

Dipartimento di Economia e Finanza  
Cattedra di Economia del Mercato Mobiliare

**MODELLARE, PREVEDERE E SFRUTTARE LA  
VOLATILITA': EVIDENZE DAL VSTOXX**

RELATORE

Prof. Emilio Barone

CANDIDATO

Simone Letta

Matr. 648761

CORRELATORE

Prof. Gaetano Casertano

# INDICE

<b>CAPITOLO 1 - Introduzione .....</b>	<b>5</b>
1.1 La volatilità .....	5
1.2 Scopi e struttura della tesi .....	7
1.3 Euro Stoxx 50 e Euro Stoxx 50 Options .....	9
1.4 Vstoxx (Euro Stoxx 50 Volatility) e mini-futures sul Vstoxx (FVS) .....	10
1.4.1 Il processo di calcolo del Vstoxx .....	11
<b>CAPITOLO 2 - Analisi delle serie storiche.....</b>	<b>17</b>
2.1 Descrizione dei dati .....	17
2.2 Analisi delle serie giornaliere .....	18
2.2.1 Le anomalie di calendario .....	25
2.3 Analisi delle serie infra-giornaliere .....	40
2.3.1 Intraday patterns .....	41
2.4 Analisi dei volumi giornalieri e infra-giornalieri .....	47
<b>CAPITOLO 3 - Prevedere la volatilità .....</b>	<b>53</b>
3.1 Modello ARIMAX .....	53
3.1.1 L'approccio di Box-Jenkins .....	59
3.1.2 L'applicazione del modello ARIMAX sul Vstoxx e sul mini-futures sul Vstoxx .....	65
3.2 Modello GARCH .....	77
3.2.1 L'applicazione del modello GARCH sul Vstoxx e sul mini-futures sul Vstoxx .....	81
3.3 Perpetual Debt Model .....	84

3.3.1 L'applicazione del Perpetual Debt Model sul Vstoxx e sul mini-futures sul Vstoxx .....	91
<b>CAPITOLO 4 - Sfruttare la volatilità .....</b>	<b>96</b>
4.1 Una breve cronistoria del mercato dei derivati sulla volatilità .....	96
4.2 I principali strumenti derivati sulla volatilità .....	97
4.3 I benefici dei derivati sulla volatilità in un portafoglio azionario .....	99
4.3.1 Evidenze dal Vstoxx .....	100
<b>CAPITOLO 5 - Conclusioni .....</b>	<b>105</b>
Appendice Rstudio .....	107
Bibliografia .....	121

## SCOPI E STRUTTURA DELLA TESI

A partire dagli anni '90, la volatilità dei mercati ha attirato sempre di più l'attenzione di investitori, inizialmente professionali poi anche *retail*, assumendo oggi una posizione centrale nell'analisi e nell'implementazione di qualsiasi strategia di investimento. Incrementi notevoli e improvvisi di volatilità possono avere impatti rilevanti sulla conformazione dei mercati, generando profitti stellari generalmente per pochi investitori e forte perdite per la maggior parte di essi che sono quindi costretti a uscire dal mercato. In periodi di alta volatilità il processo di selezione Darwiniano accelera e solo gli investitori che si adeguano alle mutate condizioni riescono a sopravvivere.

Il bisogno degli operatori (soprattutto *retail*) di adeguarsi efficientemente ed efficacemente alle mutate condizioni di volatilità è stato percepito da numerose Borse finanziarie del mondo, le quali hanno cercato di assecondarlo mediante la creazione di indici di volatilità e di strumenti derivati costruiti direttamente sugli stessi. I più famosi sono il Vix per il mercato statunitense e il più recente Vstoxx per quello europeo. Se nel passato la copertura contro la volatilità avveniva essenzialmente mediante strategie basate su opzioni (gli unici derivati tradizionali dipendenti tra gli altri fattori anche dalla volatilità del sottostante), spesso prerogativa di una ristretta classe di investitori professionali o istituzionali, oggi vi sono numerosi strumenti derivati aventi come sottostante direttamente la volatilità, sotto forma di volatilità storica, implicita o indice di volatilità. Stiamo parlando di opzioni, *swaps*, *forward* e futures, tra cui il mini-futures sul Vstoxx, costruito su misura degli investitori *retail* per aiutarli a proteggersi contro fluttuazioni improvvise della volatilità di un mercato.

Il presente lavoro ha come oggetto proprio il Vstoxx e il mini-futures sul Vstoxx e si basa sull'analisi delle loro serie storiche giornaliere e infra-giornaliere con la finalità di rispondere alle seguenti domande:

- 1) Qual è la relazione esistente tra il Vstoxx, il mini-futures sul Vstoxx e l'indice azionario cui si riferisce, ossia l'Euro Stoxx 50?
- 2) Esistono anomalie di calendario che influenzano i valori del Vstoxx e del mini-futures?
- 3) Esiste un *intraday pattern* che possa descrivere l'andamento infra-giornaliero dei prezzi del Vstoxx e del mini-futures?
- 4) Le variazioni dei valori del Vstoxx e del mini-futures possono essere modellate e previste sulla base di un modello econometrico o strutturale?

- 5) Tali modelli possono essere sfruttati per generare profitti di trading?
- 6) E infine quali sono i principali benefici derivanti dallo sfruttamento della volatilità, con particolare riferimento al Vstoxx e al suo mini-futures?

L'Euro Stoxx 50 è un indice azionario negoziato presso il segmento borsistico Eurex, di proprietà della Deutsche Börse, composto dalle azioni di 50 società leader in paesi dell'Eurozona.

L'indice di volatilità dell'Euro Stoxx 50 è negoziato presso l'Eurex, la borsa fondata dalla Deutsche Börse, e si basa su un modello congiuntamente sviluppato da Goldman Sachs e dalla stessa Deutsche Börse. La nuova metodologia di calcolo utilizza la volatilità implicita delle opzioni call e put *in-the-money* e *out-of-the-money* sull'Euro Stoxx 50, indicate con la sigla OESX, suddivise per scadenza.

Nel 2005 l'Eurex ha introdotto strumenti derivati sulla volatilità, quali futures e opzioni. Nel 2008, spinti da una crescente richiesta della clientela, l'Eurex ha introdotto il mini-futures sul Vstoxx con una dimensione del contratto pari a 100€. Il valore di ciascun contratto si ottiene moltiplicando per 100 il valore del Vstoxx che ne costituisce il sottostante. Il *tick* minimo rilevato è di 0.05 cui corrisponde un valore reale di 5€. Quindi l'investimento in un contratto mini-futures sul Vstoxx comporta guadagni/perdite di 5€ per ogni *tick*.

## **ANALISI DELLE SERIE STORICHE**

Nel capitolo 2 sono state analizzate le serie storiche giornaliere e infra-giornaliere (con un gap di 5 minuti) dell'Euro Stoxx 50, del Vstoxx e del mini-futures a 30 giorni sul Vstoxx per verificare le relazioni esistenti tra gli stessi e se vi siano o meno anomalie di calendario o *intraday patterns*.

La serie storica giornaliera del Vstoxx parte dal 25/04/2005 fino al 23/10/2014 per un totale di 2422 osservazioni; la serie storica del mini-futures a 30 giorni sul Vstoxx parte dal 04/01/2010 fino al 23/10/2014 per un totale di 1228 osservazioni. Le serie storiche *intraday* includono dati osservati con un *lag* temporale di 5 minuti: quella del Vstoxx va dalle 09:15 CET dell'11/04/2014 fino alle 17:25 CET del 23/10/2014 per un totale di 13583 osservazioni, mentre la serie del mini-futures ingloba 10811 osservazioni comprese tra le 09:00 CET dell'08/05/2014 e le 17:30 CET del 18/11/2014. La diversità tra le due serie (Vstoxx e mini-futures) è dovuta alla diversa disponibilità di dati su Bloomberg di cui mi sono avvalso per il reperimento di informazioni. Tutte e quattro le serie sono affiancate

da altrettante serie di uguale lunghezza dell'indice azionario di cui il Vstoxx rappresenta la volatilità, ossia l'Euro Stoxx 50.

L'analisi che seguirà avrà come oggetto sia i prezzi dei vari strumenti, che i loro rendimenti logaritmici calcolati nel seguente modo:

$$r_t = \log P_t - \log P_{t-1} = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Dove:

- $r_t$  è il rendimento al tempo  $t$ ;
- $P_t$  e  $P_{t-1}$  sono i prezzi rispettivamente al tempo  $t$  e  $t-1$ .

Dal grafico 2.1 possiamo chiaramente notare come la nostra serie inglobi un iniziale trend positivo con un'impennata vistosa nella seconda metà del 2008 in concomitanza con il fallimento della banca di investimento americana Lehman Brothers.



Il grafico 2.2 mostra le serie dei prezzi del mini-futures e del suo sottostante.



C'è quasi una perfetta sovrapposizione anche se il mini-futures tende a reagire in misura meno marcata a cambiamenti della volatilità di quanto non faccia il Vstoxx.

Il grafico 2.3 mostra la chiara correlazione negativa (la correlazione lineare di Pearson è pari a -0.5494) tra l'Euro Stoxx 50 e il Vstoxx, confermando l'abilità del Vstoxx di percepire i sentimenti pessimistici degli investitori che si manifestano in occasione di crolli

dell'indice azionario. Diverse sono le possibili spiegazioni di tale fenomeno (*leverage effect, volatilità feedback*).



Un altro aspetto interessante è mostrato dal grafico 2.4 nella quale sono rappresentate la serie storica dei prezzi del Vstoxx e del Vix. Quest'ultimo è l'indice di volatilità del principale indice azionario americano S&P 500.



Le due serie sono in sintonia tra loro, seppur il Vstoxx tende ad essere sempre al di sopra del Vix. Probabilmente ciò è dovuto al fatto che l'S&P 500 rappresenta il più ampio e profondo mercato azionario americano; quello europeo è più ristretto e meno liquido, quindi più volatile. In aggiunta, l'Euro Stoxx 50 consta di un numero di azioni (50) 10 volte inferiore a quello dell' S&P 500 (500).

Per quanto riguarda i rendimenti logaritmici, analizzeremo quelli riscontrati tra i prezzi di chiusura (*PC*) e tra i prezzi di apertura (*PA*) di ciascun giorno.

La tabella 2.2<sup>1</sup> riassume le principali statistiche delle distribuzioni delle 4 tipologie di rendimenti logaritmici giornalieri del Vstoxx, mini-futures e Euro Stoxx 50. Il dato più rilevante che emerge dalla tabella è la media significativamente diversa da 0 dei rendimenti logaritmici *open-to-close* (media negativa) e *close-to-open* (media positiva) del Vstoxx e dell'Euro Stoxx 50, secondo il test *t di Student*, accompagnato da una elevata percentuale (più del 60%) di variazioni negative *open-to-close*. Sembrerebbe quindi che i due strumenti

<sup>1</sup> In giallo sono evidenziati i valori *t-value* superiori in valore assoluto a 1.96 circa, che hanno quindi un *p-value* superiore al 5%, il quale ci porta a escludere l'ipotesi nulla di  $\text{media}=0$  con un livello di significatività del 5%.

TABELLA 2.2: Statistiche delle distribuzioni dei rendimenti giornalieri										
	MEDIA	DEV. ST.	MAX	MIN	%POS	%NEG	SKEWNESS	KURTOSIS	JB TEST	t TEST
<b>VSTOXX</b>										
Open-Close	-0.879%	4.576%	26.150%	-36.656%	32.96%	67.04%	0.631	4.543	2248.595	-9.093
Close-Open	0.893%	4.694%	31.613%	-19.667%	53.16%	46.84%	1.120	4.639	2683.341	9.359
Close-Close	0.013%	5.972%	32.768%	-35.401%	46.30%	53.70%	0.669	3.394	1346.638	0.111
Open-Open	0.017%	5.951%	33.819%	-29.479%	45.97%	54.03%	0.735	2.854	1042.958	0.143
<b>MINI-FUTURES</b>										
Open-Close	-0.100%	3.563%	16.479%	-12.030%	47.12%	52.88%	0.648	1.937	276.484	-0.981
Close-Open	0.092%	3.054%	20.591%	-17.144%	49.51%	50.49%	1.207	9.774	5148.620	1.045
Close-Close	-0.015%	4.712%	22.708%	-19.776%	47.43%	52.57%	0.719	2.842	521.650	-0.113
Open-Open	0.000%	4.309%	21.947%	-19.237%	46.63%	53.37%	0.742	2.521	431.612	-0.026
<b>EURO STOXX 50</b>										
Open-Close	-0.194%	1.305%	9.600%	-7.897%	37.05%	62.95%	-0.262	6.991	4969.164	7.306
Close-Open	0.195%	0.711%	5.177%	-2.817%	59.75%	40.15%	-1.079	4.397	2426.182	-13.488
Close-Close	0.000%	1.457%	10.438%	-8.208%	52.13%	47.87%	0.026	6.402	4145.308	0.036
Open-Open	0.000%	1.377%	10.232%	-7.770%	51.43%	48.57%	-0.087	5.312	2857.374	0.006

perdano nel corso della giornata per poi riguadagnare il giorno seguente all'apertura dopo l'asta. In ottica di investimento sarebbe quindi consigliabile vendere l'Euro Stoxx 50 un attimo dopo l'apertura e chiudere la posizione a fine giornata un attimo prima della chiusura; analoga possibilità non esiste per il Vstoxx, non essendo uno strumento negoziabile ma solamente una formula. Tuttavia ad un'analisi più attenta del campione emerge che la maggior parte delle variazioni negative *open-to-close* e positive *close-to-open* dell'Euro Stoxx 50 sono concentrate nel periodo crisi e pre-crisi (2005-2008). Restrungendo il campione a dopo il 2008 le variazioni tornano al 50% circa con media significativamente uguale a 0, in linea con tutte le altre variazioni di ciascun strumento<sup>2</sup>. Questo conferma come la nostra analisi sia notevolmente influenzata dalla scelta del campione.

Il secondo dato che balza all'occhio è l'elevato valore assunto dalla statistica del *Jarque-Bera test*, indicativo del fatto che tutte le distribuzioni sono estremamente diverse dalla gaussiana.

## ANOMALIE DI CALENDARIO

Quando parliamo di anomalie di calendario ci riferiamo all'impatto sistematico che date o periodi di calendario civile o borsistico hanno sulle variazioni dei prezzi di strumenti finanziari.

Sono essenzialmente 3 le tipologie di anomalie di calendario che ho analizzato per il Vstoxx e il mini-futures sul Vstoxx:

- 1) Effetto week-end: le variazioni dei corsi azionari registrate il lunedì rappresenterebbero il rendimento di un investimento che si protrae da 3 giorni se il processo generativo dei prezzi azionari fosse definito in termini di calendario civile; quindi il rendimento del lunedì dovrebbe essere pari a tre volte quello rilevato negli altri giorni della settimana; inoltre nel fine settimana e in tutti i giorni

<sup>2</sup> La statistica t scende drasticamente a 0.8414 e -0.9794 per quanto riguarda rispettivamente le variazioni open-to-close e close-to-open del Vstoxx e a -0.1353 e 1.5806 per quanto riguarda quelle dell'Euro Stoxx 50.

festivi, le notizie negative potrebbero cumularsi senza che vi sia la possibilità di operare contestualmente al loro rilascio, determinando tassi di variazione dei prezzi particolarmente negativi tra il giorno prefestivo e quello successivo alle feste e un'alta volatilità.

- 2) Effetto *turn-of-the-month*: indica le variazioni anomale fortemente positive dei prezzi azionari nell'ultimo giorno lavorativo del mese e nei tre giorni successivi; vi sono diverse possibili spiegazioni alla base di questo fenomeno (gli investitori istituzionali concentrano gli acquisti a fine mese per i positivi riflessi che ciò comporta sulla stampa specializzata, maggior disponibilità liquida degli investitori connessa con il pagamento del salario che avviene a fine mese).
- 3) Effetto *January*: si riferisce a variazioni dei corsi azionari del mese di gennaio notevolmente maggiori di quelle rilevate per gli altri mesi; le possibili motivazioni sono l'ipotesi del "tax-loss selling" (gli investitori vendono azioni con perdite a dicembre per ridurre l'imponibile fiscale per poi riacquistarle a gennaio), quella del "portfolio rebalancing" secondo cui gli alti rendimenti sono provocati da *shift* sistematici nei portafogli degli investitori istituzionali a fine anno volti a non far figurare in bilancio titoli imbarazzanti (soprattutto di *small firms*) che, per l'appunto, sono venduti a dicembre e riacquistati a gennaio e infine il fatto che a gennaio vi è il rischio aggiuntivo di trattare con operatori informati sui risultati di bilancio e quindi si richiede un compenso aggiuntivo.

Per verificare l'esistenza di tali anomalie sono stati condotti test *t di Student* volti a verificare se le medie di sottocampioni dei rendimenti dei tre strumenti appositamente suddivisi per giorni settimanali, giorni mensili e mesi siano significativamente diverse da 0 e diverse dagli altri sottocampioni per quanto riguarda il lunedì, i primi e gli ultimi giorni del mese e gennaio. I risultati hanno evidenziato l'esistenza solamente dell'effetto week-end per il Vstoxx, con un valore *t di Student* del 16.336 e una percentuale di variazioni positive tra il prezzo di chiusura del venerdì e il prezzo di apertura del lunedì pari all'84.21%. Tuttavia l'effetto week-end o altre anomalie di calendario non sembrano essere percepite realmente dagli investitori, dal momento che lo strumento tramite il quale possono negoziare la volatilità, il mini-futures sul Vstoxx, presenta medie significativamente non diverse da 0. Lo stesso dicasi per l'Euro Stoxx 50 il quale presenta dati anomali del test *t di Student* legati esclusivamente alla scelta del campione (problemi di *data mining*). Tali risultati sono confermati da una serie di regressioni compiute tra i

rendimenti logaritmici dei tre strumenti e le variabili dummies relative ai giorni settimanali, alle festività, ai giorni mensili e ai mesi.

### **INTRADAY PATTERNS**

Diversi ricercatori hanno condotto studi volti a verificare la possibile esistenza di anomalie infra-giornaliere, ossia *intraday patterns* che si manifestano con sistematicità durante le ore di negoziazione e per la maggior parte dei quali la teoria prevalente non sembra saper fornire spiegazioni esaustive. Molte delle ricerche hanno rilevato un *U-shaped pattern* nei rendimenti *intraday* azionari, più precisamente rendimenti positivi durante la prima ora di negoziazione, quindi un declino degli stessi nelle ore centrali, in particolare nella quinta ora, e infine una ripresa nelle ultime ore, accentuata 15-30 minuti prima della chiusura. Harris (1986) ipotizza che la ripresa finale dei rendimenti azionari sia connessa alla rilevanza dei prezzi di chiusura: essi vengono utilizzati per valutare l'attivo patrimoniale dei fondi comuni di investimento, sono pubblicati sulla stampa specializzata e vengono utilizzati per le ricerche accademiche. Tuttavia vi sono altri fattori che potrebbero influenzare l'andamento *intraday* della volatilità. Fra questi vi è l' *L-shaped pattern* del *bid-ask spread* delle opzioni quotate sul CBOE (Chicago Board Options Exchange), individuato da Chan et. al (1995).

Sia l'*L-shaped* che l'*U-shaped* del mercato delle opzioni dovrebbero dare all'andamento *intraday* della volatilità una forma opposta a quella che deriverebbe da un *U-shaped pattern* del mercato azionario: decrescente la mattina e crescente il pomeriggio. Una possibile ragione è che gli investitori spesso acquistano opzioni per finalità di copertura *overnight*. Ciò vuol dire che di mattina vendono le opzioni acquistate il giorno prima per l'*overnight hedging* chiudendo la loro posizione, per poi riacquistarle il pomeriggio tenendole fino al mattino seguente. La prevalente tendenza alla vendita che si verifica la mattina spinge al ribasso il prezzo delle opzioni e quindi la volatilità, esattamente all'opposto di quanto accade il pomeriggio.

Utilizzando lo stesso approccio impiegato per le anomalie di calendario, possiamo concludere che nessuno dei tre strumenti sembri seguire un chiaro *intraday pattern*. E ciò è confermato da una serie di regressioni tra i rendimenti dei tre strumenti e le variabili dummies relative alle 9 ore di negoziazione (dalle 09:00 CET alle 17:30 CET).

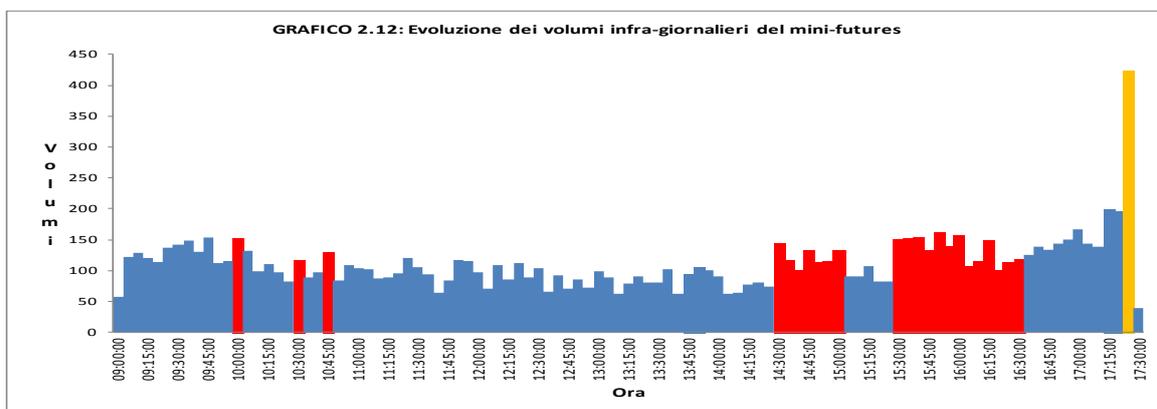
### **RELAZIONE TRA VOLUMI SCAMBIATI E RENDIMENTI**

Diversi studi hanno fornito evidenze sull'esistenza di relazioni tra la quantità di contratti negoziati nei vari giorni o nelle diverse ore e i rendimenti rispettivamente giornalieri e

infra-giornalieri. Un modello interessante è stato elaborato da Epps (1975) sulla base dell'evidenza empirica che la relazione volume-rendimenti varia a seconda che le variazioni di prezzo siano positive o negative. Il suo modello infatti implica che il volume scambiato sia maggiore in presenza di *upticks* piuttosto che in presenza di *downticks*.

Per cercare di comprendere se esiste una relazione positiva tra volumi scambiati e rendimenti sono stati analizzati congiuntamente gli scambi e i prezzi infra-giornalieri del mini-futures sul Vstoxx. L'orizzonte temporale va dal 08/05/2014 al 18/11/2014 con un intervallo di 5 minuti tra un'osservazione e l'altra. In media sono scambiati 100 contratti ogni 5 minuti con un massimo registrato di 1662 e il minimo di 1. Purtroppo i volumi scambiati di Euro Stoxx 50 non sono reperibili su Bloomberg, quindi ci focalizzeremo solamente sul futures.

Il grafico 2.12 mostra i volumi scambiati ogni 5 minuti nel corso delle ore di negoziazione.



I volumi maggiori sono registrati in fase di apertura dove probabilmente molti investitori stanno chiudendo le loro posizioni overnight, e in fase di chiusura con il picco delle 17.25 CET (5 minuti prima della chiusura) che spicca tra tutti gli altri (evidenziato in arancione). L'innalzamento dei volumi a fine giornata è dovuto probabilmente agli investitori che non vogliono lasciare posizioni aperte overnight e che generalmente costituiscono la maggioranza. Nelle ore centrali la situazione sembra più calma seppur vi sono alcuni picchi evidenziati in rosso corrispondenti ai minuti in cui vengono rilasciati importanti dati macroeconomici e finanziari della zona euro, della Gran Bretagna e degli USA.

Per verificare l'esistenza o meno della relazione positiva tra volumi e rendimenti, i primi sono stati regrediti sui secondi nel seguente modo:

$$V_t = \alpha + \beta_1 \times |r_t| + \beta_2 \times (D_{neg} \times |r_t|) + \epsilon_t$$

Dove:

- $V_t$  sono i volumi del mini-futures scambiati all'istante  $t$ ;
- $\alpha$  è l'intercetta;

- $\beta_1$  e  $\beta_2$  sono i coefficienti dei due regressori;
- $|r_t|$  sono i rendimenti in valore assoluto del mini-futures rilevati all'istante  $t$ ;
- $D_{neg}$  è una variabile dummy che assume valore 0 se i rendimenti sono positivi e 1 se i rendimenti sono nulli o negativi;
- $\epsilon_t$  è un elemento di disturbo (o errore), contenente tutto ciò che non è spiegato dai regressori.

Entrambi i coefficienti sono significativamente positivi a indicare una relazione positiva tra ampiezza dei rendimenti e ampiezza degli scambi, ma anche tra rendimenti negativi e volumi negoziati in contrasto con il modello di Epps.

## **PREVEDERE LA VOLATILITA'**

Sono stati impiegati 3 modelli per cercare di prevedere le future oscillazioni giornaliere e *intraday* (a 5 minuti) del Vstoxx e del mini-futures a 30 giorni sul Vstoxx: ARIMAX, GARCH e il *Perpetual Debt Model* definito da Gaia Barone (2011) sulla base del modello di H. Leland.

## **MODELLO ARIMAX E APPROCCIO DI BOX-JENKINS**

Il modello ARIMA appartiene alla famiglia dei modelli ARMA di cui rappresenta una generalizzazione e sono generalmente denotati come ARIMA(p,d,q), dove  $p$ ,  $d$  e  $q$  sono numeri interi positivi indicanti rispettivamente l'ordine autogressivo, di integrazione e a media mobile. Serie osservate con cadenza sub-annuale (mensile o trimestrale per esempio) possono manifestare un comportamento periodico, con oscillazioni che hanno ciclo annuale. Questa stagionalità si ritrova nella funzione di autocorrelazione con valori alti a ritardi stagionali. Per catturare tali dinamiche occorre estendere adeguatamente la classe dei processi ARIMA, includendo gli ARIMA stagionali. Se un processo  $y_t$  è un ARIMA(P,D,Q) stagionale, allora includerà coefficienti autoregressivi e a media mobile a ritardi stagionali con ordini rispettivamente di P e Q e sarà integrato stagionalmente di ordine D.

L'approccio utilizzato nell'identificare il miglior modello ARIMA è quello di Box-Jenkins [1976], i quali, più di ogni altro, hanno contribuito a rendere popolare questi modelli a tal punto che spesso ci si riferisce ad essi come modelli di Box-Jenkins.

All'ARIMA scelto sono state inoltre aggiunte variabili di regressione, perlopiù variabili finanziarie e dummies, ottenendo così il modello ARIMAX, ossia un normale modello ARIMA che ingloba anche variabili di regressione:

$$\varphi(L)\Phi(L^s)\Delta^d\Delta_s^D y_t = m + \theta(L)\Theta(L^s)\xi_t + \sum_{i=1}^n \beta_i X_{i,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j D_{j,t} + \epsilon_t$$

Dove:

- $\varphi(L)$  è il polinomio autoregressivo non stagionale in  $L$  di ordine  $p$ ;
- $\Phi(L^s)$  è il polinomio autoregressivo stagionale in  $L^s$  di ordine  $P$ ;
- $\Delta^d$  è l'operatore differenza non stagionale con un grado di integrazione pari a  $d$ ;
- $\Delta_s^D$  è l'operatore differenza stagionale con un grado di integrazione pari a  $D$ ;
- $y_t$  è il rendimento al tempo  $t$ ;
- $m$  è una costante (intercetta);
- $\theta(L)$  è il polinomio a media mobile non stagionale in  $L$  di ordine  $q$ ;
- $\Theta(L^s)$  è il polinomio a media mobile stagionale in  $L$  di ordine  $Q$ ;
- $\xi_t$  è un *white noise*:  $\xi_t \sim WN(0, \sigma^2)$ ;
- $n$  è il numero delle variabili di regressione impiegate;
- $\beta_i$  è il coefficiente dell' $i$ -esima variabile finanziaria;
- $X_{i,t-1}$  è l'ultima osservazione disponibile (quella che precede l'osservazione da stimare) dell' $i$ -esima variabile finanziaria  $X_i$ ;
- $k$  è il numero delle variabili dummies impiegate;
- $\beta_j$  è il coefficiente della  $j$ -esima dummy;
- $D_{j,t}$  è il valore assunto dalla variabile dummy al tempo  $t$ ;
- $\epsilon_t$  è un elemento di disturbo (o errore), contenente tutto ciò che non è spiegato dalle variabili di regressione.

Il modello ARIMAX impiegato mira a modellare e prevedere la serie storica dei rendimenti logaritmici del Vstoxx e del mini-futures a 30 giorni sul Vstoxx, sia giornaliera che infra-giornaliera (quest'ultima con un gap temporale di 5 minuti).

Seguendo l'approccio di Box e Jenkins, il primo passo è la verifica di stazionarietà delle nostre serie, caratteristica fondamentale per poter utilizzare il modello ARIMAX.

<b>TABELLA 3.1: ADF Test delle 4 serie</b>				
	<b>Vstoxx G</b>	<b>Mini-fut G</b>	<b>Vstoxx 5</b>	<b>Mini-fut 5</b>
<b>ADF test</b>	-14.638	-10.592	-22.962	-21.039
<b>p-value</b>	<0,01	<0,01	<0,01	<0,01

La tabella 3.1 conferma la stazionarietà di tutte e quattro le serie, dato il basso  $p$ -value dell'*ADF Test* che ci porta a rifiutare l'ipotesi nulla di non stazionarietà.

Prima di indagare sugli ordini  $p$ ,  $d$ ,  $q$  del modello, sono state effettuate diverse regressioni per verificare quali variabili finanziarie e dummies sono utili a spiegare la serie storica. Le variabili finanziarie oggetto di indagine sono: l'Euro Stoxx 50, il tasso di cambio euro/dollaro, l'oro spot e l'Euribor (impiegato nella formula del Vstoxx). Ad esse si aggiunge lo stesso Vstoxx per le serie del mini-futures. Nelle serie a 5 minuti manca l'Euribor poiché esso è pubblicato solo una volta al giorno alle ore 11:00 CET. Ricordiamo che le osservazioni di tali variabili sono anticipate di 1 periodo (un giorno o 5 minuti) rispetto al tempo della variabile dipendente (Vstoxx o mini-futures). La scelta di tali variabili finanziarie si basa su precedenti studi quali Simon (2003), Konstantinidi (2007) e Ahoniemi (2009).

Le variabili dummies oggetto di indagine nelle serie giornaliere sono 4 per i giorni della settimana, 30 per i giorni mensili, 11 per i mesi e 4 per le principali festività mondiali (Capodanno, Pasqua, 1° maggio e Natale), mentre quelle delle serie infra-giornaliere sono 4 per i giorni della settimana e 8 per le ore di contrattazione giornaliera. Infine vi è un'ultima variabile dummy per tutte e 4 le serie, la quale assume valore 1 in caso di variazione negativa dell'Euro Stoxx 50 e 0 altrimenti; essa mira a verificare se le variazioni negative dell'Euro Stoxx 50 abbiano un peso maggiore sulle variazioni del Vstoxx o del mini-futures.

La scelta delle variabili è avvenuta mediante gli indicatori AIC e BIC e mediante il test  $t$  di Student e sono riportate per ciascuna serie nella tabelle 3.2 e 3.3 con i relativi valori del  $t$ -test e del  $p$ -value.

<b>TABELLA 3.2: REGRESSORI GIORNALIERI</b>					
	<b>VSTOXX G</b>				<b>MINI-FUT G</b>
	<b>Euro/dollaro</b>	<b>Oro</b>	<b>D-lunedì</b>	<b>D-Natale</b>	<b>Euro/dollaro</b>
<b>t-value</b>	-4.040	3.524	7.592	2.369	-5.088
<b>p-value</b>	0.0000554	0.0004340	0	0.0179310	0

<b>TABELLA 3.3: Regressori infra-giornalieri</b>				
	<b>VSTOXX 5</b>		<b>MINI-FUT 5</b>	
	<b>Euro Stoxx 50</b>	<b>Oro</b>	<b>Vstoxx</b>	<b>Euro/dollaro</b>
<b>t-value</b>	-10.702	2.733	19.774	-3.682
<b>p-value</b>	0	0.00628	0	0.000232

Individuati i regressori esterni, occorre a questo punto definire gli ordini  $p$  e  $q$  del modello, mediante il confronto dei correlogrammi empirici con quelli teorici, il quale lascia presumere che vi sono sia fenomeni autoregressivi che a media mobile che influiscono

sulla serie. Perciò l'individuazione degli ordini  $p$  e  $q$  sulla base di essi è molto difficile. In ogni caso, la bassa autocorrelazione con il passato già dalla seconda osservazione e il decrescere della stessa all'aumentare del ritardo  $h$ , mi porta a restringere il range di valori di  $p$  e  $q$  a 0 o 1 e a escludere fenomeni stagionali. Sulla base di queste considerazioni, confrontiamo diversi modelli ARIMAX con valori  $p$ ,  $d$  e  $q$  compresi tra 0 e 1, per poi scegliere quello che fornisce l'AIC e il BIC più bassi.

Il modello migliore risulta essere l'ARIMAX (1,0,1)×(0,0,0) per il Vstoxx e il mini-futures giornalieri e per il mini-futures intraday e l'ARIMAX (1,0,0)×(0,0,0) per il Vstoxx infra-giornaliero. Tutti e quattro i modelli non hanno alcun grado di integrazione ( $d=0$ ), per cui le serie dei rendimenti logaritmici ammettono già di loro una rappresentazione ARMA stazionaria.

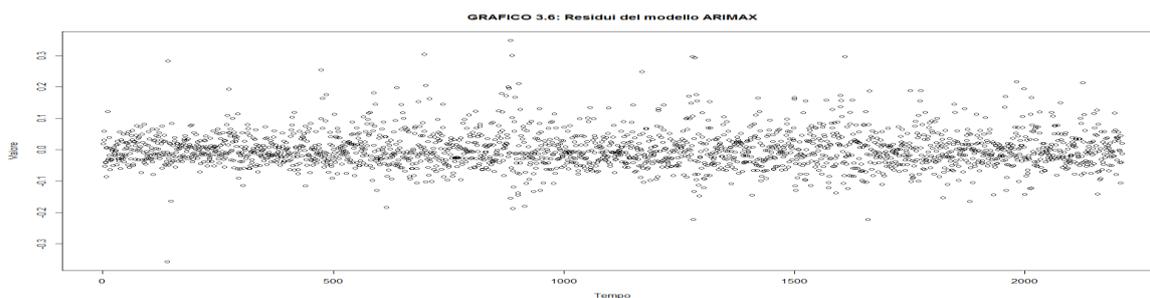
I quattro modelli sono così rappresentati:

1.  $Vstoxx_{g,t} = m + \varphi Vstoxx_{g,t-1} + \xi_t + \theta \xi_{t-1} + \beta_1 EurUsd_{t-1} + \beta_2 Gold_{t-1} + \beta_3 Dln_t + \beta_4 Dnat_t + \epsilon_t$
2.  $Future_{g,t} = m + \varphi Future_{g,t-1} + \xi_t + \theta \xi_{t-1} + \beta_1 EurUsd_{t-1} + \epsilon_t$
3.  $Vstoxx_{5,t} = m + \varphi Vstoxx_{5,t-1} + \xi_t + \beta_1 Eurostox_{t-1} + \beta_2 Gold_{t-1} + \epsilon_t$
4.  $Future_{5,t} = m + \varphi Future_{5,t-1} + \xi_t + \theta \xi_{t-1} + \beta_1 Vstox_{t-1} + \beta_2 EurUsd_{t-1} + \epsilon_t$

A questo punto procediamo alla stima dei parametri  $m$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_4$  e della varianza  $\sigma^2$  del modello mediante il metodo della massima verosimiglianza, il quale assume la normalità dei rendimenti logaritmici. Sia i parametri autoregressivi che a media mobile sono compresi tra -1 e 1 assicurando la stazionarietà e l'invertibilità del processo. L'intercetta risulta significativa solo nel primo caso.

Per concludere con l'approccio di Box e Jenkins non rimane che analizzare omoschedasticità, incorrelazione e normalità dei residui del modello.

Il grafico 3.6 mostra la chiara omoschedasticità dei residui che si distribuiscono in maniera abbastanza omogenea al di sopra e al di sotto dello 0.



I correlogrammi dei residui e gli alti  $p$ -values del *Ljung-Box Test* confermano l'incorrelazione degli stessi. Il *JB test* invece esclude la normalità, caratteristica evocata allorché si debbano trattare questioni di inferenza concernenti la significatività dei parametri stimati, la loro stima intervallare, ecc, ma la cui mancanza non genera particolari problemi.

Verificata la bontà del modello, non rimane che analizzare la sua efficacia previsionale mediante le osservazioni lasciate fuori dal campione. Per ciascuna delle quattro serie, sono state prese in considerazione due varianti dell'ARIMAX, una con campione crescente e l'altra con campione mobile. Nel primo caso, il campione, man mano che trascorrono i periodi, si arricchisce sempre più inglobando il nuovo periodo e aggiornando la stima dei parametri. Nel secondo caso, il campione si aggiorna sostituendo l'osservazione più obsoleta con l'ultima disponibile mantenendo così la stessa dimensione; anche in questo caso i parametri vengono ricalcolati ogni volta. La tabella 3.7 riporta la percentuale di volte in cui il segno della variazione predetto dal modello coincide con quello reale, utilizzata per valutarne l'efficacia previsionale. Tutti i modelli sembrano indovinare la direzione in più della metà dei casi. Per quanto riguarda la previsione del mini-futures infra-giornaliero, la percentuale è dell'ordine del 39% poiché assumono rilevanza anche le variazioni nulle pari a 0 che costituiscono all'incirca un terzo delle variazioni possibili (gli altri due terzi sono rappresentati da variazioni positive e negative). Quindi, in tal caso, un modello con un minimo di efficacia predittiva dovrebbe indovinare il segno in più del 33% dei casi.

**TABELLA 3.7: Efficacia predittiva dell'ARIMAX**

	Vstoxx G Crescente	Vstoxx G Mobile	Vstoxx 5 Crescente	Vstoxx 5 Mobile	Mini- Futures G Crescente	Mini- Futures G Mobile	Mini- Futures 5 Crescente	Mini- Futures 5 Mobile
<b>% Previsioni corrette</b>	54.81%	54.33%	54.19%	54.13%	50.48%	53.85%	39.96%	39.76%

I risultati non sono eccellenti e potrebbero essere legati alla scelta del campione. Forse i due strumenti sono effettivamente *white noises* e quindi imprevedibili sulla base di informazioni passate. Oppure vi è quel minimo di autocorrelazione catturata dal modello, il quale perciò presenta una qualche abilità previsionale seppur minima.

## MODELLO GARCH

I modelli GARCH (Generalized ARCH) rappresentano una generalizzazione dei modelli ARCH che fornisce maggiore semplicità ed elasticità soprattutto quando dobbiamo estendere la memoria del processo o i ritardi temporali. Vennero introdotti per la prima volta da Bollerslev nel 1986.

Nei modelli GARCH la varianza condizionata dipende non soltanto dai rendimenti quadratici passati, ma è anche funzione del suo passato:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}$$

Dove:

- $\alpha_0$  è l'intercetta;
- $\sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i}^2$  è la componente autoregressiva dell'ARCH (p);
- $\sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}$  è la componente di lunghezza  $q$  introdotta dal GARCH (p,q).

Sotto l'ipotesi di  $\mu_{t|t-1} = 0$ :

$$y_t \equiv \xi_t \equiv \sqrt{h_t} \epsilon_t$$

Con  $\epsilon_t \sim IID(0,1)$ .

Nel presente trattato verrà impiegato il GARCH(1,1) sulla serie storica dell'Euro Stoxx 50 per calcolarne la varianza condizionata  $h_t$  e quindi la volatilità condizionata  $\sqrt{h_t}$ . Dal momento che il rendimento medio dell'Euro Stoxx 50 non diverge significativamente da 0, come abbiamo visto nel paragrafo 2.2, ipotizzeremo che  $\mu_{t|t-1} = 0$ , ossia che la miglior previsione del rendimento futuro dell'indice azionario conoscendo il set informativo fino al giorno precedente sia 0<sup>3</sup>. Non abbiamo quindi alcun bisogno di una specificazione ARMA per  $\mu_{t|t-1}$ . Infine data l'elevata curtosi dell'Euro Stoxx 50, la distribuzione assunta è la t di Student con  $\nu$  gradi di libertà.

GARCH(1,1):

$$y_t | Y_{t-1} \sim t_\nu(0, h_t)$$

Poiché  $\mu_{t|t-1} = 0$ :

$$y_t \equiv \xi_t \equiv \sqrt{h_t} \epsilon_t$$

Dove:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

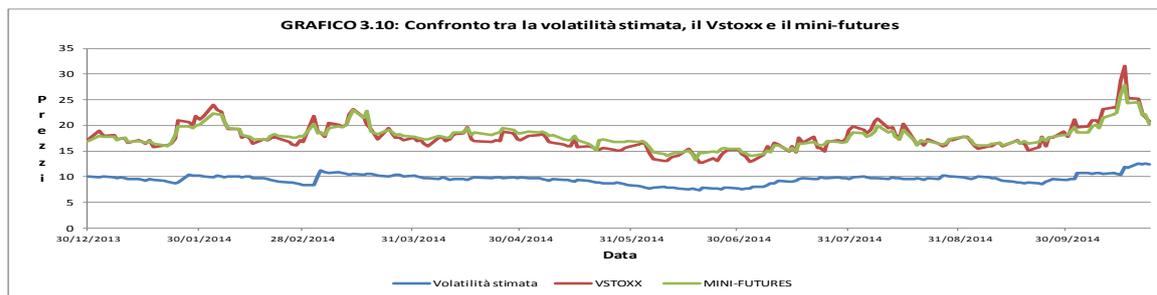
Con  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\beta_1 \leq 1$ ,  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$

L'applicazione del modello GARCH(1,1) è limitata alle sole serie giornaliere poiché l'elaborazione di dati infra-giornalieri richiede elaboratori più potenti di cui non si dispone.

---

<sup>3</sup> È stato testato che la specificazione di un modello ARMA per  $\mu_{t|t-1}$  non cambia in modo rilevante i risultati.

Il grafico 3.10 mostra i valori di mercato del Vstoxx e del mini-futures con la volatilità dell'Euro Stoxx 50 stimata mediante il modello GARCH(1,1).



Il modello chiaramente sottostima in modo sistematico i valori di mercato dei due strumenti. Perciò un confronto con i prezzi è totalmente inadeguato.

Tuttavia dal grafico sembrerebbe che il modello definisce un sentiero per la volatilità che ricalca quello del Vstoxx e del mini-futures, seppur con valori inferiori e senza cogliere le variazioni più grandi (ricordiamo che a noi interessa il segno delle variazioni, non la loro grandezza). Se diamo per vero questa assunzione, allora potremmo confrontare le variazioni tra i valori di volatilità stimata col modello con le variazioni dei prezzi dei due strumenti. Tuttavia anche in questo caso i risultati sono deludenti: il modello predice correttamente il segno nel 47,60 % dei casi sia per il Vstoxx che per il mini-futures. Sarebbe meglio aspettarsi l'opposto di quanto predetto dal modello, ma è ovvio che nessuna previsione o strategia può basarsi su tale metodo.

In conclusione, il GARCH(1,1) risulta meno efficace dell'ARIMAX per quanto riguarda la previsione del Vstoxx e del mini-futures e va scartato senza ombra di dubbio.

## PERPETUAL DEBT MODEL

Il *Perpetual Debt Model* consiste in una serie di formule in forma chiusa definite da Gaia Barone (2011) sulla base del modello di Leland (1994).

L'approccio seguito dal modello di Leland assume che tutti i bonds e i prestiti bancari di un'impresa siano approssimati da una singola emissione di un bond perpetuo a tasso fisso avente la stessa "duration stocastica" del debito attuale.

La tabella 3.9 riassume la struttura del capitale di un'impresa ipotizzata nel modello di Leland.

<b>TABELLA 3.9: Posizioni dei 4 stakeholders</b>				
	<b>Azionisti</b>	<b>Obbligazionisti</b>	<b>Terze Parti</b>	<b>Erario</b>
<b>Assets</b>	$V_0$	-	-	-
<b>Bond perpetuo</b>	$-Z$	$Z$	-	-
<b>Opzione di fallimento</b>	$P \equiv (Z - V_b)p_b$	$-P \equiv -(Z - V_b)p_b$	-	-
<b>Opzione digitale di bancarotta</b>	-	$A \equiv -\alpha V_b p_b$	$-A \equiv -\alpha V_b p_b$	-
<b>Tasse</b>	$-G_S \equiv -\theta(V_0 - Z + P)$	$-G_B \equiv -\theta(Z - P - A)$	$-G_U \equiv -\theta A$	$G_0 \equiv G_S + G_B + G_U$
<b>Totale</b>	$S_0 \equiv (1 - \theta)(V_0 - Z + P)$	$B_0 \equiv (1 - \theta)(Z - P - A)$	$U_0 \equiv (1 - \theta)A$	$G_0 \equiv \theta V_0$

La proprietà dell'impresa è suddivisa tra 4 *stakeholders*: gli azionisti, gli obbligazionisti, le terze parti (avvocati, corti di giustizia, consulenti, ecc.) e l'Erario.

La prima di queste categorie è formata dagli azionisti i quali:

- sono lunghi sul valore corrente degli *assets* dell'impresa pari a  $V = V_0$ ;
- sono corti su un bond perpetuo con valore costante  $Z$  venduto agli obbligazionisti;
- sono lunghi sull'opzione perpetua di fallimento con valore corrente  $P$  vendutagli dagli obbligazionisti;
- sono corti sulla pretesa di tasse da parte dello Stato con valore corrente  $G_S$ .

La seconda categoria è rappresentata dagli obbligazionisti i quali:

- sono lunghi su un bond perpetuo con valore costante  $Z$  vendutogli dagli azionisti;
- sono corti su un'opzione perpetua di fallimento, con valore corrente  $P$  venduta agli azionisti;
- sono corti su un'opzione perpetua digitale di bancarotta con valore corrente  $A$  venduta alle terze parti;
- sono corti sulla pretesa di tasse da parte dello Stato con valore corrente  $G_B$ .

La terza categoria è rappresentata dalle terze parti, ossia tutti gli operatori che per legge o altro intervengono dopo il fallimento dell'impresa per la liquidazione della stessa, i quali:

- sono lunghi su un'opzione perpetua digitale di bancarotta con valore corrente  $A$  vendutagli dagli obbligazionisti;
- corti sulla pretesa di tasse da parte dello Stato con valore corrente  $G_U$ .

Rimane solamente lo Stato che ha il diritto di ricevere la quota di imposte  $\theta$  sul valore  $V$  dell'impresa dalle tre categorie summenzionate proporzionalmente alla quota di valore dell'impresa su cui hanno diritto.

Come nel modello di Merton, anche in quello di Leland il valore  $V$  degli *assets* di un'impresa segue un moto geometrico Browniano<sup>4</sup>:

$$dV = (\mu_v - q_v)Vdt + \sigma_v Vdz$$

Dove:

- $\mu_v$  è il tasso di rendimento istantaneo atteso di un'impresa per unità di tempo;
- $q_v$  è il tasso di *payout* dovuto agli *shareholders* (azionisti) e ai *bondholders* (creditori obbligazionari);

---

<sup>4</sup> Per una semplice spiegazione di un moto geometrico Browniano si veda J. Hull (2012), "Opzioni, futures e altri derivati", pag. 303-309.

- $\sigma_v$  è la volatilità dell'attivo (*assets*) dell'impresa (in altre parole è la deviazione standard del tasso di rendimento delle attività per unità di tempo);
- $dz = \varepsilon\sqrt{dt}$  è un processo di Wiener standard, dove  $\varepsilon$  è un'estrazione casuale da una normale standardizzata  $N(0,1)$ .

Il modello non consente all'impresa di cambiare il suo *business risk*, misurato da  $\sigma_v$ , che è costante, ma permette la liquidazione degli *assets* per pagare gli interessi, i dividendi e le tasse. La politica di *payout* dell'impresa è definita da  $q_v$ :

$$\begin{aligned} q_v V &= \text{interessi netti} + \text{dividendi netti} + \text{tasse} = \text{interessi lordi} + \text{dividendi lordi} \\ &= q_B \frac{B}{1-\theta} + q_S \frac{S}{1-\theta} \end{aligned}$$

Dove:

- $q_B = r \frac{(1-\theta)Z}{B}$  è il tasso di rendimento privo di rischio del bond prima delle tasse;
- $q_S$  è il tasso di rendimento dei dividendi prima delle tasse.

Le equazioni necessarie ai fini di previsione del Vstoxx e del mini-futures sono le "Greche"<sup>5</sup> dell'*equity* e dell'opzione di fallimento.

Il valore dell'*equity* è dato da:

$$S_0 = (1 - \theta)(V_0 - Z + P)$$

mentre il valore dell'opzione è data da:

$$P = (Z - V_b) \left( \frac{V_0}{V_b} \right)^{\gamma_2}$$

Il delta  $\Delta_P$  e il gamma  $\Gamma_P$  dell'opzione di default sono:

$$\begin{aligned} \Delta_P &= \frac{\partial P}{\partial V} = \gamma_2 \frac{P}{V} \\ \Gamma_P &= \frac{d^2 P}{dV^2} = \frac{\gamma_2(\gamma_2 - 1)P}{V^2} \end{aligned}$$

Il delta  $\Delta_S$  e il gamma  $\Gamma_S$  dell'*equity* sono:

$$\begin{aligned} \Delta_S &= \frac{\partial S}{\partial V} = (1 - \theta)(1 + \Delta_P) \\ \Gamma_S &= \frac{d^2 S}{dV^2} = (1 - \theta)\Gamma_P \end{aligned}$$

Grazie al lemma di Itô<sup>6</sup>, la volatilità dell'*equity* è data da:

---

<sup>5</sup> Per una semplice spiegazione delle lettere greche si veda J. Hull (2012), "Opzioni, futures e altri derivati", capitolo 18.

$$\sigma_S = \frac{\Delta_S V \sigma_V}{S}$$

Se definiamo il *leverage* come rapporto tra il valore dell'impresa al netto delle tasse e il valore dell'*equity*,  $L = \frac{(1-\theta)V}{S}$ , allora la volatilità dell'*equity* può essere scritta come:

$$\sigma_S = \left(1 + \gamma_2 \frac{P}{V}\right) L \sigma_V$$

Il *Perpetual Debt Model* è stato implementato sulle serie giornaliere e infra-giornaliere dell'Euro Stoxx 50 con riferimenti ai giorni e le ore di negoziazione del Vstoxx e del mini-futures. Tutti i dati contabili necessari sono stati reperiti su Bloomberg.

<b>TABELLA 3.10: Scostamenti medi assoluti tra i valori stimati e i valori veri</b>				
	<b>Vstoxx giornaliero</b>	<b>Vstoxx intraday</b>	<b>Mini-futures giornaliero</b>	<b>Mini-futures intraday</b>
€	26.72%	20.83%	23.82%	27.04%

In media il modello sottostima di circa un quarto il valore di mercato dei due strumenti, come mostrato in tabella 3.10.

Tuttavia sembra che il modello riesca a replicare l'andamento dei due strumenti seppur con valori sottostimati. Questa impressione è confermata confrontando il segno della variazione tra due valori di mercato con il segno della variazione tra due valori stimati riferiti agli stessi istanti temporali. La percentuale di segni corrispondenti è molto elevata per tutte le serie, come mostrato in tabella 3.11.

<b>TABELLA 3.11: Percentuale di segni corrispondenti</b>				
	<b>Vstoxx giornaliero</b>	<b>Vstoxx intraday</b>	<b>Mini-futures giornaliero</b>	<b>Mini-futures intraday</b>
<b>% Segni corretti</b>	75.22%	82.12%	72.29%	46.52%

Ricordiamo che nel caso della serie *intraday* del mini-futures assumono rilevanza anche le variazioni nulle che rappresentano circa 1/3 delle variazioni totali e che purtroppo nessun modello riesce a catturare. Un modello di replica o di previsione, perciò, sarà buono se la percentuale di segni corretti è superiore al 33%, come in questo caso.

Il modello così impiegato è un modello di replica, poiché i dati di input sono dello stesso istante temporale della variabile stimata, ossia la volatilità. Se volessimo utilizzarlo per finalità previsionali, potremmo confrontare il segno dello scostamento tra il valore vero e il valore stimato al tempo  $t$  con il segno della variazione realizzata tra il valore vero al tempo  $t+1$  e il valore vero al tempo  $t$ . In altre parole se il modello fornisce una stima di volatilità inferiore al valore di mercato del Vstoxx o del mini-futures, potremmo essere indotti a pensare che il mercato sta sovrastimando la volatilità e quindi ci attendiamo una riduzione

<sup>6</sup> Per una semplice spiegazione del lemma di Itô si veda J. Hull (2012), "Opzioni, futures e altri derivati", pag.322-324.

del prezzo nel prossimo istante di tempo  $t+1$ . In questo caso le percentuali di segni esatti crollano a valori intorno al 50% e al 33% (quest'ultima riguarda la serie *intraday* del mini-futures) e coincidono con le variazioni negative, data la sottostima del modello. Praticamente il modello suggerisce costantemente una sovrastima della volatilità da parte del mercato. Quest'ultimo è quindi inadeguato per prevedere il Vstoxx e il mini-futures. Piuttosto stima molto efficacemente la volatilità percepita dagli investitori e negoziata dagli stessi mediante il mini-futures sul Vstoxx (come dimostrano le percentuali di segni corretti tra le variazioni dello stesso istante temporale), anche se con valori differenti.

## SFRUTTARE LA VOLATILITA'

Nel capitolo 4 dopo un breve excursus storico sul mercato dei derivati e una breve introduzione su quelli che sono i principali strumenti derivati sulla volatilità ci si è soffermati sui benefici apportati dell'introduzione del mini-futures sul Vstoxx a 30 giorni su un portafoglio azionario rappresentato da una posizione lunga sull'Euro Stoxx 50.

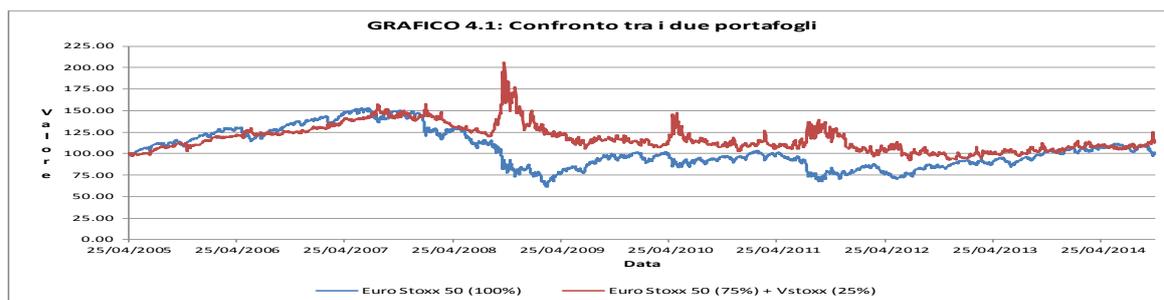
Sono state prese in considerazione 21 diverse combinazioni di portafogli, per ognuna delle quali sono stati calcolati media, deviazione standard e *Sharpe Ratio*. Il migliore è risultato essere quello composto dal 75% di azioni (Euro Stoxx 50) e il restante 25% di Vstoxx, come mostrato in tabella 4.1.

Per evidenziare meglio il beneficio derivante dall'utilizzo del Vstoxx, mettiamoci nei panni di un investitore che il 24/05/2005 ha impiegato il 75% delle sue disponibilità nell'acquisto nell'indice azionario Euro Stoxx 50 e il restante 25% nell'acquisto del Vstoxx. Il valore del

**TABELLA 4.1: Portafogli Euro Stoxx 50 - Vstoxx senza costi di transazione**

	Euro Stoxx 50 (100%)	Euro Stoxx 50 (95%) + Vstoxx (5%)	Euro Stoxx 50 (90%) + Vstoxx (10%)	Euro Stoxx 50 (85%) + Vstoxx (15%)	Euro Stoxx 50 (80%) + Vstoxx (20%)	Euro Stoxx 50 (75%) + Vstoxx (25%)	Euro Stoxx 50 (70%) + Vstoxx (30%)
Rendimento medio annualizzato	0.1477%	0.3298%	0.5120%	0.6942%	0.8764%	1.0586%	1.2408%
Deviazione Standard annualizzata	23.13%	18.81%	15.37%	13.50%	13.85%	16.27%	20.04%
Sharpe Ratio	0.0064	0.0175	0.0333	0.0514	0.0633	0.0651	0.0619
	Euro Stoxx 50 (65%) + Vstoxx (35%)	Euro Stoxx 50 (60%) + Vstoxx (40%)	Euro Stoxx 50 (55%) + Vstoxx (45%)	Euro Stoxx 50 (50%) + Vstoxx (50%)	Euro Stoxx 50 (45%) + Vstoxx (55%)	Euro Stoxx 50 (40%) + Vstoxx (60%)	Euro Stoxx 50 (35%) + Vstoxx (65%)
Rendimento medio annualizzato	1.4229%	1.6051%	1.7873%	1.9695%	2.1517%	2.3339%	2.5160%
Deviazione Standard annualizzata	24.53%	29.42%	34.54%	39.79%	45.15%	50.56%	56.01%
Sharpe Ratio	0.0580	0.0546	0.0518	0.0495	0.0477	0.0462	0.0449
	Euro Stoxx 50 (30%) + Vstoxx (70%)	Euro Stoxx 50 (25%) + Vstoxx (75%)	Euro Stoxx 50 (20%) + Vstoxx (80%)	Euro Stoxx 50 (15%) + Vstoxx (85%)	Euro Stoxx 50 (10%) + Vstoxx (90%)	Euro Stoxx 50 (5%) + Vstoxx (95%)	Vstoxx (100%)
Rendimento medio annualizzato	2.6982%	2.8804%	3.0626%	3.2448%	3.4270%	3.6092%	3.7913%
Deviazione Standard annualizzata	61.50%	67.02%	72.55%	78.10%	83.66%	89.23%	94.81%
Sharpe Ratio	0.0439	0.0430	0.0422	0.0415	0.0410	0.0404	0.0400

portafoglio è espresso in termini percentuali e sarà inizialmente uguale a 100. Il grafico 4.1 confronta l'andamento del valore di tale portafoglio con uno costituito al 100% dall'indice azionario.



I due portafogli si muovono più o meno all'unisono durante i periodi di pre-crisi e post-crisi, seppur la presenza del Vstoxx riduce il valore del portafoglio rispetto a quello puramente azionario, mantenendolo comunque su livelli positivi. La differenza maggiore la si nota nel periodo di crisi, durante il quale il valore del portafoglio diversificato non solo rimane positivo ma aumenta vistosamente, staccandosi dal valore del portafoglio puramente azionario che invece scende al di sotto di 100, mantenendosi negativo durante tutta la crisi. È evidente quindi il beneficio di quell'investitore che durante i periodi di calma ha investito parte del suo capitale in un derivato sulla volatilità, rinunciando a una parte del guadagno durante questi periodi, rinuncia più che compensata dall'impennata di valore registrata durante la crisi.

Tuttavia, prendendo in considerazione gli elevati costi di transazione dovuti alla necessità di rinnovare ogni mese la posizione sul mini-futures a 30 giorni, il Vstoxx non contribuisce più al miglioramento di un portafoglio azionario puro. Tale risultato è in linea con una precedente analisi effettuata da R. Guobuzaitė et L. Martellini (2012) nel loro lavoro "The Benefit of Volatility Derivatives in Equity Portfolio Management", dalla quale è emerso tuttavia che l'utilizzo di futures a scadenza più lontana apporta un contributo migliorativo, data la più bassa frequenza di *rollover* (rinnovo delle posizioni) e quindi i più bassi costi di transazione.

Per concludere, la volatilità può essere efficacemente sfruttata tramite derivati scritti direttamente sulla stessa soprattutto per finalità di copertura durante i periodi di crisi. Questo vuol essere un incentivo per la grandi istituzioni finanziarie a creare sempre più efficaci e semplici derivati sulla volatilità che possano aiutare gli investitori, in particolar modo quelli *retail*, ad evitare grosse perdite dovute a eventi straordinari, totalmente imprevedibili. E un incentivo anche per gli accademici ad approfondire gli studi, oggi ancora molto limitati a causa della loro tarda comparsa, su questa emergente categoria di derivati, magari elaborando per gli stessi un efficace modello di valutazione, come lo è quello di Black-Scholes-Merton per le opzioni, grazie al quale sono stati insigniti del premio Nobel per l'economia nel 1997.

# Bibliografia

- ADMATI A. et PFLEIDRER P.** (1988), "A theory of intraday patterns: volume and price variability", *The Review of Financial Studies*, Vol. 1, pp 3-40.
- AGGARVAL R. et GRUCA E.** (1993), "Intraday trading patterns in the equity options markets", *Journal of Financial Research*, Vol. 16, pp 885-905.
- AHONIEMI K.** (2006), "Modeling and Forecasting Implied Volatility – an Econometric Analysis of the VIX Index", *Helsinki School of Economics*, Discussion Paper No. 129.
- AKAIKE H.** (1974), "A New Look at the Statistical Model Identification", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-19, No. 6, pp 716-723.
- ALEXANDER C. et KOROVILAS D.** (2011), "The Hazards of Volatility Diversification", *Working Paper*.
- ARIEL R.A.** (1987), "A Monthly Effect on Stock Returns", *Journal of Financial Economics*, Vol. 18, No. 1, pp 161-174.
- BAKSHI G. et KAPADIA N.** (2003), "Delta-Hedged Gains and the Negative Market Volatility Risk Premium", *Review of Financial Studies*, Vol. 16, No. 2, pp 527-566.
- BARONE E.** (1990), "Il mercato azionario italiano: efficienza e anomalie di calendario", *Università LUISS Guido Carli*, Lavori in Italiano.
- BARONE E.** (2008), "Sfruttare la volatilità", *Università LUISS Guido Carli*, Lavori in Italiano.
- BARONE E. et BARONE G.** (2012), "Principali banche italiane: probabilità d'insolvenza", *Università LUISS Guido Carli*, Lavori in Italiano.
- BARONE G.** (2010), "An Equity-Based Credit Risk Model", *Università degli Studi di Roma Tor Vergata*, Dottorato di Ricerca in Economia delle Istituzioni e dei Mercati Monetari e Finanziari, Facoltà di Economia.
- BARONE G.** (2013), "European compound options written on perpetual American options", *Journal of Derivatives*, Vol. 20, No. 3, pp 61-74.
- BEKAERT G. et WU G.** (2000), "Asymmetric Volatilities and Risk in Equity Markets", *Review of Financial Studies*, Vol. 13, No. 1, pp 1-42.
- BERA A.K. et JARQUE C.M.** (1987), "A test for normality of observations and regression residuals", *International Statistical Review*, Vol. 55, pp 163-172.
- BERKMAN H.** (1992), "The market spread, limit orders and options", *Journal of Financial Research*, Vol.6, pp 111-138.

- BLACK F.S.** (1976), "Studies in Stock Price Volatility Changes", *American Statistical Association, Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economic Statistic Section*, No. 2, pp 177-181.
- BLACK F.S. et COX J.C.** (1976), "Valuing Corporate Securities – Some Effects of Bond Indenture Provisions", *Journal of Finance*, Vol. 31, No. 2, pp 351-367.
- BOLLERSLEV T.** (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Economics*, Vol. 31, pp 307-327.
- BOX G.E.P., JENKINS G.M. et REINSEL G.C.** (2008), "Time Series Analysis: Forecasting and Control", *Hoboken Wiley*, 4a Edizione.
- BRANCH B. et ECHEVARRIA P.** (1991), "The Impact of Bid-Ask Prices on Market Anomalies", *Financial Review*, Vol. 26, No. 2, pp 249-268.
- CARR P. et LEE R.** (2009), "Volatility Derivatives", *The Annual Review of Financial Economics*, Vol. 1, pp 319-339.
- CARR P. et WU L.** (2009), "Variance Risk Premiums", *Review of Financial Studies*, Vol. 22, No. 3, pp 1311-1341.
- CHAN K., CHUNG Y. et JOHNSON H.** (1995), "Why option prices lag stock prices: a trading-based explanation", *Journal of Finance*, Vol. 48, pp 1957-1967.
- CHRISTIE A.** (1982), "The Stochastic Behavior of Common Stock Variances: Value, Leverage and Interest Rate Effects", *Journal of Financial Economics*, Vol. 10, pp 407-432.
- CLARK P.K.** (1973), "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices", *Econometrica*, Vol. 41, pp 135-155.
- CONNOLLY R.A.** (1989), "An Examination Of The Robustness Of The Weekend Effect", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 24, No. 2, pp 133-170.
- CROSS F.** (1973), "The behavior of stock prices on Fridays and Mondays", *Financial Analysts Journal*, Vol. 29, No. 6.
- CROUCH R.L.** (1970), "The volume of Transactions and Price Changes on the New York Stock Exchange", *Financial Analysts Journal*, Vol. 26, pp 104-109.
- DAIGLER R.T. et ROSSI L.** (2006), "A Portfolio of Stocks and Volatility", *Journal of Investing*, pp 99-106.
- DASH S. et MORAN M.T.** (2007), "VIX Futures and Options: Pricing and Using Volatility Products to Manage Downside Risk and Improve Efficiency in Equity Portfolios", *Journal of Trading*, Vol. 2, No. 3, pp 96-105.
- DICKEY D.A. et FULLER W.A.** (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, pp 427-431.

- DICKEY D.A. et FULLER W.A.** (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, Vol. 49, No. 4, pp 1057-1072.
- DICKEY D.A. et SAID S.E.** (1984), "Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order", *Biometrika*, Vol. 71, pp 599-608.
- DYL E.A. et MARTIN S.A.** (1985), "Weekend Effects on Stock Returns: A Comment", *Journal of Finance*, Vol. 40, No. 1, pp 347-350.
- ENGLE R.F.** (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp 987-1007.
- EPPS T.W.** (1975), "Security Price Changes and Transaction Volumes Theory and Evidence", *American Economic Review*, Vol. 65, pp 586-597.
- FAMA E.F.** (1965), "The behavior of stock market prices", *Journal of Business*, Vol. 38, No. 1, pp 34-105.
- FARMER D.J. et LO A.W.** (1999), "Frontiers of Finance: Evolution and Efficient Market", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 96, pp 9991-2.
- FRENCH K., SCHWERT G. et STAMBAUGH R.** (1987), "Expected Stock Return and Volatility", *Journal of Financial Economics*, Vol. 19, pp 3-30.
- FRENCH K.R.** (1980), "Stock returns and the weekend effect", *Journal of Financial Economics*, Vol. 8, No. 1, pp 55-69.
- FULLER W.A.** (1976), "Introduction to Statistical Time Series", *John Wiley*, New York.
- GEILYM O., CLARE A. et THOMAS S.** (1998), "The bid-ask spread on stock index options: an ordered probit analysis", *The Journal of Futures Market*, Vol. 18, pp 467-485.
- GIBBONS M.R. et HESS P.** (1981), "Day of the week effects and asset returns", *Journal of Business*, Vol. 54, No. 4, pp 579-598.
- GODFREY M.D., GRANGER C.W.J. et MORGENSTERN O.** (1964), "The Random Wal Hypotesis of Stock Market Bahavior", *Kyklos*, Vol. 17, pp 1-30.
- GRAMMATIKOS T. et SAUNDERS A.** (1986), "Future Price Variability: A Test of Maturity and Volume Effect", *Journal of Business*, Vol. 59, pp 319-330.
- GRANGER C.J.W. et MORGENSTERN O.** (1970), "Predictability of Stock Market Prices", *Heath Lexington Books*, Lexington, MA.
- GRANGER C.W.J. et MORGENSTERN O.** (1963), "Spectral Analysis of New York Stock Market Prices", *Kyklos*, Vol. 16, pp 1-27.
- GRANT M., GREGORY K. et LUI J.** (2007), "Considering All Options", *Goldman Sachs Global Investment Research*.
- GRANT M., GREGORY K. et LUI J.** (2007), "Volatility as an Asset", *Goldman Sachs Global Investment Research*.

- GUOBUZAITE R. et MARTELLINI L.** (2012), "The Benefits of Volatility Derivatives in Equity Portfolio Management", EDHEC-Risk Institute Publication.
- HARRIS L.** (1986), "A Transaction Data Study of Weekly and Intradaily Patterns in Stock Returns", *Journal of Financial Economics*, Vol. 16, pp 99-117.
- HULL J.C.** (2012), "Opzione, futures e altri derivati", *Pearson Italia S.p.A.*, Milano-Torino.
- JACOBS B.I. et LEVY K.N.** (1988), "Calendar Anomalies: Abnormal Returns At Calendar Turning Points", *Financial Analyst Journal*, Vol. 44, No. 6, pp 28-39.
- JAIN P.C. et JOH G.H.** (1988), "The Dependence between Hourly Prices and Trading Volume", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 23, No. 3.
- JEFFE J. et WESTERFIELD R.** (1985), "The week-end effect in common stock returns: the international evidence", *Journal of Finance*, Vol. 40, No. 2, pp 433-454.
- KARANASOS M.** (?), "Volatility Trading Strategies", *Brunel University*, Working Paper for Financial Engineering Department.
- KEIM D.B. et STAMBAUGH R.F.** (1984), "A further investigation of the weekend effect in stock returns", *Journal of Finance*, Vol. 39, No. 3, pp 819-835.
- KEIM D.B.** (1983), "Size-Related Anomalies And Stock Return Seasonality: Further Empirical Evidence", *Journal of Financial Economics*, Vol. 12, No. 1, pp 13-32.
- KEIM D.B.** (1986), "Dividend Yields, Size, and the January Effect", *Journal of Portfolio Management*, Vol. 12, No. 2, pp 54-60.
- KIM C., MORLEY J. et NELSON C.** (2004), "Is there a Positive Relationship between Stock Market Volatility and the Equity Premium?", *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 36, No. 3, pp 339-360.
- KONSTANTINIDI E., SKIADOPOULOS G. et TZAGKARAKI E.** (2008), "Can the Evolution of Implied Volatility be Forecasted? Evidence from European and U.S. Implied Volatility Indices", *Journal of Banking & Finance*, Vol. 32, No. 11, pp 2401-2411.
- LAKONISHOK J. et LEVI M.** (1982), "Weekend Effects on Stock Returns: A Note", *Journal of Finance*, Vol. 37, No. 13, pp 883-889.
- LAKONISHOK J. et SMIDT S.** (1984), "Volume, Price and Rate of return for active and inactive stocks with applications to turn-of-the-year behavior", *Journal of Financial Economics*, Vol. 13, pp 435-455.
- LAKONISHOK J. et SMIDT S.** (1988), "Are Seasonal Anomalies Real? A Ninety-Year Perspective", *Review of Financial Studies*, Vol. 1, No. 4, pp 403-425.
- LELAND H.** (1994), "Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure", *Journal of Finance*, Vol. 49, No. 4, pp 1213-1252.

- LJUNG G.M. et BOX G.E.P** (1978), "On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models", *Biometrika*, Vol. 65, No. 2, 297-303.
- LYONS L.** (2005), "Volatility and its Measurements: The Design of a Volatility Index and the Execution of its Historical Time Series at the DEUTSCHE BÖRSE AG", *Würzburg-Schweinfurt University*, Working Paper.
- MAYHEW S. et STIVERS C.** (2003), "Stock return dynamics, option volume and the information content of implied volatility", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 23, No. 7.
- MERTON R.C.** (1974), "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of interest Rates", *Journal of Finance*, Vol. 29, No. 2, pp 449-470.
- NEWBY W.K. et STEIGERWALD D.G.** (1997), "Asymptotic Bias for Quasi-Maximum-Likelihood Estimators in Conditional Heteroskedasticity Models", *Econometrica*, Vol. 65, No. 3, pp 587-599.
- ÑIGUEZ T.M.** (2008), "Predicting the Monthly Volatility of the EuroStoxx 50 using Data Sampled at Different Frequencies", *Universidad Carlos III de Madrid-Instituto Flores de Lemus*, Working Paper.
- OGDEN J.P.** (1990), "Turn-Of-Month Evaluations Of Liquid Profits And Stock Returns: A Common Explanation For The Monthly And January Effects", *Journal of Finance*, Vol. 45, No. 4, pp 1259-1272.
- PEARCE D.K.** (1996), "The Robustness of Calendar Anomalies in Daily Stock Returns", *Journal of Economics and Finance*, Vol. 20, No. 3, pp 69-80.
- PHILLIPS P.C.B. et PERRON P.** (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, Vol. 75, pp 335-346.
- ROGALSKI R.J.** (1978), "The dependence of Prices and Volume", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 60, pp 268-274.
- ROLL R.** (1983), "Vas ist Das? The Turn-of-the-Year Effect and the Return Premia of Small Firms", *Journal of Portfolio Management*, Vol. 9, No.1, pp 18-28.
- ROZEFF M.S. et KINNEY W.R.** (1976), "Capital Market Seasonality: The Case of Stock Returns", *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 4, pp 379-402.
- SCHWARZ G.E.** (1978), "Estimating the dimension of a model", *Annals of Statistics*, Vol. 6, pp 461-464.
- SCHWERT G.** (1989), "Why Does the Stock Market Volatility Change over Time", *Journal of Finance*, Vol. 44, No. 5, pp 1115-1153.
- SERKSNAS D.** (2013), "Time Series Model for Forecasting Intraday Volatilities", *University of Oxford*, Dissertation for MSc Mathematical and Computational Finance.
- SHARPE W.** (1964), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, Vol. 19, No. 2, pp 425-442.

- SIMON D.** (2003), "The Nasdaq volatility index during and after the bubble", *The Journal of Derivatives*, Vol. 11, pp 9-24.
- SMIRLOCK M. et STARKS L.** (1986), "An Empirical Analysis of the Stock Price-Volume Relationship, *University of Pennsylvania*, Working Paper.
- STEPHAN J. et WHALEY R.** (1990), "Intraday price change and trading volume relations in the stock and stock option markets", *Journal of Finance*, Vol. 45, pp 191-220.
- SZADO E.** (2009), "VIX Futures and Options – A Case Study of Portfolio Diversification during the 2008 Financial Crisis", *University of Amherst*, Working Paper.
- TALEB N.N.** (2010), "The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable", *Random House Trade Paperbacks*, USA.
- TIKANOJA J.** (2013), "Modeling Intraday Implied Volatility: Evidence From EURO STOXX 50", *Aalto University School of Business*, Dissertation for Department of Finance.
- WESTERFIELD R.** (1977), "The Distribution of Common Stock Price Changes: An Application of Transactions Time and Subordinated Stochastic Models", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 12, pp 743-765.
- WU G.** (2001), "The Determinants of Asymmetric Volatility", *Review of Financial Studies*, Vol. 14, pp 837-859.
- YING C.** (1966), "Stock Market Prices and Volumes of Sales", *Econometrica*, Vol. 34, pp 676-685.