valore del key rate relativo alla fascia k, rilevato al 31/12/2012;
- $\sigma_{\Delta i}$  è la volatilità della variazione giornaliera del key rate;
- $z_\alpha$  nel caso del VaR ad un livello di confidenza del 99% è pari a 2.326.

Una volta calcolati tutti i VaR parziali, cioè i value-at-risk delle singole posizioni in portafoglio, si può procedere con il calcolo del VaR dell'intero portafoglio; bisogna tenere conto, oltre che dei coefficienti di sensibilità, anche delle correlazioni tra i fattori di rischio delle diverse posizioni, seguendo la teoria di Markowitz. Ad esempio, per un portafoglio con N posizioni:

$$\begin{aligned} \mathbf{VaR}_p &= ( \mathbf{VaR}_1^2 + \mathbf{VaR}_2^2 + \dots + \mathbf{VaR}_N^2 + 2 * \rho_{1,2} * \mathbf{VaR}_1 * \mathbf{VaR}_2 + \dots + 2 * \rho_{1,N} * \mathbf{VaR}_1 * \mathbf{VaR}_N + \\ &\quad \dots + 2 * \rho_{N-1,N} * \mathbf{VaR}_{N-1} * \mathbf{VaR}_N )^{0.5} \\ &= ( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{i,j} * \mathbf{VaR}_i * \mathbf{VaR}_j )^{0.5} \end{aligned}$$

dove:

- $\mathbf{VaR}_p$  è il VaR dell'intero portafoglio;
- $\mathbf{VaR}_1$  è il VaR relativo alla prima esposizione;
- $\mathbf{VaR}_2$  è il VaR relativo alla seconda esposizione;

- $\rho_{1,2}$  è il coefficiente di correlazione dei risk factor delle due posizioni, dato dal rapporto tra la covarianza dei due fattori di rischio e il prodotto delle loro deviazioni standard.

Dunque per poter calcolare il valore a rischio del portafoglio, è necessaria la matrice di varianze e covarianze e la matrice di correlazione dei risk factors.

Il metodo della simulazione storica, invece, ricalcola tutta la distribuzione empirica del portafoglio senza fare alcuna ipotesi esplicita sulla distribuzione dei fattori di mercato (l'unica ipotesi implicita è che il passato tende a ripetersi, cioè la distribuzione futura viene approssimata da quella empirica passata). È un metodo più complesso e lungo rispetto al metodo var-cov, ma riesce a cogliere meglio le caratteristiche della distribuzione del portafoglio in quanto utilizza una logica di full valuation: il valore di mercato del portafoglio di cui si intende stimare il VaR viene completamente ricalcolato sulla base di nuovi valori simulati dei fattori di mercato. È dunque necessario conoscere le regole di pricing per ciascuno degli strumenti finanziari inseriti nel portafoglio; questo metodo è tanto conveniente quanto meno lineari sono i payoff degli asset. Dopo aver generato la distribuzione di probabilità degli N possibili valori futuri del portafoglio, il VaR viene calcolato tagliando tale distribuzione empirica in corrispondenza del percentile associato al livello di confidenza desiderato (logica del percentile). Questo approccio consente di superare il limite dell'ipotesi di Normalità, la quale sicuramente rende più facile e veloce il calcolo del VaR ma paga un costo in termini di realismo.

Utilizzando una logica di full valuation, la variazione del valore della posizione viene ricalcolata in corrispondenza di ogni risk factor osservato:

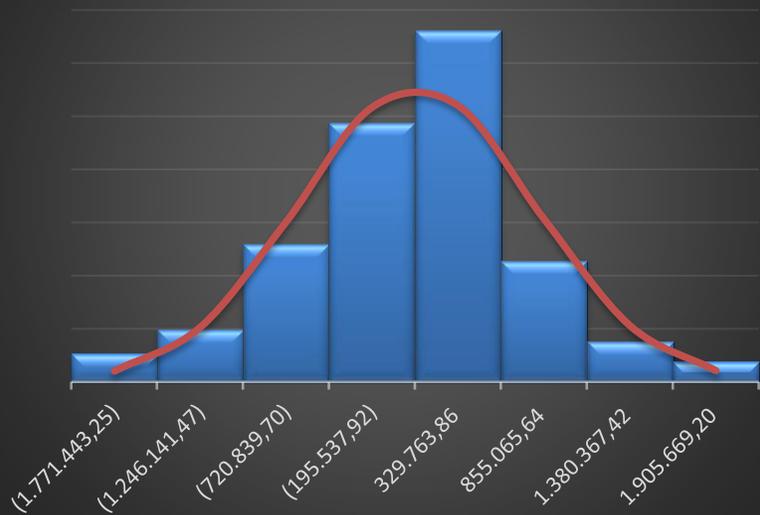
$$\Delta VM_{jk} = - VM_j * DM_j * \Delta i_k$$

dove:

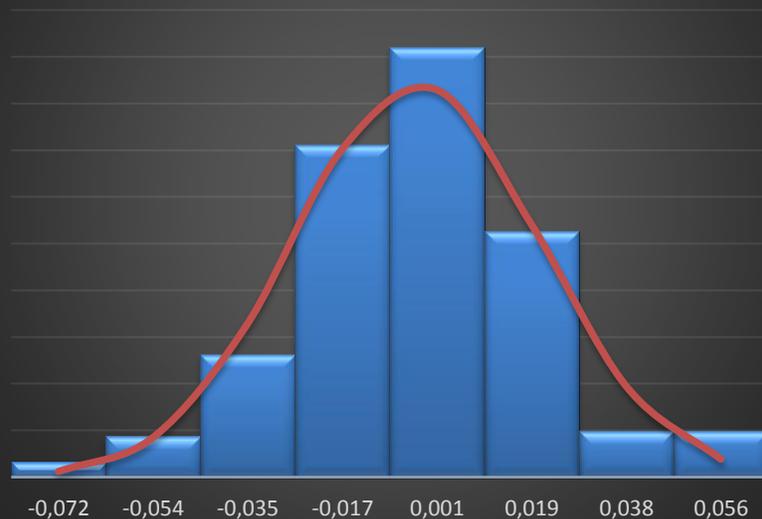
- $\Delta i_k$  è la variazione di tasso  $z_c$  osservata empiricamente al giorno  $k$ , con  $k = 1 \dots 250$ ;
- $\Delta VM_{jk}$  è la variazione del valore del  $j$ -esimo cash flow mappato, rilevata per lo scenario  $k$ .

Una volta calcolate le variazioni dei cash flow di tutti i 250 scenari, queste vengono aggregate tramite semplice somma algebrica per ottenere la variazione complessiva dell'esposizione. Si arriva dunque alla distribuzione effettiva delle possibili variazioni di valore del portafoglio, non necessariamente Normale. Ad esempio, le distribuzioni empiriche (2012) delle variazioni giornaliere del tasso swap a 3 anni e del trading book di UBI Banca presentano leptokurtosi, con asimmetria, code più "grasse" e picchi più rispetto alla distribuzione teorica Normale:

**distribuzione storica trading book UBI**



**distribuzione empirica vs teorica  $\Delta$ swap 3Y**



La normativa di Basilea prevede il calcolo del VaR su base giornaliera, al 99%, ipotizzando un holding period di 10 giorni. Dunque sarà necessario riportare le stima VaR, ottenute attraverso gli approcci sopra descritti, sulla base dell'orizzonte temporale previsto dalla regolamentazione. Nell'ambito dell'approccio parametrico si applica la “regola delle radici del tempo”: è sufficiente moltiplicare il VaR uniperiodale per la radice di 10. Questo sistema, però, sta aggiungendo ulteriori ipotesi al modello, molto più irrealistiche della distribuzione Normale: le variabili di mercato sono incorrelate ed hanno tutte la stessa varianza condizionata. La regola delle radici del tempo semplifica molto il calcolo del VaR su orizzonte temporale maggiore di 1 giorno. Per quanto riguarda la simulazione storica, invece, il nuovo orizzonte temporale è più problematico: dato il numero di osservazioni giornaliere disponibili, il campione storico si riduce in proporzione al periodo di detenzione. Per esempio, 1000 osservazioni storiche giornaliere si traducono in sole 100 osservazioni indipendenti, se si considera un orizzonte temporale decadale. Una soluzione è quella di ricorrere alla tecnica delle “osservazioni sovrapposte<sup>7</sup>”: 1000 osservazioni giornaliere potrebbero tradursi in 990 dati decadali corrispondenti ad intervalli sovrapposti ( $\Delta i_k - \Delta i_{k-10}$ ;  $\Delta i_{k-1} - \Delta i_{k-10-1}$ ;  $\Delta i_{k-2} - \Delta i_{k-10-2}$  ...). Naturalmente il procedimento ha precisi limiti statistici: le osservazioni diventano serialmente correlate. Il generico n-esimo dato, per esempio, ha 9/10 di periodo temporale in comune con i dati n-1 e n+1, 8/10 in comune con i dati n-2 e n+2, e così via. Si verifica, quindi, che la nuova serie decadale sia meno volatile della serie di osservazioni indipendenti.

Il VaR fornisce la frequenza con cui le perdite superano un certo ammontare, ma non specifica di quanto, cioè non fornisce la dimensione delle perdite superiori al VaR stesso. L'Expected Shortfall

<sup>7</sup> Maspero D. (1997)

(ES) è una misura coerente di rischio che nasce per superare questo problema. In altre parole il VaR risponde alla domanda “quanto male possono andare le cose?”, mentre l’ES risponde ad una domanda diversa: “se le cose vanno male, quanto ci si aspetta di perdere?”. L’ES non è altro che il valore atteso delle perdite superiori al VaR, una media condizionata che non considera solo la distribuzione delle perdite superiori al VaR:

$$ES = E [Loss \mid Loss > VaR]$$

L’ES viene calcolato in due modi: con l’approccio parametrico ed attraverso la simulazione storica. Nel primo caso

$$ES_{\alpha,t+1} = -\frac{f(-z_{\alpha})}{\alpha * z_{\alpha}} * VaR_p$$

Ipotizzando che

$$\Delta i_t \mid F_{t-1} \sim N(0, \sigma^2_t)$$

dove:

- f è la funzione di densità di probabilità di una Normale standard;
- VaR<sub>p</sub> è il VaR dell’intero portafoglio titoli di debito.

Nel caso della simulazione storica, l’ES misura la dimensione attesa della perdita nel caso in cui si verifichi il worst case scenario (che può accadere con probabilità  $\alpha$ ), dunque per stimare l’ES sarà sufficiente calcolare la media delle perdite superiori al VaR. Avendo a disposizione la distribuzione completa, si conoscono tutte le possibili perdite maggiori a quella in corrispondenza della posizione  $\alpha * 250$  (solitamente si prendono 250 osservazioni per considerare l’anno finanziario), quindi l’ES risulta la semplice media aritmetica di tutte le perdite superiori al VaR.

Nell’applicazione dell’approccio parametrico sono necessarie le stime di volatilità e correlazione dei risk factors. A questo proposito sono utilizzate 3 diverse metodologie: la media mobile semplice (SMA), la media mobile esponenziale (EWMA) e il modello garch multivariato O-GARCH.

La volatilità condizionata dei risk factor secondo la SMA:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\Delta i_t)^2}{n-1}}$$

dove:

- $\Delta i$  sono le variazioni giornaliere dei tassi  $z_c$ ;
- $\mu$ , la media campionaria, viene posta uguale a zero in quanto è effettivamente quasi nulla.

La stima della varianza condizionata non è altro che la somma delle osservazioni al quadrato corretta per i gradi di libertà. La volatilità non sarà altro che la deviazione standard, cioè la radice quadrata della varianza. Questo sistema è conveniente in quanto facile e veloce, ma presenta alcuni problemi che

potrebbero rendere molto imprecisa la stima: il trade-off tra contenuto informativo e reattività alle condizioni di mercato e l'echo-effect. L'algoritmo delle medie mobili esponenziali permette di ottenere molti vantaggi sotto questo punto di vista:

$$\sigma_{t+1} = \sqrt{\frac{\lambda^0 * \Delta i_t + \lambda^1 * \Delta i_{t-1} + \dots + \lambda^n * \Delta i_{t-n}}{1 + \lambda + \dots + \lambda^n}}$$

dove  $\lambda$  è una costante compresa tra 0 e 1 ed è il fattore di ponderazione che viene anche chiamata "decay factor" perché indica il grado di persistenza delle osservazioni nel campione. Le variazioni meno recenti hanno un effetto sempre minore in quanto moltiplicate da un numero inferiore di 1 elevato ad un numero intero positivo. Ricordando RiskMetrics, la varianza condizionata in questa forma non è altro che il livellamento esponenziale di tutte le osservazioni passate al quadrato. La volatilità condizionata in t+1 sarà:

$$\begin{aligned} \sigma_{t+1} &= [ (1-\lambda) \Delta i_t^2 + \lambda \sigma_t^2 ]^{0.5} \\ &= [ (1 - \lambda) \sum_{j=0}^t (\lambda)^j \Delta i_{t-j}^2 ]^{0.5} \end{aligned}$$

con  $\sum_{j=0}^t \lambda (1 - \lambda)^j = 1$  e con  $\lambda = 0.94$

Un limite evidente di questo approccio è che tutta la dinamica della volatilità dipende unicamente da un unico parametro  $\lambda$ . Questo è molto irrealistico, ma in compenso è un modo efficace, semplice e molto diffuso. Ogni giorno bisogna utilizzare solo la stima corrente della varianza ed il più recente valore del fattore di rischio.

L'O-GARCH è un approccio basato sull'analisi delle componenti principali (o dei "fattori") e consiste nell'applicazione statistica dell'algoritmo della scomposizione spettrale di matrice. È un procedimento, dunque, molto più complesso rispetto alle SMA e EWMA. Questo approccio parte riscrivendo le serie storiche osservate ( $\Delta i_t$ ) in termini di fattori ( $f_t$ ), ottenuti come combinazione lineare delle variabili originali ( $\Delta i_t$ ). L'algoritmo ortogonalizza le variazioni giornaliere dei tassi ( $\Delta i_t$ ) e restituisce dei fattori indipendenti ( $f_t$ ) che possono essere studiati singolarmente senza doversi preoccupare della correlazione, in quanto ortogonali. I fattori sono ordinati in base alla loro importanza, dunque il primo sarà quello che più di tutti gli altri spiega la varianza delle variabili originali ( $\Delta i_t$ ). Il procedimento può essere riassunto nel seguente modo:



Infine, i modelli VaR sopra descritti vengono sottoposti a backtesting, confrontati con lo stressed-VaR (“sVaR”) e con il metodo standard di Basilea basato sulla scadenza che rappresenta un’alternativa ai modelli interni (cioè i modelli VaR).

Nell’aggiornamento del quadro regolamentare di Basilea 3, durante la recente crisi finanziaria, è stata avanzata una proposta di incremento prudenziale del requisito di capitale: lo stressed-VaR. Questo consiste nello stimare il VaR utilizzando dati di mercato relativi a periodi di forte stress, indipendentemente dal tipo di modello utilizzato<sup>8</sup>. In particolare, viene applicato l’approccio parametrico o quello di simulazione, considerando come fattori di rischio le variabili di mercato osservate tra il 2008 e il 2009, in cui la volatilità era di gran lunga maggiore del 2012:

<b>volatilità delle variazioni giornaliere dei key rates</b>	<b>stress</b>	<b>2012</b>
A VISTA	0.14%	0.02%
FINO A 3 MESI	0.03%	0.01%
DA 3 MESI A 6 MESI	0.03%	0.01%
DA 6 MESI A 1 ANNO	0.03%	0.01%
DA 1 ANNO A 5 ANNI	0.07%	0.02%
DA 5 ANNI A 10 ANNI	0.07%	0.03%
OLTRE 10 ANNI	0.07%	0.04%

Il metodo standard di Basilea per misurare il rischio di mercato sui titoli di debito esiste molto prima del VaR, consiste nel calcolare il requisito di capitale regolamentare basandosi sulla variazione di valore dell’esposizione calcolata utilizzando determinate variazioni dei tassi ipotizzate dal Comitato. Molte istituzioni finanziarie, in particolare le più grandi, hanno fortemente criticato l’utilizzo dell’approccio standard. I meccanismi sono onerosi e non coerenti con il principio generale di imposizione di un requisito patrimoniale in grado di coprire le perdite potenziali su un arco temporale di dieci giorni lavorativi con un elevato livello di confidenza. Inoltre, l’approccio standard presenta una distinzione troppo eccessiva tra il trading book ed il banking book. In questo modo è impossibile considerare in modo unitario l’esposizione al rischio di interesse, che emerge non solo dalle obbligazioni detenute ai fini di negoziazione, ma anche dal banking book.

Per quanto riguarda il backtesting, è stato sviluppato con le osservazioni dei key rates del 2013. Alla base di questo test retrospettivo vi è un’ipotesi molto forte: la composizione dei trading books e banking books resta costante durante il 2013. Questa ipotesi è irrealistica in particolare per il portafoglio di negoziazione che per definizione contiene assets detenuti solo per breve periodo.

<sup>8</sup> La proposta formulata dal Comitato di Basilea nel luglio 2009 (e formalizzata nel 2011) intende risolvere le critiche mosse nei confronti dei modelli VaR, ritenuti incapaci di rilevare tempestivamente le condizioni di crisi dei mercati finanziari. Infatti le violazioni del VaR giornaliero nei periodi di elevata volatilità sono numerose.

### 3. STIME E PRINCIPALI EVIDENZE EMPIRICHE

fasce	SMA	EWMA	O-GARCH
A VISTA	0.015%	0.014%	0.0113%
FINO A 3 MESI	0.007%	0.001%	0.0057%
DA 3 MESI A 6 MESI	0.007%	0.002%	0.0049%
DA 6 MESI A 1 ANNO	0.006%	0.003%	0.0049%
DA 1 ANNO A 5 ANNI	0.024%	0.017%	0.0177%
DA 5 ANNI A 10 ANNI	0.033%	0.023%	0.0254%
OLTRE 10 ANNI	0.039%	0.023%	0.0298%

Riguardo ai tassi della term structure con cui sono stati costruiti i key rates, durante il 2012 si sono registrati sia momenti di bassa volatilità, sia dei cluster. In particolare: tutti i tassi hanno un trend decrescente, ma tutte le serie storiche diventano più stazionarie, cioè meno volatili, verso la fine del 2012. Inoltre, i tassi swap sono quelli più variabili, il tasso eonia, invece, è il più stazionario. Tutte queste serie storiche hanno una comune particolarità: un netto cambio di livello, a luglio per i tassi a breve, a maggio per i tassi swap. Ciò è dovuto al taglio del tasso ufficiale di riferimento della BCE (tasso refi) da 1.00% a 0.75%, nel luglio 2012.

Le matrici di correlazione sono le seguenti:

SMA	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0.07860737	0.07901359	0.08989319	-0.01325513	-0.03440256	-0.04087085
2	0.078607374	1	0.959261674	0.919219969	0.206528084	0.143735055	0.087009652
3	0.079013591	0.95926167	1	0.97847319	0.278116246	0.188419814	0.119508235
4	0.089893192	0.91921996	0.97847319	1	0.329969385	0.219331508	0.141969052
5	-0.013255137	0.20652808	0.278116246	0.329969385	1	0.853531313	0.739188546
6	-0.034402561	0.14373505	0.188419814	0.219331508	0.853531313	1	0.974305543
7	-0.040870855	0.08700965	0.119508235	0.141969052	0.739188546	0.974305543	1

EWMA	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0.05334826	0.09586099	0.05174912	-0.00768142	-0.04525176	-0.05576043
2	0.053348265	1	0.548707709	0.451812968	0.343155957	0.294938003	0.256840816
3	0.095860994	0.54870770	1	0.931286285	0.419130712	0.313641114	0.259950344
4	0.051749128	0.45181296	0.931286285	1	0.517194024	0.398949335	0.337769349
5	-0.00768142	0.34315595	0.419130712	0.517194024	1	0.922438559	0.866121992
6	-0.045251761	0.29493800	0.313641114	0.398949335	0.922438559	1	0.98573797
7	-0.05576043	0.25684081	0.259950344	0.337769349	0.866121992	0.98573797	1

O-GARCH	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0.20745	0.23123	0.24348	0.13386	-0.02976	-0.09355
2	0.20745	1	0.89273	0.78140	0.21352	0.14132	0.08597
3	0.23123	0.89273	1	0.96115	0.28780	0.19163	0.12296
4	0.24348	0.78140	0.96115	1	0.32699	0.21550	0.14121
5	0.13386	0.21352	0.28780	0.32699	1	0.86456	0.76361
6	-0.02976	0.14132	0.19163	0.21550	0.86456	1	0.97467
7	-0.09355	0.08597	0.12296	0.14121	0.76361	0.97467	1

Si è riscontrato che la correlazione tra i tassi dell'area euro del 2012 (e dei key rates) aumenta fino alla quarta fascia, per poi diminuire. Inoltre, in termini assoluti, i tassi più correlati sono quelli relativi alla sesta e settima fascia e quelli della terza e quarta fascia. Il tasso a brevissimo termine (eonia) e quello a più lungo termine (oltre 10 anni) sono i meno correlati, la correlazione massima del tasso eonia si ha con l'euribor a 9 mesi. Infine, il tasso eonia ha correlazione negativa con lo swap a 3 anni (quinta fascia) nelle prime due matrici (SMA e EWMA), mentre nell'ultima questi due tassi sono legati positivamente (O-GARCH).

Le stime VaR ed ES su orizzonte temporale giornaliero sono le seguenti:

TRADING BOOK - 1d	1.UBI	2.VICENZA	3.VENETO	4.MILANO	5.CARIGE	6.MARCHE	7.ETRURIA	8.BOLZANO	9.BCC ROMA	10.RAVENNA
TIER 3	12,259,492	3,249,915	2,541,379	5,240,439	2,553,043	1,322,188	690,774	870,336	671,587	669,907
Basilea	134,448.78	1,348.62	1,519.77	1,873.26	3,965.28	1,106.33	35.79	1,653.81	744.98	299.76
per euro	1.0967%	0.0415%	0.0598%	0.0357%	0.1553%	0.0837%	0.0052%	0.1900%	0.1109%	0.0447%
VaR SMA	16,731.37	103.82	74.99	144.43	230.52	68.65	0.89	80.36	9.82	4.03
per euro	0.1365%	0.0032%	0.0030%	0.0028%	0.0090%	0.0052%	0.0001%	0.0092%	0.0015%	0.0006%
VaR EWMA	11,406.85	71.39	52.38	98.29	161.58	47.85	0.59	55.98	3.02	1.26
per euro	0.0930%	0.0022%	0.0021%	0.0019%	0.0063%	0.0036%	0.0001%	0.0064%	0.0005%	0.0002%
VaR O-GARCH	12,718.64	78.87	56.47	109.60	174.06	51.80	0.67	60.15	7.33	3.01
per euro	0.1037%	0.0024%	0.0022%	0.0021%	0.0068%	0.0039%	0.0001%	0.0069%	0.0011%	0.0004%
Simulaz. Storica	18,148.65	110.06	81.09	157.09	253.39	77.02	0.68	83.01	3.47	0.35
per euro	0.1480%	0.0034%	0.0032%	0.0030%	0.0099%	0.0058%	0.0001%	0.0095%	0.0005%	0.0001%
ES SMA	19,186.92	119.05	86.00	165.63	264.35	78.72	1.02	92.15	11.26	4.62
per euro	0.16%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.01%	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%
ES EWMA	13,080.96	81.87	60.07	112.72	185.30	54.87	0.68	64.20	3.47	1.45
per euro	0.11%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%
ES O-GARCH	14,585.27	90.44	64.75	125.68	199.60	59.40	0.77	68.97	8.40	3.45
per euro	0.12%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%
Simulaz. Storica	19,497.90	119.18	84.79	174.62	264.37	80.68	0.82	90.98	4.57	0.52
per euro	0.16%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.01%	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%

BANKING BOOK - 1d	1.UBI	2.VICENZA	3.VENETO	4.MILANO	5.CARIGE	6.MARCHE	7.ETRURIA	8.BOLZANO	9.BCC ROMA	10.RAVENNA
TIER 3	12,259,492	3,249,915	2,541,379	5,240,439	2,553,043	1,322,188	690,774	870,336	671,587	669,907
Basilea	489,127.75	51,978.83	122,693.73	176,049.74	182,109.51	87,295.78	55,743.08	5,143.10	37,599.08	14,405.27
per euro	3.9898%	1.5994%	4.8278%	3.3594%	7.1330%	6.6024%	8.0697%	0.5909%	5.5985%	2.1503%
VaR SMA	54,401.58	4,972.06	14,322.77	12,776.53	27,008.31	10,864.13	3,253.37	193.33	2,669.87	739.13
per euro	0.4438%	0.1530%	0.5636%	0.2438%	1.0579%	0.8217%	0.4710%	0.0222%	0.3975%	0.1103%
VaR EWMA	35,927.51	3,284.20	9,144.02	8,981.49	16,990.29	7,297.53	2,234.11	133.55	1,867.37	517.84
per euro	0.2931%	0.1011%	0.3598%	0.1714%	0.6655%	0.5519%	0.3234%	0.0153%	0.2781%	0.0773%
VaR O-GARCH	41,322.98	3,777.05	10,880.24	9,656.88	20,508.59	8,253.60	2,463.35	144.86	2,022.23	555.25
per euro	0.3371%	0.1162%	0.4281%	0.1843%	0.8033%	0.6242%	0.3566%	0.0166%	0.3011%	0.0829%
Simulaz. Storica	59,745.90	5,429.43	15,743.23	14,370.47	29,901.22	12,095.56	3,530.52	186.87	2,933.47	778.15
per euro	0.4873%	0.1671%	0.6195%	0.2742%	1.1712%	0.9148%	0.5111%	0.0215%	0.4368%	0.1162%
ES SMA	62,385.75	5,701.78	16,424.83	14,651.66	30,972.15	12,458.59	3,730.84	221.71	3,061.71	847.61
per euro	0.51%	0.18%	0.65%	0.28%	1.21%	0.94%	0.54%	0.03%	0.46%	0.13%
ES EWMA	41,200.35	3,766.20	10,486.03	10,299.65	19,483.85	8,368.54	2,562.00	153.15	2,141.43	593.84
per euro	0.34%	0.12%	0.41%	0.20%	0.76%	0.63%	0.37%	0.02%	0.32%	0.09%
ES O-GARCH	47,387.69	4,331.38	12,477.06	11,074.15	23,518.50	9,464.92	2,824.88	166.12	2,319.02	636.74
per euro	0.39%	0.13%	0.49%	0.21%	0.92%	0.72%	0.41%	0.02%	0.35%	0.10%
Simulaz. Storica	67,511.29	6,053.31	17,963.80	14,821.09	33,672.44	13,002.93	3,904.34	205.90	3,096.72	837.24
per euro	0.55%	0.19%	0.71%	0.28%	1.32%	0.98%	0.57%	0.02%	0.46%	0.12%

Le stime VaR ed ES con holding period di 10 giorni sono le seguenti:

TRADING BOOK - 10d	1.UBI	2.VICENZA	3.VENETO	4.MILANO	5.CARIGE	6.MARCHE	7.ETRURIA	8.BOLZANO	9.BCC ROMA	10.RAVENNA
TIER 3	12,259,492	3,249,915	2,541,379	5,240,439	2,553,043	1,322,188	690,774	870,336	671,587	669,907
Basilea	134,448.78	1,348.62	1,519.77	1,873.26	3,965.28	1,106.33	35.79	1,653.81	744.98	299.76
per euro	1.0967%	0.0415%	0.0598%	0.0357%	0.1553%	0.0837%	0.0052%	0.1900%	0.1109%	0.0447%
VaR SMA	52,909.23	328.30	237.14	456.74	728.97	217.08	2.82	254.12	31.05	12.74
per euro	0.4316%	0.0101%	0.0093%	0.0087%	0.0286%	0.0164%	0.0004%	0.0292%	0.0046%	0.0019%
VaR EWMA	36,071.64	225.76	165.65	310.83	510.98	151.31	1.86	177.04	9.56	3.99
per euro	0.2942%	0.0069%	0.0065%	0.0059%	0.0200%	0.0114%	0.0003%	0.0203%	0.0014%	0.0006%
VaR O-GARCH	40,219.87	249.40	178.56	346.58	550.41	163.79	2.13	190.20	23.17	9.51
per euro	0.3281%	0.0077%	0.0070%	0.0066%	0.0216%	0.0124%	0.0003%	0.0219%	0.0034%	0.0014%
Simulaz. Storica	45,103.59	269.71	172.26	355.38	543.62	168.88	1.05	192.00	6.90	0.57
per euro	0.3679%	0.0083%	0.0068%	0.0068%	0.0213%	0.0128%	0.0002%	0.0221%	0.0010%	0.0001%
ES SMA	60,674.37	376.48	271.95	523.77	835.96	248.94	3.24	291.41	35.60	14.61
per euro	0.4949%	0.0116%	0.0107%	0.0100%	0.0327%	0.0188%	0.0005%	0.0335%	0.0053%	0.0022%
ES EWMA	41,365.63	258.89	189.96	356.45	585.97	173.52	2.14	203.02	10.97	4.57
per euro	0.3374%	0.0080%	0.0075%	0.0068%	0.0230%	0.0131%	0.0003%	0.0233%	0.0016%	0.0007%
ES O-GARCH	46,122.68	286.01	204.77	397.44	631.19	187.83	2.44	218.12	26.57	10.90
per euro	0.3762%	0.0088%	0.0081%	0.0076%	0.0247%	0.0142%	0.0004%	0.0251%	0.0040%	0.0016%
Simulaz. Storica	49,045.09	293.02	186.91	419.83	600.43	181.76	1.73	196.55	10.57	0.81
per euro	0.4001%	0.0090%	0.0074%	0.0080%	0.0235%	0.0137%	0.0003%	0.0226%	0.0016%	0.0001%

BANKING BOOK - 10d	1.UBI	2.VICENZA	3.VENETO	4.MILANO	5.CARIGE	6.MARCHE	7.ETRURIA	8.BOLZANO	9.BCC ROMA	10.RAVENNA
TIER 3	12,259,492	3,249,915	2,541,379	5,240,439	2,553,043	1,322,188	690,774	870,336	671,587	669,907
Basilea	489,127.75	51,978.83	122,693.73	176,049.74	182,109.51	87,295.78	55,743.08	5,143.10	37,599.08	14,405.27
per euro	3.9898%	1.5994%	4.8278%	3.3594%	7.1330%	6.6024%	8.0697%	0.5909%	5.5985%	2.1503%
VaR SMA	172,032.90	15,723.04	45,292.57	40,402.95	85,407.79	34,355.40	10,288.06	611.38	8,442.88	2,337.35
per euro	1.4033%	0.4838%	1.7822%	0.7710%	3.3453%	2.5984%	1.4894%	0.0702%	1.2572%	0.3489%
VaR EWMA	113,612.75	10,385.56	28,915.92	28,401.97	53,728.02	23,076.81	7,064.89	422.32	5,905.15	1,637.57
per euro	0.9267%	0.3196%	1.1378%	0.5420%	2.1045%	1.7454%	1.0227%	0.0485%	0.8793%	0.2444%
VaR O-GARCH	130,674.74	11,944.07	34,406.35	30,537.73	64,853.86	26,100.16	7,789.79	458.09	6,394.84	1,755.84
per euro	1.0659%	0.3675%	1.3538%	0.5827%	2.5403%	1.9740%	1.1277%	0.0526%	0.9522%	0.2621%
Simulaz. Storica	143,197.34	13,300.41	38,952.15	32,348.78	75,516.35	29,453.80	7,279.40	377.34	6,429.12	1,737.86
per euro	1.1681%	0.4093%	1.5327%	0.6173%	2.9579%	2.2277%	1.0538%	0.0434%	0.9573%	0.2594%
ES SMA	197,281.05	18,030.61	51,939.87	46,332.63	97,942.53	39,397.52	11,797.97	701.10	9,681.98	2,680.38
per euro	1.6092%	0.5548%	2.0438%	0.8841%	3.8363%	2.9797%	1.7079%	0.0806%	1.4417%	0.4001%
ES EWMA	130,286.95	11,909.78	33,159.73	32,570.34	61,613.33	26,463.64	8,101.76	484.31	6,771.81	1,877.90
per euro	1.0627%	0.3665%	1.3048%	0.6215%	2.4133%	2.0015%	1.1729%	0.0556%	1.0083%	0.2803%
ES O-GARCH	149,853.02	13,697.03	39,455.94	35,019.55	74,372.04	29,930.72	8,933.04	525.32	7,333.37	2,013.53
per euro	1.2223%	0.4215%	1.5525%	0.6683%	2.9131%	2.2637%	1.2932%	0.0604%	1.0919%	0.3006%
Simulaz. Storica	166,362.38	15,030.74	45,074.21	34,115.02	85,612.06	32,344.97	9,063.48	423.59	7,281.77	1,797.81
per euro	1.3570%	0.4625%	1.7736%	0.6510%	3.3533%	2.4463%	1.3121%	0.0487%	1.0843%	0.2684%

Le stime ottenute su un orizzonte temporale giornaliero mostrano che la simulazione storica riesce a cogliere meglio le caratteristiche della distribuzione delle variazioni giornaliere dei tassi. Questo perché si basa su una logica di full valuation senza ipotizzare una distribuzione teorica Normale. Le distribuzioni empiriche delle variazioni giornaliere dei tassi presentano forme di leptokurtosi, con code più spesse e picchi più alti. Dunque l'ipotesi di distribuzione Normale, su cui si basano i modelli parametrici, sottostima il rischio racchiuso nelle code. Il modello di simulazione storica, invece, riesce a cogliere meglio questo rischio e restituisce stime VaR maggiori, cioè perdite potenziali più elevate. Si è riscontrato, però, che i risultati si invertono nel calcolo del VaR ipotizzando un holding period di 10 giorni: il metodo di simulazione fornisce stime minori della perdite potenziale rispetto ai modelli varianze-covarianze, in particolare la SMA porta sempre ad una perdita potenziale maggiore rispetto alla simulazione storica. Ciò è dovuto alla "tecnica delle osservazioni sovrapposte" utilizzata per la simulazione storica, per cui le osservazioni utilizzate su base decennale sono serialmente correlate e la serie meno volatile. Questo ha effetto anche sulle stime ES: nell'orizzonte giornaliero, i valori di

simulazione storica sono simili alle stime della SMA, mentre nelle stime con orizzonte temporale di 10 giorni i valori ES del modello di simulazione si distaccano nettamente dal primo modello parametrico, avvicinandosi alle stime EWMA e O-GARCH.

Tra i modelli parametrici, la SMA è il modello che fornisce i valori VaR più elevati, in quanto le volatilità stimate sono maggiori rispetto ai risultati dell'EWMA e dell'O-GARCH. Poiché ogni key rate considerato presenta dei cluster di volatilità durante il 2012 per poi tornare più stabile verso la fine dell'anno, la media mobile esponenziale, dando più peso alle osservazioni recenti e meno al passato, fornisce stime che sono più aggiornate e riflettono le condizioni recenti del mercato. Nella media mobile semplice invece i cluster passati hanno lo stesso peso delle osservazioni più recenti, per questo le volatilità SMA sono maggiori di quelle EWMA. Il modello O-GARCH si presta come una buona mediazione tra i due approcci, anche se può risultare molto più complesso. Questo modello però presenta anche un altro vantaggio: le matrici di covarianza saranno sempre semidefinite positive, non c'è bisogno di imporre vincoli ai parametri come nel modello RiskMetrics.

Il confronto tra i modelli interni e la metodologia standardizzata di Basilea giustifica la necessità delle banche di trovare un'alternativa all'approccio standard imposto dal Comitato. Molte istituzioni finanziarie hanno fortemente criticato l'utilizzo dell'approccio standard. I meccanismi sono onerosi e non coerenti con il principio generale di imposizione di un requisito patrimoniale in grado di coprire le perdite potenziali su un arco temporale di dieci giorni lavorativi con un elevato livello di confidenza. Inoltre, l'approccio standard presenta una distinzione troppo eccessiva tra il trading book ed il banking book. In questo modo è impossibile considerare in modo unitario l'esposizione al rischio di interesse, che emerge non solo dalle obbligazioni detenute ai fini di negoziazione, ma anche dal banking book. La misurazione del rischio attraverso l'approccio standard non è accurata in quanto le variazioni di tasso sono semplicemente ipotizzate senza considerare l'effettiva volatilità dei fattori di rischio. I  $\Delta i$  proposti dal Comitato sono ritenuti "ragionevoli" ma portano ad una sovrastima del rischio che si traduce in un accantonamento eccessivo di capitale, che invece potrebbe essere utilizzato per altri investimenti che incrementino il valore ed il reddito della banca. Per questi motivi la maggior parte delle banche preferisce utilizzare i modelli interni.

Dai risultati del BackTesting si conclude che i modelli VaR costruiti sono imperfetti, tutti registrano scostamenti con statistica superiore all'1%, fatta eccezione per il modello SMA su base decennale del banking book che in media ha la performance migliore con lo 0.78% di scostamenti. In generale, tra i modelli VaR, l'algoritmo SMA prevede meglio le perdite future con il minor margine d'errore. Differentemente il modello EWMA risulta il meno accurato, in quanto l'algoritmo del livellamento esponenziale sottovaluta la volatilità dei tassi del 2013. In realtà l'imprecisione dei modelli VaR è dovuta anche alla forte ipotesi alla base del backtest, che si associa meglio all'analisi del banking book rispetto al trading book. Ciò comporta che i risultati del BackTesting sui trading books sono meno affidabili. Similmente, i modelli ES non riescono spesso a cogliere appieno il livello delle code della

distribuzione, eccetto quando si utilizza come holding period un orizzonte di 10 giorni; questo perché l'utilizzo della tecnica delle osservazioni sovrapposte rende la serie storica meno volatile. Il modello che riscontra più successo è, nuovamente, la SMA, in quanto è il più conservativo e più prudentiale.

Nel confronto con lo sVaR, le perdite potenziali stimate sono significativamente superiori rispetto al VaR tradizionale, ciò è dovuto alla forte volatilità delle variabili di mercato durante il periodo di stress. Lo sVaR aumenta drasticamente il requisito del capitale ad un punto tale che non è nemmeno più rilevante quale tipo di approccio sia utilizzato per stimare il VaR. Infatti, che venga utilizzato un modello parametrico, ipotizzando una distribuzione Normale, o la simulazione storica, per cogliere meglio le caratteristiche empiriche delle variabili di mercato, è del tutto indifferente in quanto l'incremento del requisito patrimoniale sarà comunque vertiginoso. Il requisito di capitale raggiunge persino il livello del metodo standard di Basilea ed in alcuni casi arriva persino a superarlo. Dunque lo sVaR scoraggia le banche ad utilizzare i modelli interni nonostante essi siano più precisi ed accurati dell'approccio di Basilea:

TRADING BOOK	TIER 3	VaR + sVaR param	per euro	VaR + sVaR sim.stor.	per euro	Basilea	per euro
1.UBI	12,259,492	155,860.59	1.27%	116,340.73	0.95%	134,448.78	1.10%
2.VICENZA	3,249,915	1,023.14	0.03%	845.69	0.03%	1,348.62	0.04%
3.VENETO	2,541,379	903.71	0.04%	759.66	0.03%	1,519.77	0.06%
4.MILANO	5,240,439	1,484.78	0.03%	1,111.84	0.02%	1,873.26	0.04%
5.CARIGE	2,553,043	2,654.54	0.10%	2,199.36	0.09%	3,965.28	0.16%
6.MARCHE	1,322,188	802.21	0.06%	644.20	0.05%	1,106.33	0.08%
7.ETRURIA	690,774	12.30	0.00%	12.22	0.00%	35.79	0.01%
8.BOLZANO	870,336	1,026.73	0.12%	851.78	0.10%	1,653.81	0.19%
9.BCC ROMA	671,587	139.78	0.02%	186.92	0.03%	744.98	0.11%
10.RAVENNA	669,907	63.27	0.01%	65.96	0.01%	299.76	0.04%
BANKING BOOK	TIER 3	VaR + sVaR param	per euro	VaR + sVaR sim.stor.	per euro	Basilea	per euro
1.UBI	12,259,492	528,991.27	4.31%	373,558.18	3.05%	489,127.75	3.99%
2.VICENZA	3,249,915	47,318.01	1.46%	33,886.97	1.04%	51,978.83	1.60%
3.VENETO	2,541,379	133,924.36	5.27%	92,418.43	3.64%	122,693.73	4.83%
4.MILANO	5,240,439	143,450.33	2.74%	115,672.62	2.21%	176,049.74	3.36%
5.CARIGE	2,553,043	245,997.98	9.64%	167,944.72	6.58%	182,109.51	7.13%
6.MARCHE	1,322,188	103,333.74	7.82%	74,583.62	5.64%	87,295.78	6.60%
7.ETRURIA	690,774	36,150.18	5.23%	28,675.19	4.15%	55,743.08	8.07%
8.BOLZANO	870,336	2,518.77	0.29%	2,252.82	0.26%	5,143.10	0.59%
9.BCC ROMA	671,587	28,818.33	4.29%	23,290.90	3.47%	37,599.08	5.60%
10.RAVENNA	669,907	9,131.60	1.36%	7,698.71	1.15%	14,405.27	2.15%

Se finora si sono riportati i principali risultati statistici, ora si parlerà delle principali evidenze empiriche da un'ottica gestionale. Dopo la crisi dei debiti sovrani, le banche hanno iniziato a spostare i titoli di debito dal portafoglio di negoziazione verso il banking book, concentrando i volumi nelle fasce a scadenza maggiore. In altre parole, dopo il 2009, è iniziato un trend di acquisti di titoli di debito a lungo termine ed a tasso fisso, che vengono inseriti nel portafoglio bancario, in particolare nelle fasce temporali a lungo termine in corrispondenza della loro effettiva scadenza. Questo ha condotto ad un incremento della durata media finanziaria delle attività. Per questo motivo, il banking book è più esposto a variazioni dei tassi rispetto al trading book, dunque ad una prima analisi sembrerebbe estremamente rischioso.

TRADING BOOK / ATTIVO										
fasce	UBI	VICENZA	VENETO	MILANO	CARIGE	MARCHE	ETRURIA	BOLZANO	BCC	RAVENNA
A VISTA	0.00009%	0%	0.013%	0%	0.0002%	0.002%	0.000007%	0.005%	0.002%	0%
FINO A 3 MESI	0.011%	0.014%	0.206%	0.134%	0.173%	0.084%	0.012%	1.417%	2.029%	0.832%
DA 3 MESI A 6 MESI	0.230%	0.076%	0.057%	0.038%	0.190%	0.053%	0.000286%	0.028%	0.825%	0.237%
DA 6 MESI A 1 ANNO	2.088%	0.110%	0.068%	0.052%	0.124%	0.042%	0.020%	0.107%	0.059%	0.301%
DA 1 ANNO A 5 ANNI	0.230%	0.020%	0.087%	0.060%	0.177%	0.132%	0.003%	0.542%	0%	0%
DA 5 ANNI A 10 ANNI	2.123%	0.033%	0.007%	0.019%	0.031%	0.008%	0.000054%	0%	0%	0%
OLTRE 10 ANNI	0.0003%	0.00002%	0.001%	0.007%	0.001%	0.004%	0%	0%	0.003%	0%
BANKING BOOK / ATTIVO										
fasce	UBI	VICENZA	VENETO	MILANO	CARIGE	MARCHE	ETRURIA	BOLZANO	BCC	RAVENNA
A VISTA	0.193%	0.008%	0.109%	0.006%	0.105%	0.082%	0.596%	0.260%	2.770%	1.022%
FINO A 3 MESI	0.449%	5.323%	2.908%	1.346%	0.367%	2.900%	5.627%	2.011%	3.292%	6.097%
DA 3 MESI A 6 MESI	1.022%	3.754%	3.948%	4.131%	0.981%	0.551%	9.006%	1.117%	7.550%	4.076%
DA 6 MESI A 1 ANNO	0.319%	0.037%	1.892%	1.854%	0.109%	0.023%	8.937%	2.173%	7.074%	3.138%
DA 1 ANNO A 5 ANNI	6.319%	1.137%	3.549%	8.321%	2.752%	4.188%	7.587%	1.243%	7.453%	5.996%
DA 5 ANNI A 10 ANNI	2.129%	0.833%	1.057%	1.986%	1.963%	5.349%	0.710%	0%	2.937%	0.303%
OLTRE 10 ANNI	1.809%	0.381%	2.223%	0%	3.575%	1.013%	0.569%	0%	0%	0.003%

In realtà, le variazioni del fair value dei titoli di debito presenti non viene imputata a conto economico, bensì in una riserva di rivalutazione nel patrimonio. Inserire i titoli in un portafoglio contabile o in un altro impatta sulla rischiosità e redditività della banca. Le variazioni di valore di un titolo iscritto nel portafoglio Fair Value Profit and Loss (FVPL) vengono imputate a conto economico come risultati della negoziazione di tale titolo sul mercato. Differentemente, se un titolo è inserito nel portafoglio Available for Sales (AFS), le sue variazioni di valore sono iscritte in un'apposita riserva da rivalutazione del patrimonio netto. La variazione cumulata di quest'ultima è iscritta a conto economico solo quando l'attività finanziaria è ceduta o si estingue.

Alla luce di quanto detto finora, si può concludere che, per le banche italiane, l'esposizione al rischio di interesse è contenuta e che il rischio di mercato del trading book è in diminuzione. Questi risultati sono coerenti con quanto riportato dalla Banca d'Italia nei Rapporti sulla stabilità finanziaria degli ultimi due anni: con l'allentamento delle tensioni sui mercati finanziari, le banche hanno ceduto parte dei titoli sovrani a lunga scadenza detenuti nel portafoglio di negoziazione. Sfruttando il miglioramento delle quotazioni, le banche hanno sostituito i titoli a lungo termine, nel trading book, con investimenti a più breve scadenza, ottenendo effetti positivi sulla redditività e sui profili di rischio. Durante il 2012, la durata complessiva dei trading book si è pertanto accorciata e l'entità del VaR si è ridotta. Tale andamento riflette anche la prassi, diffusa tra le principali banche europee, di classificare i titoli di Stato di nuova acquisizione nel portafoglio AFS, in seguito al forte inasprimento dei requisiti di capitale sulle attività detenute nel portafoglio di negoziazione.

## BIBLIOGRAFIA

**Acerbi C., Nordio C., Sirtori C.** (2001), Expected shortfall as a tool for financial risk management, *working paper*.

**Acerbi C., Tasche D.** (2001), Expected shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk, *working paper*.

**Alexander C., Leigh C.** (1997), On the covariance matrices used in VaR models, *Journal of Derivatives*, n.4 (3): 50-62.

**Alexander C.** (1998), Volatility and correlation: methods, models and applications, *Risk Management and Analysis: Measuring and Modelling Financial Risk*, Wileys.

**Alexander C.** (2001), A primer on Orthogonal GARCH model, *Mimeo, ISMA Centre*.

**Artzner P., Delbaen F., Eber J., Heath D.** (1999), Coherent Measures of Risk, *Mathematical Finance*, n.9 (3): 203–228.

**Banca d'Italia** (2012), *Rapporto sulla stabilità finanziaria*, n.4, novembre.

**Banca d'Italia** (2013 a), *Rapporto sulla stabilità finanziaria*, n.5, aprile.

**Banca d'Italia** (2013 b), *Applicazione in Italia del regolamento (UE) n. 575/2013 e della direttiva 2013/36/UE*, Roma, agosto.

**Banca d'Italia** (2013 c), *Rapporto sulla stabilità finanziaria*, n.6, novembre.

**Banca d'Italia** (2013d), *Circolare N. 285 – Istruzioni di Vigilanza per le banche*, dicembre.

**Banca d'Italia** (2014), *Circolare N. 229 – Istruzioni di Vigilanza per le banche, Versione esclusivamente informativa annotata con le comunicazioni modificative ed integrative*, giugno.

**Barone-Adesi G., Bourgoin F., Giannopoulos K.** (1997), A probabilistic approach to worst case scenarios, *Risk*, Agosto.

**Bauwens L., Laurent S., Rombouts J.V.K.** (2006), Multivariate GARCH models: a survey, *Journal of Applied Econometrics*, n.21: 79-109.

**Bazzana F.** (2001), I modelli interni per la valutazione del rischio di mercato secondo l'approccio del Value at Risk, *ALEA Tech Reports, Università di Trento*.

**Bertsimas D., Lauprete G.J., Samarov A.** (2004), Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications, *Working paper, Sloan School of Management, MIT, Cambridge*.

**Bollerslev T.** (1986), Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, n.31: 307-327.

**Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw R.** (1998), The Best of Both Worlds, *Risk*, May: 64-67.

**Burchi A.** (2011), Modelli VaR e requisito di capitale per il rischio di mercato, *Banca Impresa e Società*, n.1: 75-103.

**Burchi A.** (2013), Capital requirements for market risks: value-at-risk models and stressed-VaR after the financial crisis, *Journal of Financial Regulation and Compliance*, Vol. 21 n.3: 284-304.

**Butler J.S., Schachter B.** (1997), Estimating Value at Risk with a Precision Measure by Combining Kernel Estimation with Historical Simulation, *Review of Derivatives Research*.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (1988), *Convergenza internazionale della misurazione del capitale e dei coefficienti patrimoniali minimi*, Basilea, luglio.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (1995a), *Progetto di supplemento all'accordo sui requisiti patrimoniali per incorporare i rischi di mercato*, Basilea, aprile.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (1995b), *Proposta di pubblicazione di un supplemento all'accordo di Basilea sui requisiti patrimoniali per contemplare i rischi di mercato*, Basilea, aprile.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (1995c), *Un approccio basato sui modelli interni per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato*, Basilea, aprile.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (1996a), *Schema prudenziale per l'uso di test retrospettivi nel quadro dell'approccio basato sui modelli interni per determinare i requisiti patrimoniali a fronte del rischio di mercato*, Basilea, gennaio.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (1996c), *Emendamento dell'accordo sui requisiti patrimoniali per incorporare i rischi di mercato*, Basilea, gennaio.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (1998), *Schema per la valutazione dei sistemi di controllo interno*, Basilea, gennaio.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2004a), *Convergenza internazionale della misurazione del capitale e dei coefficienti patrimoniali, nuovo schema di regolamentazione*, Basilea, giugno.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2004b), *Principles for the Management and supervision of Interest rate Risk*, Basilea, luglio.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2007), *Convergenza internazionale della misurazione del capitale e dei coefficienti patrimoniali, nuovo schema di regolamentazione, Versione Integrale*, Basilea, maggio.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2009a), *Revisions to the Basel II market risk framework*, Basilea, luglio.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2009b), *Analysis of the trading book quantitative impact study*, Basilea, ottobre.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2010a), *La risposta del Comitato di Basilea alla crisi finanziaria: rapporto al G20*, Basilea, novembre.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2010b), *Basilea 3 – Schema di regolamentazione internazionale per il rafforzamento delle banche e dei sistemi bancari*, Basilea, novembre.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2011a), *Convergenza internazionale della misurazione del capitale e dei coefficienti patrimoniali minimi*, Basilea, marzo.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2011b), *Basilea 3 – Schema di regolamentazione internazionale per il rafforzamento delle banche e dei sistemi bancari*, Basilea, giugno.

**Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria** (2014), *Rapporto sullo stato di avanzamento nell'attuazione degli standard di Basilea*, Basilea, aprile.

**Culbertson J.M.** (1957), The Term Structure of Interest Rates, *Quarterly Journal of Economics*, n.71: 485-517.

**Duffie D., Pan J.** (1997), An overview of value at risk, *Journal of Derivatives*, n.4 (3): 7-49.

**Embrechts P., KlRuppelberg C., Mikosch, T.** (1997), Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, *Springer*, Berlin.

**Embrechts P.** (2000), Extreme value theory: potential and limitations as an integrated risk management tool, *mimeo*, ETH Zentrum, Zurigo.

**Engle R.** (1982), Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, n.50: 987-1007.

**Fama E.F.** (1965), The behaviour of stock prices, *Journal of Business*, n.38: 34-105.

**Figlewski S.** (1994), Forecasting Volatility Using Historical Data, *New York University, Salomon Center*.

**Gianfrancesco I.** (2013), Le implicazioni della crisi del debito sovrano sull'asset & liability management delle banche, *Banche e Banchieri*, n.2: 217-230.

**Hendricks D.** (1996), Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data, *Federal Reserve Bank of New York, Economic Policy Review*.

**Hull J.** (1997), *Options, Futures, and Other Derivatives*, 4th edn, Princeton-Hall, Princeton, NJ.

**Hull J.** (2012), *Risk Management e Istituzioni Finanziarie*, 2nd ed. Emilio Barone, Luiss Guido Carli, Roma.

**Hull J., White A.** (1997), Value at Risk when Daily Changes in Market Variables are not Normally Distributed, *Journal of Derivatives*, Spring 1998: 9-19.

**Hull J., White A.** (1998), Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for VaR, *Journal of Risk*, n.1(1): 5-19.

**J. P. Morgan, Reuters** (1996), *RiskMetrics<sup>TM</sup> Technical documents*, IV ed. J.P. Morgan, New York.

**Li D.X.** (1999), Value at risk based on the volatility, skewness and kurtosis, *mimeo*, Riskmetrics Group, New York.

**Maspero D.** (1997), I modelli VaR basati sulle simulazioni, in *A. Sironi, M. Marsella: La misurazione e la gestione dei rischi di mercato*, Il Mulino, Bologna.

**Parlamento Europeo e Consiglio dell'Unione Europea** (2013), *Regolamento (UE) N. 575/2013 del parlamento Europeo e del consiglio del 26 giugno 2013 relativo ai requisiti prudenziali per gli enti creditizi e le imprese di investimento e che modifica il regolamento (UE) n. 648/2012*, Gazzetta Ufficiale dell'Unione Europea, giugno.

**Pepe G.** (2013), Basel 2.5: potential benefits and unintended consequences, Banca D'Italia, *Questioni di economia e finanza*, n.159.

**Resti A., Sironi A.** (2008), *Rischio e valore nelle banche*, EGEA spa, Milano.

**Rockafellar R., Uryasev S.** (2002), Conditional value at risk for general loss distributions, *Journal of Banking and Finance*, n.26: 1443-1471.

**Smith R.L.** (1990), Extreme Value Theory, *Handbook of Applicable Mathematics, Supplement*, ed. W. Ledermann, Chichester: 437-72.

**Van Horne J.C.** (1965), Interest Rate risk and the term structure of Interest Rates, *Journal of Political Economy*, n.73: 344-351.

Inoltre, Bilancio Consolidato al 31/12/2012 di:

- Ubi Banca;
- Banca Popolare Vicenza;
- Veneto Banca;
- Banca Popolare Milano;
- Banca Carige;
- Banca delle Marche;
- Banca Etruria;
- Cassa di Risparmio di Bolzano;
- Banca di Credito Cooperativo di Roma;
- Cassa di Risparmio di Ravenna.