



**LUISS** Guido  
Carli

LIBERA UNIVERSITÀ INTERNAZIONALE DEGLI STUDI SOCIALI

Dipartimento di *Impresa e Management*

Cattedra di *Finanza Aziendale*

**Il Capital Asset Pricing Model e i modelli in teoria e  
applicazione**

RELATORE  
Prof. Raffaele Oriani

CANDIDATA  
Annarita Pierri  
Matr. 188931

Anno Accademico 2016-2017

Dedicata a voi,  
la mia sola sicurezza in una vita incerta,  
il mio rifugio nella tempesta,  
per tutte le volte in cui mi avete salvato da me stessa,  
per tutte le volte in cui ancora mi salverete,  
per ogni rimprovero quasi sempre giusto,  
per tutte le torte e le polpette preparate insieme con amore,  
per voi, *papà mamma e Francesca*,  
senza di voi sarei come Battisti senza Mogol, persa.  
Vi voglio bene.

## Sommario

Introduzione.....	5
<b>CAPITOLO 1</b> .....	8
<i>Il Capital Asset Pricing Model: sviluppi e verifiche</i> .....	8
1.1 <i>CAPM: capital asset pricing model</i> .....	8
1.2 <i>L'evoluzione del CAPM</i> .....	13
1.3 <i>Validità empirica del CAPM</i> .....	17
1.4 <i>La critica di Roll</i> .....	26
1.5 <i>Gli effetti delle distorsioni del mercato</i> .....	27
1.6 <i>Il modello di Fama-French (1993)</i> .....	29
<b>CAPITOLO 2</b> .....	34
<i>Lo sviluppo dei modelli multifattoriali</i> .....	34
2.1 <i>Alternative al CAPM</i> .....	34
2.2 <i>I modelli multifattoriali</i> .....	36
2.3. <i>Validità dei modelli multifattoriali</i> .....	39
2.4. <i>APT: Teoria dell'arbitraggio</i> .....	41
2.5. <i>Analisi fattoriale attraverso il modello Chen, Roll e Ross (1986)</i> .....	48
2.6 <i>Il modello di Carhart</i> .....	52
<b>CAPITOLO 3</b> .....	57
<i>Il ruolo della liquidità nelle analisi di rischio-rendimento</i> .....	57
3.1 <i>Il rischio di credito</i> .....	57
3.2 <i>Concetti introduttivi sul rischio di liquidità</i> .....	59
3.3 <i>Pastor e Stambaugh: misura della liquidità dei mercati</i> .....	60
3.4 <i>La misura di liquidità nei modelli di asset pricing</i> .....	65
<b>CAPITOLO 4</b> .....	68
<i>L'uso del CAPM in Poste Italiane S.p.A.</i> .....	68
<i>Stima costo del capitale proprio</i> .....	68

<i>Stima del costo del capital di debito</i> .....	69
<i>Stima del WACC</i> .....	70
<i>Stima del prezzo delle azioni</i> .....	70
<i>Analisi di sensitività</i> .....	71
<i>Considerazioni sui risultati ottenuti</i> .....	72
<i>Conclusioni</i> .....	74
Bibliografia .....	76

## **Introduzione**

Le recenti teorie di asset pricing si basano su una scelta che deve essere operata dall'investitore: massimizzare il rendimento che egli si aspetta, dato un certo livello di rischio, ovvero minimizzare quest'ultimo al fine di ottenere un rendimento prestabilito (*given* di rendimento).

I modelli di asset pricing, specialmente al giorno d'oggi, nella contingenza economica che stiamo vivendo, sono al centro di un dibattito fervente nella dottrina economico-finanziaria, poiché i loro sviluppi applicativi (e.g. stima del costo del capitale azionario nei processi di valutazione, scelta dei progetti da inserire nelle scelte di capital budgeting, la valutazione delle performance dei fondi comuni di investimento ecc.) sembrano aver fallito nel loro compito di rappresentare la realtà e per questo, secondo alcuni, sono stati ritenuti del tutto inaffidabili.

La crisi dei mercati finanziari ha difatti posto in essere numerosi interrogativi sui modelli di asset pricing, poiché ha messo in evidenza una componente che l'intera letteratura finanziaria aveva, fino a questo momento, del tutto sottostimato: tale fattore è la liquidità.

La presente trattazione intende esporre le evidenze empiriche dei nuovi modelli di asset pricing che tengano, però in debita considerazione la liquidità al fine di comprendere se gli strumenti di valutazione degli investimenti stiano seguendo la strada corretta.

In particolare si cercherà di analizzare nel modo più dettagliato possibile i vari modelli derivanti dalla formulazione del c.d. ATP (*Arbitrage Pricing Theory*), ossia lo schema che spiega il rendimento di un titolo azionario in funzione dei rendimenti di una serie di fattori di rischio (come alcune variabili macroeconomiche). L'ATP è costruito essenzialmente su tre assunzioni: che i rendimenti azionari debbano essere descritti da un modello fattoriale, che debba essere possibile costruire quanti più portafogli si voglia e che non debbano esserci arbitraggi privi di rischio. Queste assunzioni appaiono tanto semplici quanto difficoltoso è determinare i fattori rilevanti, da un punto di vista sia qualitativo che quantitativo.

L'ATP si contrappone al modello CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), sviluppato da William Sharpe nel 1964, poi seguito da Lintner nel '65 e Mossin nel '66; tale modello intravede una relazione tra il rendimento di un titolo e il suo grado di rischiosità misurata attraverso un singolo fattore di rischio, definito *beta* del titolo, il quale essenzialmente misura il modo in cui il titolo si muove in armonia col mercato.

L'ATP, sviluppando tutti gli studi precedenti, a partire dalla primissima "Teoria del Portafoglio" degli inizi del '900 con gli studi di Louis Bachelier e Alfred Cowles, fino ad arrivare al grande contributo di Harry Markowitz negli anni '50, intende invece esprimere il rendimento di un titolo azionario in funzione di più fattori di rischio e la sensibilità del rendimento atteso rispetto alle variazioni dei fattori economici è nota come *factor loading* ed è in pratica l'equivalente dell'ATP del coefficiente *beta* del CAPM.

Lo sviluppo dell'ATP è coinciso con numerose critiche al modello CAPM, intervenute specialmente negli anni settanta del secolo scorso, laddove numerosi test empirici ne hanno da subito evidenziato l'incompatibilità con la realtà fattuale. In particolare l'idea che i rendimenti possano venir spiegati da un solo coefficiente *beta* tra il titolo e il portafoglio di mercato si è dimostrata una teoria debole e proprio partendo da questa debolezza Stephen Ross ha elaborato dei modelli multifattoriali che si sono tradotti in un nuovo modo di intendere siffatta relazione, i quali sono poi sfociati nell'ATP.

Come si diceva poc'anzi, nel corso del presente lavoro s'intende porre sotto la lente d'ingrandimento tali modelli multifattoriali dell'ATP: in particolare nella prima parte verrà ripercorsa brevemente la storia e l'evoluzione dei modelli di asset pricing, soffermandosi in particolare sul CAPM e sui limiti intrinseci messi in evidenza nel corso degli anni.

Nel secondo capitolo ci si concentrerà sui modelli multifattoriali e soprattutto sul modo in cui si è giunti ad essi grazie (o a causa) di alcune significative anomalie del mercato; si andrà alla ricerca del numero esatto di fattori da inserire in tali modelli e le loro peculiari caratteristiche. Infine si presenteranno i due modelli più significativi: quello di Fama e French (1993) e quello di Chen, Roll e Ross (1986).

Il terzo e ultimo capitolo è da intendersi come la parte centrale, poiché viene introdotto il fattore di liquidità nello studio dei modelli di asset pricing,

ricostruendo l'evoluzione dello studio di tale fattore e dei suoi possibili metodi di misurazione, atteso che non vi sono ancora teorie cui fare riferimento in tal senso. Anche in quest'ultima parte verranno presentati nel dettaglio i due scritti più significativi sul tema: quello sul modello di Pastor e Stambaugh (2003) e il liquidity adjusted CAPM di Acharya e Pedersen (2005).

# CAPITOLO 1

## *Il Capital Asset Pricing Model: sviluppi e verifiche*

### *1.1 CAPM: capital asset pricing model*

La nascita della teoria dell'asset pricing si fa convenzionalmente risalire agli anni sessanta del secolo scorso, quando William Sharpe, Jack Treynor, John Lintner e Jan Mossin definirono il Capital Asset Pricing Model (CAPM), il che permise poi, per giunta, allo stesso Sharpe, quasi quarant'anni dopo, di ottenere il Nobel per l'economia.

Il CAPM è tuttora largamente applicato, specie nella stima del costo del capitale azionario nei processi valutativi delle imprese o nella valutazione delle performance dei gestori nei fondi di investimento. Ciò che caratterizza e rende attraente tale modello è senza dubbio la sua semplicità, atteso che la relazione lineare che esso propone è visto che come strumento intuitivo per fornire indicazioni sui modi di misurare il rischio e sulla relazione esistente tra il rendimento atteso e il rischio rilevante di un titolo.

Colonna portante del CAPM è la c.d. "teoria delle scelte di portafoglio", che Harry Markowitz sviluppò nel 1959 e che disegna un modello tale per cui gli investitori siano contrari al rischio, abbiano come obiettivo quello di massimizzare l'utilità attesa e operino utilizzando soltanto due parametri della distribuzione dei rendimenti, la quale per giunta si presuppone essere normale: la media e la varianza. Questo ha come risultato che ogni investitore finirà per scegliere portafogli efficienti in termini di media-varianza, il che fa discendere che ogni portafoglio viene scelto in modo che:

- A parità di rendimento atteso, si minimizza la varianza dei rendimenti;
- A parità di varianza, si massimizza il rendimento atteso.

Il modello di portafoglio conduce ad una condizione algebrica che si basa su degli asset ponderati nella costruzione di un portafoglio efficiente secondo il principio di media-varianza. Tale relazione viene convertita dal CAPM in una previsione verificabile che concerne la relazione tra i rendimenti attesi e il rischio, individuando il portafoglio più efficiente laddove i prezzi rispecchino in toto il valore dei titoli.

Ponendo il modello di Markowitz come punto di partenza, Sharpe, Lintner, Treynor e Mossin delinearono successivamente un modello di equilibrio con l'aggiunta di due assunzioni essenziali.

La prima prevede che ogni individuo abbia aspettative omogenee per quanto riguarda la distribuzione dei rendimenti delle attività finanziarie disponibili: dunque l'unica distribuzione veramente possibile è quella per cui, dati i prezzi di mercato al tempo t-1, gli investitori devono essere d'accordo sulla distribuzione dei rendimenti attesi nel periodo che intercorre tra t-1 e t.

La seconda accetta l'esistenza di un'attività priva di rischio ed è possibile investire e/o indebitarsi illimitatamente al tasso relativo, indipendentemente dalla quantità.

In tali condizioni la relazione che dovrà essere soddisfatta dal rendimento atteso di ogni attività in equilibrio, in un singolo periodo, sarà la seguente (*security market line*) (Sharpe W. F., 1964):

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i[E(\tilde{R}_m) - R_f]$$

Laddove  $E(\tilde{R}_i)$  è il rendimento atteso del generico titolo,  $E(\tilde{R}_m)$  rappresenta il rendimento del portafoglio di mercato,  $R_f$  il rendimento dell'attività priva di rischio,  $\beta_i$  misura la sensitività rispetto al mercato del generico titolo, calcolato come rapporto tra la covarianza tra il rendimento del titolo e il rendimento di mercato e la varianza del rendimento di mercato:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i; R_m)}{Var R_m}$$

Si noti che la differenza tra il rendimento atteso del mercato e il risk free rappresenta il premio per il rischio di mercato. Pertanto è possibile dire che sono due i fattori da cui dipende il rendimento atteso su un titolo: il primo, identico per tutti, è pari al rendimento del titolo privo di rischio cui però va sommato il secondo fattore, che dipende dal grado di sensitività del titolo rispetto al mercato e che viene definito premio per il rischio. In conclusione,

questa relazione ci dice che nessun fattore è capace di spiegare il rendimento atteso di un titolo, ad eccezione di  $\beta$ .

Il fatto che il CAPM abbia voluto imporsi come legge di equilibrio di mercato universale è stato ciò che lo ha reso così facile alle critiche sulla sua validità, giacché per puntellare tale modello si rendono indispensabili numerose verifiche teoriche, le quali possono a loro volta essere divise in due grandi gruppi: quelle sul comportamento degli investitori e quelle sulle caratteristiche del mercato.

Innanzitutto per affermare che un portafoglio di mercato sia effettivamente efficiente e che dunque possa dirsi valido il CAPM, è necessario stabilire che gli investitori posseggano portafogli efficienti, il che, come si è visto, è vero se gli investitori operano secondo il principio della media-varianza, dunque secondo il principio di utilità attesa e siano avversi al rischio, altrimenti decade il CAPM. Questa è una prima debolezza. Inoltre si devono intendere come distribuzioni normali le distribuzioni di probabilità dei rendimenti per far valere il principio della media-varianza.

Pertanto il comportamento deve essere “modellabile” grazie alla prima assunzione, ma molti studi criticano questo assunto, affermando che è impossibile che tutti gli investitori siano avversi al rischio: un esempio di questo è dato dalla presenza di molti di essi nei casinò, terra di rischio per antonomasia e se dunque esistono individui propensi al rischio, un modello di pricing di equilibrio non può essere formulato partendo dalla massimizzazione dell'utilità attesa. Chi invece sostiene il CAPM afferma che è comunque plausibile l'ipotesi di razionalità degli investitori e della loro avversione al rischio, poiché è sempre meglio ragionare su un modello di cui si conoscono le debolezze anziché affermare che il mercato è irrazionale tout court. Ad esempio se si dovesse valutare un progetto d'investimento per una qualsivoglia impresa, il modo migliore sarebbe farlo come se le ipotesi di razionalità fossero comunque rispettate, ancorché il mercato fosse irrazionale, poiché di base l'irrazionalità è imprevedibile e da essa non possono ricavarsi efficaci metodi di gestione dell'impresa.

Se però gli investitori volessero effettivamente seguire il principio dell'utilità attesa, ma non riuscissero a massimizzare l'utilità con la scelta sulla base dei due criteri di media e varianza, risulterebbe comunque razionale scegliere

portafogli inefficienti dal punto di vista della media-varianza, pur risultando efficienti per massimizzare l'utilità attesa e attenendosi altresì ad ulteriori fattori rilevanti della distribuzione di probabilità, come ad esempio l'asimmetria.

Con riferimento invece alle assunzioni del CAPM che riguardano le peculiarità del mercato dei capitali, è possibile e necessario distinguere quelle che potrebbero provocare solo dei lievi discostamenti dalle condizioni di mercato perfetto e che quindi non inficiano la veridicità del CAPM da quelle che al contrario cagionano problemi più seri poiché non trovano riscontro nella realtà.

Al primo insieme appartengono:

- L'assenza di costi di transazione;
- La divisibilità pressoché infinita degli investimenti;
- La stabilità del prezzo dei titoli;
- L'inesistenza di divieti alla vendita allo scoperto;
- La possibilità di impiegare denaro o prenderlo a prestito illimitatamente, al tasso privo di rischio.

Nella realtà di tutti i giorni, per la compravendita dei titoli si rendono indispensabili le commissioni, il cui pagamento fa sì che il processo di diversificazione risulti piuttosto esoso e che la varianza dei portafogli in proprio possesso non sia affatto minimizzata; per di più si rende necessario comprare e vendere titoli in minime quantità e ciò non permette di affibbiare agli stessi il peso desiderato in un portafoglio. È pur vero, tuttavia, che in presenza di tali, leggere, imperfezioni, ogni mercato sia in grado di aggiustarsi, specie in presenza di portafogli importanti con un grande ammontare di capitale investimento, laddove tali violazioni risultano pressoché irrilevanti. Dunque i piccoli investitori possono abbattere i costi di transazione e di divisibilità imperfetta degli investimenti tramite acquisto di quote di fondi di investimento, che sopportano suddetti costi in misura minore.

Nei piccoli mercati con imperfezioni, grossi ordini di titoli "sottili" procureranno variazioni di prezzo significative, il che porterà gli investitori a frenare gli investimenti su questi titoli e questo provoca problemi di diversificazione. Ciò accade solitamente in piccoli mercati con problemi di

efficienza, ma raramente accade in grandi piazze quale sarebbe ad esempio quella americana. Tali assunzioni dunque non vanno a pregiudicare drasticamente la validità del modello, anche perché i mercati sono tali da ricercare da soli soluzioni ai problemi che esse creano.

Il secondo gruppo invece contiene assunzioni diverse:

- inesistenza di imposte sui redditi da capitale;
- omogeneità delle aspettative da parte di tutti gli investitori;
- negoziabilità di tutti gli investimenti sul mercato.

Le imposte sui redditi da capitale vanno ad incidere sensibilmente sulle scelte operate dagli investitori, differenziandole: ad esempio un portafoglio può avere un dato rendimento atteso, al netto delle tasse, per un fondo pensione e un altro per un investitore individuale, visto che la tassazione differisce profondamente per i due soggetti.

Inoltre è evidente come non in ogni operatore c'è omogeneità di aspettative, fatto salvo per i casi di grandi banche e organizzazioni di investimento, nelle quali viene spesso utilizzata la migliore informazione disponibile e la si elabora usando metodi interpretativi molto simili, giungendo così a stime che differiscono poco fra loro in termini di rendimenti attesi e di matrice varianze-covarianze. Dunque se ogni investitore operasse in base al principio di media varianza e sulla frontiera efficiente, allora varrebbe la relazione otterrebbe un rendimento pari a quello definito dalla *security market line*. Se tuttavia la frontiera efficiente appare in modo diverso agli investitori, solo uno tra di essi sarà in grado di stimare tale frontiera efficiente in modo corretto, mentre gli altri avranno scelto portafogli non efficienti.

Infine il fatto che ogni investimento sia negoziabile sul mercato è una grossa insidia alla validità del CAPM giacché non è possibile negoziare spesso una parte considerevole della propria ricchezza, ossia il c.d. capitale umano. Ogni investitore deve operare finanziamenti forzati sul proprio capitale umano e, a seconda della covarianza dei titoli con il proprio capitale umano, ciascun investitore può investire correttamente in un portafoglio di mercato, ancorché tale investimento possa apparire inefficiente da un punto di vista rischio-rendimento.

Qualora tali condizioni non vengano rispettate, ogni portafoglio può ritrovarsi sopra o sotto la c.d. *security market line*, senza essere necessariamente

sopravvalutati o sottovalutati; si verifica dunque una situazione di equilibrio pur senza essere efficiente. Ecco per quale motivo si critica la validità del CAPM: come ogni modello è condizionato dalle assunzioni di partenza, le quali non riflettono le condizioni dei mercati nella realtà.

### ***1.2 L'evoluzione del CAPM***

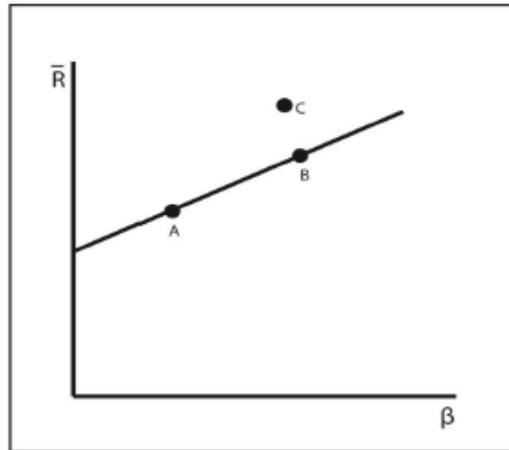
All'inizio degli anni settanta emerse la necessità di modificare la relazione del CAPM classico grazie ad uno scritto di Fisher Black, "*Capital market equilibrium with restricted borrowing*"; in esso Black, tentando di verificare la validità della legge di equilibrio del CAPM in assenza dell'assunzione per la quale esiste un'attività priva di rischio di cui tutti possono servirsi per dare o ricevere denaro a prestito, a patto che sia possibile vendere allo scoperto in via illimitata, portò alla creazione del c.d. CAPM a due fattori, o zero-beta, secondo la quale (Black F., 1972)

$$E(\tilde{R}_i) = R_z + \beta_i[E(\tilde{R}_m) - R_z]$$

laddove  $R_z$  è il rendimento atteso di un "secondo fattore" indipendente dal mercato e quindi con un Beta pari a zero.

L'intuizione che ne deriva è che il rischio sistematico rappresenta la misura del rischio rilevante, poiché due titoli con lo stesso grado di rischio sistematico hanno sempre, in equilibrio, identici rendimenti attesi. Quanto appena detto discende dal fatto che qualora avessimo un portafoglio ben diversificato, la componente non sistematica del rischio si annullerebbe; pertanto se anche un singolo titolo abbia un alto grado di rischio specifico intrinseco, ciò non influenzerebbe il rischio del portafoglio, e quindi non dovrebbe essere remunerato con un rendimento più elevato (Fig. 1).

Figura 1: Security Market line



Il grafico sopra rappresenta la formalizzazione di tale intuizione. La linea retta rappresenta la combinazione di due portafogli rischiosi ed essa collega i due titoli nel piano rendimento atteso-beta. Se dunque nel piano di rendimento atteso-beta i titoli si trovano su una linea retta, sulla medesima linea si posizionano anche tutte le immaginabili combinazioni di asset singoli.

Si prendano in esame i punti C e B del grafico precedente: entrambi hanno lo stesso rischio sistematico, ma C ha un rendimento atteso superiore, dunque gli investitori preferiranno acquistare C e non B finché l'aggiustamento dei prezzi non faccia sì che il rendimento atteso di entrambi si equivalga, ma fino ad allora l'acquisto di C e la vendita allo scoperto di B concretizzerebbe un portafoglio con rendimento atteso positivo e rischio sistematico inesistente. In una situazione di equilibrio, tale ultima eventualità non è possibile, pertanto tutti i titoli e tutte le possibili combinazioni devono collocarsi lungo una linea retta.

Anche il portafoglio di mercato M, caratterizzato da un beta unitario, si trova sulla retta, poiché se non lo fosse avremmo due portafogli con lo stesso rischio sistematico e diversi rendimenti attesi, altrettanto impossibile in una situazione di equilibrio; inoltre esso, rappresentando una combinazione di tutte le attività rischiose, deve trovare posizione sulla retta perché le combinazioni di asset devono collocarsi sulla retta stessa.

Uno dei punti più convenienti della retta è rappresentato dal portafoglio di mercato, mentre l'altro è il punto di  $\beta = 0$  (intersezione con l'asse verticale).

L'equazione della retta è

$$\text{Rendimento atteso} = a + b\beta$$

Tale relazione è vera anche per un portafoglio con beta uguale a zero. Indicando con  $\tilde{R}_z$  il rendimento di questo portafoglio, si ha:

$$\tilde{R}_z = a + b(0)$$

La relazione è vera anche per il portafoglio di mercato. Se si indica con  $R_m$  il rendimento atteso di tale portafoglio, il quale ha beta unitario, si ha

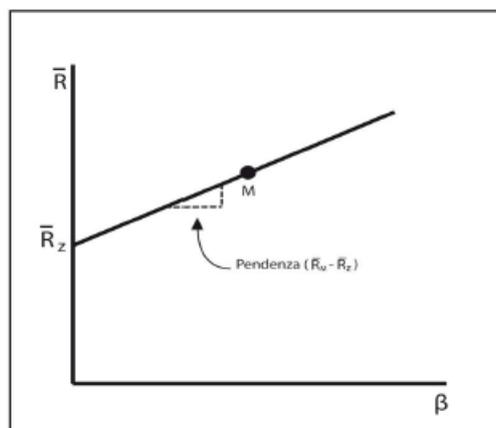
$$\tilde{R}_m = \tilde{R}_z + b(1)$$

se si combinano i due risultati e si indica con  $\tilde{R}_i$  e  $\beta_i$  il rendimento atteso e il rischio sistematico per il portafoglio generico  $i$ , si può dire che:

$$\tilde{R}_i = \tilde{R}_z + \left( \frac{\tilde{R}_m - \tilde{R}_z}{\beta_i} \right)$$

che costituisce la versione zero-beta del Capital Asset Pricing Model, graficamente rappresenta in Figura 2 (Black F., 1972).

Figura 2: Security Market line in zero-beta

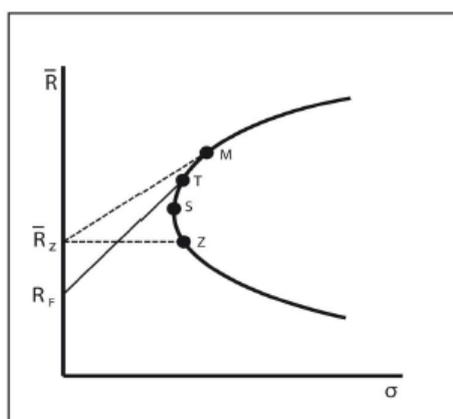


La realtà è che se non risulta plausibile che un investitore possa indebitarsi al tasso privo di rischio, tuttavia è perfettamente possibile che egli possa

investire allo stesso tasso, acquistando, ad esempio, obbligazioni governative con scadenza entro un proprio orizzonte temporale e, pertanto, avendo la certezza del valore finale dell'investimento.

Ammettendo tale ultima ipotesi, un investitore ha un ventaglio di scelte così come rappresentate nel seguente grafico, con combinazioni di attività prive di rischio e di un portafoglio rischioso che seguono sempre una linea retta che unisce le due attività. La combinazione prediletta giace su una linea retta che passa per l'attività risk-free e interseca la frontiera efficiente. Tale retta è la  $R_F T$  (Fig. 3).

Figura 3: combinazioni rischio-rendimento



Il punto T si trova al di sotto e alla sinistra di M: questo non è casuale come non è casuale che  $R_z > R_F$ , poiché prima che introducessero un'attività risk-free, gli investitori detenevano portafogli lungo il tratto SMC; difatti i portafogli lungo la linea  $R_z M$  non esistono visto che  $R_z$  è una costruzione puramente teorica. Se decide di investire in un'attività priva di rischio, l'investitore può avere un portafoglio posizionato lungo la retta  $R_F T$ , il che lo condurrà a dividere la propria ricchezza tra l'attività priva di rischio e il portafoglio T. Egli non potrà detenere altri portafogli al di fuori di quest'ultimo e se un investitore decidesse di detenere un portafoglio a destra di T, poiché ha un alto grado di avversione al rischio, allora T e M non potrebbero mai coincidere e M si troverebbe sempre alla destra di T. se si presume che tutti gli investitori tranne uno decidano di investire in una combinazione di T e del titolo privo di rischio, l'ultimo investitore, quello che non possiede T, ha senza dubbio un portafoglio alla destra di T sulla frontiera

efficiente STC, poiché se il portafoglio prescelto fosse a sinistra, l'investitore sarebbe in grado di aumentare l'efficienza del proprio portafoglio spostandosi sulla retta  $R_F T$  e, dunque, arrivando a detenere il portafoglio T. Dato che il portafoglio di mercato rappresenta una combinazione di portafogli di attività rischiose che gli investitori posseggono, esso sarà una combinazione di T e del portafoglio alla sua destra, dunque anche questo si posizionerà alla destra di T. Il fatto che M stia alla destra di T implica ovviamente che  $R_Z > R_F$ .

La frontiera efficiente è data dalla retta  $R_F T$  e dalla curva TMC<sup>1</sup> e se mancasse un'attività di rischio, ogni combinazione di portafogli risulterebbe efficiente, ma dopo aver immesso la eventualità di investire al tasso privo di rischio, questa proprietà non vale più. Ogni combinazione tra un portafoglio del segmento  $R_F T$  e un portafoglio della curva TMC è dominato da un portafoglio sulla curva TMC stessa.

Gli investitori che si posizionano lungo il segmento  $R_F T$  investono una parte della loro ricchezza nell'attività risk-free e una parte nel portafoglio T, il quale è costruito come combinazione di Z e M. Coloro che invece si posizionano lungo il tratto TM investono parte della loro ricchezza in M e parte in Z, mentre coloro che si piazzano lungo MC vendono allo scoperto Z e investono in M. Ciascun investitore appaga le proprie esigenze assumendo posizione (lunghe e corte che siano) nel portafoglio di mercato, in quello zero-beta e nell'attività risk-free.

### ***1.3 Validità empirica del CAPM***

Molte analisi sperimentali sui modelli di equilibrio sono state effettuate sul CAPM standard o sulla versione zero-beta e ciascuna variabile utilizzata rappresenta un valore atteso futuro.

Ciò vuol dire che, non potendo fare affidamento su dati sistematici sulle aspettative, ogni test è stato condotto sulla base di esami teorici sulle variabili. Ma allora come si giustifica l'aver condotto un esame empirico di un modello formulato in termini di aspettative utilizzando dei dati storici? Si sono date

---

<sup>1</sup> Il portafoglio T è un portafoglio d'angolo: la sua composizione è differente da quelli posti nelle sue immediate adiacenze. Tutti i portafogli alla sua destra sono combinazioni di M e Z, mentre quelli alla sua sinistra sono combinazioni di M,Z e dell'attività priva di rischio.

generalmente due risposte a tale quesito. Innanzitutto, stando all'esperienza, in genere un fenomeno si realizza mediamente secondo quelle che erano le aspettative iniziali, le quali, solitamente, risultano esatte.

Un'altra spiegazione prende le mosse dal fatto che i rendimenti dei titoli dipendono in modo lineare dal rendimento del portafoglio di mercato. Tale modello è definito Market Model e matematicamente è riprodotto in questo modo

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

Dove il rendimento al tempo t dell'asset è funzione diretta del rendimento del mercato a meno di un errore casuale  $\varepsilon$ . Il rendimento atteso del titolo i-esimo, considerando che il termine d'errore ha valore atteso nullo, è

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m)$$

Da cui si ricava

$$E(R_i) - \alpha_i - \beta_i E(R_m) = 0$$

Date tali relazioni, il modello può essere riscritto come segue:

$$\tilde{R}_{it} = r_f + \beta_i (\tilde{R}_{mt} - R_f) + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

L'utilizzo dei dati storici permette di testare il modello empiricamente. Se consideriamo validi il CAPM standard o la versione zero-beta, dovremmo considerare legittime talune ipotesi:

- a un maggior livello di rischio (beta) dovrebbe essere associato un maggior rendimento;
- la relazione tra rendimento e beta dovrebbe essere lineare;
- dal fatto di assumersi un maggior rischio diversificabile non dovrebbe discendere un maggior rendimento.

In aggiunta a questo, se un qualsivoglia modello di equilibrio descrive accuratamente la realtà, l'investimento sarebbe da intendersi come una

scommessa imparziale: ogni deviazione del rendimento, di un titolo o di un portafoglio, sarebbe casuale e non consentirebbe la realizzazione di un extra profitto.

Molte verifiche sul CAPM si basano su analisi a due passi: per prima cosa si realizza una regressione sulla serie storica di ogni titolo per calcolare il beta e poi se verifica il CAPM secondo una regressione cross-sectional dei rendimenti di ogni titolo sui beta in un certo intervallo di tempo.

In tal senso si fa spesso affidamento al metodo di John Lintner del 1965, con il quale egli stimava i beta per le 301 azioni del suo campione, regredendo i rendimenti annuali di ogni titolo tra il 1954 e il 1963 sul rendimento medio dei titoli. Tali regressioni si presentano così (Sharpe W.F., 2000):

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

Laddove  $b_i$  rappresenta la stima del rischio del titolo i-esimo. Segue poi una regressione cross-sectional

$$R_i = a_1 + a_2 b_i + a_3 S_{ei}^2 + \eta$$

Dove  $S_{ei}^2$  rappresenta la varianza dei residui ( $e_i$ ) della regressione. Ciascun valore considerato dovrebbe avere un valore ben preciso per poter dimostrare il CAPM: infatti, a seconda del CAPM considerato,  $a_3$  dovrebbe essere uguale a 0,  $a_1$  dovrebbe essere pari a  $R_F$  o  $R_Z$  e  $a_2$  dovrebbe essere pari a  $R_M - R_F$  o  $R_M - R_Z$ . Lintner ottenne questi valori

$$a_1 = 0,108$$

$$a_2 = 0,063$$

$$a_3 = 0,237$$

Questi numeri non sembrano essere compatibili col CAPM, giacché il residuo è positivo e statisticamente non uguale a zero,  $a_1$  appare maggiore di

qualunque stima ragionevole di  $R_F$  o  $R_Z$  e  $\alpha_2$ , ancorché positivo, risulta inferiore a quanto ci si attenda.

All'inizio degli anni settanta, Miller e Scholes tentano di correggere i problemi di metodo legati a queste verifiche sul CAPM e le distorsioni collegate ad un'errata specificazione delle equazioni di base; nello specifico essi sostengono che l'equazione impiegata per valutare i beta dovrebbe essere in linea con tale modello, se i rendimenti fossero realmente originati dal CAPM standard. Così si presenta il CAPM in termini di serie storiche

$$\tilde{R}_{it} = r_{ft} + \beta_i(\tilde{R}_{mt} - R_{ft})$$

Se  $R_F$  è costante nel tempo, l'errore di specificazione non comporta distorsioni nei risultati, di modo che il coefficiente  $\alpha_1$  stimato sarebbe uguale a  $(1 - \beta_i)R_{ft}$ . Se, al contrario,  $R_{ft}$  variasse nel tempo e fosse correlato con  $R_M$ , si incapperebbe nel classico errore da variabile mancante e il  $\beta_i$  stimato risulterebbe falsato rispetto al vero  $\beta_i$ . I due autori predetti hanno altresì dimostrato che, se esistesse una correlazione negativa tra  $R_{ft}$  e  $R_{Mt}$ , la regressione cross-sectional condurrebbe ad una sovrastima dell'intercetta e a una sottostima del coefficiente angolare. Tali distorsioni potrebbero così spiegare l'inconsistenza delle conclusioni ottenute da Lintner. Miller e Scholes dimostrano, al contrario, l'esistenza di una correlazione negativa, il che non è una sorpresa, atteso che all'incremento dei tassi d'interesse equivale una perdita di valore dei titoli azionari. Essi misurano altresì il peso di tali distorsioni sui risultati ottenuti da Lintner, le quali, pur contribuendo a spiegare le anomalie empiriche, hanno un rilievo del tutto marginale sui coefficienti stimati da Lintner stesso.

L'intercetta troppo alta e l'inclinazione bassa nella relazione tra rendimenti e beta potrebbero essere spiegate altresì con l'esistenza di una relazione non lineare tra le due variabili. Scholes e Miller verificano infatti che una relazione non lineare, laddove esistente, non potrebbe comunque spiegare coefficiente angolare e intercetta anomali.

La terza probabile fonte di distorsione potrebbe poi risultare dalla presenza di eteroschedasticità, la quale rappresenta un problema piuttosto diffuso in

questi test, laddove esista un rapporto positivo tra la varianza dei residui della regressione e il valore della variabile indipendente. In questo caso si arriverebbe alla conclusione che i titoli con beta alto hanno una maggiore volatilità dei rendimenti, che il mercato non riesce a spiegare rispetto ai titoli con basso beta. Dunque seppur i due autori verificano l'esistenza di eteroschedasticità, questa non pare spiegare ancora una volta l'anomalia dei risultati, poiché avrebbe un effetto sulla stima dei coefficienti che va nella direzione contraria<sup>2</sup>.

Pertanto, dopo aver verificato che i possibili errori di specificazione delle equazioni non riescono a spiegare i risultati anomali ottenuti da Lintner rispetto a quanto predetto dal CAPM, Miller e Scholes si occupano di verificare l'incidenza dei medesimi errori nella definizione delle variabili.

Una distorsione potrebbe discendere misurando erroneamente i beta usati nella regressione cross-sectional. I  $\beta_i$  ottenuti su serie storiche rappresentano difatti una stima dei veri beta. Pertanto ogni titolo ha un vero beta che potrebbe essere stabile, ma di esso noi possediamo solo la stima la quale, se non oggetto di distorsione, potrebbe pur sempre incappare in qualche errore di campionamento. Difatti ogni errore nella stima di  $\beta_i$  conduce ad una distorsione verso il basso della stima del coefficiente angolare della seconda regressione e a una stima verso l'alto dell'intercetta. Miller e Scholes verificano che ciò ha un effetto rilevante sui risultati delle stime: il coefficiente relativo al beta è stimato al 64% del suo reale valore e l'intercetta ha una distorsione verso l'alto di un ammontare adeguato in base alla relazione lineare.

C'è poi un ulteriore effetto che deriva dall'errore di misurazione dei beta e cioè che se il reale valore di beta avesse correlazione positiva con la varianza residua, questa sarebbe un proxy del vero beta e i rendimenti avrebbero correlazione positiva con la varianza dei residui. Questo effetto è presente nei test di Lintner e ciò è dimostrato da Miller e Scholes; pertanto, se anche i rendimenti dei titoli non dipendano dalla varianza dei residui, questa potrebbe essere connessa ai rendimenti della regressione cross-sectional poiché il rischio specifico funge da proxy per il vero beta dei titoli, che resta

---

<sup>2</sup> L'eteroschedasticità porta a una sottostima degli errori dei coefficienti della regressione, il che indurrebbe a verificare come significativa anche una relazione che non lo è.

inosservabile. Infine i due autori comprovano che la distribuzione dei rendimenti denota un'asimmetria positiva e che questa crea, nella regressione cross-sectional, una dipendenza tra il rendimento e il rischio specifico, sebbene questa non risulti presente dal punto di vista economico<sup>3</sup>.

I primi a proporre analisi del CAPM basate su un modello di serie temporali furono Black, Jensen e Scholes nel 1972, secondo questo modello (Black F. J. M., 1972):

$$\tilde{R}_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i(\tilde{R}_{mt} - R_{ft}) + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

Difatti se si lavora su serie temporali, stimando il coefficiente  $\alpha_i$  come nullo si convaliderebbe la capacità di CAPM di descrivere accuratamente i rendimenti dei titoli. Per un test del CAPM si dovrebbero utilizzare un ampio ventaglio di azioni, stimare il modello per ciascun titolo e poi esaminare la distribuzione degli  $\alpha_i$ ; certo è che non si tratta di un metodo affidabile poiché l'analisi della distribuzione degli  $\alpha_i$  suppone che i residui siano indipendenti, cosa non vera. Per alleviare questo problema si potrebbe valutare la regressione sulla serie storica dei rendimenti di un portafoglio contenente svariati titoli, in cui  $R_i$  rappresenta il rendimento del portafoglio e  $\beta_i$  il suo beta, talché la varianza dei residui della regressione dovrebbe contenere qualsiasi effetto di interdipendenza cross-sectional e l'errore standard dell'intercetta può essere usato per stimare la discrepanza di  $\alpha_i$  rispetto a zero. Per i tre studiosi era vitale massimizzare la differenza tra i beta dei vari portafogli, così da mettere in luce l'effetto dei beta sui rendimenti. Il miglior modo per ottenere questo risultato è di classificare i titoli sulla base del vero beta, che però non si conosce, dato che in nostro possesso abbiamo solo le stime di beta stesso. Questa operazione di classificazione tuttavia comporterebbe una distorsione da selezione, poiché i titoli con il coefficiente beta più elevato sarebbero anche quelli soggetti alla maggiore eventualità di errore nella stima. Ciò condurrebbe a un errore al rialzo nella stima dei beta per i portafogli ad alto valore del coefficiente e un errore in negativo nella

---

<sup>3</sup> Oltre a queste conclusioni, Miller e Scholes esaminano la sensitività dei risultati rispetto all'indice di mercato scelto. Essi concludono che questo non dovrebbe portare ad alcuna distorsione significativa. Roll nel 1985 metterà in discussione questa affermazione.

stima dell'intercetta. Per impedire tale errore vengono utilizzate delle variabili strumentali, ossia una variabile che, pur essendo idealmente correlata al vero beta, risulta osservabile indipendentemente da esso.

Inoltre si utilizzano dati per l'ammontare di cinque anni, si classificano i titoli, si dividono in decili e ciascun decile rappresenta il portafoglio che verrà poi preso in esame per il sesto anno. Utilizzando poi i dati dal secondo al sesto anno verrà ricalcolata la classifica e verranno ricostruiti i dieci portafogli per il settimo anno e così via per i 35 anni da analizzare. La sequenza di rendimenti di ciascun decile rappresenta la serie storica di rendimenti del portafoglio di riferimento per i primi dieci decili; poi si effettua una regressione del rendimento di ciascun portafoglio su un modello a un fattore (il rendimento di mercato) e l'output di quest'ultimo dà l'intercetta e il beta.

Visto che tale modello può chiarire l'alta percentuale del rendimento in eccesso rispetto al tasso privo di rischio, dato che i coefficienti di correlazione sono molto elevati. Ciò conduce ad affermare che la struttura lineare si avvicina di molto alla struttura dei rendimenti e che però le intercette variano di molto rispetto a zero.

Come verificato da Black,  $R_Z$  dovrebbe essere maggiore di  $R_F$  e dunque  $(R_Z - R_F)$  dovrebbe risultare positivo. Altresì se  $\beta_i < 1$ ,  $\alpha_i$  dovrebbe essere ugualmente positivo. Risultato opposto si otterrebbe per  $\beta_i$ , compatibilmente con le dimostrazioni empiriche.

Se questi sono i risultati ottenuti dai tre autori per le verifiche attraverso serie temporali, diversi problemi crea l'analisi di cross-section, primo tra tutti quello di non poter osservare il vero beta dei titoli, il quale tende a fornire una stima in eccesso dell'intercetta e in difetto per il coefficiente angolare, nonché a rendere la varianza dei residui un proxy per il vero beta. Per ridurre il problema si dovrebbe i beta per un intero portafoglio invece che per i singoli titoli, poiché se gli errori di stima sono casuali, essi si compenseranno e l'errore totale si ridurrà. Il modo di comporre i portafogli visto poc'anzi ben si presta a questo scopo, dato che il rendimento in eccesso rispetto al tasso privo di rischio dei dieci portafogli viene regredito contro il beta, con questi risultati:

$$R_i - R_f = 0,00359 + 0,01080\beta_i$$

Tale modello spiega circa il 98% della variabilità complessiva.

L'intercetta ottiene valore positivo e ciò è prova tangibile della validità del CAPM a due fattori e la variabilità spiegata in così alta percentuale prova che una relazione lineare descrive ottimamente i rendimenti di mercato, secondo i dettami della teoria.

Anche Fama e Macbeth nel 1973 costruiscono una serie di 20 portafogli tentando di stimarne il beta con una regressione di serie temporali, effettuando poi una regressione cross-sectional per il mese seguente al periodo di stima dei beta; tale procedura è stata ripetuta dal 1935 al 1968 e il modello stimato è il seguente (Fama E., 1996):

$$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_i + \gamma_{2t}\beta_i^2 + \gamma_{3t}S_{ei} + \eta_{it}$$

Quando si effettua un'analisi cross-section per ciascun mese, si consente di verificare il progresso dei coefficienti nel tempo: ciò consente di testare diverse ipotesi relative al CAPM:

1.  $E(\gamma_{3t}) = 0$ , cioè la varianza dei residui non influisce sui rendimenti
2.  $E(\gamma_{2t}) = 0$ , cioè l'assenza di linearità nella security market line
3.  $E(\gamma_{1t}) > 0$ , cioè il prezzo di mercato per il rischio è positivo

Se  $E(\gamma_{3t})$  e  $E(\gamma_{2t})$  fossero entrambi di poco diversi da zero, sarebbe altresì possibile testare  $E(\gamma_{0t})$  e  $E(\gamma_{1t})$  per vedere se per descrivere i rendimenti di mercato è più consono il CAPM standard o il zero-beta.

Si possono poi esaminare tutti i coefficienti e il residuo per verificare se il mercato opera come gioco equo, poiché, se così fosse, non potrebbero essere utilizzate informazioni sui valori precedenti dei coefficienti per conseguire un extra-rendimento. Ad esempio se il CAPM è valido in entrambe le sue forme, il valore atteso di  $\gamma_{2t}$   $\gamma_{3t}$  in  $t+1$  sarà uguale a 0 indipendentemente dai valori passati dei coefficienti. Inoltre se lo zero-beta può spiegare al meglio i rendimenti di mercato, le deviazioni  $(\gamma_{0t})$  e  $(\gamma_{1t})$  dai rispettivi valori medi

$E(R_Z)$  e  $E(R_M) - E(R_Z)$  dovrebbero essere casuali, indipendentemente dalle realizzazioni dei periodi precedenti.

Fama e Macbeth stimarono  $(\gamma_{0t}), (\gamma_{1t}), (\gamma_{2t}), (\gamma_{3t})$  nonché  $\eta_{it}$  per tutti i mesi tra il gennaio 1935 e il giugno 1968. Il valore mediano di ogni  $\gamma_{it}$  si calcola attraverso la media di ogni osservazione ed è altresì possibile vedere se tale media risulta statisticamente diversa da zero.

I risultati ci dicono che il rendimento dei titoli non viene influenzato né dal  $\beta^2$  né dal rischio specifico, il che ci permette di stimare più correttamente l'effetto del beta sul rendimento tramite l'eliminazione del  $\beta^2$  e del rischio specifico dal modello poiché così si scongiura l'introduzione nella stima di distorsioni derivanti dall'eventuale multicollinearità tra  $\beta$  e  $\beta^2$  e tra  $\beta$  e la varianza dei residui.

Se viene misurato sull'intero arco di tempo,  $\gamma_{3t}$  risulta di piccola entità e statisticamente uguale a zero e il coefficiente resta limitato e non diverso da zero in tutti i sottoperiodi, con un'alternanza di segno se si passa da un sottoperiodo all'altro. Dunque può affermarsi che il rischio specifico non influenza il rendimento dei titoli. Può accadere tuttavia che il mercato non sia un gioco equo con riferimento a una qualunque informazione contenuta nella storia di  $\gamma_{3t}$ , cioè sapere che  $\gamma_{3t}$  è diverso da zero può dare un'informazione considerevole sul valore (e sui rendimenti) nel periodo seguente. Il miglior modo per vagliare tale ipotesi è confrontare il coefficiente  $\gamma_{3t}$  di un periodo con quello del periodo precedente, partendo dall'assunto che la media generale sia uguale a zero<sup>4</sup>. Il valore che si ottiene per questo coefficiente di correlazione  $[\rho_0(\gamma_3)]$  è vicino allo zero e dunque statisticamente è ininfluenza<sup>5</sup>. Pertanto non vi sono utili osservazioni con riferimento alla stima di  $\gamma_{3t}$ .

I risultati ottenuti da Fama e Macbeth sul rischio specifico sono essenzialmente opposti rispetto a quelli di Lintner e questo è dovuto al fatto che il rischio specifico, come detto, funge da proxy per il vero valore del beta quando la sua stima è esposta ad un errore di campionamento; quest'ultimo,

---

<sup>4</sup> Si parla, in genere, di autocorrelazione attorno allo zero.

<sup>5</sup> Fama e MacBeth precisano che la deviazione standard del coefficiente di correlazione può essere approssimata da uno diviso la radice quadrata del numero di osservazioni (pari a 0,05 per l'intero periodo, a 0,09 per un periodo di dieci anni e a 0,13 per un periodo di 5 anni).

nei test di Fama e Macbeth, è molto ridotto grazie all'utilizzo di portafogli anziché di singoli titoli. Ciò significa che più la stima del beta è accurata, meno incisivo diventa il rischio specifico.

Anche l'analisi di  $\gamma_{2t}$  dà dei risultati simili: è piccolo, poco rilevante statisticamente, cambia segno al mutare dei sottoperiodi ma soprattutto non vi sono informazioni di valore nascoste nelle sue realizzazioni

Analizzando il valore di  $\gamma_1$  stimato sull'intero periodo considerato, i due autori giungono alla conclusione che sussiste una relazione lineare e positiva tra rendimento e beta dei titoli. Inoltre, analizzando la correlazione tra gli scarti di  $\gamma_{1t}$  rispetto al suo valore medio di lungo periodo  $\gamma_1$  e gli stessi scarti di periodi precedenti, essi affermano che non si può utilizzare tale informazione per migliorare la stima di questa variabile ( $\gamma_1$ ) rispetto all'uso della semplice media.

Fama e MacBeth evidenziano che  $\gamma_{0t}$  è solitamente più grande di  $R_F$  e che, nel corso dell'intero periodo,  $\gamma_{1t}$  resta molto più grande di zero, sebbene minore della differenza  $R_M - R_F$  del periodo preso in esame. Questo sta a indicare che il CAPM zero-beta ha migliori capacità di previsione rispetto al modello standard. Se dunque il modello di equilibrio descrive a dovere le condizioni di mercato, ogni variazione del rendimento effettivo dei titoli rispetto ai rendimenti teorici da modello non dovrebbe contenere info utili.

#### ***1.4 La critica di Roll***

Secondo Richard Roll i modelli di equilibrio generale, tipo il CAPM, non possono formare oggetto di analisi empirica; egli adduce ad argomentazione di quanto appena detto prendendo come portafoglio di mercato un qualunque portafoglio efficiente media-varianza (ex-post) e calcolando i beta rispetto a questo portafoglio.

Si tratta comunque di una ripetizione che nulla ha a che vedere col modo in cui il mercato raggiunge la situazione di equilibrio o con il modo di approcciarsi al rischio da parte degli investitori. Il portafoglio di mercato, almeno in teoria, dovrebbe ricomprendere ogni attività finanziaria che possono essere oggetto di scambio sul mercato, incluso il capitale umano, che non è di per sé facilmente quantificabile. I test di base superano la difficoltà di reperimento di dati sul portafoglio di mercato ricorrendo a delle proxy, cioè

a indici il cui rendimento è, o dovrebbe, essere legato a quello del portafoglio di mercato; pertanto un test del CAPM si traduce in un test sull'appartenenza alla frontiera efficiente della proxy del portafoglio di mercato che viene di volta in volta utilizzata.

Dunque l'osservazione di Roll implica che se l'efficienza del portafoglio di mercato racchiude il CAPM, non è vero il contrario. Pertanto, i test sulla validità del modello di equilibrio non sono test sull'efficienza del portafoglio di mercato.

### ***1.5 Gli effetti delle distorsioni del mercato***

Dagli anni ottanta si è messa in evidenza come altre variabili, oltre al beta, possono spiegare la dispersione cross-selezionale dei rendimenti medi posti sotto la lente. Tali variabili sono ad esempio il rapporto prezzo/utili, il rapporto book-to-market value, la dimensione dell'impresa, il dividendo yield e il grado di leverage dell'impresa.

È Rolf Banz il primo a pubblicare lavori sull'importanza della dimensione aziendale nel 1981, basandosi su un metodo simile a quello di Fama e Macbeth del 1973 (Banz R., 1981). Egli certifica i rendimenti in eccesso (alfa) ottenuti dalle imprese minori in un arco temporale dal 1936 al 1977 e pare proprio che la variabile dimensionale sia rimarchevole sia dal punto di vista della significatività statistica (che poi è simile a quella rilevata per il beta) che per la rilevanza empirica. In più i profitti differenziali annuali che si conseguono dall'acquisto di azioni di aziende di modeste dimensioni rispetto alle grandi sono di circa il 19,8%. In aggiunta a questo, il payoff effettivo che discende dal detenere delle *small cap* è prodotto dal circa il 20% delle aziende minori del campione, composto da tutte le società del NYSE. La variabile dimensionale non parrebbe essere funzione lineare del valore di mercato: incide più marcatamente nelle aziende molto piccole, mentre c'è poca differenza tra i rendimenti delle aziende di media e grande dimensione. In più, malgrado il rendimento prodotto in media dalle azioni delle imprese minori sia elevato e statisticamente significativo, si riportano, tuttavia, dei periodi in cui le aziende di grandi dimensioni hanno performance superiori alle minori.

In particolare ciò che lo studio di Banz dimostra è che la variabile dimensione incide in particolare nel primo mese dell'anno ed è stata la prima variabile aziendale ad essere oggetto di test in relazione ai rendimenti in eccesso.

Secondo talune teorie, il CAPM, che genera apparenti rendimenti in eccesso, è una misura inadatta. In particolare, il beta relativo alle aziende minori risulterebbe troppo basso, con la conseguenza che la stima dei rendimenti attesi fornita dal CAPM diverrebbe anch'essa troppo bassa e che la differenza tra rendimento effettivo e atteso sarebbe positiva, laddove, qualora il rendimento atteso fosse correttamente stimato, dovrebbe essere nulla. Vengono fornite due spiegazioni del perché il valore del coefficiente dovrebbe essere distorto al ribasso nelle piccole imprese: Roll e Reinganum lo attribuiscono allo scarso ritmo delle contrattazioni e delle negoziazioni non simultanee; Christie e Hertzell affermano invece che ciò dipende dal fatto che il beta viene misurato tramite i rendimenti storici e le società che sono diventate piccole hanno per forza di cose ritoccato le loro condizioni economiche. Tali variazioni incidono nel senso di una maggior rischiosità per le imprese, per giunta non considerata dal beta stimato nel periodo precedente.

Klein e Bawa nel 1977 danno un'altra spiegazione che riguarda il fenomeno dimensionale e ciò concerne la quantità di informazioni sui titoli, che nelle aziende di piccole dimensioni è ridotta rispetto a tutti gli altri titoli presenti sul mercato, dunque gli investitori tenderanno a non detenere tali azioni. Dunque proprio tale mancanza di informazioni potrebbe giustificare gli elevati rendimenti delle aziende minori e spiegare la relazione tra rendimento in eccesso e dimensione.

Spesso poi per giustificare questo effetto si arriva a sostenere che il rendimento è stato calcolato male proprio perché il CAPM a due fattori è poco adatto a questo calcolo; difatti alcuni studiosi hanno dimostrato che l'effetto dimensione sparisce quando vengono utilizzati modelli multifattoriali (più adatti) per misurare i rendimenti attesi, come nell'APT di Chen, Chan e Hsieh. La variabile addizionale utilizzata da costoro spiega che la variazione del rendimento tra portafogli di diverse dimensioni è legata alla differenza tra le obbligazioni corporate ad alto rischio e i bond governativi. In uno scritto del 1991 poi, Chan e Chen associano la variabilità delle imprese minori alla

loro bassa produzione di efficienza e all'alto valore del rapporto di indebitamento; cioè trattasi di aziende con scarsa probabilità di sopravvivenza in presenza di difficili condizioni economiche.

A ciò si aggiunga quello che sostenevano Amihud e Mendleson (1991) sul motivo per cui il CAPM fornisce stime incorrette del profitto atteso e ciò è legato alla scarsa liquidità delle azioni delle *small cap*, dato che la loro negoziazione comporta costi di transazione maggiori. Dunque l'effetto legato alle azioni piccole è, parzialmente, il risultato di una compensazione per la loro illiquidità.

Infine, molti ricercatori sostengono che i costi di transazione delle *small cap* sono così alti che si può continuare a parlare di mercati efficienti con rendimenti in eccesso delle azioni minori. Si stima infatti che la significatività dell'effetto legato alle azioni delle aziende minori si dimezza se i portafogli caratterizzati da suddetti titoli vengono ribilanciati con cadenza annuale anziché quotidiana. Le spese di negoziazione che si avrebbero in caso di ribilanciamento giornaliero, difatti, sono eccessivamente elevate; inoltre il rendimento in eccesso scende a zero o si riduce se vengono prese in considerazione le effettive spese di negoziazione.

### ***1.6 Il modello di Fama-French (1993)***

Il modello di Fama-French si basa sulle caratteristiche dell'impresa, partendo dal verificare se il potere esplicativo delle variabili non sia il risultato di fattori comuni che condizionano la variabilità dei rendimenti azionari, prima di concludere che ci sia un'inefficienza del mercato che implica un disequilibrio tra rischio e rendimento.

Fama e French dichiarano subito che senza alcun dubbio tali variabili non sono esse stesse quei fattori comuni che spiegano la variabilità in questione, però possono evidenziare comunque la presenza di parametri che incidono sulla variabilità e produrne l'effetto.

Essi infatti intendono mettere sotto la lente di ingrandimento le anomalie rispetto al CAPM, cioè i collegamenti tra variabili aziendali e i titoli, con lo scopo di mettere in evidenza se possono rappresentare o meno fattori economici sottostanti. Prima di tutto mettono in luce che gli effetti di molte

di esse di accavallano; per esempio, se si attua una regressione tra rendimenti medi storici, da una parte, e andamento del mercato e rapporto P/E dall'altra, il rapporto P/E può arrivare a illustrare la variabilità dei rendimenti attesi. Ma se viene considerata come terza variabile il rapporto BTM, quest'ultimo acquisisce immediatamente efficacia esplicativa a fronte della perdita totale di suddetta efficacia da parte del rapporto P/E.

Dunque gli autori appurano per prima cosa quali variabili raddoppiano gli effetti e poi giungono alla conclusione che il BTM e la capitalizzazione di mercato rappresentano i parametri che più di tutti influiscono sui rendimenti dei titoli; atteso poi che entrambe queste variabili rappresentano proxy del rischio, i due studiosi hanno visto che i rendimenti medi sono inversamente proporzionali alla dimensione e direttamente al BTM ratio<sup>6</sup>.

Non è sempre facile applicare tali variabili ad un modello multifattoriale, considerato che non tutte sono di facile e frequente reperimento, invece Fama e French creano un modello con dei portafogli che permettono di valutare l'impatto delle variabili con frequenza almeno mensile. Le altre variabili che non possono essere osservate a intervalli regolari vengono convertite in un set di attività che presentano prezzi e rendimenti che permettono di essere tenuti sotto controllo in ogni istante e per qualsiasi periodo di tempo. La costruzione di queste variabili prevede un processo a due fasi.

- i. Per prima cosa si stabilisce quale sia la dimensione dell'impresa, considerata come il valore di mercato complessivo dell'equity (prezzo per numero di azioni), a metà anno, e poi si delineano due gruppi: il primo che include tutti i titoli quotati al NYSE, AMEX e NASDAQ che hanno una dimensione superiore al valore mediano dei titoli quotati al NYSE; il secondo contenente tutti i titoli di grandezza inferiore. La soglia è stabilita con riferimento al NYSE per giungere ad una capitalizzazione rilevante anche nel segmento inferiore. A differenza della suddivisione per dimensioni, le imprese sono state ordinate in funzione del rapporto BTM e suddivise in tre gruppi in modo da includere rispettivamente il 30% inferiore, il 40% intermedio e il 30% superiore dei titoli quotati al NYSE. Grazie a tale classificazione, in seguito vengono costruiti cinque portafogli negoziabili annualmente, che vanno dal

---

<sup>6</sup> Sta a significare che le imprese piccole e quelle con un basso valore contabile rispetto a quello di mercato sono più rischiose di altre.

portafoglio “piccola dimensione e basso rapporto BTM” a quello “grande dimensione e alto rapporto BTM”: per ognuno di questi ultimi infine vengono stimati i vari rendimenti.

- ii. In questa fase per prima cosa vengono individuati gli indici usati per spiegare il rendimento. La variabile dimensionale viene sviluppata come differenza fra aziende piccole e grandi (*small minus big*, SMB) e si definisce come differenza tra i due portafogli. Il primo è la media dei rendimenti dei tre portafogli di titoli piccoli, raggruppati per BTM, e il secondo è il rendimento medio rispetto ai tre portafogli, sempre in base al BTM, di titoli grandi. La seconda variabile è definita come “alto meno basso” (*high minus low*, HML) e, con una procedura molto simile, rappresenta la serie di rendimenti mensili della differenza fra portafoglio ad alto BTM e portafoglio a basso BTM. Si sono dunque creati cinque portafogli iniziali per averne due finali, col fine di eliminare l’effetto dimensionale dal rapporto BTM e viceversa. Infine, la terza variabile utilizzata è la differenza fra il rendimento di mercato e il tasso privo di rischio. Si noti che tutte le variabili sono state formulate come portafogli finanziati, senza investimenti iniziali.

Fama e French mostrano che il modello multifattoriale guadagna in termini di capacità esplicativa se ai rendimenti in esubero rispetto al mercato si aggiunge la dimensione e il rapporto BTM.

In seguito Chen, Karcesky e Lakonishok hanno testato il modello suddetto al fine di stimare le correlazioni future rispetto al modello a correlazione costante, al modello di mercato, all’estensione a quattro fattori dello stesso modello di Fama e French e modelli multifattoriali di dimensione più numerosa. Hanno dimostrato che il modello che assume le stesse correlazioni riduce al minimo gli errori rispetto agli altri e che il modello di Fama e French possiede il gran vantaggio di spiegare l’effetto dimensionale e il BTM sulle correlazioni.

In seguito i tre studiosi hanno cercato di provare se la volatilità dei rendimenti può essere spiegata tramite un grande numero di titoli e se, quindi, la redditività dei portafogli sia conseguenza dei due fattori in questione, applicando questa regressione:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_{i(\text{CAPM})}\tilde{R}_{mt} + \beta_{i(\text{SMB})}\tilde{R}_{\text{SMB},t} + \beta_{i(\text{HML})}\tilde{R}_{\text{HML},t}$$

I valori stimati di  $\beta_{i(SMB)}$  e  $\beta_{i(HML)}$  rappresentano la sensitività dei rendimenti dell' $i$ -esima impresa ai fattori catturati dai due portafogli SMB e HML.

I risultati portano a ritenere che questo modello possa spiegare la variabilità dei titoli meglio di quanto possa fare il CAPM standard.

In seguito altri autori hanno tentato di spiegare i due portafogli predetti in termini finanziari:

- Il primo è solitamente associato al concetto di liquidità dei titoli, cioè a quanto velocemente e a quali costi un'azione viene venduta: la differenza tra prezzo di acquisto e prezzo di vendita rappresenta lo spread che sarà tanto più ampio quanto basso sarà il numero di contrattazioni quotidiane dell'azione; gli investitori optano naturalmente per l'acquisto di quelle più liquide, con la conseguenza il rischio di liquidità rappresenta il maggior rendimento offerto da quelle meno liquide.
- Il secondo invece rappresenta la differenza tra i rendimenti delle obbligazioni con rating AAA e quelle con rating BBB, uno spread che è inteso come premio per il rischio di insolvenza<sup>7</sup>.

Dunque il modello a tre fattori può essere schematizzato in questa equazione

$$E(R_i) = R_F + B_{iM}[E(\tilde{R}_M) - R_F] + \beta_{i,SMB} \lambda_{SMB} + \beta_{i,HML} \lambda_{HML}$$

Laddove

$\lambda_{SMB}$  rappresenta il premio per il rischio di liquidità;

$\beta_{i,SMB}$  indica il grado di sensitività rispetto al rischio di liquidità. In particolare sarà basso o negativo nel caso di imprese liquide e alto per società piccole;

$\lambda_{HML}$  è il premio per il rischio di default;

$B_{i,HML}$  indica infine il grado di sensitività rispetto al rischio di default. In genere sarà alto per elevati valori di BTM e viceversa.

Il fatto che nei test empirici gli extrarendimenti registrati nel corso del tempo si siano rivelati statisticamente significativi, vuol certamente dire che le due variabili disegnano a tutti gli effetti l'andamento dei rendimenti e che i risultati ottenuti non sono casuali.

---

<sup>7</sup> Quando la differenza tra i rendimenti dei due rating è bassa il portafoglio tenderà ad acquisire valori positivi, invece quando lo spread è più ampio la combinazione assume un valore negativo.

Pertanto, per quanto si lasci aperta la porta alla probabile esistenza di altre variabili utili per le proprie scelte di investimento (il prezzo del petrolio o il costo del denaro, ad esempio), questo modello ha contribuito a negare la natura unidimensionale dell'origine dei rendimenti delle attività finanziarie.

Questo modello è stato talmente preso in grossa considerazione che Eugene Fama ne ha sfruttato le implicazioni teoriche creando una società, la Dimensional Fund Advisors che offre servizi di gestione a clienti istituzionali.

## CAPITOLO 2

### *Lo sviluppo dei modelli multifattoriali*

#### *2.1 Alternative al CAPM*

Quando divenne chiaro a tutti che il CAPM non era un modello condivisibile, dati i fallimenti nei test empirici che proponeva, alla fine degli anni ottanta si verificò una scissione tra coloro che ancora credevano si potessero proporre modelli capaci di prevedere i rendimenti attesi delle attività finanziarie e coloro che invece ritenevano che l'unica verifica empirica valida andasse perpetrata sul comportamento ricollegabile alla psicologia collettiva degli investitori, in aperto contrasto con le teorie della razionalità economica.

Questa seconda corrente va sotto il nome di *behavioral finance* ed ha come mantra l'irrazionalità dei mercati, la quale per giunta non è in grado di fornire né un metodo alternativo per determinare i rendimenti attesi, né tantomeno un metodo di analisi appropriato.

Risulta senza dubbio più interessante il primo filone, secondo il quale i fallimenti del CAPM sono legati ad un'erronea quantificazione del rischio, poiché quest'ultimo è sempre stato ricollegato dal CAPM esclusivamente alla covarianza col portafoglio di mercato. Inoltre, proponendo assunzioni così stringenti che non si verificano nella realtà, il modello è auto invalidante di per sé.

Secondo questa corrente il mercato rispetta comunque una relazione tra rischio e rendimento razionale e ci sono alcuni importanti fattori chiamati a misurare il rischio; alcuni di questi sono stati elencati da diversi economisti e potrebbero risultare importanti per la misurazione dei rendimenti delle attività finanziarie. Si possono dividere in due categorie:

- 1. Fattori esogeni**, cioè esterni rispetto all'impresa ma possono comunque influire sui titoli azionari e sono essenzialmente variabili macroeconomiche:

- **Variazione del tasso mensile di crescita del PIL**, che il più delle volte rappresentano buone notizie per il valore del cash-flow prospettici delle imprese, atteso che in genere coincidono con aumenti delle vendite e della produzione di cash-flow.
  - **La variazione nel premio per il rischio di fallimento, misurata dallo spread tra il rendimento di titoli di rating AAA e BAA per bond di pari scadenza**; questa variazione misura quanto gli investitori vogliono investire in imprese vicine al fallimento, il che fa discendere che se il premio aumenta, diminuisce il prezzo dei titoli quanto più è alto il rischio.
  - **La variazione nel “premio per la scadenza”, misurato dallo spread tra il rendimento di titoli di Stato a lunga (20 o 30 anni) e a breve scadenza (sei mesi o un anno)**; il tasso a lungo termine dei titoli di Stato rappresenta anche la misura base dei tassi di attualizzazione dei cash-flow delle imprese e, perciò, la sua variazione comporta aumenti o diminuzioni di prezzi azionari.
  - **La variabile inattesa del tasso di inflazione**, che può senza dubbio provocare danni ai flussi di cassa attesi di un’impresa, favorendo ad esempio un’impresa indebitata.
  - **Le variazioni dell’inflazione attesa**, che influenza le politiche economiche, la confidenza dei consumatori e i tassi di interesse.
2. **Fattori endogeni**, cioè indicatori di performance interni all’impresa e naturalmente fanno riferimento a tutti quei fattori che hanno messo in crisi il modello CAPM fino alla fine degli anni ottanta:
- **Il book-to-market value**
  - **Il dividend yield**
  - **L’effetto size**
  - **Il rapporto price-earnings**
  - **Il grado d’indebitamento**

Come visto, tutti questi fattori hanno relazioni rilevanti con il trend dei rendimenti dei titoli; tuttavia Fama e French, dopo attente valutazioni, si sono accorti che se si prendono in considerazione solo il book-to-market e il fattore dimensionale, tutte le altre variabili possono essere ignorate. Da questo essi traggono il loro modello a tre fattori che si pone come sintesi tra la componente interna ed esterna all’impresa: alle due variabili predette infatti essi abbinano il rendimento di mercato.

## 2.2 I modelli multifattoriali

Dal fallimento del CAPM si sono sviluppate correnti di studio che hanno concepito modelli di asset pricing basati sul trend di molteplici fattori di rischio: da una parte sono nati modelli basati su variabili macroeconomiche come fattori di rischio, dall'altra si è avuto come punto di partenza lo studio di talune anomalie aziendali legate alla dimensione in modo da capire quali, tra esse, avessero influenzato maggiormente i titoli azionari. Il modello a tre fattori di Fama e French ha condensato questi due approcci, per quanto forse sia più orientato verso le variabili aziendali. Test empirici hanno evidenziato la sua capacità di sintetizzare la realtà in modo piuttosto preciso.

Alla base di questo modelli c'è dunque l'idea che ogni fattore che influisce sulla covarianza dei titoli può essere inserito nelle equazioni del rischio e del rendimento. Immaginiamo che il rendimento di un'azione sia funzione di tre fattori quali il rendimento del mercato, le variazioni dei tassi d'interesse e un certo insieme di indici settoriali. Il rendimento  $R_i$  del titolo  $i$ -esimo può essere connesso alle influenze prodotte secondo questa funzione (Fama E., 1996):

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1^* + b_{i2}I_2^* + \dots + b_{iL}I_L^* + c_i$$

nella quale  $I_j^*$  è il livello corrente dell'indicatore  $j$ -esimo e  $b_{ij}^*$  è la misura dell'elasticità del rendimento del titolo  $i$ -esimo al variare dell'indicatore  $j$ -esimo. Dunque,  $b_{ij}^*$  è l'equivalente del beta del modello di mercato. Un valore di  $b_{ij}^*$  pari a 2 significa che se l'indicatore cresce dell'1%, si stima che il rendimento del titolo aumenti del 2%. Come nel caso del modello di mercato, il rendimento del titolo che non dipende dagli indici è diviso in due parti:

- $a_i^*$  è il valore atteso del rendimento e possiede lo stesso significato che gli si attribuisce nel modello di mercato;
- $c_i$  è la componente casuale del rendimento, con media pari a zero e varianza pari a  $\sigma_{ci}^2$ .

Un simile modello può essere attivato direttamente; c'è però da dire che il modello presenterebbe alcune proprietà matematiche molto interessanti se i

fattori esplicativi fossero non correlati (ortogonali). Questo consentirebbe di rendere più agevole sia il calcolo del rischio sia la selezione dei portafogli ottimi. Per nostra fortuna ciò non dà problemi a livello teorico, atteso che sarà sempre possibile scegliere un insieme di fattori reciprocamente correlati e trasformarli in indici non correlati.

Tramite questo metodo, l'equazione può essere così riproposta:

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{iL}I_L + c_i$$

laddove difatti ogni componente  $I_j$  non è correlata agli altri reciprocamente. Immaginiamo che  $I_1^*$  sia un indice azionario e  $I_2^*$  il tasso di interesse;  $I_2$  indica la differenza fra i tassi d'interesse attuali e il livello dei tassi di interesse in linea con il rendimento del mercato azionario ( $I_1$ ). Allo stesso modo,  $B_{i2}$  misura la sensibilità del rendimento del titolo  $i$ -esimo alla differenza  $I_2$ . Così  $ab_{i2}$  può venire inteso come l'elasticità del rendimento del titolo  $i$ -esimo al cambiamento dei tassi d'interesse quando il tasso di rendimento di mercato è rigido. Oltre a far sì che le variabili del modello non siano correlate, è importante che anche i residui siano indipendenti dagli indici. Da ciò discende che  $E[c_i(I_j - \bar{I}_j) = 0]$  per qualsiasi valore di  $j$ .

Il modello multifattoriale, nella sua forma standard, presenta quindi le seguenti peculiarità (Fama E., 1996):

- a)** La varianza dei residui del titolo  $i$ -esimo è pari a  $\sigma_{c_i}^2$  dove  $i = 1, \dots, N$ .
- b)** La varianza dell'indice  $j$ -esimo è pari a  $\sigma_{I_j}^2$  dove  $j = 1, \dots, N$ .
- c)** La media di  $c_i$  è pari a  $E(c_i) = 0$  per ogni titolo, dove  $i = 1, \dots, N$ .
- d)** La covarianza tra gli indici  $j$  e  $k$  è pari a  $E[(I_j - \bar{I}_j)(I_k - \bar{I}_k) = 0]$  per tutti gli indici, dove  $j = 1, \dots, L$  e  $k = 1, \dots, L$  con  $(j \neq k)$ .
- e)** La covarianza tra il residuo del titolo  $i$ -esimo e l'indice  $j$ -esimo è pari a  $E[c_i(I_j - \bar{I}_j) = 0]$  per tutti i titoli e gli indici, dove  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, L$ .
- f)** La covarianza tra  $c_i$  e  $c_j$  è nulla e  $[E(c_i c_j) = 0]$  per tutti i titoli, dove  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, N$  con  $(j \neq k)$ .

L'ipotesi alla base del modello multifattoriale è dunque che  $E(c_i c_j) = 0$ . Ciò sta a significare che la sola ragione per cui i titoli azionari si muovono in sincrono è l'andamento conforme con le variabili esplicative del modello, le quali sono peraltro le sole cui riportare i co-movimenti fra coppie di titoli. Si tratta naturalmente di una mera approssimazione alla realtà e migliore sarà tale approssimazione, più elevata sarà la performance del modello e ciò dipende da come le variabili scelte per spiegare la correlazione riescono a captare il fenomeno.

Tuttavia tale modello si può utilizzare ancorché gli analisti siano in grado di fornire le stime di tutti i parametri per ciascun titolo e se rendimenti attesi e varianze, in particolare, sono fornite dall'analista, le uniche variabili che si ottengono dalle stime del modello multifattoriale sono i coefficienti di correlazione.

Si badi bene però che esprimere la variabilità delle azioni in termini fattoriali consiste solo nell'avere un utile strumento empirico, ma tali modelli multifattoriali sono diversi dai modelli di equilibrio dei prezzi delle attività finanziarie.

Quando si impiega un modello multifattoriale per riprodurre la mutabilità dei rendimenti azionari, è conveniente utilizzare tutte le variabili che influiscono il più possibile in comune sui rendimenti degli investimenti.

Ci sono due problemi applicativi quando si decide di utilizzare questi modelli per la gestione di portafogli: numerosità e modalità di individuazione dei fattori. La numerosità è agevole da comprendere, poiché è necessario considerare tanti fattori quanto è necessario per cogliere tutte le influenze comuni dei rendimenti; sarebbe a dire che se, considerato un certo numero di fattori, sussiste ancora una certa covarianza tra i termini di errore, il modello non può considerarsi completo e vanno considerati altri fattori.

Per individuare i fattori, gli approcci sono diversi: si possono cercare tra le variabili macroeconomiche (PIL, prezzo del petrolio, cambio euro/dollaro ecc.), tra le variabili aziendali essenziali (grado d'indebitamento, dimensione, liquidità dei titoli), ovvero possono essere individuati nei rendimenti di portafogli di titoli appartenenti a diversi settori industriali. Tuttavia il modo più rigoroso e difficile di individuazione dei fattori è la tecnica statistica di analisi fattoriale, per la quale bisogna identificare i fattori che riducono al

massimo la covarianza tra i rendimenti dei titoli. La debolezza di tale tecnica è che non identifica dei fattori certi, il che rende labili i risultati ottenuti.

Individuati i fattori da adottare, si stimano i beta fattoriali (cioè i coefficienti di sensitività rispetto a ciascun fattore) per ogni titolo, secondo modalità identiche a quelle per stimare il beta del Market Model (attraverso la regressione multipla). Partendo perciò da un campione di rendimenti del singolo titolo, storicamente osservati, e dei valori assunti dai singoli fattori, e si calcola la relazione lineare, cioè si stima il valore dei parametri  $a_i, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{iL}$ , che minimizza il quadrato degli scarti della relazione stimata.

Nella pratica la regressione multipla non evidenzia grosse novità rispetto a quella semplice, difatti come in una qualsiasi regressione singola  $Y = a + bX$ , calcolata secondo il metodo dei minimi quadrati, si ottiene che  $b = cov(X,Y)/var(X)$ ; dunque in una qualsivoglia regressione multipla

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n$$

I singoli parametri di regressione possono essere ottenuti come rapporto tra la covarianza tra la variabile esplicativa di riferimento e la variabile dipendente diviso la varianza della variabile esplicativa:

$$b_i = \frac{Cov(X_i;Y)}{\sigma^2_i}$$

Cioè per ciascun investimento, beta rispetto a ciascun fattore rappresenta la covarianza tra rendimento dell'investimento e il trend del fattore, diviso per la varianza dell'andamento del fattore. Qualora il numero di titoli di un portafoglio tenda a infinito,  $c_p$  tende a zero. Per questo motivo esso non è inserito nell'equazione del rendimento atteso (2.2), quando essa è applicata a portafogli diversificati.

### **2.3. Validità dei modelli multifattoriali**

Abbiamo dunque visto come tali modelli si ispirano a tecniche per cui più indici vengono presi in esame, più la matrice di correlazione viene accuratamente stimata (ma il processo diventa più complesso). Non può

tuttavia affermarsi con certezza che questi modelli siano meglio o peggio del modello di mercato. Si parta dalla funzione più generica del modello multifattoriale che spiega i rendimenti delle aziende in funzione di indici non correlati. Qualsiasi modello intenda basarsi su indici giunge alle stesse stime dei rendimenti attesi e della volatilità dei titoli, se pone come base dei dati storici; in più se i rendimenti attesi e le varianze vengono fatte oggetto di previsioni da parte di qualche analista, l'unica informazione in uscita dal modello sarà la covarianza. Ma visto che quest'ultima è il risultato del prodotto fra gli scostamenti quadratici medi (*standard deviation*) e i coefficienti di correlazione, se gli analisti stimano la volatilità con la *standard deviation*, si avrà come risultato la struttura delle correlazioni dei rendimenti dei titoli. L'esame più immediato per testare la bontà di tali modelli sarebbe quello di verificare l'errore della stima delle correlazioni future attraverso la misura della significatività delle difformità tra ipotesi e valori reali.

I risultati di tali test discendono ovviamente da come sono definiti gli indici; il modo più veloce e più semplice è di far sì che siano i dati stessi a farlo. Elton e Gruber, ad esempio, si affidarono nel 1973 a verifiche su indici generati da matrici di correlazioni storiche. Sia statisticamente che economicamente è risultato che se si aggiungono indici ottenuti da dati storici, i modelli peggiorano di molto le loro performance. Questo naturalmente non vuol dire che non possano esistere modelli multifattoriali in grado di fornire risultati più attendibili rispetto a quelli dei modelli di mercato: si pensi ai fattori basati sui tassi d'interesse o sui prezzi del petrolio, che condizionano grandemente i rendimenti di molte società. In questi casi generalmente il modello multifattoriale produce risultati migliori, ma deve pur sempre passare per verifiche empiriche.

Anche Pogue e Cohen hanno proposto un altro test per modelli multifattoriali sulla scelta dei portafogli finanziari (c.d. test di significatività economica): prima hanno suddiviso in base al settore di appartenenza le varie azioni e in seguito hanno applicato la classificazione standard dei settori in base ai prodotti finiti, come acciaio o chimica. Infine hanno confrontato i modelli multifattoriali con il modello di mercato, concludendo che quest'ultimo

presenta proprietà migliori, poiché, nello specifico, consente di ridurre al minimo il rischio e il suo utilizzo è più semplice<sup>8</sup>.

Altri autori hanno invece tentato la strada per riconoscere gruppi omogenei di imprese o pseudo-settori, ossia gruppi di imprese che hanno rendimenti fortemente correlati con un singolo settore; costruito uno pseudo-settore, è necessario trovare un parametro che rappresenti in maniera adeguata il suo rendimento. Pur risultando piuttosto invariati nel tempo, gli pseudo-fattori e i modelli costruiti su di essi non garantiscono risultati migliori rispetto a quelli basati su indici settoriali classici.

Più di recente invece l'attenzione si è concentrata sul voler verificare quale sia il numero ottimale per stimare le matrici varianze/covarianze o delle correlazioni storiche: secondo Roll e Ross, ad esempio, servono almeno tre indici per spiegare la matrice, mentre per Gultekin, Friend e Dhrymes dipende dal numero di imprese che si intende analizzare; infine per Gibbon servono almeno sei indici. Agli inizi degli anni novanta Fama e French proposero una serie di indici basati su talune caratteristiche delle aziende.

#### ***2.4. APT: Teoria dell'arbitraggio***

La base portante dell'APT (*Arbitrage Pricing Theory*) è la legge dell'unico prezzo: due oggetti identici non possono avere un prezzo diverso. Si tratta di un modello più generale rispetto al CAPM, poiché prende in considerazione ulteriori fattori rispetto al rendimento atteso e la covarianza che possono condizionare i prezzi (Ross S. A., 1976). Non si distacca ancora dalla necessità di dover ipotizzare l'omogeneità delle aspettative, tuttavia la tesi della validità del modello media-varianza è sostituito da quello sul processo di generazione dei rendimenti.

Tre assunzioni si rendono indispensabile per rendere valido siffatto modello:

1. Solo un modello di tipo fattoriale può descrivere i rendimenti dei titoli azionari;

---

<sup>8</sup> Cohen e Pogue (1967) hanno testato anche una versione più raffinata dei modelli multifattoriali. In questo caso, è stata utilizzata l'intera struttura delle covarianze fra indici settoriali. Nonostante ciò, la performance del modello è risultata inferiore a quella dei modelli multifattoriali basata sulla forma diagonale e, pertanto, dello stesso modello di mercato.

2. Non c'è possibilità di arbitraggio risk-free;
3. E' possibile costruire portafogli con un numero infinito di titoli; infatti il rendimento di tali portafogli dipende solo dall'esposizione ai fattori, poiché si considera eliminato l'effetto del rischio idiosincratico.

Ai sensi del modello APT, il rendimento dei titoli dipende linearmente da un insieme di indici

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{iL}I_L + e_i$$

Laddove  $a_i$  rappresenta il rendimento atteso del titolo  $i$  se tutti gli indici assumono un valore pari a zero;  $I_j$  il valore del  $j$ -esimo fattore che influenza il rendimento del titolo  $i$ ;  $b_{ij}$  esprime la sensitività del rendimento del titolo  $i$  al fattore  $j$ ;  $e_i$  infine indica un termine di errore casuale con media zero e varianza  $\sigma_{e_i}^2$ .

Al fine di completare la generazione del rendimento dei titoli da parte di questo modello, si rende necessario che i termini di errore siano incorrelati. Dunque l'APT traccia i rendimenti attesi che possono discendere da un processo a indice singolo o multi-indice che rispetta le condizioni suesposte. Tale modello ha dunque l'obiettivo di dimostrare come, e sotto quali condizioni, sia possibile passare da un modello multi-indice a un modello di equilibrio di mercato.

Supponendo di avere il seguente modello a due fattori che genera i rendimenti dei titoli

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + c_i$$

e che  $E(e_i e_j) = 0$ . Come già detto, se l'investitore dispone di un portafoglio ben diversificato, il rischio specifico tende a zero ed assume importanza solo il rischio sistematico. Ad influenzare quest'ultimo in tale equazione sono solo  $b_{i1}$  e  $b_{i2}$ . Se assumiamo che l'investitore sia unicamente interessato al rendimento atteso e al rischio, tenderà a prendere in considerazione solo tre parametri per ciascun generico portafoglio ( $p$ ):  $\bar{R}_p$ ,  $b_{p1}$  e  $b_{p2}$ .

Pertanto il portafoglio di arbitraggio non richiede investimenti, ha un rischio sistematico ( $b_{i1}$  e  $b_{i2}$ ) nullo e origina profitto positivo. L'arbitraggio

prosegue fino a quando il movimento dei prezzi non spinge il portafoglio finale sul piano dei portafogli A, B e C.

In tale modello, ogni investimento e portafoglio si deve disporre su un piano in uno spazio rendimento atteso  $b_{i1}$  e  $b_{i2}$  o altrimenti ci sono possibilità di arbitraggio che provocano aggiustamenti nei prezzi tali per cui le combinazioni vengono progressivamente “spinte” sul piano.

L’equazione tipica di un piano nello spazio rendimento atteso  $b_{i1}$  e  $b_{i2}$ , che rappresenta peraltro il modello di equilibrio dell’APT quando i rendimenti sono partoriti da un modello a due fattori è

$$R_i = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2}$$

$\lambda_1$  e  $\lambda_2$  rappresentano dunque l’aumento del rendimento per ogni aumento di un’unità di  $b_{i1}$  e  $b_{i2}$ , ossia i rendimenti che coprono i rischi associati a  $I_1$  e  $I_2$

Per meglio comprendere il coefficiente lambda si può applicare l’ultima formula vista ad un portafoglio senza rischio sistematico, dove  $b_{i1}$  e  $b_{i2}$  sono uguali a zero: il suo rendimento atteso sarebbe  $\lambda_0$  e il rendimento potrebbe essere chiamato  $R_F$ .

Quando c’è un processo di generazione dei rendimenti legato a due o più fattori di rischio, è possibile generalizzare l’analisi in questo modo:

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{ij}I_j + e_i$$

In tal modo, come sopra si può comprovare che tutti i titoli e i portafogli hanno un rendimento atteso descritto dall’equazione di un piano a  $j$  dimensioni:

$$E(R) = \gamma_0 + \gamma_1 b_{i1} + \gamma_2 b_{i2} + \dots + \gamma_j b_{ij}$$

con  $\lambda_0 = R_F$  e  $\lambda_j = \bar{R}_j - R_F$ .

Atteso che l'APT si erge su una condizione di non arbitraggio, quest'ultima vale per ogni sottoinsieme di titoli dentro il mercato, dunque non bisogna determinare tutte le attività di rischio esistenti, o il portafoglio di mercato; basterebbe ad esempio condurre un test su titoli azionari ordinari quotati, o anche un insieme più piccolo. Ciò che è importante tenere a mente è che il modello APT per un ampio insieme di titoli potrebbe differire da quello per un insieme più ristretto poiché i fattori di rischio rilevanti potrebbero essere di più. Se non si riesce a identificare un modello da usare correttamente per un piccolo insieme di titoli, ciò non vuol dire che non si possa individuarlo per un insieme più ampio.

Il fatto poi che l'APT risulti essere un modello alquanto generale, comporta due aspetti: uno positivo, poiché consente di tracciare i rendimenti di equilibrio sulla base di un qualsiasi insieme di fattori di rischio, e uno negativo poiché non permette di capire quale potrebbe essere il modello multi-indice più consono. Infine da tale modello non si riesce mai a risalire al segno o al valore dei coefficienti  $\lambda$ , il che non permette una chiara interpretazione dei risultati dei test empirici.

Verificare empiricamente l'APT non risulta agevole poiché la teoria non spiega quali possano essere i fattori economici o le caratteristiche delle imprese che contribuiscono a specificare il rendimento atteso.

Ogni  $I_j$  incide sul rendimento di diversi titoli. I fattori condizionano il rendimento di vari titoli e sono portatori di covarianza tra i loro rendimenti. I  $b_{ij}$  sono, al contrario, differenti a seconda del titolo e rappresentano una peculiarità caratterizzante l'asset. Tale qualità può essere semplicemente la sensitività del rendimento a un certo fattore oppure una caratteristica della società che ha emesso il titolo. Dalla successiva formula invece si nota che  $\lambda_j$  rappresenta il rendimento atteso generato dalla sensitività del rendimento di un titolo al fattore  $j$ .

Queste due formule si avvicinano a quelle inerenti i due passi della regressione usata per i test del CAPM, con una sola differenza: nel modello di APT i fattori rilevanti non si conoscono e la teoria non li chiarisce, mentre nel CAPM conosciamo il parametro rilevante  $I_j$ .

Dunque il test empirico dell'APT passa attraverso la verifica dei parametri di regressione  $b_{ij}$  che possono essere effettuate attraverso i test dei fattori  $I_j$  e la sensitività ( $b_{ij}$ ). Tale procedimento sfocia in due possibilità diverse.

Ripetendo il processo sulla base delle diverse ipotesi sul numero di fattori rilevanti, si conseguono soluzioni per  $j$  fattori. Finché il fattore supplementare riesce a spiegare una parte rilevante della matrice delle covarianze (diciamo il 50%), l'analisi va avanti. Non è detto che vengano considerati tutti i fattori rilevanti e comunque la scelta della soglia di probabilità limite è lasciata alla discrezione dell'analista.

L'analisi fattoriale genera le stime dei *factor loading* e dei fattori. I  $b_{ij}$  sono coefficienti di sensitività ed equivalgono ai  $\beta_i$  del CAPM, dunque si dovranno effettuare una serie di prove simili all'analisi di serie temporali, primo step di verifica del CAPM, con una sola differenza: in questo caso, non si stimeranno solo i coefficienti di sensitività, ma verranno altresì calcolati il numero la composizione dei fattori rilevanti. Ogni fattore è, infatti, costituito da una diversa media ponderata dei titoli.

Fatto ciò, sarà necessario produrre una serie di verifiche basate su cross-section simili a quelle di Fama e Macbeth (1973) per il CAPM. Si utilizzerà una regressione cross-sectional al fine di stimare il valore dei coefficienti  $\lambda$  per ogni periodo nonché verificare il loro valore medio e varianza. L'analisi fattoriale semplifica notevolmente quanto si potrebbe ottenere con delle regressioni con conclusioni simili a quelle che si potrebbero ottenere con l'attuazione dei minimi quadrati generalizzati. C'è da dire che tale analisi conduce talvolta a qualche inconveniente.

Innanzitutto potrebbe giungere il medesimo problema di errori di stima che si aveva con il CAPM. Le stime dei factor loading, esattamente come i beta del primo passo dei test del CAPM, sono soggette ad errore. Inoltre i segni dei fattori stimati non hanno alcun significato economico, cioè potrebbero anche essere invertiti. In più, anche il fattore di scala dei  $b_{ij}$  e dei  $\beta_i$  è arbitrario: ad esempio i  $b_{ij}$  potrebbero essere moltiplicati per due e i  $\beta_i$  sarebbero dimezzati. Da ultimo, non c'è certezza su quale ordine abbiano i fattori: se il metodo viene applicato su più campioni, un dato fattore potrebbe essere il primo in un campione, il terzo in un altro e così via.

Roll e Ross nel 1980 si dedicano ad uno studio che applicava l'analisi fattoriale su 42 gruppi di 30 titoli tra il luglio 1962 e il dicembre 1972, prendendo in esame solo dati giornalieri, ottenendo dei risultati piuttosto eclatanti: difatti per oltre il 38% dei campioni la probabilità che un sesto fattore abbia capacità esplicativa è inferiore al 10%, ma diviene del 50% per oltre tre quarti dei campioni indagati. In seguito vengono compiute diverse analisi cross-sectional, sicché gli autori giungono alla conclusione che, nella spiegazione dei rendimenti di equilibrio dei titoli, i fattori significativi sono tre, mentre risulta molto bassa la probabilità che un quarto fattore risulti altrettanto decisivo.

Tuttavia, malgrado i risultati ottenuti dimostrino chiaramente che i rendimenti di equilibrio dei titoli sono senza dubbio condizionati da almeno due fattori, l'applicazione dell'APT tramite analisi fattoriale lascia ancora qualche dubbio.

La teoria può anche essere corretta, ma se non può essere applicata in modo sensato, pur rimanendo un modo utile per concettualizzare la realtà, ha scarsa utilità laddove serva come base per un processo d'investimento, per concettualizzando la realtà in maniera attendibile. Un test sull'APT prende sempre le sembianze di un'analisi sul modello di equilibrio e sul metodo d'implementazione.

L'analisi fattoriale, intesa come basilare strumento per stimare contemporaneamente i fattori di rischio e la sensibilità dei titoli a questi fattori, presenta il grave problema della complessità della matematica coinvolta, il che rende questo metodo applicabile solo a insiemi di titoli di piccole dimensioni ma non all'intero mercato.

Tale problema tuttavia offre anche un'opportunità per condurre un test congiunto sulla teoria e sulla metodologia. Se tale teoria fosse giusta e se l'analisi fattoriale ci permettesse di identificare un adatto campione di fattori rilevanti, il prezzo di mercato delle fonti di rischio  $\lambda_j$  e l'intercetta dovrebbero essere uguali per ciascun gruppo. Però il fatto che i segni dei  $b_{ij}$  e dei  $\lambda_j$  non sono noti e l'ordine dei fattori di rischio tra i diversi gruppi potrebbe mutare, rende quest'ipotesi difficile da testare.

C'è però un metodo, studiato da Brown e Weinstein, per verificare l'unicità dell'intercetta e dei premi per il rischio. Nello specifico sono stati in grado di appurare se:

- L'intercetta è identica per ciascun gruppo;
- Se i premi al rischio dei diversi fattori sono parimenti identici per ciascun gruppo se anche l'intercetta lo è;
- Se l'intercetta e i premi al rischio sono simultaneamente uguali per tutti i gruppi.

Va detto che però i risultati ottenuti sono fumosi e, per quanto mettano in dubbio lievemente la validità di tale analisi, gli stessi autori ammettono che non possono essere utilizzati come una piena prova per smantellare la validità dell'APT. In seguito Dhrymes, Friend e Gultekin hanno dimostrato che la diversità significativa dell'intercetta può dipendere dal metodo usato per creare i sottocampioni dei titoli.

Sono state effettuati altri test sull'APT ma nessuno è riuscito a provare che questo l'APT è meno valido rispetto ad altri modelli di equilibrio.

Dhrymes, Friend e Gultekin mostrano che il modello multifattoriale dell'APT ha un maggiore potere esplicativo rispetto a un modello a un fattore, per quanto la capacità esplicativa di entrambi risulti piuttosto modesta.

Altro significativo test circa la validità del modello consisterebbe nell'inserire il rischio residuale dei titoli come variabile aggiuntiva nell'equazione dei rendimenti attesi. Difatti, proprio per il fatto di essere diversificabile, il rischio residuale non andrebbe prezzato visto che i fattori  $b_{ij}$  prendono tutto il rischio sistematico. Roll e Ross non danno importanza a questo effetto che hanno verificato. Dhrymes, Friend e Gultekin operano allo stesso modo, giungendo alla conclusione che né la deviazione standard né l'asimmetria dei rendimenti sembrano essere prezzati, con la sola differenza che secondo loro entrambi tali parametri sono significativi con la stessa frequenza dei fattori di rischio sistematico di Roll e Ross.

Lehman e Modest si sono invece concentrati su portafogli di titoli i quali, secondo loro, replicano i rendimenti effettivi dei fattori. Per ogni fattore, creano un portafoglio con il minimo rischio specifico. Questi portafogli possono essere utilizzati quali variabili indipendenti per stimare la sensitività di un largo campione di titoli ai diversi fattori. Ogni portafoglio è creato

attraverso un insieme di pesi che ha per somma 1: questo per far sì che, minimizzando il rischio residuale, la sensitività per uno specifico fattore di rischio sia pari a 1, quando quella verso tutti gli altri fattori sia, al contrario, pari a zero. Questo test spiega altresì talune irregolarità non giustificate dal CAPM standard, tipo l'extra-rendimento legato ad alti dividendi, l'elevata volatilità e la bassa capitalizzazione. Questo sembrerebbe portare alla conclusione che il modello in esame sia più efficace rispetto al CAPM standard.

Secondo Condor e Korajczyk, con soli cinque fattori di rischio sarebbe possibile spiegare l'effetto gennaio e l'effetto dimensione meglio di quanto possa fare il CAPM standard.

La superiorità dell'APT rispetto al CAPM è infine ampiamente dimostrata in Giappone, specialmente dalle ricerche di Elton e Gruber, i quali hanno visto che l'utilizzo di soli cinque fattori spiega sia i rendimenti passati che futuri; c'è tuttavia da dire che in Giappone il CAPM è pressoché inutilizzabile, dato che i titoli a bassa capitalizzazione hanno un  $\beta$  inferiore rispetto ai titoli maggiori, ma rivelano al tempo un rilevante extra-rendimento. Inoltre il modello multifattoriale è superiore anche per quanto riguarda la costruzione di portafogli di replica. Questo fa sì che in Giappone l'APT sia generalmente utilizzato come sostituto del CAPM.

### ***2.5. Analisi fattoriale attraverso il modello Chen, Roll e Ross (1986)***

Chen, Roll e Ross hanno posto in essere nel 1986 uno studio che si è posto come valida alternativa alla determinazione congiunta dei fattori e delle sensitività vista poc'anzi. I tre autori hanno in breve ipotizzato l'esistenza di una serie di fattori che influenzano i rendimenti dei titoli azionari.

Sebbene il loro scopo fosse quello di spiegare l'equilibrio dei rendimenti, la loro analisi ha posto le basi per molti modelli successivi. Tale lavoro si regge su due concetti essenziali: il valore di un'azione equivale al valore dei flussi di cassa futuri e il rendimento dipende esclusivamente da innovazioni o variazioni inaspettate delle variabili esistenti.

Questo modello multifattoriale è stato poi ripreso e sviluppato da Burmesiter e McElroy, i quali hanno specificato che sono cinque le variabili bastevoli a spiegare i rendimenti dei titoli: due legate ai tassi di sconto, una legata sia ai

tassi di sconto che ai cash-flow, una legata solo ai cash-flow e infine una che cattura l'impatto del mercato non incluso nelle prime quattro variabili.

Dunque i prezzi sono influenzati dal tasso di sconto dei futuri flussi. Il tasso medio che viene utilizzato dipende da due parametri: uno è il premio al rischio, ossia l'introito che un investitore pretende per acquistare uno strumento rischioso rispetto a uno con un rendimento certo; l'altro è l'inclinazione della funzione di sconto, cioè il tasso al quale l'investitore sconta i flussi attesi nel lungo termine rispetto a quelli attesi nel breve<sup>9</sup>.

La prima variabile è la differenza inattesa del rendimento fra titoli di Stato a 20 anni e corporate bond a 20 anni. Mentre gli interessi sui primi sono solitamente considerati risk-free, quelli sui corporate bond sono generalmente influenzati dalla qualità dell'emittente, il quale può anche fallire; dunque la differenza fra i due rendimenti misura il rischio di default. Burmeister e gli altri coinvolti nell'analisi ritengono che le differenze di valori in questa serie e il suo valore medio di lungo termine sono inattese. Dunque visto che la media mensile della differenza tra corporate bond e titoli di Stato è stimata, sul lungo termine, in 0,5% al mese, le variabili del modello saranno:

- $I_1$  = metà dell'1% più la differenza tra il rendimento dei titoli di Stato a lungo termine e il rendimento dei corporate bond a lungo termine.
- $I_2$ , che misura l'inclinazione della curva dei rendimenti, ossia la relazione fra rendimenti e scadenza, e si calcola misurando la differenza tra rendimento dei titoli di Stato e il rendimento dei Treasury Bill a un mese.
- $I_3$ , che misura la deflazione inattesa, che condiziona i rendimenti visto che gli investitori sono costantemente preoccupati dei flussi di cassa reali e del tasso reale; equivale alla differenza tra il tasso d'inflazione atteso a inizio mese e quello effettivo registrato a fine mese.
- $I_4$ , che sarebbe la differenza tra il tasso di variazione delle vendite atteso a inizio mese e quello effettivo registrato alla fine del mese.

Visto infine che queste variabili da sole non dipingono esaustivamente tutte le componenti macroeconomiche e psicologiche che possono influire sui rendimenti, si è tentato di analizzare l'impatto del mercato al netto di queste variabili creandone una quinta, che non è altro che il rendimento dell'indice

---

<sup>9</sup> In realtà sono le variazioni inattese e le innovazioni di queste variabili, più che il loro livello, a condizionare i rendimenti.

S&P 500 (proxy del mercato) che non è correlato ad alcuna delle altre variabili. Per giungere a tale variabile, prima si stima una regressione dell'S&P rispetto alle altre quattro variabili, ottenendo questi risultati (Sharpe W.F., 2000):

$$R_m - R_f = 0,0022 - 1,33I_1 + 0,56I_2 + 2,29I_3 - 0,93I_4 \quad R^2 = 0,24$$

In questo modo la quinta variabile è data dalla differenza fra il rendimento in eccesso del mercato in ciascun mese e il rendimento in eccesso previsto dall'equazione stimata

$$I_5 = (R_m - R_f) - (0,0022 - 1,33I_1 + 0,56I_2 + 2,29I_3 - 0,93I_4)$$

Se il modello fosse un valido strumento per generare rendimenti, i risultati dovrebbero condurre far sì che le prime quattro variabili fossero connesse col mercato in maniera significativa e che i rendimenti a loro volta fossero connessi in modo altrettanto rilevante con tutte e cinque le variabili.

Le prime quattro variabili influenzano per circa il 25% il movimento dell'indice S&P e il coefficiente di ciascuna variabile è statisticamente significativo ad un livello del 5% con un segno coerente dal punto di vista economico.

Se ad esempio  $I_1$  fosse elevato vorrebbe dire che il mercato chiede un premio basso per il rischio, dunque il rendimento dovrebbe essere piuttosto basso e, pertanto, il coefficiente  $I_1$  dovrebbe avere segno negativo. Se il premio per l'investimento in attività finanziarie ( $I_2$ ) a lungo termine è elevato, il tasso di rendimento richiesto per il mercato e per i singoli titoli azionari dovrebbe essere altrettanto alto; di conseguenza, il segno di  $I_2$  dovrebbe essere positivo. Il coefficiente  $I_3$  misura la deflazione, che dovrebbe essere connessa all'aumento dei rendimenti dei titoli azionari; quindi il suo segno dovrebbe essere positivo. La quarta variabile infine misura quanto le aspettative di vendita di beni diminuiscono: più diminuiscono, più i prezzi dovrebbero calare e i rendimenti, al contrario, incrementare.

Il modello in questione è stato applicato a circa settanta imprese, con risultati che si discostano dalle previsioni: non solo 215 parametri di regressione su 350 sono molto diversi da zero al 5% di probabilità, ma il modello riesce a spiegare fra il 30% e il 50% delle mutamenti dei rendimenti delle singole azioni.

Berry, Burmeister e McElroy in seguito hanno tentato di esaminare l'elasticità di sette settori<sup>10</sup> rispetto alle predette cinque variabili con questi risultati (Sharpe W.F., 2000):

Tabella 2.3  
Studio di Berry Burmeister e McElroy

Settore	$I_1$ Default	$I_2$ Struttura a termine	$I_3$ Deflazione	$I_4$ Crescita	$I_5$ Residui di mercato	$R^2$
Ciclico	-1,63	0,55	2,84	-1,04	1,14	0,77
Growth	-2,08	0,58	3,16	-0,92	1,28	0,84
Value	-1,40	0,68	2,31	-0,22 <sup>a</sup>	0,74	0,73
Petrolifero	-0,63 <sup>a</sup>	0,31	2,19 <sup>a</sup>	-0,83 <sup>a</sup>	1,14	0,50
Utility	-1,06	0,72	1,54	0,23 <sup>a</sup>	0,62	0,67
Trasporti	-2,07	0,58	4,45	-1,13	1,37	0,66
Finanziario	-2,48	1,00	3,20	-0,56 <sup>a</sup>	0,99	0,72

<sup>a</sup> Indica che non è statisticamente diverso da zero con un livello del 5%.

Si guardi il settore finanziario, ad esempio, il quale evidenzia una maggiore elasticità alle variabili 1 e 2 (rischio di default e struttura a termine), poiché nel settore in questione le imprese hanno molti debiti e ci si aspetta che le loro performance siano estremamente sensibili a queste variabili. Nel settore delle utility, invece, si intravede una non significativa elasticità verso la deflazione e la crescita dei profitti, visto che le utility riescono a trasferire i costi di deflazione e le variazioni di redditività (in termini di variazioni dei prezzi) sui clienti.

Il modello appena visto è stato essenziale poiché ha generato degli effetti piuttosto rilevanti sia sulla condotta degli operatori che sulla ricerca teorica.

<sup>10</sup> I sette settori analizzati sono: ciclico, growth, value, petrolifero, utility, trasporti e finanziario.

## ***2.6 Il modello di Carhart***

Secondo alcuni studiosi, i prezzi dei titoli azionari reagiscono alle informazioni (approccio “contrarian”) e che comprare titoli con rendimenti sotto la media nell’immediato passato (c.d. *past losers*) e vendere titoli superiori alla media (c.d. *past winners*) consente di avere rendimenti maggiori. In particolare De Bondt e Thaler tra il 1985 e il 1987 hanno dimostrato che le azioni che hanno mostrato performance scadenti nei 3-5 anni precedenti hanno ottenuto rendimenti maggiori rispetto a quelle che avevano ottenuto performance migliori.

In seguito anche Jegadeesh e Lehman hanno dimostrato che selezionare le azioni in base alle performance della settimana o del mese precedenti garantisce rendimenti più elevati.

Malgrado tali tattiche si fondino su movimenti di prezzo nel breve periodo, il loro apparente successo potrebbe essere dettato più da una mancanza di liquidità nel mercato anziché da una reazione esagerata alle informazioni.

Se tali strategie contrarian hanno avuto grande successo molto di recente, i primi studi sull’argomento si concentrarono su delle teorie “relative” in tal senso, che suggerivano di acquistare titoli *past winners* e vendere i *past losers*.

Il primo fu Levy nel 1967, il quale sosteneva che se si acquistano azioni con prezzi correnti più elevati della loro media nelle anteriori 27 settimane, se ottengono rendimenti senza dubbio più alti. Tuttavia questa tesi venne smentita, o meglio venne corretta e ritenuta una mera distorsione da selezione ad opera di Jensen e Bennington: costoro, nel 1970, ampliarono la forbice temporale delle 27 settimane e scoprirono che nel loro campione tale strategia non aveva effetti significativi in termini di rendimenti.

Dopo queste prove empiriche si pose il problema di dimostrare i rendimenti anomali ottenuti nelle strategie “relative” e nelle strategie “contrarian”: per esempio per quale motivo le prime sembrano funzionare per periodi tra i tre mesi e un anno e le seconde per periodi molto più brevi.

In particolare i test effettuati sulle strategie “relative” indicano che i rendimenti maggiori non dipendono né dal rischio sistematico delle strategie di trading, né da ritardi nei prezzi delle azioni di informazioni relative a un fattore comune. Inoltre è dimostrato che buona parte dei profitti ottenuti nel

periodo più ampio non è duratura, poiché dopo l'anno e per i seguenti due anni si verifica una perdita di circa la metà di quello che si è guadagnato.

In particolare, Jegadeesh e Titman nel 1993 concepiscono 32 strategie da verificare: la prima metà di queste selezionano le azioni in base ai rendimenti ottenuti nel primo, secondo, terzo e quarto quadrimestre precedenti, tenendo in considerazione periodo di mantenimento da uno a quattro quadrimestri; la seconda metà è costruita quasi in modo identico se non fosse che la data di formazione del portafoglio e quella da cui si inizia a considerare l'holding period differiscono di una settimana.

All'inizio del mese le azioni vengono classificate sulla base dei loro rendimenti nei mesi precedenti e i titoli, in base a tale classifica, suddivisi in dieci portafogli dello stesso peso. Il portafoglio che contiene il decile superiore di titoli è il "winners", l'altro è il "losers". La strategia consiste nel comprare ogni mese i winners e vendere i losers, mantenendo la posizione per K mesi.

Le verifiche hanno dimostrato che mantenendo questa strategia nella quale si selezionano le azioni nei mesi precedenti e vengono mantenute per i sei mesi successivi, si realizza un rendimento in eccesso del 12% annuo, realizzando rendimenti positivi in tutti i mesi successivi alla data di formazione, con l'eccezione del primo mese. Al contrario, la performance di lungo periodo mette in luce che il portafoglio perde circa la metà del profitto ottenuto nei successivi due anni.

Si arriva così al modello di asset pricing a quattro fattori coniato da Carhart nel 1997. Egli stava cercando di capire come mai i fondi di investimento ottengono costantemente performance migliori e decise di inserire al modello di Fama e French un fattore in più, acquisito dallo sviluppo dell'anomalia evidenziata da Jegadeesh e Titman, chiamata effetto momentum. Infatti il modello a tre fattori di Fama e French è risultato incapace di dare una spiegazione alle variazioni cross-sectional sui rendimenti dei portafogli ordinati in base al momentum<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup> Chan, Jegadeesh e Lakonishok ipotizzano che l'anomalia del momentum sia un'inefficienza del mercato dovuta a una lenta reazione alle informazioni.

Il modello di Carhart è da intendersi come un modello di attribuzione di performance, dove i coefficienti e i premi sui portafogli di replica designano la porzione di rendimento ascrivibile a quattro strategie:

- Azioni ad alto beta rispetto ad azioni a basso beta;
- Azioni ad alta capitalizzazione rispetto ad azioni a bassa capitalizzazione;
- Azioni ad alto valore rispetto ad azioni ad alto potenziale di crescita;
- Strategia basata sull'effetto "momentum" ad un anno rispetto alla strategia "contrarian".

L'inclusione del fattore momentum si può spiegare con la necessità di valutare se le anomalie ad esso connesse dipendano solo da capacità imprenditoriali dei dirigenti ovvero da cause esterne che solo l'uso di analisi tecnica può chiarire. L'approccio di Carhart è simile a quello di Fama e French quando generano le variabili di dimensione e BTM: divide infatti il campione a sua disposizione in dieci portafogli e classificandoli sulle passate performance dal primo (migliori) al decimo (peggiori). La strategia elementare consiste nel comprare il primo portafoglio e contemporaneamente vendere allo scoperto il decimo: questa combinazione prende il nome di *Winner Minus Losers* ed è proprio il quarto termine rilevante nell'equilibrio di Carhart.

La relazione di equilibrio in questione è definita *Four Factor Pricing Model* ed è espressa tramite questa equazione:

$$E(R_i) = R_f + \beta_{iM}[E(R_M) - R_f] + \beta_{i,SMB}\lambda_{SMB} + \beta_{i,HML}\lambda_{HML} + \beta_{i,WML}\lambda_{WML}$$

laddove  $\lambda_{SMB}$ ,  $\lambda_{HML}$  e  $\lambda_{WML}$  stanno ad indicare il rendimento mensile di un portafoglio costruito rispettivamente sul fattore dimensione, BTM e momentum e dove i  $\beta_i$  indicano i gradi di sensitività rispetto a queste variabili.

Factor Portfolio	Rendimento in eccesso mensile	Deviazione Standard	VWRF	RMRF	SMB	HML	WML
VWRF <sup>42</sup>	0,44	4,39	1,00				
RMRF <sup>43</sup>	0,47	4,43	1,00	1,00			
SMB	0,29	2,89	0,35	0,32	1,00		
HML	0,46	2,59	-0,36	-0,37	0,10	1,00	
WML	0,82	3,49	0,01	0,01	-0,29	-0,16	1,00

Da questa tabella è possibile evidenziare interessanti statistiche, come per esempio l'alta varianza relativa dei portafogli SML, HML e WML e le basse correlazioni tra loro e con le proxies di mercato. Questo sta ad indicare che tale modello potrebbe chiarire le variazioni notevoli nelle serie temporali. Inoltre, gli alti rendimenti attesi su SML, HML e WML evidenziano che questi tre fattori potrebbero condizionare una grande parte della variazione cross-sectional sul rendimento atteso dei portafogli di azioni. Nondimeno le basse correlazioni incrociate implicano che la multicollinearità non incide sull'inserimento dei quattro fattori del modello stimati.

Attraverso dei test si è appurato che il FFPM migliora sensibilmente la media degli errori di pricing rispetto al CAPM e al modello a tre fattori di Fama e French; nel primo la media degli errori assoluti è dello 0,35% mensile rispetto allo 0,14% del modello a quattro fattori. Nel modello di Fama e French gli errori sono molto negativi per i portafogli losers nell'ultimo anno e molto positivi per i winners. Il modello di Carhart in breve descrive meglio degli altri la variazione cross-sectional della media dei rendimenti delle azioni.

In conclusione, lo studio svolto da Carhart mostra che acquistando il primo decile dell'anno passato dei titoli classificati in base al rendimento ottenuto, e vendendo l'ultimo decile si ottiene un rendimento in eccesso a scadenza dell'8% annuo. Pertanto i fondi con alti rendimenti nell'anno passato hanno rendimenti attesi più alti della media per l'anno seguente, ma non negli anni successivi. Questi rendimenti più alti non sono dovuti alla capacità imprenditoriale di scegliere i titoli da includere nel portafoglio, ma sono legati

ad un fattore che riesce a spiegare l'anomalia momentum e che è stato individuato perfettamente da Carhart.

## CAPITOLO 3

### *Il ruolo della liquidità nelle analisi di rischio-rendimento*

Osservando i vari modelli di asset pricing sviluppati in passato, si può notare come gli stessi non considerassero il ruolo della liquidità nella determinazione del trend del titolo. E' da poco che la liquidità, sia dei titoli sia del mercato, è stata considerata come una delle variabili che influenzano la redditività dei titoli, in quanto è strettamente legata alla possibilità di vendere o meno un titolo sul mercato. Prima di soffermarci sui vari studi compiuti in questo senso è importante capire cos'è il rischio di liquidità, così come il rischio di credito.

#### *3.1 Il rischio di credito*

Il rischio di credito è definito come il rischio che una variazione non attesa delle garanzie circa il merito creditizio del debitore generi una relativa variazione della posizione creditizia del creditore. In altri termini, il rischio di credito valuta la perdita economica causata dall'inadempimento di una controparte dei suoi obblighi contrattuali durante la vita dell'operazione in essere con la stessa (Boido C., 2004).

Da tale definizione emergono alcune peculiarità del rischio creditizio che permettono la differenziazione dal rischio finanziario. Tra queste, è opportuno sottolineare come risulta difficile misurare la volatilità (e quindi il rischio) associata al valore di mercato dei crediti; inoltre la distribuzione di probabilità del valore dei crediti risulta essere fortemente asimmetrica vista l'alta probabilità dei profitti e la bassa probabilità di perdite ingenti. Per quanto detto finora risulta evidente come le nuove tecnologie informatiche costituiscono la piattaforma su cui sono stati sviluppati numerosi prodotti finanziari i quali, a loro volta, hanno permesso lo sviluppo esponenziale del settore finanziario con le relative conseguenze sull'economia reale che si sono messe in luce in seguito allo scoppio della bolla finanziaria dei mutui *subprime* americani del 2007 e la crisi economica degli ultimi anni.

La definizione del rischio di credito fa emergere alcune importanti considerazioni (Berti A., La qualità degli affidamenti. La valutazione del rischio di credito nel rapporto banca impresa, 2013):

- il rischio di credito, chiaramente legato alla possibile insolvenza del debitore, è strettamente connesso al deterioramento del merito creditizio, fattore che decurta il valore di mercato del credito emesso. Infatti, valutando il credito attraverso l'attualizzazione dei flussi di cassa del prestito, l'incremento del tasso di sconto dovuto alla componente risk premium fa diminuire il valore attuale dei flussi di cassa;
- la variazione della posizione creditizia deve essere inattesa in quanto le eventuali variazioni attese sono già computate nella valutazione ex-ante del prestito con le relative conseguenze nella determinazione del tasso di affidamento del credito;
- la definizione del rischio di credito deve considerare sia le posizioni in bilancio che quelle fuori bilancio, ossia la totalità degli strumenti finanziari derivati Over The Counter OTC (rischio di sostituzione o pre-regolamento), o regolamenti di transazioni nazionali e internazionali in titoli, valute e derivati (rischio di regolamento);
- il valore di mercato della posizione creditoria degli istituti di credito può essere solo stimato; infatti, le banche possiedono una posizione creditoria dalla natura contabile e non rispondente a logiche di mercato.

Il rischio di credito può essere distinto in cinque diverse tipologie derivanti dalle diverse fonti che lo scaturiscono (Berti A., La qualità degli affidamenti. La valutazione del rischio di credito nel rapporto banca impresa, 2013):

- i. *Rischio d'insolvenza*: rappresenta l'eventualità che la controparte diventi insolvente. In tale circostanza la perdita economica derivante dall'insolvenza del debitore è pari al differenziale tra il valore del credito e l'ammontare effettivamente recuperato nelle varie fasi contrattuali. Rientrano in questa categoria il rischio di pre-regolamento e di regolamento;
- ii. *Rischio di recupero*: si verifica nella circostanza in cui esiste un differenziale tra il tasso di recupero inizialmente ipotizzato per i clienti insolventi e quello effettivo per i clienti effettivamente insolventi. Tale tasso potrebbe diminuire qualora si verificassero tempi di recupero maggiori derivanti dai contenziosi

giudiziari o da una svalutazione delle garanzie preposte all'erogazione del credito;

- iii. *Rischio di esposizione*: si verifica in genere nel periodo antecedente il default del debitore, quando lo stesso decide di aumentare inaspettatamente la sua esposizione debitoria verso la banca. Questa tipologia di rischio riguarda le sole esposizioni per le quali il debitore gode di una forma di discrezionalità;
- iv. *Rischio di spread*: rappresenta il rischio connesso alle variazioni dei tassi di mercato risk premium, a parità di altre condizioni circa il merito creditizio e la forma contrattuale;
- v. *Rischio di migrazione*: rappresenta il rischio legato al deterioramento del merito creditizio del finanziato che trova riscontro in un declassamento del rating del debitore ad opera di una agenzia preposta o dello stesso istituto di credito.

Le diverse tipologie di rischio di credito sono accentuate in portafogli poco diversificati sia dal punto di vista puramente geografico che da quello strettamente settoriale. In tali circostanze si manifesta una sottocategoria del rischio di credito definita "rischio di concentrazione; inoltre, l'accentuazione del rischio di credito si potrebbe manifestare anche in presenza di debitori la cui sede legale è situata in paesi esteri, soprattutto se classificabili con i c.d. paradisi fiscali, spesso caratterizzati da elevati profili di rischio (rischio paese).

### ***3.2 Concetti introduttivi sul rischio di liquidità***

La crisi finanziaria degli ultimi anni, come sopra accennato, ha riproposto alcune delle inefficienze dei modelli di asset pricing del passato, modelli che infine si sono dimostrati incapaci di considerare tutte le variabili necessarie a rappresentare correttamente il trend dei titoli. Uno su tutti si è dimostrato molto influente in tal senso: la liquidità. Soltanto di recente i modelli di asset pricing hanno cominciato a prendere in considerazione misure quali la profondità del mercato, i volumi di scambio e la liquidità sia di mercato sia del singolo titolo.

Già negli anni ottanta Amihud e Mendelson scoprirono i rendimenti più alti delle azioni meno liquide rispetto a quelle più liquide, in modo da compensare gli alti costi di transazione. Essi individuano altresì un collegamento tra il bid-ask spread e le dimensioni dell'impresa, al punto che se i titoli vengono classificati in base al primo, la classificazione in base alla dimensione finisce con l'essere del tutto superflua.

Con gli anni il ruolo della liquidità come fattore rilevante è cresciuto sempre di più. Nel 2002 Hodrick e Moulton indicavano i requisiti che rendono liquido un titolo: tempo, prezzo e quantità. Dunque un asset perfettamente liquido trova pronta negoziazione, senza riduzioni di prezzo e nella quantità desiderata. Per quanto non vi sia unanimità di vedute al riguardo, la liquidità dovrebbe essere il risultato di una funzione tra bid-ask e volumi. Amihud, ad esempio, vedeva la liquidità come il rapporto tra rendimento assoluto giornaliero dell'azione e il suo volume.

Un interessante approccio è poi quello di Pastor e Stambaugh, i quali nel 2003 tentarono di dimostrare che la liquidità nel mercato è una variabile essenziale per spiegare il trend dei titoli. La misura di liquidità mensile che essi hanno identificato, ossia una media delle misure individuali di ciascuna azione stimate con dati giornalieri, fece giungere alla conclusione che quando la liquidità è più bassa i rendimenti attesi sui titoli tendono ad essere più alti.

Ancora più di recente, nel 2005, Acharya e Petersen cercarono di correggere l'equilibrio del CAPM aggiungendo il fattore liquidità, creando il liquidity adjusted capital asset pricing model. I risultati empirici, da loro ottenuti fanno luce sui modi di propagazione della liquidità e danno conferma del fenomeno del *flight to quality*.

### ***3.3 Pastor e Stambaugh: misura della liquidità dei mercati***

Lo scopo di Pastor e Stambaugh era comprendere se la liquidità del mercato, ormai considerata un'ottima candidata per rappresentare una variabile di stato da includere nei prezzi, sia prezzata o meno.

Sembra ragionevole ipotizzare che molti investitori possano richiedere rendimenti attesi più alti sulle attività i cui rendimenti sono molto sensibili alle variazioni di liquidità aggregata. Se per esempio un investitore si trova a dover affrontare un indebitamento e un margine di solvibilità, sarà costretto a

liquidare le sue attività per ottenere contante. Tale liquidazione sarà tanto costosa quanto bassa sarà la liquidità sul mercato.

Dunque la liquidità è un concetto ampio e di difficile misurazione, che esprime la capacità di negoziare grandi quantità di titoli a basso costo e senza scostamenti di prezzo.

Pastor e Stambaugh si sono concentrati su un aspetto della liquidità associato alle fluttuazioni temporanee dei prezzi dovute al flusso degli ordini. L'ammontare della liquidità mensile aggregata è dato dalla media cross-sectional delle misure di liquidità delle singole azioni.

Ogni misura di liquidità azionaria in un certo mese, stimata usando i rendimenti giornalieri dell'azione all'interno del mese di riferimento e il volume delle transazioni, rappresenta l'effetto medio che un determinato volume di scambi nel giorno  $d$  ha su un rendimento in  $d+1$ , quando il volume rimane il medesimo nei due giorni.

Dunque se un certo volume rappresenta una sorta di "flusso d'ordini", dopo una diminuzione di liquidità ci si attende una tendenza che il flusso ha seguito una direzione nel giorno  $d$  sia poi seguito da un cambiamento di prezzo nella direzione opposta nel giorno  $d+1$ .

L'idea di base è che dunque un abbassamento della liquidità corrisponde ad una relazione più forte tra rendimenti e volumi. Inoltre i due studiosi scoprono che i beta della liquidità delle azioni, ossia la sensibilità ai cambiamenti di liquidità sul mercato, sono essenziali nell'asset pricing. Difatti le azioni con i beta di liquidità più alti mostrano elevati rendimenti: tra il 1966 e il 1999, lo spread tra il primo e l'ultimo decile dei rendimenti dei portafogli costruiti secondo i vari beta rivela un rendimento in eccesso del 7,5% all'anno. Si è dimostrato questo grazie ad un modello che tiene conto della sensibilità ad altri quattro fattori: il rendimento del mercato, la dimensione aziendale, il valore di book to market e il fattore momentum. Se si considerano solo i tre fattori di Fama e French invece il rendimento in eccesso ammonta a 95 su base annua ed anche questo è un risultato rilevante.

Chordia, Subrahmanyam e Anshuman trovano una relazione cross-sectional importante tra i rendimenti azionari e le variazioni di liquidità, laddove la liquidità venga intesa come una proxy di misure dell'attività di negoziazione come i volumi e i profitti. Gli autori ottengono un risultato che non si

aspettavano, poiché generalmente le azioni con maggiore volatilità di liquidità ottengono rendimenti attesi più bassi.

Pastor e Stambaugh hanno focalizzato la loro attenzione sul rischio di liquidità sistematico sui rendimenti, provando che le azioni più esposte a fluttuazioni di liquidità ottengono mediamente più alti rendimenti. Inoltre, nei mesi contrassegnati da crisi di liquidità, i rendimenti azionari sono inversamente proporzionali con rendimenti a tasso fisso; questo è compatibile più con l'effetto del *flight to quality* e comunque rende più forte l'idea che la liquidità nel mercato sia una variabile da apprezzare.

Infine i due autori dimostrano che i beta di liquidità possono essere stimati non solo attraverso dati storici, ma anche attraverso altre variabili, tipo la dimensione: infatti classificando le azioni solo sulla base dei loro beta storici si ottengono dei risultati meno significativi, ma se le si classifica sulla base del loro "size" si denota che le aziende più piccole tendono ad avere beta e rendimenti in eccesso più elevati.

Lo studio di Pastor e Stambaugh si focalizza altresì sulle varie dimensioni che può assumere la liquidità, in particolare su quella basata sui cambiamenti temporanei dei prezzi dovuti ai diversi flussi degli ordini. In particolare misurano la liquidità di mercato in un certo mese sulla base della media delle misure di liquidità delle singole azioni sul NYSE e sull'AMEX con dati quotidiani. La misura di liquidità del titolo  $i$  nel mese  $t$  equivale alla stima che si ottiene usando il metodo dei minimi quadrati  $\gamma_{i,t}$  nella regressione (Pastor L., 2003)

$$r_{i,d+1,t} = \Theta_{i,t} + \phi_{i,t}r_{i,d,t} + \gamma_{i,t}\text{sign}(r_{i,d,t})v_{i,d,t} + \varepsilon_{i,d+1,t}$$

Dove le quantità sono così definite:  $r_{i,d,t}$  rappresenta il rendimento del titolo  $i$  al giorno  $d$  nel mese  $t$ ;  $r_{m,d,t}$  è il rendimento dell'indice CRSP pesato secondo il valore di mercato, al giorno  $d$  nel mese  $t$ ;  $r_{i,d,t}^e$  equivale alla differenza tra  $r_{i,d,t}$  e  $r_{m,d,t}$ ; infine,  $v_{i,d,t}$  è il volume del titolo  $i$  in dollari, al giorno  $d$  nel mese  $t$ .

Devono esserci almeno 15 osservazioni mensili con le quali stimare la regressione per poter elaborare la liquidità in una dato mese.

L'idea di base è che il flusso d'ordini, inteso come il volume contraddistinto dal contemporaneo rendimento in eccesso delle azioni rispetto al mercato, dovrebbe essere seguito da un rendimento che dovrebbe essere inverso, in parte, in futuro se il titolo non risulta interamente liquido.

Per questo motivo ci si attende che  $\gamma_{i,t}$  sia negativo in generale e più grande in valore assoluto quando la liquidità è minore.

Campbell e altri nel 1993 hanno presentato un modello nel quale gli operatori di mercato avversi al rischio favoriscono i flussi di ordini dai traders motivati dalla liquidità e vengono compensati con rendimenti attesi più alti (comprando a prezzi più bassi e vendendo a prezzi più alti). Più alto è il flusso degli ordini, maggiore è la compensazione, sicché l'effetto prodotto dalla liquidità sui rendimenti futuri è più evidente quando i volumi correnti sono alti. Si fornisce un'evidenza empirica a tali argomentazioni nel fatto che la stime della misura di liquidità  $\gamma_{i,t}$  hanno tendenza negativa, per quanto ci siano mesi in cui la media stimata è positiva, e tale tendenza è compatibile con l'intuizione che sottende alla misura di liquidità; tuttavia va detto che tale misura prescinde da altri ruoli potenziali dovuti ai volumi, che possono avere una relazione tra rendimenti correnti e ritardati.

Ad esempio Llorente ha dimostrato che l'asimmetria informativa (che Campbell non considerava) può fiaccare l'effetto dei volumi o perfino prolungarlo nei rendimenti delle azioni per le quali il trading motivato da informazioni è piuttosto essenziale.

Lee e Swaminathan invece hanno osservato che i rendimenti mensili sono più elevati per le azioni con alti volumi di scambio recenti.

Le misura di liquidità sono in generale piuttosto arbitrarie, compresa quella della regressione (1). Abbiamo utilizzato  $r_{i,d,t}^e$ , ossia il rendimento in eccesso sul mercato, come variabile dipendente e fissato i volumi così da rimuovere gli shock dell'intero mercato nonché separare meglio l'effetto dei volumi sui singoli titoli. Inoltre i rendimenti uguali a zero sono comuni con titoli azionari dal basso prezzo, visto che un leggero movimento in termini assoluti equivale ad un grosso cambiamento in percentuale.

Se il prezzo di un'azione non cambia in un dato giorno ma il mercato sale in generale, senza dubbio in quel giorno il flusso degli ordini sale grazie più ai venditori che ai compratori. Introduciamo inoltre nel modello il rendimento

azionario ritardato come altra variabile indipendente, in modo da catturare gli effetti sui rendimenti ritardati che non sono connessi ai volumi. Dunque useremo  $r_{i,d,t}^e$  per catalogare i volumi e il rendimento totale  $r_{i,d,t}$  come seconda variabile: più sono correlate le variabili indipendenti e meno sarà elevata la precisione con la quale è possibile misurare le pendenze di entrambe.

Al fine di trovare l'abilità dell'inclinazione  $\gamma_{i,t}$  della regressione (1) e di fotografare l'effetto di liquidità, i due autori espongono un modello nel quale il rendimento in un certo giorno ha una componente di flusso di ordini che in parte si spande al giorno successivo. Nello specifico, il rendimento dell'azione  $i$  sul giorno  $d$  è dato da (Pastor L., 2003)

$$r_{i,d} = f_d + u_{i,d} + \phi_i(q_{i,d-1} - q_{i,d}) + \eta_{i,d} - \eta_{i,d-1}$$

Ove  $f_d$  è un fattore di mercato e  $u_{i,d}$  l'effetto specifico dell'azione e rappresentano i mutamenti stabili di prezzo. Il termine  $\phi_i(q_{i,d-1} - q_{i,d})$  cattura l'effetto legato alla liquidità scaturente dal flusso di ordini  $q_{i,d}$ , nel senso che sia i flussi degli ordini correnti che quelli ritardati sono inclusi nel calcolo dei rendimenti con segni opposti. Il termine  $\phi_i$  è negativo e rappresenta la liquidità dell'azione.

Per di più, si ipotizza che  $q_{i,d} = q_{i,d}^* + q_d$ , dove  $q_{i,d}^*$  è indipendente tra le azioni e  $q_d$  rappresenta una componente di mercato la digressione standard è 1/3 di quella di  $q_{i,d}^*$ ; in tal modo la componente di mercato è in grado di spiegare il 10% della variazione totale del flusso degli ordini.

Pastor e Stambaugh utilizzano la (2) per simulare i rendimenti di 10000 azioni.

I valori di  $f_d$  sono estratti senza alcuna correlazione, tra i  $d$  con deviazione standard  $\sigma = 0,20/0,250$ ;  $u_{i,d}$  e  $q_{i,d}^*$  sono estratti senza correlazione tra  $d$  e  $i$  con deviazione standard uguale a  $\sigma$ ;  $q_d$  è estratto indipendentemente tra  $d$  con deviazione standard uguale a  $1/3\sigma$ .

Il coefficiente di liquidità  $\phi_i$  è estratto indipendentemente tra  $i$  da una distribuzione uniforme  $[-1;0]$ . Il termine  $\eta_{i,d} - \eta_{i,d-1}$  indica l'effetto inverso addizionale che non dipende dal flusso degli ordini; questo parametro va inteso come il rimbalzo dei bid-ask spread o l'effetto tick-size. In un certo giorno,  $\eta_{i,d}$  assume i valori  $-s_i$ , zero, o  $s_i$  con probabilità 1/4, 1/2 e 1/4 e le

realizzazioni sono indipendenti tra i giorni e le azioni. Il valore di  $s_i$  per una data azione è estratto come  $0,01(U_{|0,1|} - \phi_i)$ , dove  $U_{|0,1|}$  è un valore variabile tra 0 e 1, tale che la media dei valori di  $s_i$  tra le azioni sia 0,01 e che ci sia una certa unione tra la tipica grandezza di  $\eta_{i,d}$  e la liquidità dell'azione. In tale simulazione la media delle deviazioni standard dei rendimenti azionari giornalieri è 0,023; la media delle deviazioni standard di ognuno dei primi tre termini del lato destro dell'equazione (2) è 0,013 e la media delle deviazioni standard di  $\eta_{i,d} - n_{i,d-1}$  è 0,010.

Per ogni azione viene creato il *population value* del coefficiente  $\gamma_i$  stimando questa regressione tra 50.000 valori giornalieri simulati. Si conclude che la correlazione cross-sectional tra  $\phi_i$  e  $\gamma_i$  è 0,98, il che ci dice che la regressione in (1) è una attendibile rappresentazione per una stima dell'effetto liquidità.

Il coefficiente di inclinazione derivante dalla regressione (1) è in realtà una stima imprecisa del coefficiente  $\gamma_{i,t}$  di un dato titolo, ma la media di liquidità di mercato nel mese  $t$  è di gran lunga più precisa.

### **3.4 La misura di liquidità nei modelli di asset pricing**

Il rendimento atteso di un'azione è connesso con la sensibilità del suo rendimento durante i cicli di liquidità  $L_t$ ? La sensibilità di ogni titolo è espressa con  $\beta_i^L$  (liquidity beta) ed è data dall'inclinazione su  $L_t$  in una regressione multipla con altre variabili ritenute valide per la teoria dell'asset pricing.

Gli autori, per risolvere l'arcano, creano dei portafogli in grado di dipingere un universo di asset con i liquidity beta abbastanza dispersi. Anche in questo caso vengono creati dieci portafogli classificando i titoli in base ai loro valori di beta di liquidità, partendo dal 1965, dopodiché i rendimenti vengono collegati, nei 12 mesi successivi, con gli anni sì da formare una sola serie di rendimenti per ciascun portafoglio. I loro rendimenti in eccesso sono regrediti sui fattori che vengono solitamente usati nei modelli di asset pricing. Se l'intercetta della regressione è diversa da zero,  $\beta_i^L$  spiega una componente dei rendimenti attesi non prevista dall'esposizione agli altri fattori.

Per formare il portafoglio si utilizza una regressione che include anche tre fattori di Fama e French e dove  $\beta_i^L$  è inteso come il coefficiente di  $L_t$ :

pag. 85 – funzione 1 (8)

dove:  $r_{i,t}$  rappresenta il rendimento in eccesso di  $i$ ;  $MKT$  è il rendimento in eccesso sull'indice di mercato;  $SMB$  e  $HML$  sono i payoffs sugli spread costruiti tramite classificazione delle azioni secondo la capitalizzazione di mercato e il rapporto BTM.

Questa definizione di  $\beta_i^L$  mostra il movimento relazionato tra il titolo e la liquidità totale, la quale è rappresentata dalla differenza tra i suoi comovimenti con gli altri fattori solitamente utilizzati.

Tra il 1967 e 1998 vengono individuati i titoli osservati per almeno cinque anni, tutti i mesi e per ogni titolo viene calcolato il beta di liquidità tramite la regressione (8). Alla fine di ciascun anno viene altresì rielaborata la serie dei  $L_t$ . Infine le azioni vengono classificate in base ai loro beta in 10 portafogli secondo il valore dei loro titoli. Ciascun portafoglio contiene almeno 108 azioni per una media di 217. I risultati sono espressi nelle seguenti tabelle (Pastor L., 2003).

	DECILE PORTFOLIO										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10-1
	A. Liquidity Betas										
Jan. 1968–Dec. 1999	-6.02 (-2.57)	-.65 (-.37)	-.62 (-.48)	-.54 (-.41)	1.12 (.96)	-1.58 (-1.24)	1.37 (1.00)	2.00 (1.49)	3.04 (1.99)	-.04 (-.02)	5.99 (1.88)
Jan. 1968–Dec. 1983	-7.59 (-1.84)	-1.17 (-.44)	3.87 (1.86)	-1.54 (-.68)	-.48 (-.25)	1.65 (.71)	-1.18 (-.55)	.02 (.01)	1.26 (.54)	.41 (.14)	7.99 (1.60)
Jan. 1984–Dec. 1999	-4.17 (-1.52)	-1.49 (-.63)	-4.10 (-2.46)	-.30 (-.18)	2.55 (1.72)	-2.75 (-2.00)	2.80 (1.56)	3.79 (2.08)	4.38 (2.07)	1.18 (.39)	5.35 (1.26)
	B. Additional Properties, January 1968–December 1999										
Market cap	7.11	7.69	10.44	17.65	16.76	22.18	16.26	11.64	9.89	6.97	
Liquidity	-.52	-.19	-.06	-.04	-.02	-.05	-.05	-.05	-.05	-.12	
MKT beta	1.12 (37.25)	1.09 (48.37)	1.02 (61.23)	.96 (56.63)	.98 (65.92)	.99 (59.99)	1.02 (58.01)	1.01 (58.52)	1.02 (51.53)	1.09 (40.84)	-.03 (-7.74)
SMB beta	.37 (8.02)	-.00 (-.02)	-.13 (-5.11)	-.16 (-6.03)	-.09 (-4.21)	-.15 (-6.10)	-.11 (-4.19)	-.00 (-.02)	.04 (1.20)	.16 (4.06)	-.20 (-3.25)
HML beta	-.20 (-4.04)	-.05 (-1.31)	.02 (.87)	-.02 (-.80)	.10 (4.22)	.12 (4.40)	.07 (2.60)	.09 (3.27)	-.01 (-.38)	-.15 (-3.39)	.05 (.76)
MOM beta	.04 (1.64)	-.00 (-.18)	.02 (1.25)	.01 (1.13)	-.02 (-1.91)	-.00 (-.17)	-.01 (-.76)	.01 (.65)	-.02 (-1.11)	-.01 (-.46)	-.05 (-1.51)

	DECILE PORTFOLIO										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10-1
A. January 1968-December 1999											
CAPM alpha	-2.06	-.36	.63	.49	.07	.49	1.42	1.36	-.02	2.60	4.66
	(-1.30)	(-.34)	(.76)	(.57)	(.10)	(.58)	(1.64)	(1.63)	(-.02)	(1.96)	(2.36)
Fama-French alpha	-.62	-.09	.46	.57	-.62	-.28	.90	.84	.03	3.53	4.15
	(-.42)	(-.08)	(.57)	(.68)	(-.86)	(-.35)	(1.06)	(1.00)	(.03)	(2.71)	(2.08)
Four-factor alpha	-1.20	-.04	.22	.34	-.29	-.25	1.05	.71	.29	3.67	4.87
	(-.79)	(-.04)	(.26)	(.40)	(-.40)	(-.31)	(1.20)	(.82)	(.29)	(2.74)	(2.38)
B. January 1968-December 1983											
CAPM alpha	-1.10	1.04	.94	.35	-.28	.46	.09	.83	.33	2.51	3.62
	(-.46)	(.70)	(.79)	(.27)	(-.26)	(.34)	(.08)	(.72)	(.25)	(1.51)	(1.32)
Fama-French alpha	-1.24	2.32	1.66	1.53	-1.05	-.49	-.06	-.07	.17	1.61	2.85
	(-.53)	(1.56)	(1.41)	(1.21)	(-.98)	(-.38)	(-.05)	(-.06)	(.13)	(1.01)	(1.01)
Four-factor alpha	-3.74	1.50	.87	.86	-.20	.21	.59	-.18	.59	1.64	5.38
	(-1.58)	(.96)	(.71)	(.66)	(-.18)	(.16)	(.47)	(-.15)	(.43)	(.98)	(1.96)
C. January 1984-December 1999											
CAPM alpha	-2.79	-1.63	.21	.40	.37	.23	3.12	1.70	-.11	2.70	5.49
	(-1.31)	(-1.04)	(.18)	(.36)	(.36)	(.23)	(2.51)	(1.40)	(-.08)	(1.28)	(1.90)
Fama-French alpha	.03	-2.04	-.60	-.33	-.40	-.55	2.21	1.50	-.11	4.41	4.38
	(.02)	(-1.29)	(-.53)	(-.30)	(-.40)	(-.59)	(1.88)	(1.22)	(-.07)	(2.20)	(1.54)
Four-factor alpha	.57	-1.50	-.50	-.28	-.39	-.87	2.06	1.35	.02	4.55	3.98
	(.30)	(-.94)	(-.44)	(-.25)	(-.38)	(-.93)	(1.68)	(1.08)	(.01)	(2.23)	(1.38)

La prima tabella riproduce i beta di liquidità, la media della capitalizzazione di mercato, la liquidità e i beta dei tre fattori di Fama e French e del fattore momentum, per ciascun portafoglio. La classificazione, così come effettuata, registra con successo uno spread tra i rendimenti dei portafogli così costruiti. Tra il primo e il decimo lo spread è pari a 5,99 ( $t = 1,88$ ). Lo spread relativo al beta del fattore SMB del portafoglio 10-1 è negativo, ma i portafogli con più basso beta non hanno per forza la più bassa capitalizzazione di mercato. Le imprese minori occupano entrambi gli estremi della classificazione secondo i beta storici.

La figura 2 riporta invece gli alfa dei *value-weighted postranking portfolios*. Tutti e tre gli alfa dello spread prodotto dal portafoglio 10-1 sono positivi in tutto il periodo considerato: l'alfa del CAPM è di 4,66% per anno ( $t = 2,36$ ), l'alfa del modello di Fama e French è del 4,15% per anno ( $t = 2,08$ ) e l'alfa del modello a quattro fattori è del 4,875 per anno ( $t = 2,38$ ). Con i tre fattori il premio stimato è di 0,80 con  $t = 1,77$ , mentre con quattro fattori il premio sale a 1,04 con  $t = 1,76$ .

Per concludere possiamo affermare che i titoli sensibili ai cambiamenti dei cicli di liquidità aggregata garantiscono un rendimento atteso più alto.

## CAPITOLO 4

### *L'uso del CAPM in Poste Italiane S.p.A.*<sup>12</sup>

Poste Italiane è una società italiana che fornisce servizi finanziari e assicurativi, servizi integrati di recapito, logistica e pacchi. Si occupa inoltre di e-commerce, di incasso e pagamento, di telefonia mobile e di comunicazione digitale su tutto il territorio nazionale. La società è attiva nel territorio italiano con circa 13.200 uffici postali. Le aree principali di sviluppo del gruppo sono tre: corrispondenza e pacchi, servizi finanziari e servizi assicurativi. Circa due terzi del giro d'affari provengono dal comparto assicurativo. Poste Italiane, da qualche anno, è entrata anche nel mercato della telefonia mobile con la società Poste Mobile che offre servizi finanziari, informativi e dispositivi di mobile-payment, mobile-banking e mobile-commerce (oltre ai tradizionali servizi di telefonia): sono oltre 3,3 milioni le linee telefoniche attive. Importante per la società è anche la gamma dei servizi rivolti alla Pubblica Amministrazione, che si aggiunge all'offerta a cittadini e imprese.

Dal 27 Ottobre 2015 la società è diventata una società quotata in borsa, con un flottante di quasi il 40% ed una capitalizzazione iniziale di 8,816 miliardi di euro corrispondente ai 6,75 euro per azione del prezzo dell'IPO.

Il 70% delle azioni vendute appartiene agli investitori istituzionali mentre il 30% è stato riservato al pubblico indistinto residente in Italia e ai dipendenti residenti in Italia. Alla vendita del 30% delle azioni possono aderire i clienti classificati ai fini del MiFID come i clienti al dettaglio e i clienti professionali su richiesta se persone fisiche.<sup>13</sup>

### *Stima costo del capitale proprio*

Supponiamo di voler stimare il rendimento di un'azione di Poste Italiane, e per fare ciò ci avvaliamo del CAPM.

Come attività priva di rischio utilizziamo un titolo di stato italiano, nel nostro caso un BTP a scadenza decennale data 21/09/17 che ha un rendimento pari

---

<sup>12</sup> Fonte tesi Federica Fiorenza Processo di quotazione in bors e metodi di valutazione  
Caso Poste Spa

<sup>13</sup> Fonte Wikipedia

al 2,12%, per calcolare il rendimento di mercato, invece, è necessario analizzare i rendimenti dei mercati in cui Poste Italiane è presente. Considerando che la società è presente in vari settori, si è ritenuto opportuno fare la media tra il rendimento del settore assicurativo pari a 12,26%, il rendimento del settore finanziario pari a 41,59% e il rendimento del settore delle telecomunicazioni pari a - 16,79%. Il nostro rendimento di mercato sarà quindi pari a 12,35%.<sup>14</sup>

Il  $\beta$  delle azioni sarà uguale invece a 0,033, come riporta il quotidiano *Il Sole 24 Ore*. A questo punto ci è possibile andare a calcolare il rendimento di un'azione di Poste Italiane:

$$\begin{aligned} Re &= R_f + \beta * (R_m - R_f) \\ Re &= 2,12\% + 0,033 * (12,35\% - 2,12\%) \\ Re &= 2,48\% \end{aligned}$$

### ***Stima del costo del capital di debito***

Per calcolare il costo del capitale di debito si può procedere sommando un tasso risk free e uno spread aggiuntivo.

Come tasso risk free si può utilizzare la media dei rendimenti dei bond italiani, con scadenza trentennale, pari a 3,27%<sup>15</sup>.

Come spread utilizzeremo la differenza tra i titoli di Stato italiani e i bund tedeschi, che sarà uguale allo 0,76%.

A questo punto calcoliamo il costo del capitale di debito  $K_d$ :

$$\begin{aligned} K_d \text{ (prima delle tasse)} &= 3,27\% + 0,76\% \\ K_d \text{ (prima delle tasse)} &= 4,03\% \end{aligned}$$

Al valore appena ottenuto, però, è necessario aggiungere l'imposizione fiscale pari a 26%, quindi:

$$\begin{aligned} K_d \text{ (dopo le tasse)} &= 4,03\% * (1 - 26\%) \\ K_d \text{ (dopo le tasse)} &= 2,98\% \end{aligned}$$

---

<sup>14</sup> Sito [www.borsaitaliana.it](http://www.borsaitaliana.it)

<sup>15</sup> Sito [www.investing.com](http://www.investing.com)

### ***Stima del WACC***

Sulla base dei dati appena stimati, è possibile ora andare a calcolare il WACC.

Il rapporto D/E il 31/12/2016 è stimato pari a 7,02<sup>16</sup>.

Attraverso questa relazione andremo a trovare gli altri elementi che, insieme al costo del capitale di rischio e al costo del capitale di debito sono indispensabili per la stima del WACC.

Il rapporto E/(E+D) è uguale 0,17, mentre il rapporto D/(E+D) è uguale a 0,83.

Il WACC sarà quindi uguale a:

$$\text{WACC} = E/(E+D) * Re + D/(E+D) * Rd * (1-\tau)$$

$$\text{WACC} = 0,17 * 2,48\% + 0,83 * 2,98\% * (1-26\%)$$

$$\text{WACC} = 6,04\%$$

### ***Stima del prezzo delle azioni***

E' opportuno adesso stimare il prezzo delle azioni di Poste Italiane. Per prima cosa bisogna andare a calcolare l'Enterprise Value, attraverso l'attualizzazione dei flussi di cassa stimati e del Terminal Value. Nell'andare a cercare l'Enterprise Value e il Terminal Value si è tenuto conto dei bilanci, (con particolare riguardo per la voce di Ricavi), dei settori in cui Poste Italiane opera, cioè il settore della corrispondenza, il settore finanziario e il settore assicurativo, nel triennio 2016-2017-2018. Come tasso di crescita di lungo periodo si è utilizzato invece un tasso pari all'1%, tasso in linea con le previsioni di crescita dell'azienda e con le stime dell'inflazione nei prossimi anni, secondo il Fondo Monetario Internazionale.

Da tali dati si è potuto osservare come il settore della corrispondenza sia un settore sempre più in calo, probabilmente a causa dell'avvento delle nuove tecnologie, e che quindi porti con se ricavi in decrescita. Il settore finanziario, nel triennio preso in esame, si presume stabile con un tasso di crescita costante senza particolari oscillazioni nei ricavi. Il settore assicurativo, in particolare il Ramo Vita, e i nuovi servizi di gestione telefonica, invece, si prospettano

---

<sup>16</sup> Dati ricavati dal bilancio Poste Italiane disponibile sul sito.

come i fattori di una crescita consistente: è dovuta a loro quindi la massima crescita dei ricavi.

Per i valori dell'EBITDA, degli Investimenti, degli Ammortamenti e delle Svalutazioni e del Capitale Circolante Netto si rimanda ai dati raccolti nel Prospetto Informativo presente sul sito di Poste Italiane.

Dopo aver stimato l'Enterprise Value, pari a 14.617 milioni, si sottrae al valore ottenuto la Posizione Finanziaria Netta della società al 31 Dicembre 2016, uguale a 6.225 milioni, e si dividerà quanto ottenuto per il numero di azioni in circolazione, cioè 1.306,11 milioni.

A questo punto il nostro risultato sarà il prezzo per azioni, uguale a 6,42 euro. Il prezzo di un'azione Poste Italiane, osservato sul mercato nella giornata del 22 settembre 2017 è pari 6,19, un prezzo che ha una crescita dello 0,65% rispetto alle stime delle giornate precedenti.

Il prezzo da noi stimate è comunque compreso nella forbice che racchiude il prezzo minimo e il prezzo massimo per tali azioni, pari rispettivamente a 5,54 e 6,52 euro.<sup>17</sup>

### ***Analisi di sensitività***

Il prezzo delle azioni ottenuto mediante le analisi appena svolte, pur rimanendo nella forbice di prezzo, è comunque un prezzo stimato, per cui è opportuno svolgere un'analisi di sensitività secondo tre parametri fondamentali: EBITDA margin, g di lungo periodo e WACC. In particolar modo si può osservare che una variazione in aumento o una diminuzione dell'EBITDA margin di 50 punti base rispetto al valore del 6,93% utilizzato in precedenza, comporti un'elevata reazione del prezzo dell'azione, a indicare un'alta sensitività dello stesso rispetto a tale parametro.

Il prezzo, infatti, con un aumento dell'EBITDA margin di 50 punti percentuali passa da 6,19 euro a 7,27 euro, con una diminuzione invece il suo valore sarà pari a 5,11.

Per quanto riguarda il tasso di crescita di lungo periodo, supponendo che ogni anno il tasso aumenti di 10 punti percentuali, si è notato che tale parametro

---

<sup>17</sup> Tutti i dati sono stimati grazie a informazioni prese dal sito ufficiale poste italiane e dal sito ufficiale borsa italiana.

non influenza eccessivamente il prezzo della società, dal momento che per qualunque valore di tasso di crescita di lungo periodo preso tra 1% e 1,7% il prezzo del titolo continua a rimanere all'interno della forbice di prezzo che la stessa società nel prospetto informativo aveva previsto.

Infine, studiando la sensibilità del prezzo a variazioni di 50 punti base in aumento e in diminuzione del costo del capitale possiamo osservare come il prezzo del titolo ne risulti fortemente influenzato attestandosi rispettivamente al di sotto e al di sopra della forbice appena nominata. Con aumento 50 punti percentuali il prezzo arriva fino a un valore di 9,08 euro, con una diminuzione sempre dello stesso peso il prezzo scende fino a 3,76 euro.

### ***Considerazioni sui risultati ottenuti***

Dall'analisi svolta appare chiaro che il prezzo da noi stimato, pari a 6,42 appare superiore rispetto al prezzo fornito dal mercato pari a 6,19. Questa discrepanza di valori può derivare dal fatto che i titoli di Poste Italiane S.p.A. hanno subito un ribasso nell'ultimo anno, e la giornata del 22 Settembre 2017 può essere considerata proprio come una delle prime giornate di ripresa.

Il ribasso è dovuto a fattori per lo più esogeni che hanno portato il titolo ad avere un andamento altalenante: come abbiamo già detto, nonostante il settore assicurativo abbia registrato un momento di forte crescita sfruttato sapientemente da Poste S.p.A. grazie all'introduzione dell'assicurazione PosteVita, il settore della corrispondenza ha subito un brusco calo, che ha intaccato la struttura finanziaria della società e l'appetibilità dei titoli agli occhi degli investitori.

Utilizzando il grafico sotto riportato, è possibile notare come il massimo ribasso del prezzo del titolo sia avvenuto tra Novembre 2016 e Gennaio 2017 (prezzo pari a circa 5,55 euro) e il massimo rialzo tra Maggio 2017 e Luglio 2017 (prezzo pari a circa 6,51 euro).

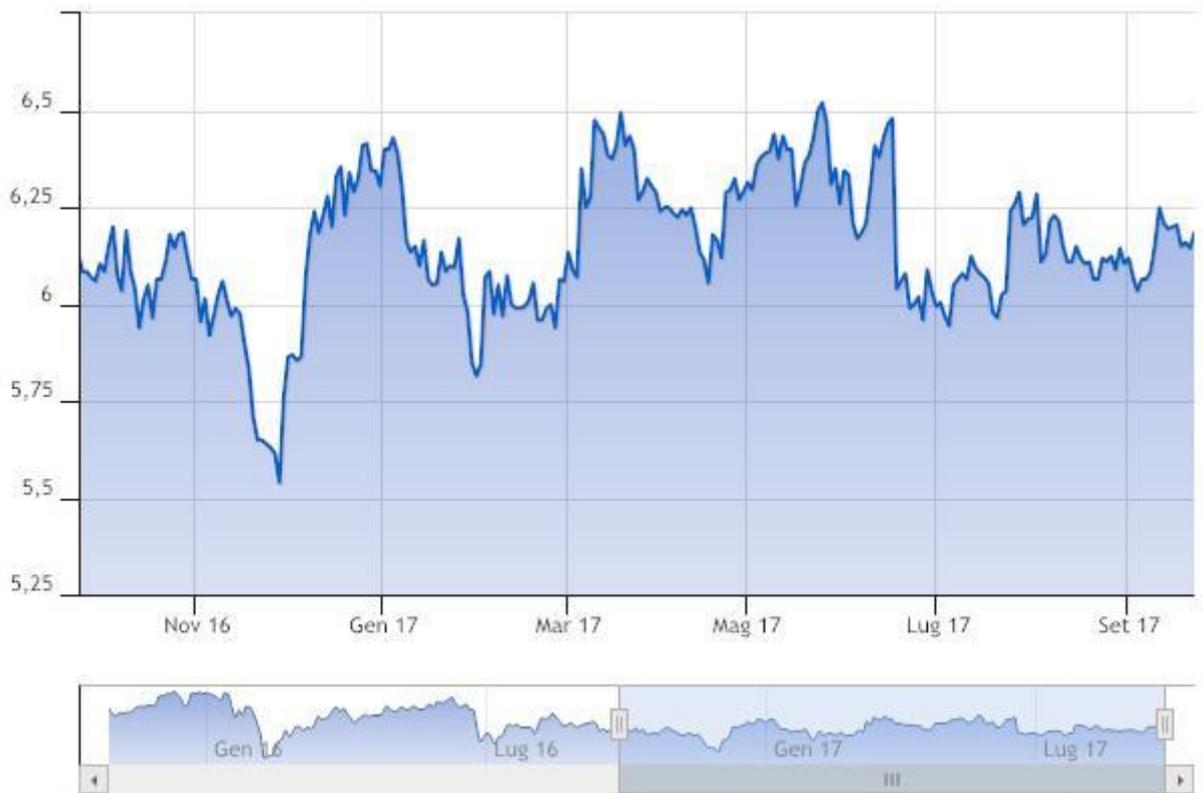


Grafico preso da Borsa Italiana

## ***Conclusioni***

Attraverso questa tesi si è voluto ripercorrere l'iter che la letteratura ha prodotto nel corso del tempo riguardo alla teoria della misura del rendimento atteso di un asset e il conseguente pricing degli stessi.

Senza dubbio il CAPM è stato un modello rivoluzionario per tale obiettivo; tuttavia, il modello è stato sottoposto a numerose critiche nel corso del tempo. Il CAPM è un modello di equilibrio dei mercati finanziari, capace di stabilire una stretta relazione tra il rendimento di un titolo e il rischio ad esso associato. Dal CAPM deriva la *Security Market Line* (SML) un'equazione lineare capace di stimare il rendimento atteso del portafoglio (o della singola attività) in funzione del rischio sistematico.

Le critiche al CAPM hanno portato alla formazione di numerose correnti di studio che hanno avuto il merito di sviluppare altrettanti modelli di determinazione del rendimento e di asset pricing. Ma dalla letteratura sull'argomento emerge che tutte le stime mostrano la difficoltà di determinare quali e quanti fattori devono essere presi in considerazione nella stima dei modelli. Inoltre, una volta determinati, si genera un altro problema legato alla significatività statistica di tali fattori.

Sostanzialmente, la letteratura si è mossa in una duplice direzione: da una parte sono stati formulati dei modelli che hanno alla base variabili macroeconomiche come fattori di rischio, dall'altra si è partiti dalle anomalie riscontrate su alcune dimensioni aziendali per individuare quali di esse risultassero più influenti nell'andamento dei titoli azionari. Il modello a tre fattori di Fama e French sembra in grado di sintetizzare questi due approcci, sebbene sia più orientato sulle variabili aziendali. Numerose verifiche empiriche ne hanno dimostrato la capacità di approssimare la realtà in maniera abbastanza precisa tanto che in alcune piazze finanziarie, come il Giappone, ha rimpiazzato il CAPM classico.

Tuttavia, la crisi economica che ha avuto luogo negli ultimi anni ha fatto emergere la liquidità come fattore principale per la determinazione del rischio. Ma tale variabile mostra evidenti problematiche di misurazione, in quanto necessita dell'utilizzo di una proxy, per natura imprecisa. Per tale misura i modelli di riferimento si limitano soprattutto a Fama e French. Ma tutto fa pensare che nel futuro prossimo, gli attuali studi in materia di rischio

di credito porteranno alla determinazione di modelli per la misura della liquidità molto più efficienti.

## Bibliografia

- Banz R. (1981). *The relationship between return and market value of common stock*.  
Journal of Financial Economics.
- Berti A. (2013). *La qualità degli affidamenti. La valutazione del rischio di credito nel rapporto banca impresa*. Milano: Franco Angeli.
- Bilanci Acqua Lete 2014, 2015, 2016, sito ufficiale Lete S.P.A.
- Black F. (1972). *Capital Market Equilibrium With Restricted Borrowing*. Journal of Business.
- Black F., J. M. (1972). *Capital Market Equilibrium: Some Empirical Tests*. Praeger Publishers Borrowing.
- Boido C., L. P. (2004). *Rischio di credito e credit derivatives. Modelli e strumenti*. CEDAM.
- Fama E., F. K. (1996). *Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies*. Journal of Finance.
- Markowitz H. M. (1952). *Portfolio selection*. Journal of Finance.
- Pastor L., S. R. (2003). *Liquidity Risk and Expected Stock Returns*. Journal of Political Economics.
- Rizzo G. (2012). *Mercati finanziari e economia reale. Teorie, modelli e verifiche empiriche in area Euro*. Lulu.com.
- Ross S. A. (1976). *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing*. Journal of Economic Theory.
- Sharpe W. F. (1964). *Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk*. Journal of Finance.

Sharpe W.F. (2000). *Portfolio Theory and Capital Markets*. Mc Graw-Hill.