

Dipartimento impresa e management
Cattedra di Behavioural Economics

TITOLO

Violazioni dell'ipotesi di efficienza di mercato

Relatore: Massimo Egidi

Candidato: Cristiano Colombi

Indice

Capitolo 1

| | |
|--|---|
| 1) Introduzione all'efficienza..... | 3 |
| 1.1) Random walk..... | 5 |
| 1.2) Prime critiche alla teoria dell'efficienza dei mercati..... | 6 |

Capitolo 2

| | |
|---|----|
| 2) Violazione ipotesi di perfetta razionalità..... | 12 |
| 2.1) Illusioni..... | 13 |
| 2.2) Cognitive ease..... | 14 |
| 2.3) Razionalità decisionale..... | 15 |
| 2.4) Paradossi nella razionalità..... | 17 |
| 2.5) Prospect theory..... | 20 |
| 2.6) Applicazioni Pratiche Finanza Comportamentale..... | 27 |

Capitolo 3

| | |
|---|----|
| 3) Finanza frattale..... | 30 |
| 3.2) Frattali..... | 32 |
| 3.3) Gerla di Sierpinski..... | 33 |
| 3.4) Curva di Koch..... | 34 |
| 3.5) Cartone finanziario Bachelier..... | 36 |
| 3.6) Teorie finali di Mandelbrot..... | 37 |

“A market in which prices
always “full reflect” all
available information
is called efficient”
E. Fama¹

Dal momento in cui la finanza e i mercati sono divenuti oggetto di studio, l'efficienza del mercato è stata una delle principali teorie sulla quale si è dibattuto.

Tutto prende inizio con Bachelier e la sua “theorie de la Speculation”, tesi di dottorato che per prima introduce la gaussiana nello studio economico e il modello Random Walk. Ma per iniziare ad analizzare tutto l'edificio della finanza moderna, dovremmo innanzitutto definire l'efficienza di mercato. Per arrivare a questo scopo, è opportuno riportare lo studio sull'efficienza di E. Fama che, con l'articolo del 1970 “Efficient capital markets: a Review of Theory and Empirical Work” sul Journal of Finance, non solo definisce i vari livelli di efficienza, ma li analizza e li sottopone a dei test per verificarne la validità.

Fama definisce ‘mercato efficiente’, un mercato in cui i prezzi riflettono in maniera completa le informazioni a loro disposizione. L'autore poi divide l'efficienza in tre forme:

- Forma Debole
- Forma Semi-forte
- Forma Forte

La forma debole è quella per cui i prezzi riflettono solamente le informazioni e i dati delle serie storiche; non è presente nessuna possibilità di “battere il mercato” in quanto i prezzi odierni non possono dare nessuna informazione riguardo i prezzi futuri. Per spiegare questa forma di efficienza possiamo prendere ad esempio l'effetto week-end analizzato da Cross² e French³, i quali notarono la presenza di rendimenti costantemente negativi nel momento in cui venivano acquistati titoli il venerdì nell'ottica di dismetterli il lunedì all'apertura dei mercati.

La forma semi-forte, in cui sono riflesse, all'interno dei prezzi, tutte le informazioni pubbliche e quelle storiche. Per informazioni pubbliche si intendono tutte quelle informazioni che vengono date dalle società al mercato secondo le varie regolamentazioni nazionali, ad esempio Bilanci, informazioni sugli utili, report periodici ecc.

La forma forte, in cui sono riflesse, all'interno dei prezzi, tutte le informazioni private e pubbliche, definita anche tramite le informazioni in possesso degli investitori:

“investors or groups have monopolistic access to any information relevant for price formation”⁴ ma vale sempre l'ipotesi per la quale, anche tramite l'accesso privilegiato ad

¹ Eugene Fama “Efficient capital market: a review of theory and empirical work”, Journal of Finance, 1970.

² F. Cross “The behaviour of stock prices on Friday and Monday” Financial analysis journal, 1973.

³ K. French “Stock returns and week-end effect” Journal of financial economics, 1980.

⁴ Eugene Fama “Efficient capital market: a review of theory and empirical work”, Journal of Finance, 1970.

informazioni riservate, non si è in grado di sovraperformare il mercato, o perlomeno di farlo senza assumersi un rischio proporzionale al rendimento che si vorrebbe conseguire.

Fama per poter analizzare e sottoporre a verifica le tre forme di efficienza di mercato dovette necessariamente standardizzare la definizione, così procedette a definirla matematicamente tramite i prezzi delle azioni dati i set informativi, e ipotizzando la ricapitalizzazione dei profitti interperiodali, così procede a definire la prima equazione rappresentate l'efficienza di mercato:

$$E\left(\left(p_{j,t+1}^{\sim} \mid \Phi t\right)\right) = [1 + E(r_{j,t+1}^{\sim} \mid \Phi t)] * p_{j,t}$$

Troviamo quindi che E rappresenta il valore atteso, ossia la sommatoria dei valori ponderati per le probabilità.

$p_{j,t}$ rappresenta il prezzo dell'azione j al tempo t

$r_{j,t+1}$ rappresenta il ritorno percentuale uniperiodale calcolato come $((p_{j,t+1}) - (p_{j,t})) / (p_{j,t})$

Φt rappresenta "whatever set of information is assumed to be fully felected in the pice at time t".

Quindi, cercando di descrivere l'equazione in parole, il valore atteso del prezzo del titolo j in t+1, dato il set informativo Φt , è uguale ad 1 + il rendimento atteso del titolo j al tempo t+1 dato il set informativo Φt moltiplicato per il prezzo del titolo j in t. Quindi, necessariamente, il prezzo in t+1 dato il set informativo deve essere uguale al prezzo in t capitalizzato per i suoi rendimenti attesi "totally reflecting the information set".

Inoltre si assume che il mercato in forma efficiente rappresenti un fair game, ossia un gioco a somma zero.

Un gioco a somma zero può anche essere definito in altri termini come un gioco il cui valore atteso, con n che tende ad infinito numero di ripetizioni, tende a zero. Formalizzandolo:

$$x_{j,t+1} = p_{j,t+1} - E(p_{j,t+1} \mid \phi_t)$$

$$E(x_{j,t+1}^{\sim} \mid \Phi t) = 0$$

che per definizione, ci dice che la sequenza X_{jt} è un fair game rispettando la sequenza del set informativo Φt oppure in altri termini:

$$z_{j,t+1} = r_{j,t+1} - E(r_{j,t+1} \mid \Phi t)$$

$$E(z_{j,t+1} \mid \Phi t) = 0$$

$x_{j,t+1}$ rappresenta l'eccessivo valore dato dal mercato al titolo j al tempo t+1.

Quindi definendo un sistema di trading come:

$$\alpha(\Phi t) = (\alpha_1 \Phi t, \alpha_2 \Phi t, \dots, \alpha_n \Phi t)$$

e definendo il valore totale in eccesso in $t+1$ che sarà generato, abbiamo che:

$$V(t + 1) = \sum_{j=1}^n \alpha_j(\Phi t)(r_{j,t+1} - E(r_{j,t+1}|\Phi t))$$

Quindi, moltiplicando il sistema di trading per il mispricing del mercato, ed applicando le equazioni scritte in precedenza, con un mispricing di mercato uguale a zero, troviamo che:

$$E(V_{t+1}|\Phi t) = \sum_{j=1}^n \alpha_j(\Phi t)E(z_{j,t+1}|\Phi t) = 0$$

Ossia, con un generico sistema di trading, non dovrebbero esistere possibilità di battere il mercato allo stesso livello di rischio, dato il set informativo Φt .

Condizione necessaria per la teoria dell'efficienza è la Random walk. L'ipotesi di questo modello è che l'andamento dei titoli sul mercato segua "le regole" del moto Browniano⁵, ossia un andamento casuale, con assenza di autocorrelazione tra eventi successivi; in parole, l'evento t non ci dà alcuna indicazione riguardo l'evento in $t+1$.

Per descrivere la Random walk, passiamo a spiegare il modello delle Martingale. Definiamo una martingala come una successione di variabili aleatorie (Y_n) con n in \mathbb{N} nel momento in cui:

$$E(Y_{n+1}|Y_n, \dots, Y_1) = Y_n$$

Una martingala costituisce un gioco assolutamente equo, con capitale iniziale $C = X_n$ dove n appartiene ad \mathbb{N} , quando:

$$Y_n = C + \sum_{j=1}^n X_j$$

Una martingala applicata al mondo della finanza è caratterizzata da una distribuzione di probabilità di valore atteso nullo.

1.1 La Random walk

L'assunzione che i prezzi riflettano pienamente le informazioni, implica che le successive variazioni di prezzo siano indipendenti. Inoltre possiamo ipotizzare che le successive variazioni siano distribuite in maniera identica.

⁵ Con il termine moto Browniano si fa riferimento al moto disordinato delle particelle immerse in un fluido o in sospensioni fluide.

Queste due ipotesi insieme formano il modello della Random walk⁶ che possiamo quindi procedere a formalizzare nella maniera seguente:

$$f(r_{j,t+1} | \Phi t) = f(r_{j,t+1})$$

La formalizzazione del modello ci dice che la probabilità condizionata e marginale delle distribuzioni di una variabile casuale indipendente sono equivalenti. Non dimentichiamoci di aggiungere che la funzione f debba essere costante per tutti t .

La formula riportata in precedenza ci dice molto di più rispetto alla formulazione del rendimento atteso fatta nel paragrafo precedente; per esempio assumendo che i rendimenti del titolo j siano costanti nel tempo otterremo:

$$E(r_{j,t+1} | \Phi t) = E(r_{j,t+1})$$

Da cui possiamo apprendere che la media della distribuzione $r_{j,t+1}$ è indipendente dalla informazioni disponibili in t , Φt , mentre il modello della Random walk ipotizza che l'intera distribuzione sia indipendente da Φt .

Per concludere, la Random walk non ipotizza che le informazioni passate non siano di alcun valore nel valutare la distribuzione dei rendimenti futuri. Fama infatti sostiene che la distribuzione dei rendimenti è stazionaria nel tempo quindi i rendimenti passati sono le migliori informazioni a riguardo, mentre sostiene che, la sequenza dei rendimenti passati, non ha conseguenze nella stima della distribuzione dei rendimenti futuri.

Inoltre, prima di passare alla validazione empirica, dobbiamo analizzare alcuni presupposti teorici per la teoria dell'efficienza, sintetizzati come segue:

- Assenza di costi di transazione.
- Tutte le informazioni disponibili sono utilizzabili senza costi da tutti gli attori nel mercato.
- Tutti sono d'accordo riguardo la correlazione tra le informazioni disponibili, la formazione dei prezzi odierni e la distribuzione di quelli futuri per ogni titolo.

Cosicché in un mercato con queste caratteristiche, si può sostenere che un titolo riflette completamente tutte le informazioni rilevanti.

È inoltre interessante rilevare che queste sono condizioni sufficienti ma non necessarie, in quanto difficilmente corrispondono ad un mercato che potremmo verosimilmente incontrare. Potremmo ugualmente riscontrare efficienza di mercato con l'esistenza di un numero consistente di attori che ha libero e gratuito accesso alle informazioni. Oppure, se esistessero disaccordi sull'influenza delle informazioni sui prezzi, si potrebbe ancora riscontrare l'efficienza, purché non vi sia un metodo di valutazione che domini gli altri. Quindi il disaccordo, la mancanza di informazioni oppure la presenza di costi di transazioni, non sono necessariamente cause di inefficienza, ma lo sono potenzialmente.

⁶ Modello che per la prima volta viene utilizzato da Louis Bachelier "théorie de la Spéculation", 1900.

Una volta formalizzato il modello Fama anche per mezzo del lavoro di molti contemporanei, potremmo passare alle conclusioni riguardanti l'efficienza. Una volta analizzati diversi comportamenti, anche contraddittori, del mercato, (nello studio di Fama) non risultano delle vere e proprie negazioni del modello dell'efficienza, anzi risulta vero il contrario, ossia la presenza di molti elementi a favore e solamente sporadici elementi contrari. Lo stesso Fama tuttavia lascia una porta aperta a possibili negazioni dell'ipotesi dei mercati efficienti.

1.2 Prime critiche alla Teoria dell'efficienza di mercato

La mia tesi si basa appunto sulle violazioni e su eventuali discostamenti dei mercati dall'efficienza. Prima di elencare lavori sui quali vorrei soffermarmi con più attenzione, procedo ad analizzarne alcuni preliminari, fondamentali per tutta la letteratura successiva.

I primi a scovare delle irregolarità negli andamenti dei titoli furono Fama⁷, e Osborne⁸. Notarono infatti che fosse più probabile che un'azione che per due giorni fosse andata al rialzo, il terzo giorno seguisse questo trend, quindi (+|++), mentre fosse meno probabile il contrario, ossia (-|++); questa osservazione minerebbe per l'appunto l'ipotesi di indipendenza dei prezzi dei titoli, senza minare quella dell'efficacia del mercato. Un possibile significato economico da poter dare a questa anomalia, viene definito da Fama. Egli ipotizza che questo avvenga per la velocità con la quale le informazioni vengono "ingerite dal mercato" ossia, dovendo rispondere celermente alle informazioni, gli specialisti potrebbero sotto o sopra valutarle, con conseguente dilatazione dei tempi di crescita o decrescita del prezzo.

Successivi studi sono stati effettuati dal cosiddetto FFRJ, ossia Fama Fisher Jensen e Roll, riguardo le modalità tramite le quali il mercato recepisce un annuncio riguardo il frazionamento azionario. L'analisi è stata effettuata sul "Cumulative average residual": andando ad analizzare l'andamento di questo indicatore nei "29" mesi precedenti al frazionamento, emerge ed è palese nel grafico, la capacità del mercato di anticipare il frazionamento e di riflettere pienamente le informazioni disponibili. La conclusione diretta del FFRJ è, citando testualmente "The stock market it's efficient at least with respect to its ability to adjust to the information implicit in a split"⁹.

⁷ E. Fama "The behaviour of stock market prices".

⁸ Osborne M.F "Periodic structure in the Brownian motion of stock prices".

⁹ Eugene Fama "Efficient capital market: a review of theory and empirical work", Journal of Finance, pg 408, 1970.

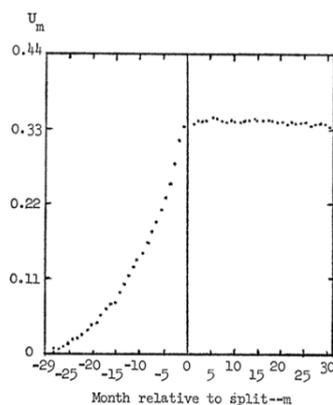


FIGURE 1a
Cumulative average residuals—all splits.

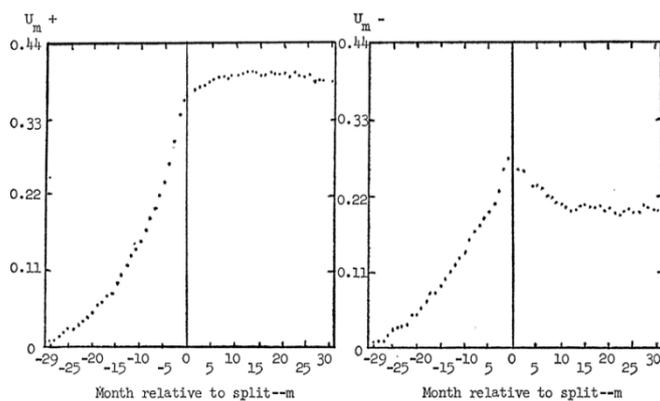


FIGURE 1b
Cumulative average residuals for dividend "increases."

FIGURE 1c
Cumulative average residuals for dividend "decreases."

10

Altri studi che possono essere citati a riguardo sono quelli di Ball&Brown¹¹ che, utilizzando i dati sugli utili annuali, sono stati in grado di classificare le imprese in due categorie, "in crescita" oppure "in calo" relazionandole con il mercato.

Una volta attuata la divisione hanno calcolato il "car", ed è stato notato che questo saliva per le imprese "in crescita" prima degli annunci riguardanti utili crescenti e al contempo si verificava una situazione speculare per quelle "in calo", potendo così concludere che almeno una percentuale dal 10-15% delle informazioni non sono recepite dal mercato.

Waud¹² invece compie uno studio interessante riguardo il recepimento da parte del mercato delle variazioni nei tassi di sconto della Fed, sempre utilizzando il metodo dei "residuals". Analizzando di quanto i "returns" dello S&P 500 variassero dal normale andamento di mercato, l'analisi evidenzia che nel primo giorno di trading successivo all'annuncio, si delinea un cosiddetto "announcement effect" che tuttavia non eccede il 5%.

¹⁰ Grafico tratto da E. Fama "Efficient capital market: a review of theory and empirical work", Journal of Finance", 1970.

¹¹ Ball R. and Brown P. "An empirical evaluation of accounting income numbers".

¹² Roger N Waud "Public interpretation of discount rate changes evidence on the "announcement effect".

Altra conclusione a cui perviene Waud, è che in qualche modo il mercato fosse in grado di anticipare le informazioni; conclusione che fino ad ora sembra essere condivisa da più studiosi.

Tuttavia uno degli studi che più di tutti sembra minare l'ipotesi di casualità, è quello di Shiller (1981)¹³ il quale sostiene che, se è possibile calcolare il prezzo di un'azione in $t+1$, tramite i dividendi previsti e quelli verificatisi, si può naturalmente confrontare suddette previsioni con i relativi prezzi e dividendi verificatisi ex post, analizzando se le aspettative che razionalmente ci si era fatti corrispondano o meno alla realtà. I suoi risultati, semplificati nei grafici sottostanti, ci dicono che la volatilità del prezzo non corrisponde alla volatilità dei sottostanti valori fondamentali, dimostrando un'incoerenza dell'ipotesi di efficienza di mercato.

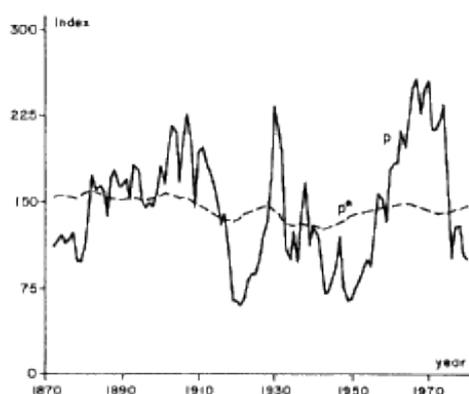


FIGURE 1
 Note: Real Standard and Poor's Composite Stock Price Index (solid line p) and *ex post* rational price (dotted line p^*), 1871-1979, both detrended by dividing a long-run exponential growth factor. The variable p^* is the present value of actual subsequent real detrended dividends, subject to an assumption about the present value in 1979 of dividends thereafter. Data are from Data Set 1, Appendix.



FIGURE 2
 Note: Real modified Dow Jones Industrial Average (solid line p) and *ex post* rational price (dotted line p^*), 1928-1979, both detrended by dividing by a long-run exponential growth factor. The variable p^* is the present value of actual subsequent real detrended dividends subject to an assumption about the present value in 1979 of dividends thereafter. Data are from Data Set 2, Appendix.

Il grafico analizza lo S&P index e il DowJones industrial average, il primo dal 1871-1979 il secondo dal 1928-1979, entrambi i grafici mostrano una linea tratteggiata la quale rappresenta il reale valore del titolo, mentre la linea continua quello che si è verificato nei mercati; il significativo discostamento da tale valore è un mispricing che, secondo la teoria dei mercati efficienti, non dovrebbe essersi verificato.

Nel 1985 Mehra e Prescott¹⁴ pubblicano l'articolo "The equity premium: a puzzle" sul Journal of Monetary Economics, osservando che la distanza tra il tasso di rendimento risk free e quello dello S&P500 fosse eccessiva, rispettivamente meno dell'un per cento e 7 per cento. Questa differenza potrebbe essere data solamente da un tasso di avversione al rischio tale che, ponendo un agente davanti a due opzioni, una certa e una incerta, egli scelga una vincita sicura di 51,300 ad una possibile vincita di 50,000 $p(0,5)$ e 100,000 $p(0,5)$. Infatti, anche ipotizzando

¹³ Shiller R.J "The use of volatility measures in assessing market efficiency", Journal of Finance 36.2:291-304.

¹⁴ Mehra, Rajnish, and Prescott Edward C. "The equity premium: a puzzle", Journal of Monetary Economics 15.2: 145-161.

di poter razionalizzare questa discrepanza, i dati che vengono evidenziati in questo studio non permettono di giustificarla.

Ipotizzando scelte razionali e il modello di equilibrio Arrow-Debreu¹⁵, ci sarebbe un iniziale eccesso di domanda per le azioni e un calo per le obbligazioni, il che porterebbe ad un aumento di valore di queste ultime, tale da diminuire di molto il gap. Questo circolo virtuoso, come mostrano i dati, non si è verificato, il che porta a chiedersi se i mercati siano veramente efficienti o se l'ipotesi di Milton Friedman "as if"¹⁶ sia valida.

Un altro studio dello stesso anno pubblicato da De Bont e Thaler compie un passo fondamentale verso la teorizzazione di nuove ipotesi sul funzionamento dei mercati. I due ricercatori con l'articolo "Does the stock market overreact?" (Journal of Finance 40,3:793, 805) si pongono come obiettivo di verificare se, evidenze della psicologia comportamentale come "l'overreaction", possano influenzare il mercato delle azioni.

È stato notato che società con rapporto Prezzo Utili più basso hanno utili più alti (aggiustati per il rischio) rispetto a quelle con un P/U più alto. Alcuni studiosi sostengono che questa differenza derivi da un'anomalia statistica, altri sostengono che sia una mancata specificazione di alcuni dati del Capm.

Fatto sta che rimane un'evidenza empirica di difficile verifica.

A riguardo, è stata sviluppata da Dreman¹⁷ l'ipotesi che le aziende con un P/U basso siano temporaneamente sottovalutate dal mercato; ciò porta al naturale riassetto della valutazione nel medio termine. Ma come è possibile che questo mispricing rimanga costante nel tempo e si sottragga alle regole dell'arbitraggio? La risposta che sembra più sensata riguarda la razionalità degli agenti. Non basta infatti che vi siano degli agenti razionali per poter estendere l'ipotesi "as if" a tutti gli operatori presenti nel mercato.

De Bondt e Thaler¹⁸, nel loro studio, formulano un'ipotesi significativa:

- Movimenti estremi nel prezzo delle azioni saranno seguiti da movimenti nel senso opposto.
- Più la prima variazione è estrema, più sarà grande il successivo aggiustamento.

Entrambe le ipotesi violano le condizioni di efficienza di mercato (debole).

Partendo dalla formalizzazione di Fama:

$$E(r_{jt} - E(r_{jt} | \phi_{t-1}) | \phi_{t-1}) = E(u_{jt} | \phi_{t-1}) = 0$$

I "residuals" invece vengono calcolati come:

$$\hat{u}_{jt} = r_{jt} - r_{mt}$$

¹⁵ K. J. Arrow and G. Debreu (1954), *Existence of an equilibrium for a competitive economy*, *Econometrica* 22:265-290.

¹⁶ Friedman, Milton "The methodology of positive economics" 3-43.

¹⁷ Dreman "The new contrarian investment strategy", New York: Random house, 1982.

¹⁸ De Bondt & Thaler "Does the stock market overreact?".

Vengono quindi presi in considerazione rendimenti superiori o inferiori al rendimento di mercato.

Riguardo il campione, vengono prese in considerazione le società che hanno conseguito grandi guadagni o grandi perdite, dividendole in un portafoglio winner e uno loser, coerentemente con la prima ipotesi.

I risultati principali dello studio sostengono quindi l'ipotesi di overreaction.

I dati che emergono sono:

- I portafogli "losers" sovraperformano di circa il 19,6%.
- I portafogli "winners" sottoperformano il mercato del 5%.
- La differenza nel "cumulative average residual" tra i portafogli agli estremi risulta essere del 24,6%.

Questi risultati portano a concludere, in prima istanza, che l'overreaction è un fenomeno asimmetrico e che la maggior parte dei rendimenti vengono realizzati in Gennaio, mese in cui il portafoglio "loser" guadagna ($t=13$, $t=25$) l'8,1% e il 5,6%.

Si rileva invece l'effetto opposto nel mese di Dicembre.

800

The Journal of Finance

Average of 16 Three-Year Test Periods
Between January 1933 and December 1980
Length of Formation Period: Three Years

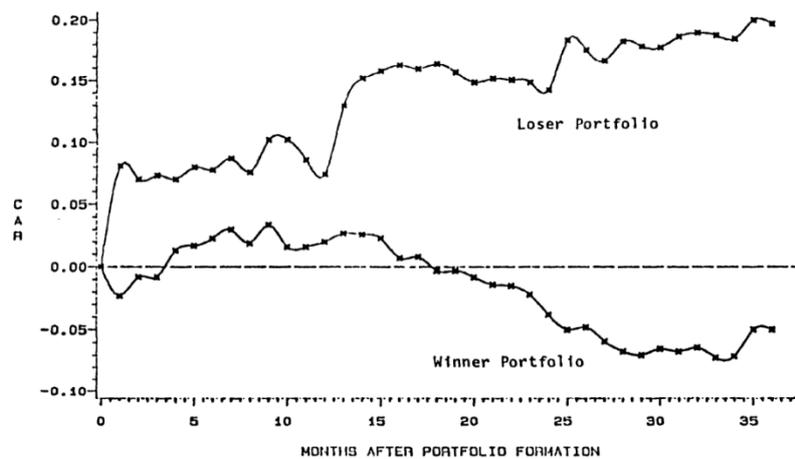


Figure 1. Cumulative Average Residuals for Winner and Loser Portfolios of 35 Stocks (1-36 months into the test period)

Le conclusioni di questo studio sono che, violando la regola di Bayes, il più delle persone reagisce in modo eccessivo ad eventi nuovi o drammatici.

I rendimenti dei portafogli invece, sono di difficile spiegazione o, per meglio dire, le spiegazioni non sono adeguate.

Tuttavia, la cosa sorprendente è che l'effetto "loser and winner" perdura almeno 5 anni dalla formazione del portafoglio.

Capitolo 2

Violazione dell'ipotesi di perfetta razionalità

Alla base dell'efficienza dei mercati, abbiamo appurato la presenza di un assunto molto forte, "l'as if" di Milton Friedman. La sua ipotesi è che tutti gli agenti economici si comportino come agenti razionali, ossia che le loro decisioni si pongano come obiettivo la massimizzazione dell'utilità attesa.

Ormai da decenni si è notato tuttavia, che questa ipotesi non possa più essere considerata veritiera, o quantomeno espressione della reale situazione dei mercati finanziari. Se dovessimo infatti delineare una metodologia di comportamento degli agenti sul mercato, quella più verosimile potrebbe, e molto probabilmente è, l'irrazionalità.

Più o meno dalla metà degli anni 70 si è delineata piano piano una nuova scuola, quella dell'economia comportamentale, che ha come obiettivo lo studio delle modalità di scelta degli agenti economici, non in quanto esseri razionali, ma in quanto persone, e come tali, influenzate dalle situazioni e dagli scenari in cui si trovano.

Gli studi che abbiamo analizzato nel primo capitolo, come quello di Mehra e Prescott, sono stati di fondamentale importanza per questa disciplina. Ma sicuramente il più incisivo è stato Daniel Kahneman¹⁹, psicologo statunitense, che insieme a Amos Tversky sviluppò per l'appunto l'economia comportamentale.

Il modello si fonda su una prima ipotesi, quella che esistano due sistemi ben distinti per i giudizi. Mi spiego meglio: secondo Kahneman, il processo decisionale degli individui si divide in:

- Sistema 1
- Sistema 2

Ognuno di questi ha le proprie peculiarità. Il sistema 1 funziona in via del tutto automatica senza nessun tipo di controllo da parte del soggetto, non richiede particolare sforzo anzi per alcuni tipi di decisioni, non ne richiede affatto.

Il sistema 2 invece è il sistema della razionalità, si "accende" per quelle decisioni che richiedono uno sforzo mentale, oppure la cui soluzione non è né banale né intuitiva.

Il Sistema 1, come descrive Kahneman²⁰, riguarda decisioni del tipo:

- Determinare se un oggetto è più distante di un altro.
- Identificare la fonte di provenienza di un suono.
- La reazione di disgusto di fronte un'immagine orripilante.
- Rispondere alla domanda $2+2=?$
- Guidare una macchina in una strada libera.
- Etc.

¹⁹ Daniel Kahneman Amos Tversky "Maps of bounded rationality: a prepective on intuitive judgment and choice" Prize lecture dec. 2002 Princeton University, Department of Psychology, Princeton.

²⁰ "Thinking, Fast and slow" Daniel Kahneman Penguin uk edition.

Mentre, le operazioni che coinvolgono il sistema 2 possono essere:

- Mantenere una velocità di passo più veloce del normale.
 - Monitorare l'appropriatezza di un comportamento in base al contesto sociale.
 - Dire a qualcuno il proprio numero di telefono.
 - Verificare la validità di un complesso ragionamento logico.
- Etc.

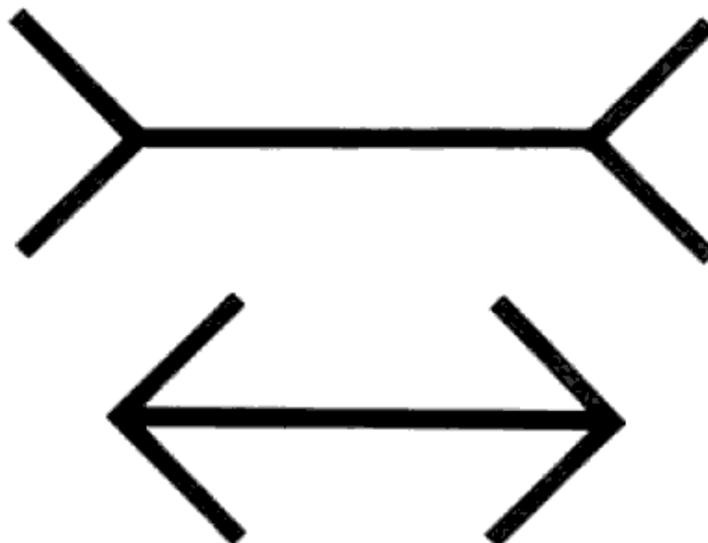
All'inizio della loro analisi, la situazione più interessante riguarda i c.d Cognitive bias, ossia tutte quelle situazioni che, per loro natura, portano ad ingannare il sistema 1 il quale risponde, in via del tutto intuitiva, nella maniera errata. Queste violazioni, estese a situazioni economiche, porteranno alla confutazione del modello della razionalità completa.

2.1 Illusioni

Uno degli esempi lampanti dell'irrazionalità del sistema 1 è fornito dalle cosiddette "illusioni", ossia immagini, domande o altri mezzi, tramite i quali si manifestano degli errori sistematici detti "bias". Questi errori sistematici che colpiscono una cospicua parte dei campioni, se non la totalità degli stessi, ci permettono già di intuire che possano esistere delle "leggi" che vengono sistematicamente violate, e perché no, presenti perfino nel "perfetto mondo" della finanza.

Una delle più famose illusioni è la Müller-Lyer la quale mostra due segmenti, perfettamente identici, ai quali viene modificato l'orientamento dei segmenti finali.

Ciò comporta una deviazione del sistema 1 che ci porta, erroneamente, a ritenere un segmento più lungo dell'altro.



21

²¹ Immagine presa dall'International cognition and culture Institute.

Queste illusioni tuttavia non sono solamente visive ma anche cognitive; da qui il nome “cognitive illusions”. Shane Frederik²² propose tre problemi ad un campione di studenti delle più prestigiose università americane come per esempio il MIT, Harvard e Princeton, notando che, la soluzione più frequente era quella sbagliata.

Analizzando i dati, si rese conto che il motivo scatenante di questi errori era l’intuizione della relativa semplicità della domanda che portava in cattedra il sistema 1, il quale facendo pochissimo sforzo, anzi quasi nullo, dava la risposta più intuitiva.

Il quesito era il seguente:

*Una mazza e una palla costano \$1,10
La mazza costa un dollaro in più della palla.
Quanto costa la palla?²³*

La cosa sorprendente, è che, per esempio, il 50% degli studenti intervistati ad Harvard diede la risposta errata, 10cent. Infatti in maniera molto banale, se la palla costasse 10cent, la mazza costerebbe \$1,10 e il totale farebbe \$1,20²⁴.

Il risultato dello studio di Frederik fu che, coloro i quali ottennero bassi risultati a questi test, avevano un sistema 2 poco forte ed erano propensi a rispondere a queste domande con la prima intuizione arrivatagli in mente, non volendo utilizzare le risorse necessarie a verificare la loro risposta. Questi soggetti erano inoltre molto propensi ad essere impulsivi, intuitivi e desiderosi di un’immediata gratificazione. Si inizia a delineare uno scenario di “irrazionalità” tra gli studenti più brillanti degli States, il passo con Wall street non sembra essere poi tanto lungo.

2.2 Cognitive Ease.

Kahneman, analizzando una serie di soggetti e di comportamenti, trovò una situazione particolarmente interessante e degna di nota, che chiamò “cognitive ease”, una sorta di scorciatoia che il sistema 1 utilizzerebbe per vagliare la veridicità di un’affermazione, di un’immagine etc. Egli sostiene infatti che quelle affermazioni che abbiamo già sentito, frasi che abbiamo già letto, o nomi che abbiamo scorto nelle pagine di uno studio, se ci venissero proposte, suonerebbero familiari e verosimilmente vere.

Perché questo è importante? Perché potrebbe essere esteso a situazioni della vita reale all’interno delle quali prendiamo decisioni. Infatti, se un’informazione ci arrivasse più di una volta, il nostro sistema 1 ci indurrebbe a credere che questa sia vera, influenzando quindi le nostre decisioni.

Kahneman fa degli esempi molto semplici e intuitivi a riguardo, uno delle quali riguarda i caratteri in cui è scritta una frase:

²² Shane Frederik “Cognitive reflection and decision making” journal of economics perspectives (2005)

²³ Esempio preso da “Thinking, fast and slow” Daniel Kahneman, Penguin

²⁴ La risposta corretta è 5 cent, infatti in questo modo la palla costerebbe \$1,05. $\$1,05 + 5 \text{ cent} = \$1,10$

Hitler è nato nel 1892

Hitler è nato nel 1887

Delle due affermazioni, quella in grassetto, sembra la più verosimile; peccato che entrambe siano false (Hitler è nato nel 1889).

Lo psicologo Robert Zajonc, dopo aver descritto il “mere exposure effect”, in un altro suo studio²⁵ pubblico a riguardo degli esperimenti molto interessanti di cui mi accingo a riproporne uno. Lo psicologo fece apporre delle parole turche in una rivista studentesca, alla Michigan State University e alla University of Michigan, con diversa frequenza. Quando dopo alcune settimane le parole scomparvero, venne chiesto agli studenti di valutare come “buone o cattive” le parole che erano state proposte. Il risultato mostra la presenza di un’alta probabilità che le parole che vennero apposte fossero considerate “buone”, e quelle meno presenti “cattive”. Ciò significa che il cognitive ease rilascia una forma di senso di sicurezza, derivante dalla familiarità, per le persone coinvolte, e quindi che molto spesso il sistema 1 influenza le nostre decisioni anche se non ne abbiamo nessuna coscienza.

Questo ci serve per iniziare a delineare un modello all’interno del quale le impressioni e i “suggerimenti” del sistema 1 siano di fondamentale importanza, e minino la nostra razionalità.

2.3 Razionalità decisionale

Abbiamo detto nell’introduzione che “l’as if” prevede un comportamento che massimizzi l’utilità attesa dei soggetti nelle loro decisioni, e che tuttavia, questo può risultare non vero. Partiamo però dalla definizione di Utilità attesa, per la quale risulta necessario anche il Valore atteso. Quest’ultimo può essere definito, statisticamente parlando, come un indice di posizione per una variabile casuale X^{26} , indicato solitamente come $E(X)$ oppure con la lettera greca μ , e nel caso di valori discreti è dato da:

$$\mu = E[X] = \sum_i x_i p_i$$

dove x sono gli eventi e p le rispettive probabilità. Utilizzando sempre l’esempio di testa o croce, il valore atteso risulta essere:

$$1 * 0,5 + 0 * 0,5 = 0,5$$

Il primo ad analizzarne il contenuto fu Nicolas Bernoulli che nel 1713 formulò il c.d “St. Petersburg Paradox”.

Questo paradosso parte da un gioco, il quale è così strutturato: una moneta, non truccata, viene lanciata finché non esce il risultato Croce; se esce al primo risultato il giocatore guadagna 2€ se esce al secondo 4€ se esce al terzo 8€ e così via²⁷.

²⁵ “Exposure and affect: A field of experiment” Robert Zajonc and D. W. Rajecki Psychonomic Science, 1969.

²⁶ “Introduzione alla statistica” Anna Clara Monti, Edizioni scientifiche italiane, 2008.

²⁷ Cresce in progressione geometrica ragione 2.

Bernoulli chiede: quanto siete disposti a pagare per un gioco del genere? La risposta più frequente alla domanda è “Non più di qualche euro”; ma perché? Infatti analizzando il valore atteso della serie otteniamo che:

$$EV[ST. Petersburg game] = \left(\frac{1}{2}\right) * 2 + \left(\frac{1}{4}\right) * 4 * \left(\frac{1}{8}\right) * 8 + \dots + \left(\frac{1}{h}\right) * (2)^h$$

$$= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = \textit{tende ad infinito}.$$

Allora se il risultato atteso tende ad infinito perché le persone sono disposte a spendere solo pochi euro? A rispondere a questa domanda è stato Daniel Bernoulli, nipote dell'ideatore del gioco, che introduce l'utilità come concetto differente dal valore, ipotizzando che l'utilità della vincita sia decrescente rispetto alla sua quantità e che quindi “l'utilità attesa” del St. Petersburg game non fosse per nulla infinita.²⁸

Quindi Bernoulli “il giovane” comprese che il valore atteso non poteva bastare per analizzare il comportamento degli attori, ma bisognasse estendere il modello all'utilità.

A tal fine intervennero, solo due secoli dopo, Von Neumann e Morgenstern²⁹ pubblicando uno studio all'interno del quale veniva utilizzato il modello dell'utilità attesa come mezzo per le decisioni nel caso in cui gli attori seguissero certi assiomi, tramite i quali si potesse prendere decisioni in maniera razionale.

Questi assiomi sono 6:

- Ordinare le alternative, principio cardine della razionalità che sostiene che, per valutare delle alternative, bisogna essere in grado di ordinarle.
- Dominanza, gli attori non dovrebbero mai adottare strategie dominate. La dominanza si divide in “strettamente dominante” e “debolmente dominante”. La prima situazione viene a verificarsi quando, comparando una decisione ad un'altra, quella dominante è superiore in tutti i vari attributi; la seconda invece si verifica quando la superiorità della strategia dominata si verifica in almeno un attributo ed è considerata valida come l'altra strategia o migliore.
- Cancellazione, la decisione riguardo le strategie dovrebbe essere presa analizzando i fattori; se dei fattori sono in comune non dovrebbero essere oggetto di decisione e andrebbero cancellati.
- Transitività, la transitività è importante nel decidere quale strategia scegliere; ci dice che: se A è strettamente preferito a B e B è strettamente preferito a C, allora A dovrebbe essere preferito a C.
- Continuità, un agente dovrebbe sempre preferire una scommessa con due stati (il migliore e il peggiore) ad una vincita sicura, se le probabilità della vincita migliore sono abbastanza buone. Questo ci dice che un agente razionale dovrebbe sempre

²⁸ “The psychology of judgement and decision making” Scott Plus, McGraw-Hill.

²⁹ “Theory of games and economic behaviour” Von Neumann J, and Morgenstern O., 1947 Princeton University Press.

preferire una scommessa con una vincita potenziale di 1000\$ e una perdita di 10000\$ ad una vincita sicura di 100\$ nel caso in cui la probabilità di perdere 10000\$ sia una su 100 milioni.

- Invarianza, è un assioma la cui violazione sarà molto interessante, ci dice che i decision maker non dovrebbero in alcun modo essere influenzati dal modo in cui le alternative siano presentate.

Von Neumann e Morgenstern provarono che se questi assiomi vengono violati, l'utilità attesa non è massimizzata. Provvedendo a descrivere, tramite studi successivi, le violazioni degli assiomi, possiamo dire che non massimizzando l'utilità attesa, gli attori non sono perfettamente razionali.

2.4 Paradossi della Razionalità

Maurice Allais, economista e fisico francese, sviluppò uno dei paradossi agli assiomi della razionalità più famosi, chiamato in suo onore paradosso di Allais³⁰, il quale spiegava come fosse costantemente violato l'assioma della cancellazione.

Questo paradosso si sviluppa proponendo una scelta tra due alternative A e B e tra A' e B' e confrontando i risultati delle scelte. Le scelte sono così formulate:

| | | |
|---|------------------------------------|--|
| A | 1000\$ certi | $EV=1000*1=1000$ |
| B | 10% 2500\$ 89% 1000\$ 1% 0\$ | $EV=0,10*2500*0,89*1000+0,01*0=1140\$$ |

Il valore atteso dell'alternativa B è più alto di quello dell'alternativa A ma la sua volatilità è maggiore; proprio per questo alcune persone sono soddisfatte nella scelta dell'alternativa A.

Adesso invece vediamo le alternative A' e B':

| | | |
|----|-----------------------|-----------------------------|
| A' | 11% 1000\$ 89% 0\$ | $EV=0,11*1000+0*0,89=110\$$ |
| B' | 10% 2500\$ 90% 0% | $EV=0,10*2500+0*0,90=250\$$ |

Molte persone scelgono l'alternativa B semplicemente perché la differenza di volatilità è esigua mentre la differenza di rendimento è sostanziale. Ora, il problema è che, tutte quelle

³⁰ Allais, P. M.. (1953) The behaviour of rational man in risk situation- A critique of the axioms and postulates of the American School, Econometrica.

persone che hanno scelto A avrebbero dovuto scegliere A', ma questo non si verifica, portando a formulare una violazione del principio di cancellazione.

Un altro paradosso riguardante il principio di cancellazione è il paradosso di Ellsberg, formulato nel 1961, strutturato nel seguente modo.

Supponiamo un'urna contenente 90 biglie, di cui 30 sono rosse e le rimanenti 60 sono gialle o nere, in un rapporto sconosciuto. Sarà estratta una biglia e il colore della stessa determinerà il rendimento. Se si estrae una biglia rossa, si guadagnano 100\$; se si estrae una biglia nera, se ne ricavano comunque 100\$.

| | 30 biglie | 60 biglie → | |
|--------------|-----------|-------------|--------|
| | Rossa | Nera | Gialla |
| Biglia rossa | 100\$ | 0\$ | 0\$ |
| Biglia nera | 0\$ | 100\$ | 0\$ |

Molte persone scelgono di puntare sulla biglia rossa non sapendo quale sia la proporzione di biglie nere e gialle.

Ora vediamo un secondo schema:

| | 30 biglie | 60 biglie → | |
|-----------------------|-----------|-------------|--------|
| | Rossa | Nera | Gialla |
| Biglia rossa o gialla | 100\$ | 0\$ | 100\$ |
| Biglia nera o gialla | 0\$ | 100\$ | 100\$ |

Come nella situazione precedenti, le persone preferiscono scegliere l'opzione nero e giallo nell'ottica di evitare il rischio della quantità di biglie gialle o nere nelle 60.

Riassumendo si sceglie l'alternativa 1 nel primo gioco e la 2 nel secondo.

Teoricamente però gli attori dovrebbero scegliere la stessa strategia in entrambi i problemi (1;1) (2;2); infatti gli schemi dei due rendimenti sono equivalenti, considerando il valore della biglia gialla in aumento nel secondo gioco. Dal momento che la biglia gialla assume lo stesso valore in entrambe le strategie, secondo il principio della cancellazione, il valore di quest'ultima non dovrebbe influenzare la scelta delle alternative. In violazione della teoria dell'utilità attesa, coloro i quali prendono parte al gioco spesso scelgono alternative diverse. Finora abbiamo considerato solamente paradossi relativi a violazioni del principio di cancellazione, ora, grazie al contributo di Amos Tversky³¹, possiamo analizzare la violazione del principio di transitività. Nei suoi studi, Tversky, trovò che almeno un terzo del campione violava questo principio in maniera sistematica.

Egli sottopose 18 studenti di Harvard al seguente gioco:

³¹ A. Tversky "intransitivity of preferences" Psychological review (1969)

| Gioco | Probabilità di vincita | Rendimento (\$) | Valore atteso (\$) |
|-------|------------------------|-----------------|--------------------|
| A | 7/24 | 5.00 | 1,46 |
| B | 8/24 | 4.75 | 1,58 |
| C | 9/24 | 4.50 | 1,69 |
| D | 10/24 | 4.25 | 1,77 |
| E | 11/24 | 4.00 | 1,83 |

Come si può facilmente notare, il valore atteso aumenta congiuntamente alla probabilità di vincita e diminuisce congiuntamente all'aumentare del rendimento della scommessa. Quindi agli studenti, in maniera casuale, vennero proposte a coppie diverse alternative, chiedendo loro di sceglierne una, dopo aver scelto tre volte tra le 10 possibili accoppiate, Tversky scelse 8 studenti che dimostravano una propensione all'intransitività, e chiese loro di recarsi nel suo laboratorio per degli studi più approfonditi per 5 settimane. Il risultato dello studio evidenzia che 6 degli 8 studenti violavano sistematicamente il principio di transitività, e che questi studenti sceglievano la scommessa con il rendimento più alto nel caso in cui le probabilità variassero di poco, mentre quando la differenza di probabilità era estrema (A; E) sceglievano quella con il rendimento più basso e quindi la probabilità di vincita più alta.

E' interessante notare la seguente situazione: A era preferito a B, B a C, C a D, D a E, ma E era preferito ad A. Violazione del principio di transitività.

Tversky nei suoi studi verificò situazioni di intransitività simili al "committe problem", una situazione in cui bisogna scegliere a maggioranza un individuo per un dato ruolo, e ogni individuo viene classificato da ogni componente del consiglio (organo preposto alla scelta dell'individuo) con una preferenza da 1 a 3. L'analisi ci dice che, essendo violato il principio di transitività, analizzando le votazioni, e proponendo degli "spareggi" ad hoc, si è in grado di arrivare alla scelta di un preciso candidato. Questo avviene perché non essendo valido il principio di transitività, i decisori non sono totalmente razionali e quindi modificando l'ordine di scelta si porta alla decisione che per loro non massimizza l'utilità.

A seguito una tabella esplicativa di questa situazione.

| Membri del comitato | | | | | |
|---------------------|-----|-----|-------|-----|-------|
| Candidati | Ann | Bob | Cindy | Dan | Ellen |
| Joe Schmoe | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| Jane Doe | 2 | 3 | 3 | 1 | 1 |
| Al Einstein | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 |

32

³² "The psychology of judgment and decision making" S. Plous, McGraw-Hill inc.

Supponiamo si voglia scegliere il candidato Einstein; si evita il confronto con il candidato Doe, perché 3/5 del comitato lo preferiscono ad Einstein; al contrario si dovrebbe far scegliere tra Schmoe e Doe, in modo tale che vinca Schmoe e poi tra quest'ultimo e Einstein in modo tale che vinca quest'ultimo, il candidato che volevamo eleggere fin dall'inizio.

Altra violazione agli assiomi fondamentali è quella chiamata da Kahneman come Framing effect, effetto inquadratura. Questo fenomeno è quello per il quale agenti razionali posti davanti uno stesso problema, sotto due luci differenti, danno risposte differenti, a seconda della diversa inquadratura data al problema. Esempio famoso è "The Asian Disease"³³ che si caratterizza come segue: si immagini che gli Stati Uniti si preparino per il verificarsi di un disastro naturale (l'Asian Disease) che porterebbe alla morte di 600 persone. Esistono due differenti strategie da poter applicare.

Si ipotizza che degli scienziati abbiano definito in maniera esatta i risultati di ognuna delle due opzioni in questo modo.

- Se il programma A viene adottato, 200 persone verranno salvate.
- Se si adotta il programma B, c'è un terzo delle probabilità che verranno salvate tutte le 600 persone, e i due terzi delle possibilità che invece non venga salvato nessuno.

In questa versione del problema, la maggioranza del campione sceglie la strategia A, il che indica che sono avversi al rischio. Ad un altro campione, selezionato casualmente, viene sottoposto il problema in maniera diversa:

- Se viene adottato il programma A', 400 persone moriranno.
- Se viene adottato il programma B', c'è una possibilità su tre che non morirà nessuno, due possibilità su tre che 600 persone moriranno.

Ora, dai risultati delle scelte del campione, la maggioranza ha risposto che avrebbe adottato il programma B', quello avverso al rischio. Naturalmente non intercorre nessuna differenza tra i due problemi, cambiano solamente le impressioni che ci suscita il quesito. La certezza di salvare persone è sproporzionatamente attrattiva, la sicurezza delle morti è sproporzionatamente dissuasiva.

In conclusione, analizzata una serie, che potrebbe essere più lunga, di violazioni degli assiomi di Morgenstern e Von Neumann, possiamo dire che sicuramente gli agenti non sono razionali nei limiti della loro definizione. Possiamo infatti considerarli razionali nella loro irrazionalità prendendo delle teorie di più recente sviluppo, le quali utilizzano modelli psicologici applicati a modelli matematici; similmente ma in maniera antitetica a quella di Mandelbrot, trovando degli schemi nell'irrazionalità umana.

2.5 Prospect theory

Una volta analizzate alcune violazioni della teoria dell'utilità attesa, i due psicologi si chiesero come poter formalizzare una teoria che descrivesse in maniera veritiera il comportamento di decisione in situazioni di incertezza. Così nacque la Prospect theory, ossia la teoria del prospetto. Questa teoria diverge da quella di Von Neumann e Morgenstern in quanto ad essere

³³ "Maps of bounded rationality: a perspective on intuitive judgment and choice" D. Kahneman, Princeton university, 2002.

analizzate sono le costanti violazioni degli assiomi. Mi spiego meglio: non vi sono gli stessi assiomi della teoria dell'utilità attesa, forse sarebbe meglio dire che non ce ne sono affatto, ci sono più che altro dei pilastri sui quali la teoria si fonda. Questi pilastri sono stati formulati tramite l'esperienza empirica, in modo tale da poter essere considerati una corretta espressione delle modalità decisionali, ma andiamo con ordine.

Per prima cosa Kahneman e Tversky analizzano la percezione umana come una situazione all'interno della quale vige la dipendenza dal contesto, ossia, la necessaria dipendenza della valutazione dalla situazione in cui si trova.

Esempio della dipendenza dal contesto è dato dalla figura seguente.³⁴

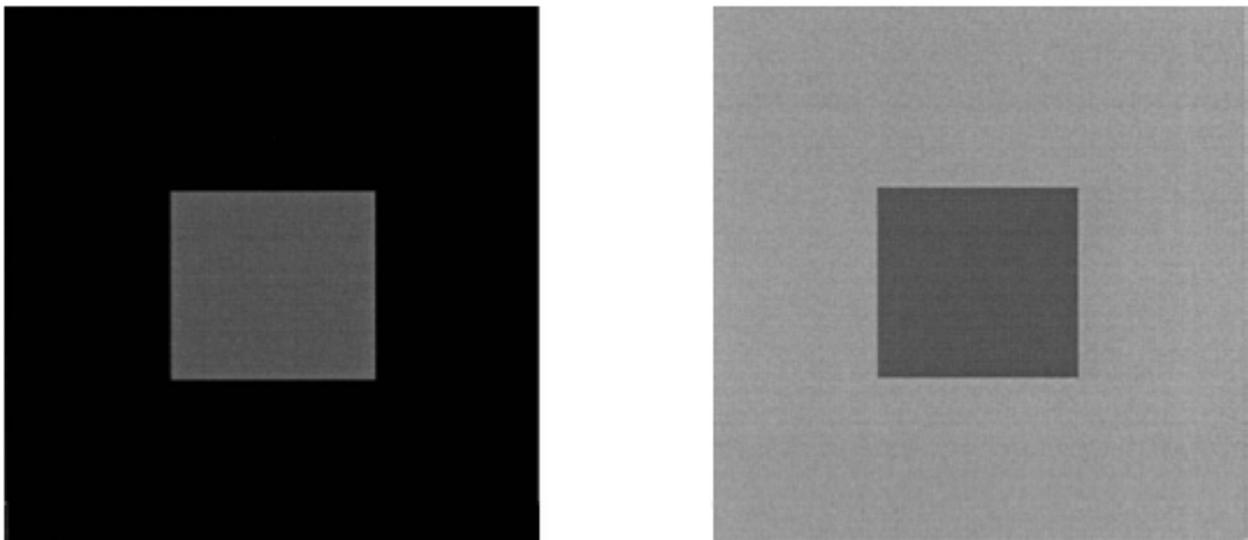


FIGURE 5. REFERENCE-DEPENDENCE IN THE PERCEPTION OF BRIGHTNESS

Infatti, come si nota, i colori dei quadrati sembrano differenti, tuttavia ad essere differente è solamente il contesto che li circonda, poiché il colore centrale è esattamente lo stesso.

Il punto quindi è “The brightness of an area is not a single-parameter function of the light energy that reaches the eye from that area”³⁵, per valutarne la luminosità c'è bisogno di un parametro, un valore di riferimento anche chiamato “livello di adattamento.

Per fare un altro esempio, la temperatura dell'ambiente esterno in un dato momento è nota, ovvero un numero può rappresentarne l'oggettiva situazione, ma la percezione cambia del tutto se prima di uscire di casa eravamo sotto le coperte oppure in giardino ad apprezzare l'aria fresca; ogni situazione, per essere valutata, ha bisogno di un contesto.

Il passo successivo consiste nel definire la dipendenza dal contesto in un modello decisionale. Analizzando il modello di Bernoulli, risulta pacifico il fatto che sia indipendente dal contesto, difatti si assume che il valore assegnato ad una determinata situazione economica non cambi

³⁴ Figura5 pagina 459 “Maps of bounded rationality: a perspective on intuitive judgment and choice” D. Kahneman, Princeton univeristy, 2002.

³⁵ “Maps of bounded rationality: a perspective on intuitive judgment and choice” D. Kahneman, Princeton univeristy, Pagina 459, 2002.

in base alla situazione iniziale di colui che prende la decisione. Questo assunto risulta errato in relazione ai principi basilari della percezione, in cui lo stimolo effettivo non è il livello della stimolazione, ma la differenza tra questo e l'esistente livello di adattamento. Tversky e Kahneman procedono a delineare la Prospect theory tramite alcuni esempi:

Problema1

50% possibilità di vincere 150\$
50% possibilità di perdere 100\$

La domanda è: accettereste questa scommessa? E la vostra risposta cambierebbe se la vostra ricchezza complessiva fosse diminuita di 100\$? Le risposte sono, per la maggior parte degli individui, entrambe negative. Quello che risulta dai loro studi è che generalmente la probabilità di vincita debba essere almeno il doppio rispetto a quella della perdita affinché il gioco sia accettato dalla maggioranza degli individui. Quindi si passa ad analizzare un altro problema:

Problema2

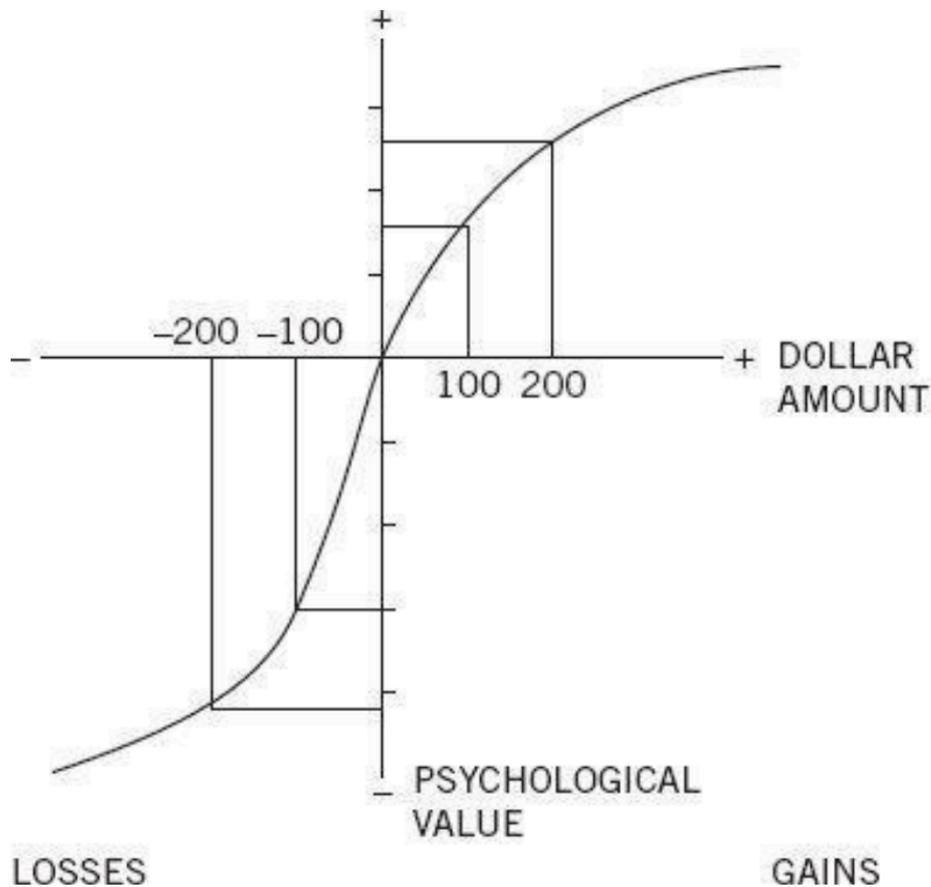
Quale alternativa scegliereste?
Perdere 100\$ con certezza
Oppure
50% possibilità vincere 50\$
50% possibilità perdere 200\$?

Cambiereste la vostra decisione se la vostra ricchezza complessiva fosse aumentata di 100\$? In questo problema la scommessa sembra molto più attraente della perdita sicura, risultati sperimentali³⁶ dicono che la maggioranza degli individui prende la decisione amante del rischio. Come prima però l'idea di cambiare la ricchezza totale di 100\$ non può ancora essere presa seriamente. Da qui, i due studiosi, hanno pensato che fosse impossibile, tramite la funzione di utilità attesa, spiegare il cambiamento da avversi al rischio ad amanti del rischio tra i problemi 1 e 2, c'era bisogno di un modello differente. Questo modello comunque utilizza guadagni e perdite come generatori di utilità, ma, si analizzano variazioni di ricchezza piuttosto che stati di ricchezza. La differenza appena citata, si palesa tramite la forma della funzione di valore la quale è definita in perdite e guadagni ed ha quattro caratteri fondamentali:

- È concava nel dominio dei guadagni, favorendo avversione al rischio
- È convessa nel dominio delle perdite, favorendo avversione al rischio
- La funzione è increspata nel punto di riferimento, più inclinata per le perdite che per i guadagni di un fattore di circa 2-2,5
- La funzione risulta essere ben approssimata da una funzione di potenza con esponenti simili ed entrambi inferiori all'unità

³⁶ Kahneman, D., Tversky, A. (1979) "Prospect theory: An analysis of decisions under risk." *Econometrica*.

Di seguito l'immagine della forma della funzione che supporta la Prospect theory

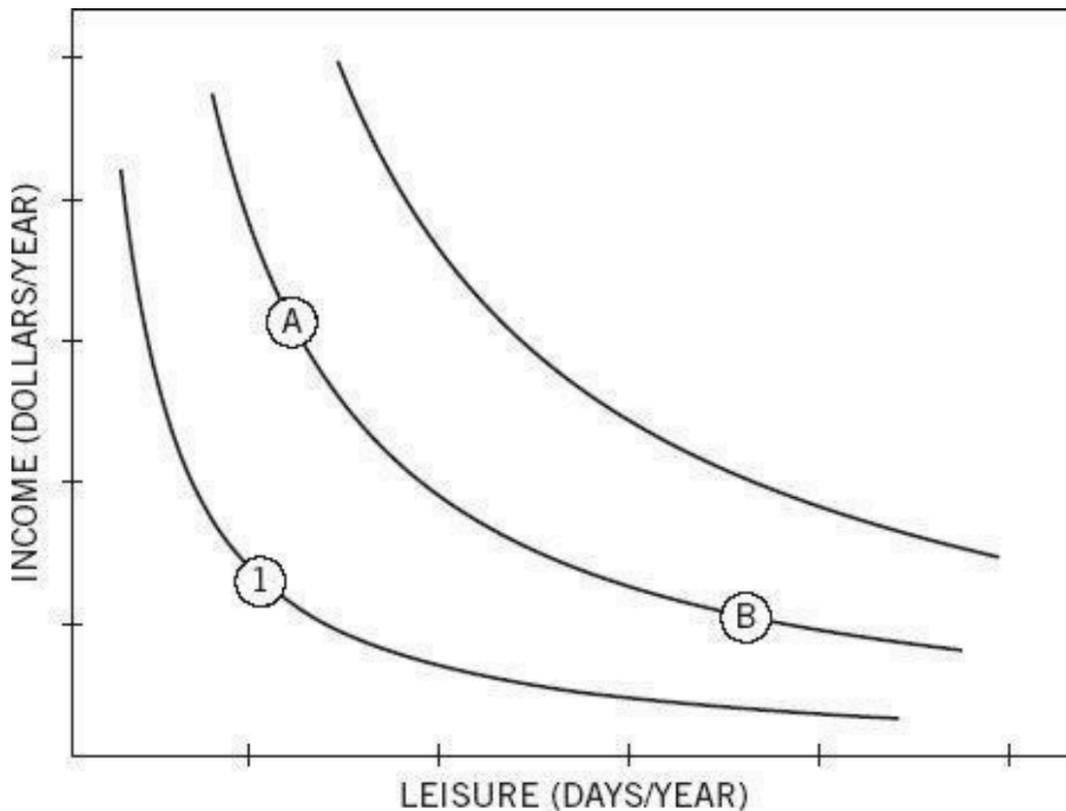


37

Come si può facilmente notare dal grafico, l'avversione al rischio è netta, infatti se confrontiamo il valore sull'asse delle y di una variazione di 200 in più e in meno, la diminuzione di valore risulta maggiore dell'aumento corrispettivo. Questo porta con sé alcune teorie, che per essere spiegate hanno bisogno di considerazioni introduttive. Nella teoria economica classica, l'utilità di un individuo in relazione a due beni, può essere descritta tramite le curve di indifferenza. Queste curve descrivono una relazione di utilità costante per l'individuo, ossia ipotizzando una quantità x per il bene A e una quantità y per il bene B, la somma dell'utilità derivante da x e y è costante per tutta la curva di indifferenza. Spostarsi quindi su tale curva è indifferente per l'individuo, il cui obiettivo è approdare sulle curve più alte possibili. La tipica curva di indifferenza mette in relazione le ore libere e il salario, l'esempio fatto da Kahneman per riflettere l'importanza del punto di riferimento, in contraddizione con la teoria classica è il seguente: Esistono due gemelli, Albert e Ben, i quali hanno gli stessi gusti e le stesse curve di indifferenza, e partono da un identico punto di partenza in un posto di lavoro, con stesso salario e stesso tempo libero (punto 1 del grafico). L'impresa dopo qualche tempo, propone due promozioni lavorative, una riguardante un aumento di salario di 10000\$ e una riguardante un aumento di 12 giorni delle ferie. Essendo indifferenti, lanciano una moneta per decidere quale promozione avere, Albert prende l'aumento di salario, Ben quello di giorni di ferie. La società essendo passato un anno, chiede

³⁷ Grafico preso da: "Thinking, fast and slow" D. Kahneman, Penguin.

ad Albert e Ben se abbiano voglia di scambiarsi le promozioni, e qui viene il bello. Secondo la teoria economica classica, dovrebbero ancora essere



indifferenti al cambiamento trovandosi sulla stessa curva di indifferenza, ma, analizzando la situazione da un punto di vista soggettivo questa affermazione non risulta vera. Prima della promozione la situazione per entrambi era la seguente

- Spostarsi in A: avere un aumento di 10,000\$
Oppure
- Spostarsi in B: 12 giorni di ferie aggiuntive

Ma dal momento in cui avviene lo spostamento di Albert in A la struttura decisionale cambia nel seguente modo:

- Rimanere in A: nessun guadagno nessuna perdita
Oppure
- Spostarsi in B: 12 giorni di ferie aggiuntive e una riduzione del salario di 10000\$

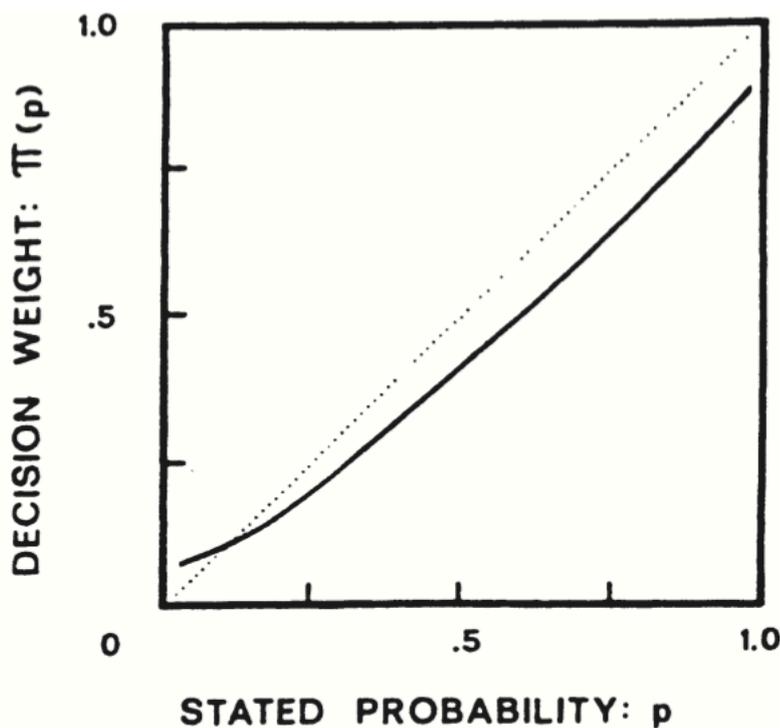
Risulta palese ora l'avversione al rischio che viene a verificarsi pensando ad una riduzione del salario di 10000\$, stessa situazione si verifica dal punto di vista di Ben. Questa visione soggettiva differisce totalmente dai postulati della curva di indifferenza. Correggere questo errore è stato uno dei più grandi passi compiuti dall'economia comportamentale.

Richard Thaler economista formatosi all'università di Rochester sviluppo fin dai primi momenti una sorta di rifiuto intellettuale delle teorie classiche. Analizzò infatti molteplici situazioni nelle quali l'approccio classico falliva, iniziò a domandarsi come fosse possibile costruire modelli più verosimili. Uno degli aneddoti che rappresenta le sue visioni, allora anticonformiste, è questa: Il Professor R era un grande amante del buon vino, e comportandosi

come tale era riluttante al vendere una bottiglia dalla sua collezione, anche se al prezzo di 100\$. Il professore comprava bottiglie di vino all'asta e non era disposto a pagare più di 35\$ ciascuna di queste. Quindi nell'intervallo (35;100) non sarebbe disposto né a comprare né a vendere. In totale violazione con le teorie dell'economia classica in cui esiste un valore unico per un'unica bottiglia. Infatti, comprando una bottiglia ad esempio a 50\$, dovrebbe essere venduta per qualsiasi ammontare superiore a questa cifra, eppure così non è, infatti 100\$ è molto di più rispetto al prezzo di riserva che dovrebbe verificarsi con un limite di acquisto di 35\$.

Ora, possiamo definire "l'endowment effect" formulato da Richard Thaler, come il corrispettivo aumento di valore di una qualsiasi bene per via dell'avversione al rischio, dopo esserne entrato in possesso.

L'ultimo tassello necessario prima di definire la formulazione finale della prospect theory è quello della funzione di probabilità pesata dagli individui, quello che si tende a delineare è una situazione in cui le probabilità più basse vengono sopravvalutate ($\pi(p) > p$), mentre quelle più alte sottovalutate ($\pi(p) < p$), creando una situazione come quella nel grafico sottostante.



38

Ora, possiamo finalmente definire il modello della prospect theory. Formalizziamo una scommessa con

$$(x, p; y, q)$$

in cui x e y sono i diversi risultati incompatibili, e p e q le rispettive probabilità, in cui:

$$x \leq 0 \leq y \text{ oppure } y \leq 0 \leq x$$

³⁸ Barberis N., and Thaler R. "A survey of behavioural finance"

la formula data dalla teoria del prospetto per le decisioni tra due stati è:

$$\pi(p) * u(x) + \pi(q) * v(x)$$

naturalmente tra le due opzioni si sceglie quella con il valore più alto, possiamo procedere ad ampliare il modello ad una situazione con più risultati nel modo seguente:

$$\sum_i \pi_i u(x_i)$$

in cui

$$u = x^\alpha \text{ per } x \geq 0$$

$$-\lambda(-x)^\alpha \text{ per } x < 0$$

mentre:

$$\pi_i = w(p_i) - w(p_i^*)$$

$$w(P) = P^\gamma / (P^\gamma + (1 - P)^\gamma)^{1-\gamma}$$

in cui π_i (π_i^*) è la probabilità che la scommessa assuma valori almeno buoni come x_i (strettamente maggiori). Inoltre, il coefficiente λ rappresenta l'avversione al rischio e secondo alcuni studi è stimabile intorno a 2,25, α rappresenta il coefficiente della propensione al rischio (è stato stimato attorno a 0,88) e γ la probabilità pesata per il parametro dei guadagni (stimata attorno a 0,65). Avendo una formulazione matematica della prospect theory potremo cercare di utilizzarla per formalizzare le teorie decisionali, in situazione, come abbiamo definito fin ora, dominate dalla soggettività dell'essere "irrazionali".

Infatti la Prospect theory essendo stata sviluppata in seguito allo sviluppo delle violazioni degli assiomi della razionalità ne risulta impregnata e condizionata. Quindi dovrebbe funzionare anche all'interno dei paradossi. Ad esempio la forma della funzione di utilità giustificerebbe il comportamento del professore R congiunto all'endowment effect, infatti spostando il punto di riferimento ci troveremmo in un nuovo punto di partenza, e lo spostamento da questo stato non può "razionalmente" verificarsi se viene offerto, come nell'esempio 50+ ϵ . Infatti la forma ad S ci dice che una perdita (la bottiglia di vino) per essere compensata ha bisogno di un aumento più che proporzionale, in quanto le perdite sono più "incisive" rispetto ai guadagni. Espandiamo il concetto alle violazioni della razionalità del primo capitolo considerando "Equity premium: a puzzle".

Il centro del puzzle è da riscontrarsi nel fatto che, seppur le azioni sembrano attraenti, analizzandole in ottica prospect theory lo sono di meno. Infatti anche se hanno alti rendimenti e bassa covarianza, gli investitori non sembrano propensi a detenerle, altrimenti un premio al rischio così alto non si spiegherebbe. A cercare di districare il puzzle sono Benartzi e Thaler (1995), i quali analizzando la discrepanza tra i T-bill e le azioni con utilità calcolata tramite prospect theory cercano di tirare le somme. L'ipotesi di base è che gli investitori siano avversi al rischio, e che analizzino profitti e perdite e tramite questi scelgano la soluzione che da l'utilità attesa più alta (sempre in PT). Considerando ω come la frazione del patrimonio investita in azioni si cerca di massimizzare la seguente funzione:

$$E_{\pi}u[(1 - \omega)R_{f,t+1} + \omega R_{t+1} - 1]$$

dove π e u sono definiti nell'equazione della Prospect theory (la u cattura l'avversione al rischio degli individui) R_f sono i rendimenti dei T-Bills e R_{t+1} sono i rendimenti delle azioni, rendendo l'argomento di u il rendimento del patrimonio. Ora si pone un problema, ossia la stime della durata del Δt influisce sull'avversione al rischio, infatti periodi brevi portano ad alta avversione al rischio, e scarsa propensione ad acquistare azioni, periodi più lunghi portano invece all'acquisto delle stesse in quanto non analizzando guadagni e perdite si analizza l'alto rendimento e la bassa covarianza. Il tempo ottimale che rende l'analisi non influenzata dallo stesso è $t=1$ anno. Infatti se la tassazione avviene su base annuale, i bilanci avvengono su base annuale, i prospetti dei mutual funds avvengono su base annuale, perché non l'analisi di profitti e perdite di un portafoglio?

Quindi anche se manca un'analisi formale, si dà una "soluzione" al puzzle del premio dell'equity. Gli individui nella prospect theory sono avversi al rischio, e valutano la loro utilità analizzando profitti e perdite come visto in precedenza. Ora, se considerano le variazioni di "gain and losses" avranno razionalmente timore dei mercati azionari temendo un grande calo della ricchezza finanziaria, questo porterà agenti razionali a chiedere un premio sproporzionato, secondo la teoria classica, razionale secondo l'economia comportamentale. Per concludere la soluzione al puzzle ci si avvale anche della frequenza di valutazione di profitti e perdite che come abbiamo visto prima acutizza l'avversione al rischio. Quindi l'avversione al rischio e la frequenza di check del portafoglio porta alla formulazione della Myopic loss aversion, la miopia verso un quadro di stabilità più grande, e la spiegazione tramite la prospect theory di un paradosso che altrimenti sarebbe rimasto tale. Ora risulta palese che la teoria di Kahneman e Tversky non è solo una pura speculazione teorica, ma un modello applicabile ai più curiosi "abomini" finanziari.

2.6 Applicazioni pratiche Finanza Comportamentale

Fin ad ora abbiamo visto delle piccole dimostrazioni della portata della finanza comportamentale, mi accingo ad esporne una più rilevante. Richard Thaler nel 2017 è stato insignito del premio Nobel per l'economia, e sebbene le teorie che ho approfondito di questo autore siano precedenti, questa notizia risulta particolarmente interessante. Infatti poco dopo essere stato insignito di questo premio si sono diffuse molte notizie riguardo l'aiuto che la "Fuller & Thaler asset management INC" ha dato al fondo Undiscovered Managers Behavioral Value Fund, che in particolare concentra i suoi investimenti in US small cap stock, ha battuto il mercato fin dalla sua creazione e ha raggiunto il doppio dei guadagni dell'indice S&P dal 2009. Anche un'altro fondo seguito da Thaler, il Fuller & Thaler Behavioral Small-Cap Equity Fund (FTHSX) ha sovraperformato il mercato con un guadagno del 14,7% quest'anno.

La cosa che più risulta interessante è il leitmotiv della strategia di trading, infatti il fondo segue le teorie di finanza comportamentale declinate dal premio Nobel a da tanti suoi illustri colleghi. Andando più nello specifico, il fondo, è alla costante ricerca di tutte quelle situazioni all'interno delle quali si verificano costantemente dei Bias, principalmente riguardo gli annunci da parte delle aziende. Infatti il principale scopo del fondo è trovare e sfruttare tutte le Under/over-reaction degli investitori, andando a vendere nel primo caso e comprare nel secondo. L'analisi parte dai valori dei titoli, dai loro valori teorici e da come, secondo gli analisti del fondo, gli investitori abbiano percepito tali informazioni. Come abbiamo dimostrato in precedenza, la razionalità degli agenti risulta essere uno dei pilastri che più

facilmente viene demolito, e proprio in base a questo, il fondo si muove. Potrei anche aggiungere però, che è presente un'ulteriore fondo che applica teorie dell'economia comportamentale nel vecchio continente, e anch'esso, sovraperforma il mercato in maniera a dir poco stabile. Il fondo in questione è il Dpam Capital B Equities Emu Behavioural Value B, creato il 20 febbraio 2002 da Degroof Petercam. Investe principalmente in titoli dell'eurozona, gestisce circa 880 mln di euro e in 5 anni ha guadagnato l'86,6% contro il 41,8% dell'Eurostoxx 50, poco più del doppio, stesso ordine di guadagno rispetto al parente americano. Anche questo Fondo investe in azioni sopra o sotto valutate (secondo il paper di DE bondt e Thaler) e con un momentum positivo, naturalmente continuando a seguire in termini di rischio il concetto di diversificazione.

Ed ecco il punto, tutte le teorie che fino a poco fa sembravano essere fini a se stesse o utili a pura speculazione teorica si dimostrano tremendamente pratiche e di gran lunga efficaci. I numeri non mentono, i fondi che per ora stanno adottando tali teorie battono il mercato, il che ci porterebbe a due conclusioni, di cui una è già stata raggiunta:

Gli investitori non sono razionali per cui il mercato non sembra del tutto efficiente, e che la finanza comportamentale sta entrando piano piano, ma di diritto, nell'istituto della finanza moderna.

I due grafici sottostanti ci mostrano i dati che poco prima ho esposto, e che sembrano soffermare le ipotesi della finanza comportamentale.

Undiscovered Managers Behavioral Value A indexed to S&P 500 at March 9, 2009



Source: FactSet

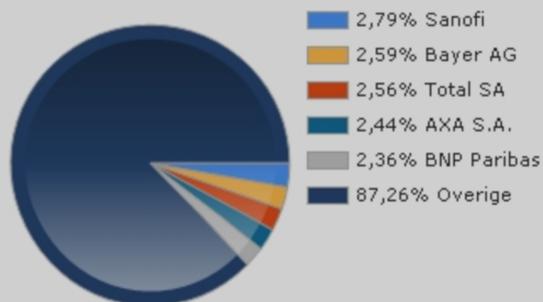
DPAM CAPITAL B EQUITIES EMU BEHAVIORAL VALUE L KOERS - MAX

Intraday 1W 3M 1J 3J 5J **Max**



TOP HOLDINGS

Grafiek Tabel



39

40

³⁹ grafico tratto da cbn finance e factset

⁴⁰ grafico tratto da www.finanzen.nl

Capitolo 3

Finanza Frattale

“Il valore epistemologico della teoria delle probabilità si basa sul fatto che i fenomeni casuali, considerati collettivamente e su scala enorme, creano una regolarità non casuale⁴¹”. Fino a poco tempo fa, questa affermazione sembrava non poter essere valida nel mondo della finanza. Benôit di Mandelbrot, matematico polacco nato nel 1924 a Varsavia, per primo ipotizza una teoria del tutto diversa.

Analizzando la crisi finanziaria dell'estate del 1988, possiamo notare la presenza di una serie di crolli dell'indice Dow Jones, tutti nel mese di Agosto, tutti di entità fuori dal comune:

- 4 agosto D.J -3,5%
- 25 agosto D.J -4,4%
- 31 agosto D.J -6,8%

In base alla distribuzione normale, quella alla base dell'intero edificio della finanza moderna, queste variazioni di prezzi risultano quantomeno improbabili. Ad esempio, quella del 31 agosto ha una probabilità di 1 su 20 milioni, ossia “si tratta di un evento che operando tutti i giorni nel mondo della Borsa per quasi 100000 anni, non ci si aspetterebbe di vedere neanche una volta⁴²”.

In realtà le probabilità si abbassano ulteriormente se si considera anche la correlazione con i cali precedenti; in una parola, impossibile. Il grafico dell'indice Dow Jones mostra più di un calo, quello del 1998 non risulta neanche essere il peggiore.

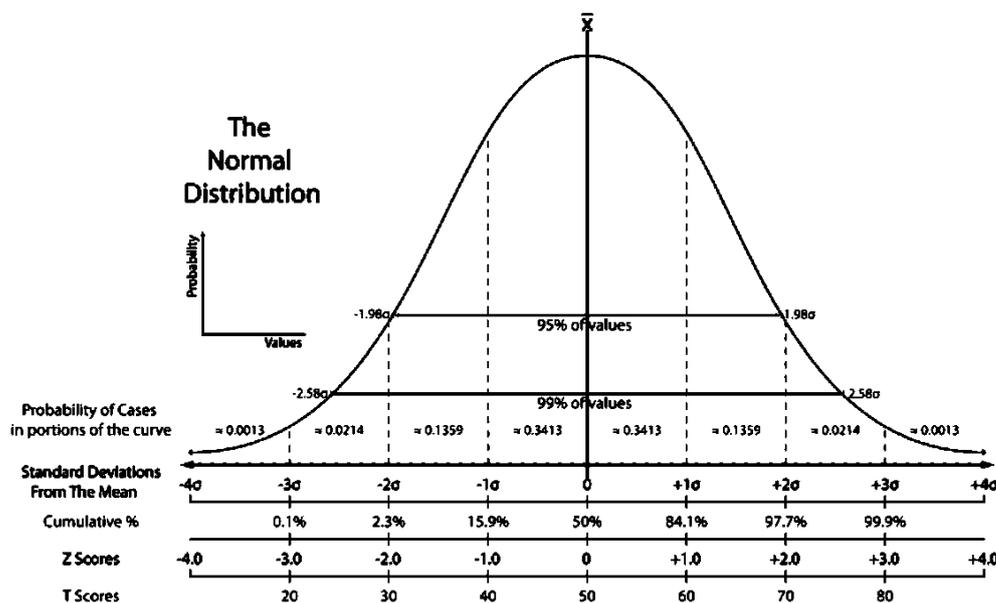
Non c'è bisogno di calcolarne le probabilità per capire che semplicemente, non si sarebbero mai dovuti verificare.

⁴¹ B.V Gnedenko e A.N. Kolmogorov, Limit distributions for sums of indipendet random variable, trad ing di K.L. Chung, Addison Wisleym Reading (mass.), 1954.

⁴² Benôit B. Mandelbrot, Il disordine dei mercati: una visione frattale di rischio rovina e redditività, Einaudi pg5.



Allora perché le probabilità di eventi relativamente frequenti sono così basse? Perché la distribuzione di frequenza che viene utilizzata, secondo Mandelbrot, è sbagliata. Infatti la “normale” (quella comunemente accettata dalla finanza), prevede che il 68% delle variazioni siano piccole meno di una deviazione standard dalla media, il 95% inferiori a due deviazioni standard il 98% inferiore a tre deviazioni standard. Questa distribuzione di probabilità, molto familiare agli economisti, viene chiamata ‘a campana’.

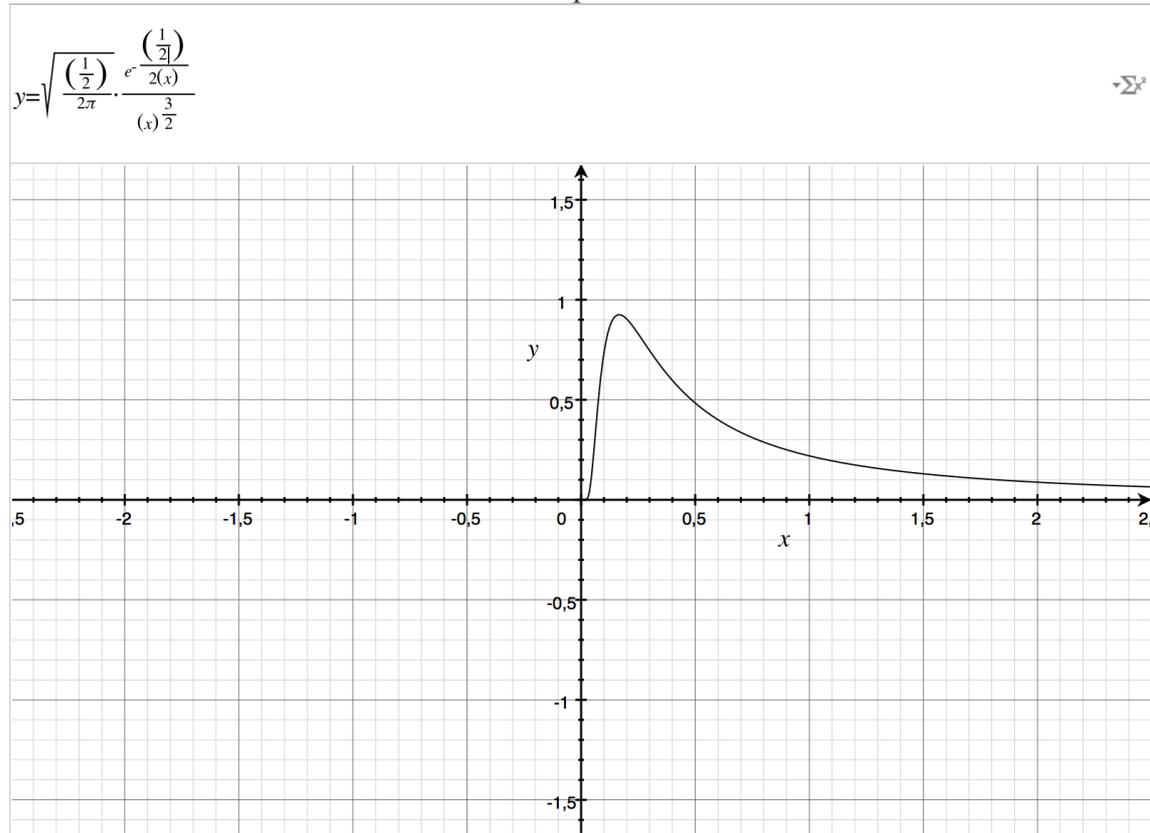


Già questo basterebbe per sostenere con un buon grado di confidenza, che la curva a campana non sia utilizzabile nel modo della finanza; viste le probabilità di cui sopra, sembra più opportuno utilizzare una distribuzione di probabilità L-stabile, in cui vi è la presenza di code più lunghe, e che quindi permettono di valutare come più probabili

⁴³ Grafico ottenuto da Yahoo Finance.

⁴⁴ Grafico ottenuto da doctordistribution.com

eventi come il calo del 1988 e al tempo stesso tenerne conto nella distribuzione.



45

Il grafico evidenzia una distribuzione di Lévy stabile che trova netta somiglianza con quella che Pareto utilizza per descrivere la distribuzione del reddito tra la popolazione, poche persone molto ricche, molte molto povere.

Ora Mandelbrot “semplicemente” ipotizza che la finanza moderna sia fondata su tre assunti, tutti e tre sbagliati:

- la razionalità completa degli agenti economici;
- la distribuzione normale dei rendimenti;
- l’indipendenza e l’identica distribuzione delle variazioni.

Avendo già smentito le prime due non ci resta che passare all’ultima e poi mettere le basi per la costruzione del mondo della “nuova finanza”.

Per poter fare questo, dobbiamo definire la “forma” degli oggetti che andremo a studiare, ossia i frattali.

3.2 I frattali

Fin dall’antichità, l’uomo è sempre stato ossessionato dalla regolarità, andando alla ricerca di schemi tramite i quali modellare la natura. Pitagora, ad esempio, aveva legato ai numeri pari l’irregolarità poiché disposti davano l’idea di infinito; Euclide nei suoi “Elementi”, studiando accuratamente linee, piani e sfere creò la geometria euclidea, fondamento della matematica

⁴⁵ Grafico realizzato con l’applicazione Grapher, parametri $c=1/2$ e $\mu=0$

tutt'ora in vigore; come loro potremmo trovarne altri. La natura, però, non lascia molto spazio a questo tipo di figure. Ben più frequenti invece sono le irregolarità, il profilo di un promontorio, il delinarsi della costa della Cornovaglia o le correnti turbolente.

Mandelbrot elaborando la geometria frattale, riesce a dare senso all'irregolarità, trovando al suo interno uno schema, che permette di comprendere la formazione di figure apparentemente "casuali" (nella forma selvaggia del termine). Tant'è vero che egli si attribuisce come contributo alla scienza l'aver riconosciuto "che, nella turbolenza e in molti altri fenomeni del mondo reale, l'irregolarità non è un'imperfezione, un mero scostamento da qualche idea, un dettaglio di un piano grossolano. Fa parte dell'essenza stessa di molti oggetti della natura. E anche della finanza."⁴⁶

Un frattale può essere definito come un particolare ente geometrico, che può essere caratterizzato da una dimensione non intera e da autosomiglianza, invarianza di scala.⁴⁷ La costruzione di un frattale parte da un classico oggetto della geometria (una linea retta, un triangolo etc.) che viene chiamato *iniziatore*.

Poi è necessario un *generatore*, ossia una sagoma, generalmente una forma geometrica (una forma a zigzag oppure ad esempio, una sequenza di prezzi al rialzo o al ribasso).

Ora si rende necessaria la costruzione del nostro frattale, che viene attuata tramite una *regola di ricorsione*.

Con i frattali le regole sono precise e ripetitive, e spesso prevedibili; tuttavia, se il processo viene effettuato un numero sufficiente di volte, si può arrivare a livelli di complessità particolarmente elevati. Inoltre, i frattali possono essere autoaffini, quando il rapporto cambia da una direzione all'altra, oppure essere multifrattali, "ossia quei frattali in cui in punti diversi l'ingrandimento o la riduzione seguono fattori di scala diversi"⁴⁸. In ultima istanza, prima di passare all'analisi di frattali veri e propri, risulta fondamentale definire la *dimensione frattale*, che potrebbe essere descritta, in maniera alquanto semplicistica, come la capacità di una figura di riempire lo spazio.

Ad esempio la dimensione frattale (che per semplicità chiameremo D^{49}) di una retta è 1, mentre quella della costa inglese è 1,25⁵⁰.

3.3 La gerla di Sierpinski

⁴⁶ Benôit di Mandelbrot "Il disordine dei mercati: Una visione frattale di rischio rovina e redditività." Einaudi pg 122.

⁴⁷ Definizione Enciclopedia Treccani

[http://www.treccani.it/enciclopedia/frattali_\(Enciclopedia-della-Scienza-e-della-Tecnica\)/](http://www.treccani.it/enciclopedia/frattali_(Enciclopedia-della-Scienza-e-della-Tecnica)/)

⁴⁸ Benôit di Mandelbrot "Il disordine dei mercati: Una visione frattale di rischio rovina e redditività." Einaudi pg 124.

⁴⁹ La più semplice dimensione frattale è la dimensione di similitudine la cui formula è

$$d_s = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{r}\right)}$$

⁵⁰ Benôit di Mandelbrot "Il disordine dei mercati: Una visione frattale di rischio rovina e redditività." Einaudi.

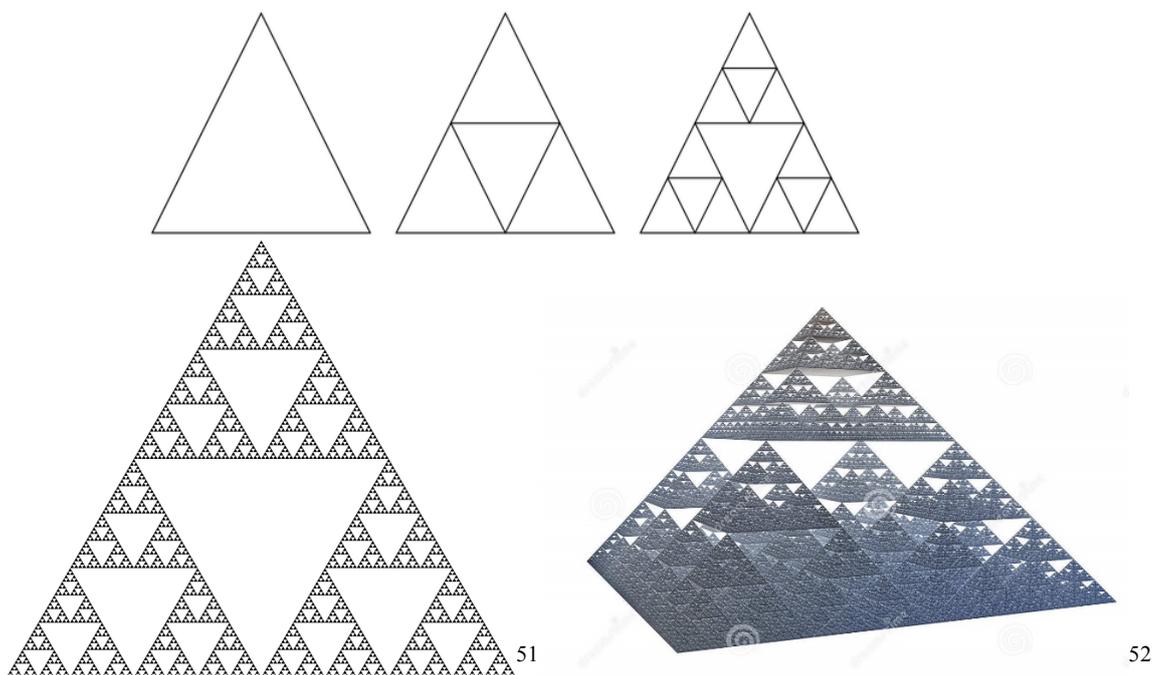
Sierpinski Waclaw fu un matematico polacco che studiò figure che potessero mettere in difficoltà la geometria euclidea, come per esempio strutture che comprimessero curve di lunghezza infinita all'interno di uno spazio finito etc.

Una delle sue figure risulta essere particolarmente rilevante per il nostro studio.

Partendo da un triangolo (iniziatore), il generatore è il triangolo originario ridotto per metà sia in larghezza che in altezza e riproposto tre volte disponendolo in modo tale che almeno due vertici dei triangoli si tocchino. Ripetendo questo processo più e più volte si arriva ad una struttura come quella in figura. Il numero di triangoli che si arriva ad avere è

$$3^n * X$$

dove n è il numero di processi, X il numero di iniziatori.



Per quanto riguarda la gerla di Sierpinski, stiamo ragionando in due dimensioni ma, volendo ampliare il processo ad una dimensione a noi più familiare (la terza), possiamo trovare con un ragionamento simile il cosiddetto Tetraedro di Sierpinski. Sia il tetraedro che la gerla sono frattali autosimili, quindi, qualunque sia la scala considerata, ogni elemento della struttura è confrontabile con quello successivo o quello precedente.

3.4 Curva di Koch

⁵¹ Grafico ottenuto dal sito Wikipedia.

⁵² Grafico ottenuto da <https://it.dreamstime.com/illustrazione-di-stock-il-tetraedro-di-sierpinski-image82900106>

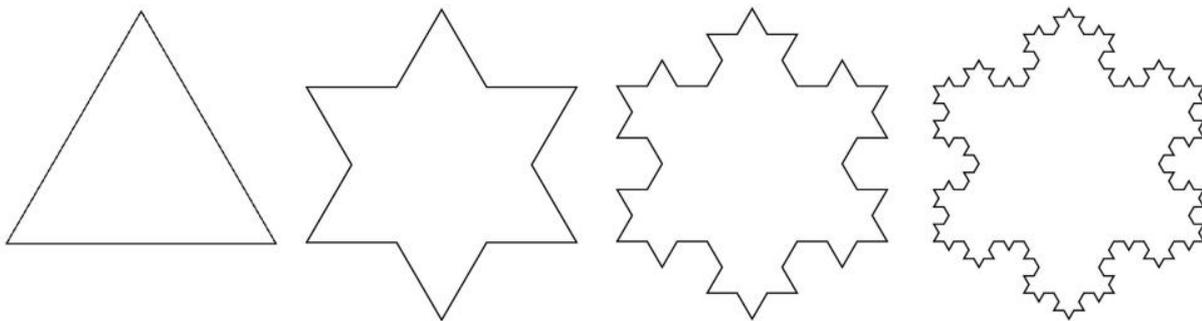
Un altro importantissimo frattale è la cosiddetta curva di Koch, la quale parte da un triangolo (come la gerla di Sierpinski) ma poi “lo si spinge in fuori per formare una tenda triangolare”⁵³. L’aspetto forse più importante di questa figura è che man mano che si compiono passaggi, si tende ad avere in una figura finita un perimetro infinito, mai derivabile. A tal proposito, alcuni degli studiosi contemporanei di Koch rimasero si può dire inorriditi da questa struttura che minava molte leggi della matematica “classica”.

Cercando di analizzare la dimensione frattale di questa curva, risulta interessante che essa sia di:

$$D = \frac{\log 4}{\log 3} = 1,261859507 \dots$$

Questo, in parole povere, rappresenta anche il rapporto tramite il quale la figura aumenta di perimetro passaggio dopo passaggio.

Analizzandolo si può facilmente verificare nei primi passaggi.



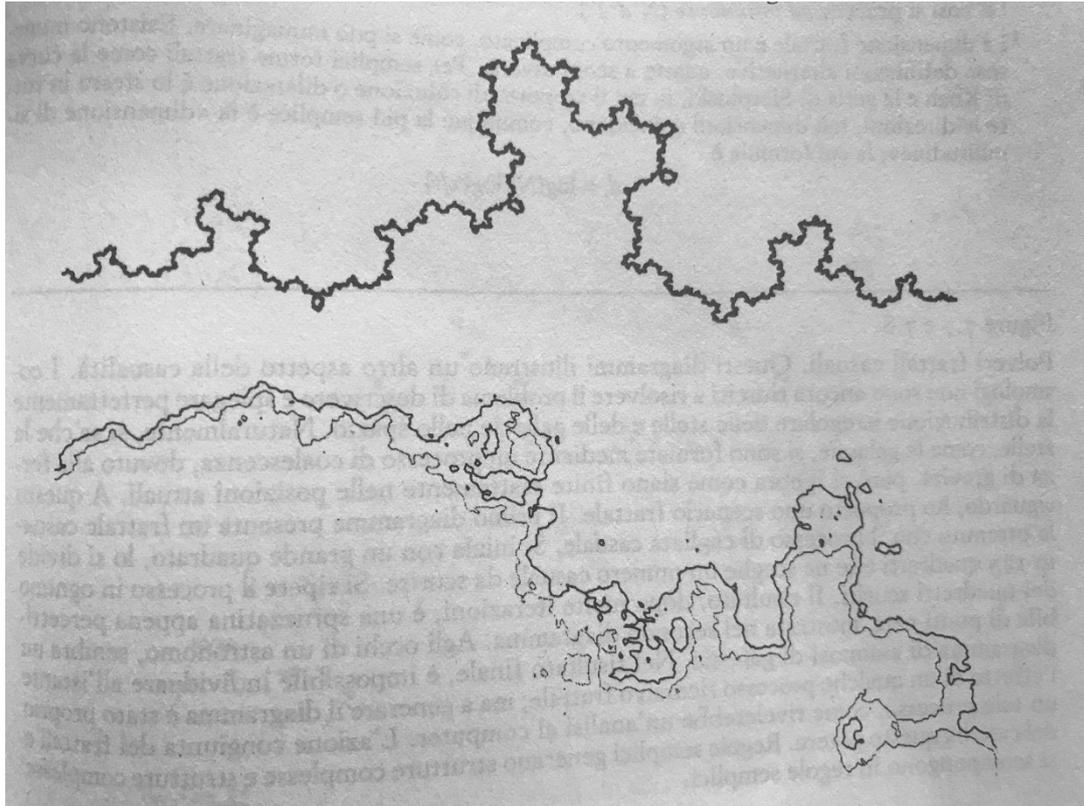
54

Tuttavia, la situazione a mio avviso più interessante avviene nel momento in cui, all’interno del frattale, viene aggiunto l’elemento della casualità, il caos dal quale potremmo trovare la vera essenza della natura delle cose, e più avanti della natura finanziaria.

Infatti dagli studi di Mandelbrot possiamo trovare un grafico che ha dell’incredibile:

⁵³ Benôit di Mandelbrot ““Il disordine dei mercati: Una visione frattale di rischio rovina e redditività.” Einaudi

⁵⁴ <http://sopraunmondodicarta.com/2014/05/03/frattali-rappresentare-infinito/>



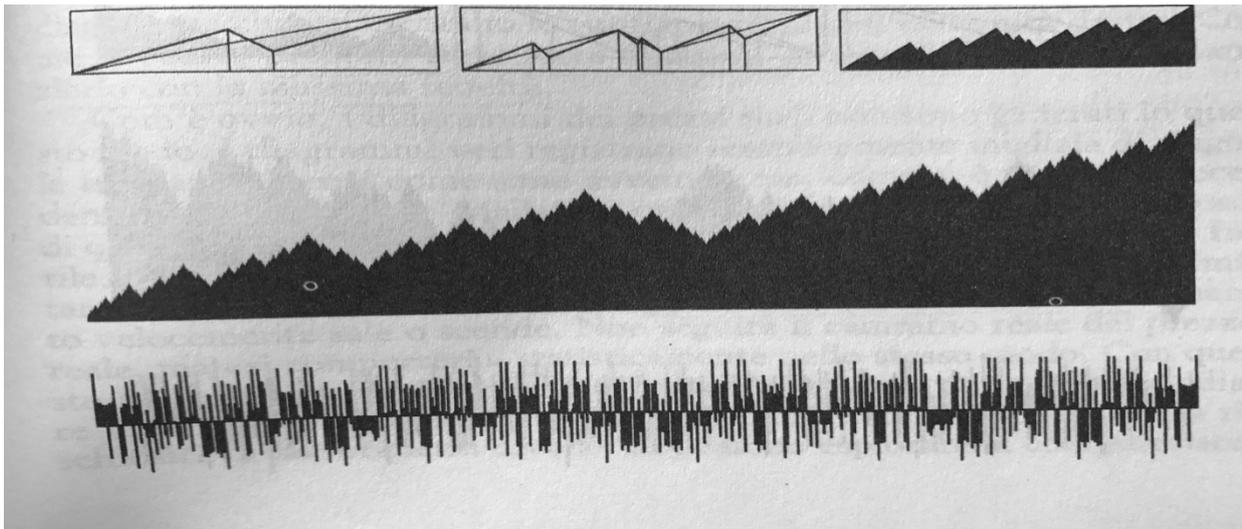
Da qui si può capire la portata delle scoperte di Mandelbrot: in alto una curva di Koch, con funzione randomica, e in basso una carta nautica; la somiglianza è netta, come è netta ora l'importanza che i frattali sembrano, con il passare delle pagine, ricoprire all'interno non solo della finanza ma della scienza in generale.

3.5 Cartone finanziario Bachelier

Una volta visti i frattali più famosi andiamo ad analizzare i frattali “finanziari”, seppur ancora relativamente semplici, la cui caratteristica più importante è l'autoaffinità, caratteristica per la quale il cambiamento di scala di una dimensione è più veloce del cambiamento dell'altra (orizzontale > verticale). Qui sotto viene riportato il grafico del cartone di Bachelier, ossia un primo tentativo di Mandelbrot di utilizzare la sua creazione nel mondo della finanza.

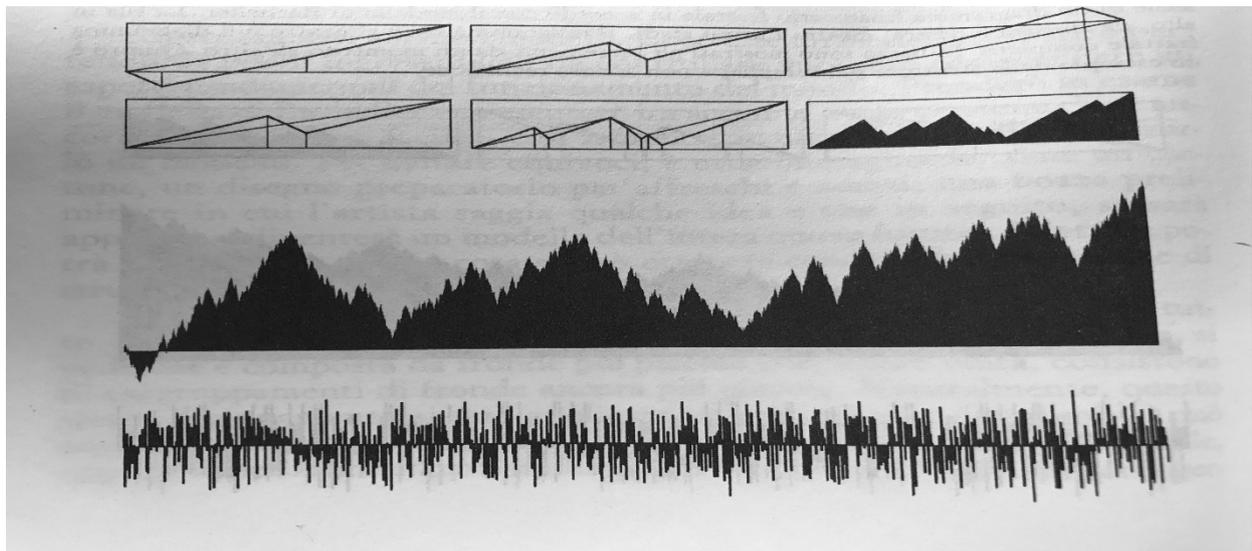
Per la costruzione di questo frattale, si parte da un riquadro di dimensione 1 all'interno del quale viene inserito un segmento che parte da (0,0) ed arriva in (1,1), ossia la *linea di tendenza fondamentale* che ci permette di sapere che il futuro grafico avrà un andamento rialzista. Come generatore si imposta una figura a zigzag che verrà sovrapposta al segmento stesso; questa figura si spezza in un punto critico, scende, si spezza nuovamente e risale. Ad ogni segmento si verrà a sovrapporre una copia della linea spezzata, ridotta (più in orizzontale che in verticale) e senza rotazioni. Ripetendo questo procedimento un numero sufficiente di volte arriviamo alla formazione di un grafico, che seppure non ancora del tutto realistico, ci fa intuire la potenza degli oggetti frattali.

⁵⁵ Ibidem



56

In basso, infine, vengono mostrate le variazioni in scala logaritmica. Ora, volendo complicare il frattale, potremmo inserire un elemento di casualità, ovvero invece di ripetere lo schema di formazione, si potrebbero mescolare i prezzi, inserendo una funzione randomica all'interno del processo di costruzione. Il risultato è un grafico il cui aspetto sembra decisamente più realistico.

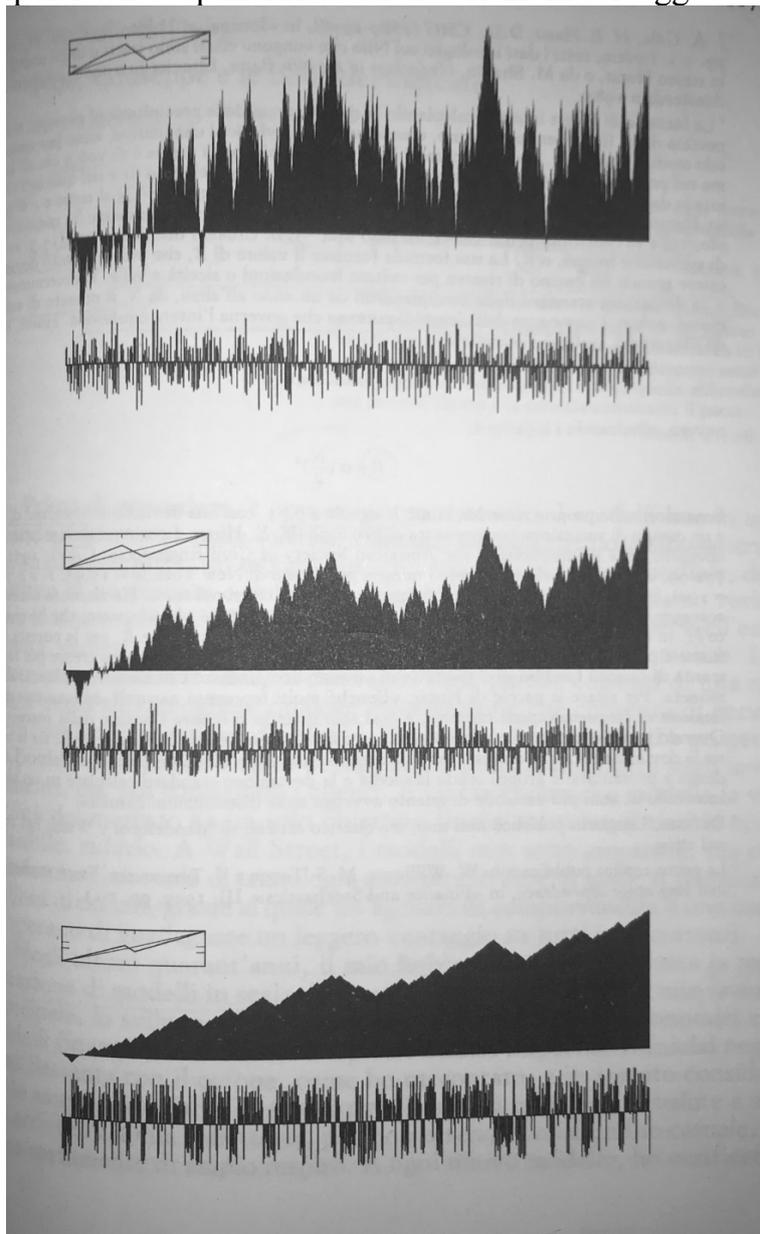


3.6 Teorie finali di Mandelbrot

Possiamo finalmente delineare le teorie conclusive di Mandelbrot, infatti avendo già smentito i pilastri della distribuzione normale e della razionalità degli agenti, non ci resta altro che smentire l'indipendenza e l'identica distribuzione delle variazioni. Questo avviene grazie ad una cosiddetta correlazione lunga, ossia eventi avvenuti anche molti anni prima, continuano,

⁵⁶ Grafico preso da Benôit di Mandelbrot "Il disordine dei mercati: Una visione frattale di rischio rovina e redditività." Einaudi

in maniera decrescente, ad influenzare l'andamento dei prezzi azionari. Uno degli esempi, tra i più semplici che fornisce Mandelbrot, è quello degli agenti di borsa che si formarono prima del 1929. Questi specialisti dopo aver vissuto la crisi svilupparono un'avversione al rischio fuori dal comune, e continuando ad operare nel mondo della finanza influirono nell'andamento dei corsi azionari. Egli analizza inoltre che a suo avviso, la crisi del 1987, non avviene in quell'anno per caso, ma, poiché il mercato si era "liberato" del peso della consapevolezza riguardo la pericolosità dei mercati. Mandelbrot formalizza questo grado di persistenza di correlazione tramite un esponente, H , che può assumere valori tra 0 e 1, nel cartone di Bachelier è 0,5. Se è maggiore di 0,5 prende un comportamento "persistente", se minore di 0,5 "antipersistente" quindi ricco di variazioni selvagge.



57

In questi grafici vediamo quanto detto in precedenza, $H=0,5$ per la figura centrale, H minore 0,5 per la figura in alto, per la figura in basso H maggiore di 0,5. L'analisi di Mandelbrot si

⁵⁷ Benoît di Mandelbrot "Il disordine dei mercati: una visione frattale di rischio, rovina e redditività" Einaudi

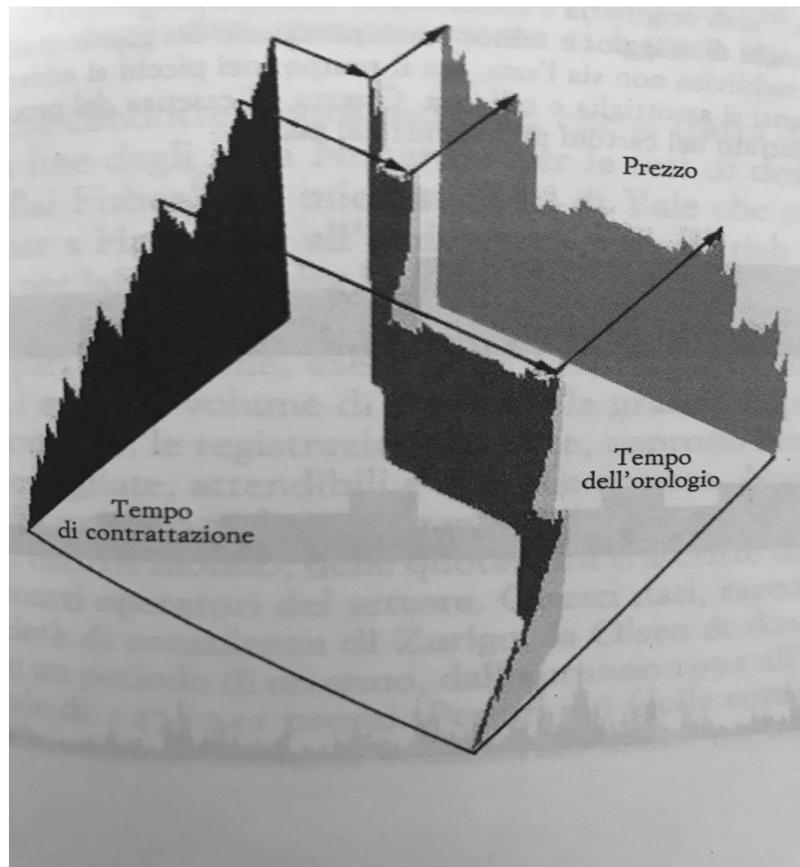
concentra anche un un parametro α che indica la rischiosità in un dato mercato, per unire i due concetti sviluppò la cosiddetta Rescaled Range Analysis (R/S), (range e deviazione standard) test non parametrico volto a cercare di verificare se modificando la seire di dati, i due effetti permangono (turbolenza e persistenza). Si è notato che talvolta i due indicatori sono correlati in modo tale che $H= 1/\alpha$ per esempio nel caso di testa o croce $\alpha=2$ $H=1/2$. Queste ricerche portano a dire che la dipendenza a lungo termine esiste, e quindi smentisce il terzo pilastro della finanza classica.

Abbiamo appena visto che le teorie sulle quali la finanza moderna si basa, possono essere confutate, c'è bisogno della teorizzazione di nuovi modelli, nuove teorie, che comprendano pienamente il funzionamento dei mercati, l'andamento delle azioni e il comportamento degli agenti. In questi anni gli economisti sono stati incentivati a questa moderna corsa all'oro, per sviluppare nuovi dogmi finanziari, tuttavia credo che le teorie che più di tutte riusciranno a comprendere e formalizzare l'andamento dei mercati siano quella dei multifrattali e la prospect theory delineata in precedeza.

La toeria dei multifrattali si poggia sull'ipotesi di una distribuzione di probabilità non Normale, su una dipendenza di lungo periodo dei prezzi, e su un ultimo parametro detto tempo di contrattazione, ossia una funzione il cui obbiettivo è deformare il parametro t in una modalità chiamata cascata moltiplicativa⁵⁸.

Il modello finale di mandelbrot quindi parte dal moto Browniano e lo deforma in due modi, chiamando figlio il risutato, Madre e Padre i fattori di deformazione del moto, il primo prende il tempo e lo trasforma in prezzi, il secondo prende il tempo e lo trasforma in tempo di contrattazione θ .

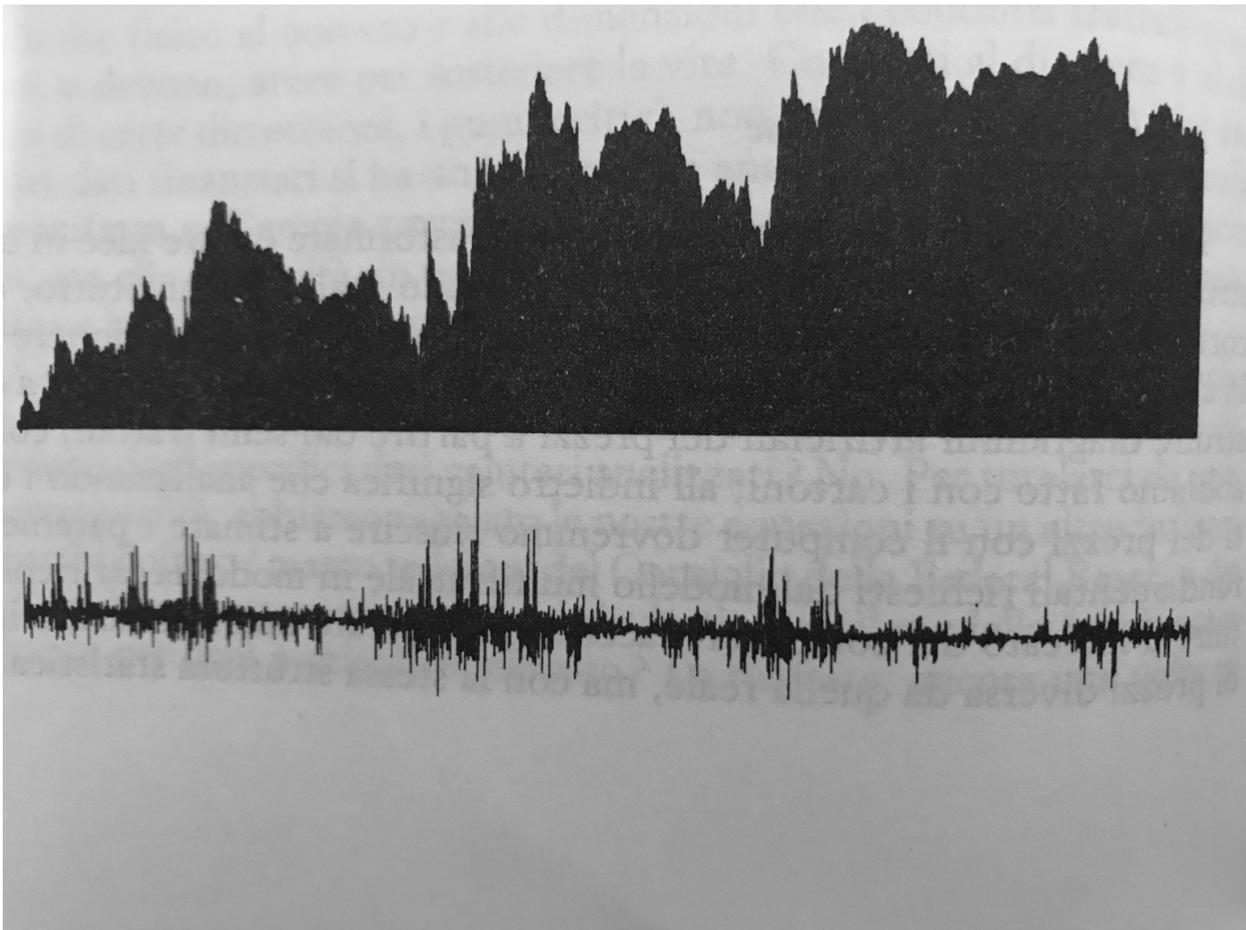
⁵⁸ “un nome fantasioso che denota un tipo di processo frattale basato su una lunga ripetizione di moltiplicazioni” Benôit di Mandelbrot “Il disordine dei mercati: una visione frattale di rischio, rovina e redditività” Einaudi, pagina 203.



59

Da questa figura notiamo come si viene a modificare il modello fino al raggiungimento del risultato finale del modello di Mandelbrot.

⁵⁹ Benoît di Mandelbrot “Il disordine dei mercati: una visione frattale di rischio, rovina e redditività” Einaudi



60

Conclusione

La mia analisi dei mercati è iniziata con gli assunti di Fama, i quali sono stati di fondamentale importanza per uno studio formale dell'efficienza. Studiando anche i paper di autori successivi risulta lampante il contributo dato da questo studioso. È molto interessante notare che colui il quale ha contribuito a smentire la sua teoria sia stato Mandelbrot curatore della tesi di dottorato di Fama. Tornando all'analisi svolta, col progredire delle pagine si è assistito ad un costante ed incisivo cambio di prospettiva. Autori come Shiller, Mehra-Prescott e De bondt-Thaler con il loro "anticonformismo" scientifico hanno contribuito a analizzare i punti deboli di teorie che cercavo di delineare un eden finanziario, un mondo all'interno del quale non ci fosse spazio per il caos. Questi primi studi hanno plasmato una generazione di nuovi economisti che si sono sempre più interessati nella ricerca del vero funzionamento dei mercati. Questa "corsa all'oro" come l'ho definita in precedenza ha portato, in maniera stranamente casuale, ad una riscoperta della natura delle cose e delle persone, studiosi come Mandelbrot e Kahneman, il cui obiettivo era per entrambi trovare del razionale nell'irrazionale, seppur in campi diversi si sono trovati a lavorare per un obiettivo comune. Questi autori non solo mi hanno impressionato per la capacità di analisi, lucida e oggettiva di una situazione economica che non è come viene teorizzata, ma mi hanno insegnato a cercare uno schema anche dove apparentemente non esiste. Lasciando stare il lato emozionale vorrei

⁶⁰ Benoît di Mandelbrot "Il disordine dei mercati: una visione frattale di rischio, rovina e redditività" Einaudi

che alla fine di questa analisi, il mio parere sia palesato. Infatti credo fermamente che i mercati, all'interno dei limiti della definizione di Fama, non possano, per forza di dimostrazioni, essere efficienti. Credo infatti che partendo dalla "bounded rationality" ed arrivando ai mercati frattali, la finanza classica ne esca totalmente debilitata e impossibilitata al perseverare nel suo scopo. Credo inoltre che, a seguito di queste considerazioni ci sia bisogno di una formulazione unitaria di una nuova efficienza dei mercati, che incorpori la Prospect theory, la finanza frattale e qualsiasi teoria che possa servire allo scopo. Come questi autori mi hanno insegnato, sono fermamente convinto nella possibilità di creare una definizione di efficienza dei mercati valida, e che sia solamente questione di tempo per una formalizzazione olistica della stessa. Per ora mi limito a sottolineare l'importanza che autori come quelli citati in questa tesi abbiano avuto per la teorizzazione dei modelli futuri. Senza tralasciare il fatto, che momentaneamente, le teorie che più si avvicinano a ricostruire un funzionamento dei mercati verosimile sono quelle citate in precedenza. La cosa che più di tutte credo possa dare un insegnamento è che, per la teorizzazione delle più importanti ipotesi della moderna struttura della finanza, ci sia stato bisogno di studiosi che si siano dedicati alla ricerca del cigno nero, ossia di quell'evento che con la sua "insignificante" partecipazione alla vita economica è stato in grado di far crollare un solido edificio costituito su un fondo sabbioso.

Cristiano Colombi