

La ricerca di extrarendimenti nella gestione del patrimonio: i fondi di strategia

Indice

Premessa

Introduzione

Capitolo 1: I primi sviluppi della teoria di portafoglio

1.1 La teoria del portafoglio di Markowitz

1.2 Il Capm

1.3 Capital Market line

1.4 Security market line

1.5 Market model

1.6 Il modello Zero Beta

Capitolo 2: Il modello Black-Litterman e l'introduzione delle view nella costruzione del portafoglio.

Introduzione

2.1 Le intuizioni di Black e Litterman

2.2 Il modello: la combinazione delle view con l'equilibrio del mercato

Capitolo 3: I primi modelli multifattoriali

3.1 L'arbitrage pricing theory

3.2 Sviluppo di un modello a due fattori

3.3 Metodologie per stimare un modello multifattoriale

3.4 Verifiche sull'APT

3.5 L'utilizzo delle variabili macroeconomiche

3.6 Il modello a tre fattori di Fama French

Capitolo 4: Il modello multifattoriale di Barra.

- 4.1 Il modello di barra
- 4.2 Creazione del modello di rischio
- 4.3 La scelta delle variabili
- 4.4 Stima del rendimento atteso
- 4.5 Calcolo della matrice di covarianza
- 4.6 Valutazione del rischio specifico

Capitolo 5: le moderne strategia di gestione

- 5.1 Strategie passive
- 5.2 Strategie di gestione attiva
- 5.3 Scomposizione del rischio secondo Barra
- 5.4 Scomposizione del rischio totale
- 5.5 Scomposizione del rischio in sistematico e residuale
- 5.6 Active Risk Decomposition

Capitolo 6: case study

Premessa

La ricerca della performance nelle gestioni è un argomento che da anni tormenta la quotidianità di ogni operatore. Il settore dell'investimento si caratterizza per una moltitudine di prodotti e di gestori che sponsorizzano in continuazione la loro bravura e il loro successo nell'aver trovato o nel poter trovare "la ricetta" per garantire rendimenti superiori rispetto al rischio assunto. Nessuna di queste però, risulta oggettivamente la migliore in quanto l'andamento dei prezzi e dei rendimenti sui mercati finanziari non sempre segue un andamento prevedibile, perciò nessun modello è in grado di assicurare a priori un risultato migliore rispetto ad altri. Questo perché l'investimento ed il trading possono essere aleatori per via della necessità di dover prendere decisioni che riguardano futuro, per le quali non si ha la disponibilità di tutte le informazioni che sarebbero necessarie e per l'imprevedibilità della reazione dei mercati alle informazioni oggettive. Non sempre una buona notizia provoca un andamento favorevole dei mercati finanziari, così come non sempre una notizia negativa produce l'impatto avverso che sarebbe logico attendersi.

Sicuramente ognuno è in grado di offrire ai propri clienti le teorie e le competenze formatesi in tanti anni di sviluppo dei mercati finanziari.

Non essendo possibile per me formulare una di queste "ricette" per via della mancanza delle competenze pratiche e dell'esperienza richiesta, non mi rimane che approfondire i risvolti teorici di quella che ai miei occhi potrebbe essere una delle risposte vincenti per la ricerca di una performance soddisfacente.

Con questo lavoro dunque mi pongo l'obiettivo di analizzare i fondamenti teorici sui quali si basa la scelta della asset allocation da parte dei gestori e approfondire la conoscenza nelle strategie di gestione di alcune categorie di fondi.

Introduzione

La stima del costo del capitale azionario, o in alternativa il rendimento atteso dagli azionisti, rappresenta uno dei temi più dibattuti nell'ambito della Teoria della Finanza. I diversi modelli di stima, riconducibili alla teoria oggettivistica del costo del capitale¹, hanno trovato nella letteratura finanziaria anglosassone in generale, e statunitense in particolare, ampio spazio, alimentando il dibattito sul piano teorico ed empirico. Un contributo determinante in tal senso è ascrivibile ad Harry Markowitz (1952), padre della Modern Portfolio Theory, il quale ha fornito un inquadramento teorico dell'analisi rischio – rendimento. L'autore, postulando l'avversione al rischio da parte degli investitori, pose le basi per l'individuazione delle due variabili considerate nelle decisioni di investimento: il rendimento atteso e la varianza, o la deviazione standard, del titolo. Sulla base degli studi di Markowitz, Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), indipendentemente, elaborano il Capital Asset Pricing Model, un modello che stima il rendimento atteso del titolo, o rendimento di equilibrio del mercato, in funzione del rischio dell'investimento. In altri termini, il CAPM assumendo un contesto caratterizzato da efficienza informativa, assenza di costi di transazione, orizzonte monoperiodale, omogeneità di aspettative, presenza di titoli a rischio nullo *risk free rate*, indica il *trade off* tra rischio e rendimento. Nel modello in parola assumono importanza tre variabili: il tasso di rendimento dei titoli di Stato, o *risk free rate*, il coefficiente di rischio sistematico, beta, e il premio atteso per il rischio. Benché alcune delle ipotesi sottostanti appaiano lontane

dalla realtà, quali ad esempio la possibilità di prendere e dare a prestito senza limiti allo stesso tasso *risk free*, l'assenza di imposte, ed altre, il CAPM è stato negli ultimi quarant'anni oggetto di vivace dibattito nell'ambito dell'economia finanziaria. I primi test di verifica del *Capital Asset Pricing Model* furono effettuati da Sharpe (1966) e da Jensen (1967) sui fondi comuni di investimento con risultati confortanti. Tuttavia, l'ipotesi di prendere e dare a prestito senza limiti allo stesso tasso *risk free* appariva poco aderente alla realtà. Nel corso degli anni il CAPM ha subito numerose critiche e l'idea che il beta non fosse l'unico fattore in grado di spiegare i rendimenti dei titoli azionari, ha preso sempre più corpo. Se dalle prime evidenze empiriche, attuate mediante il *market model*, è emersa la linearità tra rischio e rendimento, le successive verifiche hanno rilevato l'incapacità del beta nell'esprimere tale relazione. In quest'ottica si inquadra l'*Arbitrage Pricing Theory*, sviluppata da Ross (1976) e Roll (1977), la quale evidenzia che i fattori che intervengono nella determinazione dei prezzi azionari sono molteplici. L'APT, pur non indicando esplicitamente tali fattori, riconosce un ruolo chiave ad alcune variabili macroeconomiche tra cui il prezzo del petrolio, il tasso di inflazione, i tassi di interesse, il PIL.

Capitolo 1: I primi sviluppi della teoria di portafoglio.

1.1 La teoria del portafoglio di Markowitz

Il tema della costruzione di portafoglio suscita da sempre un forte interesse sia in ambito accademico che operativo. Le scelte costituiscono un problema ricorrente in quanto ogni gestore è impegnato a giungere ad un investimento coerente con le proprie preferenze ed i propri obiettivi.

Il supporto a queste decisioni ha sempre privilegiato un'impostazione matematica che impone la stima di parametri statistici e lo sviluppo di ottimizzazioni finalizzate alla massimizzazione delle preferenze degli investitori.

Le tecniche media-varianza di ottimizzazione del portafoglio, che permettono ad un investitore di trovare il portafoglio con il rendimento atteso più alto per un determinato livello di varianza o volatilità, furono sviluppate per la prima volta nel 1952 da Herry Markowitz. Tale modello rappresenta ancora oggi il principale riferimento teorico per la categoria degli asset manager.

Le ipotesi su cui Markowitz si basa identificano un investitore razionale¹ in quanto le assunzioni prevedono che:

- gli investitori selezionano i portafogli sulla base di due parametri, il rendimento medio atteso e il rischio atteso;
- l'orizzonte temporale è un periodo;

¹ Cfr. Ugo Pomate "Asset allocation razionale. I modelli a supporto delle scelte di portafoglio dei consulenti e dei gestori" Bancaria editrice.

- gli investitori sono avversi al rischio e massimizzano l'utilità attesa.

Nel modello di portafoglio media-varianza la scelta delle quote da assegnare a ciascun titolo all'interno del portafoglio deriva esclusivamente dalla soluzione di uno dei due seguenti problemi di ottimizzazione matematica:

$$\begin{aligned} \text{Min } w^T \cdot \Sigma \cdot w \\ w^T \cdot r = r_p \end{aligned}$$

oppure

$$\begin{aligned} \text{max } w^T \cdot r \\ w^T \cdot \Sigma \cdot w = \sigma_p^2 \end{aligned}$$

Dove:

w è il vettore colonna dei pesi di portafoglio;

r è il vettore colonna del rendimento atteso dei titoli;

σ_p^2 è la varianza del portafoglio;

r_p è il rendimento atteso del portafoglio;

Σ è la matrice varianza covarianza.

La ripartizione del portafoglio si ottiene risolvendo il sistema di massimizzazione o minimizzazione vincolato. Una delle variabili fondamentali per la scelta del portafoglio ottimo per l'investitore è la sua propensione al rischio. Questa è espressa dalla funzione di utilità che l'individuo trae da una diversa combinazione di rischio e rendimento. Nel modello di Markowitz la funzione di utilità è di tipo

quadratico perchè consente di esprimere le preferenze in funzioni di due sole variabili (rischio e rendimento) e perchè riconosce il rendimento atteso un bene e il rischio come un male.

$$U = E(r) - 1/2 \delta \sigma^2$$

dove δ è il parametro che esprime l'avversione al rischio.

Questo approccio è diventato uno dei principali metodi di ottimizzazione del portafoglio utilizzati, infatti esso rappresenta il modello matematico dominante in tutti i software per lo sviluppo dell'asset allocation.

Tale utilizzo però ha contribuito da un lato a diffondere ed accrescere la fama di questo modello dall'altro a favorire la diffusione di critiche.

Sebbene il modello rappresenti un criterio di selezione degli investimenti estremamente attraente, non mancano elementi di debolezza che tendono a ridurre il suo utilizzo concreto. Una prima perplessità è riferibile al comportamento degli investitori:

- l'ottimizzazione basata sul principio media-varianza ignora qualsiasi preferenza verso momenti statistici di ordine superiore al secondo;
- il modello non tiene conto della possibilità che l'investitore, scontando gli effetti di un disinvestimento anticipato, attribuisca valore anche all'evoluzione dei rendimenti attesi (assunzione che l'orizzonte temporale è uniperiodale);
- la deviazione standard è una misura di rischio troppo semplificata, L'utilizzo della varianza non è una buona

misura del rischio, poiché lo riduce alla semplice volatilità del rendimento quando dovrebbe invece definire un livello di perdita massimo o un riferimento a quanto sia possibile un movimento negativo piuttosto che positivo dei rendimenti.

Dal punto di vista pratico:

- all'aumentare delle dimensioni del portafogli cresce in maniera molto più veloce il numero dei parametri da stimare e gestire: con n titoli si devono gestire n medie, n varianze e $n(n-1)/2$ covarianze. Volendo lavorare ad esempio sui 30 titoli i parametri a disposizione sarebbero già 495.
- l'ottimizzazione inoltre non restituisce sempre portafogli molto diversificati. Anzi, la prassi è rappresentata dalla restituzione di portafogli poco diversificati. Questo accade perché l'algoritmo ha come obiettivo quello di massimizzare la redditività a parità di rischio, e per far questo essa identifica le asset class migliori, e "riempe" i portafogli di queste attività. In pratica, con un ottimizzatore così potente, anche se un è di poco meno redditizio dell'altro (a parità di rischio), difficilmente troveremo questo nella frontiera efficiente.
- Il modello massimizza gli errori di stima.

Nonostante il modello sollevi queste problematiche, dal punto di vista pratico, il suo utilizzo è ampiamente diffuso per costruire una combinazione ottimale di asset classes corrispondente ognuna ad un specifica classificazione identificata dall'investitore. La ragione per cui nella pratica è utilizzato per identificare i pesi da attribuire

in portafoglio ai singole classi è ricollegabile al fatto che l'ampissima quantità di titoli presenti sul mercato, rende praticamente impossibile la costruzione della frontiera efficiente. Una volta definita l'asset allocation, ovvero il peso di ogni classe, l'investitore si preoccuperà di riempire ogni macroclasse².

1.2 IL C.A.P.M.

Il Capital Asset Pricing Model è un modello di equilibrio dei mercati che consente di individuare una precisa relazione fra rendimento e rischio attesi per tutte le attività rischiose.

Il CAPM può essere visto come una evoluzione del modello di scelta di portafoglio media-varianza, esso infatti prende spunto da quest'ultimo e lo innova introducendo alcune ipotesi. Tuttavia, come indica lo stesso nome, diventa un modello di valutazione delle attività, più che di allocazione della ricchezza tra diversi assets.

Le ipotesi:

1. Le preferenze degli agenti dipendono unicamente dal rendimento atteso e dalla varianza dei rendimenti;
2. Tutti gli agenti hanno lo stesso orizzonte di investimento;
3. Tutti gli agenti hanno le stesse aspettative relativamente ai rendimenti attesi e alle varianza-covarianze dei titoli;
4. C'è possibilità di vendita allo scoperto su tutti i titoli rischiosi;
5. C'è la possibilità di prestare e di indebitarsi ad un unico tasso senza rischio;
6. Non ci sono costi di transazione;
7. Non ci sono tasse sul reddito individuale;

²Cfr. Fabrizi "L'economia del mercato mobiliare" Egea

8. Tutti gli assets sono infinitamente divisibili;
9. Tutti gli agenti sono price-takers;
10. Tutti gli assets sono scambiabili sul mercato;
11. Il mercato finanziario è in equilibrio;

L'ipotesi 1 è la base del modello media-varianza.

Le ipotesi 2 e 3 sono relative alla così detta "omogeneità delle aspettative".

Le ipotesi 4 e 5 sono relative alla possibilità di acquistare una qualsiasi quantità di ciascun titolo, sia di quelli rischiosi che di quello non rischioso. In particolare si assume che il tasso senza rischio sia unico, per tutti i contraenti e che sia lo stesso sia per i debitori che per i creditori.

Le ipotesi 6–9 possono essere riassunte dicendo che si assume un modello di mercati finanziari perfetti.

L'ipotesi 10 stabilisce che ogni bene possa essere scambiato sul mercato, ovvero che i mercati siano completi.

L'ipotesi 11 è una ipotesi standard in (quasi) tutti i modelli economici.

1.3 Capital Market Line

Ricordando prima che secondo Markowitz:

- se un investitore detiene due titoli, il rendimento atteso del portafoglio è semplicemente la media ponderata dei rendimenti dei due titoli, con pesi pari alla quota di ricchezza investita in ciascun titolo:

$$E(r_p) = w_1 \cdot E(r_1) + w_2 \cdot E(r_2)$$

dove w_j rappresenta la proporzione di fondi investita nel titolo j ($j=1, 2$), e $w_1+w_2=1$;

- la varianza totale del portafoglio dipende dalle varianze dei singoli titoli σ_j^2 ($j = 1, 2$), e dalla loro covarianza σ_{12}

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \sigma_{12}$$

Dato il coefficiente di correlazione lineare tra due variabili casuali x e y , definito come il rapporto tra la covarianza tra x e y e la radice quadrata del prodotto delle varianze:

$$\rho = \sigma_{xy} / \text{RadQ } \sigma_x^2 \sigma_y^2,$$

la covarianza può essere scritta come:

$$\sigma_{xy} = \rho \sigma_x \sigma_y.$$

Perciò l'espressione può essere riscritta come:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2$$

L'espressione così sviluppata ci permette di osservare meglio gli effetti che la diversificazione crea sul nostro portafoglio. Questo diventerà sempre meno rischioso al diminuire del fattore di correlazione tra i titoli p .

L'ipotesi centrale sulla quale si sviluppa il CAPM è la possibilità di investire e indebitarsi senza limiti a tasso *risk free*.

Perciò, indicando con r_f il rendimento del titolo risk free la cui varianza è $\sigma_{rf}^2 = 0$ e combinandolo con il portafoglio precedente,

formato da due titoli rischiosi, ora denominato r_a con rischio (varianza) σ_a^2 .

Il rendimento atteso del un nuovo portafoglio sarà pari a:

$$E(r_p) = w_a * E(r_a) + (1 - w_a) * r_f$$

dove w_a rappresenta la quota di ricchezza investita nel portafoglio a.

La varianza del nuovo portafoglio è pari a:

$$\sigma_p^2 = w_a^2 * \sigma_a^2 + (1 - w_a)^2 * \sigma_{rf}^2 + 2w_a * (1 - w_a) * \sigma_{af}$$

con σ_{af} pari alla covarianza tra i rendimenti del portafoglio a e del titolo f.

Tuttavia, per definizione, il titolo privo di rischio ha $\sigma_{rf}^2 = 0 = \sigma_{af}$, quindi si ha:

$$\sigma_p^2 = w_a^2 * \sigma_a^2 \text{ che equivale a } \sigma_p = w_a * \sigma_a$$

perciò $w_a = \sigma_a / \sigma_p$

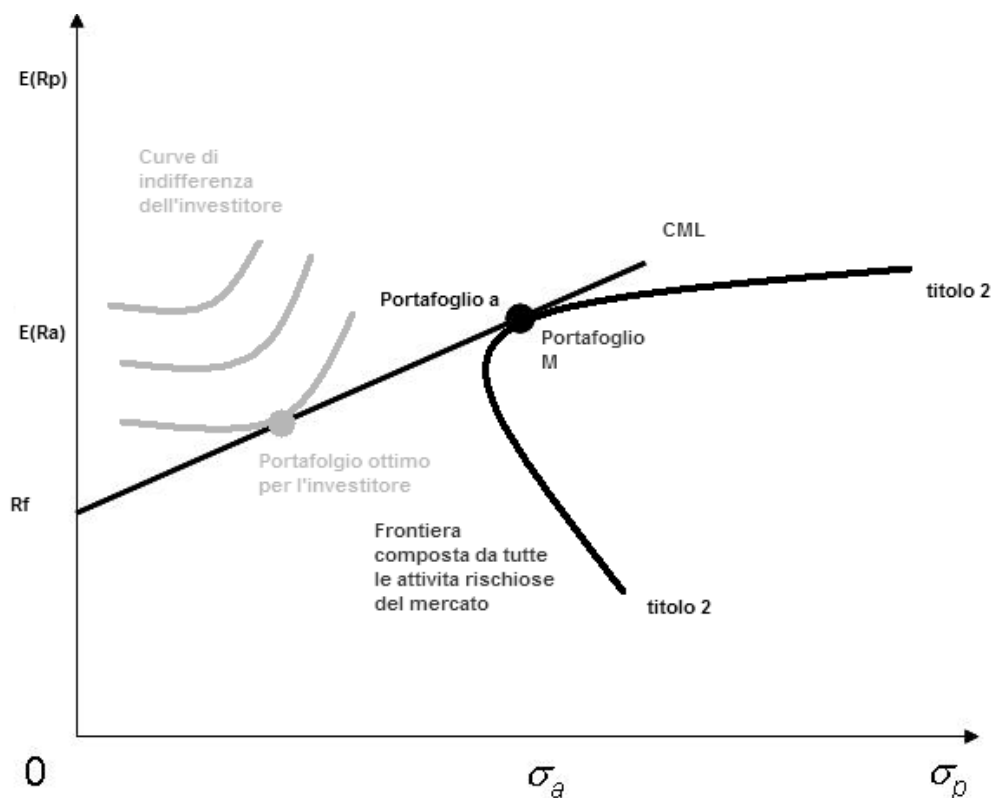
Sostituendo questo risultato all'interno di $E(r_p)$ avremo

$$E(r_p) = r_f * (E(r_a) - r_f) / \sigma_a * \sigma_p$$

E' importante sottolineare come in presenza di attività *risk free*, che possono essere acquistate o vendute allo scoperto, se si rappresenta la relazione tra rischio e rendimento su un piano cartesiano in cui si ha il rendimento sull'asse verticale e il rischio

sull'asse orizzontale, la relazione tra i due è rappresentata da una retta con intercetta r_f e pendenza $(E(r_a) - r_f) / \sigma_a$. Il coefficiente angolare di questa retta può essere interpretato come la remunerazione per unità di rischio dove il rischio è misurato dalla deviazione standard del portafoglio a. Questo indicatore ci permette di confrontare le differenti combinazioni tra i portafogli, costruite pesando diversamente i titoli del portafoglio a, e il titolo risk free.

La portafoglio ottimale da combinare con il titolo risk free sarà quello tangente alla retta in quanto domina tutte le altre possibili allocazioni.



Per arrivare alle innovazioni introdotte dal CAPM dobbiamo, sulla base di quanto detto, combinare il titolo risk free con un portafoglio virtuale, contenente tutte le attività rischiose presenti sul mercato. Il risultato è: l'individuazione del portafoglio di mercato, ovvero

quel portafoglio che combinato con il titolo risk free consente a parità di rischio un rendimento atteso superiore; la capital market line, ovvero la che illustra le possibili combinazioni tra questi in grado di offrire il più alto rendimento atteso per unità di rischio.

$$E(r_p) = r_f + (E(r_m) - r_f) / \sigma_m * \sigma_p$$

In pratica trovare il punto di tangenza tra la frontiera efficiente e la CML non risulta agevole però, sotto le assunzioni del modello CAPM tale calcolo risulta semplice, addirittura inutile in quanto, assumendo la perfetta informazione di tutti gli investitori e l'assenza di tasse o costi di transazione, anche nel caso in cui le persone hanno preferenze diverse rispetto al livello di rischio, ognuno utilizzerà l'informazione disponibile nello stesso modo e avrà la stessa valutazione delle proprie prospettive di investimento. In questo caso, ogni investitore detiene lo stesso mix di titoli e in funzione delle proprie preferenze rispetto al livello di rischio sopportabile, combinerà il portafoglio rischioso con il titolo privo di rischio in funzione delle sue preferenze in termini di rischio/rendimento.

Si nota così la principale differenza tra il modello di Markowitz e il CAPM: nel primo ogni investitore sceglie quel punto sulla frontiera efficiente che consente di raggiungere la più alta curva di indifferenza; nel secondo ogni singolo investitore sceglierà quella combinazione specifica tra il portafoglio di mercato e l'attività risk free corrispondente al punto di tangenza tra la più alta curva di indifferenza e la CML. (Fig.1)

1.4 La Security Market Line

La Capital Market Line rappresenta in equilibrio la migliore combinazione ottenibile tra rendimento atteso e il rischio misurato tramite la deviazione standard dei rendimenti. Questa relazione fra rischio e rendimento di un portafoglio è estremamente importante in quanto identifica il rendimento che in equilibrio debba essere associato a ciascun livello di rischio, essa però non può essere applicata a qualsiasi portafoglio perché individua soltanto le combinazioni di tutti i possibili portafoglio efficienti che sono ottenuti dalla combinazione tra l'attività risk free e il portafoglio di mercato. Poiché quest'ultimo è un portafoglio perfettamente diversificato e quindi, esposto esclusivamente al rischio sistematico, il rischio totale coincide con il rischio di sistema.

Intuitivamente ogni titolo³ esistente, poiché appartenente al portafoglio di mercato, contribuirà con la sua componente di rischio sistematico a formare il rischio totale del portafoglio di mercato, quindi ogni singolo titolo sarà remunerato solo per la porzione di rischio sistematico di cui è responsabile.

Dato che il rischio sistematico di un titolo deriva dalla sensibilità che il singolo titolo ha con l'andamento del mercato, un modo per individuare il legame tra il rischio totale ed il rischio sistematico si basa sull'analisi della correlazione fra il rendimento del portafoglio di mercato ed il singolo titolo.

Per un portafoglio non efficiente e per i singoli titoli dovrà perciò valere una relazione simile che tenga conto che tenga conto

³ Il rischio di ogni azione è scomponibile in due parti, quello specifico e quello sistematico: il primo non è remunerato dal mercato in quanto è eliminabile attraverso la diversificazione; il secondo si riferisce al rischio di collasso del sistema. Quanto detto implica che la deviazione standard di un singolo titolo, in quanto incorpora anche la componente specifica di rischio, non può rappresentare un indicatore di rischio utilizzabile per calcolare il rendimento atteso attraverso la relazione della CML.

anche del coefficiente di correlazione fra i rendimenti del singolo titolo e i rendimenti del portafoglio di mercato.

Questo ragionamento logico può essere meglio spiegato matematicamente, data la CML:

$$E(r_p) = r_f * (E(r_m) - r_f) / \sigma_m * \sigma_p$$

si trasforma per un generico titolo i

$$E(r_i) = r_f * (E(r_m) - r_f) * \beta_i$$

dove $\beta_i = \rho_{im} * (\sigma_i / \sigma_m)$

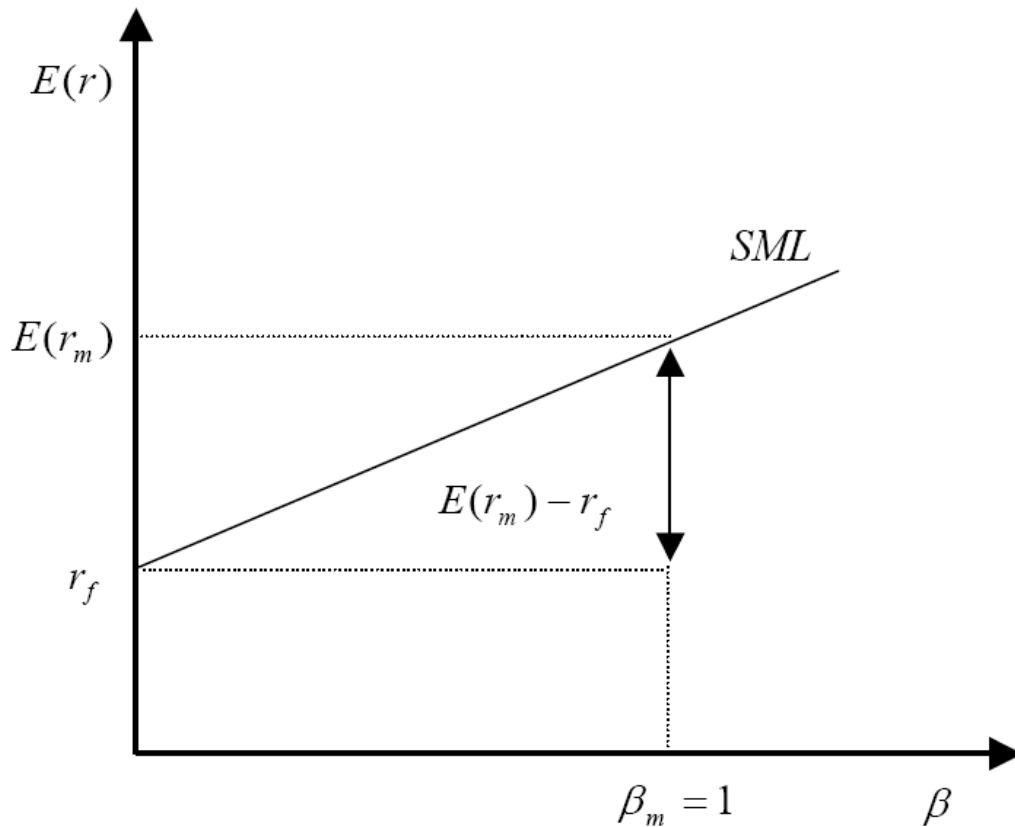
Alternativamente, data la covarianza tra due variabili

$$\text{Cov}(A,B) = \sigma_{A,B} = \rho_{A,B} * \sigma_A * \sigma_B$$

l'espressione del β_i può essere scritta come:

$$\beta_i = \rho_{im} * (\sigma_i / \sigma_m) = (\rho_{im} * \sigma_i * \sigma_m) / \sigma_m^2 = \sigma_{i,m} / \sigma_m^2$$

Graficamente:



L'equazione $E(r_i) = r_f + (E(r_m) - r_f) \cdot \beta_i$ nota come Security Market Line introduce il beta come misura del rischio sistematico di un portafoglio o di un singolo titolo come prodotto tra una misura del livello del rischio totale ed il coefficiente di correlazione. Il beta rappresenta il contributo del titolo *i*-esimo al rischio del portafoglio ed è pertanto considerato una misura del rischio non diversificabile del titolo *i*-esimo. Il dunque CAPM stabilisce che il rendimento atteso di un titolo rischioso è pari al rendimento del titolo privo di rischio più un certo premio per il rischio, il quale è proporzionale al contributo marginale che, il titolo stesso apporta al rischio di portafoglio. In altre parole, il premio per il rischio richiesto ad un titolo in una situazione di equilibrio dipende dalla capacità del titolo stesso di aumentare o diminuire il rischio marginale del portafoglio di mercato. Così per esempio se il

contributo marginale che un titolo apporta al rischio di mercato è nullo allora non c'è motivo per cui ad esso venga chiesto un premio addizionale rispetto ai titoli privi di rischio.

Una alternativa per esprimere la relazione tra rischio e rendimento è quella di ragionare in termini di premio per il rischio o excess return. Questo consiste nel differenziale di rendimento atteso rispetto al titolo free risk, l'equazione della SML può essere trasformata in:

$$E(r_i) - r_f = (E(r_m) - r_f) * \beta_i$$

β_i (rischio non diversificabile) rappresenta il coefficiente del rendimento in eccesso dell'i-esimo titolo sul rendimento in eccesso del portafoglio di mercato e rappresenta quindi la variazione che mediamente si registra su premio per il rischio in seguito ad una variazione unitaria del rendimento in eccesso del portafoglio di mercato. Inoltre, per quanto è stato detto in precedenza, se $\beta_i=1$ allora il rendimento in eccesso e la rischiosità del titolo i-esimo coincidono con il rendimento in eccesso e la rischiosità del portafoglio di mercato. Al contrario invece se $\beta_i > 1$ ($\beta_i < 1$) il titolo ha un rendimento atteso ed una rischiosità superiore (inferiore) rispetto al rendimento e alla rischiosità del portafoglio di mercato.

1.5 Il Market model

L'analisi empirica della equazione $E(r_i) = r_f + (E(r_m) - r_f) * \beta_i$ è fortemente limitata dal fatto che, non solo il portafoglio di mercato non è generalmente osservabile ma anche perché per costruire un portafoglio di n titoli occorre stimare troppe quantità. Sharpe (1963) osserva che i rendimenti dei titoli presenti sul mercato

aumentano e diminuiscono contemporaneamente determinando una variazione negativa o positiva del mercato nel suo insieme. Pertanto è possibile supporre che le correlazioni tra i rendimenti dei titoli siano causate dalla presenza sia di fattori comuni a tutti i titoli sia di fattori specifici che fanno muovere l'intero mercato. Tali fattori non sono generalmente osservabili di conseguenza è consuetudine in letteratura utilizzare una variabile proxy identificata da un indice di mercato.

In virtù di queste osservazioni Sharpe nel 1963 sviluppò il modello di mercato o "Single Index Model":

$$r_i = \alpha_i + \beta_i * r_{mkt} + \varepsilon_i$$

dove α_i e β_i sono i coefficienti da stimare, r_{mkt} è il rendimento di un indice di mercato azionario ed ε_i è il termine di errore casuale con media zero.

La metodologia di stima dell'equazione si sviluppa in una regressione sulla base dei dati storici del titolo e dell'indice, l'equazione della retta di regressione permette di stimare i coefficienti α e β :

α - rappresenta il rendimento del titolo i-esimo quando il rendimento dell'indice è nullo e coincide con l'intercetta sull'asse y;

β - rappresenta l'inclinazione della retta di regressione.

Possiamo dire che CAPM in questa formulazione è verificato se la stima di α_i non è significativamente diversa da zero. Al contrario invece, se risulta α diverso da 0 allora il modello non è valido in

quanto non è in grado di spiegare una quota significativa dei rendimenti in eccesso dei titoli. Questa ultima situazione implica l'esistenza di altri fattori oltre in rendimento in eccesso del portafoglio di mercato che influenzano i rendimenti dei titoli. In altre parole se è $\alpha_i > 0$ ($\alpha_i < 0$) i rendimenti in eccesso dei titoli sono superiori (inferiori) a quanto stabilito dal CAPM.

Questo modello se confrontato con il risultato della SML sembrerebbe essere molto simile al CAPM ma, nella realtà vi sono importanti differenze: la prima riguarda la diversità di obiettivo in quanto il CAPM vuole spiegare come si formano i prezzi in un mercato in equilibrio e il Market Model vuole solo semplificare i calcoli per costruire la frontiera efficiente all'aumentare dei titoli presi in considerazione; la seconda differenza riguarda il portafoglio utilizzato per calcolare il beta, uno è il portafoglio di mercato (CAPM), l'altro solo un indice di riferimento.

Il Market Model è inoltre basato sull'idea di scomponibilità del rischio in due dimensioni: la prima legata all'andamento generale del mercato (rischio sistematico), l'altra legata alla variabilità del rendimento del singolo titolo (rischio non sistematico).

1.6 Il modello Zero Beta

La debolezza che risiede in uno degli assunti principali del modello tradizionale del CAPM, ovvero nella possibilità da parte di ciascun investitore di dare e prendere a prestito al tasso risk free, ha dato spunto ad ulteriori studi. Per superare tale limitazione, e contestualmente agevolare la verifica empirica, Black (1972) studiò una variante al modello originario conosciuta come "zero beta model".

Il CAPM zero beta prevede la sostituzione dell'attività R_f con un'altra attività R_z , titolo o portafoglio, non correlata con il mercato. In questo modo la formula originale si diventa:

$$E(R) = R_z + \beta_i [E(R_m) - R_z]$$

Questa configurazione del modello implica che la nuova intercetta R_z dovrebbe, di norma, intersecare l'asse delle ordinate ad un valore più alto in quanto, pur non essendo correlata con il mercato, ha una varianza minima.

Capitolo 2: Il modello Black-Litterman e l'introduzione delle view nella costruzione del portafoglio.

2.1 Le intuizioni di Black e Litterman

L'approccio di Black e Litterman nasce come risposta ad alcuni problemi che sorgono con l'applicazione del modello media-varianza.

La costruzione di un portafoglio diversificato secondo Markowitz implica che:

- l'informazione circa il vettore dei rendimenti attesi e la matrice varianza e covarianza è tutto quello che occorre per ottimizzare;
- la volontà del manager si ferma alla scelta del livello desiderato di rendimento o di rischio del portafoglio, lasciando al modello l'onere della determinazione dell'investimento da effettuare;
- i manager spesso si concentrano su piccoli segmenti del mercato dedicando particolare attenzione alle attività sottovalutate, dato che i modelli di portafoglio richiedono come input il vettore dei rendimenti di tutto il mercato, di fatto si andrebbe ad applicare uno strumento concepito in un contesto diverso da quello che si presenta al manager.
- spesso i manager pensano i loro investimenti in termini di quote di portafoglio piuttosto che di bilanciamento dei valori attesi dei rendimenti in modo da minimizzare il rischio di portafoglio, utilizzando il processo di ottimizzazione di cui

sopra potrebbe realizzarsi un investimento che non garantisce un buon risultato dal punto di vista della performance.

L'applicazione dell'approccio Black-Litterman all'interno di un problema di asset allocation permette costruzione di un portafoglio diversificato che tiene conto delle intuizioni dei gestori e del fatto che essi si interessano solo ad alcune attività finanziarie. Il modello prevede una revisione delle previsioni circa i rendimenti attesi che scaturiscono da una combinazione dei risultati provenienti da modelli di ottimizzazione matematica con alcune "view", queste sono vere e proprie affermazioni formulate e sostenute dai manager stessi. Inoltre è possibile affermare che poichè solitamente le view interessano un ambito ristretto di titoli, l'utilizzo dell'approccio di Black e Litterman nell'ambito dell'asset allocation facilita l'individuazione dei titoli su cui costruire il portafoglio. In questo modo l'ottima allocazione di portafoglio diventa una conseguenza diretta della visione soggettiva dei manager. Alle opinioni viene associato un livello di confidenza, che ne equilibra l'impatto sulla asset allocation finale rispetto al modello di previsione: all'aumentare della confidenza, aumenta la distanza dell'allocazione rispetto all'allocazione ottimale basata sul solo modello di previsione. Questa metodologia è molto flessibile, in quanto il gestore non deve necessariamente esprimere opinioni su tutte le classi di attività considerate nel modello di previsione, e produce un risultato coerente con il modello stesso, inoltre le allocazioni ottimali basate sull'approccio Black-Litterman non sono significativamente diverse da quelle basate sul modello di previsione originale.

Black e Litterman infatti utilizzano come punto di partenza il vettore dei rendimenti attesi di equilibrio per due ordini di motivi: in primo luogo perchè costituisce l'input indispensabile per formulare le decisioni di investimento, in secondo luogo perché il vettore dei rendimenti attesi di equilibrio è in relazione biunivoca col vettore dei pesi di portafoglio. Per il calcolo di quest'ultimo, la letteratura in materia suggerisce di stimare il vettore dei rendimenti attesi utilizzando il CAPM, Black e Litterman invece suggeriscono di calcolare rendimenti impliciti ottenuti attraverso un processo di ottimizzazione media-varianza inverso a partire da un qualche portafoglio di riferimento⁴. Il vettore dei rendimenti impliciti è così calcolato:

$$R^j = \delta * \Sigma * \omega$$

Dove δ è il coefficiente di avversione al rischio rappresentato dalla tolleranza media al rischio di tutti gli investitori esso è definito come rapporto tra premio per il rischio e rischio di mercato, Σ è la matrice di covarianze fissata e ω il vettore dei pesi (ipotizzato noto). Quest'ultimo può essere, come anticipato il vettore del portafoglio di mercato, nel caso in cui il portafoglio di riferimento sia quello di mercato risultante dal CAPM o i pesi del portafoglio utilizzato come benchmark. Nella pratica poiché la performance di un manager è spesso misurata in termini relativi al portafoglio utilizzato come punto di riferimento il punto di partenza è sempre il portafoglio di benchmark. Tale portafoglio nell'ipotesi di utilizzo del CAPM nella variante del Market model coincide ed è il portafoglio efficiente di equilibrio.

4

La loro attenzione si sposta poi sulla stima del vettore dei rendimenti attesi (non di equilibrio) per il quale suggeriscono un metodo valutazione di tipo bayesiano che permetta al manager di integrare le informazioni disponibili con le proposizioni soggettive da lui formulate. L'approccio bayesiano propone di affiancare a tali dati le opinioni a priori sugli scenari possibili dell'investitore, le quali sono perfettamente soggettive e variabili. La formula centrale dell'argomentazione è la *legge di Bayes*:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)}$$

la quale, adattata alla situazione finanziaria può essere intesa come:

$$P(\mu | I) = \frac{P(I | \mu)P(\mu)}{P(I)}$$

Dove I rappresenta il set informativo a priori e μ il vettore dei rendimenti attesi. Il significato della formula è evidente: la distribuzione a posteriori dei rendimenti attesi condizionata sull'intera informazione disponibile equivale al prodotto tra la distribuzione dei dati condizionata sui rendimenti attesi e la probabilità delle opinioni dell'investitore sugli stessi, scalato per il livello di confidenza dell'investitore sul set informativo. In questo modo, i dati raccolti sono utilizzati per perfezionare le opinioni personali sui rendimenti attesi. Quando nuova informazione è a disposizione, la distribuzione a posteriori diventa quella a priori e concorrerà a costruire le nuove attese sui rendimenti. Questo

procedimento a cascata entra nel modello di Black e Litterman ogniqualvolta le aspettative dell'investitore vengono utilizzate per aggiustare i rendimenti attesi che deviano da quelli di equilibrio. La principale novità apportata dai due autori riguarda perciò il meccanismo della formazione delle attese circa i rendimenti che deriva da un'opportuna combinazione tra rendimenti attesi di equilibrio (ex-ante aspettative o prior information) le view addizionali: il vettore dei rendimenti che si ottiene (ex-post aspettative) risulta essere perciò una loro media ponderata. Secondo questa impostazione le quote di portafoglio sono ottenute come deviazione dall'equilibrio generata dall'imposizione delle suddette view.

2.2 Il modello: la combinazione delle view con l'equilibrio del mercato ⁵

Le intuizioni su cui il modello si basa sono tre:

- ci sono due fonti di informazione distinte per i rendimenti futuri, l'equilibrio del mercato e view dei manager;
- si assumono tali fonti come aleatorie quindi descrivibili tramite distribuzione di probabilità;
- si scelgono rendimenti attesi coerenti con le fonti.

Una conseguenza importante di tali intuizioni è che una aspettativa formulata solo su alcuni titoli (una view), ha conseguenze su l'intero portafoglio.

Per verificare ciò riprendiamo la spiegazione che gli stessi autori utilizzarono nel loro articolo nel 1992.

⁵ articolo del 1992

Ipotizziamo di conoscere l'esatta struttura di un mercato composto esclusivamente da tre attività finanziarie A, B e C, delle quali conosciamo il processo di formazione dei rendimenti attesi dato dal premio per il rischio di equilibrio (excess return), un fattore comune e un errore indipendente tra i tre asset:

$$R_A = \pi_A + \gamma_A Z + u_A$$

$$R_B = \pi_B + \gamma_B Z + u_B$$

$$R_C = \pi_C + \gamma_C Z + u_C$$

Dove:

R_i = rendimento *i*-esimo dell'asset

π_i = premio per il rischio dell'asset *i*-esimo

γ_i = impatto di Z sull'*i*-esimo asset

Z = fattore comune

u_i = variabile indipendente di errore dell'*i*-esimo asset

Nel mercato ipotizzato inoltre, la matrice di covarianza Σ dei rendimenti, è determinata dall'impatto di γ_i sul fattore comune e dall'errore. I rendimenti attesi sono una funzione del premio per il rischio di equilibrio, del valore atteso del fattore comune e dell'errore di ogni attività. Possiamo perciò scrivere che per ogni attività:

$$E(R_i) = \pi_i + \gamma_i E(Z) + E(u_i)$$

Con questa funzione gli autori non assumono che il mercato sia in equilibrio in quanto questo è verificabile solo se $E(Z)$ e $E(u_i)$

fossero uguali a zero. La funzione così determinata vuole farci capire che $E(R_i)$ è una variabile casuale la cui distribuzione è centrata sul premio per il rischio di equilibrio, l'incertezza sul rendimento atteso e dunque la sua variabilità attorno a questo, dipende di conseguenza dal fattore comune e dall'errore, le variabili da cui questo discende.

Black e Litterman in aggiunta assumono che:

- il grado di incertezza relativo a $E(Z)$ e $E(u_i)$ sia proporzionale alla volatilità di Z e u_i . Ciò implica che il rendimento atteso è distribuito con una struttura di covarianza proporzionale a Σ . La covarianza del rendimento atteso sarà però indicata come $\tau\Sigma$ in quanto l'incertezza della media dei rendimenti è minore dell'incertezza dei rendimenti stessi e τ tende necessariamente a zero. Il premio per il rischio di equilibrio assieme alla matrice $\tau\Sigma$ determina la distribuzione dei rendimenti attesi;

$$\text{Dunque: } E(R) = \Pi + \eta \quad [1]$$

dove le componenti del vettore η hanno distribuzione condizionata al grado di incertezza, $\eta \sim N(0, \tau\Sigma)$, mentre il vettore Π rappresenta i rendimenti di equilibrio. $E(R) \sim N(\Pi, \tau\Sigma)$

- l'informazione precedente è conosciuta da tutti gli operatori, non è influenzata dalla forza finanziaria di nessuno di questi ed è anche nota come prior information;
- ogni investitore fornisca ulteriori informazioni sotto forma di view dove ci si aspetta che asset i -esimo abbia performance

migliore o peggiore di quantità Q , dove Q è noto (si ha un'interpretazione futura soggettiva).

Riguardo a questo ultimo punto, un modo per rappresentare le tali informazioni, nel caso si disponga di statistiche riassuntive, è quello di integrarle nella distribuzione dei rendimenti attesi. In alternativa si possono considerare le view come una distribuzione di probabilità relativa alla performance in media del titolo i -esimo. Qualunque sia l'interpretazione relativa alle informazioni di cui si dispone, il risultato a cui si giunge non cambia. Tutt'altra rilevanza ha invece l'individuazione di una misura per il livello di confidenza che l'investitore stabilisce per le sue previsioni (view). Una possibile misura del grado di confidenza può essere ottenuta tenendo conto del numero delle osservazioni che si hanno dalla distribuzione dei rendimenti futuri, un'altra assumendo direttamente la deviazione standard della distribuzione di probabilità.

E' ovvio pensare che nel caso in cui si abbia la certezza nelle view, il calcolo sia più semplice⁶, è ancora più scontato che nella pratica non vi sia mai la certezza delle view. In questo ultimo caso è possibile considerare queste come rappresentazione di un numero fissato di osservazioni dedotto dal disegno della distribuzione dei rendimenti futuri ed utilizzare la strategia di "stima mista" indicata da Theil. In alternativa possiamo pensare alle view come riflesso diretto della distribuzione dei rendimenti attesi, in questo caso utilizzeremo l'approccio Black-Litterman. In qualsiasi dei suoi approcci l'interpretazione delle view assume la seguente forma:

⁶ si utilizzerà la media condizionata dei rendimenti attesi vedere pag 35 global portfolio

$$P * E(R) = Q + \varepsilon \quad [2]$$

Dove:

P è una matrice k*n di selezione degli asset coinvolti nelle view;

Q è il vettore di dimensione k*1 che quantifica le opinioni;

ε è la variabile casuale con distribuzione N(0, Ω).

La matrice Ω descrive incertezza delle view, essa quando si hanno a disposizione più di una view, deve avere la peculiarità di essere diagonale in quanto deve descrivere l'indipendenza delle view nelle distribuzioni dei rendimenti futuri, ovvero che gli scostamenti dei rendimenti attesi dalle medie della distribuzione rappresentanti le views siano indipendenti.

La stima del vettore contenente i valori attesi dei rendimenti di mercato è ottenuta attraverso l'applicazione del teorema di Bayes e l'utilizzo congiunto delle equazioni [1] e [2] all'interno del seguente modello lineare:

$$\begin{bmatrix} \Pi \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ P \end{bmatrix} E(R) - \begin{bmatrix} \eta \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

Il risultato a cui si giunge dato lo stimatore di Thail è:

$$E(R)_{bl} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P' * \Omega^{-1} * P]^{-1} * [(\tau\Sigma)^{-1} * \Pi + P' * \Omega^{-1} * Q]$$

Dove:

$E(R)_{bl}$ = vettore dei rendimenti attesi post view di dimensione (n*1)

τ = scalare che tende a 0

Σ = la matrice di covarianza dei rendimenti attesi di dimensione $(n \times n)$

P = la matrice $(k \times n)$ di selezione degli asset coinvolti nelle view

Ω = matrice diagonale di covarianza degli errori delle views di dimensione $(k \times k)$

Π = vettore dei rendimenti di equilibrio $(n \times 1)$

Q = vettore delle view $(k \times 1)$.

Osservando questa equazione si evince che:

- informazioni scarse circa i rendimenti di mercato si traducono in un valore elevato delle varianze contenute in Σ quindi in un valore infinitesimo per la sua inversa. Come caso limite è quando $(\tau \Sigma)^{-1}$ tende a 0, l'equazione diventa:

$$E(R)_{bl} = [P' \Omega^{-1} P]^{-1} [P' \Omega^{-1} Q]$$

Affinché $[P' \Omega^{-1} P]$ sia invertibile occorre che il numero delle view non sia inferiore rispetto a quello dei titoli;

- quando non ci sono view da parte del manager risulta $P = 0$, l'investimento effettuato è quello determinato dal portafoglio di equilibrio.

Se il manager è molto incerto circa le sue view o addirittura non ne formula alcuna, il suo investimento sarà prossimo a quello di equilibrio; se invece egli confida molto nella propria capacità di previsione, costruirà un portafoglio ripartito in modo differente

rispetto a quello ottenuto attraverso l'applicazione del modello del CAPM.

In conclusione, partendo dallo stesso set di informazioni l'approccio di Black e Litterman permette di coniugarle con la realtà le aspettative o le previsioni, permettendo di ottenere a posteriori dei rendimenti superiori rispetto all'approccio di Markowitz. Ovviamente la chiave di tutto ciò sta nella correttezza opinioni e delle view sull'evoluzione degli asset in osservazione.

Capitolo 3 : I primi modelli multifattoriali

Introduzione

I modelli multifattoriali si caratterizzano per il fatto che identificano i fattori comuni e determinano la sensibilità del rendimento alle aspettative degli investitori riguardanti questi fattori. Il profilo di rischio risultante incorpora la somma pesata del rendimento fattore comune e rendimento specifico.

Senza la struttura di un modello multifattoriale, stimare le covarianze di un asset con ogni altro asset risulta molto gravoso da punto di vista computazionale ed è soggetto a numerosi errori di stima. La struttura caratteristica dei modelli multifattoriale rende perciò molto più la stima delle covarianze tra gli asset.

Nel corso degli anni il CAPM ha subito numerose critiche e l'idea che il beta non fosse l'unico fattore in grado di spiegare i rendimenti dei titoli azionari, ha preso sempre più corpo. Se dalle prime evidenze empiriche è emersa la linearità tra rischio e rendimento, le successive verifiche hanno rilevato l'incapacità del beta nell'esprimere tale relazione. Nell'ottica inquadrata nasce l'*Arbitrage Pricing Theory*, sviluppata da Steven Ross nel 1976, la quale evidenzia che i fattori che intervengono nella determinazione dei prezzi azionari sono molteplici. L'APT, pur non indicando esplicitamente tali fattori, riconosce un ruolo chiave ad alcune variabili macroeconomiche come PIL, inflazione, la disoccupazione ecc.

3.1 L'arbitrage pricing theory

Il Capital asset pricing model deriva da una analisi di come gli investimenti possano costruire un portafoglio efficiente.

L'Arbitrage pricing theory (APT) si chiede quali portafogli sono efficienti ma partendo da un'ipotesi di base, ovvero che i rendimenti dei titoli siano spiegabili attraverso un modello multifattoriale, vuole arrivare alla determinazione del rendimento atteso di equilibrio delle stesse attività rischiose. La relazione che in equilibrio dovrebbe sussistere tra rendimento atteso e rischio dei titoli azionari è raggiungibile sulla base di un meccanismo di riequilibrio del mercato basato sull'arbitraggio⁷. In questo modo l'APT riesce a fare a meno di due concetti fondamentali appartenenti al CAPM: l'ipotesi che tutti gli investitori valutino il portafoglio esclusivamente in termini di rendimento atteso e di varianza; il concetto di portafoglio di mercato. In alternativa, l'APT ipotizza che sia possibile vendere titoli allo scoperto e come già detto che il rendimento dei titoli sia spiegabile attraverso un modello multifattoriale.

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i,1} F_1 + \beta_{i,2} F_2 + \dots + \beta_{i,J} F_J + \varepsilon_i$$

dove:

Il parametro α_i rappresenta l'intercetta della equazione di regressione ed è il valore che assumerebbe in media il rendimento del titolo i se i valori degli indici dei fattori esplicativi fossero tutti pari a 0.

I parametri $\beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \dots, \beta_{i,J}$ rappresentano la sensibilità del titolo i rispetto ai singoli fattori di rischio.

⁷ L'arbitraggio non è che una strategia di investimento che a fronte di un investimento nullo, consente di ottenere un profitto, senza correre il rischio di perdite in nessuno scenario possibile. Ciò implica che sono presenti portafogli diversificati con stesso beta e rendimenti differenti gli arbitraggisti sfrutteranno l'opportunità facendola sparire.

$F_1, F_2, \dots, F_j, \dots, F_J$ è l'insieme di J fattori da cui è supposto dipendere il rendimento dei titoli.

ε_i è l'errore dell'equazione di regressione.

Questo modello per essere utilizzato deve comunque basarsi su alcune assunzioni. La più importante è che la correlazione tra i rendimenti di due differenti titoli è determinata unicamente dalla dipendenza nei confronti dei fattori $F_1, F_2, \dots, F_j, \dots, F_J$. Questa assunzione permette di facilitare il calcolo nella determinazione della matrice delle varianze e covarianze dei titoli. Un'altra assunzione è che $E(\varepsilon_i) = 0$, ciò implica che il rendimento che non dipende dai fattori comuni è interamente contenuto nella componente α_i . L'ultima assunzione è che il ritorno specifico è indipendente dai fattori.

E' opportuno però sottolineare che l'equazione sopra illustrata riguarda un generico modello multifattoriale, nello specifico dell'APT la formula viene riscritta come segue:

$$r_i = E(r_i) + \beta_{i,1} F_1 + \beta_{i,2} F_2 + \dots + \beta_{i,J} F_J + \varepsilon_i$$

Peculiarità di questo caso è che F_1, F_2, \dots, F_J non rappresentano il valore del fattore, ma la sua variazione rispetto alle aspettative.

Ogni fattore, così come la componente specifica del rendimento espressa da ε_i , è distribuito in modo da avere media = 0, ciò implica che: se non vi sarà scostamento delle aspettative il rendimento coinciderà con il rendimento atteso.

Quest'ultima espressione non è che l'ipotesi di partenza che descrive come si formano i rendimenti storici effettivi e vale sia per

i singoli titoli che per i portafogli di attività. Il punto di arrivo è la formulazione di un'espressione che definisca i valori che in equilibrio debbano assumere i rendimenti attesi di quasi tutte⁸ le attività rischiose. Essa è data da:

$$E(r_i) = \lambda_0 + \beta_{i,1} \lambda_1 + \beta_{i,2} \lambda_2 + \dots + \beta_{i,n} \lambda_n$$

dove:

λ_0 è una costante ed è il rendimento di un portafoglio zero beta;

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ sono i premi per il rischio associati ad ogni fattore;

$\beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \dots, \beta_{i,n}$ i beta del titolo rispetto ad ognuno degli n fattori.

L'equazione è simile alla SML con la differenza che al posto del titolo risk free compare λ_0 il rendimento di un titolo zero beta. Questa equazione vale per i portafogli perfettamente diversificati e può essere intuitivamente estesa a quasi tutti i portafogli e i singoli titoli.

3.2 Sviluppo di una versione a 2 fattori

La relazione di partenza è quindi:

$$r_i = E(r_i) + \beta_{i,1} F_1 + \beta_{i,2} F_2 + \varepsilon_i$$

Un portafoglio non è più individuato da un punto nel piano (σ, μ) , ma da un punto nello spazio $[\beta_1, \beta_2, E(r_i)]$. Il rischio ora non è più misurato da un solo parametro σ , ma da una coppia di parametri (β_1, β_2) che misurano rispettivamente la sensibilità del titolo rispetto al primo e al secondo fattore.

⁸ spigate il quasi tutte

Consideriamo tre portafogli presenti nel mercato il cui rendimento dipenda da due fattori:

Port.	$E(r_p)$	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$
X	5%	1	0,5
Y	4%	0,6	1
Z	3%	0,3	0,2

Il teorema di Ross afferma che, ipotizzando che valga un modello fattoriale lineare, nell'ipotesi in cui non siano ammesse opportunità di arbitraggio, esiste un insieme di premi per il rischio (in questo caso $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$) tali che il rendimento atteso di ciascun titolo può essere espresso come.

$$E(r_i) = \lambda_0 + \beta_{i,1} \lambda_1 + \beta_{i,2} \lambda_2$$

A questo punto è possibile:

- costruire il portafoglio con beta nullo ovvero un portafoglio diversificato con rischio sistematico pari a zero;
- assumere che esista una attività prima di rischio.

In entrambi i casi possiamo dire che il rendimento di un attività zero beta $\lambda_0 = r_f$. Ciò implica che l'equazione di equilibrio del modello APT a due fattori, può essere risolta, ipotizzando $r_f = 2\%$, mettendo a sistema due dei tre portafogli presenti nel mercato.

Avremo in base a:

$$E(r_i) - r_f = \beta_{i,1} \lambda_1 + \beta_{i,2} \lambda_2$$

un sistema così composto:

$$\begin{cases} 5\% - 2\% = \lambda_1 + 0,5 \lambda_2 \\ 4\% - 2\% = 0,6 \lambda_1 + \lambda_2 \end{cases}$$

Generalizzando, il significato dei valori λ_1 , λ_2 si può comprendere, se la condizione di arbitraggio è rispettata, scrivendo l'equazione per un generico portafoglio P_1 con $\beta_{i,1}=1$ e $\beta_{i,2}=0$ e per il portafoglio P_2 con $\beta_{i,1}=0$ e $\beta_{i,2}=1$.

$$E(r_{p1}) = r_f + \lambda_1 \cdot 1 + 0 \lambda_2$$

$$E(r_{p2}) = r_f + \lambda_1 \cdot 0 + 1 \lambda_2$$

da cui

$$\lambda_1 = E(r_{p1}) - r_f$$

$$\lambda_2 = E(r_{p2}) - r_f$$

Quando aumenta il numero dei fattori è possibile risolvere il modello sviluppando il calcolo del rendimento atteso su base matriciale nel quale il valore dei coefficienti deve essere calcolati attraverso l'utilizzo di regressioni lineari.

3.3 Metodologie per stimare un modello multifattoriale

Le metodologie di analisi più comuni per stimare un modello multifattoriale sono:

- time series;
- cross-section;

L'analisi time series è l'approccio più intuitivo per stimare i fattori del modello. Questa metodologia prevede che la matrice sia data e i valori dei fattori già si conoscano. Il vantaggio di questa metodologia è che il controllo dei fattori è molto facile in quanto questi sono quelli ritenuti rilevanti dalla maggior parte degli studiosi.

Solitamente la regressione lineare, in questo caso, è svolta tenendo conto di un'ulteriore assunzione, si prevede che i parametri alfa e beta siano costanti nel tempo .

L'analisi cross-section è certamente meno intuitiva dell'approccio time series. Essa prevede che la regressione lineare sia svolta su tutti i titoli in un determinato periodo e non su un asset in tutti i periodi.

Un approfondimento di questo metodo sarà visto più avanti in occasione della presentazione del modello di Barra.

3.4 Verifiche sull'APT

La formulazione multifattoriale permette di non dover ricorrere ad alcune delle ipotesi forti tipiche del CAPM, né al concetto di portafoglio di mercato, tuttavia nella pratica è completamente aperta la discussione circa quanti e quali possano essere i fattori rilevanti al fine di arrivare alla quantificazione del rendimento atteso.

Nel 1994 Elton, Gruber e Mei hanno sottoposto a verifica l'APT studiando un campione di 9 utilities negli US ed hanno trovato, per

il periodo 1978-1990, risultati coerenti con il modello. I fattori individuati sembravano spiegare meglio del solo beta la relazione rischio-rendimento. I tre studiosi, tuttavia, rilevano che la difficoltà nell'applicare l'APT risiede nel fatto che non vengono specificati quali fattori possano influenzare il pricing dei titoli e pertanto occorre trovarli. Le numerose anomalie empiriche scaturite dalla non perfetta linearità nella relazione rischio-rendimento, hanno fatto sospettare dell'esistenza di altri fattori, oltre quelli macroeconomici, che probabilmente influiscono in misura più incisiva sui rendimenti dei titoli azionari.

3.5 Utilizzo delle variabili microeconomiche

Il primo ad evidenziare che la variabile dimensione è in grado di interpretare meglio la relazione rischio-rendimento è stato Banz nel 1981. Egli, in particolare, ha rilevato che i titoli delle imprese di minori dimensioni, misurate dalla capitalizzazione di mercato, presentavano un'elevata correlazione con il rendimento dei titoli. Esaminando le azioni ordinarie quotate al NYSE, durante il periodo 1931-1975, ha scoperto una forte relazione negativa fra *size* e rendimenti; all'aumentare della dimensione delle società incluse nel campione diminuivano i rendimenti.

Basu (1977) esaminando 1.400 società quotate al NYSE, nel periodo 1957 – 1971, dimostrò che i titoli caratterizzati da un basso valore del rapporto Prezzo/Utile realizzavano rendimenti maggiori rispetto a quelli con P/U alto, e in eccesso anche rispetto al loro livello di rischio sistematico. L'obiettivo di Basu era in realtà duplice: da un lato, testare la capacità del Capital Asset Pricing Model ad interpretare il rapporto rischio – rendimento, dall'altro,

individuare la presenza di altri fattori maggiormente in grado di illustrare tale relazione.

I risultati raggiunti si ponevano in netto contrasto con l'ipotesi di efficienza del mercato delineata da Fama⁹.

Sulla base di tali assunzioni, Fama e French (1992) dimostrano che il beta, quale variabile esplicativa della relazione rischio – rendimento, non cattura appieno tutti i fattori di rischio. I due autori propongono il *modello a tre fattori, o three-factor model*, attraverso il quale evidenziano che il premio per il rischio dipende sia dal fattore di mercato, così come enunciato dal CAPM, che da altri due fattori: la dimensione della società e il rapporto tra valore contabile e valore di mercato. Secondo i due autori l'evidenza empirica dimostra come il modello a tre fattori riesca a spiegare meglio del CAPM i rendimenti dei titoli azionari, e inoltre, spiega gran parte delle anomalie riscontrate nelle verifiche sull'efficienza dei mercati.

3.6 Il modello di Fama e French

Come detto questo modello parte dalla constatazione della non perfetta linearità tra rendimento e rischio misurato dal beta e si basa sull'approccio multifattoriale. Prendendo spunto dal lavoro di Basu e Banz, i due studiosi sviluppano il modello a tre fattori nel quale assume rilevanza, oltre al beta:

- la dimensione della società (*size*);
- il rapporto tra *book value* e *market value*;
- il premio per il rischio dato dalla differenza tra il rendimento dell'indice di mercato e il rendimento dei titoli *risk free*.

⁹ Cfr fabrizzi capitolo 14

Sebbene possa esistere una relazione inversa tra dimensione misurata dal valore di mercato o capitalizzazione di borsa e rendimenti azionari, tale andamento non è accompagnato dall'aumento (o diminuzione) del beta. Di norma, i titoli di una società di maggiori dimensioni dovrebbero risultare meno rischiosi e, di conseguenza, meno redditizi. Al contrario, i titoli delle società più piccole dovrebbero computare un maggior rischio e un maggior rendimento. Ciò indurrebbe l'investitore a richiedere un premio maggiore a compensazione del rischio addizionale. Un discorso analogo è valido anche per il rapporto tra *book value* e *market value* alla luce del loro potere esplicativo. Specificamente, un alto valore del rapporto (basso Price/Book Value) contraddistingue titoli con basse prospettive di crescita e quindi meno rischiosi; titoli che mostrano un basso valore dell'indicatore in parola (alto Price/Book Value) denotano buone prospettive di crescita ed elevate attività intangibili che si riflettono sul valore di mercato più che sul valore contabile. In realtà, per entrambi i casi, *size* e *book to market value*, Fama e French trovano che l'evidenza empirica è ben diversa dall'enunciato teorico e che i premi per il rischio non dipendono solo ed esclusivamente dal rischio sistematico, misurato dal beta, ma al contrario mostrano una maggiore sensibilità verso il rendimento dei tre fattori considerati congiuntamente. Deducono quindi che il premio atteso per il rischio possa essere espresso attraverso la seguente relazione

$$E(R_i) - R_f = \alpha_i + \beta_i [E(R_m) - R_f] + s_i E(SMB) + h_i E(HML) + \varepsilon_i$$

dove:

α_i è l'intercetta della linea di regressione;

β_i , s_i e h_i sono coefficienti delle pendenze delle regressioni;

SMB (Small Minus Big) indica il fattore dimensione ovvero la differenza tra il rendimento delle azioni più piccole e quelle più grandi;

HML (High Minus Low) il fattore valore contabile/valore di mercato, ovvero la differenza tra i rendimenti dei titoli ad alto Book Value Equity/Market Value Equity (BE/ME) e quelli dei titoli a basso BE/ME.

Per testare la validità del modello Fama e French utilizzano un campione comprendente tutti i titoli del NYSE, per il periodo 1963-1991, ed aggregano questi ultimi in 25 portafogli formati in base a cinque livelli di dimensione e altrettanti BE/ME.

Da questa prima verifica trovano che le intercette α_i sono quasi sempre significativamente differenti da zero e che i coefficienti di determinazione, assumono valori ben oltre il 90%.

Osservano inoltre che il beta non è direttamente legato ai rendimenti dei portafogli. Prendendo a riferimento la dimensione, gli autori notano che all'aumentare di essa i rendimenti diminuiscono. Prendendo invece a riferimento il rapporto BE/ME evidenziano altresì che un aumento dell'indicatore comporta maggiori rendimenti ma a contempo non si assiste ad un incremento del rischio.

Fama e French in aggiunta rilevano che società con bassi utili tendono ad avere alti BE/ME, con un coefficiente positivo per HML, mentre le società più solide caratterizzate da alti utili e bassi BE/ME computano un coefficiente negativo per HML.

I due autori concludono sostenendo che i mercati sono efficienti, che la maggior parte delle anomalie empiriche può essere spiegata dal modello a tre fattori, e che il beta non può essere ritenuta l'unica variabile in grado di catturare appieno il rischio sistematico.

Capitolo 4: il modello multifattoriale di Barra

4.1 Il modello di Barra

Il modello di BARRA scompone il rendimento/rischio degli asset utilizzando come punto di riferimento un modello multifattoriale secondo cui:

$$r_j = x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + x_4 f_4 \dots x_K f_K + u_j$$

|----- common factor return -----| \ specific return

Secondo questo approccio il rendimento di questi è dovuto alla presenza di fattori comuni e tutti gli stock a e fattori specifici di ogni asset.

Il modello cattura le varie componenti di rischio e fornisce un variegato quantitativo di misure dell'esposizione al rischio utile al fine fornire una ampia divisione del rischio.

Attività con caratteristiche simili mostrano un simile comportamento dei rendimenti.

Questa caratteristiche comuni o fattori comuni, sono una ottima base per predire il rischio futuro infatti molte influenze che colpiscono la volatilità delle azioni o dei portafogli sono dovute alla presenza di fattori comuni all'interno dell'intero mercato.

Barra combina i dati fondamentali ritenuti rilevanti per creare degli indici di rischio in grado di misurare l'esposizione di rischio di un asset associata ai fattori comuni.

Inoltre analizza le industrie al fine di scomporre il loro business ed il loro ambiente di riferimento in modo da analizzare le

caratteristiche del loro operare e le eventuali esposizioni a rischi comuni.

I fattori comuni come il mercato di riferimento dell'industria o gli indici di rischio, aiutano secondo gli autori a spiegare non solo le performance ma anche le aspettative sulla volatilità dei singoli asset e del mercato.

4.2 Creazione del modello di rischio

Secondo Barra per creare un modello di rischio è necessario prima di tutto sviluppare un ampio processo in grado di determinare i fattori che descrivono il ritorno degli asset. Il processo può essere così sintetizzato:

1. acquisizione dei dati fondamentali (ricavi, vendite, ecc) e dei dati presenti all'interno delle informazioni che circolano sul mercato (prezzi, dividendi, capitalizzazione).
2. Scelta e standardizzazione delle variabili che meglio catturano il rischio che caratterizza i diversi asset. Solitamente è utilizzato un'analisi cross-sectional.
3. Formulazione degli indici di rischio e successiva assegnazione dell'esposizioni di ogni titolo al singolo rischio.
4. Calcolo dei fattori di ritorno attraverso una regressione cross-sectional.
5. Calcolo della matrice varianza e covarianza tra i fattori.
6. Separazione ritorno specifico e previsione del rischio specifico. In questa fase viene individuata quella parte del rischio totale che per una particolare azione non può essere attribuita a fattori comuni.

7. Test delle previsioni di rischio attraverso modelli alternativi e test comparativi delle previsioni ex ante con beta, rischio specifico e rischio attivo ex post.

Nel modello Barra il processo di identificazione dei fattori di rischio inizia con la scelta delle variabili.

4.3 La scelta delle variabili

La scelta delle variabili da includere nel modello di regressione è il primo passo nonché il più importante perché rappresenta il fattore critico di successo al fine del trionfo del modello stesso.

L'identificazione dei fattori di rischio inizia con la rilevazione dei rendimenti mensili di un ampio numero di aziende che i *“descrittori”* devono spiegare. I *“descrittori”* non sono i fattori di rischio finali, ma soltanto i candidati per la ricerca dei fattori di rischio finali, e sono selezionati in base alla loro abilità a spiegare i rendimenti degli stock. Essi sono dunque potenziali fattori di rischio, soltanto quelli che si dimostreranno essere importanti nello spiegare i rendimenti saranno utilizzati nella costruzione dei fattori di rischio.

Non appena identificati quelli statisticamente significativi nello spiegare i rendimenti dei titoli, vengono raggruppati in indici di rischio per catturare gli elementi che spiegano l'andamento dei rendimenti dell'impresa.

In altre parole si tratta di variabili che i gestori di portafogli e gli analisti finanziari conoscono in modo approfondito sia nel loro significato, sia nel loro comportamento economico.

Nello specifico del modello in esame, queste variabili, i così detti fattori BARRA sono coperti da copyright. Il segreto è però

“limitatamente” coperto in quanto è “solo” l’aggregazione che non essere pubblicata. Resta fermo il fatto che, essendo proprio l’aggregazione che determina il successo, non è detto che il futuro possa riservare, per le nuove leve risultati migliori.

Va inoltre ricordato che i fattori BARRA sono individuabili in relazione al paese in analisi e, secondo gli studi degli autori, sono quei fattori che meglio spiegano l’andamento dei prezzi del mercato azionario del paese stesso. Nel caso della complessa ed ampia realtà americana i fattori che sono stati individuati come esplicativi sono di seguito menzionati e brevemente commentati.

Variability in Market: predice la reattività del mercato sulla base dell’andamento dei titoli e delle loro opzioni nel mercato dei capitali. La stima è fatta separatamente per titolo per i quali sono disponibili contratti di opzione e per i titoli senza tali contratti

Success: misura il successo dell’azienda nell’ultimo anno e negli ultimi 5 anni, considerando sia la crescita degli utili che il comportamento dei prezzi e considerando negativa una alta presenza di tagli negli utili.

Trading Activity: misura il livello di circolazione delle azioni nel mercato azionario, o meglio, la “popolarità” presso gli investitori istituzionali delle aziende quotate.

Growth: indica la propensione di una azienda alla crescita degli utili per azione.

Earnings to Price: rapporto utili/prezzo indica la relazione tra utili aziendali e valutazione del mercato. Questo rapporto è preferito rispetto al reciproco in quanto è ritenuto più stabile in casi di utili negativi o prossimi allo zero.

Book to Price: rapporto tra valore contabile e valore di libro.

Financial Leverage: riassume la struttura finanziaria delle aziende, esso però è riferito unicamente al settore industriale ed esclude perciò i settori finanziari e delle utilities.

Foreign Income: riflette la percentuale di reddito proveniente dall'estero rispetto al reddito totale e misura anche la sensibilità al tasso di cambio.

Earnings variation: misura la variabilità storica degli utili e dei flussi di cassa delle aziende

Labor intensity: misura l'importanza del lavoro rispetto al capitale nell'attività delle aziende.

Yield: prevede il livello dei dividendi dell'anno successivo sulla base dei dividendi correnti e quelli degli anni precedenti.

Locap: cattura gli effetti della bassa capitalizzazione delle imprese consentendo alle imprese che non appartengono all'universo ad alta capitalizzazione di entrare nel modello con un aggiustamento sul livello medio degli utili previsti.

4.4 La standardizzazione

Le variabili utilizzate come indicatori di rischio necessitano di essere standardizzate. La normalizzazione è il processo attraverso il quale si attribuiscono ad una scala uniforme tutti i valori casuali ascritti alle variabili rilevate. Il processo di normalizzazione avviene attraverso la seguente relazione:

Normalizzazione = $(\text{raw} - \text{media}) / \text{Deviazione standard}$

dove raw è il valore casuale della variabile i-esima

Formulazione degli indici di rischio a assegnazione dell'esposizione dell'impresa ad ogni singolo rischio.

Dopo la normalizzazione si prosegue il processo attraverso lo sviluppo di tante regressioni lineari tra il ritorno di ogni titolo e ogni variabile in esame ed alla assegnazione dell'importanza che ogni indice di rischio ha nei confronti di ogni titolo preso in considerazione.

4.5 Stima del rendimento atteso

Lo step precedente ha definito l'esposizione di ogni asset nei confronti dei fattori. I serve a definire qual è il premio per il rischio che l'esposizione ad ogni fattore determina. Per calcolare quest'ultima si utilizza una regressione cross-section tra il rendimento dell'asset e le esposizioni ai singoli fattori:

$$r_i = X_i f_i + u_i$$

dove:

r_i è il rendimento;

X_i è la matrice delle esposizioni degli asset ai fattori;

f_i è il fattore di ritorno stimato;

u_i è il ritorno specifico.

Dati i fattori di rischio, l'informazione circa l'esposizione di ogni stock ad ogni fattore di rischio è stimata utilizzando l'analisi statistica. La previsione del rendimento atteso può essere ottenuta dall'equazione precedente per qualsiasi stock. Il rendimento specifico non-fattoriale (u_i) è trovato sottraendo dal rendimento effettivo di un titolo per il periodo in considerazione il rendimento previsto dai fattori di rischio.

Muovendosi dai titoli individuali ai portafogli, il rendimento previsto per un portafoglio può essere calcolato semplicemente come media pesata dell'esposizione di ogni stock nel portafoglio ad un certo fattore di rischio.

Il termine di errore specifico non-fattoriale è misurato nello stesso modo come nel caso di un titolo individuale. Nello sviluppo del modello, rischio e rendimento non correlati sono separati. È importante che siano inclusi solo fonti permanenti di rischio e rendimento, devono essere escluse componenti transitorie o idiosincratice che possono distorcere l'analisi.

4.6 Calcolo della matrice di covarianza

Il modo più semplice per stimare la matrice di covarianza è quello di computare le semplici covarianze all'interno dell'intero gruppo di stime dei rendimenti dei fattori.

In questo processo barra modella delle assunzioni per avere una stabilità ovvero per avere in ogni momento le stesse informazioni rilevanti.

Vi sono delle evidenze di cui bisogna tener conto, una è che le correlazioni tra i rendimenti dei fattori cambiano, l'altra è che un processo stabile implica una varianza stabile per un portafoglio ben diversificato, con esposizioni relativamente stabili ai fattori.

C'è poi da tener in considerazione il fatto che, in alcuni mercati, la volatilità dell'indice di mercato cambia. Per esempio, i periodi di alta volatilità sono spesso seguiti da periodi di ancor più elevata volatilità, questa caratteristica prende il nome di **Eteroschedasticità**. Una serie storica è eteroschedastica se presenta una varianza caratterizzata da un comportamento non costante.

Il cambiamento delle correlazioni tra i rendimenti dei fattori, e il cambiamento di volatilità del portafoglio di mercato, smentiscono l'ipotesi di stabilità della matrice di covarianza.

Per alcuni modelli perciò Barra preferisce alleggerire il presupposto della stabilità in due modi: in primo luogo, nel computare le covarianze al ritorno dei fattori assegna più peso alle rilevazioni recenti rispetto a quelle passate, in secondo luogo stima un modello per la volatilità del portafoglio di mercato e bilancia la matrice di covarianza dei fattori così da produrre la stessa volatilità prevista per il portafoglio di mercato come modello di volatilità di mercato.

Con riferimento al primo punto, ovvero a riguardo la dipendenza dal tempo della volatilità ed il cosiddetto effetto cluster, effetto che denota la volatilità dei rendimenti auto correlata, possono essere catturate utilizzando modelli di eteroschedasticità condizionata ARCH e GARCH.

I modelli, nella loro generica formulazione, sono caratterizzati da una varianza non condizionata costante e da una varianza

condizionata variabile nel tempo che dipende dal set di informazioni disponibili.

In termini formali, lo schema GARCH, schema che Barra utilizza per catturare le variazioni della volatilità, a carattere più generale, utilizza la seguente relazione per la varianza condizionata:

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)h_t = \\ &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \cdot h_{t-j} \end{aligned}$$

dove il comportamento di h_t dipende dagli errori passati, polinomio $\alpha(L)$ di grado p che rappresenta la componente ARCH, e dai valori antecedenti della varianza stessa, polinomio $\beta(L)$ di grado q relativo allo schema GARCH.

4.7 Valutazione del rischio specifico.

Il rischio specifico di un asset i -esimo è la deviazione standard del suo ritorno specifico u_i , la strada più semplice per stimare la matrice del rischio specifico non è che lo studio della varianza del ritorno specifico storico. Questo però porta ad assumere che la varianza è stabile in ogni momento. Invece di utilizzare i dati storici possiamo costruire un modello per prevedere il rischio specifico per catturare le fluttuazioni nel livello generale del rischio specifico e la relazione che c'è tra questo e le caratteristiche fondamentali degli asset.

Concettualmente la previsione del rischio specifico di un asset può essere vista come il prodotto di due fattori, la previsione del livello medio del rischio specifico attorno ad un asset in un determinato periodo e la rischiosità di ogni asset relativamente alla possibilità che questa si scosti dal livello medio del rischio specifico. La ricerca effettuata da Barra ha mostrato che il livello medio del rischio specifico può essere preveduto utilizzando i livelli medi storici del rischio specifico, inoltre la ricerca ha mostrato che il livello di questo dipende dai fondamentali dell'asset.

Per ovvie ragioni prima di procedere alla costruzione del modello per il calcolo del rischio specifico è necessario calcolare il ritorno specifico atteso. Questo è generato dal prodotto delle previsioni sul ritorno atteso medio ed il relativo ritorno assoluto specifico relativo all'asset in considerazione. Solo dopo aver calcolato il rendimento specifico atteso si potrà procedere al calcolo del rischio specifico inteso naturalmente come deviazione standard del rendimento specifico.

Matematicamente la è possibile riassumere che la deviazione standard del rischio specifico:

$$\sigma(u_i) = S_t * (1 + V_{it})$$

Dove:

$\sigma(u_i)$ = rischio specifico dell'asset

S_t = livello medio del rischio specifico al tempo t

V_{it} = rischio specifico medio dell'asset i -esimo (la prob che l'asset i -esimo si discosti dal suo livello medio)

E' possibile stimare S_t via time-series ovvero studiando le serie storiche, nel quale in livello medio del rischio specifico ottenuto è in relazione al suo valore isolato ed al suo mercato isolato. Similmente viene stimato anche il relativo rischio attraverso una regressione lineare dei specifici rischi, cio vuol dire includere tutti i fattori di rischio di Barra.

Capitolo 5: Le moderne strategie di Gestione

5.1 Strategie passive

Un manager può scegliere due metodi di investimento (gestione): Passivo o attivo.

La strategia passiva è uno (sviluppo) della logica del CAPM, la gestione non è riferita a nessun tipo di strategia fondata sul possesso di maggiori informazioni.

Un primo tipo di gestione passiva può essere identificata nella replica della performance di un particolare indice, un esempio concreto è la filosofia “buy and hold” che espone il portafoglio solo al rischio sistematico.

Una seconda forma, chiamata enhanced indexing, può ravvisarsi nella costruzione di un portafoglio con specifiche caratteristiche.

Un esempio può essere un portafoglio yield-biased con un beta selezionato o indicizzato ad un benchmark attraverso certi parametri.

Le gestioni che utilizzano una strategia passiva sono facilmente distinguibili per le seguenti caratteristiche:

- escludono ogni transazione in seguito a giudizi sulle azioni o sul mercato nel suo insieme;
- contengono un rischio minimo rispetto al benchmark o all'indice di riferimento;
- sono sempre legati a settori specifici (il settore dipende dal settore del benchmark)

Il modello di Barra facilita le gestioni passive attraverso la previsione di una robusta valutazione del rischio nei confronti del

benchmark. Il portafoglio indicizzato può essere facilmente confrontato con il benchmark attraverso la determinazione del active risk (o tracking error) e la sua composizione.

5.2 Strategie di gestione attiva

Le gestioni attive si basano sull'utilizzo di strategie di investimento atte ad aumentare il ritorno attraverso l'utilizzo delle maggiori informazioni a disposizione. In altre parole, il manager cerca di trarre profitto dall'informazione che, se conosciuta dal mercato sarebbe interpretata ed utilizzata nello stesso modo.

Attraverso le strategie di gestione attiva, gli investitori possono aggiungere valore al loro portafoglio nel caso in cui le loro previsioni di ritorno sono migliori del consenso sulle aspettative del mercato, ovvero se le loro view sono "azzeccate".

Il principale indicatore utilizzato per sottolineare la capacità del gestore di creare un valore superiore al benchmark è l'ALPHA (α). Generalmente si riferisce ad un rendimento atteso eccezionale del portafoglio o di asset individuale. L'utilizzo dell' Alpha è una distinzione della gestione attiva ed indica che un manager crede che una parte di rendimento atteso è attribuibile a particolari caratteristiche degli asset, nel caso del modello di barra queste caratteristiche sono rappresentate dai fattori scelti come indicatori dell'extrarendimento.

Il primo contributo dalla letteratura economica in relazione alla variabile alpha è stato dato da Jensen il quale lo definiva come il divario rilevato tra il rendimento effettivo e quello atteso di equilibrio, determinato sulla base del rischio di portafoglio, tale divario fu definito anche come rendimento del rischio specifico del asset i -esimo. L'alpha di Jensen così inteso quantifica

l'extrarendimento che un gestore ha prodotto rispetto alla redditività che avrebbe dovuto offrire sulla base del modello di *pricing* utilizzato (nel caso di Jensen il CAPM).

L'informazione necessaria per generare l'extrarendimento è ottenuta attraverso un continuo processo di ricerca che ha, come obiettivo principale, anticipare dunque prevedere, l'evoluzione di indicatori come per esempio: la curva dei tassi, i dividendi, i ricavi industriali e quant'altro si ritenga.

Ad ogni dato tempo il portafoglio deve riflettere il trade-off tra rischio e rendimento così che un contributo maggiore di rischio deve essere corrisposto, o meglio controbilanciato da un ritorno superiore.

Le modalità per realizzare una strategia attiva sono potenzialmente variegate, di fatto qualsiasi composizione di portafoglio diversa da quella del benchmark si configura come una strategia attiva.

Le logiche con le quali un gestore può realizzare una gestione attiva vedono in primo luogo la modifica dell'esposizione al rischio, ovvero il market timing. Questo è un processo di investimento attraverso il quale il gestore, utilizzando le sue previsioni di breve periodo cerca di ottenere rendimenti superiori al benchmark. Il meccanismo è molto semplice e nella pratica si traduce nel vendere prima che il mercato scenda e acquistare prima che lo stesso salga. Questa strategia crea però una crescita della variabilità del beta del portafoglio e conseguentemente un aumento del rischio sistematico nel tempo.

Barra attraverso il suo modello multifattoriale, assiste le strategie di market timing dando all'investitore un modo solido per stimare il

beta di ogni portafoglio e indicando la strada più efficiente per prendere meno rischio o per ridurlo, incluso l'utilizzo di futures.

La seconda strategia di gestione attiva è quella di stock selection. Con questa strategia il gestore sfrutta le inefficienze del mercato, acquistando titoli sottovalutati e vendendo titoli sopravvalutati. Il gestore può così modificare il portafoglio aumentando o diminuendo i pesi degli asset al fine di massimizzare il ritorno. Questo tipo di azioni, qualunque sia la direzione, aumenta inevitabilmente il rischio del portafoglio e di conseguenza il suo alpha. Il primo obiettivo di questa strategia resta comunque gestire gli asset in modo tale che l'incremento del rischio sia compensato da un adeguato cambiamento del rendimento.

L'ultima strategia è quella di sectoral emphasis, il gestore utilizza una delle strategie precedenti e in aggiunta tenta di incrementare il ritorno attraverso il cambiamento delle esposizioni nei confronti dei fattori comuni o di specifici settori. Per confrontare un insieme di fondi caratterizzati da obiettivi di investimento differenti, quindi da benchmark e livelli di rischio diversi, è possibile calcolare la differenza tra il rendimento del portafoglio (R_{PK}) e quella del benchmark ($R_{Benchmark}$), denominata tracking error:

$$TE_t = R_{PK} - R_{Benchmark}$$

Il tracking error rappresenta il valore aggiunto che il portafoglio in esame ha prodotto rispetto al benchmark e costituisce quindi una misura delle capacità del gestore determinata su basi relative, dato che ogni portafoglio gestito viene confrontato con i propri obiettivi e non con un indicatore generico come l'attività risk-free.

Una volta calcolate media e deviazione standard del tracking error cioè

$$\overline{TE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T TE_t \quad \text{e} \quad \sigma(TE_t) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (TE_t - \overline{TE})^2}$$

è possibile determinare l'information ratio, altra misura di risk-adjusted performance molto utilizzata in letteratura, definita appunto come rapporto tra i due valori appena visti:

$$IR = \frac{\overline{TE}}{\sigma(TE_t)}$$

L'information ratio ha la proprietà di sintetizzare sia una misura di extra-rendimento sia di extra-rischio del fondo rispetto al benchmark. In base alla costruzione dell'indice emerge che un portafoglio gestito con una strategia passiva avrà un information ratio prossimo allo zero, mentre un gestore attivo dimostrerà una elevata qualità del proprio operato nella misura in cui sarà stato in grado di massimizzare il proprio rendimento differenziale rispetto al benchmark e minimizzare la rischiosità, sempre su base differenziale.

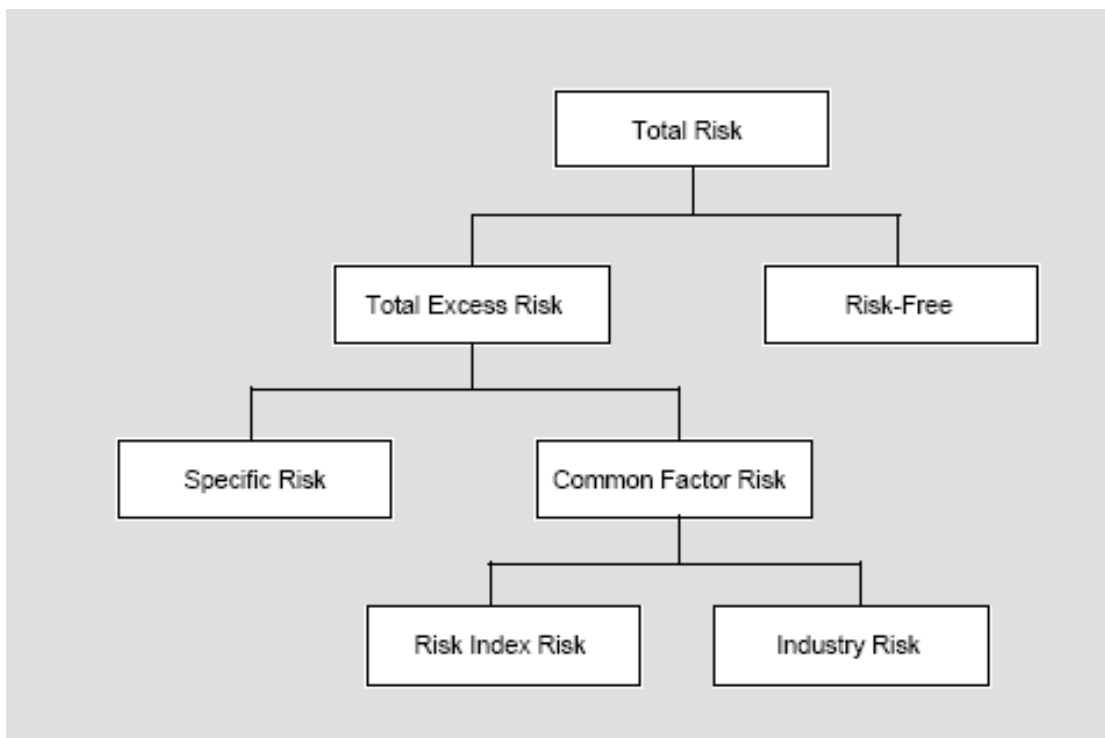
5.3 Scomposizione del rischio secondo Barra

A sostegno delle scelte strategiche gestionali che il gestore può implementare, Barra individua quattro scomposizioni di rischio, ognuna di queste riflette le differenti prospettive e viene usata in

differenti modi dai manager per migliorare la performance della loro gestione.

5.4 Scomposizione del rischio totale

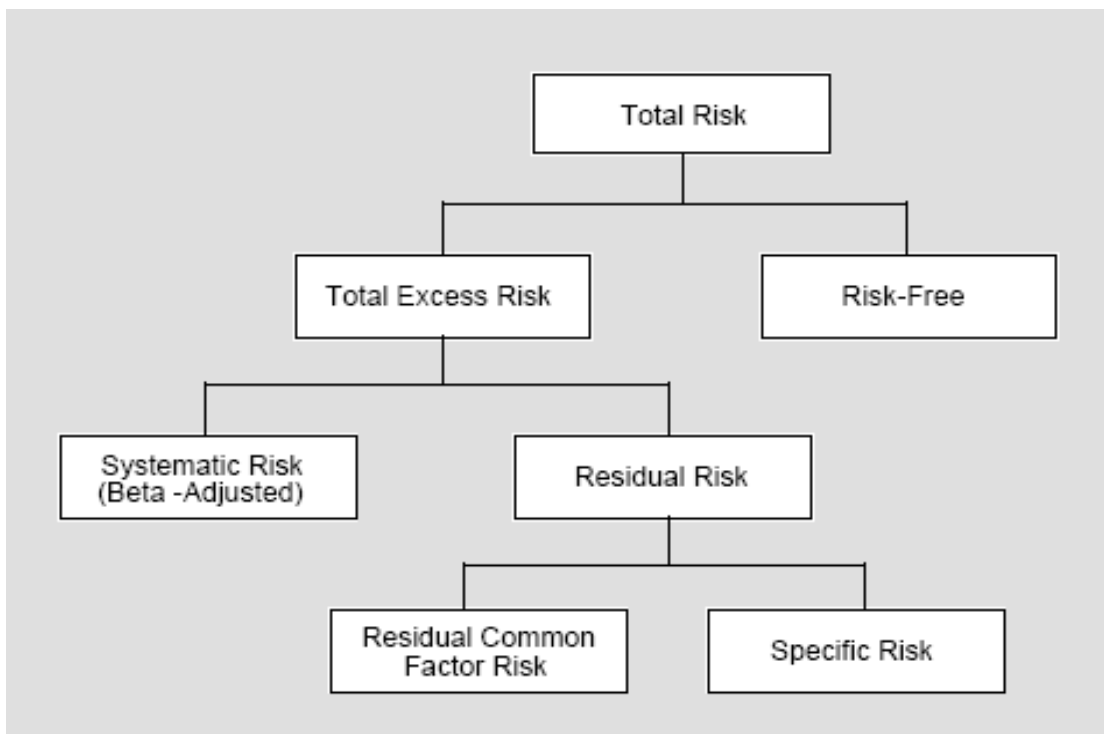
Questa scomposizione è la più elementare ed è utilizzata da chi vuole minimizzare il rischio totale, o chi come gli hedge fund vuole implementare strategie market neutral o long short.



Si basa sulla suddivisione del rischio a seconda che la sua provenienza dipenda dall'esposizione a fattori di rischio comuni, o dall'esposizione a rischio specifico. Quest'ultimo è unico per ogni singola impresa ed è incorrelato al rischio specifico degli altri asset. Il rischio specifico di un portafoglio è la somma di tutti i valori di rischio specifico delle azioni.

5.5 Scomposizione del rischio in sistematico e residuale.

Il secondo tipo di scomposizione è riferibile alla visione del CAPM ed è utilizzata da quei gestori che intendono performare utilizzando strategie di market timing. Con questo approccio è possibile individuare il rischio sistematico, ovvero il rischio associato al mercato, ed il rischio residuale, quella componente di rischio non correlata al portafoglio di mercato. Quest'ultimo rischio è diversificabile.



C'è da dire inoltre che è proprio in questo tipo di scomposizione che si può rilevare il forte contributo dei modelli multifattoriali. Questi, muovendosi oltre l'APT per selezionare e stimare i fattori che influenzano i rendimenti attesi e i rischi di un titolo o portafoglio, ripartiscono ulteriormente il rischio residuale in rischi specifici e rischi derivanti da fattori comuni.

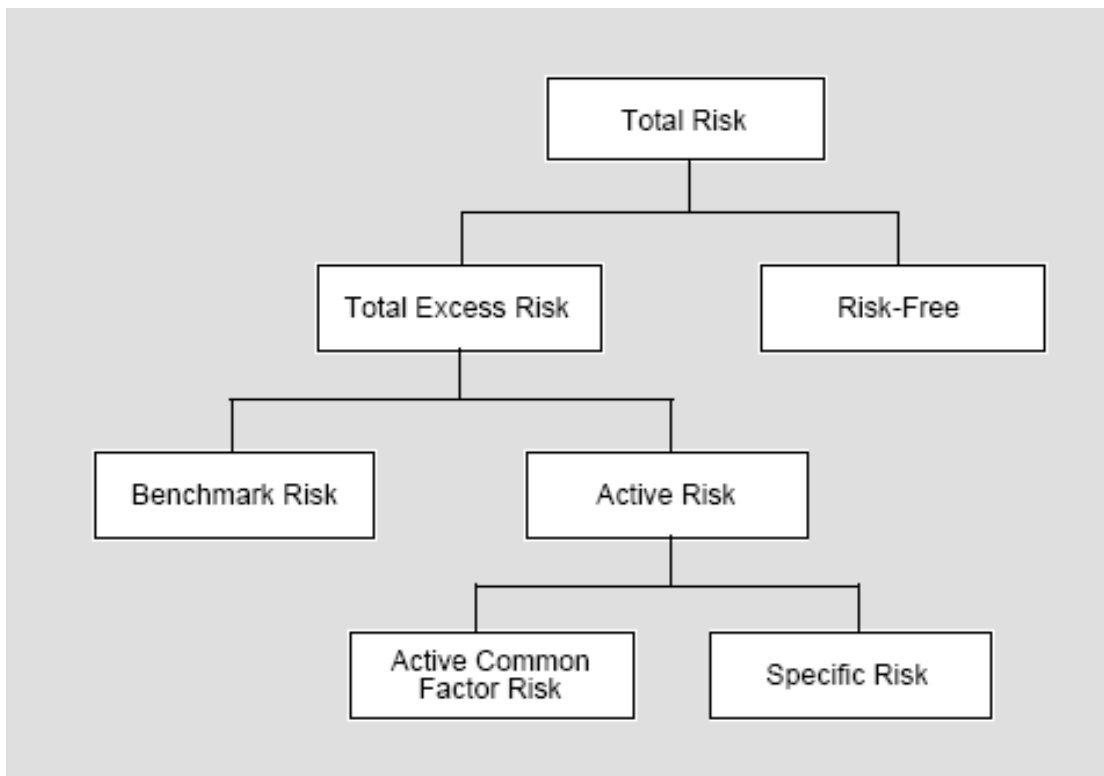
La premessa base dei modelli multifattoriali è che titoli simili dovrebbero mostrare rendimenti simili. Questa “similarità” è definita in termini di attributi di asset che si basano sulle informazioni disponibili sul mercato, tali come prezzi e volumi, o dati fondamentali delle imprese che derivano dai bilanci.

Tali modelli permettono dunque di creare una struttura per sviluppare la misura del rischio, la costruzione del portafoglio e la performance.

5.6 Active Risk Decomposition

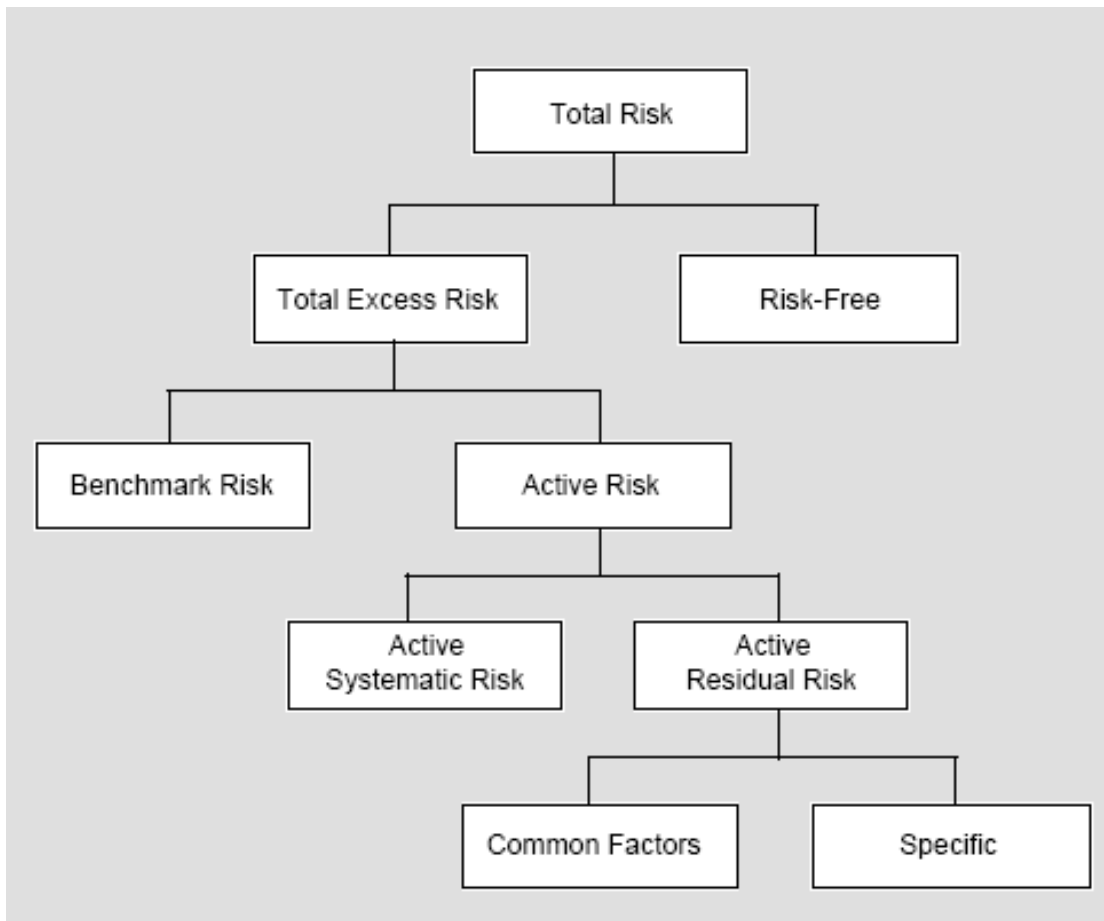
In questo tipo di scomposizione il concetto di benchmark e di rischio attivo sono sovrapposti ai fattori comuni ed al rischio specifico identificato nella prima scomposizione.

Si introduce la valutazione del rischio legata al benchmark e active risk ovvero il rischio che deriva dallo sforzo del gestore a sovraperformare nei confronti del benchmark, esso è ulteriormente scomponibile in rischio attivo specifico e derivante da fattori comuni, il rischio attivo è più comunemente indicato come tracking error.



Questa prospettiva è comunemente utilizzata oltre che per gestire i portafogli attivi anche per analizzare i fondi indicizzati. Come è possibile notare non esiste il concetto di portafoglio di mercato, ma l'analisi si concentra unicamente nella gestione del portafoglio contro il benchmark selezionato.

Per molti manager il market risk è considerata una componente del rischio attivo, questi gestori preferiscono scomporre il rischio come segue:



Questa quarta ed ultima scomposizione, definita da barra Active Systematic-Active Residual Risk, offre insieme alla scomposizione active risk una prospettiva di valutazione e di analisi più completa in quanto tiene conto del portafoglio di benchmark qualunque sia lo stile di gestione del manager.

Questa scomposizione è usata dai gestori che non intendono considerare nella loro analisi, gli effetti del rischio di mercato.

Attraverso l'applicazione del modello multifattoriale, che permette di definire le performance attese, si completa il processo di gestione del portafoglio. L'attribuzione della performance è quel processo che permette di abbinare il giusto ritorno alla fonte che lo genera. Utilizzando il benchmark come paragone per definire il giudizio sulla performance può essere determinato il valore, inteso

come il ritorno, di ogni decisione prese al fine della gestione del portafoglio.

Il programma di attribuzione della performance implementato da barra scompone il ritorno nelle sue maggiori componenti utilizzando i quattro metodi di scomposizione del rischio visti in precedenza. Questo perchè la performance, dunque il rendimento non è che il premio per il rischio assunto.

Alla luce di quanto detto la scomposizione del rischio è il punto di partenza dell'analisi e assolve un duplice valenza: da un lato serve per determinare il ritorno desiderato, dall'altro fornisce le linee guida per valutare il lavoro del gestore nei confronti del benchmark determinato.

Capitolo 6: Case Study

Il modello di Barra può affiancare il gestore sia nelle scelte di asset allocation, sia nelle valutazioni dei portafoglio azionari attivi, e perciò possibile con il supporto di questo di questo modello creare il propria gestione attiva seguendo un indice ma replicandolo con meno asset.

Con l'aiuto del case study può essere dimostrato l'aiuto che l'utilizzo del Barra Global equity model (modello specifico e per i portafoglio azionari) da al gestore nella replica di un portafoglio attivo.

In particolare il primo case study analizza un portafoglio attivo il Morgan Stanley Capital International Europe Australia Far East Index e descrive come il modello può essere utilizzato per seguire lo stesso indice con solo 250 titoli, tutto è stato dimostrato attraverso l'utilizzo del software Aegis Risk Manager.

Supponiamo che un gestore vuole seguire la performance del MSEAFE, che contiene 1500 stock, con un basket di soli 250 stock. Questo compito si può svolgere con l'utilizzo di Aegis Optimizer, un programma di ottimizzazione del portafoglio della Barra inc. per seguire le performance di indici e costruire portafoglio attivi. Il manager specifica il mercato che deve essere seguito e il numero di stock che devono essere inclusi nel portafoglio, il software fa il resto. L'Aegis Risk Manager Risk Decomposition Report inoltre mostra il profilo di rischio del portafoglio tracciante chiamato case2. Da notare che i fattori di active risks del portafoglio tracciante sono piccoli relativamente al MSEAFE. Inoltre anche il total active risk o tracking error per

questo portafoglio di 250 titoli è soltanto 0,64% ovvero il rendimento annuale per questo portafoglio ha una probabilità di due-terzi di essere entro lo 0,64% del rendimento del MSEAFAE.

CASE2.POR: Risk Decomposition		
	Variance	Std. Dev.
Active Specific Risk:	0.33	0.57
Active Common Factor:		
Risk Indices:	0.04	0.19
Industries:	0.03	0.18
Country	0.05	0.23
Currency:	0.00	0.06
Covariance:	-0.02	
Total Act. Common Factor:	0.08	0.29
Total Active:	0.41	0.64
Benchmark:	297.53	17.25
Total Risk:	295.50	17.19

Qualche componente di common factor risk puo essere ulteriormente abbattuta. Ad esempio, l'esposizione complessiva dell'industria segue il MSEAFAE molto strettamente, ma qualche industria specifica ha deviazioni piu ampie. Qui di seguito sono elencate le industri per la loro active exposure, la deviazione piu ampia dal benckmark è nei business service (BUSSVC)

CASE2.POR: Portfolio Characteristics - Industry					
Industry	Managed	Bmk	Mkt	Active	MC to Risk
BUSSVC	1.534	2.477		-0.943	-0.001
FOODHS	2.594	3.469		-0.876	0.001
UTIL	4.007	4.775		-0.768	0.006
PAPER	0.500	1.104		-0.605	0.002
ELCTEQ	3.244	3.764		-0.519	-0.009
BANKS	16.002	16.510		-0.508	0.002
APPLNC	1.761	2.140		-0.380	-0.018
INSURE	3.852	4.229		-0.378	0.002
BRDCST	1.111	1.478		-0.367	-0.000
STEEL	1.342	1.660		-0.318	0.003
WHSLE	1.022	1.307		-0.285	0.004
AEROSP	0.000	0.279		-0.279	0.008
BEVTOB	1.715	1.946		-0.231	0.000
MRCHND	4.481	4.660		-0.179	-0.002
CONSTR	1.876	2.044		-0.169	0.011
BEALES	2.562	2.711		-0.149	0.003

Graph

Un modello multifattoriale Barra fornisce dunque al manager l'abilità di seguire un portafoglio tracciante che ha lo scopo di avvicinare la propria performance a quella indicata di un indice di come il MSEAFA attraverso fattori comuni come industrie, continenti e currencies. comunque con un portafoglio di ampiezza limitata con il case2 qualche specific risk si verifica per via della natura idiosincratICA degli stock selezionati.

Bibliografia

- Barra: RISK MODEL HANDBOOK *United States Equity Version 3 (E3)*
- MSCI Barra Research Conference January 16, 2008
- F. Bruni, D. Campisi, F. Rossi. *Capital Asset Pricing Model e Three-Factor Model*. Un'analisi empirica sul mercato azionario italiano
- GIUSEPPE RICCIARDO LAMONICA IL CAPM: IL CASO DELL'ITALIA QUADERNO DI RICERCA n. 256
- Pierpaolo Montana "Capital Asset Pricing Model" e lo
- "Arbitrage Pricing Theory"
- Giulio Palomba GARCH multivariati e approccio di Black-Litterman nell'asset allocation tattica: un'analisi empirica
- Black, F. & R. Litterman, (1992) "Global Portfolio Optimization", *Financial Analysts Journal*, September-October
- Fama, E. F., (1970a) "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work."
- *Journal of Finance*. 25

- Litterman et. al., (2003) *Modern Investment Management- an equilibrium approach*, New Jersey: Wiley
- Litterman, Robert, (2003c) “Beyond equilibrium, the Black-Litterman Approach”
- Litterman et. al. (2003) *Modern Investment Management- an equilibrium approach*
- Litterman, Bob, (2006) *Presentation of Robert B. Litterman*,
- Markowitz, Harry, (1991) *Portfolio Selectio*”, Blackwell, Oxford
- WWW.RISK.NET • NOVEMBRE 2003 RISK ITALIA
- Transforming Active Equity Management— The Growing Need for an Alpha-Oriented Strategy By Susumu Sasaki
Financial Research Group
- Tracking Error and Active Portfolio Management Nadima El-Hassan *School of Finance and Economics University of Technology, Sydney*

