



**Dipartimento di Impresa e Management
Cattedra di Economia dei Mercati e degli Intermediari Finanziari**

Il VIX: “l’indice della paura”

RELATORE

Prof. Claudio Boido

CANDIDATO

Pietro Pedio Cicala 196581

ANNO ACCADEMICO 2017/2018

SOMMARIO

Introduzione	3
Capitolo I – Evoluzione della Volatilità	4
1.1. La Selezione di Portafoglio di Markowitz	4
1.2. L’Indice di Sharpe	6
1.3. Il Valore a Rischio	8
1.4. Il Modello di Black & Scholes	11
1.5. L’Indice di Volatilità del CBOE	13
Capitolo II – Introduzione al VIX	17
2.1. L’Indice VIX	17
2.2. La Formula dell’Indice VIX	20
2.3. L’Indice VXO	23
2.4. La Formula dell’Indice VXO	25
2.5. Gli Strumenti Derivati sull’Indice VIX	28
Capitolo III – Verifiche condotte in letteratura	32
3.1. La Relazione tra il VIX ed il Mercato Azionario	32
3.2. L’Andamento Storico del VIX	33
3.3. La Correlazione Negativa tra il VIX e S&P 500	36
3.4. Le Strategie di Investimento nel VIX	38
3.5. La Manipolazione del VIX Index	41
Conclusione	45
Bibliografia	46

INTRODUZIONE

La volatilità è indubbiamente una delle variabili chiave nel mercato azionario, in quanto misura la variabilità o dispersione delle fluttuazioni dei prezzi, in aumento o in diminuzione, che uno strumento finanziario subisce in un determinato periodo di tempo. Il livello di volatilità aumenta in risposta ad un'espansione delle oscillazioni di prezzo dello strumento. La volatilità può essere misurata utilizzando le variazioni effettive dei prezzi storici (volatilità realizzata) o può essere una misura della volatilità futura prevista dai prezzi delle opzioni negoziate su un mercato (volatilità implicita). Quest'ultima riflette le aspettative future di tutti i partecipanti al mercato e viene utilizzata come una misura dell'incertezza percepita in quel mercato. In altre parole, la volatilità indica la quantità di incertezza o rischio relativa alle dimensioni delle variazioni nel valore di un titolo.

Un'implementazione pratica di questa misura di volatilità implicita si trova nell'indice di volatilità VIX del Chicago Board Options Exchange, il quale mira a cogliere l'aspettativa di volatilità futura del mercato nei prossimi 30 giorni di calendario. Il VIX viene spesso definito informalmente "l'indice della paura dell'investitore", un termine coniato da Whaley (2000) per sottolineare come l'indice di volatilità aumenti nei periodi di contrazione dei mercati, riflettendo lo stress del mercato e la paura degli investitori per potenziali crolli del mercato.

In questa tesi viene effettuata un'attenta analisi dell'indice di volatilità VIX. Il primo capitolo è incentrato sullo sviluppo del concetto di volatilità e sul lancio dell'indice VIX. Il secondo capitolo approfondisce la struttura dell'indice VIX, inizialmente introdotto nel 1993 per rappresentare la volatilità attesa dell'indice di mercato S&P 100 e poi modificato nel 2003 per calcolare la volatilità attesa di S&P 500 e diffondere i primi strumenti derivati basati sulla volatilità. Il terzo capitolo riassume gli studi accademici più rilevanti che hanno interessato il VIX negli anni più recenti e, quindi, come questo indice di volatilità sia stato percepito dagli economisti e dagli investitori.

CAPITOLO I - Evoluzione della Volatilità

La Selezione di Portafoglio di Markowitz

Markowitz, (1952) introdusse il principio “media-varianza” associando il rischio alla valutazione del rendimento di un portafoglio di attività rischiose. Come mostrato nell’equazione (1), la varianza (σ^2 o Var) del rendimento del portafoglio è il valore atteso del quadrato dello scarto dal rendimento atteso. Misura la dispersione o variabilità dei rendimenti dei singoli titoli rispetto al rendimento complessivo del portafoglio, aggiustata per la probabilità attraverso una valutazione soggettiva.

$$(1) \quad \sigma^2 = Var[R] = \sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2 \times p(R_i)$$

μ : rendimento medio atteso del portafoglio

R_i : rendimento atteso del titolo i-esimo

$p(R_i)$: probabilità di realizzo del rendimento atteso per il titolo i-esimo

Markowitz, sosteneva che le prestazioni di un portafoglio di investimento dovevano essere giudicate e ottimizzate rispetto alla quantità di rischio assunta misurata dalla “varianza” del rendimento, o volatilità, come variabile rappresentativa del rischio. Questa intuizione ha raggiunto rapidamente un enorme successo, diventando nota come la “teoria del portafoglio moderno”, sulla quale si fondano la maggior parte delle strategie di gestione degli investimenti degli ultimi decenni.

Markowitz evidenziò che l’efficienza della diversificazione non dipende esclusivamente dal numero di diverse attività detenute nel portafoglio e dalla loro rispettiva varianza, ma soprattutto dal grado di correlazione lineare dei loro rendimenti e quindi dal livello di covarianza (Cov) tra essi.

$$(2) \quad \rho_{i,j} = \frac{Cov_{i,j}}{\sigma_i \times \sigma_j}$$

Se il coefficiente di correlazione lineare $\rho_{i,j}$ è uguale a 1, la varianza del portafoglio è uguale alla media ponderata delle varianze dei singoli titoli. Se invece $\rho_{i,j}$ è uguale a -1, la varianza del portafoglio risulta uguale a 0. Quindi si deduce che meno i titoli sono correlati tra loro e minore è il rischio complessivo di un portafoglio e nel caso in cui i titoli abbiano andamenti contrapposti dei rendimenti il rischio di detenzione del portafoglio si riduce fino ad annullarsi.

$$(3) \quad Var_{portafoglio} = x_i^2 \sigma_i^2 + x_j^2 \sigma_j^2 + 2x_i x_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j$$

x_i : coefficiente di ponderazione proporzionale alla quota investita nel titolo i

x_j : coefficiente di ponderazione proporzionale alla quota investita nel titolo j

Con l'aumentare del numero dei titoli in portafoglio la covarianza assume un peso sempre maggiore nella determinazione del rischio di portafoglio. Se ipotizziamo N investimenti con relativa quota $1/N$ allora le relative varianze e covarianze saranno entrambe ponderate per $(1/N)^2$, ma all'interno della formula il numero di varianze sarà uguale ad N mentre quello delle covarianze ad $(N^2 - N)$.

$$(4) \quad \begin{aligned} Var_{portafoglio} &= N \left(\frac{1}{N}\right)^2 \times Var_{media} + (N^2 - N) \left(\frac{1}{N}\right)^2 \times Cov_{media} = \\ &= \frac{1}{N} \times Var_{media} + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \times Cov_{media} = \\ &= Cov_{media} + \frac{1}{N} \times (Var_{media} - Cov_{media}) \end{aligned}$$

Quindi per un numero elevato di titoli il rischio di portafoglio si approssima alla covarianza media, che in un portafoglio diversificato si identifica con il rischio di mercato o sistematico. Infatti, gli investitori tendono a diversificare i loro portafogli acquistando attività relative a numerosi settori o aree geografiche, in quanto le imprese che operano in business diversi e in particolare in rami industriali con caratteristiche economiche differenti, hanno una covarianza inferiore rispetto a quelle in competizione tra di loro. Generalmente è più probabile per le imprese inserite nello stesso contesto economico avere performance simili, anche negative, poiché sono influenzate allo stesso modo da eventi sfavorevoli come ad esempio depressioni del mercato o rallentamenti

nella crescita di quella specifica industria, mentre sulle attività in altri settori economici non hanno alcun effetto.

Sulla base del modello “rendimento-varianza”, Markowitz ha formulato la teoria della “Frontiera efficiente”, caratterizzata da una scelta soggettiva dell’investitore coerentemente con la propria curva di indifferenza. Quest’ultima esemplifica la naturale avversione al rischio delle istituzioni di investimento e la combinazione ottimale tra rendimenti apprezzabili e volatilità, che orienta le loro scelte nella gestione dei portafogli azionari. Con il crescere della notorietà della teoria del portafoglio, anche il concetto di volatilità si è consolidato nella ricerca e nella letteratura dell’economia finanziaria come principale indicatore del rischio di mercato.

L’Indice di Sharpe

Sharpe (1964), a partire dalla frontiera efficiente di Markowitz, ha sviluppato il Capital Asset Pricing Model, un modello di rischio-rendimento che mira a spiegare il meccanismo di determinazione dei prezzi in un mercato in equilibrio. Questo modello ipotizza una semplice relazione lineare tra il rendimento atteso dell’attività ed il suo rischio, rappresentato dal rischio sistematico di mercato o rischio non diversificabile ed indicato con il coefficiente beta, β . Quindi quest’ultimo fattore ha una rilevanza preponderante nella valutazione del prezzo e riflette la correlazione tra l’andamento della singola attività e l’andamento del mercato nel suo insieme, in quanto proporzionale alla covarianza tra essi.

Sharpe (1966), impose la volatilità di portafoglio come variabile rappresentativa del rischio nelle analisi delle attività di investimento. L’economista sviluppò una misura, la cosiddetta “ricompensa alla variabilità”, riprendendo il concetto di variabilità introdotto da Markowitz. L’indice di Sharpe è largamente adottato e citato in ambito finanziario e accademico come parametro per misurare le abilità degli investitori.

$$(5) \quad S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

R_p : rendimento del portafoglio gestito

R_f : tasso d'interesse *risk free* o privo di rischio

σ_p : deviazione standard o volatilità del portafoglio (rischio totale dell'investimento nel portafoglio)

L'indice di Sharpe è una misura della performance di un portafoglio aggiustata per il rischio ed esprime il premio per il rischio, ovvero il rendimento aggiuntivo rispetto al tasso *risk free*, realizzato da un portafoglio (o da un fondo) per unità di volatilità o rischio totale assunto. Sottraendo il tasso privo di rischio dal rendimento medio, le prestazioni associate alle attività rischiose possono essere isolate. Quindi intuitivamente un portafoglio impegnato in un investimento a "rischio zero", come l'acquisto di "T-Bill", i buoni del Tesoro statunitensi a breve termine per i quali il rendimento atteso è il tasso privo di rischio, ha un rapporto di Sharpe esattamente uguale a zero. Generalmente, maggiore è il valore del rapporto Sharpe, più interessante è il rendimento rispetto al rischio. Questo fattore viene valutato in relazione al portafoglio di mercato, il quale ha un indice di Sharpe uguale all'inclinazione della "Capital Market Line", ovvero la linea che passa per il rendimento *risk free* ed il rendimento di mercato nel grafico rischio-rendimento relativo al CAPM.

L'indice di Sharpe viene impiegato principalmente per valutare l'efficienza della performance del portafoglio complessivo di un investitore e non per selezionare portafogli (o fondi comuni) alternativi. Tale rapporto viene spesso utilizzato per confrontare la variazione delle caratteristiche di rischio-rendimento risultante in un portafoglio quando viene aggiunta un nuovo titolo o una nuova categoria di attività. Ad esempio, un possibile investimento in un *hedge fund*, sebbene sia rischioso come esposizione autonoma, potrebbe effettivamente migliorare la relazione tra rischio e rendimento nel portafoglio complessivo e, quindi, aggiungere un vantaggio in termini di diversificazione e di rendimento medio atteso.

L'indice di Sharpe rivela la capacità del rendimento di un'attività a compensare l'investitore per il rischio assunto. Quando si confrontano due asset rispetto a un benchmark comune, quello con un rapporto Sharpe più elevato offre un rendimento migliore a parità di rischio o, equivalentemente, un rischio inferiore, a parità di rendimento. Tuttavia, come qualsiasi altro modello matematico, questo indice si basa sulla correttezza e l'affidabilità dei dati. Infatti, il rapporto di Sharpe utilizza la deviazione standard dei rendimenti al denominatore come variabile del rischio totale del portafoglio, presupponendo che i rendimenti siano normalmente distribuiti. L'evidenza empirica ha

dimostrato che i rendimenti delle attività finanziarie tendono a scostarsi da una distribuzione normale e possono rendere fuorvianti le interpretazioni di questo rapporto. L'indice di Sharpe, inoltre, ha quattro principali difetti. Innanzitutto, è molto sensibile a variazioni del tasso *risk free* in modo non lineare, in quanto con un innalzamento dei tassi d'interesse i titoli con *duration* maggiore hanno un aumento del premio per il rischio proporzionalmente più alto rispetto a titoli con *duration* inferiore. In secondo luogo, ha una forte sensibilità rispetto alla frequenza di campionamento dei rendimenti e quindi può essere manipolato dagli hedge fund o gestori di portafoglio per migliorare apparentemente i loro rendimenti storici aggiustati per il rischio. Ad esempio, modificando l'intervallo di misurazione dei rendimenti da giornalieri a mensili si può ottenere una sottostima della varianza. In terzo luogo, nel caso in cui i rendimenti siano inferiori al tasso *risk free* l'indice di Sharpe diventa ingannevole, in quanto attribuisce un merito maggiore ai fondi con maggiore volatilità. Infine, un problema ricorrente negli indici basati su media e varianza consiste nell'incapacità di quest'ultimi di distinguere fluttuazioni verso l'alto da fluttuazioni verso il basso e se sono intermittenti o consecutive, infatti la deviazione standard utilizzata come indicatore di rischio dall'indice di Sharpe è indifferente rispetto all'ordine dei dati immessi e di conseguenza una serie di perdite consecutive comporta un *drawdown risk* o rischio di perdita massima che non viene considerato dall'indice (Schwager, 1984).

Il Valore a Rischio

La banca di investimento "JP Morgan", a seguito del crash del "*Black Monday*" del 1987, introdusse il cosiddetto "Valore a Rischio", un rapporto giornaliero che mostrasse quanto capitale la banca poteva perdere nelle sue posizioni di trading in un determinato giorno. Questo metodo di valutazione, sviluppato dall'economista Till Guldemann, permette di monitorare l'esposizione della banca alle variazioni dei mercati, usando la volatilità storica dei mercati per calcolare la perdita massima potenziale che la banca poteva subire con un determinato grado di certezza prestabilito, ovvero 95 per cento.

Il "*Value-at-Risk*" è uno strumento statistico utilizzato per misurare e quantificare il livello di rischio finanziario di un portafoglio di investimenti in un arco temporale specifico. Tale misura indica la perdita potenziale di una posizione di investimento in un certo orizzonte temporale, solitamente 1 giorno, con un certo livello di confidenza, solitamente pari al 95% o al 99%. Il VaR può essere applicato a singole posizioni,

all'intero portafogli o per misurare l'esposizione al rischio dell'impresa nel suo complesso.

Tra i possibili metodi per la misurazione del valore a rischio, quelli più usati sono principalmente tre:

1. la simulazione “storica”, la quale assume che i rendimenti delle attività si distribuiscano come si sono distribuite in passato,
2. la simulazione “Monte Carlo”, dove, dati alcuni parametri, i rendimenti futuri delle attività sono stimati in maniera più o meno casuale,
3. la simulazione Varianza-Covarianza o approccio parametrico, il più diffuso presso le istituzioni finanziarie, il quale assume che i rendimenti siano sempre distribuiti secondo una normale e che le variazioni nel valore di portafoglio siano linearmente dipendenti da tutti i rendimenti dei fattori di mercato (www.riskmetrics.com).

$$(6) \quad VAR_i = VM_i \times \delta_i \times \sigma_i \times \alpha$$

VM_i : valore di mercato della posizione

δ_i : coefficiente di sensibilità del VM al fattore di mercato (MD, *modified duration*, per le obbligazioni)

σ_i : volatilità storica o attesa del fattore di mercato

α : rischio corrispondente ad un determinato livello di confidenza individuato ipotizzando una distribuzione normale dei rendimenti

L'uso del VaR come misura di rischio presuppone l'ipotesi di normalità dei rendimenti, secondo la quale le perdite e i ricavi dell'investimento si distribuiscono secondo una normale con media pari al rendimento medio e varianza pari alla volatilità dell'investimento. Per il calcolo della varianza di portafoglio è necessario conoscere le correlazioni reciproche fra i titoli facenti parte del portafoglio, facendo ricorso alla matrice di varianze e covarianze.

$$(7) \quad VAR_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (VM_i \times \delta_i \times \sigma_i \times \alpha_i) \times (VM_j \times \delta_j \times \sigma_j \times \alpha_j) \times \rho_{ij}}$$

n : numero di differenti fattori di mercato per le posizioni i e j

ρ_{ij} : coefficiente di correlazione tra i rendimenti dei fattori di mercato

$$(8) \quad VAR_p = \sqrt{(\bar{v} \times C \times \bar{v}^T)}$$

\bar{v} : vettore dei valori a rischio delle singole posizioni

C : matrice dei coefficienti di correlazione tra i rendimenti dei fattori di rischio

\bar{v}^T : vettore trasposto di \bar{v}

Molte banche e gruppi di investimento hanno sviluppato sistemi simili di gestione del rischio, spesso anche basati sulla volatilità, ma è stato il modello VaR di JP Morgan, noto come “*RiskMetrics*”, a diffondersi rapidamente in tutto il settore finanziario dopo aver deciso di rendere la sua metodologia liberamente disponibile nel 1993. Infatti, ancora oggi, molte banche pubblicano i dati relativi al VaR come rappresentazione del rischio a cui si espongono e gli investitori se ne servono per gestire il rischio di mercato. Questo modello rimane uno dei metodi fondamentali per la misurazione della criticità di esposizione al rischio di mercato. I dati raccolti durante la stima del VaR aiutano i gestori di portafogli o fondi a determinare se dispongono di capitale liquido sufficiente per coprire le potenziali perdite, basandosi su un livello di confidenza adeguato alle attività negoziate e alle loro funzioni obiettivo.

Le banche di investimento generalmente applicano il VaR per l'intero gruppo societario a causa del potenziale rischio per le postazioni operative indipendenti di esporre involontariamente l'impresa ad attività altamente correlate. L'utilizzo di una valutazione del VaR su scala aziendale consente di determinare i rischi cumulativi derivanti da posizioni aggregate detenute da diversi enti e dipartimenti commerciali all'interno dell'organizzazione societaria. Utilizzando i dati forniti dalla modellizzazione del VaR, gli istituti finanziari possono determinare se dispongono di riserve di capitale sufficienti per coprire le perdite o se i rischi più elevati della soglia sostenibile richiedono una riduzione della concentrazione delle partecipazioni.

Naturalmente il modello è stato migliorato significativamente fin dai primi anni '90 e ha ricevuto molte critiche successivamente alla crisi finanziaria, quando le perdite complessive si sono rivelate di gran lunga maggiori rispetto a quanto previsto, mettendo in discussione l'affidabilità della volatilità come variabile rappresentativa del rischio di

mercato. Questo in quanto il VaR presuppone che le variazioni del mercato siano distribuite seguendo una curva normale, e nella maggior parte dei casi questa può essere una buona approssimazione, ma quando il mercato crolla la curva assume una pendenza molto più “tagliente” o inclinata di quella statisticamente prevedibile.

Nonostante i suoi difetti, la gestione del rischio basata sulla volatilità è diventata la base su cui si è sviluppato il moderno settore degli investimenti. La volatilità è rimasta un’efficiente approssimazione per il rischio, in quanto, oltre ad essere sufficientemente attendibile, è anche molto semplice da interpretare. La preoccupazione principale consiste nella possibilità che la volatilità alimenti un comportamento “pro-ciclico”, poiché la maggior parte degli investitori fa completo affidamento su modelli che sono stati progettati solo per essere una guida. Quindi quando la volatilità è in diminuzione, i modelli di rischio incoraggiano gli investitori a comprare più attività, riducendo i suoi livelli ancora più in basso, mentre quando la volatilità è in crescita, iniziano ad allarmare gli investitori e ad incentivarli a vendere le proprie attività, perdendo ancora più capitale e a loro volta aumentando ulteriormente la volatilità.

Con la diffusione della volatilità, come variabile dominante nella misurazione e gestione dei rischi finanziari, molti accademici e banche di investimento hanno iniziato a gettare le basi per scambiare la volatilità stessa, ma nel processo hanno irrimediabilmente cambiato quello che un tempo era solo un fenomeno osservabile in qualcosa che gli investitori stessi potevano influenzare.

Il Modello di Black & Scholes

Negli ultimi cinquant’anni i mercati dei derivati si sono enormemente sviluppati, principalmente per proteggere gli investitori dalle potenziali conseguenze negative di determinati rischi finanziari, come un aumento del rischio d’insolvenza su crediti, fluttuazioni valutarie o improvvisi picchi di volatilità. I titoli derivati sono essenzialmente strumenti finanziari il cui rendimento è basato su un’attività o un indice sottostante emessi in precedenza e separatamente negoziati. Nonostante la loro complessità e le molteplici critiche da parte degli economisti per le loro pericolosità, il valore nominale lordo degli strumenti derivati scambiati al 2018 nel sistema degli investimenti globale è superiore a 542 trilioni di dollari, secondo la “Bank for International Settlement”.

Tutti questi strumenti comportano una previsione delle variazioni del rendimento del sottostante e quindi in parte una scommessa implicita sulla volatilità del mercato. Per

quanto riguarda le opzioni, ovvero contratti sul diritto di acquistare o di vendere un'attività sottostante ad un prezzo e per un periodo di tempo predeterminati, una sottoscrizione di un'opzione *call* e un'opzione *put* insieme può costituire un cosiddetto “*straddle*”, essenzialmente un'assicurazione contro la turbolenza stessa del mercato, mentre con una vendita di entrambe è possibile scommettere sulla tranquillità del mercato. Il modello Black & Scholes (1973), il più utilizzato strumento di valutazione delle opzioni, permette quindi di dare una stima della volatilità implicita di un'attività sottostante a partire dal prezzo delle opzioni su di essa quotate nei mercati dei derivati. Il valore temporale di un'opzione, ovvero la differenza tra il premio e il valore intrinseco, consiste nella variazione attesa del prezzo dell'attività sottostante nel periodo di tempo residuo prima della scadenza. Questo valore è perciò direttamente proporzionale alla volatilità del prezzo dell'attività sottostante ed alla vita residua dell'opzione.

$$(9) \quad C = SN(d_1) - N(d_2)Ke^{-rt}$$

$$(10) \quad d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma \times \sqrt{t}}$$

$$(11) \quad d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t}$$

C: premio di un'opzione *call*

S: prezzo dell'azione

N: distribuzione di probabilità cumulata normale

K: *strike price* o prezzo di esercizio

t: durata dell'opzione

r: tasso d'interesse *risk free* o privo di rischio

Il modello è essenzialmente diviso in due parti: la prima parte, $SN(d_1)$, moltiplica il prezzo dell'azione per il “delta” dello strumento derivato, ovvero la sensibilità della variazione del premio dell'opzione *call* in relazione a una variazione del prezzo del sottostante. Questa parte della formula mostra il beneficio atteso dall'acquisto del sottostante. La seconda parte, $N(d_2)Ke^{-r}$, fornisce il valore attuale del pagamento del prezzo di esercizio alla scadenza. Il valore intrinseco dell'opzione è rappresentato dalla

differenza tra le due parti, come mostrato nell'equazione (9). Il modello Black & Scholes ipotizza che i prezzi azionari seguano una distribuzione log normale, poiché le attività non possono avere un valore negativo, e presuppone che l'opzione sia europea, quindi possa essere esercitata solo alla scadenza. Inoltre, il modello assume che: non vi siano costi di transazione o tasse per l'acquisto dell'opzione; il tasso di interesse privo di rischio e la volatilità del sottostante siano noti e costante per tutte le scadenze; sia consentita la vendita allo scoperto dei titoli e il reinvestimento dei proventi; e i mercati siano efficienti, ovvero non ci siano opportunità di arbitraggio privo di rischio (Merton, 1973).

Nonostante le opzioni *call* e *put* siano sensibili alla volatilità, la loro dipendenza da altre variabili rendeva difficile utilizzarle per proteggersi o per speculare sulla turbolenza e sulla tranquillità del mercato. La volatilità quindi non era ancora propriamente negoziabile come un titolo azionario o un'obbligazione, ma l'interesse per quest'ultima era ormai in forte aumento con lo sviluppo dei primi indici di stima della volatilità implicita nei prezzi dei principali mercati inizialmente utilizzati come misura del rischio.

L'Indice di Volatilità del CBOE

Brenner e Galai (1986) pubblicarono diversi articoli nei quali proposero la creazione di una serie di indici di volatilità, iniziando dalla modellizzazione di un indice di volatilità del mercato azionario basato sui prezzi delle opzioni, denominato "*Sigma Index*". A partire dal 1987, i due economisti iniziarono a effettuare ricerche con Levine e Clayworth al Chicago Board Options Exchange con l'obiettivo di proporgli varie strutture per la creazione del primo indice negoziabile sulla volatilità e quando il CBOE commissionò loro la realizzazione di un indice di volatilità i ricercatori vennero affiancati da Whaley (1993). Da quel momento il CBOE iniziò a pubblicare in tempo reale i dati relativi al "*Volatility Index*", noto come "VIX".

Sebbene l'esatta metodologia per il calcolo del VIX sia cambiata nel corso degli anni, l'indice ha lo scopo di misurare la volatilità attesa implicita nei prezzi delle opzioni del mercato azionario statunitense nei prossimi 30 giorni, in teoria misurando il livello di preoccupazione degli investitori.

Il VIX è stato il primo indice di volatilità creato e implementato da parte di un mercato borsistico. Originariamente era una misura ponderata della volatilità implicita di otto opzioni *call* e *put at-the-money* sull'indice di mercato Standard & Poor 100. Dieci anni dopo, nel 2003, è stato modificato avvalendosi un indice più ampio per il calcolo della

volatilità implicita delle opzioni, l'indice Standard & Poor 500, che consente una visione più accurata delle aspettative degli investitori sulla futura volatilità del mercato.

Come mostrato nella figura 1 il valore medio di lungo periodo del VIX è approssimativamente inferiore a 20, il quale denota un'aspettativa degli investitori di stabilità dell'andamento dell'indice di mercato S&P 500, ovvero con variazioni minori dell'1% al giorno per il prossimo mese. Invece quando la quotazione dell'indice supera il valore di 40 si percepisce una elevata preoccupazione degli investitori, ovvero aspettative di variazioni giornaliere medie di S&P 500 maggiori del 2%.

The Fear Index

Cboe Volatility Index (VIX)

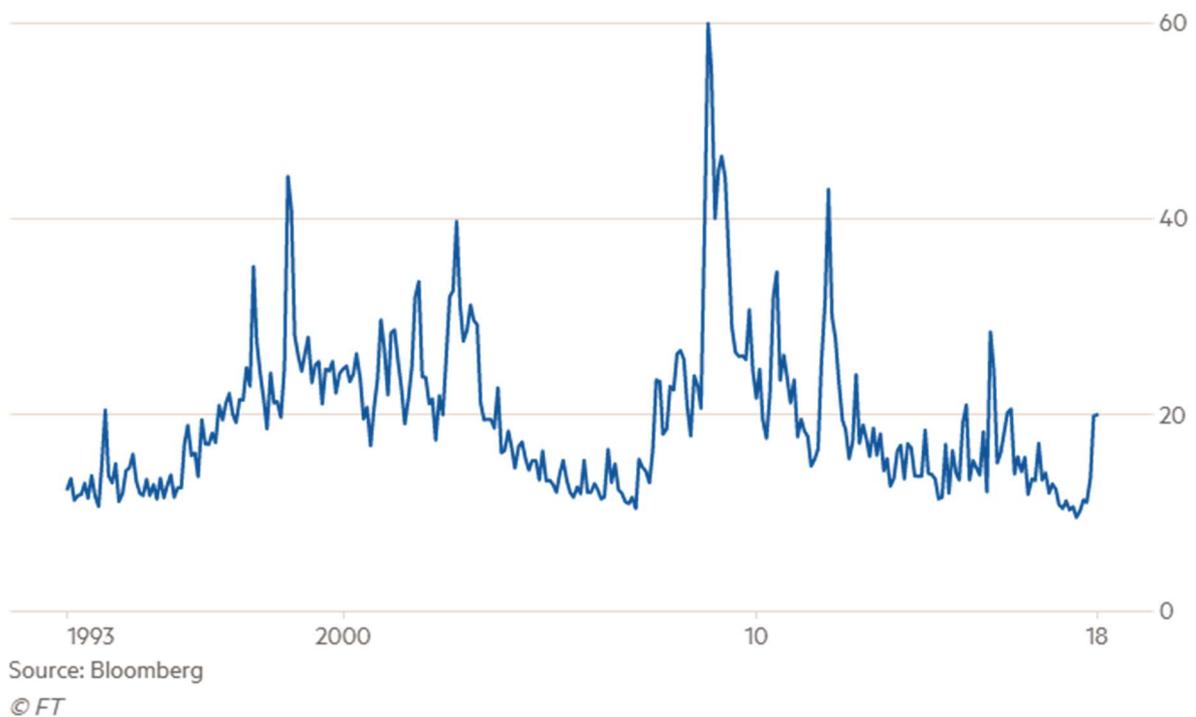


Figura 1, Andamento del VIX dal 1993 al 2018.

La natura del VIX, ovvero un numero ottenuto da calcoli complessi su migliaia di derivati sottostanti, non consente però agli investitori di acquistarlo o venderlo direttamente. Quindi, anche dopo l'introduzione del VIX, non esistevano ancora contratti di "pura" volatilità che gli investitori potessero negoziare, ma il crescente bisogno e la possibilità di ottenere profitti attraverso le commissioni ha attirato numerose banche d'investimento. Il primo strumento derivato sulla volatilità sembra essere stato un contratto sottoscritto da un banchiere di Union Bank of Switzerland (UBS) chiamato Michael Weber nel 1993.

Questa transazione, nota come “*swap* di varianza”, si basava, come bene sottostante, sulla volatilità del mercato azionario del Regno Unito, per proteggere il portafoglio di negoziazione della banca svizzera da perdite. Gli *swap* di varianza hanno rapidamente iniziato a diffondersi a Wall Street, specialmente alla fine degli anni '90, quando i mercati erano stati turbati dalla crisi finanziaria asiatica e dal crollo dell'hedge fund LTCM, che ironicamente aveva Scholes e Merton nel suo board. Tutto ciò suscitò interesse nell'idea di scambiare la volatilità stessa, piuttosto che usarla semplicemente come indice di rischio, ed inizialmente ha dato luogo ad un noto arbitraggio tra la volatilità realizzata, ovvero l'effettiva instabilità dei mercati, e la volatilità implicita nei prezzi delle opzioni, ma gli *swap* di varianza erano troppo complicati per un ampio utilizzo e venivano scambiati principalmente da banche, hedge fund e altri investitori istituzionali.

Nell'estate del 2002, Mark Cuban, si rivolse a Goldman Sachs Group Inc. per acquistare una protezione per il suo capitale da un potenziale crollo del mercato. Cuban era particolarmente interessato al nuovo “*fear index*” o “indice della paura” di cui aveva tanto sentito parlare e poiché il VIX tipicamente subisce un forte aumento quando le azioni cadono, voleva usarlo come assicurazione, ma ancora non era possibile scambiarlo. L'idea intrigò il banchiere di Goldman Sachs Devesh Shah ed il suo collega Sandy Rattray, un esperto sviluppatore di strumenti derivati e di titoli indicizzati, che si rivolsero al Chicago Board Options Exchange.

Il CBOE ingaggiò la banca d'investimento per modificare la metodologia del VIX con l'obiettivo di rendere possibile la negoziazione di contratti *future* con l'indice sottostante. Nel 2004 venne lanciato il primo VIX Future e due anni dopo furono introdotte le opzioni. Inizialmente, questi strumenti derivati hanno riscosso un rilevante interesse, nel 2006, il numero di contratti future sul VIX negoziati ammontava ad un volume totale di 434.000, circa 1.730 al giorno. Quando scoppiò la crisi finanziaria globale, trasformò il VIX nell'indice più celebre dell'industria finanziaria. Nel 2008 furono scambiati oltre 1 milione di contratti future sul VIX, circa 4.300 al giorno.

La sua crescente popolarità ha risvegliato l'interesse degli ingegneri finanziari, che hanno colto l'occasione per diffondere l'accesso al VIX a tutti gli investitori costruendo prodotti finanziari negoziabili in borsa basati sull'indice. Nel 2009, Barclays ha sviluppò il primo ETP (Exchange Traded Product) collegato alla volatilità utilizzando i *future* sul VIX. All'inizio del 2017 sono stati creati oltre 40 ETP collegati al VIX disponibili al dettaglio per gli investitori ordinari, con un volume aggregato di scambio giornaliero di circa 2,6 miliardi di dollari. Tra questi ci sono anche gli ETP “*short*” o “inversi” e gli ETP

“leveraged” o “a leva” e tutti sono alimentati dai future sul VIX, contribuendo in tal modo a implementare i volumi medi giornalieri di trading a oltre 294.000 contratti nel 2017.

The relentless rise of volatility trading

Volume of Vix futures contracts traded per month

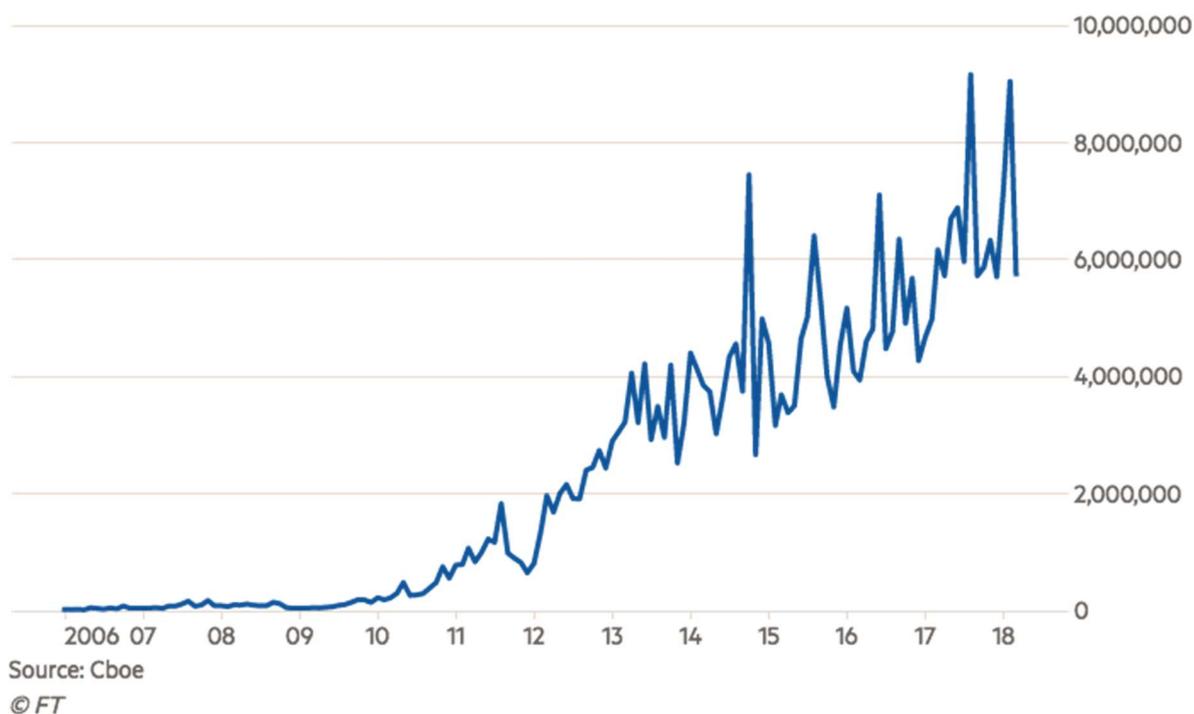


Figura 2, Volume di *future* sul VIX negoziati mensilmente dal 2006 al 2018.

Come si può vedere dalla figura 2 la situazione attuale è caratterizzata da un elevato volume di scambi di *future* sul VIX, guidato in parte dal boom dei prodotti derivati negoziati in borsa, ma sono sorti anche numerosi rischi inerenti all'indice, dovuti principalmente al fatto che quest'ultimo viene usato sia come input nei modelli di gestione del rischio che come strumento finanziario scambiato sui mercati.

CAPITOLO II – Introduzione al VIX

L'Indice VIX

Il Chicago Board Option Exchange (CBOE) ha rivoluzionato l'investimento nei mercati globali con la creazione del Cboe Volatility Index (VIX Index), il primo indice di riferimento per misurare le aspettative del mercato sulla volatilità futura. L'indice VIX si basa sulle opzioni dell'indice Standard & Poor 500 (S&P 500), considerato l'indicatore principale del mercato azionario degli Stati Uniti, in quanto segue l'andamento di un paniere azionario formato dalle 500 aziende statunitensi a maggiore capitalizzazione contrattate nel New York Stock Exchange (Nyse), nell'American Stock Exchange (Amex) e nel Nasdaq. Seguendo la guida del CBOE, sono state create altre due varianti di indici di volatilità, il VXN, basato sul NASDAQ 100 e il VXD, basato sul Dow Jones Industrial Average (DJIA), ma il VIX Index è riconosciuto come il principale indice mondiale di volatilità nel mercato azionario statunitense (www.cboe.com).

Un indice è una misura statistica che descrive le variazioni in un portafoglio di azioni di uno specifico settore di mercato. Quindi è uno strumento matematico utilizzato dagli investitori e dai gestori finanziari per analizzare e confrontare le caratteristiche specifiche di un mercato. Dal 1896, quando è stato creato il primo indice noto come Dow Jones Industrial Average (DJIA), numerosi altri indici sono stati sviluppati, ad esempio S&P 500 o S&P 100. Gli indici di volatilità misurano la prospettiva di volatilità del mercato in base ai prezzi delle opzioni e tra questi il VIX è di gran lunga il più utilizzato.

Quest'ultimo è una misura istantanea della volatilità implicita del mercato, ma non è retrospettivo e quindi non misura la volatilità che è stata recentemente realizzata. Concettualmente, il VIX è come lo *yield to maturity* o rendimento alla scadenza di una obbligazione. Il rendimento alla scadenza è il tasso di sconto che equipara il prezzo di un'obbligazione al valore attuale dei suoi flussi di cassa o pagamenti promessi. Come tale, il rendimento di un'obbligazione è implicito nel suo prezzo corrente e rappresenta il rendimento futuro atteso dell'obbligazione nel corso della sua vita residua. Allo stesso modo, il VIX è implicito nei prezzi correnti delle opzioni dell'indice S&P 500 e rappresenta la volatilità futura del mercato prevista nei prossimi 30 giorni di calendario. Infatti, L'indice VIX stima la volatilità attesa aggregando i prezzi ponderati delle opzioni *put* e *call* dell'indice S&P 500 (SPX) su un ampio intervallo di *strike price*. In particolare, i prezzi utilizzati per calcolare i valori dell'indice VIX sono i punti medi delle quotazioni

di *bid* (denaro) e *ask* (lettera) delle opzioni SPX in tempo reale. L'indice VIX è utilizzato come barometro per l'incertezza del mercato, fornendo agli operatori di mercato e agli osservatori una misura continua della volatilità attesa a 30 giorni del mercato azionario degli Stati Uniti. L'indice VIX non è negoziabile direttamente, ma la metodologia VIX fornisce un'equazione per replicare l'esposizione alla volatilità con un portafoglio di opzioni SPX, un'innovazione chiave che ha portato alla negoziazione di *future* e opzioni sul VIX (Whaley, 2008).

Quando il VIX è stato introdotto, nel 1993, era in primo luogo destinato a fornire un benchmark per la previsione della volatilità a breve termine nel mercato azionario statunitense. Inoltre, per facilitare il confronto tra la quotazione corrente del VIX e i livelli storici, i valori minuto per minuto sono stati calcolati utilizzando i prezzi delle opzioni dell'indice risalenti all'inizio del gennaio 1986. La scelta di questa data specifica non è stata affatto casuale, ma si è rivelata particolarmente importante, in quanto ha documentato il livello di ansia del mercato durante il significativo crollo del mercato azionario nell'ottobre del 1987, conosciuto come il peggiore dopo la crisi del '29 o "Grande Depressione", e ha fornito utili informazioni di riferimento per valutare il grado di turbolenza del mercato sperimentato successivamente. Questi dati hanno permesso di individuare e riconoscere molteplici segnali dell'alto livello di preoccupazione del mercato durante i periodi di ribasso per l'economia.

In secondo luogo, il VIX ha lo scopo fondamentale di fornire un indice sottostante su cui poter sottoscrivere contratti *future* e opzioni sulla volatilità. I benefici sociali della negoziazione della volatilità hanno garantito a queste attività commerciali un enorme successo subito dopo il loro lancio, avvenuto nel maggio 2004 per i contratti *future* indicizzati al VIX e nel febbraio 2006 per i contratti di opzione indicizzati al VIX.

L'indice VIX è noto anche come "*investors fear gauge*" o "indicatore della paura dell'investitore", chiamato così perché è una misura ampiamente utilizzata per il rischio di mercato e, come già accennato, rappresenta le aspettative degli investitori per la volatilità a 30 giorni del mercato azionario statunitense. I valori del VIX superiori a 30 sono generalmente associati a un'elevata turbolenza o volatilità del mercato e indicano un incremento dell'incertezza e della preoccupazione degli investitori fino a sfociare in vera e propria paura o panico per livelli oltre a 45, mentre i valori inferiori a 20 generalmente corrispondono a periodi meno stressanti nei mercati e indicano un crescente ottimismo.

5-10	Estremo ottimismo	35-40	Elevata preoccupazione
10-15	Elevato ottimismo	40-45	Estrema preoccupazione
15-20	Moderato ottimismo	45-50	Moderata paura
20-25	Lieve ottimismo	50-55	Elevata paura
25-30	Moderata incertezza	55-60	Intensa paura
30-35	Elevata incertezza	60-65	Estrema paura

La Tabella 1 indica il livello di ansietà degli investitori al variare del valore del VIX.

Mentre la volatilità tecnicamente significa variazioni inaspettate verso l'alto o verso il basso, il mercato delle opzioni dell'indice S&P 500 è sempre più dominato dagli *hedger* che acquistano opzioni *put* sull'indice quando sono preoccupati di un potenziale calo del mercato azionario. L'indice è diventato così popolare principalmente perché permette agli investitori di proteggere i loro investimenti. Gli investitori possono acquistare delle *put* sull'indice per evitare perdite da un potenziale calo del prezzo. Quindi, se cresce la preoccupazione degli investitori per dei potenziali ribassi dei prezzi, aumenta anche la domanda delle opzioni *put*, spingendo verso l'alto i prezzi di quest'ultime. L'incremento dei prezzi delle opzioni *put* provoca un aumento della volatilità implicita nei prezzi degli stessi e quindi una crescita del valore del VIX. Quest'ultimo è quindi un indice che riflette il prezzo delle assicurazioni dei portafogli contro potenziali crolli del mercato. Le figure 3 e 4 mostrano la correlazione negativa tra i prezzi dell'indice e i prezzi di S&P 500.

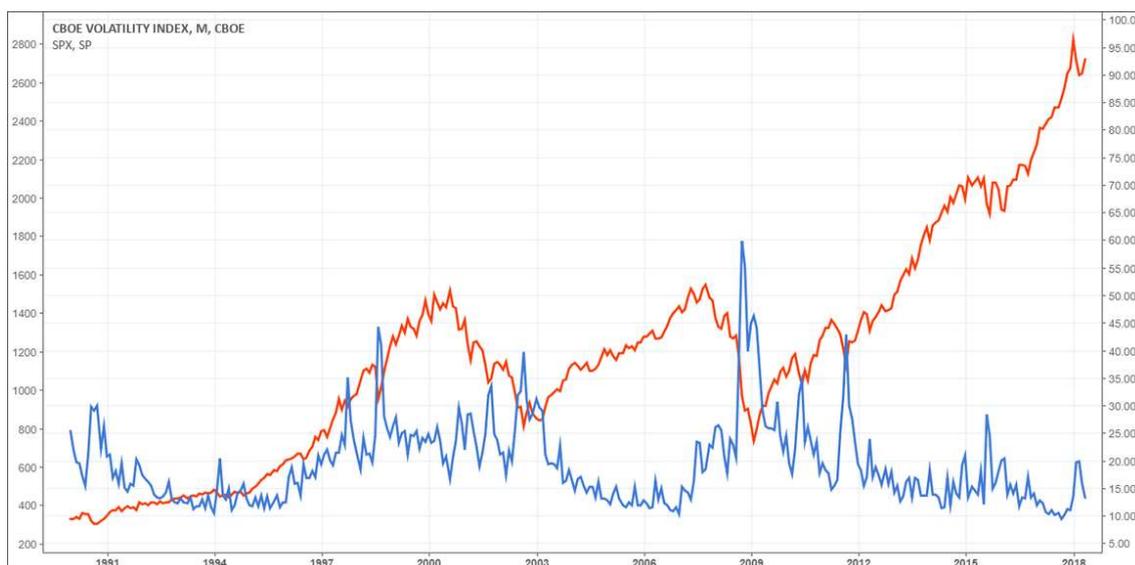


Figura 3, Prezzi di chiusura mensili dell'indice S & P 500 (linea rossa) e indice VIX (linea blu) dal 1° gennaio 1990 al 1° maggio 2018.

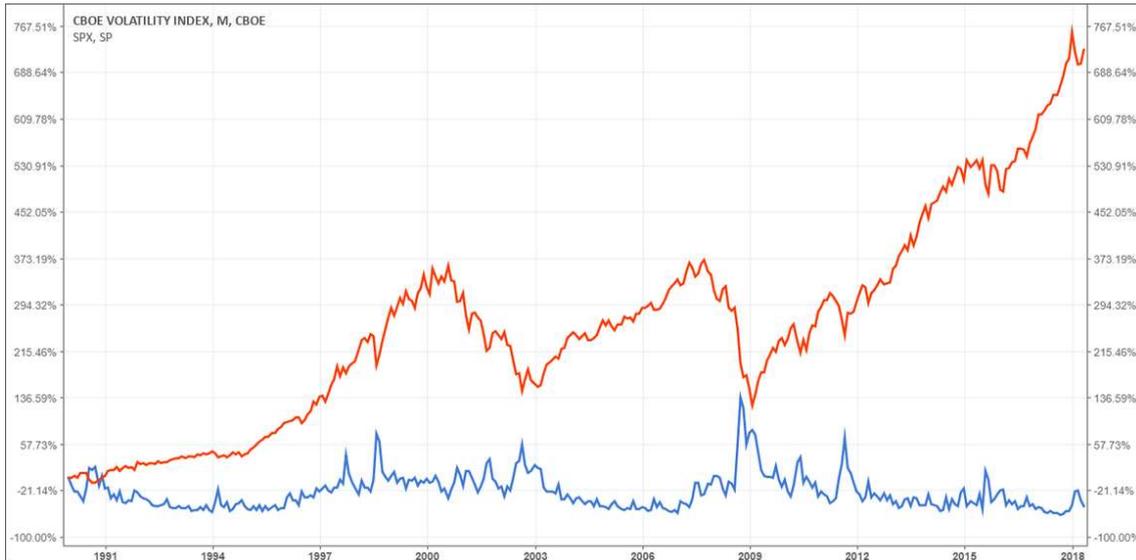


Figura 4, Variazioni percentuali dei prezzi di chiusura mensili dell'indice S & P 500 (linea rossa) e indice VIX (linea blu) dal 1° gennaio 1990 al 1° maggio 2018.

Grafici ottenuti da <https://www.tradingview.com>

La Formula dell'Indice VIX

Mentre i più comuni indici azionari, come S&P 500, sono calcolati utilizzando i prezzi delle azioni che li compongono, l'indice di volatilità VIX è costituito da opzioni ed utilizza il prezzo di ciascuna opzione come rappresentative delle aspettative del mercato sulla volatilità futura. Come gli indici convenzionali, il calcolo dell'indice VIX utilizza determinate regole specifiche per la selezione delle opzioni che lo compongono ed una formula per calcolare i valori dell'indice.

$$(12) \quad \sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2$$

σ^2 : Varianza implicita $\rightarrow VIX = \sqrt{\sigma^2} \times 100$

T : Tempo alla scadenza

R : Tasso d'interesse *risk free* a scadenza

F : Livello dell'indice *forward* che deriva dall'indice del prezzo delle opzioni

K_0 : Primo prezzo di esercizio minore o uguale al livello dell'indice *forward* F

K_i : Prezzo di esercizio dell'*i*-sima opzione *out-of-the-money* utilizzata nel calcolo, una *call* se $K_i > K_0$ e una *put* se $K_i < K_0$, entrambe *put* e *call* se $K_i = K_0$

$Q(K_i)$: Punto medio dello *spread* tra i prezzi *bid* e *ask* per ogni opzione con prezzo di esercizio K_i

ΔK_i : Intervallo tra i prezzi di esercizio, indica la semisomma dei due prezzi d'esercizio su entrambi i lati di K_i , $\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$

(Si noti che per quanto riguarda il prezzo di esercizio minimo, ΔK_i viene calcolato come differenza tra tale prezzo e quello immediatamente maggiore, e per il prezzo di esercizio massimo ΔK_i viene calcolato come differenza tra tale prezzo e quello immediatamente minore)

L'indice VIX misura la volatilità attesa a 30 giorni dell'indice S&P 500 ed è composto da opzioni *put* e *call*, *near-term* con più di 23 giorni alla scadenza e *next-term* con meno di 37 giorni alla scadenza. Queste includono le opzioni SPX con le date di scadenza "standard" del 3° venerdì e le opzioni SPX "settimanali" che scadono ogni venerdì, eccetto il 3° venerdì di ogni mese. Una volta alla settimana, le opzioni SPX utilizzate per calcolare l'indice VIX scalano, "roll over", alle nuove scadenze del contratto. Ai fini del calcolo del tempo di scadenza, le opzioni SPX "standard" si intendono scadute all'apertura delle negoziazioni del giorno di regolamento, il terzo venerdì del mese, e le opzioni SPX "settimanali" si intendono scadute alla chiusura del trading (cioè, 3:00 pm CT).

Il calcolo dell'indice VIX misura il tempo alla scadenza, T , in giorni di calendario e divide ogni giorno in minuti al fine di replicare la precisione comunemente utilizzata dagli operatori di opzioni e volatilità professionali. Il tempo di scadenza è dato dalla seguente espressione:

$$(13) \quad T = \{M_{giorno\ corrente} + M_{giorno\ di\ settlement} + M_{altri\ giorni}\} / M_{anno}$$

$M_{giorno\ corrente}$: Minuti rimanenti alla mezzanotte del giorno corrente

$M_{giorno\ di\ settlement}$: Minuti dalla mezzanotte alle 8:30 a.m. per la scadenza delle opzioni SPX "standard"; o minuti dalla mezzanotte alle 3:00 p.m. per la scadenza delle opzioni SPX "settimanali"

$M_{altri\ giorni}$: Minuti rimanenti dalla mezzanotte del giorno corrente alla mezzanotte del giorno prima della scadenza delle opzioni SPX

Le opzioni selezionate nel calcolo dell'indice VIX sono *out-of-the-money* SPX *call* e *out-of-the-money* SPX *put*, centrate intorno ad un prezzo d'esercizio (K_0) *at-the-money*. Nel calcolo dell'indice VIX vengono utilizzate solo le opzioni SPX quotate con prezzi di offerta diversi da zero. Si noti che quando la volatilità aumenta o diminuisce, la gamma delle opzioni con prezzi d'esercizio diversi da zero tende a espandersi o contrarsi. Di conseguenza, il numero di opzioni utilizzate nel calcolo dell'indice VIX può variare da mese a mese, da giorno a giorno e possibilmente anche da minuto a minuto. Per ogni contratto viene determinato il livello *forward* dell'indice SPX (F) identificando lo *strike price* o prezzo d'esercizio al quale si riduce maggiormente la differenza assoluta tra i prezzi delle *call* e *put*.

$$(14) \quad F = \text{Strike Price} + e^{RT} \times (\text{Prezzo Call} - \text{Prezzo Put})$$

La volatilità viene quindi calcolata per le opzioni *near-term* e *next-term*, applicando per entrambe la formula (12) del VIX con le rispettive scadenze T_1 e T_2 . I tassi di interesse privi di rischio, R_1 e R_2 , sono i rendimenti basati sui tassi delle curve dei rendimenti dei *Treasury* statunitensi (comunemente denominati “*Constant Maturity Treasury*” o CMTs), a cui viene applicata una “*spline cubica*” per ricavare i rendimenti nelle date di scadenza delle opzioni SPX rilevanti. Pertanto, il calcolo dell'indice VIX può utilizzare diversi tassi di interesse privi di rischio per le opzioni *near-term* e *next-term*. L'indice VIX racchiude le informazioni riflesse nei prezzi di tutte le opzioni selezionate. Il contributo di una singola opzione al valore finale del VIX è proporzionale a ΔK_i e al prezzo di tale opzione e inversamente proporzionale al quadrato del prezzo di esercizio dell'opzione.

Una volta calcolate le volatilità delle opzioni *near-term* e *next-term*, il valore dell'indice VIX viene calcolato come la radice quadrata moltiplicata per cento della media ponderata su 30 giorni di σ_1^2 e σ_2^2 .

$$(15) \quad VIX = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \left(\frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right) + T_2 \sigma_2^2 \left(\frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right) \right\} \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}$$

N_{T_1} : Numero di minuti alla scadenza delle opzioni *near-term*

N_{T_2} : Numero di minuti alla scadenza delle opzioni *next-term*

N_{30} : Numero di minuti in 30 giorni ($30 \times 1,440 = 43,200$)

N_{365} : Numero di minuti in un'anno di 365 giorni ($365 \times 1,440 = 525,600$)

L'inclusione delle SPX settimanali nel calcolo dell'indice VIX significa che le opzioni *near-term* avranno sempre più di 23 giorni alla scadenza e le opzioni *next-term* avranno sempre meno di 37 giorni alla scadenza, quindi il valore VIX risultante rifletterà sempre un'interpolazione di σ_1^2 e σ_2^2 , ovvero ogni coefficiente di ponderazione è minore o uguale a 1 e la loro somma è uguale a 1.

Oltre all'Indice VIX, il CBOE pubblica il VIX Indicative Bid Index (VWB), un valore VIX basato sulle quotazioni *bid* per le opzioni SPX e il VIX Indicative Ask Index (VWA), un valore VIX basato sulle quotazioni *ask* per le opzioni SPX. Questi valori forniscono una stima di mercato dello *spread* tra quotazioni *bid-ask* per le opzioni SPX espressa in termini di volatilità. Il CBOE pubblica anche le informazioni relative alla volatilità delle opzioni *near-term* e *next-term* utilizzate nel calcolo del VIX, σ_1^2 e σ_2^2 , con il simbolo *ticker* VIN (VIX Index Near-Term) e VIF (VIX Index Far-Term) ogni 15 secondi durante ogni giorno di trading sul CBOE.

L'Indice VXO

L'indice VXO, predecessore del VIX, è stato pubblicato per la prima volta nel 1993 con il simbolo *ticker* VIX e poi sostituito nel settembre del 2003. Il VXO è un indice di volatilità implicita composto da otto opzioni basate sull'indice di mercato Standard & Poor 100 (OEX).

Le maggiori differenze tra i due indici di volatilità sono principalmente tre. In primo luogo, l'indice di mercato su cui sono basati, S&P 500 per il VIX e S&P 100 per il VXO. In secondo luogo, il VXO utilizza le informazioni di otto opzioni *at-the-money* e *near-the-money*, mentre il VIX utilizza un range più ampio di opzioni *out-of-the-money*. Infine, il VIX non è basato su un modello economico specifico, mentre il VXO viene calcolato attraverso una media ponderata delle volatilità implicite ottenute attraverso la formula di Black & Scholes.

La modifica del VIX da parte del CBOE è stata spinta da numerose motivazioni. Innanzitutto, il nuovo indice di volatilità è *hedgeable*, ovvero può essere coperto da eventuali rischi finanziari. Il nuovo VIX può essere replicato con un portafoglio statico di opzioni o *future* sull'indice S&P 500. Quindi, consente la copertura e, cosa più

importante, la sottoscrizione di opzioni di arbitraggio correttivo sui derivati del VIX se i prezzi non riflettono il suo valore effettivo. Il CBOE sostiene che il nuovo VIX è più affidabile, in quanto riflette le informazioni di una gamma più ampia di opzioni rispetto alle poche opzioni *at-the-money*. L'indice S&P 500 è molto più ampio e quindi più rappresentativo del mercato rispetto allo S&P 100. Inoltre, S&P 500 è l'indice primario per la maggior parte dei *benchmark* di portafoglio, pertanto i prodotti derivati che sono più strettamente collegati allo S&P 500 faciliteranno la gestione del rischio (Poon, 2005). Sebbene i due indici di volatilità siano calcolati in modo molto diverso, le loro proprietà statistiche sono molto simili. Le Figure 5 e 6 mostrano i grafici delle serie temporali di VIX e VXO nel periodo dal 2 gennaio 1990 al 28 giugno 2004, e la Figura 7 fornisce un grafico a dispersione che mostra la relazione tra i due. Il nuovo VIX ha una media più bassa ed è più stabile del vecchio VXO. Non c'è dubbio che i ricercatori stanno già studiando il nuovo indice e tutti i problemi che ha portato, come la determinazione del prezzo e la copertura dei derivati scritti sul nuovo VIX.

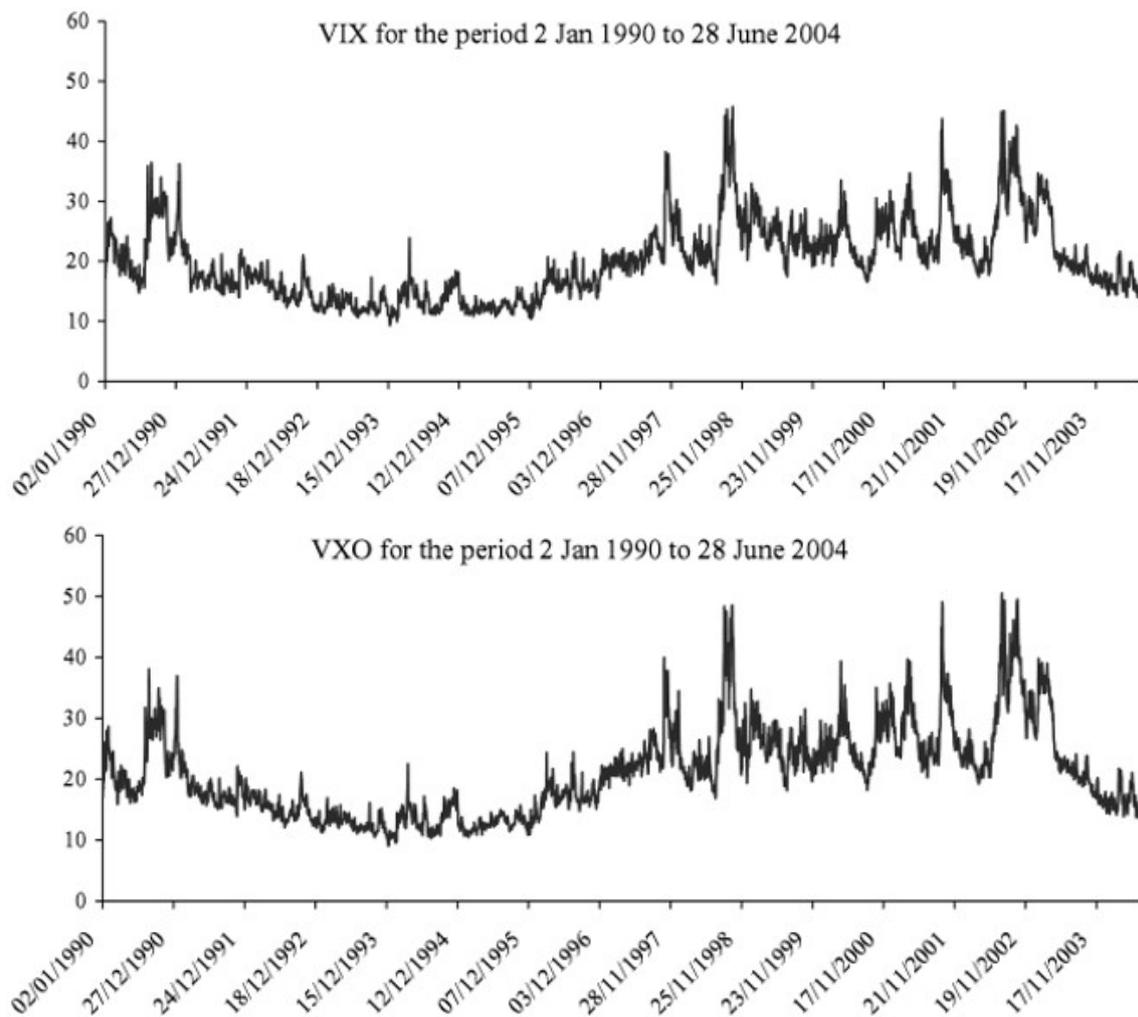


Figura 5 e 6, (Poon, 2005).

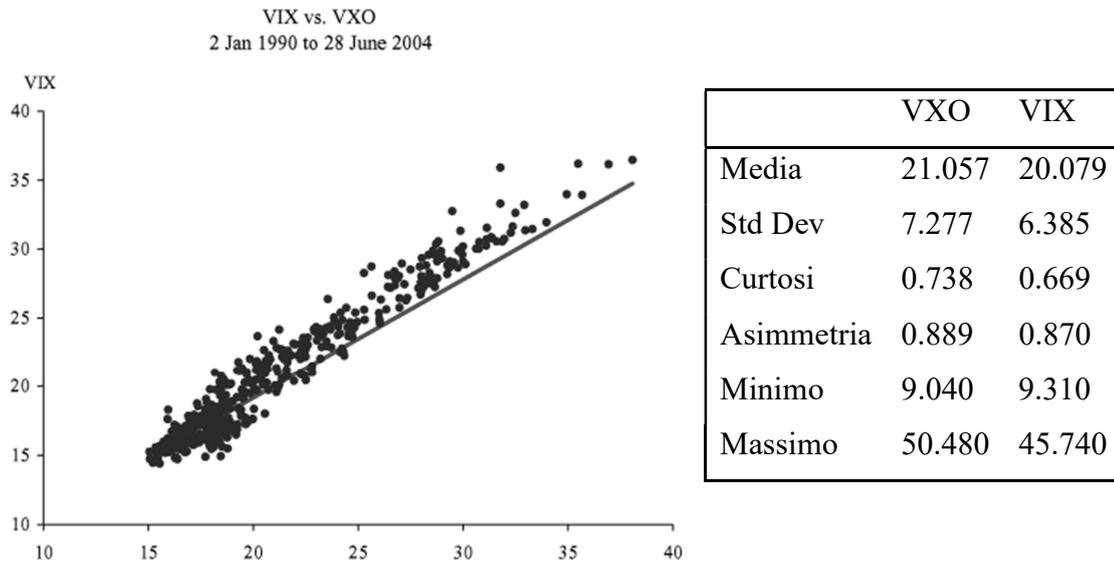


Figura 7, (Poon, 2005).

La Formula dell'Indice VXO

L'indice VXO viene calcolato prendendo in considerazione i giorni di negoziazione, mentre le volatilità implicite delle opzioni sull'OEX usate nella formula del VXO hanno scadenze basate sui giorni di calendario. Per questo motivo le volatilità implicite sono trasformate in giorni di negoziazione. Il numero di giorni di negoziazione, N_t , è calcolato a partire dai giorni di calendario alla scadenza, N_c , in quanto le opzioni OEX scadono sempre di venerdì, eccetto per qualche rara festività.

$$(16) \quad N_t = N_c - 2 \times \text{int}(N_c/7)$$

Quindi per ottenere la volatilità implicita annualizzata sui giorni di negoziazione, σ_t , si procede a moltiplicare la volatilità implicita annualizzata sui giorni di calendario, σ_c , per il rapporto tra le radici quadrate dei giorni di calendario e dei giorni di negoziazione.

$$(17) \quad \sigma_t = \sigma_c \left(\frac{\sqrt{N_c}}{\sqrt{N_t}} \right)$$

Questo aggiustamento delle volatilità implicite per i giorni di negoziazione si differenzia da una semplice modifica del numero di giorni nella valutazione delle opzioni. Il parametro del tempo alla scadenza influenza la valutazione delle opzioni non solo per

quanto riguarda la volatilità, ma anche in termini di tasso di apprezzamento atteso nel livello dell'indice e di tempo al quale il ritorno atteso dell'opzione viene scontato al presente. Quest'ultime due variabili sono più propriamente misurate usando i giorni di calendario. A causa della correzione del giorno di calendario, il VXO è circa 1,2 volte, ovvero $\sqrt{365/252}$, maggiore della volatilità storica calcolata utilizzando i dati del giorno di negoziazione.

L'indice VXO è costruito in modo tale da essere sempre *at-the-money*, utilizzando opzioni *just-in-the-money* e *just-out-of-the-money*, ed ha una scadenza costante di 30 giorni di calendario, combinando le opzioni più vicine, 1, e le seconde più vicine, 2, intorno a tale scadenza. Viene imposto un limite di 8 giorni alla scadenza, in quanto le opzioni con durata inferiore sono caratterizzate da distorsioni nei prezzi dovute ad una maggiore volatilità e ad una minore liquidità. L'indice VXO viene calcolato utilizzando otto prezzi di opzioni, tra cui due *call* e due *put* per ciascuna delle due scadenze, per ridurre eventuali errori di valutazione e di misurazione. Nella formula del VXO le volatilità implicite σ sono indicate con due termini come pedice, separati da una virgola. Il primo consiste in una *c* o una *p*, determinando se la volatilità implicita è stata ricavata da una *call* o da una *put*. Il secondo invece è un numero, il quale indica se la volatilità implicita è stata ricavata dalla serie di opzioni più vicine, 1, o le seconde più vicine, 2, alla data di scadenza. Inoltre, viene aggiunto un esponente per indicare se il prezzo di esercizio è *just-in-the-money*, X_a , o *just-out-of-the-money*, X_b , rispetto al livello corrente *at-the-money* dell'indice, S .

La ponderazione delle volatilità implicite che compongono il VXO è costituita da tre fasi. In primo luogo, viene calcolata la media delle volatilità implicite delle *call* e delle *put* in ciascuna delle quattro categorie di opzioni.

$$(18) \quad \sigma_1^{X_a} = (\sigma_{c,1}^{X_a} + \sigma_{p,1}^{X_a})/2$$

$$\sigma_2^{X_a} = (\sigma_{c,2}^{X_a} + \sigma_{p,2}^{X_a})/2$$

$$\sigma_1^{X_b} = (\sigma_{c,1}^{X_b} + \sigma_{p,1}^{X_b})/2$$

$$\sigma_2^{X_b} = (\sigma_{c,2}^{X_b} + \sigma_{p,2}^{X_b})/2$$

Viene utilizzato il prezzo medio dell'offerta *bid-ask* al posto del prezzo negoziato perché i prezzi delle transazioni sono soggetti a un “rimbalzo” o *bid-ask bounce*. L’obiettivo è ridurre il possibile *bias* di prezzo dovuto alla reattività del livello dell'indice OEX osservato. Quando il mercato sale rapidamente durante il giorno di negoziazione, ad esempio, i corsi azionari osservati più recentemente potrebbero subire ritardi rispetto ai loro valori reali per alcuni titoli azionari, causando di conseguenza un rallentamento del livello dell'indice S&P 100 rispetto al suo valore effettivo. Le opzioni sull’OEX d’altra parte sono scambiate più frequentemente del paniere di azioni di S&P 100. Di conseguenza, la volatilità implicita di una *call* (*put*) OEX, calcolata dal livello dell'indice S&P 100 mentre il mercato è in forte crescita, è distorta verso l'alto (verso il basso). Poiché la distorsione verso l'alto della volatilità implicita delle *call* è approssimativamente uguale alla distorsione verso il basso della volatilità implicita delle *put*, l'effetto della negoziazione poco frequente dei titoli dell'indice S&P 100 sul livello del VXO è mitigato. (Whaley, 1993 e Fleming, Ostdiek e Whaley, 1995)

In secondo luogo, le volatilità implicite *at-the-money* sono originate attraverso l’interpolazione tra le medie delle opzioni *just-in-the-money* e *just-out-of-the-money* per entrambe le date di scadenza.

$$(19) \quad \sigma_1 = \sigma_1^{X_a} \left(\frac{S - X_b}{X_a - X_b} \right) + \sigma_1^{X_b} \left(\frac{X_a - S}{X_a - X_b} \right)$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^{X_a} \left(\frac{S - X_b}{X_a - X_b} \right) + \sigma_2^{X_b} \left(\frac{X_a - S}{X_a - X_b} \right)$$

In questo modo il livello corrente, S , del VXO è sempre *at-the-money*. Infine, le opzioni più vicine e le seconde più vicine alla data di scadenza sono ponderate per avere una scadenza costante di 30 giorni di calendario o 22 giorni effettivi di negoziazione.

$$(20) \quad VXO = \sigma_1 \left(\frac{N_{t_2} - 22}{N_{t_2} - N_{t_1}} \right) + \sigma_1 \left(\frac{22 - N_{t_1}}{N_{t_2} - N_{t_1}} \right)$$

dove N_{t_1} rappresenta il numero di giorni di negoziazione che mancano alla prima scadenza e N_{t_2} rappresenta il numero di giorni di negoziazione che mancano alla seconda scadenza.

Il CBOE usa questa procedura per calcolare l'indice VXO in tempo reale ogni minuto dei giorni di negoziazione. Con questa formula il VXO mostra agli investitori la volatilità futura percepita dal mercato minuto per minuto.

Gli Strumenti Derivati sull'Indice VIX

Il CBOE, il 24 marzo 2004, introdusse i primi *future* sull'indice VIX negoziati in borsa nel CBOE Futures Exchange, CFE. I contratti future consistono in un accordo tra due parti per comprare o vendere un'attività in un determinato momento nel futuro ad un prezzo prestabilito, in questo caso la volatilità implicita *forward* a 30 giorni dell'indice S&P 500 con *settlement* previsto in denaro, ovvero l'investitore riceve o paga la differenza tra il prezzo di acquisto o vendita e il prezzo accordato. Il simbolo *ticker* di questi contratti è VX ed hanno un moltiplicatore di 1000 dollari.

$$(21) \quad VX = 1000\$ \times (S_T - K)$$

S_T : Valore dell'indice VIX alla scadenza

K : Prezzo di consegna

La variazione minima *tick* è di 0.05 punti indice che corrisponde al valore di 50 dollari per ogni contratto e le scadenze sono mensili e, a partire dal luglio del 2015, anche settimanali. Nelle quotazioni il mese di scadenza viene indicato con una lettera e, per le scadenze settimanali, la settimana con un numero progressivo.

Gennaio	F	Aprile	J	Luglio	N	Ottobre	V
Febbraio	G	Maggio	K	Agosto	Q	Novembre	X
Marzo	H	Giugno	M	Settembre	U	Dicembre	Z

Tabella 2, (www.cboe.com).

Il bene sottostante dei VIX *future* sull'indice è l'indice VXB, il cui valore è uguale al valore del VIX moltiplicato per 10 e la dimensione di un contratto è di 100 dollari. Si noti che nel caso dei *future* sul VIX non esistono possibilità di arbitraggio *cash and carry* o *reverse cash and carry*, in quanto il sottostante non può essere acquistato a pronti e quindi

il prezzo *forward* è influenzato solamente dal valore *spot* e dalle aspettative degli investitori e non dal cosiddetto *cost of carry*, ovvero la capitalizzazione del livello corrente.

$$(22) \quad VX_{t,T} \neq VXB_t \times e^{r(T-t)}$$

t: Data di negoziazione del contratto *future*

T: Data di scadenza del contratto *future*

r: Tasso *risk free*

Generalmente i *future* sul VIX sono meno reattivi del VIX stesso in quanto il VIX è *mean reverting*, ovvero tende a tornare al suo valore medio storico, approssimativamente 20. Infatti, quando il VIX subisce delle ampie variazioni, il mercato *future* prevede che l'indice torni progressivamente alla media e, quindi, non segue per intero la fluttuazione. Di conseguenza quando la scadenza è più lunga il prezzo dei *future* è prossimo alla media, ipotizzando un effetto di *mean reversion*, mentre quando la scadenza è più breve il prezzo dei *future* è prossimo al valore corrente del VIX. Solitamente il mercato dei *future* sul VIX ha una curva dei prezzi con inclinazione positiva, chiamata *contango*, in quanto il valore del VIX è inferiore al suo valore medio e quindi con il crescere della scadenza il prezzo dei *future* aumenta avvicinandosi alla media. Invece quando l'indice VIX subisce un forte aumento il mercato dei *future* sul VIX segue una curva dei prezzi con pendenza negativa, chiamata *backwardation*, in quanto il valore del VIX supera temporaneamente il suo valore medio e quindi con il crescere della scadenza il prezzo dei *future* diminuisce avvicinandosi alla media. Tale andamento è conforme alla *price action* che caratterizza il VIX, il quale mantiene a lungo valori inferiori alla media e raramente riscontra improvvisi aumenti.

I primi contratti di opzioni sull'indice VIX, invece, sono stati introdotti dal CBOE il 24 febbraio 2006 con il simbolo *ticker* VRO. Questi contratti consentono agli investitori di coprire i loro portafogli da inattesi crolli del mercato o di speculare sulla volatilità futura attesa. Le opzioni VIX hanno fino a 12 scadenze mensili e, dal 2015, fino a 6 scadenze settimanali. Consistono in opzioni di tipo europeo, ovvero possono essere esercitate solo a scadenza e, come per i *future* sul VIX, sono caratterizzate da un *cash settlement*. Nonostante lo *strike price* delle opzioni VIX sia basato sul valore dell'indice, il prezzo delle opzioni segue il valore *forward* del VIX, espresso dal mercato dei *future* sull'indice.

Quindi l'effettivo sottostante consiste nella curva dei prezzi dei *future* sul VIX, in quanto nel caso dei prezzi *future* in *contango* le opzioni *call* (*put*) sono più costose (meno) rispetto al valore *spot* del VIX e nel caso dei prezzi *future* in *backwardation* la opzioni *call* (*put*) sono più (meno) economiche rispetto al valore *spot* del VIX. Questi contratti di opzione hanno un moltiplicatore di 100 dollari e, generalmente, l'intervallo minimo degli *strike price* è di 0.50 dollari quando il prezzo di esercizio è inferiore a 15 dollari, 1 dollaro quando il prezzo di esercizio è inferiore a 200 dollari e 5 dollari quando il prezzo di esercizio è superiore a 200 dollari. La variazione minima *tick* è di 0.05 punti indice che corrisponde al valore di 5 dollari per le opzioni con una quotazione minore a 3 dollari e di 0.10 punti indice che corrisponde al valore di 10 dollari per le opzioni una quotazione maggiore a 3 dollari. Il valore di *settlement* alla scadenza delle opzioni sul VIX è una speciale quotazione di apertura dell'indice, Special Opening Quotation (SOQ), calcolato dai prezzi durante le regolari ore di negoziazioni della serie di apertura delle opzioni SPX sulle quali era stato calcolato il VIX alla data di negoziazione.

Inoltre, il primo luglio 2008 il CBOE ha introdotto la opzioni binarie *all-or-nothing* sull'indice VIX con il simbolo *ticker* BVX. Queste opzioni alla scadenza garantiscono al contraente il diritto all'intero ammontare del contratto, ovvero 100 dollari, se il valore dell'indice VIX è superiore o uguale allo *strike price*.

Nel 2009 sono stati introdotti gli Exchange Traded Products sul VIX, ovvero prodotti sulla volatilità di seconda generazione. Il primo lancio è avvenuto il 29 gennaio 2009, da parte di Barclays Bank PLC, che ha emesso *note* sugli indici *future* del VIX Short-Term, simbolo *ticker* VXX, e Mid-Term, simbolo *ticker* VXZ. Questi strumenti finanziari hanno riscosso un diffuso interesse tra le istituzioni, gli *hedge fund* e i clienti al dettaglio che fino a quel momento non negoziavano o non potevano negoziare nei mercati dei derivati. L'accesso pubblico fornito dai mercati azionari è stimato essere 100 volte più grande di quello dei mercati *future*.

Gli ETP possono essere strutturati e gestiti in molteplici modi e tra questi vi sono gli Exchange Traded Fund, ETF, e gli Exchange Traded Notes, ETN. Il primo fondo di investimento indicizzato al VIX è stato introdotto nel 2010 dal Source UK Services. Gli ETF sono più trasparenti e specificano esattamente quali strumenti sono utilizzati per generare il rendimento dell'indice di riferimento, fornendo inoltre al proprietario un diritto sulle attività del portafoglio sottostante. Gli ETF basati su *future* non investono in titoli ma imitano i rendimenti dell'indice di riferimento detenendo liquidità o strumenti del mercato monetario a breve termine e *future*, di solito in un conto di custodia di terzi. Le

partecipazioni specifiche del fondo vengono pubblicate giorno per giorno, pertanto il portafoglio che simula il benchmark può essere replicato, ed il processo di consegna o rimborso avviene tramite una transazione in contanti. Gli ETN, invece, offrono il rendimento di un benchmark alla scadenza stabilita attraverso *note* prive di cedole e garantite, non dalle attività utilizzate per generare il rendimento dell'indice di riferimento, ma direttamente dell'emittente. Quindi, il titolare dell'ETN non ha rivendicazioni dirette sulle attività sottostanti al portafoglio, ma può riscattarlo in contanti ogni giorno al valore indicativo di chiusura. Le banche non hanno l'obbligo di rivelare esattamente come generano l'esposizione al rendimento dell'indice dei *future*, solitamente realizzata utilizzando una varietà di strumenti di copertura.

CAPITOLO III – Verifiche Condotte in Letteratura

La Relazione tra il VIX ed il Mercato Azionario

Una delle principali ragioni che hanno fatto del VIX il celebre “indicatore della paura” consiste nella proprietà dell’indice di aumentare in modo significativo durante i periodi di turbolenza del mercato. Tale consequenzialità dipende dal fatto che se la volatilità attesa del mercato cresce (diminuisce), gli investitori richiedono tassi di rendimento maggiori (minori) sulle azioni, quindi il prezzo di quest’ultime scende (sale). Secondo questa relazione le variazioni dell’indice VIX dovrebbero essere proporzionali a quelle dei rendimenti di mercato per S&P 500, ma l’effetto non è così immediato. Infatti, una maggiore domanda per le *put* sul VIX influenza il valore dell’indice, quindi secondo quanto investigato da Whaley (2008) ci dovremmo aspettare che il tasso di variazione del VIX sia maggiore in termini assoluti quando il mercato crolla rispetto a quando cresce. Per testare la sua tesi Whaley ha calcolato la regressione tra il tasso di variazione giornaliero del VIX, $RVIX_t$, il tasso di variazione del portafoglio S&P 500, $RSPX_t$, e il tasso di variazione del portafoglio S&P 500 condizionato da una caduta del mercato, $RSPX_t^-$, uguale a 0 nel caso contrario.

$$(23) \quad RVIX_t = \beta_0 + \beta_1 RSPX_t + \beta_2 RSPX_t^- + \varepsilon_t$$

Secondo la tesi di Whaley il valore dell’intercetta della regressione, β_0 , dovrebbe essere approssimabile a 0, mentre i coefficienti angolari, β_1 e β_2 , saranno significativamente inferiori. Infatti, a partire dai dati ottenuti dal 1986 al 2008 nella tabella 3 per un numero complessivo di 5,754 osservazioni, la relazione stimata risulta come nell’equazione (24) confermando in tal modo le ipotesi di Whaley.

$$(24) \quad RVIX_t = -0.004 - 2.990RSPX_t - 1.503RSPX_t^-$$

Il coefficiente di determinazione, R^2 , risulta uguale a 55.7%, ovvero la percentuale della variabilità delle osservazioni che può essere spiegata dal modello di regressione lineare, mentre la percentuale residua, Residual Sum of Squares, è data dall’errore statistico, ε_t .

Dato che la stima dell'intercetta di regressione è prossima ad un valore nullo, quando SPX non subisce fluttuazioni giornaliere il tasso di variazione del VIX è trascurabile. Questo in quanto la volatilità, a differenza delle azioni, non ha l'obiettivo di remunerare gli investitori per il rischio assunto attraverso una aspettativa di crescita nel tempo, ma tende a ritornare al suo valore medio. Quindi il valore dell'intercetta di regressione stimato riflette l'assenza di crescita deterministica.

Invece i due coefficienti angolari stimati sono entrambi significativamente negativi e riflettono sia la relazione inversa che sussiste tra i movimenti nel VIX ed i movimenti in S&P 500 e sia l'asimmetria tra i movimenti causata dalle strategie di *hedging* dei portafogli. Infatti una crescita dell'indice di mercato S&P 500 pari a 100 *basis point* o 1% causa una caduta dell'indice VIX pari a -2.99%, come mostrato nell'equazione (25).

$$(25) \quad RVIX_t = -2.990 \times 0.01 = -2.99\%$$

Al contrario una diminuzione dell'indice di mercato S&P 500 pari a 100 *basis point* o 1% porta ad un aumento dell'indice VIX pari a 4.493%, come mostrato nell'equazione (26).

$$(26) \quad RVIX_t = -2.990 \times (-0.01) - 1.503(-0.01) = 4.493\%$$

A causa della forte domanda di titoli per coprire i portafogli azionari, la relazione tra la percentuale di variazione del l'indice VIX e dell'indice SPX è notevolmente asimmetrica. Quindi il VIX è più affidabile come barometro della paura degli investitori, per quanto riguarda il *downside risk*, che come misura dell'ottimismo degli investitori in una situazione di *market rally*. Si noti che l'evidenza fornita dimostra una correlazione marginale tra i due indici e non indica una relazione di causalità.

L'Andamento Storico del VIX

Dai dati raccolti nella tabella 3 si può fare un'analisi dei valori normalmente assunti dal VIX e tracciare quello che dovrebbe essere un andamento dell'indice nella norma. Nel periodo dal 1986 al 2008 la mediana dei valori di chiusura giornalieri del VIX è stata 18.88. Nel 50% dei giorni il VIX è rimasto tra i valori 14.60 e 23.66 con un intervallo di 9.06 punti, nel 80% dei giorni il VIX è rimasto tra i valori 12.04 e 29.14 con un intervallo

di 17.10 punti e nel 90% dei giorni il VIX è rimasto tra i valori 11.30 e 34.22 con un intervallo di 22.92 punti.

Inoltre, secondo Whaley il modo migliore per valutare l'ansietà del mercato consiste nell'esaminare la persistenza con la quale il VIX si mantiene al di sopra di determinati livelli critici. Dalla tabella 3 possiamo osservare che in totale il VIX dal 1986 al 2008 ha superato il valore 34.22 nel 5% dei giorni. Riesaminando i dati storici del VIX, per individuare il numero di giorni consecutivi in cui il VIX si è mantenuto al di sopra del valore di 34.22, siamo in grado di identificare tre periodi di crisi economica che hanno colpito S&P 500, il "Black Monday" del 1987 (47 giorni, dal 16 ottobre al 22 dicembre), la *downturn* del mercato del 2002 (46 giorni, dal 28 agosto al 31 ottobre) e la crisi dei mutui *subprime* del 2008 (139 giorni, dal 26 settembre al 16 aprile).

Anno	N oss.	5%	10%	25%	50%	75%	90%	95%
Totale	5,754	11.30	12.04	14.60	18.88	23.66	29.14	34.22
1986	252	16.92	17.34	18.06	19.25	21.07	23.64	24.24
1987	253	16.64	17.28	20.85	22.66	26.81	46.25	54.11
1988	253	17.44	18.11	20.35	24.06	27.21	34.20	36.16
1989	252	15.51	15.90	16.47	17.30	18.22	20.60	22.59
1990	253	16.55	17.32	18.31	21.16	26.11	28.96	30.49
1991	251	14.99	15.29	16.02	17.29	19.13	21.87	24.46
1992	254	12.18	12.73	13.36	14.76	15.98	17.33	17.96
1993	251	10.43	10.92	11.40	12.27	13.03	14.05	14.38
1994	252	10.26	10.49	11.29	12.80	14.47	15.63	16.07
1995	252	10.71	11.00	11.51	12.29	13.18	13.80	14.15
1996	254	13.43	14.70	15.72	16.78	18.16	19.39	20.45
1997	253	19.92	20.17	21.11	22.20	24.64	27.80	30.36
1998	252	18.06	18.82	20.43	22.61	27.67	36.37	41.49
1999	252	19.70	20.73	22.39	24.29	26.59	28.73	30.34
2000	252	19.67	20.76	22.45	24.89	27.61	30.19	31.50
2001	248	21.80	22.37	23.85	26.24	30.64	34.20	36.34
2002	250	19.79	20.84	22.44	29.19	35.31	41.25	43.89
2003	252	16.45	16.78	18.96	21.21	26.92	34.77	35.80
2004	252	12.63	13.05	14.28	15.32	16.55	18.13	18.91
2005	252	10.75	11.08	11.66	12.52	13.64	14.83	15.58

2006	251	10.52	10.78	11.35	12.00	13.60	16.18	17.73
2007	251	10.34	10.97	13.11	16.33	21.65	25.24	26.48
2008	212	18.16	19.45	21.14	23.79	27.55	45.24	63.31

La Tabella 3 riassume gli intervalli medi del valore giornaliero del VIX nel periodo campione da Gennaio 1986 a Ottobre 2008 (Whaley, 2008).

A differenza dei classici indici di mercato, come DJIA, che possono essere interpretati solamente in relazione ai loro valori storici, l'indice VIX ha anche un significato puramente probabilistico per quanto riguarda l'intervallo atteso del tasso di rendimento dell'indice di mercato S&P 500 nei prossimi 30 giorni. Infatti, assumendo che il tasso di rendimento di S&P 500 nei prossimi 30 giorni sia normalmente distribuito e il tasso di rendimento atteso sia pari a zero, Whaley (2008) propone un semplice metodo per interpretare il livello del VIX, mostrato nella figura 8.

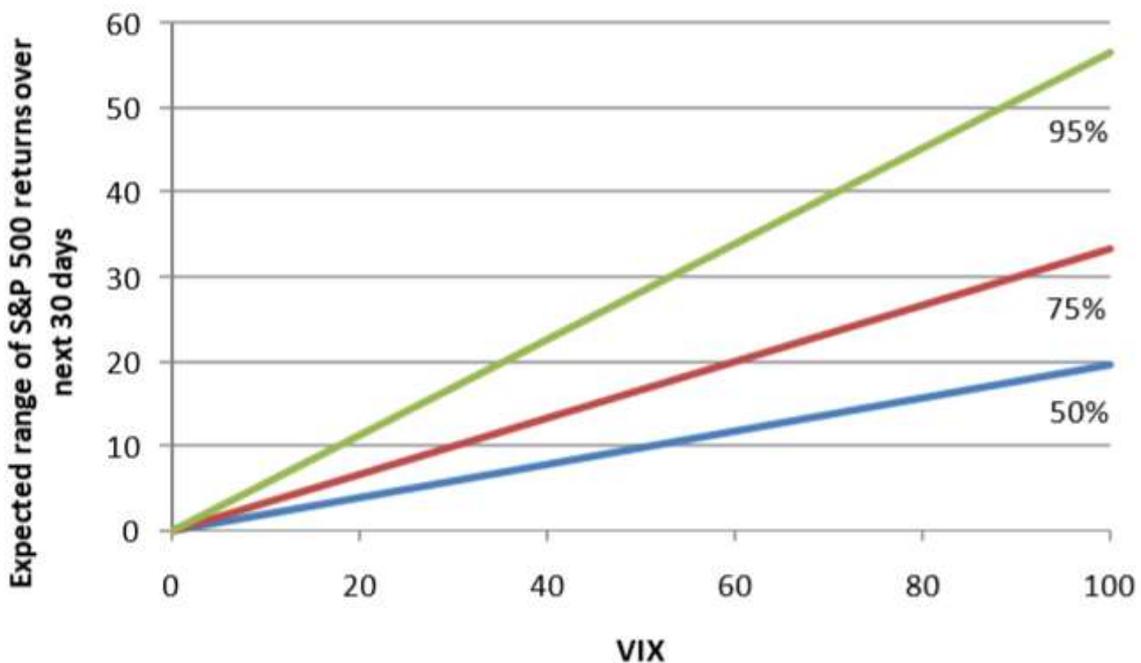


Figura 8, (Whaley, 2008).

Per comprendere meglio il grafico assumiamo che il livello corrente del VIX sia 20. Osservando la linea di colore blu, rappresentativa del livello di confidenza al 50%, notiamo che l'intervallo atteso del tasso di rendimento di S&P 500 nei prossimi 30 giorni

è uguale a circa il 3.9%. Quindi, quando il VIX è pari a 20, l'indice S&P 500 ha il 50% di probabilità di subire una variazione inferiore a 3.9%.

$$(27) \quad \text{Livello di confidenza al 50\%} = 0.1947 \times VIX$$

$$\text{Livello di confidenza al 75\%} = 0.3321 \times VIX$$

$$\text{Livello di confidenza al 95\%} = 0.5658 \times VIX$$

Le equazioni delle linee nel grafico, indicate nella formula (27), sono derivate dalla funzione di densità cumulata della distribuzione normale standardizzata. Un numero casuale estratto da una distribuzione normale unitaria ha una probabilità del 50% di essere all'interno dell'intervallo tra zero e la deviazione standard moltiplicata per 0.6745, una probabilità del 75% di essere all'interno dell'intervallo tra zero e la deviazione standard moltiplicata per 1.1504, ed una probabilità del 95% di essere all'interno dell'intervallo tra zero e la deviazione standard moltiplicata per 1.9600. Poiché l'indice VIX consiste in una deviazione standard annualizzata, il coefficiente di moltiplicazione viene aggiustato attraverso una divisione per $\sqrt{12}$, ottenendo le volatilità mensili.

La Correlazione Negativa tra il VIX e S&P 500

La caratteristica che rende il VIX interessante per gli investitori è la sua storica correlazione negativa con i rendimenti azionari. Quando il mercato azionario è in calo, le azioni tendono ad essere più volatili. Di conseguenza, il VIX tende ad aumentare.

Corr.	Media	Mediana	Minimo	Massimo	Dev. St.	Skew
1 mese	-0.83	-0.85	-0.97	-0.19	0.1	1.92
3 mesi	-0.83	-0.85	-0.93	-0.61	0.06	1.15
1 anno	-0.84	-0.84	-0.90	-0.75	0.03	0.36

La Tabella 4 mostra la correlazione tra le variazioni giornaliere del VIX e di S&P 500 a 1 mese, 3 mesi e 1 anno dal 2005 al 2015 (Dondoni, Maggi & Montagna, 2018).

Nel corso della sua storia, le variazioni del VIX hanno mostrato una forte e persistente correlazione negativa con le variazioni di S&P 500. Come indicato nella tabella 4 la correlazione a 1 anno tra i rendimenti di S&P 500 e le variazioni giornaliere dell'indice VIX nel periodo 2005-2015 è pari a $-0,84$, ed a $-0,83$ per entrambe le correlazioni ad 1 mese ed a 3 mesi (Dondoni, Maggi & Montagna, 2018). Questa correlazione non è affatto stabile nel tempo, oscilla tra $-0,75$ e $-0,90$ ad 1 anno, $-0,93$ e $-0,61$ a 3 mesi, $-0,97$ e $-0,19$ per la correlazione ad 1 mese, ma ritorna velocemente al suo valore medio. Generalmente, la correlazione delle variazioni degli indici si avvicina maggiormente a -1 quando il VIX raggiunge valori molto alti. Tuttavia, questo non si verifica per tutti gli anni. Ad esempio, si può osservare un valore medio del VIX basso e una correlazione fortemente negativa nella prima parte del 2013, nonché un valore medio del VIX elevato e una correlazione negativa relativamente inferiore nel 2009.

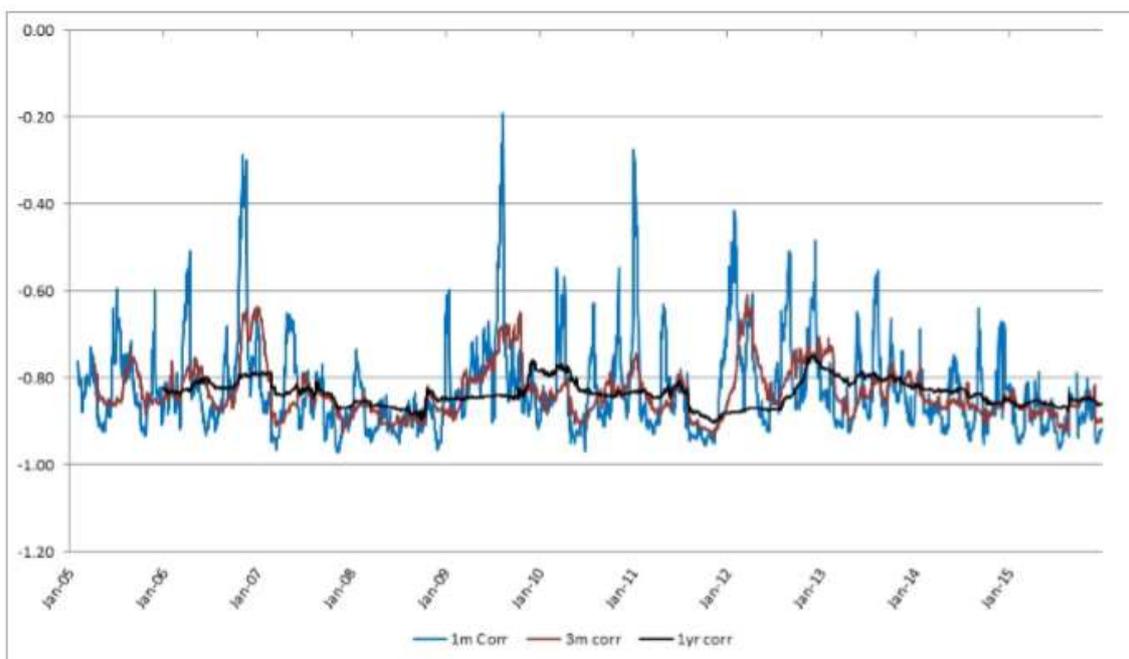


Figura 9, Correlazione tra il VIX e S&P 500 a 1 mese (linea blu), 3 mesi (linea rossa) e 1 anno (linea nera) dal 2005 al 2015 (Dondoni, Maggi & Montagna, 2018).

Il VIX cambia in modo asimmetrico rispetto ai movimenti S&P 500. La volatilità attesa tende ad esplodere dopo una forte contrazione del mercato azionario, ma diminuisce gradualmente durante un *rally* del mercato azionario. Questo andamento è coerente con il comportamento degli investitori, in quanto quest'ultimi si affrettano maggiormente ad acquistare strumenti finanziari di protezione quando le azioni crollano piuttosto che a speculare sulla volatilità quando crescono. Questa caratteristica rende il VIX un

potenziale strumento per la protezione contro il *tail-risk*, grazie alla sua correlazione negativa e alla sua convessità rispetto a rendimenti azionari fortemente negativi. Ad esempio, dopo il settembre del 2008 il VIX è più che triplicato da 25 a un massimo di 80, mentre i *future* su S&P 500 sono scesi solo del 40% durante lo stesso periodo. Da un punto di vista statistico, le variazioni percentuali VIX presentano un indice di asimmetria o *skewness* positivo. La *skew* o asimmetria può essere definita matematicamente come lo scarto cubico atteso dalla media diviso per il cubo della deviazione standard. Se risulta maggiore di zero la distribuzione è positivamente distorta e se risulta inferiore a zero è negativamente distorta, mentre se è uguale a zero è simmetrica. La sua interpretazione finanziaria si concentra sul *downside risk*. Dal punto di vista statistico, le distribuzioni distorte negativamente hanno una lunga coda sinistra, che per gli investitori viene tradotta in una maggiore possibilità di risultati estremamente negativi.

Le variazioni del VIX sono caratterizzate da convessità per rendimenti azionari marcatamente negativi. Quindi, le fluttuazioni positive del mercato azionario sono seguite da variazioni negative minime o medie nell'indice VIX, mentre le fluttuazioni negative causano ampi picchi nell'indice di volatilità. Gli investitori reagiscono maggiormente alle oscillazioni negative, perciò quando aumenta la volatilità implicita, la loro reazione è molto più intensa di quando diminuisce. Per questo motivo il VIX è molto utilizzato come strumento di *hedging* contro il *tail-risk*.

Le Strategie di Investimento sul VIX

Le strategie di investimento sul VIX seguono soprattutto una logica speculativa o di copertura nei confronti della volatilità del mercato. L'indice VIX tende a volare verso l'alto nei periodi di gravi crisi finanziarie o importanti avvenimenti nel mercato. Gli investitori, studiando attentamente gli eventi geopolitici o attraverso analisi tecniche, possono speculare sulla direzione della volatilità futura attesa di breve periodo comprando o vendendo allo scoperto strumenti finanziari sul VIX. Alcuni trader sfruttano il processo di *mean reversion* caratteristico del VIX negoziando in base al differenziale tra il livello corrente del VIX e il suo valore storico medio. Altri scommettono sulla differenza tra il VIX e la volatilità realizzata dall'indice S&P 500. Le strategie di risk-management sulla volatilità sono molto comuni. Le strategie di *hedging* consistono nell'acquisto di opzioni *call* o *future* sul VIX come assicurazione contro il *tail-risk* dato da potenziali crolli del mercato. Le strategie di diversificazione, invece, comprendono

investimenti a medio-lungo termine sulla volatilità, come categoria di attività alternativa, per aumentare il livello di diversificazione del portafoglio (Whaley, 2013).

Su quest'ultimo punto si è sviluppato un dibattito tra gli economisti, in quanto vi sono dubbi sull'uso della volatilità come *asset class*. Szado (2009) ha dimostrato gli effetti positivi di un'esposizione *long* sul VIX sia in termini di rendimenti che di deviazione standard, valutando la volatilità come un ottimo strumento di diversificazione. L'aumento della correlazione tra le varie classi di attività nella seconda metà del 2008 ha causato perdite significative per molti investitori, considerati in precedenza ben diversificati. Dai risultati dell'analisi risulta chiaro che, sebbene un'esposizione lunga sulla volatilità possa comportare rendimenti negativi nel lungo periodo, potrebbe fornire una protezione significativa nelle fasi di *downturn* del mercato. In particolare, gli strumenti finanziari sul VIX sarebbero potuti essere utilizzati per fornire un'elevata diversificazione durante la crisi del 2008. Inoltre, i risultati di questo studio suggeriscono che le opzioni *call* sul VIX avrebbero potuto fornire un mezzo più efficiente di diversificazione di quanto fornito dalle opzioni *put* sull'indice SPX. Purtroppo, l'analisi di Szado è basata su un campione di dati molto ridotto e poco affidabile, in quanto comprende la crisi del 2008 durante la quale il VIX presenta un andamento decisamente anomalo. Invece, esaminando un periodo più ampio e rappresentativo, Alexander e Korovilas (2011) hanno concluso che la volatilità è un efficiente mezzo di diversificazione solamente nelle situazioni di crollo del mercato. Quindi l'acquisto di *future* sul VIX sarebbe giustificato esclusivamente in previsione di crisi del mercato azionario, ma quest'ultime sono estremamente difficili da prevedere e relativamente di breve durata. In altre parole, la volatilità azionaria è caratterizzata da salti imprevisti seguiti da una rapidissima inversione di tendenza, pertanto è improbabile che le aspettative basate sul recente andamento della volatilità siano realizzate e nel momento in cui gli investitori sono consapevoli di una crisi solitamente è troppo tardi per diversificare nella volatilità. Inoltre, la perfetta previsione raramente giustifica l'acquisto dei *future* sul VIX come strumento di diversificazione azionaria a lungo termine, in quanto nella maggior parte dei casi il rendimento negativo del *carry and roll* della volatilità erode pesantemente la performance azionaria.

Whaley (2013) ha analizzato le strategie *buy-and-hold* sugli ETP del VIX, da cui risulterebbe che una buona parte degli investitori sia irrazionale o inconsapevole della struttura e delle prestazioni nel tempo di questi strumenti finanziari.

	SPY	VIX	VXX (ST)	VXZ (MT)	VIXY (ST)	TVIX (2x ST)	XIV (Inv. ST)
Numero Oss.	1,580	1,580	1,580	1,580	1,580	1,580	1,580
Media	0.026%	0.286%	-0.095%	0.024%	-0.102%	-0.204%	0.102%
Deviazione Standard	1.520%	7.478%	3.911%	2.041%	3.911%	7.822%	3.911%
Dev. St. Ann.	24.1%	118.7%	62.1%	32.4%	62.1%	124.2%	62.1%
Rendimento	26.6%	38.5%	-93.2%	5.9%	-93.9%	-100.0%	44.2%
Rend. Comp. Ann.	3.8%	5.3%	-34.8%	0.9%	-36.0%	-71.7%	6.0%
Corr. con S&P 500	1	-0.760	-0.782	-0.767	-0.782	-0.782	0.782

La Tabella 5 riassume le statistiche dei rendimenti degli indici azionari e di volatilità nel periodo dal 20 dicembre 2005 al 30 marzo 2012 (Whaley, 2013).

I risultati evidenziano che gli ETP indicizzati ai *future* sul VIX a breve termine, ST, sono statisticamente garantiti di perdere denaro nel tempo. Infatti, nel corso di 6 anni, gli indici *future* a breve termine sul VIX, VXX e VIXY, sono calati di circa il 94%. Quindi quest'ultimi non dovrebbe essere detenuti in portafoglio come una tradizionale categoria di attività. Nonostante le fluttuazioni degli indici siano correlate negativamente con i rendimenti delle altre *asset class* di portafoglio, le scarse prestazioni in termini di rendimenti li rendono inefficaci. Nel corso di 3 anni dal 2009 al 2012, i titolari di ETP indicizzati ai *future* a breve termine sul VIX hanno perso quasi 4 miliardi di dollari.

Inoltre, nonostante le potenzialità di profitto attraverso una strategia di vendita allo scoperto di questi titoli, gli ETP sono difficili da prendere a prestito e hanno oneri di migliaia di *basis point* in termini di tasso di interesse collaterale.

Un'alternativa sarebbe comprare un ETP inverso. L'indice inverso sui *future* del VIX a breve termine, XIV, ha registrato un rendimento composto annuo del 6,0% da dicembre 2005 a marzo 2012. I rendimenti degli ETP inversi sul VIX tuttavia presentano un elevato *tail-risk* e sono fortemente correlati ai rendimenti azionari, quindi non offrono un miglioramento del portafoglio in termini di diversificazione.

Per quanto riguarda gli ETP sul VIX a medio termine, MT, sono sicuramente preferibili per una strategia di investimento di lungo periodo. La struttura a termine dei prezzi dei *future* sul VIX è molto più piatta nella regione corrispondente alla scadenza a cinque mesi dell'indice a medio termine rispetto alla scadenza a un mese dell'indice a breve termine.

Quindi le perdite dovute al persistente andamento in *contango* degli indici *future* sul VIX sono considerevolmente inferiori, in quanto sono sostenute ad un ritmo molto più lento. Infatti, nel periodo di sei anni riportato nella tabella 5, i rendimenti degli indici *future* sul VIX sono pari al 5,9% per il medio termine, MT, e sono uguali a -93,2% e -93,9% per il breve termine, ST. Mentre, in termini di correlazione negativa con S&P 500, i rendimenti dell'indice di medio termine, MT, hanno un coefficiente pari a -0,767, leggermente inferiore al coefficiente di correlazione degli indici di breve termine, ST, uguale a -0,782, quindi non vi è alcuna perdita nell'efficacia della diversificazione.

Inoltre, nel calcolo dei rendimenti non sono state prese in considerazione le commissioni applicate sugli ETP, le quali eroderebbero considerevolmente le prestazioni di quest'ultimi. Nell'analisi sono stati valutati i principali ETP sul VIX in termini di volumi di negoziazione, quest'ultimi corrispondono gli interessi maturati sull'indice secondo due diverse modalità, *total return* sul *benchmark*, VXX e VXZ, ovvero il tasso di apprezzamento sui contratti *future* sommato all'interesse privo di rischio, *T-bill* a 91 giorni, sul capitale vincolato, e *excess return*, VIXY, TVIX e XIV, ovvero l'extra-rendimento giornaliero rispetto all'interesse *risk free* sommato ad un tasso d'interesse selezionato dal gestore dell'ETP.

La Manipolazione del VIX

Griffin e Shams (2017) dimostrano che non solo è possibile influenzare il settlement del VIX, ma l'andamento dei prezzi e dei volumi di negoziazione delle opzioni SPX al momento della liquidazione dei contratti sul VIX sono coerenti con quanto ci si aspetterebbe da una strategia di manipolazione dell'indice.

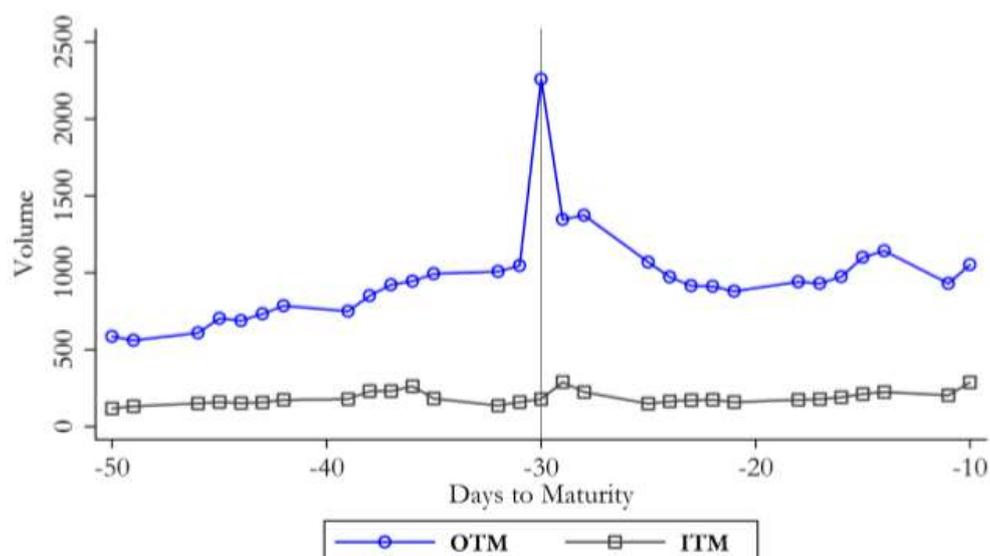


Figura 10, Volume medio di negoziazione giornaliera per giorni alla scadenza di opzioni SPX *out-of-the-money*, OTM (linea blu), e *in-the-money*, ITM (linea grigia) da gennaio 2008 ad agosto 2014 (Griffin & Shams, 2017).

Infatti, nella figura 10 si osserva un elevato aumento del volume di opzioni SPX negoziate al momento del calcolo del valore dell'indice VIX, il quale riguarda solamente le opzioni *out-of-the-money*, OTM, con scadenza a 30 giorni incluse nella formula del VIX.

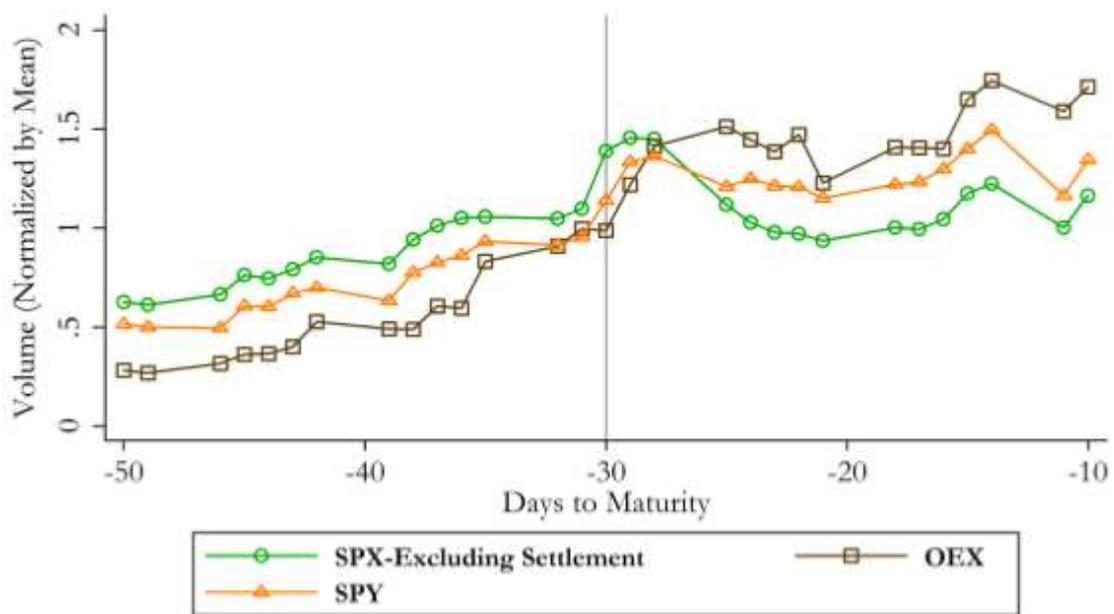


Figura 11, Volume normalizzato per il valore medio di negoziazione giornaliera per giorni alla scadenza di opzioni SPX (linea verde), esclusa la scadenza del settlement del VIX, opzioni SPY (linea arancione) e opzioni OEX (linea marrone) nel periodo da gennaio 2008 ad agosto 2014 (Griffin & Shams, 2017).

Come si può notare dalla figura 11 il picco di volume di opzioni SPX con scadenza a 30 giorni scambiate durante il regolamento dell'indice VIX risulta anomalo rispetto all'andamento normale del volume di negoziazione di opzioni SPX con altre scadenze e rispetto agli indici SPY e OEX, i quali non hanno un indice di volatilità negoziabile.

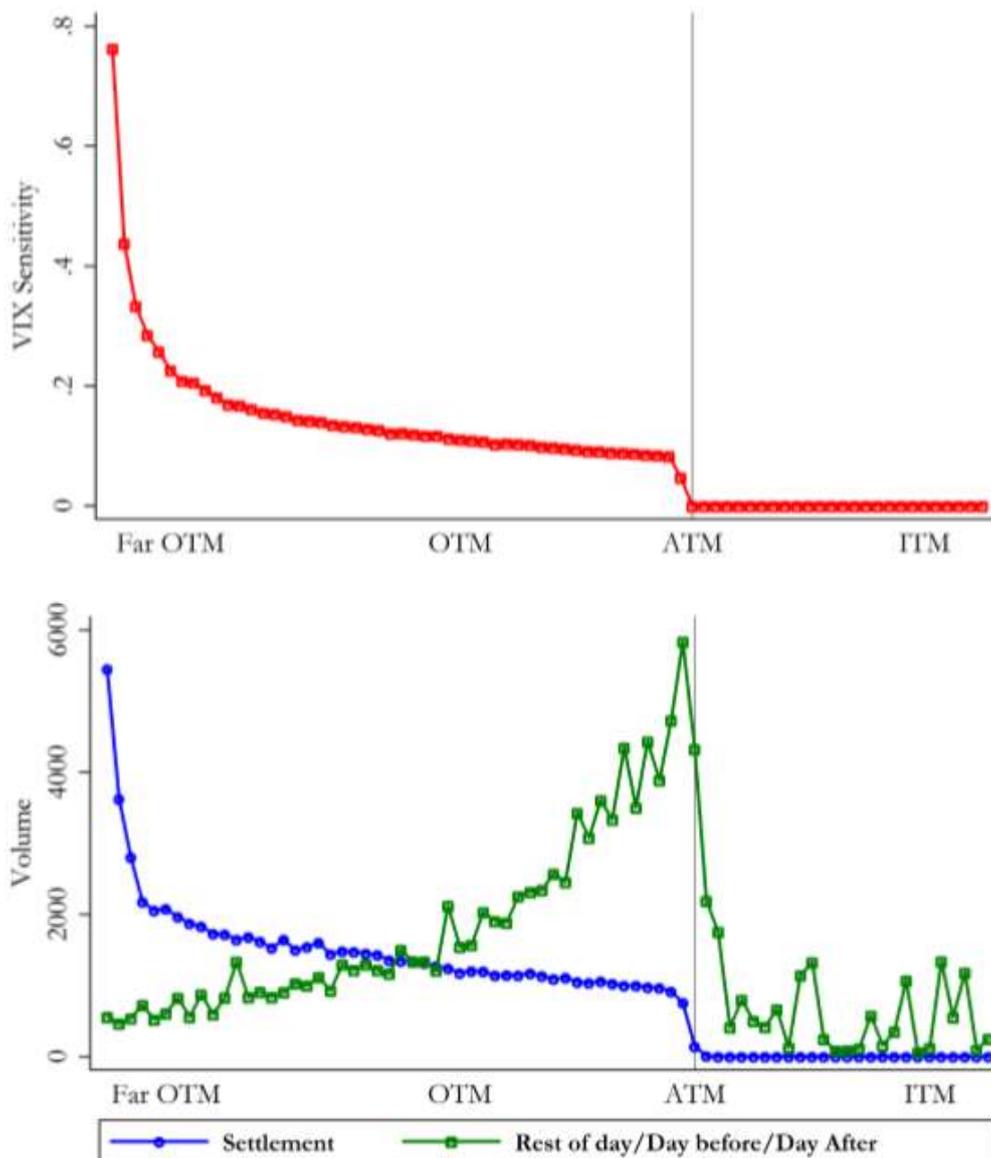


Figure 12 e 13, Sensibilità del VIX alle rispettive opzioni *put* SPX (linea rossa) e Volume di negoziazione di opzioni *put* SPX durante il settlement del VIX (linea blu) e durante il resto del giorno, il giorno prima e il giorno dopo (linea verde) nel periodo da gennaio 2008 ad aprile 2015 (Griffin & Shams, 2017).

Inoltre, nelle figure 12 e 13 è possibile individuare una proporzionalità tra la sensibilità del VIX a ciascun prezzo di esercizio delle tipologie di opzioni *put* SPX ed il volume scambiato di quest'ultime durante il regolamento del VIX, con un salto per le opzioni che hanno un peso discontinuamente maggiore.

Le deviazioni dal normale andamento del VIX comportano un'oscillazione media di 31 punti base dei valori di settlement del VIX, che ammontano ad oltre 1,81 miliardi di dollari in fluttuazioni dei prezzi di liquidazione di *future* e opzioni sul VIX da gennaio

del 2008 ad aprile del 2015. Le grandi dimensioni di questi contratti sul VIX, 108 miliardi di dollari nel periodo di campionamento, esposti al regolamento relativo ai prezzi di esercizio delle opzioni SPX al momento del settlement, rende la manipolazione profittevole per un grande investitore. Sebbene normalmente nei mercati azionari queste deviazioni dei prezzi creano possibilità di arbitraggio per i trader che negoziano come controparte, correggendo di fatto le distorsioni, in questo caso gli alti costi di transazione per le opzioni SPX, meno liquide durante la finestra di pre-regolamento, rendono tali deviazioni fattibili.

Griffin e Shams (2017), valutando attentamente le possibili spiegazioni alternative a tali anomalie, ovvero una strategia di liquidità coordinata e due differenti forme di *hedging*, ritengono che l'ipotesi più coerente con i dati sia una strategia di manipolazione del VIX. Questi risultati hanno importanti implicazioni per la progettazione del settlement del VIX da parte del CBOE, per i regolatori, per le rispettive leggi finanziarie e per gli investitori. Tuttavia, non si possono escludere con certezza tutte le altre potenziali spiegazioni.

In una lettera pubblicata il 23 Aprile del 2018 il CBOE assicura a tutti gli investitori che l'indice VIX non presenta possibilità di manipolazione e in particolare giustifica l'andamento anomalo subito dal settlement mensile dei derivati sul VIX avvenuto il 18 aprile 2018 come un normale sbilanciamento degli ordini di acquisto delle opzioni SPX meno liquide utilizzate per il calcolo del VIX a seguito della strategia di *hedging* di un grande investitore, il quale ha sottoscritto 212,000 contratti tutti insieme. Tale strategia sarebbe coerente con l'ampio intervallo di *strike price* all'intero dell'ordine. Per aumentare la liquidità delle opzioni SPX incluse nella formula del VIX il CBOE ha annunciato un miglioramento nelle modalità d'asta di quest'ultime e per evitare ulteriori deviazioni dell'andamento del VIX apporterà delle modifiche nella procedura di settlement dell'indice entro il prossimo anno.

Griffin (2018) critica pesantemente la condotta del CBOE e ritiene che finché non sarà garantita una maggiore trasparenza sulle negoziazioni degli strumenti derivati sul VIX e su S&P 500 non sarà possibile determinare se le anomalie dell'indice di volatilità siano causate da strategie di *hedging* o da tentativi di manipolazione. Quindi suggerisce la pubblicazione da parte del CBOE dei dati sugli ordini di negoziazione con identificatori anonimi, i quali permetterebbero agli accademici, ai regolatori ed ai partecipanti al mercato di verificare se i grandi investitori che si coprono sulle opzioni di S&P 500 contemporaneamente speculano sulle deviazioni dell'indice VIX.

CONCLUSIONE

La finalità di questa tesi consiste nello studiare il fondamento teorico, la metodologia di costruzione e le proprietà empiriche dell'indice di volatilità VIX, con enfasi sull'individuazione delle strategie e dei rischi degli investitori.

La nuova metodologia di calcolo del VIX, introdotta nel 2003 dal Chicago Board Options Exchange, sembrerebbe vantaggiosa rispetto alla versione precedente in quanto è indipendente da qualsiasi modello di *pricing* delle opzioni ed estrae le informazioni tra tutti i prezzi di esercizio disponibili delle opzioni SPX, rendendolo più efficiente dal punto di vista informatico. Inoltre, la nuova metodologia consente di replicare la volatilità come un portafoglio di contratti prontamente disponibili, avviando lo sviluppo degli strumenti derivati negoziabili sulla volatilità attesa di S&P 500.

Lo scopo principale del VIX non consiste nel prevedere accuratamente la volatilità futura realizzata nel mercato, ma piuttosto nel misurare la volatilità o il rischio attesi attualmente percepiti dal mercato. Il VIX è un'importante indicatore del sentimento degli investitori e fornisce preziose informazioni a tutti i partecipanti al mercato, legittimando la sua popolarità e l'ampio uso della metodologia dell'indice in altri mercati.

Con l'introduzione da parte del CBOE di una piattaforma per opzioni e *future* sul VIX la volatilità è diventata una risorsa negoziabile. Gli strumenti derivati sul VIX offrono numerosi ed evidenti vantaggi in termini di diversificazione e di *hedging*, ma comportano anche altrettanti rischi. Da una parte potenziali tentativi di manipolazione minacciano la stabilità del VIX e del mercato dei derivati legato ad esso, il quale ha raggiunto dimensioni molto rilevanti. Dall'altra la volatilità viene intensificata dall'aumento eccessivo ed imprudente delle strategie di *hedging* ed in generale del volume di negoziazione negli strumenti derivati sul VIX, il quale influenza e viene influenzato dai modelli di gestione del rischio.

L'economista britannico Charles Goodhart nel 1975 affermò: “Quando un indice diventa un bersaglio, perde le proprietà che inizialmente lo rendevano un buon indicatore”.

BIBLIOGRAFIA

- Alexander, C., & Korovilas, D. (2011). *“The Hazards of Volatility Diversification”*. Working paper, University of Reading.
- Allen, F., Brealey, R., & Myers, S. C. (2014). *“Principles of Corporate Finance”*. 11th Global Edition, McGraw-Hill Education, UK.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). *“The Pricing of Options and Corporate Liabilities”*. Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 3, pp. 637–654.
- The Chicago Board Options Exchange (2003). *“Vix white paper”*.
URL: <http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite>
- Dondoni, A., Maggi, M., & Montagna, D. (2018) *“VIX Index Strategies Shorting volatility as a portfolio enhancing strategy”*. Università degli Studi di Pavia, Banca IMI.
- Fleming, J., Ostdiek, B., & Whaley, R. E. (1995). *“Predicting stock market volatility: A new measure”*. Journal of Futures Markets, Vol. 15, No. 3, 265-302.
- Griffin, J. M., & Shams, A. (2017). *“Manipulation in the VIX?”*. The Review of Financial Studies, Vol. 31, No. 4, pp. 1377-1417.
- Griffin, J. M. (2018). *“Does the VIX Need Fixing? Sure Looks That Way”*. Bloomberg.
- J.P. Morgan/Reuters (1996). *“RiskMetrics - Technical Document”*. New York, J.P. Morgan/Reuters.
- Markowitz, H. (1952). *“Portfolio Selection”*. The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91, American Finance Association.

- Merton, R. C. (1973) "*Theory of Rational Option Pricing*". Bell Journal of Economics and Management Science Vol. 4, pp. 141–183.
- MLA style (2014). "*The Prize in Economics 1990 - Press Release*". Nobelprize.org, Nobel Media AB 2014.
- Poon, S. H. (2005). "*A practical guide to forecasting financial market volatility*". John Wiley & Sons.
- Saunders, A. (2014). "*Financial Markets and Institutions*". 6th Edition, McGraw-Hill Higher Education.
- Schwager, J. (1984). "*A complete guide to the futures markets: fundamental analysis, technical analysis, trading, spreads, and options*". John Wiley & Sons, pp. 464-470.
- Sharpe, W. F. (1964) "*Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*". Journal of Finance Vol. 19, pp. 425-442
- Sharpe, W. F. (1966). "*Mutual Fund Performance*" (No. w22952). The Journal of Business, Vol. 39, No. 1, Part 2: Supplement on Security Prices, pp. 119-138, The University of Chicago Press.
- Szado, E. (2009). "*VIX Futures and Options: A Case Study of Portfolio Diversification*". The Journal of Alternative Investments, Vol.12, pp. 68-85.
- Whaley, R. E. (1993). "*Derivatives on market volatility: Hedging tools long overdue*". The journal of Derivatives, Vol. 1, No. 1, pp. 71-84.
- Whaley, R. E. (2000). "*The Investor Fear Gauge*". The Journal of Portfolio Management, Vol. 26, No. 3, pp. 12-17.

- Whaley, R. E. (2008). *“Understanding VIX”*. Finance, Vanderbilt University.
- Whaley, R. E. (2013). *“Trading Volatility: At What Cost?”*. The Journal of Portfolio Management, Vol. 40, No. 1, pp. 95-108.
- Wigglesworth, R. (2018). *“How a volatility virus infected Wall Street”*. FT Magazine Markets Volatility, The Financial Times.
- Wigglesworth, R. (2018). *“An abridged, illustrated history of volatility”*. FT Alphaville, The Financial Times.

SITOGRAFIA

- <http://www.cboe.com/vix>
- <http://www.investing.com>
- <http://www.investopedia.com>
- <http://www.riskmetrics.com>