



Dipartimento di Economia e Finanza

Cattedra: Economia e Gestione degli Intermediari Finanziari (corso progredito)

**IL VALUE AT RISK: UN APPROCCIO AL CALCOLO DEL
REQUISITO PATRIMONIALE PER IL RISCHIO DI MERCATO.**

Relatore

Prof. Domenico Curcio

Bernardo Petrone

matr. 680231

Correlatore

Prof. Giancarlo Mazzoni

ANNO ACCADEMICO 2017/2018

Sommario

Introduzione	5
Capitolo 1: Un approccio alla stima del rischio di mercato: il Value at Risk.	7
1.1 Premessa.....	7
1.2 L'approccio parametrico per il calcolo del VaR.....	8
1.2.1 Proprietà statistiche dei rendimenti finanziari.....	8
1.2.2 La distribuzione normale delle variazioni dei fattori di mercato.....	11
1.2.3 Il calcolo del VaR per una singola posizione.....	12
1.2.4 Due scelte importanti: l'intervallo di confidenza e l'orizzonte temporale di riferimento.....	14
1.2.5 Esempio di calcolo del VaR per una singola posizione.....	16
1.2.6 Dal VaR di una singola posizione al VaR di un portafoglio.....	19
1.3 La stima della volatilità.....	22
1.3.1 Premessa.....	22
1.3.2 La stima della volatilità.....	23
1.3.3 La previsione della volatilità.....	26
1.3.4 I limiti dei modelli GARCH.....	28
1.4 Modelli di simulazione.....	30
1.4.1 I limiti dell'approccio parametrico e i modelli di simulazione.....	30
1.4.2 La simulazione storica.....	32
1.4.3 La simulazione Montecarlo.....	33
Capitolo 2: Il requisito patrimoniale per il rischio di mercato	35
2.1 Premessa.....	35
2.2 L'approccio standardizzato.....	36
2.2.1 Introduzione.....	36
2.2.2 Il metodo basato sulla sensitività.....	38
2.2.3 La componente di rischio residuale.....	40

2.2.4 Fattori di rischio.....	41
2.2.5 Definizioni di sensibilità.....	45
2.2.6 Pesi e correlazioni per il Delta.....	47
2.2.7 Pesi e correlazioni per Vega e Curvatura.	56
2.2.8 Il caricamento per il rischio di default.....	58
2.3 L'approccio dei modelli interni	63
2.3.1 Premessa.....	63
2.3.2 Standard qualitativi.....	64
2.3.3 Standard quantitativi.....	65
2.3.4 Standard di convalida del modello e determinazione dell'ammissibilità all'utilizzo dei modelli interni.....	69
2.3.5 Alcune specificazioni per i fattori di rischio di mercato.....	71
2.3.6 Caricamento del rischio di default.....	73
2.3.7 Determinazione del requisito complessivo.....	75
Capitolo 3: Diversificazione e VaR: una analisi empirica.	78
3.1 Introduzione.....	78
3.2 Evidenze empiriche nella stima del VaR.....	79
3.2.1 Le banche sovrastimano il VaR?	79
3.2.2 Lo studio di Pèrignon e Smith.	80
3.3 Rielaborazione su dati recenti dello studio di Pèrignon e Smith.	82
3.3.1 Principali differenze con Pèrignon e Smith (2008).	82
3.3.2 Costruzione del campione.	83
3.3.3 Calcolo delle matrici di correlazione.....	87
3.3.4 Stima dei coefficienti di diversificazione empirici e confronto con quelli impliciti.	90
3.3.5 Risultati dell'analisi.....	93
Conclusioni.	96
Bibliografia	97

Sommario delle figure.

Figura 1: Distribuzione leptocurtica (reale) e normalizzata dei rendimenti logaritmici del tasso di cambio USD/DEM dal 28/3/96 al 16/4/96.....	10
Figura 2: Rendimenti giornalieri da gennaio del 1993 a dicembre del 1995 per due tassi di cambio: USD/DEM e USD/FRF.....	10
Figura 3: Confronto dei coefficienti di diversificazione nei diversi trimestri.....	93
Figura 4: Confronto dei coefficienti di diversificazione nelle diverse banche.	94
Figura 5: Confronto tra i coefficienti di div. medi del periodo di riferimento dell'analisi.....	95

Sommario delle tabelle.

Tabella 1: Ponderazioni per Tasso di interesse	47
Tabella 2: Bucket per lo Spread sul Credito “not securitisation”.	49
Tabella 3: Ponderazioni per Spread sul Credito “not securitisation”.....	49
Tabella 4: Valore delle correlazioni per γ	50
Tabella 5: Ponderazioni per il Credit Spread “Securitisation Correlation Trading Portfolio”	51
Tabella 6: Bucket per Credit Spread “Securitisation, not Correlation Trading Portfolio”.	51
Tabella 7: Ponderazioni per il Credit Spread “Securitisation not Correlation Trading Portfolio”. ...	52
Tabella 8: Bucket per Equity	53
Tabella 9: Ponderazioni per i bucket appartenenti a Equity..	54
Tabella 10: ponderazioni e bucket per Commodity.....	55
Tabella 11: Correlazioni ρ per Commodity..	56
Tabella 12: Orizzonti di liquidità per le diverse classi di rischio.....	57
Tabella 13: Metodi di calcolo per il Nozionale, il Valore di Mercato e il Profit&Loss.).	59
Tabella 14: Ponderazioni per il rating nel calcolo del caricamento per il rischio di default.	60
Tabella 15: Orizzonti di liquidità regolamentari.....	66
Tabella 16:: Orizzonti di liquidità per il calcolo del ES in scala..	68
Tabella 17: VaR pubblicati dalle banche per il periodo considerato	84
Tabella 18: coefficienti di diversificazione medi nei diversi trimestri.	86
Tabella 19: matrici di correlazione stimate con l’approccio non condizionale..	88
Tabella 20: Matrici di correlazione calcolate con l’approccio condizionale.	90
Tabella 21: confronto sul coeff. di div. della banca e quello calcolato con l’appr. non cond.	91
Tabella 22: confronto sul coeff. di div. della banca e quello calcolato con l’appr. cond	92

Introduzione

Il rischio di mercato è definibile come la possibilità di variazioni sfavorevoli del valore di mercato di uno strumento finanziario (prezzi azionari, prezzi di materie prime, tassi di interesse, tassi di cambio, volatilità di tali variabili).

La misurazione del rischio di mercato non è stata sempre al centro dell'operatività delle banche ma soprattutto non è stata preoccupazione delle autorità di vigilanza fino ai secondi accordi di Basilea. Soltanto nei primi anni ottanta le banche iniziano ad interessarsi predisponendo misure per il suo calcolo, mentre la vigilanza non si espone in tal senso finché non vengono definiti con Basilea II i primi modelli per il calcolo del patrimonio a fronte del rischio di mercato.

L'obiettivo di questo elaborato è quello di dare una visione ampia di quelle che sono le misure per il calcolo del rischio di mercato e di riflesso in cosa consistono le metodologie per la computazione del requisito patrimoniale a fronte proprio del rischio di mercato.

Per raggiungere tale obiettivo l'elaborato è stato diviso in tre parti che costituiscono altrettanti capitoli.

Nel primo capitolo si introduce il VaR quale misura di stima del rischio di mercato nell'ottica del calcolo del requisito patrimoniale. In particolare si è descritta brevemente la sua storia per poi arrivare alla metodologia di calcolo in sé. La metodologia del calcolo della misura di rischio è stata affrontata in tre approcci differenti: quello parametrico, delle simulazioni storiche e delle simulazioni Montecarlo, soffermandosi maggiormente sulla metodologia RiskMetrics, la quale viene inclusa nell'approccio parametrico. Il capitolo cerca anche di approfondire le modalità di stima della volatilità, che risulta essere un parametro di fondamentale importanza, oltre ad alcune caratteristiche dei rendimenti delle attività finanziarie.

Se nel primo capitolo si è descritto come teoricamente si può calcolare il requisito patrimoniale per il rischio di mercato, nel secondo capitolo si spiega come le banche, ad oggi, calcolano tale requisito. Il capitolo si apre con un breve excursus storico sulle modalità di calcolo del requisito patrimoniale per il rischio di mercato, per poi soffermarsi su quella odierna. Infatti, si basa sulla interpretazione del framework sul rischio di mercato di Basilea III. In tale documento il Comitato descrive due metodologie: l'approccio standardizzato e quello basato sui modelli interni. Il primo viene utilizzato dalle banche di piccole dimensioni che non hanno strutture di risk management all'avanguardia, mentre l'altra viene utilizzata soltanto da intermediari, i cui processi di analisi del rischio sono stati validati dagli enti preposti alla vigilanza.

Nel terzo capitolo si focalizza l'attenzione sulla descrizione di una analisi empirica e i suoi relativi risultati. L'analisi si è basata fondamentalmente su un esperimento effettuato nel 2008 da Pèrignon e Smith, il quale si concentra su un particolare fenomeno che caratterizza le misure del VaR delle banche, ovvero il fatto che queste sono più alte di quello che suggeriscono i rendimenti azionari. Considerando che, sovente, la letteratura ha accusato le banche di non essere in grado di riuscire a interpretare correttamente l'effetto diversificazione tra diverse categorie di rischio per cui Basilea richiede il calcolo del requisito patrimoniale, l'esperimento mira a verificare se questa ipotesi, avallata dalla letteratura, sia effettivamente riscontrabile. L'esperimento si basa su un campione di quattro grandi banche, tutte americane, per cui si confronta la diversificazione stimata da queste con quella fatta con modelli di media mobile semplice e Dynamic Conditional Correlation effettuata proprio in questa sede.

Capitolo 1: Un approccio alla stima del rischio di mercato: il Value at Risk.

1.1 Premessa.

L'approccio tradizionale alla misurazione del rischio di mercato si è generalmente basato sul valore nominale dei titoli detenuti in portafoglio, ovvero, una determinata porzione di questo. Seppur questo approccio sia dotato del grande vantaggio della semplicità, risulta essere fallimentare per tre motivi: il valore nominale non rispecchia quello di mercato, le variazioni dei fattori di mercato non impattano allo stesso modo su posizioni con ugual valore nominale e il valore nominale non può tener conto delle correlazioni tra i diversi fattori di mercato. Questi problemi patologici dell'approccio tradizionale comportano lo spostamento ad altri tipi di approcci, ad oggi basati sul valore di mercato¹. Nonostante il primo accordo di Basilea del 1988² non prevedesse alcun requisito patrimoniale specifico per il rischio di mercato, in questo periodo nascono i primi approcci moderni per la sua misurazione. Le grandi banche iniziano a costruire modelli per la misurazione del rischio di mercato, non per la compliance regolamentare, ma più che altro, per esigenze interne. Uno dei primi modelli "moderni" è stato un modello Value at Risk (VaR) che è stato utilizzato e reso pubblico dall'istituzione finanziaria J.P. Morgan. Alla fine degli anni ottanta, il CEO di J.P. Morgan Dennis Wheatstone, chiese al team di Risk Management di fargli pervenire, ogni giorno, alle 16:15, ovvero quindici minuti dopo la chiusura dei mercati, un report sintetico, il quale contenesse una misura di rischio che esprimesse in modo intuitivo e immediato il rischio complessivo a cui era soggetta J.P. Morgan. Gli analisti si misero a lavoro e diedero vita a uno delle prime metodologie VaR, la quale verrà resa pubblica soltanto nel 1994, quando viene pubblicato *RiskMetrics*^{TM3}. Nel "4:15p.m. report" veniva riportato, in dollari, la misura della perdita potenziale massima che la banca avrebbe potuto avere in relazione a tutte le attività che possedeva al fine di negoziazione, entro determinato periodo di tempo (solitamente un giorno) e con una certa probabilità (per esempio 95% o 99%). La metodologia descritta in *RiskMetrics*TM per la stima del rischio di mercato, e di conseguenza del capitale a suo fronte è ancora oggi molto valida e utilizzata nel panorama bancario mondiale. Per tali

¹ Resti e Sironi, Rischio e valore nelle banche, 2008.

² Basle committee on banking supervision, international convergence of capital measurement and capital standards, July 1988.

³ J.P. MORGAN, RiskMetrics, 1994.

ragioni verrà descritta in seguito, insieme ad altri approcci, al fine di fornire una panoramica di quello che sono i modelli di stima del rischio di mercato.

I modelli VaR verranno descritti utilizzando tre differenti approcci, ovvero:

- Approccio parametrico o delle varianze-covarianze, in cui rientra la prima versione del modello RiskMetrics.
- Approccio delle simulazioni storiche.
- Approccio delle simulazioni Montecarlo.

Nello spiegare la costruzione e l'applicazione di questo modello, vi sarà un approfondimento per quel che riguarda la stima della volatilità, la quale risulta essere, in questa sede, un parametro fondamentale.

1.2 L'approccio parametrico per il calcolo del VaR.

1.2.1 Proprietà statistiche dei rendimenti finanziari.

Guardando alle serie storiche dei rendimenti finanziari di qualsiasi strumento emerge che questi hanno alcune caratteristiche che si ripresentano quasi con sistematicità. Tra le caratteristiche più interessanti e rilevanti in questa sede ritroviamo:

- I rendimenti si distribuiscono come una normale, ma con code leggermente più spesse (leptocurtosi).
- Le serie storiche sono caratterizzate da eteroschedasticità, ne consegue la presenza di volatility clustering⁴.

Prima di analizzare questi fenomeni è bene definire il rendimento di un'attività finanziaria. Il **rendimento** di un'attività finanziaria è il flusso monetario totale generato dallo strumento espresso come frazione del suo prezzo. In generale parlare di rendimento finanziario senza specificare l'orizzonte temporale a cui si riferisce non è corretto. Per esempio, si sente spesso parlare di rendimenti giornalieri o mensili e tutto questo dipende dai pedici della seguente formula:

⁴ [Mandelbrot](#), 1963.

$$r_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$$

Dove:

- r_t è il rendimento al tempo t ;
- P_t è il prezzo al tempo t ;
- P_{t-1} è il prezzo al tempo $t - 1$.

Adesso, se t e $t - 1$ sono due giorni consecutivi, per esempio oggi e ieri, allora r_t è un rendimento giornaliero, se t e $t - 1$ si riferiscono, rispettivamente al prezzo di apertura del lunedì e quello di chiusura del venerdì della stessa settimana allora, r_t è un rendimento settimanale.

Molto spesso, come anche nel modello introdotto da RiskMetrics, si fa riferimento alle variazioni di prezzo logaritmiche, ovvero i rendimenti utilizzati nel regime della capitalizzazione continua. Un rendimento logaritmico è così definito:

$$r_t = \ln p_t - \ln p_{t-1}$$

Analizzando le serie storiche dei rendimenti di una qualsiasi attività finanziaria con payoff lineare⁵, si può supporre che questi abbiano una distribuzione che si può assimilare ad una normale. Tuttavia, molti sono stati gli studi che hanno dimostrato come i rendimenti delle attività finanziarie si distribuiscano con una distribuzione che si approssima ad una normale ma con code più spesse, rilevando un eccesso di curtosi⁶. Questo comporta che gli eventi estremi della distribuzione si verifichino con maggiore probabilità rispetto a quanto predetto dalla normale. Uno studio molto rilevante in questo senso è stato quello John Hull e Alan White nel 1997. Questi hanno analizzato in modo approfondito l'ipotesi di distribuzione Normale per alcuni fattori di mercato. Hull e White hanno esaminato il comportamento empirico dei tassi di cambio di 12 valute⁷ tra il 4 Gennaio 1988 e il 15 Agosto 1997, dimostrando che l'ipotesi di Normalità può essere rigettata con un alto livello di confidenza.

Questa dimostrazione è di fondamentale importanza per quel che riguarda i modelli VaR parametrici, infatti essi assumono che i fattori di mercato hanno una distribuzione normale. Questa ipotesi snellisce e semplifica dal punto di vista computazionale la misurazione del rischio, ma rappresenta un limite

⁵ Si faccia riferimento, per esempio alle opzioni, il compratore e il venditore hanno due payoff completamente differenti.

⁶ La curtosi in una distribuzione normale è spesso fissata in 3.

⁷ AUD, BEF, CHF, DEM, DKK, ESP, FRF, GBP, ITL, JPY, NGL, SEK

dei modelli parametrici, in quanto l'assunzione normale sottostima la probabilità nella coda della distribuzione.

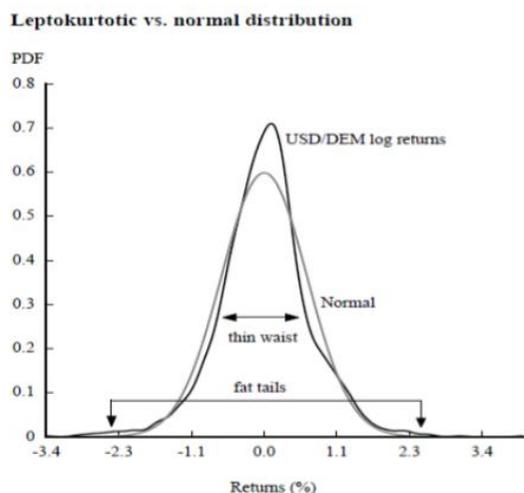


Figura 1: Distribuzione leptocurtica (reale) e normalizzata dei rendimenti logaritmici del tasso di cambio USD/DEM dal 28/3/96 al 16/4/96. Fonte J.P.Morgan & Reuters, RiskMetrics 1996.

Altro fenomeno di fondamentale rilevanza, per quel che riguarda i rendimenti delle attività finanziarie, risulta essere il fenomeno del volatility clustering. “Una famiglia di variabili aleatorie si dice eteroschedastica se le sue componenti non hanno tutte la stessa varianza”⁸ è questo il caso dei rendimenti delle attività finanziarie.

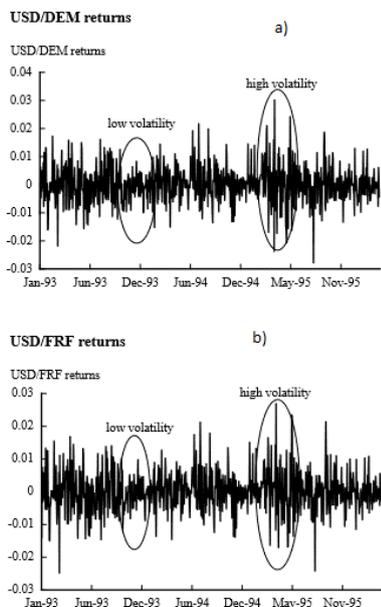


Figura 2: Rendimenti giornalieri da gennaio del 1993 a dicembre del 1995 per due tassi di cambio: USD/DEM e USD/FRF. Fonte J.P.Morgan & Reuters RiskMetrics 1996.

⁸ Eteroschedasticità, Treccani.

La figura numero due mostra chiaramente il fenomeno del volatility clustering. Sia in a) che in b) si alternano distintamente periodi di rendimenti elevati a periodi di rendimenti contenuti, ai quali corrispondono, rispettivamente, periodi di elevata volatilità e di bassa volatilità. Questo significa che la varianza cambia nel tempo, identificando eteroschedasticità. Dalla figura numero 2 si può vedere anche come le volatilità dei due tassi di cambio siano correlate in quanto i periodi di rendimenti elevati e contenuti sono approssimativamente gli stessi; inoltre, investigando nel tempo, si può vedere come la volatilità sia autocorrelata⁹. Per queste ragioni, i modelli parametrici e quindi RiskMetrics sono fondati sulla previsione della volatilità e non su quella dei rendimenti.

1.2.2 La distribuzione normale delle variazioni dei fattori di mercato.

L'approccio parametrico o anche delle varianze-covarianze si basa fundamentalmente su identificare la perdita potenziale massima mediante l'utilizzo di un limitato numero di parametri: media e volatilità. Di rilevante importanza per il modello è una assunzione chiave: le variazioni (rendimenti) dei fattori di mercato si distribuiscono con una distribuzione nota: la Normale o distribuzione di Gauss. Questa assunzione semplifica non poco la computazione, infatti, l'ipotetica distribuzione può essere costruita possedendo due soli parametri: la media e la deviazione standard.

L'assunzione di distribuzione normale fa sì che sia possibile sempre desumere la probabilità associata al verificarsi di un determinato rendimento oppure il rendimento associato ad una determinata probabilità, e proprio quest'ultimo è lo scopo del VaR.

La funzione di densità di probabilità di una variabile casuale x distribuita normalmente è:

$$n(x; \mu; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Dove μ è la media, mentre σ è la volatilità.

⁹ J.P. Morgan & Reuters, RiskMetrics, 1996.

La probabilità che la variabile casuale x assuma valori inferiori ad una certa soglia u è uguale all'integrale definito tra u e $-\infty$ della funzione di densità di probabilità. Di conseguenza la probabilità di osservare una x superiore ad u è il complemento a 1 della precedente.

Poiché molto spesso alla banca interessa non la probabilità associata ad un rendimento ma piuttosto il rendimento associato ad una determinata probabilità, sovente si standardizza la distribuzione.

Per utilizzare la funzione di densità normale standard la banca deve calcolare u .

$$u = \pi + z_{\alpha}\sigma$$

Considerando che ad ogni z_{α} è associata una probabilità. La banca deve individuare uno z_{α} coerente con la probabilità di cui interessa conoscere il rendimento. Scegliendo quindi una determinata probabilità, si fissa un determinato intervallo di confidenza $(1-\alpha)$.

Un limite dei modelli VaR è quello che deriva proprio dalla fissazione dell'intervallo di confidenza, infatti si conosce cosa succede nell' $(1-\alpha)$ dei casi ma non si ha alcuna informazione su quello che succede negli altri α casi.

Se invece alla banca interessa conoscere la probabilità di un rendimento target u , deve calcolare

$$z_{\alpha} = \frac{u - \mu}{\sigma}$$

e osservare la probabilità associata a z_{α} .

L'assunzione normale da un'ulteriore informazione: è sempre possibile desumere l'intervallo in cui cade una certa percentuale di osservazioni. In particolare comunemente sono note queste classi:

- Il 68% delle osservazioni ricade nell'intervallo $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$.
- Il 95% delle osservazioni ricade nell'intervallo $[\mu - 1.645\sigma, \mu + 1.645\sigma]$.
- Il 99% delle osservazioni ricade nell'intervallo $[\mu - 2.326\sigma, \mu + 2.326\sigma]$.

1.2.3 Il calcolo del VaR per una singola posizione.

Prima di procedere con la determinazione del VaR, è necessario illustrare le assunzioni fondamentali e alcuni elementi essenziali. Le ipotesi di partenza sono:

- I profitti e le perdite dei fattori di mercato si distribuiscono secondo una normale;
- L'orizzonte temporale e il livello di confidenza devono essere scelti e noti;
- La media e le deviazioni standard dei rendimenti devono essere calcolati in riferimento ad un intervallo storico predefinito;

Per quanto riguarda media e deviazione standard è bene approfondire. La media e la deviazione standard devono essere calcolati su una serie storica dei rendimenti di un determinato asset, la lunghezza di tale serie storica deve dipendere da quanto si crede che il comportamento di quel determinato asset cambi nel tempo. Qualora si creda che sia un asset i cui rendimenti siano stabili allora è giustificato l'utilizzo di una serie storica che vada molto indietro nel tempo, se al contrario si crede che una serie storica molto lunga non riesca a spiegare i rendimenti che si sono verificati recentemente, allora chi calcola la misura di rischio utilizzerà una serie storica più breve. Per quanto riguarda la media, a volte, si preferisce non utilizzare una stima storica ma un valore pari a 0 oppure al tasso risk free¹⁰. È questo il caso in cui, per esempio, ci si trovi a stimare un rendimento medio negativo, il che molte volte non è ragionevole¹¹. In queste eventualità risulterebbe essere più corretto imporre un rendimento medio pari al tasso risk-free oppure pari a zero (in caso di orizzonte temporale molto breve).

Come si è detto in precedenza, assumendo la normalità della distribuzione dei rendimenti e la media nulla di questi, è semplice identificare un rendimento al di sotto del quale non si andrà con $1-\alpha$ probabilità. Tale rendimento u è

$$u = |z_\alpha| * \sigma$$

Se si vuole conoscere la perdita monetaria e non percentuale basta moltiplicare u per il valore di mercato della posizione, tale perdita monetaria risulta essere il VaR.

$$VaR = VM * |z_\alpha| * \sigma$$

Dove VM è il valore di mercato della posizione.

¹⁰ Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle banche, 2008.

¹¹ Si faccia riferimento, per esempio, ad un indice azionario diversificato.

1.2.4 Due scelte importanti: l'intervallo di confidenza e l'orizzonte temporale di riferimento.

Si è già definito il VaR come la perdita monetaria massima che ci si aspetta di avere con una determinata probabilità in un determinato arco di tempo, di conseguenza, alcuna misura di VaR ha senso se non vengono definiti due importanti componenti: l'intervallo di confidenza e l'orizzonte temporale di riferimento. Per esempio dire che una banca ha un VaR di un milione di euro senza specificare altro non è una informazione completa, tanto meno utile. È necessario specificare il livello di confidenza e l'orizzonte temporale. Si può dire, invece, che una banca ha un VaR giornaliero di un milione di euro con un intervallo di confidenza del 99%, in questo caso l'informazione è semplice e utile. Significa che la banca si aspetta di perdere al massimo 1 milione di euro in un giorno con una probabilità del 99%, questo significa che nell'altro 1% dei casi la perdita potrebbe essere maggiore.

A parità di altre condizioni, maggiore è l'intervallo di confidenza, maggiore è lo $|z_\alpha|$ associato, e di conseguenza, maggiore sarà il VaR. Una banca per non vedersi in crisi con un determinato livello di confidenza, deve accumulare una quantità di capitale pari al VaR, quindi maggiore è l'intervallo di confidenza, maggiore è la protezione contro il rischio, ma, di contro, maggiore è il costo che deve sopportare la banca. Allora qual è l'intervallo di confidenza che la banca deve scegliere? Dipende da diversi fattori, tuttavia, questo dovrebbe essere guidato dall'avversione al rischio della banca¹². Molto lungimirante è stata, in questo contesto, l'intuizione di Merton e Perold nel 1993. I due, considerando una delle principali caratteristiche delle banche, ovvero, il fatto che i creditori e i clienti sono gli stessi soggetti, affermano che la possibilità della banca di sopravvivere nel tempo è legata alla capacità di far fronte ai propri impegni e quindi, di riflesso, alla conservazione del merito creditizio. In altre parole al mantenimento del proprio rating. Sulla base di questa osservazione Bank of America¹³ ha sviluppato un approccio molto valido basato sulle probabilità di default associate alle varie classi di rating. Una banca, affinché non subisca un downgrading, deve fissare l' α pari alla probabilità di insolvenza a un anno (PD_1) e quindi un intervallo di confidenza pari a $1-PD_1$ ¹⁴. Ne consegue una relazione di quasi diretta proporzionalità tra rating e capitale regolamentare; le banche con rating più alto hanno una minore probabilità di fallire, di conseguenza dovranno fissare un intervallo di confidenza più grande e quindi dovranno mantenere più capitale.

¹² Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle banche, 2008.

¹³ Zaik, Walter, Kelling, James; 1996.

¹⁴ Si noti che questo approccio necessita dell'applicazione al modello VaR di un orizzonte temporale di un anno affinché sia coerente con l'orizzonte adottato per la PD.

La scelta dell'orizzonte temporale è un'altra decisione non banale da affrontare. A parità di altre condizioni, orizzonti temporali più lunghi comportano stime di volatilità più elevate e di conseguenza a maggiori VaR. Impostare un orizzonte temporale significa utilizzare coerentemente tale orizzonte per tutti i parametri di input del modello. In particolare, per esempio, per il calcolo di un VaR giornaliero si utilizzerà una serie storica con osservazioni giornaliere del prezzo di una determinata attività per poi calcolarne i rendimenti e quindi effettuare stime di media e volatilità su base giornaliera. In generale ci sono quattro driver nella scelta dell'orizzonte temporale:

- Holding period previsto. Si tratta di un fattore soggettivo interno alla banca. Questa sceglierà un orizzonte breve se la posizione è stata aperta per un fine speculativo, più lungo se il fine è quello di veder crescere il valore della posizione nel lungo periodo.
- Grado di liquidità dell'oggetto della posizione e del mercato di riferimento in generale. Per esempio, se si tratta di un investimento di lungo periodo, ma il mercato di riferimento è un mercato efficiente, e quindi molto liquido, è giustificata la scelta di un orizzonte più breve.
- Dimensione della posizione. Il mercato di riferimento potrebbe essere anche molto liquido, tuttavia si sceglierà un orizzonte più lungo se si pensa che per chiudere la posizione, considerando la sua notevole dimensione, ci vorrà più tempo.
- Reperibilità dei dati. Molto spesso è un problema utilizzare i dati per orizzonti temporali prolungati in quanto, sovente, i dati non sono disponibili, e anche se sono disponibili, non sono significativi¹⁵. A questo problema ci sono due possibili soluzioni:

1. Per stimare il VaR ad un anno, lo si stima prima ad un giorno e poi lo si moltiplica per $\sqrt[2]{365}$, sotto il principio dello Square Root of Time.
2. Assumendo che i rendimenti sono variabili casuali indipendenti che si distribuiscono identicamente è possibile trasformare l'orizzonte temporale della volatilità e della media di questi.

Per quanto riguarda la volatilità:

$$\sigma_T = \sigma_g * \sqrt[2]{T}$$

Dove:

T è la quantità di giorni¹⁶ dell'orizzonte temporale scelto,

σ_g è la volatilità giornaliera,

¹⁵ Si pensi ad un orizzonte temporale di un anno, per la stima di media e volatilità bisogna ottenere almeno 20 o 30 osservazioni e quindi tornare 30 anni indietro nel tempo, per tale motivo questi dati, se disponibili, non sono significativi come stima della volatilità futura.

¹⁶ Solitamente ci si riferisce a giorni lavorativi, quindi giorni in cui i mercati finanziari sono aperti e avvengono negoziazioni.

σ_T è la volatilità dell'orizzonte temporale scelto.

Per quanto riguarda la media:

$$\mu_T = T * \mu_g$$

Dove:

μ_T è la media per l'orizzonte temporale prescelto,

μ_g è la media giornaliera,

T è la quantità di giorni dell'orizzonte temporale scelto.

1.2.5 Esempio di calcolo del VaR per una singola posizione.

Si ipotizzi di dover calcolare, alla chiusura del mercato del 2/1/19, il VaR a un giorno con un intervallo di confidenza del 99% del portafoglio di negoziazione di una banca che è composto unicamente in una attività: un'azione Apple. Poiché le azioni della Apple sono quotate, allora il fattore di mercato¹⁷ coincide con l'attività di cui si calcola il VaR. Quest'ultima considerazione è non banale, infatti in seguito si mostrerà come calcolare il VaR in presenza di posizioni il cui sottostante non coincide con il fattore di mercato che si utilizza.

Per poter calcolare il VaR è necessario possedere la serie storica (con osservazioni giornaliere) dei prezzi¹⁸ di Apple. La serie storica deve essere abbastanza lunga, per avere una stima robusta, ma non troppo per evitare di andare troppo indietro nel tempo, e quindi, avere dei parametri che non siano utili come stime della futura media e volatilità dei rendimenti, nell'esempio useremo un anno di osservazioni dal 2/1/18 al 2/1/19¹⁹. Di questa serie storica se ne calcolano le variazioni logaritmiche su base giornaliera e se ne stimano media²⁰ e volatilità.

Con queste informazioni è possibile calcolare il VaR:

$$VaR = |Z_\alpha| * \sigma * VM$$

¹⁷ Un fattore di mercato è una variabile fondamentale nella determinazione del prezzo di uno strumento, per esempio per un'obbligazione non quotata, un fattore di mercato, potrebbe essere la duration modificata.

¹⁸ Si userà il prezzo di chiusura aggiustata per split e dividendi.

¹⁹ Fonte dati Yahoo Finance.

²⁰ Ipotizziamo media nulla, considerando la stima negativa e orizzonte temporale molto breve.

$$VaR_{2-gen-19} = |2.327| * 0.01809 * 157.92^{21} = 6.647\$$$

In altre parole c'è il 99% di probabilità che la banca avrà una perdita non superiore a 6.647\$ in un giorno.

Nell'esempio precedente il fattore di mercato coincideva con l'attività sottesa alla posizione di cui si stava calcolando il VaR, di conseguenza le variazioni del fattore di mercato si ripercuotevano sul valore della posizione con una relazione diretta e unitaria. Adesso si può fare un esempio complicando un po' le cose, ipotizzando di dover calcolare il VaR quando la sensibilità tra variazioni del fattore di mercato e variazioni del valore della posizione non è unitaria. In altre parole si ipotizzi di dover calcolare il VaR di una posizione, il cui sottostante non coincide con il fattore di mercato utilizzato. Si immagini di dover calcolare il VaR al 99% con orizzonte di un giorno per una posizione in un titolo di stato con maturity 1 anno. Questo titolo ha valore nominale 100 ma quota 98. Si utilizzi come fattore di mercato un tasso di riferimento i e si assuma che questo si distribuisca come una normale. Si supponga di aver stimato la volatilità del fattore di mercato $\sigma_i=0.003$. Z_α è 2.326, per tale motivo la potenziale variazione sfavorevole è di 0.6978% (in altre parole, il tasso con il 99% di probabilità non salirà, in un giorno, più del 0.6978%). Essendo il titolo un bond, il suo valore di mercato (quindi il valore della posizione) varierà in seguito a variazioni del tasso di interesse in base alla sua duration modificata che risulta essere pari a 8 mesi ovvero 0.67 anni.

$$\Delta VM = -DM * \Delta_i * VM$$

Dove:

ΔVM è la variazione del prezzo del titolo,

DM è la duration modificata,

Δ_i è la variazione del tasso di interesse di riferimento.

Il VaR invece risulterà essere:

$$VaR = | - DM * VM * |Z_\alpha| * \sigma_i |$$

E quindi:

$$VaR = | - 0.67 * 98 * |2.326| * 0.003 | = 0.45€$$

²¹ È la chiusura aggiustata di Apple il 2/1/19.

Nel caso in cui il fattore di mercato risulti essere differente dal titolo oggetto della posizione, allora la formula del VaR diventa:

$$VaR = |VM * \delta^{22} * Z_{\alpha} * \sigma|$$

Dove:

- δ^{23} è il coefficiente di sensibilità delle variazioni del valore di mercato della posizione alle variazioni del fattore di mercato.
- σ è la volatilità del fattore di mercato.

Naturalmente l'utilizzo di un fattore di mercato che non coincide con il titolo oggetto della posizione²⁴ diminuisce la precisione del calcolo che risulta già essere una approssimazione, considerando l'assunzione di distribuzione normale. Sovente l'utilizzo di un solo fattore di mercato non basta per una corretta computazione del VaR, per tale motivo si potrebbe legare più fattori di mercato a una singola posizione. Ad esempio, si ipotizzi che una banca italiana abbia un portafoglio di negoziazione composto soltanto da una posizione: un corporate bond americano del valore di mercato di un milione di dollari. La banca italiana è esposta a due tipologie di rischi: l'aumento del tasso di interesse, e l'apprezzamento dell'euro. Per poter computare il VaR di questa posizione è possibile scomporla in due posizioni:

- Una posizione in dollari pari a un milione di euro.
- Una posizione in un bond americano denominato in euro.

Si può calcolare così il VaR delle singole posizioni scomposte e poi calcolare il VaR della posizione originale come se fosse un portafoglio composto dalle due posizioni derivate.

²² Da notare, come nell'esempio precedente, il δ risulta essere pari a 1, in quanto, la sensibilità era unitaria. Quando per calcolare il VaR viene utilizzata la serie storica e di conseguenza i rendimenti del titolo oggetto della posizione ($\delta = 1$) si dice che l'approccio è Asset Normal (come in RiskMetrics nella sua versione originale) se invece viene utilizzata la serie storica di un fattore di mercato diverso dal titolo oggetto della posizione ($\delta \neq 1$) allora si dice che l'approccio è Delta Normal (Resti & Sironi, Rischio e valore nelle banche, 2008).

²³ $\delta = \frac{\Delta VM / VM}{\Delta S}$, dove S è il fattore di mercato. δ rappresenta come varierebbe il valore di mercato della posizione di conseguenza alla variazione unitaria del fattore di mercato.

²⁴ Si faccia riferimento, per esempio, alla duration modificata come fattore di mercato per le obbligazioni. Questa risulta essere un'approssimazione lineare di una funzione, quella che lega il prezzo dello strumento alle variazioni del tasso di interesse, che risulta essere convessa.

1.2.6 Dal VaR di una singola posizione al VaR di un portafoglio.

Nel paragrafo precedente si è fatto l'esempio del calcolo del VaR di una banca il cui portafoglio era composto da un'unica posizione, questa ipotesi è irrealistica, infatti, i portafogli di negoziazione delle banche sono composti da migliaia di posizioni. Quando si passa a una logica di portafoglio, il modello VaR deve considerare non più solo le volatilità dei fattori di mercato ma anche le covarianze tra questi come nell'approccio di portafoglio di Markowitz²⁵.

Si chiami i il titolo oggetto della posizione e j il fattore di mercato da cui dipende il valore di i .

Per la logica descritta nel paragrafo precedente:

$$r_i = \delta_{i,j} * r_j$$

Dove:

- r_i è il rendimento del titolo i ,
- r_j è il rendimento del fattore di mercato j ,
- $\delta_{i,j}$ è il coefficiente di sensibilità del titolo i a variazioni del fattore di mercato j .

Per quanto riguarda la volatilità invece:

$$\sigma_i = \delta_{i,j} * \sigma_j$$

Mentre la varianza:

$$\sigma_i^2 = \delta_{i,j}^2 * \sigma_j^2$$

La covarianza tra i rendimenti di una posizione i e un'altra y , la quale è sensibile al fattore di mercato k , è:

$$cov_{i,y} = \rho_{i,y} * \sigma_i * \sigma_y$$

Oppure:

$$cov_{i,y} = \rho_{i,y} * \delta_{i,j} * \sigma_i * \delta_{y,k} * \sigma_y$$

La variazione di valore complessiva del portafoglio p composto dalle posizioni i e y è:

$$\Delta VM_p = VM_i * r_i + VM_y * r_y$$

²⁵ Markowitz, Portfolio Selection, 1952.

Quindi la sua varianza sarà:

$$\sigma_{\Delta VM_p}^2 = VM_i^2 * \sigma_i^2 + VM_y^2 * \sigma_y^2 + 2cov_{i,y} VM_i VM_y$$

Generalizzando con $i=N$ posizioni:

$$\Delta VM_p = \sum_{i=1}^N VM_i * r_i$$

E quindi:

$$\sigma_{\Delta VM_p}^2 = \sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N VM_w * VM_z * cov_{w,z}$$

Dove z e w sono titoli appartenenti a i .

Adesso si può definire il VaR del portafoglio sfruttando l'assunzione di normalità dei fattori di rischio e di conseguenza quella delle variazioni di valore del portafoglio, infatti il VaR risulta essere un multiplo²⁶ della volatilità delle variazioni di valore del portafoglio. Quindi:

$$VaR_p = |Z_\alpha| * \sigma_{\Delta VM_p}$$

Per esteso:

$$\begin{aligned} VaR_p &= |Z_\alpha| * \sigma_{\Delta VM_p} = |Z_\alpha| * \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N VM_w * VM_z * cov_{w,z}} \\ &= \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N |Z_\alpha|^2 * VM_w * VM_z * cov_{w,z}} \\ &= \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N |Z_\alpha|^2 * VM_w * VM_z * \rho_{w,z} * \sigma_w * \sigma_z} \\ &= \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N |Z_\alpha|^2 * VM_w * VM_z * \rho_{w,z} * \sigma_w * \sigma_z} \end{aligned}$$

I titoli w e z sono sensibili, rispettivamente, ai fattori di mercato b e c . Per cui:

²⁶ In base all'intervallo di confidenza prescelto.

$$\sigma_w = \delta_{w,b} * \sigma_b$$

$$\sigma_z = \delta_{z,c} * \sigma_c$$

Allora:

$$\begin{aligned} VaR_p &= \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N |Z_\alpha|^2 * VM_w * VM_z * \rho_{w,z} * \delta_{w,b} * \sigma_b * \delta_{z,c} * \sigma_c} \\ &= \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N \rho_{w,z} * (VM_w * \delta_{w,b} * \sigma_b * |Z_\alpha|) * (VM_z * \delta_{z,c} * \sigma_c * |Z_\alpha|)} \\ &= \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N \rho_{w,z} * VaR_w * VaR_z} \end{aligned}$$

Da tenere in considerazione è il fatto che i VaR delle singole posizioni generati da Delta negativi²⁷, nel calcolo del VaR del portafoglio, devono essere premoltiplicati per meno uno, in modo tale, da tenere in considerazione l'effetto diversificazione tra posizioni lunghe e corte.

Alternativamente si può utilizzare la forma matriciale per il calcolo del VaR di portafoglio. Si può definire con C la matrice delle correlazioni dei fattori di mercato. Se il portafoglio è composto da N posizioni la matrice C sarà una matrice $N*N$ la cui diagonale principale sarà tutti uno. Si può definire con V il vettore colonna dei VaR delle singole posizioni opportunamente moltiplicate per il segno del Delta che li origina.

Il VaR del portafoglio allora sarà:

$$VaR_p = \sqrt{V' * C * V}$$

Dove V' è il vettore trasposto V .

²⁷ Il delta può essere negativo se la relazione con il fattore di rischio è inversa, come nel caso di posizioni corte.

1.3 La stima della volatilità.

1.3.1 Premessa

La caratteristica fondamentale dell'approccio parametrico è sicuramente il basarsi su pochi parametri, il che lo rende un modello semplice e di immediata applicazione. Va da sé che basandosi su determinati parametri, migliore è la stima di questi, migliore sarà il modello VaR e di conseguenza di maggior precisione sarà l'output del modello.

Tra questi parametri, il più importante è sicuramente la volatilità. Non solo il più importante, in merito all'applicazione del modello, ma anche il più enigmatico per quanto riguarda la sua stima o previsione.

Essa è definita, in relazione ad un determinato asset, come la probabilità che il rendimento assuma valori estremamente alti o bassi, e quindi la probabilità che tali rendimenti si discostino da un valore medio. Si può capire quindi che la volatilità è strettamente collegata alla variabilità del rendimento e per tale ragione una misura appropriata della volatilità deve essere una grandezza che vari nel tempo in funzione dell'informazione disponibile e quindi in base all'andamento delle quotazioni. Per tener conto delle informazioni passate è preferibile utilizzare una misura della volatilità condizionata, condizionata appunto dalle informazioni che si posseggono sui rendimenti passati.

Si assuma che un investitore compri un asset al tempo t pensando di mantenerlo fino al tempo $t+k$: egli sarà interessato a misurare il rischio di mercato, espresso dalla volatilità dell'asset, per il tempo in cui ha deciso di mantenerlo, e quindi relativo all'intervallo $t, t+k$:

$$\sigma_{t+k,t}^2 = (r_{t+k,t}|I_t)$$

Dove:

- I_t rappresenta le informazioni disponibili al tempo t .

Tipicamente la volatilità viene definita come un fenomeno latente cioè “nascosta”, ovvero non osservabile al momento sul mercato, né può essere prevista con certezza, l'unica certezza è la sua misura ex post, questa caratteristica implica che la volatilità va stimata.

I metodi più utilizzati per la sua stima sono modelli che utilizzano i dati storici per trarre previsioni sulla volatilità futura. I più semplici di questi considerano la volatilità come un fattore costante; anche

se come si è visto in apertura del capitolo le serie storiche sono interessate dal fenomeno del volatility clustering.

1.3.2 La stima della volatilità.

Il primo approccio che si analizzerà è quello delle medie mobili semplici. Questo risulta essere la metodologia più diffusa ma anche quella peggiore, infatti, questa metodologia non cerca di fare una previsione ma assume che la volatilità realizzata²⁸ sia una possibile stima della volatilità futura²⁹.

La volatilità calcolata con le medie mobili semplici è:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-n}^{t-1} (r_i - \bar{r}_t)^2}{n-1}}$$

Dove:

- σ_t è la stima della volatilità al tempo t .
- n è la grandezza del campione.
- \bar{r}_t è la media dei r_i nel campione utilizzato.
- r_i sono i rendimenti contenuti nel campione.

Una media mobile semplice non è altro che una misura riferita ad un numero fisso di informazioni, che rappresenta la dimensione del campione, che slittano nel tempo, infatti, il dato più vecchio viene sostituito dal più recente e così via.

Si ipotizzi di dover calcolare la deviazione standard del titolo Apple. Per calcolarla è necessario dapprima decidere l'orizzonte temporale³⁰ e poi la numerosità del campione. Quest'ultima scelta è non banale, la numerosità del campione influenza la stima della stessa volatilità, in quanto: un elevato numero di osservazioni conduce sicuramente ad una stima più stabile poiché gli outliers vengono "spalmati" su più osservazioni, tuttavia un campione troppo grande potrebbe andare troppo indietro

²⁸ Ovvero quella storica.

²⁹ Se basata su dati finanziari ad alta frequenza, si è dimostrato che la volatilità realizzata è uno stimatore accurato della volatilità futura (Anderson, 2003)

³⁰ Questo può essere giornaliero, settimanale o annuale. L'orizzonte temporale della volatilità viene determinato in base a quello utilizzato per i rendimenti. Ad esempio utilizzando rendimenti giornalieri si arriva ad una misura della volatilità giornaliera.

nel tempo e non essere indicativo della volatilità futura. Per tali ragioni si fissa solitamente il campione il 20-50 osservazioni³¹.

Tornando all'esempio, si calcoli la volatilità giornaliera del titolo Apple di ieri con un campione di 30 osservazioni.

$$\sigma_{ieri} = \sqrt{\frac{\sum_{i=31}^{l'altro\ ieri} fa(r_i - \bar{r}_{ieri})^2}{29}}$$

Mentre la misura ad oggi sarà:

$$\sigma_{oggi} = \sqrt{\frac{\sum_{i=30}^{ieri} fa(r_i - \bar{r}_{oggi})^2}{29}}$$

Come si può vedere il dato più vecchio viene sostituito dal più recente senza modificare la numerosità del campione.

Molte volte per orizzonti temporali molto brevi si ipotizza un rendimento medio nullo per tale motivo, la volatilità diventerebbe:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-n}^{t-1} r_i^2}{n-1}}$$

Un problema sovente affrontato nella letteratura è quello che viene chiamato “Echo Effect³²” detto anche effetto spurio. Questo fenomeno consiste nel fatto che la volatilità, come risposta al verificarsi di un rendimento outlier, subisce una variazione pronunciata quando questo entra nel campione ma anche quando questo esce. Mentre un aumento pronunciato della volatilità è del tutto giustificato nel momento che il rendimento entra nel campione, è ingiustificata la brusca riduzione di volatilità quando il rendimento esce dal campione, in quanto in realtà il fattore di mercato sta comunque vivendo un momento di alta volatilità.

Per risolvere i problemi riguardanti il trade-off presente nella scelta della numerosità del campione e l'echo effect si può utilizzare il metodo delle medie mobili esponenziali.

³¹ Resti & Sironi, Rischio e valore nelle banche, 2008.

³² Figlewski, 1994.

Questa si differenzia dal metodo delle medie mobili semplici in quanto assegna alle diverse osservazioni differenti pesi³³, ovvero dà maggior peso alle osservazioni recenti rispetto a quelle più vecchie. In questo modo si ottengono due importanti vantaggi:

1. Il problema del trade-off tra robustezza della misura e sua significatività viene quasi superato in quanto, con l'utilizzo della media mobile esponenziale, si sceglie comunque la numerosità del campione, ma grazie al fattore di decadimento si riesce a dare maggiore peso alle osservazioni recenti rispetto a quelle meno recenti.
2. Uno shock pronunciato entra nel campione con un effetto altrettanto pronunciato ma esce gradualmente.

La media mobile esponenziale può essere vista come una particolare media ponderata, dove i pesi sono potenze di uno stesso numero detto fattore di decadimento. Il fattore di decadimento è un numero compreso tra zero e uno.

$$\varphi \in]0,1[$$

Dove φ è il fattore di decadimento. Si noti come φ indichi il grado di persistenza o velocità di decadimento, quanto più φ è vicino a uno, più è lento il decadimento (si dà molto peso alle osservazioni meno recenti), quanto più è vicino a 0, più è veloce il decadimento (si dà poco peso alle osservazioni meno recenti). Solitamente si sceglie un φ tra 0.9 e 0.99.

La stima della volatilità può così essere effettuata:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1 - \varphi}{1 - \varphi^n} \sum_{i=0}^{n-1} \varphi^i r_{t-1-i}^2}$$

Come si può intuire la scelta del fattore di decadimento è una scelta cruciale. Questo dovrebbe dipendere dalla velocità con cui si ritiene che la volatilità cambi nel tempo³⁴ oppure dall'holding period previsto per la posizione oggetto di analisi.

In ottica di RiskManagement sarebbe utile non adottare un unico fattore di decadimento differenziandolo per tipo di posizione, inoltre sarebbe corretto aggiornare frequentemente questo dato

³³ Nelle medie mobili semplici le osservazioni erano equiponderate, infatti in base alla numerosità del campione n , ogni osservazione aveva un peso pari a $1/n$.

³⁴ Se si ritiene che questa cambi velocemente si sceglierà un fattore abbastanza basso, se, invece, si ritiene che cambi molto lentamente si fisserà più in alto il fattore di decadimento.

in base agli errori di previsione passati. In altre parole andrebbe utilizzato il fattore di decadimento che minimizza l'errore quadratico medio del periodo precedente³⁵.

RiskMetrics, nella sua versione originale del 1994, usa un modello a medie mobili esponenziali con $\varphi = 0.94$ per stimare le volatilità giornaliere e $\varphi = 0.97$ per stimare quelle mensili. J.P. Morgan ha dimostrato che questi valori dei fattori di decadimento forniscono previsioni della varianza che finiscono per essere vicini alla varianza realizzata per un'ampia gamma di fattori di mercato.

Per spiegare le ottime performance di RiskMetrics, si può richiamare il lavoro di Nelson³⁶, il quale ha dimostrato come persino modelli mal specificati possono stimare la volatilità relativamente bene. Nelson evidenzia il caso in cui un processo di generazione dei rendimenti è bene approssimato da un processo a diffusione come un insieme di processi ARCH, i quali, anche male specificati, producono stime consistenti della volatilità condizionale. Poiché RiskMetrics può essere considerato alla stregua di un modello IGARCH(1,1)³⁷, il risultato del lavoro di Nelson fornisce una spiegazione naturale del successo di RiskMetrics³⁸.

Successivamente, nel 2006, il modello RiskMetrics è stato aggiornato e migliorato. Vi è stato l'abbandono del metodo delle medie mobili esponenziali e l'inizio dell'utilizzo di modelli ARCH per la previsione della volatilità.

1.3.3 La previsione della volatilità.

Fino ad adesso si è detto che la variazione della volatilità nei mercati finanziari poteva essere illustrato mediante un sistema di cluster. Un modello che è stato creato pensando proprio all'eteroschedasticità dei mercati finanziari è quello promosso da Engle nel 1982, ovvero il modello ARCH³⁹. ARCH sta per Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, per autoregressivo si intende il fatto che la varianza viene stimata a partire da una regressione lineare su se stessa nei periodi precedenti mentre per condizionale si intende che la stima è condizionata in base alle informazioni disponibili. Gli

³⁵ Resti & Sironi, Rischio e valore nelle Banche, 2008.

³⁶ Nelson, Filtering and Forecasting with misspecified ARCH models: getting the right variance with the wrong model, 1992

³⁷ Infatti in un IGARCH(1,1) i rendimenti sono generati da un processo stocastico di tipo: $r_t = \sigma_t * \varepsilon_t$ dove $\varepsilon_t \sim i.i.d. (0,1)$, $\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2$ e $\alpha_1 + \beta_1 = 1$

³⁸ Szilárd Pafka & Imre Kondor, Evaluating the RiskMetrics Methodology in Measuring Volatility and Value-at-Risk in Financial Markets, 2008.

³⁹ Engle, Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation.

ARCH sono quindi modelli che consentono di effettuare previsioni sulla volatilità per un solo periodo futuro in base a regressioni sulla stessa per alcuni periodi precedenti detti “ritardi”.

Nei modelli ARCH si assume media condizionale dei rendimenti pari a 0 mentre si riconosce esplicitamente la differenza tra la varianza non condizionale (che risulta essere fissa) e condizionale, permettendo a quest’ultima a variare nel tempo come funzione degli errori passati.

Si consideri adesso un modello ARCH(p), in cui si assume media condizionata dei rendimenti nulla, quindi:

$$\mu_{r_t} = 0$$

Per tale motivo:

$$r_t = u_t$$

Dove u_t rappresenta l’errore di previsione al tempo t .

Un modello ARCH (p) rappresenta la varianza come una media mobile di p errori di previsione al quadrato, ed è per questo che viene detto “un modello a p ritardi”⁴⁰, e quindi:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2$$

Per garantire che il modello generi un σ_t^2 positivo si impone che

- $\alpha_0 > 0$

Mentre per garantire che la varianza non esploda si impone che:

- $\alpha_i \geq 0$ con $i = 1, \dots, p$ ⁴¹
- $\sum_{i=1}^p \alpha_i \leq 1$ ⁴²

Come si può intuire il modello ARCH, per funzionare, ha bisogno di un elevato numero di ritardi, rendendolo un modello poco flessibile e bisognoso di molti input.

Per risolvere tale problema è di aiuto la generalizzazione del modello ARCH proposta da Bollerslev nel 1986⁴³. Questo modello generalizza quello di Engle proponendo un modello in cui la varianza

⁴⁰ Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle banche, 2008.

⁴¹ L’imposizione di questa condizione è fondamentale insieme alla considerazione degli errori di previsione al quadrato, per garantire un aumento della volatilità in caso di errore di previsione.

⁴² Si può osservare che queste condizioni è necessaria anche in caso di omoschedasticità, ovvero con α_i con $i \neq 0$ tutti indentici.

⁴³ Bollerslev, Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity, 1986.

non dipende soltanto dagli errori di previsione del rendimento nei p periodi precedenti ma anche sui valori storici di sé stessa. In particolare viene effettuata una regressione sui valori della stessa varianza nei q periodi precedenti⁴⁴. La formulazione analitica di un GARCH(p,q) è:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2$$

Per garantire che il modello generi un σ_t^2 positivo si impone che

- $\alpha_0 > 0$

Mentre per garantire che la varianza non esploda si impone che:

- $\alpha_i \geq 0$ con $i = 1, \dots, p$
- $\beta_i \geq 0$ con $i = 1, \dots, q$
- $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i \leq 1$

Tale generalizzazione permette al modello di funzionare anche con un numero limitato di ritardi, infatti si può vedere come anche il diffusissimo GARCH(1,1) abbia “memoria infinita”:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Poiché σ_{t-1}^2 può vedersi espressa come:

$$\sigma_{t-1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-2}^2 + \beta_1 \sigma_{t-2}^2$$

Attuando un processo iterativo si può tornare indietro all’infinito.

1.3.4 I limiti dei modelli GARCH.

Come detto in precedenza, l’assunzione fondamentale dei modelli GARCH è che la media condizionata dei rendimenti sia pari a 0. Tuttavia questa assunzione risulta essere non reale soprattutto quando parliamo di orizzonti temporali differenti da quello giornaliero. È possibile rimuovere tale assunzione fondamentale introducendo un nuovo modello: l’ARMA-GARCH⁴⁵.

⁴⁴ L’autoregressione sugli errori di previsione servono per includere nel modello gli effetti di breve termine del fluttuare della variabile, mentre quella sui valori della varianza passata serve per tenere in considerazione gli effetti di lungo periodo.

⁴⁵ Francq e Zakoian, Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA-GARCH processes, 2004.

In questo modello assumiamo che la media condizionata dei rendimenti sia ben modellata da un processo ARMA(p,q) mentre la varianza condizionata sia modellata da un GARCH(r,s) ottenendo un nuovo modello, analiticamente espresso tramite due equazioni:

$$r_t = \theta_0 + \sum_{i=1}^p \theta_i r_{t-i} - \sum_{j=1}^q \vartheta_j u_{t-j}^2 + u_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^r a_i u_{t-i}^2 - \sum_{j=1}^s b_j \sigma_{t-j}^2$$

Un altro limite dei modelli GARCH è quello per cui gli shock di rendimento, negativi o positivi che siano, rispetto al valore medio producano un effetto simmetrico sulla volatilità. In altre parole nei modelli Garch le buone e le cattive notizie hanno gli stessi effetti sulla volatilità. In realtà la volatilità dei rendimenti risponde asimmetricamente ai cambiamenti di segno dei rendimenti, infatti i valori negativi dei rendimenti hanno un effetto maggiore sulla varianza rispetto a quelli di segno positivo. Questo effetto asimmetrico va sotto il nome di effetto leva (leverage effect).

Tenendo conto che per leva finanziaria si intende il rapporto tra debito e capitale nella struttura finanziaria di un'impresa, si può facilmente capire che i rendimenti negativi, che di per sé (come anche i positivi) creano volatilità, erodono il capitale contribuendo ad aumentare la leva. Una leva finanziaria più alta comporta maggior rischio per l'impresa e di conseguenza, sul mercato, un ulteriore aumento della volatilità.

Un modello che consente di tener conto di questo effetto è il GJR GARCH⁴⁶. In tale modello, l'equazione che descrive la varianza condizionata è:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 + (\gamma_1 u_{t-1}^2 + \dots + \gamma_k u_{t-k}^2)$$

Dove il termine in parentesi si attiva soltanto se $u < 0$. Il modello, come si può intuire, in caso di rendimento positivo risulta approssimarsi ad un GARCH(p,q) mentre qualora il rendimento fosse negativo allora si attiva l'equazione in parentesi e diventa un GJRGARCH(p,q,k)

Per mostrare in che modo, questo modello, tiene conto dell'effetto leverage si modelli un GJRGARCH(1,1,1)

⁴⁶ Glosten, Jagannathan & Runkle, On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, 1993.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + (\gamma_1 u_{t-1}^2)$$

E si considerino i seguenti 2 scenari:

- $r_{t-1} < 0$
- $r_{t-1} > 0$

Per il primo scenario, si ipotizzi $r_{t-1} = -|u|$, in questo caso si ha:

$$\sigma_{t(-)}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 u^2$$

Per il secondo scenario si ipotizzi $r_{t-1} = |u|$, in questo caso si ha:

$$\sigma_{t(+)}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Si può adesso calcolare la differenza tra le varianze ottenute nei due scenari:

$$\gamma_1 u^2$$

Adesso:

- Se $\gamma_1 > 0$ si ha leverage.
- Se $\gamma_1 = 0$ non si ha leverage e il modello si approssima ad un GARCH.
- Se $\gamma_1 < 0$ si ha un effetto opposto al leverage.

1.4 Modelli di simulazione.

1.4.1 I limiti dell'approccio parametrico e i modelli di simulazione.

L'approccio parametrico porta con sè alcune assunzioni che da un lato rendono sicuramente il modello di facile applicazione ma dall'altro fanno in modo che il modello si allontani troppo dalla realtà, di fatto costituendo dei limiti. Tra queste assunzioni ricordiamo:

- Ipotesi di distribuzione normale dei rendimenti dei fattori di mercato.
- Ipotesi di dipendenza di tipo lineare tra i rendimenti del titolo soggetto al calcolo del VaR e fattore di mercato che si utilizza per modellare il titolo.

Nel tentativo di far fronte a questi evidenti limiti dell'approccio parametrico sono stati sviluppati i modelli di simulazione. Questi, invece di derivare le distribuzioni dei fattori di mercato a partire da pochi parametri sintetici, cercano di "ricostruirle" tramite delle simulazioni di un grande numero di scenari, i quali rappresentano tantissime possibili evoluzioni del fattore di mercato.

I modelli di simulazione che si affronteranno sono:

- Il metodo delle simulazioni storiche: è un metodo che si basa sulla ricostruzione della funzione di distribuzione cumulativa dei rendimenti o variazioni dei fattori di mercato che sono realmente avvenuti nel tempo.
- Il metodo delle simulazioni Montecarlo: è un metodo che si basa, come quella storica, sulla costruzione della distribuzione cumulativa delle variazioni dei fattori di mercato, ma queste variazioni non sono realmente avvenute ma sono scenari generati casualmente in base ad alcuni parametri della distribuzione reale.

Se sono evidenti le differenze tra i due metodi, sono evidenti anche tre caratteristiche comuni⁴⁷.

Queste sono:

- Full Valuation: se nell'approccio parametrico le possibili variazioni del portafoglio vengono stimate a partire da alcuni coefficienti di sensibilità, i quali esprimono una relazione lineare tra variazioni del fattore di rischio e variazioni del valore del portafoglio, nei modelli di simulazione ciò non avviene; infatti le variazioni del valore del portafoglio vengono completamente ricalcolate con opportune formule di pricing in base ai valori simulati dei fattori di mercato.
- Logica del percentile: nell'approccio parametrico il VaR viene calcolato come multiplo della deviazione standard sfruttando l'ipotesi della normalità dei rendimenti. Nei modelli di simulazione, invece, dopo aver costruito la distribuzione delle variazioni dei fattori di mercato viene calcolato per ognuno degli scenari la corrispondente perdita del portafoglio. Queste perdite vengono ordinate in maniera crescente per poi tagliare la distribuzione al percentile desiderato.
- Maggiore flessibilità: l'approccio parametrico imponeva la distribuzione normale dei fattori di mercato, tuttavia, questo risulta essere un problema, infatti, per molti fattori la distribuzione è molto diversa da una normale. Allontanandosi da questa ipotesi è possibile trattare con più flessibilità tutte le tipologie di titoli senza effettuare troppe forzature.

⁴⁷ Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle Banche, 2008.

1.4.2 La simulazione storica.

L'assunzione alla base dei modelli a Simulazione Storica è che la futura distribuzione delle variazioni dei fattori di mercato sia ben stimata dalla distribuzione storica e quindi che la distribuzione sia stabile nel tempo. Si può dire che tale assunzione non risulta essere forzata nella maggior parte dei casi⁴⁸.

Il primo passo per il calcolo del VaR è la ricostruzione della distribuzione delle variazioni di un determinato fattore di mercato nel tempo. Una scelta non banale è quella proprio dell'orizzonte temporale⁴⁹ del VaR e di conseguenza la scelta di quanto andare indietro nel tempo per ricostruire tale distribuzione.

Si ipotizzi di dover calcolare il VaR a un giorno e ad un intervallo di confidenza del 95% usando il metodo delle simulazioni storiche di una posizione: l'acquisto di una call sul titolo Apple. Il fattore di mercato su cui si baserà il calcolo del VaR è proprio il titolo Apple. Si prenda come campione storico i prezzi giornalieri del titolo Apple per un periodo di un anno da oggi⁵⁰. Di questi prezzi se ne calcolino le variazioni logaritmiche. Ognuno di questi rendimenti risulta essere uno scenario per cui si calcolerà la variazione di valore della posizione.

Il secondo passo è quello dell'applicazione degli scenari, si tratta di calcolare le variazioni di valore del titolo, utilizzando un opportuno modello di pricing, nel caso in cui tali scenari si realizzassero nell'orizzonte temporale prescelto.

Nell'esempio ciò si traduce nell'applicazione dei 250 scenari di rendimento alla formula di pricing dell'opzione⁵¹ per determinare, poi, la distribuzione dei 250 scenari di variazione di prezzo dell'opzione e di conseguenza del valore della posizione.

Il terzo passo è quello di ordinare tali variazioni in ordine decrescente, per poi tagliare tale distribuzione al percentile desiderato.

Nell'esempio si era scelto un intervallo di confidenza pari al 95% ciò significa che la distribuzione verrà tagliata al 95° percentile ovvero alla 238° osservazione. La variazione di prezzo corrispondente risulta essere il VaR della posizione.

⁴⁸ Un'eccezione recente è stato il comportamento dei fattori di mercato nel periodo della crisi finanziaria del 2008.

⁴⁹ Solitamente si sceglie come orizzonte temporale quello giornaliero, quindi si costruisce una distribuzione con almeno 250 osservazioni, ciò significa che si torna indietro di un anno.

⁵⁰ si tratta di 250 osservazioni.

⁵¹ Questa potrebbe essere quella di Black, Scholes e Merton. Black, Scholes, Merton, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, 1973.

Quando si passa dal calcolare il VaR di una singola posizione al VaR di un portafoglio, nell'approccio parametrico si dovevano considerare le correlazioni dei fattori di mercato, invece, nel modello della simulazione storica il calcolo si basa sulla distribuzione empirica delle variazioni di valore dell'intero portafoglio.

Si ipotizzi di avere un portafoglio composto da: un titolo Apple, un titolo Microsoft e un titolo IBM. In questo caso lo scopo sarebbe conoscere il rendimento che avrebbe avuto un portafoglio così composto, nell'orizzonte temporale prescelto in tutti gli scenari del campione. Da qui si ricostruirebbe la distribuzione che verrebbe tagliata al percentile desiderato.

L'approccio delle simulazioni storiche a fronte dei rilevanti problemi che risolve è soggetto ad alcuni limiti, tra questi:

- La scarsità dei dati disponibili
- Ipotesi di stabilità temporale della distribuzione⁵².

1.4.3 La simulazione Montecarlo.

I limiti del metodo delle simulazioni storiche risultano superati dall'introduzione delle simulazioni Montecarlo, in particolare per quel che riguarda la scarsità dei dati. Infatti pur basandosi sulle serie storiche dei fattori di mercato non è necessario conoscere l'intera serie storica, ma soltanto alcuni parametri che possono descriverla. In base a questi parametri è facile ricostruire una possibile distribuzione della variabile mediante simulazioni, ovvero, generazione di valori casuali. Una volta generati un numero sufficiente di scenari tali da approssimare la vera distribuzione si arriva al calcolo del VaR utilizzando la stessa metodologia che si è vista nelle simulazioni Storiche.

Un grande vantaggio delle simulazioni Montecarlo è quello di non dover disporre delle serie storiche ma soltanto di alcuni parametri. Questo vantaggio non è banale qualora le serie storiche non siano disponibili per un determinato fattore di mercato. Infatti qualora non si abbiano un numero di osservazioni per una determinata variabile tale da determinare un numero sufficiente di scenari, l'utilizzo delle simulazioni Montecarlo risulta essere il più appropriato.

⁵² Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle Banche, 2008.

Il metodo Montecarlo è nato negli anni quaranta ed è stato utilizzato in sperimentazioni nello studio della fisica mentre l'utilizzo legato a problematiche rilevanti nel RiskManagement risulta essere più recente: gli anni 80⁵³.

La metodologia delle Simulazioni Montecarlo per il calcolo del VaR di una singola posizione si articola in una serie di fasi.

La prima fase è quella dell'individuazione del più appropriato fattore di mercato al fine di descrivere le variazioni di prezzo di un determinato strumento. Una volta identificato il fattore di mercato è necessario analizzarne la serie storica. A differenza del metodo storico, non è necessario un numero di osservazioni pari agli scenari da considerare, ma ne basta un numero sufficientemente ampio tale da poter desumere la forma della distribuzione attraverso misure statistiche robuste. Qualora questo non sia possibile, è necessaria una forzatura, ovvero, l'assunzione di una determinata distribuzione, che porterebbe quindi ad un errore di stima del VaR e renderebbe, in molti casi, vano il passaggio dall'approccio parametrico a quello delle simulazioni.

La seconda fase è quella della simulazione. Sulla base delle informazioni circa la forma della distribuzione, ottenute nella fase precedente, un software genera dei valori casuali del fattore di mercato considerato rispettando proprio tale distribuzione. In altre parole il software predispone degli scenari possibili ma non reali del fattore di mercato. Il numero di scenari, naturalmente, deve essere sufficientemente ampio da non condizionare l'accuratezza della misura di rischio⁵⁴.

Nella terza fase avviene, tramite la funzione di pricing, che lega il valore del fattore di mercato al prezzo del titolo oggetto della posizione, il calcolo del valore che la posizione avrebbe avuto in ognuno degli scenari simulati e ne viene fatta la differenza con il valore della posizione al momento della posizione⁵⁵. Tali differenze vengono poi messe in ordine decrescente per poi tagliare questa distribuzione al percentile desiderato, individuando così la misura di rischio.

⁵³ Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle Banche, 2008.

⁵⁴ Le simulazioni possono arrivare, in genere, anche a diecimila.

⁵⁵ $\text{prezzo al momento della valutazione} - \text{prezzo simulato} = VaR$

Capitolo 2: Il requisito patrimoniale per il rischio di mercato

2.1 Premessa

Nel primo capitolo si è detto che una banca dovrebbe accumulare un capitale pari al VaR per non vedersi insolvente con un determinato intervallo di confidenza, infatti anche a livello normativo e di vigilanza, i modelli VaR sono stati protagonisti per quel che riguarda il calcolo del requisito patrimoniale.

I primi Accordi di Basilea⁵⁶, datati 1988, nella loro versione originale non prevedevano alcun requisito specifico per il rischio di mercato ma soltanto un requisito per il rischio di credito. Soltanto nel 1996 Basilea predispose il calcolo del requisito per il rischio di mercato mediante due differenti approcci, che sopravvivono ancora oggi seppur con rilevanti modifiche. I due approcci previsti erano: il metodo standardizzato, più semplice ed utilizzato sovente da banche di piccole dimensioni, e il metodo dei modelli interni, il quale prevedeva che le banche potessero calcolare il proprio requisito patrimoniale con modelli VaR interni opportunamente validati.

Con Basilea 2⁵⁷ non ci sono state rilevanti modifiche per quel che riguarda la metodologia di calcolo del requisito patrimoniale ma rilevanti cambiamenti sono avvenuti nell'ambito di applicazione. Il calcolo del requisito patrimoniale per il rischio di mercato si riferisce, ora, soltanto al trading book, ovvero quegli strumenti detenuti dalla banca con lo scopo della negoziazione, per posizioni in titoli di capitale e di debito mentre sono estesi a tutto il banking book per le posizioni soggette a tasso di cambio e a rischio commodity.

L'attuale normativa, ovvero Basilea 3, ha provveduto a modificare profondamente la disciplina del requisito patrimoniale per il rischio di mercato. Con il "Market Risk Framework", pubblicato nel 2016, sono avvenute diverse innovazioni fra cui:

- Un nuovo confine tra Trading e Banking book.
- Un nuovo metodo standardizzato.

⁵⁶ Basle committee on banking supervision, international convergence of capital measurement and capital standards, July 1988.

⁵⁷ Bank for International Settlement, International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, June 2004.

- Un nuovo metodo basato sui modelli interni con il passaggio da misure basate su VaR a misure basate sull'Expected Shortfall.

Obiettivo di questo capitolo sarà spiegare meticolosamente l'applicazione di questi modelli al fine di comprendere come le banche, al giorno d'oggi, calcolano il requisito patrimoniale per il rischio di mercato.

2.2 L'approccio standardizzato⁵⁸

2.2.1 Introduzione

L'approccio standardizzato si basa sul calcolo di tre componenti: i caricamenti del rischio del metodo basato sulle sensitività, il caricamento del rischio di default e la componente di rischio residuale.

Il requisito patrimoniale sarà, appunto, la semplice somma di questi tre componenti.

Poiché il metodo standardizzato si basa sui modelli di pricing della banca e sulle metodologie di report di Profit&Loss (P&L) che vengono utilizzate internamente, è importante che questi siano appropriati. Per garantire l'appropriatezza la banca deve stabilire un framework per la prudente valutazione che assicurino il soddisfacimento dei requisiti di cui ai paragrafi 718(c)-718(cxii) di Basilea 2⁵⁹.

Per quanto riguarda i caricamenti del rischio del metodo basato sulle sensitività, questo è la somma di queste misure di rischio:

- Il Delta, il quale si basa sulla sensitività degli strumenti del trading book ai Delta fattori di rischio.
- Il Vega, il quale si basa sulla sensitività degli strumenti del trading book ai Vega fattori di rischio.

⁵⁸ La redazione di questo paragrafo è basata sul seguente documento: Bank for International Settlement, Basel Committee on Banking Supervision, Minimum capital requirements for market risk, January 2016, pagg 13-49.

⁵⁹ Basel Committee on Banking Supervision, Revisions to the Basel II market risk framework, February 2011.

- La Curvatura, la quale cattura il rischio incrementale delle variazioni del prezzo delle opzioni. La curvatura viene calcolata per due scenari di shock: uno al rialzo e uno al ribasso. Lo shock che comporta la perdita maggiore indica quale scenario di Curvatura deve essere computato.

Per tener conto del fatto che le correlazioni possono variare in periodi di stress, il Delta, il Vega e la Curvatura vanno calcolati per ogni classe di rischio⁶⁰ in base a tre differenti scenari di correlazione: per il parametro ρ_{kl} (correlazione tra fattori di rischio all'interno dello stesso bucket) e per il parametro γ_{bc} (correlazione tra diversi bucket all'interno di una stessa classe di rischio). Questi scenari di correlazione sono:

1. Alte correlazioni, si usano le correlazioni previste moltiplicate per 1.25.
2. Medie correlazione, si usano le correlazioni previste senza modifiche.
3. Basse correlazioni, si usano le correlazioni previste moltiplicate per 0.75.

Per ogni scenario di correlazioni si calcola il requisito, il requisito maggiore è quello a cui la banca deve ottemperare.

Il caricamento per il rischio di default consiste nel calcolo del salto dal default (da ora in poi “JTD”) in tre componenti indipendenti: Not Securitisation (da ora in poi “NS”), Securitisation Not Correlation Trading Portfolio (da ora in poi “SNCTP”) e Securitisation Correlation Trading Portfolio (da ora in poi SCTP).

Si prevede, poi, una componente di rischio residuale.

Prima di spiegare la metodologia di calcolo è necessario dare alcune definizioni:

- Fattore di rischio: variabili sulle quali si basa una funzione di pricing.
- Posizione di rischio: per il Delta e il Vega è la sensitività a fattori di rischio, per la Curvatura è il peggiore dei 2 scenari di stress.
- Caricamento del rischio: l'ammontare di capitale che la banca deve accumulare in base al rischio che sostiene.
- Bucket: insieme di posizioni di rischio che sono raggruppate insieme per caratteristiche comuni.

⁶⁰ Le classi di rischio prescritte dal Comitato di Basilea sono: tasso di interesse, spread per il credito NS, spread per il credito SNCTP, spread per il credito SCTP, equity, commodity e tasso di cambio.

2.2.2 Il metodo basato sulla sensitività.

Ogni strumento del trading book è soggetto al Delta mentre quelli con opzionalità sono soggetti anche al Vega e alla Curvatura. I fattori di rischio Delta e Vega sono gli stessi, infatti, la formula di aggregazione per tutti i fattori di rischio Delta e Vega è la stessa, anche se il Delta e il Vega devono essere calcolati separatamente e senza beneficio di diversificazione.

Il calcolo del Delta (o del Vega) per un determinato strumento avviene in alcune fasi:

1. Individuare la sensitività netta (s_k) ad un dato fattore di rischio k
2. Calcolare la sensitività ponderata (WS_k):

$$WS_k = RW_k * s_k$$

Dove RW_k è il peso assegnato a quel determinato fattore di rischio per quel determinato strumento.

3. La posizione di rischio per Delta (o Vega) del bucket b (K_b) viene determinata aggregando le sensitività ponderate a fattori di rischio appartenenti allo stesso bucket usando le prescritte correlazioni tra questi fattori ρ_{kl}

$$K_b = \sqrt{\sum_b WS_k^2 + \sum_k \sum_{k \neq l} \rho_{kl} WS_k WS_l}$$

4. Il Delta (o Vega) è determinato a partire dalle posizioni di rischio aggregate tra i bucket Delta (o Vega) all'interno di ogni classe di rischio, utilizzando le prescritte correlazioni γ_{bc} .

$$\text{Delta (o Vega)} = \sqrt{\sum_b K_b^2 + \sum_b \sum_{c \neq b} \gamma_{bc} S_b S_c}$$

Dove:

$S_b = \sum_k WS_k$ per tutti i fattori di rischio all'interno del bucket b .

$S_c = \sum_k WS_k$ per tutti i fattori di rischio all'interno del bucket c .

Se S_b e S_c sono tanto negativi da rendere negativo il radicando, allora la banca deve calcolare S_b e S_c usando una formula alternativa: $S_b = \max[\min(\sum_k WS_k, K_b), -K_b]$ per tutti i fattori di rischio appartenenti al bucket b , $S_c = \max[\min(\sum_k WS_k, K_c), -K_c]$ per quelli appartenenti al bucket c .

Il caricamento del rischio per la Curvatura consiste nell'applicazione di alcuni scenari di stress a un dato fattore di rischio. Il calcolo si sviluppa nelle seguenti fasi:

1. Individuare la Curvatura netta (CVR_k) tra gli strumenti per ogni fattore di rischio k . Per ogni fattore di rischio vengono calcolati 2 scenari di stress da cui deve essere dedotto il Delta. I due scenari sono il risultato di due shock fittizi del fattore di rischio. Lo scenario che comporta perdita maggiore viene preso e utilizzato nel calcolo. Se il prezzo dell'opzione dipende da più fattori di rischio, il rischio di curvatura è determinato separatamente per ogni fattore di rischio. La Curvatura netta per il fattore di rischio k può essere calcolata così:

$$CVR_k = -\min \left[\begin{array}{l} \sum_i \left\{ V_i \left(x_k^{(RW^{(curvature)+})} \right) - V_i(x_k) - RW_k^{(curvature)} * S_{ik} \right\} \\ \sum_i \left\{ V_i \left(x_k^{(RW^{(curvature)-})} \right) - V_i(x_k) + RW_k^{(curvature)} * S_{ik} \right\} \end{array} \right]$$

Dove:

- i è lo strumento soggetto a Curvatura associato al fattore di rischio k .
- x_k è il livello corrente del fattore di rischio k .
- $V_i(x_k)$ è il prezzo dello strumento i al livello attuale del fattore di rischio k .
- $V_i \left(x_k^{(RW^{(curvature)+})} \right)$ e $V_i \left(x_k^{(RW^{(curvature)-})} \right)$ denotano il prezzo dello strumento i dopo che x_k viene shockato verso l'alto e verso il basso.

Per quanto riguarda le classi di rischio Equity e Tasso di Cambio:

- $RW_k^{(curvature)}$ è il peso per la Curvatura del fattore k per lo strumento i .
- s_{ik} è la sensitività Delta dello strumento i rispetto al fattore di rischio Delta che corrisponde al fattore di rischio di Curvatura k .

Per quanto riguarda le classi di rischio Tasso di Interesse, Commodity e Credit Spread:

- $RW_k^{(curvature)}$ è il peso per la curvatura del fattore k per lo strumento i .
- s_{ik} è la somma delle sensitività Delta a tutti i nodi delle curve principali dello strumento i rispetto al fattore di rischio di Curvatura corrispondente.

2. La formula di aggregazione per la Curvatura distingue tra esposizioni positive e negative, infatti le negative sono ignorate fino a che non coprono le positive. Se c'è Curvatura netta pari a 0 il caricamento per la Curvatura è 0. Le Curvature nette devono essere aggregate all'interno di ogni bucket usando le prescritte correlazioni ρ_{kl} come nella seguente formula:

$$K_b = \sqrt{\max(0, \sum_k \max(CVR_k, 0)^2 + \sum_k \sum_{k \neq l} \rho_{kl} CVR_k CVR_l \Psi(CVR_k, CVR_l))}$$

Dove:

- $\Psi(\text{CVR}_k, \text{CVR}_l)$ è una funzione che ha valore 0 se CVR_k e CVR_l sono entrambi negativi, negli altri casi ha valore 1.
3. Le posizioni di Curvatura devono essere aggregate tra i diversi bucket all'interno di ogni classe di rischio utilizzando le correlazioni γ_{bc} .

$$\text{Curvatura} = \sqrt{\sum_b K_b^2 + \sum_b \sum_{c \neq b} \gamma_{bc} S_b S_c \Psi(S_b, S_c)}$$

Dove:

- $S_b = \sum_k \text{CVR}_k$ per tutti i fattori di rischio nel bucket b, mentre S_c per il bucket c.
- $\Psi(S_b, S_c)$ è una funzione che ha valore di 0 se S_b e S_c sono entrambi negativi, negli altri casi ha valore 1.

Se i valori di S_b e S_c fanno sì che il radicando sia negativo allora la banca deve calcolare S_b e S_c usando una formula alternativa:

$$S_b = \max[\min(\sum_k \text{CVR}_k, K_b), -K_b]$$

per tutti i fattori di rischio nel bucket b e

$$S_c = \max[\min(\sum_k \text{CVR}_k, K_c), -K_c]$$

per tutti i fattori di rischio nel bucket c.

2.2.3 La componente di rischio residuale.

La componente di rischio residuale deve essere calcolata per tutti gli strumenti soggetti a tale rischio in aggiunta agli altri requisiti patrimoniali.

La componente di rischio residuale è il valore nozionale moltiplicato per 1% se lo strumento ha sottostante esotico altrimenti è valore nozionale per 0.01%.

Gli strumenti con sottostante esotico sono quelli appartenenti al trading book con sottostante che non è trattato nel Delta, Vega, Curvatura o nel Rischio di Default.

Gli strumenti che sono affetti dal rischio residuale sono quelli che hanno queste due caratteristiche:

1. Strumenti soggetti a Vega e a Curvatura con payoff che non possono essere scritti come una lineare combinazione di vanilla option.
2. Strumenti sotto la definizione di Correlation Trading Portfolio (da ora in poi CTP), eccetto quelli che il market risk framework definisce come eleggibili a coprire il rischio nel CTP.

Qualsiasi strumento che è eleggibile per la clearing centrale è escluso dal calcolo per il rischio residuale.

2.2.4 Fattori di rischio

Classe di rischio “Tasso di Interesse”.

I Delta fattori di rischio sono definiti lungo due dimensioni:

1. Una curva di tassi risk-free⁶¹ per ogni valuta in cui gli strumenti sensibili al tasso di interesse sono denominati, infatti, ogni valuta rappresenterà un differente bucket.
2. I vertici: 0.25, 0.5, 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 30 anni ai quali i Delta fattori di rischio sono assegnati.

I Delta fattori di rischio includono anche una curva piatta dei tassi di inflazione impliciti sul mercato per ciascuna valuta. La sensibilità al tasso di inflazione in uno strumento soggetto a inflazione dà origine a un requisito patrimoniale specifico. Soggetto a tasso di inflazione significa che il flusso di cassa dello strumento dipende dall'inflazione. Il rischio di inflazione è considerato in aggiunta alla sensibilità ai tassi di interesse dello stesso strumento, infatti il tasso di inflazione corrente deve essere allocato nella curva dei rendimenti risk-free pertinente della stessa valuta.

⁶¹ La curva di tassi risk-free per una valuta dovrebbe essere costruita utilizzando strumenti del mercato monetario che fanno parte del trading book e che hanno il più basso rischio di credito.

I Delta fattori di rischio includono anche una curva per quanto riguarda i fattori di rischio CrossCurrency.

I Vega fattori di rischio di tipo sono le volatilità implicite delle opzioni che hanno sottostante sensibile al tasso di interesse. Questi sono definiti lungo due dimensioni:

1. Scadenza dell'opzione: la volatilità implicita della opzione mappata a uno o più dei seguenti vertici di scadenza: 0.5, 1, 3, 5, 10 anni.
2. Scadenza residua del sottostante alla scadenza dell'opzione: la volatilità implicita dell'opzione mappata a due o uno dei seguenti vertici di scadenza: 0.5, 1, 3, 5, 10 anni.

I fattori di rischio per la Curvatura sono definiti in base alla costruzione della curva dei tassi risk-free per ogni valuta. Tutti i vertici vanno spostati parallelamente.

Non c'è rischio di curvatura per inflazione e CrossCurrency.

Classe di rischio "Credit Spread Risk (CSR) NS"

I Delta fattori di rischio sono definiti lungo due dimensioni:

1. Le curve di spread degli issuer (Bond e CDS).
2. I vertici: 0.5, 1, 3, 5, 10 anni, ai quali i fattori di rischio Delta sono assegnati.

I Vega fattori di rischio sono le volatilità implicite delle opzioni che hanno come sottostante emittenti di Bond e CDS definiti lungo la dimensione della scadenza dell'opzione, ovvero la volatilità implicita della opzione mappata a 1 o più dei seguenti vertici: 0.5, 1, 3, 5, 10 anni.

I fattori di rischio per la Curvatura sono definiti lungo la dimensione delle curve degli spread dei rilevanti credit issuer. Tutti i vertici vanno spostati parallelamente.

Classe di rischio CSR SNCTP

I Delta fattori di rischio sono definiti lungo due dimensioni: tranche o curve di spread e i seguenti vertici: 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni a cui vengono assegnati i Delta fattori di rischio.

I Vega fattori di rischio sono le volatilità implicite di opzioni che hanno come sottostante obbligazioni e CDS di tipo SNCTP, definiti lungo la dimensione della scadenza dell'opzione, ovvero la volatilità implicita dell'opzione mappata a uno o più dei seguenti vertici di maturità: 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni.

I fattori di rischio per la Curvatura sono definiti lungo la dimensione delle curve di credit spread relative alle tranche (obbligazioni e CDS). Tutti i vertici devono essere spostati in parallelo.

Classe di rischio CSR SCTP

I Delta fattori di rischio sono definiti lungo due dimensioni: le relative curve di credit spread (obbligazioni e CDS) e i seguenti vertici: 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni a cui vengono assegnati i fattori di rischio Delta.

I Vega fattori di rischio sono le volatilità implicite delle opzioni che fanno riferimento agli spread di credito CTP come sottostanti (obbligazioni e CDS), ulteriormente definiti lungo la dimensione della scadenza dell'opzione. Quindi la volatilità implicita dell'opzione mappata a uno o più dei seguenti vertici: 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni.

I fattori di rischio per la curvatura sono definiti lungo la dimensione delle curve di credit spread sottostanti (obbligazioni e CDS). Tutti i vertici devono essere spostati in parallelo.

Classe di rischio "Equity"

I Delta fattori di rischio sono tutti i prezzi spot azionari e tutti i tassi dei contratti pronti contro termine.

I Vega fattori di rischio sono le volatilità implicite delle opzioni che fanno riferimento ai prezzi spot azionari come sottostanti. Non vi è rischio Vega per i tassi di repo azionari. I fattori di rischio Vega sono definiti lungo la dimensione della scadenza dell'opzione e quindi la volatilità implicita dell'opzione mappata a uno o più dei seguenti vertici: 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni.

I fattori di rischio di Curvatura azionaria sono tutti i prezzi spot azionari. Non vi è rischio di curvatura per i tassi repo.

Classe di rischio “Commodity”

I Delta fattori di rischio sono tutti i prezzi spot delle materie prime in base alla qualità della merce, i termini legali rispetto alla posizione di consegna e la scadenza dello strumento negoziato mappata ai seguenti vertici: 0 anni, 0,25 anni, 0,5 anni, 1 anno, 2 anni, 3 anni, 5 anni, 10 anni, 15 anni, 20 anni, 30 anni.

I Vega fattori di rischio sono le volatilità implicite delle opzioni che fanno riferimento ai prezzi spot delle materie prime come sottostanti. I Vega fattori di rischio delle materie prime sono definiti lungo la dimensione della scadenza dell'opzione ovvero la volatilità implicita dell'opzione mappata a uno o più dei seguenti vertici di maturità: 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni.

I fattori di rischio per la Curvatura delle merci sono definiti lungo la dimensione: la curva costruita per i prezzi spot delle materie prime. Tutti i vertici devono essere spostati in parallelo.

Classe di rischio “Tasso di Cambio”

I Delta fattori di rischio sono tutti i tassi di cambio tra la valuta nella quale uno strumento è denominato e la valuta di riferimento della banca.

I Vega fattori di rischio di cambio sono le volatilità implicite delle opzioni che fanno riferimento ai tassi di cambio; ulteriormente definito lungo la dimensione della scadenza dell'opzione e quindi la volatilità implicita dell'opzione mappata a uno o più dei seguenti vertici di maturità: 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni.

I fattori di rischio per la Curvatura sono tutti i tassi di cambio tra la valuta in cui uno strumento è denominato e la valuta di riferimento.

2.2.5 Definizioni di sensibilità

La sensibilità⁶² Delta al rischio di Tasso di interesse è definita come sensibilità di uno strumento i rispetto al vertice t della curva dei rendimenti priva di rischio (o curve, a seconda dei casi) utilizzata per prezzare lo strumento i nella valuta in cui i è denominato. La sensibilità è determinata calcolando la variazione del valore di mercato dello strumento come risultato dello spostamento di 1 punto base del tasso di interesse r al vertice t della curva di rendimento privo di rischio in una data valuta, divisa per 0,0001.

$$s_{k,r_t} = \frac{V_i(r_t + 0.0001, cs_t) - V_i(r_t, cs_t)}{0.0001}$$

dove:

- r_t è la curva dei rendimenti priva di rischio al vertice t ;
- cs_t è la curva di spread del credito al vertice t ;
- $V_i(r_t, cs_t)$ è il valore di mercato dello strumento i in funzione della curva dei tassi di interesse privi di rischio e della curva di spread del credito.

La sensibilità Delta al rischio di CS di uno strumento i è determinato calcolando la variazione del valore di mercato dello strumento a seguito di una variazione di 1 punto base dello spread sul credito cs al vertice t (cs_t), diviso per 0,0001.

$$s_{k,cs_t} = \frac{V_i(r_t, cs_t + 0.0001) - V_i(r_t, cs_t)}{0.0001}$$

La sensibilità Delta al rischio Equity viene calcolata prendendo il valore di una variazione di 1 punto percentuale del prezzo spot azionario, diviso per 0,01 (cioè 1%).

$$s_k = \frac{V_i(1.01 * EQ_k) - V_i(EQ_k)}{0.0001}$$

dove:

- k è un dato equity;
- EQ_k è il valore di mercato dell'equity k ; e
- $V_i(1.01 * EQ_k)$ è il valore di mercato dello strumento i in funzione del prezzo dell'equity k .

Per i repo la sensibilità viene calcolata prendendo il valore dello strumento dopo una traslazione

⁶² Le sensibilità per ciascuna classe di rischio sono espresse nella valuta di riferimento della banca.

assoluta di 1 punto base della struttura a termine dei repo per quell'equity, divisa per 0,0001 (ossia 0,01%).

$$S_k = \frac{V_i(\text{RTS}_k + 0.0001) - V_i(\text{RTS}_k)}{0.0001}$$

dove:

- k è un dato equity;
- RTS_k è la struttura a termine del repo dell'equity k ;
- $V_i(\text{RTS}_k + 0.0001)$ è il valore di mercato dello strumento i in funzione della struttura a termine repo dell'equity k .

La sensibilità Delta al rischio Commodity viene calcolata prendendo il valore di una variazione di 1 punto percentuale del prezzo spot delle materie prime, diviso per 0,01:

$$S_k = \frac{V_i(1.01 * \text{CTY}_k) - V_i(\text{CTY}_k)}{0.01}$$

dove:

- k è una determinata merce;
- CTY_k è il valore di mercato della merce k ;
- $V_i(1.01 * \text{CTY}_k)$ è il valore di mercato dello strumento i in funzione del prezzo a pronti della merce k .

La sensibilità Delta al rischio di Tasso di Cambio viene calcolata prendendo il valore di una variazione di 1 punto percentuale del tasso di cambio, diviso per 0,01 (cioè 1%):

$$S_k = \frac{V_i(1.01 * \text{FX}_k) - V_i(\text{FX}_k)}{0.01}$$

dove:

- k è una data valuta;
- FX_k è il tasso di cambio tra la valuta k e la valuta di segnalazione; e
- $V_i(\text{FX}_k)$ è il valore di mercato dello strumento i in funzione del tasso di cambio k .

La sensibilità Vega per un'opzione per un dato fattore di rischio è il prodotto della volatilità Vega e quella implicita dell'opzione. La sensibilità Vega a livello di portafoglio per un determinato fattore di rischio è pari alla semplice somma delle sensibilità Vega delle opzioni detenute in portafoglio per quel fattore di rischio.

Per le sensitività Vega ci sono casi specifici in cui il comitato ha dato alcune linee guida:

- Per quanto riguarda le opzioni che non hanno una scadenza, bisogna assegnare tali opzioni al vertice di maturità più lontano prescritto e assegnare queste opzioni anche alla componente di rischio residuale;
- Per quanto riguarda le opzioni che non hanno uno strike o un barrier e opzioni che hanno più strike o barrier, bisogna mappare gli strike e i barrier ai vertici utilizzati internamente per prezzare l'opzione e assegnare tali strumenti anche alla componente di rischio residuale;
- Per quanto riguarda le tranche di cartolarizzazione CTP che non hanno una volatilità implicita, non bisogna calcolare la sensibilità Vega. Tuttavia, tali strumenti non possono essere esenti dagli oneri legati al Delta e alla Curvatura.

Quando si calcola una sensibilità Vega le banche dovrebbero presumere che la volatilità implicita rimanga costante.

Quando si calcola una sensibilità Vega per Tasso di Interesse e CS, le banche possono utilizzare le assunzioni lognormali o normali. Quando si calcola una sensibilità Vega Equity, Commodity o Tasso di Cambio, le banche devono utilizzare l'ipotesi lognormale.

2.2.6 Pesi e correlazioni per il Delta.

Per il Tasso di Interesse ogni valuta rappresenta un bucket.

VERTICE (ANNI)	0.25	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30
PONDERAZIONE RISCHIO	2.40%	2.40%	2.25%	1.88%	1.73%	1.50%	1.50%	1.50%	1.50%	1.50%

Tabella 1: Ponderazioni per Tasso di interesse per il metodo delle sensitività. Fonte: BCBS (2016)

Un fattore di ponderazione del rischio del 2,25% è fissato rispettivamente per il fattore di rischio di inflazione e i fattori di rischio CrossCurrency.

Per le valute selezionate dal Comitato di Basilea⁶³, i pesi di rischio sopra indicati possono essere divisi, a discrezione della banca, per la radice quadrata di 2.

La correlazione per il Delta ρ_{kl} è fissata al 99,90% tra le sensibilità WS_k e WS_l all'interno dello stesso bucket, stesso vertice, ma curva diversa.

La correlazione per il Delta ρ_{kl} tra le sensibilità WS_k e WS_l all'interno dello stesso bucket con diversi vertici e stessa curva è impostata a $\max \left[e^{\left(-\theta \cdot \frac{|T_k - T_l|}{\min(T_k, T_l)} \right)}; 40\% \right]$, dove:

- T_k (rispettivamente T_l) è il vertice che si riferisce a WS_k (rispettivamente WS_l)
- Θ è impostato al 3%.

Tra due sensibilità WS_k e WS_l all'interno dello stesso bucket, diversi vertici e curve diverse, la correlazione ρ_{kl} è uguale a Θ moltiplicato per 99,90%.

La correlazione per il Delta ρ_{kl} tra una sensibilità WS_k alla curva di inflazione e una sensibilità WS_l a un dato vertice della curva di rendimento pertinente è del 40%.

La correlazione per il Delta ρ_{kl} tra una sensibilità WS_k a una curva di CrossCurrency e una sensibilità WS_l a un dato vertice della relativa curva di rendimento, la curva di inflazione o un'altra curva di CrossCurrency è 0%.

Il parametro $\gamma_{kl} = 50\%$ deve essere utilizzato per l'aggregazione tra diverse valute ovvero diversi bucket.

Per il CS NS le esposizioni dovrebbero essere prima assegnate⁶⁴ a un bucket secondo la seguente tabella:

⁶³ Le valute selezionate dal Comitato di Basilea sono: EUR, USD, GBP, AUD JPY, SEK, CAD, nonché la valuta nazionale di segnalazione di una banca.

⁶⁴ Per assegnare un'esposizione a un settore, le banche devono fare affidamento su una classificazione comunemente utilizzata nel mercato per raggruppare gli emittenti per settore industriale. La banca deve assegnare ciascun emittente a uno e uno solo dei bucket nella tabella. Le posizioni che una banca non può assegnare ad un settore devono essere assegnati al bucket "altro settore".

bucket	merito di credito	settore
1		Sovrani comprese le banche centrali, banche multilaterali di sviluppo
2		Il governo locale, non finanziari garantiti dal governo, istruzione, pubblica amministrazione
3		Financials garantiti dal governo
4	investment grade	materiali di base, energia, industriali, l'agricoltura, la produzione, miniere e cave
5		Beni di consumo e servizi , trasporto e stoccaggio, attività amministrative e di supporto
6		Tecnologia, telecomunicazioni
7		Assistenza sanitaria, servizi pubblici, attività professionali e tecniche
8		Obbligazioni coperte
9		Sovrani comprese le banche centrali, banche multilaterali di sviluppo
10		Il governo locale, non finanziari sostenuti dal governo, istruzione, pubblica amministrazione
11	alto rend. & rating	Financials tra governo-backed finanziari
12	non disponibile	materiali di base, energia, industriali, l'agricoltura, la produzione, miniere e cave
13		Beni di consumo e servizi , trasporto e stoccaggio, attività amministrative e di servizi di supporto
14		Tecnologia, telecomunicazioni
15		Assistenza sanitaria, servizi pubblici, attività professionali e tecniche
16		Altro settore (La qualità del credito non è una considerazione di differenziazione per questo bucket)

Tabella 2: Bucket per lo Spread sul Credito "not securitisation". Fonte: BCBS (2016).

Le ponderazioni⁶⁵ per i bucket sono riportati nella seguente tabella.

bucket	ponderazione per il rischio
1	0.5%
2	1.0%
3	5.0%
4	3.0%
5	3.0%
6	2.0%
7	1.5%
8	4.0%
9	3.0%
10	4.0%
11	12.0%
12	7.0%
13	8.5%
14	5.5%
15	5.0%
16	12.0%

Tabella 3: Ponderazioni per Spread sul Credito "not securitisation". Fonte: BCBS (2016).

Tra due sensibilità WS_k e WS_l all'interno dello stesso bucket, il parametro di correlazione ρ_{kl} è impostato come segue: $\rho_{kl} = \rho_{kl}^{(name)} * \rho_{kl}^{(tenor)} * \rho_{kl}^{(basis)}$

dove:

- $\rho_{kl}^{(name)}$ è uguale a 1 se i due nomi delle sensibilità k e l sono identici e il 35% in caso contrario;
- $\rho_{kl}^{(tenor)}$ è uguale a 1 se i due vertici delle sensibilità k e l sono identici e al 65% in caso contrario;

⁶⁵ I pesi del rischio sono gli stessi per tutti i vertici (ovvero 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni) all'interno di ciascun bucket.

- $\rho_{kl}^{(basis)}$ è uguale a 1 se le due sensibilità sono relative alle stesse curve e al 99,90% in caso contrario.

Il parametro di correlazione ρ_{kl} non è applicabile alla Curvatura.

Le correlazioni sopra riportate non si applicano ad “altro settore”. Il requisito patrimoniale del bucket "altro settore" per la formula di aggregazione del rischio Delta e Vega é uguale alla semplice somma dei valori assoluti delle sensibilità ponderate nette allocate a questo bucket:

$$K_{b(\text{other sector})} = \sum_k |WS_k|$$

Questo ammontare sarà aggiunto al capitale complessivo di classe di rischio, senza beneficio di diversificazione tra i bucket.

Il parametro di correlazione γ_{bc} , invece, è impostato come segue:

$$\gamma_{bc} = \gamma_{bc}^{(rating)} * \gamma_{bc}^{(sector)}$$

dove:

- $\gamma_{bc}^{(rating)}$ è uguale a 1 quando i due bucket b e c hanno la stessa categoria di rating (Investment Grade o High Yield / Not Rated), e il 50% in caso contrario;
- $\gamma_{bc}^{(sector)}$ è uguale a 1 se i due bucket sono dello stesso settore, e ai seguenti numeri in caso contrario:

bucket	2\9	2\10	3\11	4\12	5\13	6\14	7\15	8
2\9		0.75	0.1	0.2	0.25	0.2	0.15	0.1
2\10			0.05	0.15	0.2	0.15	0.1	0.1
3\11				0.5	0.15	0.2	0.05	0.2
4\12					0.2	0.25	0.05	0.05
5\13						0.25	0.05	0.15
6\14							0.05	0.2
7\15								0.05
8								

Tabella 4: Valore delle correlazioni per γ . Fonte: BCBS (2016).

Per il CS SCTP le sensibilità Delta si applicano la stessa struttura di bucket e di correlazione CS NS, ma sono modificate per riflettere orizzonti di liquidità più lunghi e rischi di base maggiori.

I pesi di rischio sono gli stessi per tutti i vertici (ovvero 0,5 anni, 1 anno, 3 anni, 5 anni, 10 anni) all'interno di ciascun segmento:

bucket	peso per il rischio
1	4.0%
2	4.0%
3	8.0%
4	5.0%
5	4.0%
6	3.0%
7	2.0%
8	6.0%
9	13.0%
10	13.0%
11	16.0%
12	10.0%
13	12.0%
14	12.0%
15	12.0%
16	13.0%

Tabella 5: Ponderazioni per il Credit Spread "Securitisation Correlation Trading Portfolio". Fonte: BCBS (2016).

La correlazione per il Delta è derivata allo stesso modo del CS NS, tranne per il fatto che ρ_{kl} è ora uguale a 1 se le due sensibilità sono relative alle stesse curve e al 99,00% in caso contrario. Altrimenti, i parametri di correlazione sono identici a CS NS.

Le sensibilità Delta per CS SNCTP delle esposizioni devono essere prima assegnate ad un bucket⁶⁶ secondo la seguente tabella:

BUCKET	MERITO DI CREDITO	SETTORE
1		RMBS PRIME
2		RMBS MIDPRIME
3		RMBS SUBPRIME
4	SENIOR INVESTMENT	CMBS
5	GRADE	ABS STUDENT LOANS
6		ABS CREDIT CARDS
7		ABS AUTO
8		CLO NCT.
9		RMBS PRIME
10		RMBS MIDPRIME
11		RMBS SUBPRIME
12	NON SENIOR INVEST.	CMBS
13	GRADE	ABS STUDENT LOANS
14		ABS CREDIT CARDS
15		ABS AUTO
16		CLO NON COR. TR. PORT.
17		RMBS PRIME
18		RMBS MIDPRIME
19	ALTO REND. & RATING	RMBS SUBPRIME
20	NON DISPONIBILE	CMBS
21		ABS STUDENT LOANS
22		ABS CREDIT CARDS
23		ABS AUTO
24		CLO NON COR. TR. PORT.
25		ALTRI SETTORI

Tabella 6: Bucket per Credit Spread "Securitisation, not Correlation Trading Portfolio". Fonte: BCBS (2016).

⁶⁶ Per assegnare un'esposizione al rischio a un settore, le banche devono fare affidamento su una classificazione comunemente utilizzata nel mercato per raggruppare le tranche per tipo. La banca deve assegnare ciascuna tranche a uno dei bucket. Le posizioni di rischio di qualsiasi tranche che una banca non può assegnare a un settore in questo modo devono essere assegnate a "altri settori".

I fattori di ponderazione del rischio per i bucket da 1 a 8 (Senior Investment Grade) sono indicati nella seguente tabella:

BUCKET	PONDERAZIONE PER IL RISCHIO
1	0.9%
2	1.5%
3	2.0%
4	2.0%
5	0.8%
6	1.2%
7	1.2%
8	1.4%

Tabella 7: Ponderazioni per il Credit Spread "Securitisazione not Correlation Trading Portfolio". Fonte: BCBS (2016).

I fattori di ponderazione del rischio per i bucket da 9 a 16 (non senior Investment Grade) sono uguali ai corrispondenti fattori di ponderazione del rischio per i bucket da 1 a 8 moltiplicati per 1,25.

I fattori di ponderazione del rischio per i bucket da 17 a 24 (High yield e non-rated) sono uguali ai corrispondenti fattori di ponderazione del rischio per i bucket da 1 a 8 moltiplicati per 1,75.

Il fattore di ponderazione del rischio per il bucket 25 è fissato al 3,5%.

Tra due sensibilità WS_k e WS_l nello stesso bucket, il parametro di correlazione ρ_{kl} è impostato come segue:

$$\rho_{kl} = \rho_{kl}^{(\text{tranche})} * \rho_{kl}^{(\text{tenor})} * \rho_{kl}^{(\text{basis})}$$

Dove:

- $\rho_{kl}^{(\text{tranche})}$ è uguale a 1 quando k e l rientrano nello stesso segmento e sono relativi alla stessa tranche di cartolarizzazione⁶⁷, altrimenti è 40%;
- $\rho_{kl}^{(\text{tenor})}$ è uguale a 1 se i due vertici della sensibilità k e l sono identici, e all'80% in altro modo;
- $\rho_{kl}^{(\text{basis})}$ è uguale a 1 se le due sensibilità sono correlate alle stesse curve e al 99,90% in caso contrario.

Le correlazioni sopra riportate non si applicano al bucket "altri settori". Il requisito patrimoniale per "altro settore" nella formula di aggregazione del rischio del Delta e del Vega sarebbe uguale alla semplice somma dei valori assoluti delle sensibilità ponderate nette allocate a questo bucket:

$$K_{b(\text{other sector})} = \sum_k |WS_k|$$

il requisito per "altri settori" sarà aggiunto al capitale complessivo della classe di rischio, senza alcuna diversificazione o effetto di copertura riconosciuto con alcun bucket.

⁶⁷ Sovrapposizione superiore all'80% in termini nozionali.

Il parametro di correlazione γ_{bc} si applica all'aggregazione delle sensibilità tra diversi bucket è impostato a 0%.

Le sensibilità Delta per Equity devono essere prima assegnate ad un bucket⁶⁸ come definito nella seguente tabella:

bucket	market cap	economy	sector
1	large	emerging	Beni di consumo e servizi, trasporto e stoccaggio, attività amministrative e di supporto, sanità, servizi di pubblica utilità
2			Telecomunicazioni, industriali
3			Materiali di base, energia, agricoltura, produzione e estrazione
4			Attività finanziarie incluse quelle garantite dal governo, attività immobiliari, tecnologia
5		advanced	Beni di consumo e servizi, trasporto e stoccaggio, attività amministrative e di supporto, sanità, servizi di pubblica utilità
6			Telecomunicazioni, industriali
7			Materiali di base, energia, agricoltura, produzione e estrazione
8			Attività finanziarie incluse quelle garantite dal governo, attività immobiliari, tecnologia
9	small	emerging	tutti i settori nei bucket 1, 2, 3, 4.
10		advanced	tutti i settori nei bucket 5, 6, 7, 8.
11			other sector

Tabella 8: Bucket per Equity. Fonte: BCBS (2016).

La capitalizzazione di mercato è definita come la somma delle capitalizzazioni di mercato della stessa entità giuridica o gruppo di entità giuridiche in tutti i mercati azionari di tutto il mondo.

Per "large market cap" si intende una capitalizzazione di mercato pari o superiore a 2 miliardi di USD e la "market cap" si intende una capitalizzazione di mercato inferiore a 2 miliardi di USD.

Le economie avanzate sono il Canada, gli Stati Uniti, il Messico, l'area dell'euro, i paesi dell'Europa occidentale non appartenenti all'area dell'euro (Regno Unito, Norvegia, Svezia, Danimarca e Svizzera), il Giappone, l'Oceania (Australia e Nuova Zelanda), Singapore e Hong Kong SAR.

Nella tabella seguente sono riportati i fattori di ponderazione del rischio per le sensibilità rispetto al prezzo a pronti azionario e il tasso repo Equity per i bucket da 1 a 11:

⁶⁸ Per assegnare un'esposizione al rischio a un settore, le banche devono fare affidamento su una classificazione comunemente utilizzata nel mercato per raggruppare gli emittenti per settore industriale. La banca deve assegnare ciascun emittente a uno dei bucket di settore nella tabella e deve assegnare tutti gli emittenti della stessa industria allo stesso settore.

Le posizioni di rischio di qualsiasi emittente che una banca non può assegnare a un settore in questo modo devono essere assegnate a "altro settore". Per gli emittenti azionari multisettoriali multinazionali, l'allocazione a un determinato bucket deve essere effettuata in base all'area e al settore più rilevante in cui opera l'emittente.

bucket	ponderazione per il rischio spot	ponderazione per il rischio repo
1	55.00%	0.55%
2	60.00%	0.60%
3	45.00%	0.45%
4	55.00%	0.55%
5	30.00%	0.30%
6	35.00%	0.35%
7	40.00%	0.40%
8	50.00%	0.50%
9	70.00%	0.70%
10	50.00%	0.50%
11	70.00%	0.70%

Tabella 9: Ponderazioni per i bucket appartenenti a Equity. Fonte: BCBS (2016).

Il parametro di correlazione ρ_{kl} è fissato al 99,90% tra due sensibilità WS_k e WS_l all'interno dello stesso bucket, dove uno è sensibile a un prezzo a pronti azionario e l'altro è sensibile a un tasso repo azionario, in cui entrambi sono relativi allo stesso nome dell'emittente.

Altrimenti, il parametro di correlazione ρ_{kl} tra due sensibilità al prezzo spot all'interno dello stesso bucket sono definiti di seguito:

- 15% se le due sensibilità all'interno dello stesso bucket rientrano nei bucket 1, 2, 3 o 4.
- 25% se le due sensibilità all'interno dello stesso bucket rientrano nei bucket 5, 6, 7 o 8.
- 7,5% se due sensibilità all'interno dello stesso bucket rientrano nel bucket numero 9.
- 12,5% se due sensibilità all'interno dello stesso bucket rientrano nel bucket numero 10.

Anche il parametro di correlazione ρ_{kl} tra due sensibilità WS_k e WS_l al tasso di repo all'interno dello stesso bucket è definito come per la sensibilità al prezzo spot.

Tra due sensibilità WS_k e WS_l all'interno dello stesso bucket in cui uno ha sensibilità a un prezzo a pronti azionario e l'altra una sensibilità ad un tasso di repo azionario ed entrambe le sensibilità si riferiscono ad un diverso nome di emittente di capitale, il parametro di correlazione ρ_{kl} è fissato alle correlazioni specificate sopra moltiplicate per il 99,90%. Le correlazioni sopra riportate non si applicano al bucket "altro settore".

Il requisito del bucket "altro settore" per la formula di aggregazione del rischio Delta e Vega sarebbe uguale alla semplice somma dei valori assoluti delle sensibilità ponderate nette allocate a questo bucket:

$$K_{b(\text{other sector})} = \sum_k |WS_k|$$

Questo ammontare sarà aggiunto al capitale complessivo di classe di rischio, senza alcuna diversificazione con alcun bucket.

Il parametro di correlazione γ_{bc} si applica all'aggregazione delle sensibilità tra diversi bucket ed è impostato al 15%.

Per Commodity sono definiti 11 diversi bucket illustrati nella seguente tabella.

bucket	tipo di commodity	esempi	ponderazione
1	Energia - combustibili solidi	carbone, carbone di legna, pellet di legno , combustibile nucleare	30%
2	Energia - combustibili liquidi	petrolio grezzo (bent, wti); biocarburanti; prodotti petrolchimici ; carburanti raffinati.	35%
3	Energia - Elettricità e commercio del carbonio	elettricità; scambio di emissioni di carbonio	60%
4	nolo	percorso di rinfuse secche; rotta di rinfuse liquide / gas	80%
5	Metalli: non preziosi	metallo di base; materie prime d'acciaio; metalli minori	40%
6	Combustibili gassosi	gas naturale; gas naturale liquefatto	45%
7	Metalli preziosi	oro; argento; platino; palladio	20%
8	Grani e semi oleosi	Mais; Grano; soia; avena; olio di palma; orzo; colza; olio di cocco; olio d'oliva; Olio di arachidi; olio di girasole, riso.	35%
9	Allevamento e latteria	bovini ; maiale; pollame; agnello; pesce; gamberetto; latticini	25%
10	Softs e altri agricoltori	cacao; caffè ; tè; agrumi e succo d'arancia; patate; zucchero; cotone; lana; legname e polpa; gomma da cancellare	35%
11	Altra merce	minerali industriali (come potassio, fertilizzanti e rocce fosfatiche), terre rare; acido tereftalico; piatto bicchiere	50%

Tabella 10: ponderazioni e bucket per Commodity. Fonte: BCBS (2016).

Ai fini del riconoscimento delle correlazioni, due merci sono considerate materie prime distinte se sul mercato esistono due contratti differenziati per quanto riguarda il sottostante.

Formalmente, tra due sensibilità WS_k e WS_l , nello stesso bucket, il parametro di correlazione ρ_{kl} è impostato come segue:

$$\rho_{kl} = \rho_{kl}^{(cty)} * \rho_{kl}^{(tenor)} * \rho_{kl}^{(basis)}$$

Dove:

- $\rho_{kl}^{(cty)}$ è uguale a 1 quando i due prodotti delle sensibilità k e l sono identici, altrimenti va utilizzata la tabella sottostante;
- $\rho_{kl}^{(tenor)}$ è uguale a 1 se i due vertici delle sensibilità k e l sono identici, e al 99,00% altrimenti;
- $\rho_{kl}^{(basis)}$ è uguale a 1 se le due sensibilità sono, in termini di contratto e luogo di consegna, simili, è uguale a 99.90% altrimenti.

bucket	tipo di commodity	correlazione
1	Energia - combustibili solidi	55%
2	Energia – combustibili liquidi	95%
3	Energia - Elettricità e commercio del carbonio	40%
4	nolo	80%
5	Metalli: non preziosi	60%
6	Combustibili gassosi	65%
7	Metalli preziosi	55%
8	Grani e semi oleosi	45%
9	Allevamento e latteria	15%
10	Softs e altri agricoltori	40%
11	Altra merce	15%

Tabella 11: Correlazioni ρ per Commodity. Fonte: BCBS (2016).

I parametri di correlazione γ_{bc} sono impostati su:

- 20% se il bucket b e il bucket c rientrano nei bucket da 1 a 10.
- 0% se il bucket b o il bucket è nel bucket 11.

Per quanto riguarda il Tasso di Cambio una ponderazione per il rischio pari al 30% si applica a tutte le valute (bucket). Per le coppie di valute specificate dal Comitato di Basilea⁶⁹, il peso del rischio può a discrezione della banca essere divisa per la radice quadrata di 2.

Un parametro di correlazione uniforme γ_{bc} pari al 60% si applica a tutti i bucket.

2.2.7 Pesì e correlazioni per Vega e Curvatura.

I bucket del Delta vengono replicati nel Vega, se non diversamente specificato.

Il rischio di illiquidità del mercato viene incorporato nel Vega, attraverso l'assegnazione di diversi orizzonti di liquidità per ciascuna classe di rischio.

Il fattore di ponderazione del rischio per un determinato fattore di rischio Vega è determinato dalla seguente funzione:

⁶⁹ Le coppie valutarie selezionate dal Comitato di Basilea sono: USD/EUR, USD/JPY, USD/GBP, USD/AUD, USD/CAD, USD/CHF, USD/MXN, USD/CNY, USD/NZD, USD/RUB, USD/HKD, USD/SGD, USD/TRY, USD/KRW, USD/SEK, USD/ZAR, USD/INR, USD/NOK, USD/BRL, EUR/JPY, EUR/GBP, EUR/CHF e JPY/AUD.

$$RW_k = \min\left[RW_\sigma \frac{\sqrt{LH_{risk\ class}}}{\sqrt{10}}; 100\%\right]$$

dove:

- RW_σ è impostato al 55%;
- $LH_{risk\ class}$ è l'orizzonte di liquidità regolamentare prescritto per la determinazione di ogni fattore di rischio Vega.

Risk class	$LH_{risk\ class}$
GIRR	60
CSR	120
EQUITY (large cap)	20
EQUITY (small cap)	60
COMMODITY	120
FX	40

Tabella 12: Orizzonti di liquidità per le diverse classi di rischio. Fonte: BCBS (2016).

Tra le sensibilità Vega all'interno dello stesso bucket della classe di rischio di Tasso di Interesse, il parametro di correlazione ρ_{kl} è impostato come segue:

$$\rho_{kl} = \min\left[\rho_{kl}^{\text{option maturity}} * \rho_{kl}^{\text{underlyng maturity}}; 1\right]$$

dove:

- $\rho_{kl}^{\text{option maturity}}$ è uguale a $e^{-\alpha \frac{|T_k - T_l|}{\min(T_k; T_l)}}$ dove α è impostato all'1%, mentre T_k (rispettivamente T_l) è la maturity dell'opzione rispetto alla quale la sensibilità Vega VR_k (rispettivamente VR_l) è derivata (espressa in anni).

- $\rho_{kl}^{\text{underlyng maturity}}$ è uguale a $e^{-\alpha \frac{|T_k^U - T_l^U|}{\min(T_k^U; T_l^U)}}$ dove α è impostato all'1%, mentre T_{ku} (rispettivamente T_{lu}) è la maturity del sottostante dell'opzione rispetto alla quale la sensibilità VR_k (rispettivamente VR_l) è derivata (espressa in anni, contati dalla maturity dell'opzione alla maturity del sottostante).

Tra sensibilità Vega all'interno di un bucket delle altre classi di rischio il parametro di correlazione ρ_{kl} è impostato come segue:

$$\rho_{kl} = \min[\rho_{kl}^{\text{Delta}} * \rho_{kl}^{\text{option maturity}}; 1]$$

dove:

- ρ_{kl}^{Delta} è uguale alla correlazione che si applica tra i fattori di rischio Delta che corrispondono ai fattori k e l di tipo Vega.

- $\rho_{kl}^{\text{option maturity}}$ è definito come poco fa.

Per quanto riguarda la sensibilità Vega tra i bucket all'interno di una classe di rischio si applicano gli stessi parametri di correlazione per γ_{bc} , delle correlazioni per il Delta.

Non vi è alcuna diversificazione nell'approccio standardizzato tra fattori di rischio Vega e Delta. I costi del rischio Vega e Delta sono aggregati per somma semplice.

I bucket Delta vengono replicati nel contesto della Curvatura, a meno che non sia specificato diversamente.

Per l'Equity e il Tasso di Cambio, i pesi sono rappresentati da spostamenti ("shock") di ugual misura al peso utilizzato per il calcolo del Delta.

Per Tasso di Interesse, CSR e Commodity, il peso per la Curvatura è il parallelo spostamento di tutti i vertici di ciascuna curva in base al peso Delta più alto prescritto per ciascuna classe di rischio.

Nella Curvatura vengono utilizzati i parametri di correlazione del Delta ma quadrati.

2.2.8 Il caricamento per il rischio di default.

L'ammontare di capitale per il rischio di default cattura gli eventi di stress nella coda della distribuzione del default che non può essere catturata dagli shock di CS, infatti l'uso della sensibilità sottovaluta la perdita da default in quanto rappresenta una perdita attesa, che per definizione è meno grave della perdita nella coda della distribuzione.

Come primo passo, viene calcolato il rischio JTD lordo, esposizione per esposizione⁷⁰.

Il JTD lordo è funzione della LGD (Loss Given Default), dell'importo nozionale e del P&L (Profit and Loss) cumulativo già realizzato sulla posizione:

$$\text{JTD (long)} = \max(\text{LGD} * \text{notional} + \text{P\&L}; 0)$$

$$\text{JTD (short)} = \min(\text{LGD} * \text{notional} + \text{P\&L}; 0)$$

⁷⁰ La determinazione della direzione corta/lunga delle posizioni deve essere sulla base dell'esposizione creditizia sottostante. In particolare, una esposizione lunga risulta quando uno strumento determina una perdita se vi è il default del debitore sottostante.

Dove:

- notional è il valore nominale della posizione.
- P&L⁷¹ è la perdita (o guadagno) cumulativa mark-to-market già avuta sull'esposizione.

Nelle equazioni, il nozionale di uno strumento che dà luogo a un'esposizione lunga (corta) è registrato come valore positivo (negativo), mentre la perdita (guadagno) è registrato come negativa (positivo).

Se i termini contrattuali/legali del contratto consentono lo scioglimento (unwinding) dello strumento con nessuna esposizione al rischio di default, il JTD è uguale a zero.

Agli strumenti di capitale e agli strumenti di debito non senior viene assegnata una LGD del 100%. Agli strumenti di debito senior viene assegnata una LGD del 75%. Alle obbligazioni garantite è assegnata una LGD del 25%.

La seguente tabella fornisce un'illustrazione dell'uso degli importi nozionali e dei valori di mercato nel calcolo del JTD.

Strumento	Nozionale	Valore di mercato	P&L
Bond	Valore nominale	Valore di mercato	Valore di mercato - Valore nominale
CDS	Valore nominale del CDS	Nozionale del CDS - MtM	MtM
Put corta su Bond	Nozionale dell'opzione	Prezzo Strike - MtM	Prezzo strike - MtM - nozionale
Call lunga su Bond		0 MtM	MtM

Tabella 13: Metodi di calcolo per il Nozionale, il Valore di Mercato e il Profit&Loss. Fonte: BCBS (2016).

Per tenere conto dei default nell'orizzonte di un anno, il JTD per tutte le esposizioni con scadenza inferiore a un anno e le loro coperture sono ridimensionate a frazione di un anno⁷².

Per esposizioni di un anno o più al JTD non viene applicato alcun ridimensionamento. Le posizioni in strumenti di capitale sono assegnate ad una scadenza superiore a un anno.

Per le esposizioni in derivati va considerata la scadenza del contratto, non la scadenza del sottostante.

Il secondo passo consiste nella compensazione dei JTD lordi. I JTD di esposizioni lunghe e corte verso lo stesso soggetto possono essere compensate quando le esposizioni hanno la stessa scadenza.

Esposizioni con diverse scadenze verso lo stesso soggetto possono essere compensate:

- Totalmente se entrambe le esposizioni (corta e lunga) hanno scadenza superiori a un anno.

⁷¹ P&L = market value – notional

⁷² il JTD per una posizione con maturity sei mesi si pondera con il coefficiente previsto diviso per due, tuttavia se la maturity è inferiore a 3 mesi il coefficiente prescritto va comunque diviso massimo per 4.

- Parzialmente se le scadenze sono inferiori all'anno, ponderandole in base al rapporto tra scadenza e un anno.

Avvenuta la compensazione i JTD netti sono aggregati separatamente come descritto di seguito.

Per CS NS i fattori di ponderazione del rischio di default sono assegnati al JTD netto per categorie di qualità creditizia, indipendentemente dal tipo di controparte, in base alla seguente tabella:

Rating	Ponderazione per il rischio di default
AAA	0.50%
AA	2%
A	3%
BBB	6%
BB	15%
B	30%
CCC	50%
RATIND N/D	15%
IN DEFAULT	100%

Tabella 14: Ponderazioni per il rating nel calcolo del caricamento per il rischio di default. Fonte: BCBS (2016).

Il JTD netto ponderato viene quindi allocato ai diversi bucket che sono soltanto tre: aziende, enti sovrani e amministrazioni locali.

Per riconoscere la relazione di copertura tra posizioni lunghe e corte all'interno di uno stesso bucket, viene calcolato il rapporto di beneficio della copertura, mediante due semplici somme: quella dei JTD netti lunghi e quella dei JTD netti corti entrambe non ponderati per il rischio. Le somme sono quindi tra le diverse categorie di merito di credito. L'importo aggregato è utilizzato nell'espressione del WtS (rapporto di beneficio di copertura).

$$WtS = \frac{\sum \text{net JTD}_{\text{long}}}{\sum \text{net JTD}_{\text{long}} + \sum |\text{net JTD}_{\text{short}}|}$$

Il requisito patrimoniale complessivo per ciascun bucket deve essere calcolato come la combinazione della somma del JTD lungo ponderato per il rischio, il WtS e la somma del JTD netto corto ponderato per il rischio:

$$DRC_b = \max\left[\left(\sum_{i \in \text{long}} RW_i * \text{netJTD}_i\right) - WtS * \left(\sum_{i \in \text{short}} RW_i * |\text{netJTD}_i|\right); 0\right]$$

Dove DRC sta per "caricamento per il rischio di default", e ci riferiamo al bucket b.

Non è riconosciuta alcuna diversificazione tra i bucket, pertanto, il requisito patrimoniale complessivo per il rischio di default devono essere calcolate come una semplice somma dei DRC tra i tre bucket.

Per CS SNCTP si usa lo stesso approccio di CS NS tranne per il fatto che non viene applicata una relazione di LGD all'esposizione, infatti la LGD è già inclusa nella ponderazione del rischio di default. Per evitare il doppio conteggio della LGD, il JTD per le cartolarizzazioni è semplicemente il valore di mercato dell'esposizione.

Ai fini della compensazione le posizioni possono essere scomposte, replicando le tranche che si vuole compensare. Quando si replica, mediante scomposizione l'intera struttura delle tranche, le posizioni devono essere rimosse dal calcolo del rischio di default per CS SNCTP.

Per quanto riguarda la compensazione, questa è limitata a una specifica esposizione (es. tranche con lo stesso pool di attività sottostante). Ciò significa che non è consentita alcuna compensazione:

1. tra esposizioni con pool di attività sottostanti differenti,
2. tra esposizioni derivanti da diverse tranche di uno stesso sottostante.

Le esposizioni che sono altrimenti identiche (tranne che per la scadenza) possono essere compensate e sono soggette alle stesse restrizioni delle NS.

Dopo la decomposizione e la compensazione si applicano le stesse regole del rischio di default per CS NS.

Il caricamento per il rischio di default è determinato secondo lo stesso approccio di CS NS salvo che le esposizioni di CS SNCTP sono ordinate per tranche anziché per merito di credito. In questo caso i fattori di ponderazione del rischio di default si basano sui fattori di ponderazione del rischio per il portafoglio bancario⁷³.

I bucket, invece, sono definiti come segue:

Le grandi società costituiscono un bucket unico, che tiene conto di tutte le regioni.

Gli altri bucket sono definiti lungo due dimensioni: la classe e la regione.

⁷³ Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria, *Revisione del quadro di cartolarizzazione*, Dicembre 2014.

Le 11 classi di asset sono: ABCP, prestiti auto/locazioni, RMBS, carte di credito, CMBS, Obbligazioni da prestito garantito, CDO al quadrato, piccole e medie imprese, prestiti agli studenti, altri retail, altri grossisti.

Le 4 regioni sono Asia, Europa, Nord America e Tutte le altre.

Qualunque esposizione che una banca non può assegnare a un tipo o una regione deve essere assegnata "altro bucket".

All'interno dei bucket, il requisito patrimoniale per il rischio di default è determinato in modo simile a CS NS.

Per quanto riguarda il CS SCTP nel calcolo del JTD lordo, deve essere seguito lo stesso approccio di CS SNCTP.

Le esposizioni con maturity superiore all'anno possono essere completamente compensate mentre quelle che sono identiche tranne che per la scadenza possono essere compensate con lo stesso procedimento descritto in CS NS.

Le ponderazioni del rischio di default si basano sui fattori di ponderazione del rischio per il portafoglio bancario⁷⁴. Ogni indice è considerato un bucket a sé stante.

Le esposizioni di cartolarizzazione dovrebbero essere allocate al bucket dell'indice di cui rappresentano una tranche. Per i prodotti in tranche, bisogna utilizzare le ponderazioni del rischio per il rischio di default dei non cartolarizzati. Per i prodotti non-tranched le banche devono derivare le ponderazioni del rischio utilizzando il trattamento del portafoglio bancario⁷⁵.

Il requisito patrimoniale per il rischio di default di ciascun bucket è determinato con un approccio simile a quello di NS. In questo caso, tuttavia, il rapporto di copertura (WtS) è determinato usando le posizioni combinate long e short su tutti gli indici (bucket).

$$DRC_b = \left(\sum_{i \in \text{long}} RW_i * \text{net JTD}_i \right) - WtS_{\text{ctp}} * \left(\sum_{i \in \text{short}} RW_i * |\text{net JTD}_i| \right)$$

L'indice ctp per il termine Wts indica che il rapporto di copertura viene calcolato utilizzando le posizioni lunghe e corte combinate attraverso l'intero CTP e non solo le posizioni in un particolare bucket.

Gli importi in capitale a livello di bucket vengono quindi aggregati come segue:

⁷⁴ Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria, *Revisione del quadro di cartolarizzazione*, Dicembre 2014.

⁷⁵ Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria, *Revisione del quadro di cartolarizzazione*, Dicembre 2014.

$$DRC_{CTP} = \max\left[\sum_b (\max[DRC_b; 0] + 0.5 * \min[DRC_b; 0]); 0\right]$$

Non ci deve essere beneficio di diversificazione tra DRC NS, SNCTP E SCTP.

2.3 L'approccio dei modelli interni⁷⁶

2.3.1 Premessa.

L'utilizzo di un modello interno ai fini della determinazione del capitale regolamentare è subordinato all'approvazione esplicita dell'autorità di vigilanza della banca.

L'autorità di vigilanza approverà il modello solo se almeno:

- È convinto che il sistema di gestione dei rischi della banca sia concettualmente valido ed efficace ed implementato con integrità;
- La banca ha, secondo l'autorità di vigilanza, un numero sufficiente di personale specializzato;
- I modelli della banca hanno una comprovata esperienza di ragionevole accuratezza nella misurazione del rischio;
- La banca conduce regolarmente stress test;
- Le posizioni incluse nell'applicazione del modello interno per la determinazione del capitale regolamentare sono detenute in trading desk⁷⁷ autorizzati.

⁷⁶ La redazione di questo paragrafo è basata sul seguente documento: Bank for International Settlement, Basel Committee on Banking Supervision, Minimum capital requirements for market risk, January 2016, pagg 49-67.

⁷⁷ Per trading desk si intende un gruppo di traders o un conto per il trading che implementano una strategia di trading, la quale opera all'interno di una struttura di risk management ma che è stato approvato dalla vigilanza.

- Il gruppo di traders o conto per il trading deve avere un capo, questo supervisiona il lavoro del gruppo e si assicura che ogni trader o conto di trading che operi soltanto nel campo che gli è stato assegnato. Ogni trader o conto deve essere assegnato a un solo trading desk. Ogni desk deve avere una linea diretta per il report al senior management al fine di non uscire dagli obiettivi stabiliti.
- La strategia deve essere ben definita per quel che riguarda l'obiettivo, e quindi il trading o la copertura, e per quel che riguarda le attività e gli strumenti permessi. Molto importante è il piano annuale del desk che deve essere predefinito dal management del desk.
- La struttura di risk management deve identificare il personale responsabile nonché le esposizioni massime in termini di sensitività oppure JTD. Altro compito della struttura di risk management è quello della reportistica, almeno settimanale, per quel che riguarda P&L e BackTesting.
- Il trading desk è implementato dalla banca ma deve essere approvato dalla vigilanza. In particolare la banca deve proporre una struttura di trading desk mediante un documento, il cui scopo è dimostrare che il desk rispetta la sua stessa definizione. La vigilanza effettuerà controlli non solo al principio mediante l'approvazione alla costituzione del trading desk ma anche durante l'attività di questo.

Bank for International Settlement, Basel Committee on Banking Supervision, Standards, Minimum capital requirements for market risk, January 2006, Apendix A.

Le autorità di vigilanza usufruiscono sia di un periodo di monitoraggio iniziale ma anche di una valutazione in diretta del modello interno prima che la banca possa utilizzarlo con il fine del calcolo del requisito patrimoniale.

2.3.2 Standard qualitativi.

Le autorità di vigilanza devono assicurarsi che le banche che utilizzano i modelli interni abbiano sistemi di gestione del rischio di mercato concettualmente validi e implementati con integrità.

Per tale motivo, la banca deve soddisfare i seguenti criteri qualitativi su base continuativa:

- Qualsiasi modifica significativa a un modello approvato dalla normativa deve essere convalidata dal supervisore prima di essere implementato.
- Il consiglio di amministrazione e l'alta direzione devono essere attivamente coinvolti nel processo di controllo del rischio infatti le relazioni giornaliere devono essere riviste da autorità in grado di imporre riduzione delle posizioni assunte dai singoli trader e la riduzione dell'esposizione al rischio complessiva della banca.
- I modelli interni per il rischio di mercato potrebbero differire da quelli utilizzati dalle banche nelle loro funzioni di gestione interna, anche se il punto di partenza dovrebbe essere lo stesso. Le metodologie devono variare solo se ciò è dovuto a causa di vincoli normativi.
- La banca deve disporre di un'unità indipendente per il controllo dei rischi.
- L'unità deve condurre regolarmente programmi di backtesting e di Profit&Loss (P&L). Entrambi questi test devono essere svolti a livello di trading desk, mentre il backtesting deve essere condotto anche a livello aziendale e quindi aggregato.
- Un'unità distinta deve condurre la convalida iniziale e continua, almeno su base annuale.
- Le banche devono avere una routine per garantire la conformità e un insieme di politiche interne, controlli e procedure riguardanti il funzionamento del sistema di misurazione del rischio.
- Le misure di rischio devono essere calcolate sulla serie completa di posizioni che rientrano nell'ambito di applicazione del modello.
- Deve essere effettuato regolarmente uno studio indipendente sul sistema di misurazione del rischio sia da parte di un processo interno alla banca ma anche da un revisore esterno. Lo studio svolgersi a intervalli regolari (non meno di una volta a anno) e deve riguardare specificamente, almeno:

- L'organizzazione dell'unità di controllo del rischio;
- L'adeguatezza della documentazione del sistema e del processo di gestione dei rischi;
- L'accuratezza e l'adeguatezza del sistema di misurazione del rischio (compreso qualsiasi cambiamento significativo);
- La verifica della coerenza, della tempestività e dell'affidabilità delle fonti di dati utilizzate per l'esecuzione dei modelli interni, compresa l'indipendenza di tali fonti di dati;
- Il processo di approvazione per modelli di valutazione del rischio e sistemi di valutazione utilizzati dal fronte e personale di back-office;
- Le tipologie di rischi di mercato rilevati dal modello di misurazione del rischio;
- L'integrità del sistema informativo di gestione;
- L'accuratezza e la completezza dei dati di posizione;
- L'accuratezza e l'adeguatezza delle ipotesi di volatilità e correlazione;
- L'accuratezza dei calcoli di valutazione e trasformazione del rischio;
- La verifica dell'accuratezza del modello attraverso frequenti test retrospettivi e di P&L.

2.3.3 Standard quantitativi.

L' Expected Shortfall (ES)⁷⁸ deve essere calcolato su base giornaliera per ciascuno dei trading desk che la banca desidera includere nel campo di applicazione del modello interno.

Nel calcolare l'ES, deve essere usato come livello di confidenza il 97,5° percentile.

Nel calcolare l'ES, gli orizzonti di liquidità (che vedremo successivamente) devono essere riflessi scalando un ES calcolato su un orizzonte base.

L'ES per l'orizzonte di liquidità prescritto deve essere calcolato partendo da un ES con un orizzonte base di 10 giorni e applicando un ridimensionamento, come segue:

$$ES = \sqrt{(ES_T(P))^2 + \sum_{j \geq 2} (ES_T(P, j) \sqrt{\frac{(LH_j - LH_{j-1})}{T}})^2}$$

⁷⁸ Non è prescritto un particolare tipo di modello di Expected Shortfall, infatti fino a quando il modello utilizzato cattura tutti i rischi gestiti dalla banca, come confermato dai test di P&L e quelli retrospettivi, ed è conforme a ciascuno dei requisiti i supervisori consentono alle banche di utilizzare modelli basati su simulazione storica, simulazione Monte Carlo, o altri metodi analitici.

dove:

- ES è l'ES aggiustato per l'orizzonte di liquidità regolamentare;
- T è la lunghezza dell'orizzonte base, ovvero 10 giorni;
- $ES_T(P)$ è l'ES all'orizzonte T di un portafoglio con posizioni $P = (p_i)$ rispetto agli shock di tutti i fattori di rischio a cui sono esposte le posizioni P;
- $(ES_T(P, j))$ è l'ES all'orizzonte T di un portafoglio con posizioni $P = (p_i)$ rispetto agli shock del sottoinsieme di fattori di rischio $Q(p_i, j)$ a cui sono esposte ogni posizione p_i e con tutti gli altri rischi fattori mantenuti costanti;
- l'ES all'orizzonte T e $ES_T(P)$ devono essere calcolati per le variazioni dei fattori di rischio mentre $(ES_T(P, j))$ deve essere calcolato per le variazioni nel sottoinsieme rilevante $Q(p_i, j)$ dei fattori di rischio, nel tempo intervallo T senza ridimensionamento da un orizzonte più corto;
- $Q(p_i, j)_j$ è il sottoinsieme di fattori di rischio i cui orizzonti di liquidità regolamentari (specificati in seguito nella tabella 16) per il desk dove p_i è iscritto sono almeno lunghi quanto quelli prescritti da LH_j (per esempio $Q(p_i, 4)$ rappresenta i fattori di rischio con orizzonte della tabella 16 compresi tra 60 e 120 giorni).
- Le serie storiche delle variazioni dei fattori di rischio nell'intervallo di tempo base T possono essere determinate da osservazioni sovrapposte;
- LH_j è l'orizzonte di liquidità j:

j	LHj
1	10
2	20
3	40
4	60
5	120

Tabella 15: Orizzonti di liquidità regolamentari. Fonte: BCBS (2016).

L'ES deve essere calibrato su un periodo di stress. In particolare, la misura deve replicare la perdita attesa che subirebbe il portafoglio corrente della banca nel caso in cui i fattori di rischio rilevanti stiano vivendo un periodo di stress. Le banche devono specificare una serie ridotta di fattori di rischio rilevanti per il loro portafoglio e per i quali esiste una serie storica abbastanza lunga. Questo insieme ridotto di fattori di rischio è soggetto, però, ad approvazione da parte delle autorità di vigilanza. L'insieme identificato di fattori di rischio deve essere in grado di spiegare almeno il 75% della variazione del modello ES completo.

L'ES deve essere calibrato sulle più severe variazioni dei fattori di rischio nell'orizzonte di osservazione previsto rispetto al periodo di stress di 12 mesi, infatti, l'ES al fine del calcolo del capitale regolamentare è:

$$ES = ES_{R,S} * \frac{ES_{F,C}}{ES_{R,C}}$$

Dove:

- $ES_{R,S}$ è l'ES calcolato sul periodo di 12 mesi di stress utilizzando l'insieme ridotto di fattori di rischio.
- $ES_{F,C}$ è l'ES misurato sul periodo corrente di 12 mesi con la serie completa di fattori di rischio.
- $ES_{R,C}$ è l'ES sul periodo corrente di 12 mesi con il set ridotto di fattori di rischio.

Per le misure basate sulle attuali osservazioni, le banche devono aggiornare le proprie serie di dati non meno frequentemente di una volta al mese e devono anche riesaminarle quando sono i prezzi di mercato soggetti a cambiamenti materiali. L'autorità di vigilanza può anche richiedere a una banca di calcolare l'Expected Shortfall con un periodo di osservazione più breve se, a giudizio dell'autorità di vigilanza; questo è giustificato da un significativo aumento della volatilità.

Per le misure basate sulle osservazioni stressate, le banche devono identificare il periodo di 12 mesi di stress sull'orizzonte di osservazione in cui il portafoglio subisce la perdita maggiore.

L'orizzonte di osservazione per determinare i 12 mesi più severi deve, come minimo, essere esteso fino al 2007 e le osservazioni in questo periodo devono essere ugualmente ponderate. Le banche devono aggiornare i periodi di stress non meno di una volta al mese o ogni volta che si verificano cambiamenti sostanziali nei fattori di rischio nel portafoglio.

Le banche hanno discrezione nell'individuare le correlazioni empiriche⁷⁹ tra le diverse classi di rischio. Le correlazioni empiriche tra le classi di rischio saranno limitate dal sistema di aggregazione di vigilanza.

I modelli delle banche devono catturare accuratamente i rischi associati alle opzioni⁸⁰ all'interno di ciascuna classe di rischio.

⁷⁹ Le correlazioni empiriche devono calcolarsi utilizzando in modo coerente gli orizzonti di liquidità, chiaramente documentati e in grado di essere spiegati alle autorità di vigilanza.

⁸⁰ I modelli delle banche devono catturare le caratteristiche non lineari del prezzo delle opzioni. Il sistema di misurazione del rischio di ciascuna banca deve avere una serie di fattori di rischio che catturano la volatilità dei tassi e dei prezzi sottostanti alle posizioni in opzioni.

Ogni banca deve soddisfare, su base giornaliera, un requisito patrimoniale espresso come il maggiore tra il requisito patrimoniale complessivo per il rischio di mercato del giorno precedente; e una media delle misure patrimoniali dei precedenti 60 giorni lavorativi secondo la seguente formula:

$$C_A = \max\{IMCC_{t-1} + SES_{t-1}; m_c * IMCC_{avg} + SES_{avg}\}$$

L'ES in scala deve essere calcolato sulla base dell'orizzonte di liquidità n definito di seguito. n è calcolato usando le seguenti condizioni:

- le banche devono mappare ciascun fattore di rischio su una delle categorie di fattori di rischio illustrate di seguito utilizzando procedure coerenti e chiaramente documentate;
- la mappatura deve essere stabilita per iscritto e soggetto a revisione interna;
- n è determinato per ciascuna ampia categoria di fattori di rischio come indicato nella seguente tabella, ma può essere aumentato rispetto ai valori illustrati. L'aumento dell'orizzonte deve essere motivato. Inoltre, gli orizzonti di liquidità dovrebbero essere limitati alla scadenza dello strumento:

RISK FACTOR CATEGORY	N	RISK FACTOR CATEGORY	N
Tasso di interesse: valute specificate - EUR,USD, GBP, AUD, JPY, SEK, CAD e valuta domestica di una banca	10	Emissioni di energia e di carbonio prezzo di negoziazione	20
Prezzo azionario (small cap): volatilità	60	Diffusione del credito: corporate (HY)	60
Tasso di interesse: - valute non specificate	20	Metalli preziosi e non ferrosi prezzo dei metalli	20
Equity: altri tipi	60	Diffusione del credito: volatilità	120
Tasso di interesse: volatilità	60	Altro prezzo delle materie prime	60
Tasso di cambio tra:USD/EUR, USD/JPY, USD/GBP, USD/AUD, USD/CAD, USD/CHF, USD/MXN, USD/CNY, USD/NZD, USD/RUB, USD/HKD, USD/SGD, USD/TRY, USD/KRW, USD/SEK, USD/ZAR, USD/INR, USD/NOK, USD/BRL, EUR/JPY, EUR/GBP, EUR/CHF e JPY/AUD.	10	Diffusione del credito: altri tipi	120
Tasso di interesse: altri tipi	60	Emissioni di energia e di carbonio prezzo di negoziazione: volatilità	60
Tasso di cambio: coppie di valute	20	Metalli preziosi e non ferrosiprezzo metalli: volatilità	60
Diffusione del credito: sovereign (IG)	20	Prezzo azionario (large cap)	10
FX: volatilità	40	Altro prezzo delle materie prime: volatilità	120
Diffusione del credito: sovereign (HY)	40	Prezzo azionario (small cap)	20
FX: altri tipi	40	Merce: altri tipi	120
Diffusione del credito: corporate (IG)	40	Prezzo azionario (large cap): volatilità	20

Tabella 16:: Orizzonti di liquidità per il calcolo del ES in scala. Fonte: BCBS (2016).

2.3.4 Standard di convalida del modello e determinazione dell'ammissibilità all'utilizzo dei modelli interni.

Le banche devono garantire che i loro modelli interni siano convalidati da parti qualificate indipendenti dal processo. Questa convalida deve avvenire quando il modello viene inizialmente sviluppato e quando vengono apportate modifiche significative. La convalida del modello non deve essere limitata all'attribuzione di P&L e al backtesting, ma come minimo includere:

- Test per dimostrare che tutte le ipotesi formulate all'interno del modello interno siano appropriate.
- Oltre ai programmi di backtesting normativo, sono necessari test aggiuntivi che possono includere, ad esempio:
 - Test effettuati per periodi più lunghi di quelli richiesti per il normale programma di backtesting;
 - Alla banca potrebbe essere richiesto di mettere a disposizione le seguenti informazioni: per ogni desk, per ogni giorno lavorativo dei tre anni precedenti:
 - (i) Due VaR giornalieri per ogni desk calibrati su due intervalli di confidenza ovvero: 99° e 97,5° e un ES giornaliero calibrato a 97,5°;
 - (ii) P&L giornalieri per ogni desk;
 - (iii) Il p-value del profitto o della perdita in ciascun giorno per ogni desk (ovvero, la probabilità di osservare un profitto inferiore o una perdita maggiore dell'importo segnalato secondo il modello utilizzato per calcolare ES).
 - Il test dei portafogli deve essere effettuato sia a livello di trading desk che a livello di banca;
- L'uso di portafogli ipotetici per garantire che il modello sia in grado di render conto di particolari caratteristiche strutturali che possono presentarsi.

Il processo per determinare l'ammissibilità all'utilizzo dei modelli interni si basa su un approccio a tre fasi.

Il primo passo è la valutazione complessiva dell'infrastruttura organizzativa della banca e del suo modello interno per il calcolo del capitale.

Nella seconda fase le banche devono nominare quali desk di negoziazione rientrano nell'ambito dell'approvazione del modello e quali desk non rientrano.

Le banche devono specificare per iscritto quali sono le basi per la nomina, non escludendo desk dall'applicazione del modello interno solo perché l'approccio standardizzato comporta un minor

capitale regolamentare. I desk per cui la banca opta per uscire dall'applicazione del modello interno rimangono ineleggibili per l'applicazione del modello interno per un periodo di almeno un anno.

Ogni trading desk deve soddisfare requisiti di P&L ma anche test retrospettivi su base continuativa⁸¹. I Trading desk che non soddisfano i requisiti minimi di backtesting e di P&L non sono idonei per la capitalizzazione con i modelli interni.

In rare occasioni possono esserci motivi validi per cui validissimi modelli interni producono molte eccezioni di backtesting o non soddisfano i requisiti di attribuzione di P&L. Una possibile risposta del supervisore sarebbe consentire ai desk rilevanti all'interno di ciascuna banca interessata di rimanere capitalizzati secondo il modello interno, richiedendo tuttavia che il modello tenga conto dello spostamento di regime o del significativo stress del mercato il più rapidamente possibile, pur mantenendo l'integrità delle sue procedure.

Affinché la banca possa utilizzare l'approccio dei modelli interni, almeno il 10% del requisito patrimoniale per il rischio di mercato della banca deve basarsi su posizioni detenute in desk che possono essere inclusi nell'ambito dell'applicazione del modello interno della banca.

La fase tre è un'analisi dei fattori di rischio. A seguito dell'identificazione dei desk idonei all'applicazione del modello interno, si determinano quali fattori di rischio possono essere inclusi nel modello interno della banca. Affinché un fattore di rischio possa essere classificato come "modellabile", devono essere continuamente disponibili i prezzi "reali" di un numero sufficiente ampio di transazioni⁸².

⁸¹ I requisiti per il backtesting si basano sul confronto tra VAR giornaliero di ogni desk (calibrata sui dati degli ultimi 12 mesi, ugualmente ponderata) sia al 97,5° percentile sia al 99° percentile, utilizzando almeno un anno di osservazioni di P&L giornaliero. Se un determinato desk riscontra più di 12 eccezioni al 99° percentile o 30 eccezioni al 97,5° percentile nel periodo più recente di 12 mesi, tutte le sue posizioni devono essere capitalizzate usando l'approccio standardizzato e devono continuare a essere capitalizzate utilizzando il metodo standardizzato fino a quando il desk per 12 mesi non eccede le soglie di eccezioni.

I requisiti di P&L si basano su due parametri: P&L giornaliero spiegato medio (P&L teorico meno P&L ipotetico) e il rapporto tra le varianze di P&L giornaliero non spiegate e il P&L giornaliero ipotetico. Se il primo rapporto è al di fuori dell'intervallo da -10% a +10% o se il secondo rapporto è superiore al 20%, allora il desk subisce un'ammonizione. Se il desk ha quattro o più violazioni entro i precedenti 12 mesi deve essere capitalizzata secondo l'approccio standardizzato. Il desk deve rimanere sotto l'approccio standardizzato fino a quando non supera il requisito di attribuzione del P&L mensile e soddisfa i requisiti delle eccezioni di backtesting nei precedenti 12 mesi.

⁸² Un prezzo sarà considerato "reale" se:

- È un prezzo al quale l'ente ha condotto una transazione;
- È un prezzo verificabile per una transazione effettiva tra altri enti;
- Il prezzo è ottenuto da un committed quote.
- Se il prezzo è ottenuto da un fornitore di terze parti, dove:
 - (i) la transazione è stata elaborata tramite il venditore;
 - (ii) il venditore accetta di fornire la prova della transazione ai supervisori su richiesta;
 - (iii) il prezzo soddisfa i tre criteri immediatamente elencati sopra.

Per continuamente disponibili, un fattore di rischio deve avere almeno 24 prezzi "reali" osservabili per anno con un periodo massimo di un mese tra due osservazioni consecutive.

I fattori di rischio derivati esclusivamente da una combinazione di fattori di rischio modellabili sono modellabili.

Quando un fattore di rischio ritenuto modellabile non è disponibile durante il periodo storico utilizzato per calibrazione del periodo di stress, possono essere utilizzati i dati della proxy a condizione che sia documentato e incluso nella revisione indipendente del modello interno da parte di autorità di vigilanza della banca.

Con l'approvazione del supervisore, alcuni fattori di rischio che sarebbero considerati modellabili sotto i suddetti criteri possono essere temporaneamente esclusi dal modello, tuttavia alla banca saranno dati 12 mesi per includere i fattori di rischio rilevanti nel modello.

Le banche devono calcolare il requisito patrimoniale con il metodo standardizzato per ogni trading desk come se fosse a portafoglio autonomo. Questo calcolo deve essere eseguito almeno una volta al mese per:

- Indicazione del costo del capitale di riserva per quei desk che non soddisfano l'ammissibilità per l'inclusione nel modello interno della banca.
- Generare informazioni sui risultati dei modelli interni per facilitare il confronto nell'attuazione tra banche nella stessa e in diverse giurisdizioni.
- Monitorare nel tempo la calibrazione dell'approccio standardizzato e dei modelli interni , facilitando adeguamenti secondo necessità.

2.3.5 Alcune specificazioni per i fattori di rischio di mercato.

Parte fondamentale del sistema di misurazione del rischio della banca è la specificazione di un insieme appropriato di fattori di rischio di mercato. Sebbene le banche dispongano di una certa discrezionalità nello specificare i fattori di rischio per i loro modelli interni, devono essere soddisfatti i seguenti requisiti:

- I fattori ritenuti rilevanti per la determinazione del prezzo dovrebbero essere inclusi come fattori di rischio nel modello interno della banca. Quando un fattore di rischio è incorporato nella funzione di pricing ma non nel modello, la banca deve giustificare questa esclusione. Il modello di ES deve includere tutti i fattori di rischio corrispondenti ai fattori di rischio specificati in ciascuna classe di rischio nel metodo standardizzato, oppure provare al supervisore l'immaterialità di questi fattori di rischio.

- Per i tassi di interesse, ci deve essere un insieme di fattori di rischio corrispondenti ai tassi di interesse in ciascuna valuta in cui la banca ha posizioni sensibili ai tassi d'interesse. Il sistema di misurazione del rischio deve modellare la curva dei rendimenti utilizzando uno degli approcci accettati, ad esempio, stimando i tassi a termine dai rendimenti zero coupon. La curva dei rendimenti deve essere divisa in vari segmenti di maturity al fine di catturare le variazioni nelle volatilità. Per esposizioni rilevanti le banche devono modellare la curva dei rendimenti utilizzando un minimo di sei fattori. Il sistema di misurazione del rischio deve includere fattori di rischio differenti per catturare il rischio di spread.
- Per i tassi di cambio, il sistema di misurazione del rischio deve comprendere i fattori di rischio corrispondenti alle singole valute estere in cui sono denominate le posizioni della banca⁸³. Dal momento che la misura di Expected Shortfall calcolato dal sistema di misurazione del rischio sarà espressa in valuta domestica della banca, qualsiasi posizione denominata in una valuta estera sarà soggetta a rischio di cambio.
- Per i prezzi delle azioni, devono essere presenti fattori di rischio⁸⁴ corrispondenti a ciascuno dei mercati azionari in cui la banca detiene posizioni significative.
- Per i prezzi delle materie prime, devono esserci fattori di rischio corrispondenti a ciascuna merce in cui la banca detiene posizioni significative⁸⁵. Per esposizioni grandi, il modello deve anche tenere conto delle variazioni nella "convenience yield"⁸⁶ tra posizioni in derivati come forward e swap e posizioni in contanti in materie prime.
- Tutti i prodotti cartolarizzati non sono idonei per l'inclusione nel requisito patrimoniale basato sul modello interno e deve essere capitalizzati usando l'approccio standardizzato.

⁸³ Ci devono essere fattori di rischio corrispondenti al tasso di cambio tra la valuta nazionale e ogni valuta estera in cui la banca ha una esposizione significativa.

⁸⁴ Potrebbe esserci un fattore di rischio progettato per catturare i movimenti dei prezzi azionari mappando l'indice e il corrispondente beta; un approccio un po' più dettagliato sarebbe quello di far corrispondere i fattori di rischio ai vari settori del mercato azionario complessivo. L'approccio più corretto sarebbe quello di avere fattori di rischio corrispondenti alla volatilità di singole emissioni azionarie.

⁸⁵ Nei casi in cui le posizioni aggregate sono piuttosto piccole, potrebbe essere accettabile utilizzare un singolo fattore di rischio per una sottocategoria relativamente ampia di merci (ad esempio, un unico fattore di rischio per tutti i tipi di olio).

⁸⁶ Questo riflette i benefici derivanti dalla proprietà diretta della merce fisica ed è influenzato sia dalle condizioni di mercato sia da fattori quali i costi fisici di stoccaggio.

2.3.6 Caricamento del rischio di default.

Le banche devono disporre di un modello interno separato per misurare il rischio di insolvenza. I criteri generali e gli standard qualitativi si applicano anche al modello di rischio di default.

- Il rischio di default deve essere misurato utilizzando un modello VaR. Le banche devono utilizzare un modello di simulazione predefinito con due tipi di fattori di rischio sistematici e correlazioni predefinite. Le correlazioni devono essere basate su dati relativi a un periodo di 10 anni includendo un periodo di stress come definito in precedenza e basate su un orizzonte di un anno. Il calcolo del VaR deve essere fatto settimanalmente e si basa su un orizzonte temporale di un anno a un livello di confidenza del 99,9 percentile.
- Tutte le posizioni soggette al rischio di mercato che presentano un rischio di insolvenza, ad eccezione di quelle che vengono capitalizzate con il metodo standardizzato sono soggette al modello di rischio di default.
- Il requisito patrimoniale per il rischio di insolvenza è il maggiore tra: la media delle misure modello di rischio di default nelle 12 settimane precedenti; o il più recente.
- Il rischio di default deve essere misurato per ciascun debitore.
 - Le PD implicite dai prezzi di mercato non sono accettabili a meno che non siano corrette per ottenerne una probabilità oggettiva di default
 - Le PD sono soggette a un floor dello 0,03%.
- Il modello può riflettere la compensazione di esposizioni lunghe e corte verso lo stesso debitore, e se tali esposizioni dipendono da diversi strumenti, l'effetto della compensazione deve tenere conto delle diverse perdite.
- Il rischio base tra esposizioni lunghe e corte di diversi debitori deve essere modellato in modo esplicito.
- Il modello di caricamento del rischio di default deve riconoscere l'impatto delle correlazioni tra i default dei debitori, compreso l'effetto sulle correlazioni nei periodi di stress, tali correlazioni devono essere calcolate con le medesime condizioni con cui vengono calcolate le correlazioni tra i fattori utilizzati nel modello VaR.
- Il modello deve catturare qualsiasi discrepanza tra una posizione e la sua copertura.
- Il modello deve riflettere l'effetto dell'emittente e le concentrazioni di mercato, nonché le concentrazioni che possono sorgere tra le classi di prodotto in condizioni di stress.
- Come parte di questo modello di calcolo del rischio di default, la banca deve calcolare, per ciascuna posizione soggetta al modello, un importo di perdita in cui la banca incorrerebbe nel caso in cui il debitore della posizione sia inadempiente.

- Queste stime di perdita devono riflettere il ciclo economico.
- Il modello deve riflettere l'impatto non lineare delle opzioni e di altre posizioni con comportamento non lineare.
- Il rischio di default deve essere valutato dal punto di vista della perdita incrementale dall'inadempienza in eccesso rispetto alle perdite mark-to-market già prese in considerazione nella valutazione corrente.
- A causa dell'elevato livello di confidenza e del lungo orizzonte di capitale del Default Risk Charge (DRC), la validazione diretta del modello DRC attraverso metodi di backtesting standard non è possibile. Di conseguenza, la convalida di un modello DRC deve necessariamente basarsi maggiormente su metodi indiretti inclusi ma non limitati a stress test, analisi di sensitività e analisi di scenario. La convalida di un modello DRC rappresenta un processo continuo in cui le autorità di vigilanza e le banche determinano congiuntamente l'esatta serie di procedure di convalida da utilizzare.
- A causa della relazione unica tra spread creditizio e rischio di insolvenza, le banche devono trovare approvazione per ciascun desk con esposizione a tali rischi, sia per il rischio di spread creditizio sia per il rischio di default. I desk che non ricevono l'approvazione saranno considerati non idonei per gli standard di modellazione interna ed essere soggetti all'approccio patrimoniale standardizzato.
- Le stime della PD devono rispettare i seguenti standard:
 - Quando un ente ha approvato le stime della PD come parte dell'approccio sul rating interno (IRB), devono essere utilizzati questi dati. Quando tali stime non esistono, o il Supervisore determina che non sono sufficientemente robuste, le PD devono essere calcolate usando una metodologia coerente con la metodologia IRB, salvo diversamente specificato di seguito.
 - Le PD neutrali al rischio non dovrebbero essere utilizzate come stime delle PD storiche.
 - Le PD devono essere misurate sulla base di dati storici. Dove possibile, questi dati dovrebbero essere basati su titoli quotati in borsa su un ciclo economico completo. Il minimo il periodo di osservazione storico è di 5 anni.
 - Le PD devono essere stimate sulla base di dati storici di frequenza predefinita su un anno. La PD può anche essere calcolata su base teorica (ad es. Ridimensionamento geometrico) a condizione che la banca sia in grado di dimostrare che tali derivazioni teoriche sono in linea con l'esperienza storica predefinita.
 - Le PD fornite da fonti esterne possono anche essere utilizzate dalle istituzioni, a condizione che possa essere dimostrato che siano rilevanti per il portafoglio della banca.
- Le stime della LGD devono rispettare i seguenti standard:

- Quando un ente ha approvato le stime della LGD come parte del sistema IRB, devono essere utilizzati questi dati. Quando tali stime non esistono, o il supervisore determina che non sono sufficientemente robuste, la LGD deve essere calcolata usando a metodologia coerente con la metodologia IRB, salvo diversamente specificato di seguito.
- Le LGD devono essere determinate dal punto di vista del mercato. La LGD dovrebbe riflettere il tipo e l'anzianità della posizione e non possono essere inferiori a zero.
- Le LGD devono basarsi su una quantità di dati storici che è sufficiente per derivare accurate e robuste stime.
- Le LGD fornite da fonti esterne possono anche essere utilizzate dalle istituzioni, a condizione che possa essere dimostrato di essere rilevanti per il portafoglio della banca.
- Le banche devono stabilire una gerarchia che classifica le loro fonti preferite per PD e LGD. Al fine di non effettuare una scelta arbitraria.

2.3.7 Determinazione del requisito complessivo.

Per quei desk che sono autorizzati ad adottare l'approccio dei modelli interni, tutti i fattori di rischio che sono considerati "modellabili" devono essere inclusi nel modello interno di Expected Shortfall. La banca deve calcolare il suo requisito patrimoniale senza i vincoli normativi (come quello che usa a scopi organizzativi) ovvero $IMCC(C)$.

La banca deve calcolare una serie di ES parziali per la gamma delle classi di rischio regolamentari (mantenendo gli altri fattori di rischio costanti) utilizzando i vincoli della normativa. Questi ES parziali denominati “ $IMCC(C_i)$ ” saranno quindi sommati per fornire un requisito di capitale aggregato.

Il requisito patrimoniale complessivo (IMCC) si basa sulla media ponderata di Expected Shortfall vincolati alla normativa e non vincolati.

$$IMCC = \rho(IMCC(C)) + (1 - \rho) \left(\sum_{i=1}^R IMCC(C_i) \right)$$

Dove:

- $IMCC(C) = ES_{R,S} * \frac{ES_{F,C}}{ES_{R,C}}$
- $IMCC(C_i) = ES_{R,S,i} * \frac{ES_{F,C,i}}{ES_{R,C,i}}$

- Il periodo di stress utilizzato nell'ES per classe di rischio, $ES_{R,S,i}$, dovrebbe essere lo stesso di quello utilizzato per calcolare $ES_{R,S}$, che è invece a livello aggregato.
- ρ è il peso relativo assegnato al modello interno della banca. Il valore di ρ è 0,5.

Ai fini del capitale regolamentare, l'onere aggregato associato ai desk approvati (C_A) è uguale al massimo tra le osservazioni più recenti e una media ponderata dei precedenti 60 giorni ridimensionata da un moltiplicatore (M_C).

$$C_A = \max\{IMCC_{t-1} + SES_{t-1}; M_C * IMCC_{avg} + SES_{avg}\}$$

Dove SES è la misura di capitale regolamentare aggregata per i fattori di rischio non modellabili K nei desk approvati.

Il fattore di moltiplicazione M_C sarà 1,5 o fissato dalle singole autorità di vigilanza sulla base della valutazione della qualità del sistema di gestione dei rischi della banca. Le banche devono aggiungere a questo fattore un "plus" direttamente correlato alla performance ex post di modello, introducendo così un incentivo a mantenere la qualità predittiva del modello. Il vantaggio sarà compreso tra 0 e 0,5 in base al risultato del test retrospettivo del VaR giornaliero della banca al 99 ° percentile basato su osservazioni correnti sull'insieme completo di fattori di rischio (VaR FC).

Ogni fattore di rischio non modellabile deve essere capitalizzato utilizzando uno scenario di stress calibrato per essere almeno prudente quanto l'Expected Shortfall dei fattori di rischio modellati.

Per ogni fattore di rischio non modellabile, l'orizzonte di liquidità dello scenario di stress deve essere il maggiore intervallo tra due osservazioni di prezzo consecutive tra l'anno precedente e l'orizzonte di liquidità assegnato al fattore di rischio. Per i fattori di rischio non modellabili derivanti da rischio idiosincratice di spread creditizio, le banche possono applicare lo stesso scenario di stress. Inoltre la banca può ipotizzare una correlazione pari a 0 se la banca conduce un'analisi per dimostrare al supervisore che sia appropriato.

Nessuna diversificazione è consentita tra i fattori di rischio non modellabili. Nel caso in cui una banca non possa fornire uno scenario di stress accettabile per il supervisore, la banca dovrà usare la massima perdita possibile come scenario di stress.

La misura del capitale regolamentare aggregato per L (fattori di rischio di spread creditizio idiosincratice non modellabile che si sono dimostrati appropriati per avere correlazione zero) e K (i fattori di rischio non modellabili in desk idonei al modello) è:

$$SES = \sqrt{\sum_{i=1}^L ISES_{N,M,i}^2 + \sum_{j=1}^K SES_{N,M,j}}$$

Dove:

- $ISES_{N,M,i}^2$ è il costo del capitale dello scenario di stress per il fattore di rischio di credit spread idiosincratico non- modellabile i che fa parte dei fattori di rischio L aggregati (autorizzati a sopporre una correlazione paria a 0);
- $SES_{N,M,j}$ è lo scenario di stress per il fattore di rischio non modellabile j .

Il requisito patrimoniale complessivo per il rischio di mercato (ACC) è pari a:

$$ACC = C_A + DRC + C_U$$

Dove:

- C_U è il requisito patrimoniale regolamentare associato ai rischi derivanti da desk non autorizzati, calcolato con il metodo standardizzato.
- DRC è il requisito patrimoniale per il rischio di default.
- C_A è il requisito patrimoniale regolamentare per i desk autorizzati.

Capitolo 3: Diversificazione e VaR: una analisi empirica.

3.1 Introduzione.

Le banche pubblicano sistematicamente misure del proprio VaR con l'obiettivo di informare gli investitori ma anche per obblighi regolamentari. Gli obblighi di informazione si sostanziano nella pubblicazione delle cosiddette "Pillar 3 Disclosure", un documento che le banche redigono ogni trimestre al fine di garantire ai soggetti di vigilanza l'ottemperamento, in via continuativa, degli obblighi circa il capitale regolamentare a fronte di tutti i rischi.

A tal fine una delle misure rilevanti è sicuramente il VaR che viene calcolato nella sua accezione regolamentare⁸⁷, ovvero, sul trading book, ad un livello di confidenza del 99 % e su un holding period di 10 giorni.

Alle banche è richiesto di calcolare il VaR regolamentare (rVaR) del portafoglio di negoziazione differenziandolo in base alle cinque categorie di rischio che il Comitato di Basilea definisce per il calcolo del requisito patrimoniale per il rischio di mercato, queste sono:

- Rischio di tasso di interesse,
- Rischio di spread sul credito,
- Rischio azionario,
- Rischio commodity,
- Rischio di tasso di cambio.

Così ogni attività nel portafoglio detenuta in portafoglio viene analizzata come se dipendesse da diversi fattori di rischio che appartengono alle cinque categorie, in modo tale da capire quali sono le fonti di rischio rilevanti per la banca.

Il VaR per ciascuna delle cinque categorie di rischio viene poi aggregato cercando di cogliere l'effetto diversificazione. Questa può essere stimata a partire dalle correlazioni tra fattori di rischio contenute in BCBS (2016), quelle banche che calcolano il requisito patrimoniale secondo il metodo standardizzato oppure possono essere stimate, tra le diverse fonti di rischio, in maniera empirica dalla banca stesso.

⁸⁷ Regulatory VaR (rVaR)

Proprio la stima di tali correlazioni è il punto di partenza dell'analisi empirica che si effettuerà, obiettivo fondamentale di questo capitolo sarà la rielaborazione di un'analisi empirica già effettuata da Christophe Pérignon e Daniel R. Smith nel 2008⁸⁸.

3.2 Evidenze empiriche nella stima del VaR.

3.2.1 Le banche sovrastimano il VaR?

Diversi studi⁸⁹ hanno evidenziato una tendenza particolare e molto diffusa nelle misure dei modelli VaR pubblicate dalle banche, ovvero, che questi sono più alti di quello che dovrebbero. Questi studi mostrano che il VaR al 99% delle banche eccede quasi con sistematicità il novantanovesimo percentile dei rendimenti azionari; per esempio, nello studio condotto da Pérignon, Deng e Wang, si verifica che il numero delle eccezioni, ovvero di rendimenti inferiori a quelli previsti dal modello VaR, non risulta essere coerente con l'intervallo di confidenza prescelto, in particolare, anche trenta volte inferiore.

Partendo dal presupposto che una banca dovrebbe mantenere un capitale regolamentare pari al VaR, si può ben capire come sovrastimarli comporti un costo per la banca che potrebbe essere evitato, ovvero mantenere un capitale regolamentare più grande del necessario, soprattutto in un momento storico in cui la vigilanza stringe in una stretta rete l'operatività della banca che, al contrario, vorrebbe rischiare di più.

Secondo lo studio di Pérignon e Smith, il problema della sovrastima della misura di rischio nasce dal fatto che la regolamentazione costringe le banche, per una maggiore precisione dell'informazione contenuta nella misura di rischio, a calcolare il VaR per ogni singola fonte di rischio per poi stimare le correlazioni tra queste e quindi calcolare il VaR aggregato; le banche non riuscendo a calcolare precisamente l'effetto diversificazione tra le diverse categorie di rischio finiscono per sovrastimare la misura di rischio. I due autori, inoltre, considerano anche la questione del trade-off davanti al quale si trovano le banche, ossia: da un lato avere un una misura sovrastimata che comporta un costo, ovvero

⁸⁸ Pérignon, Smith, Diversification and Value at Risk, *Journal of Banking & Finance* 34 (2008) pagg. 55-66.

⁸⁹

- Berkowitz & O'Brien, How Accurate are Value at Risk model at commercial banks? *Journal of Finance* 57, pagg. 1093-1111, 2001.
- Pérignon & Deng & Wang, Do Banks Overstate their Value-at-Risk?, 2006.

il mantenimento di un capitale regolamentare maggiore del necessario, dall'altro avere una misura sottostimata che potrebbe comportare sanzioni dai soggetti vigilanti e dal mercato in generale.

Ne deriva il fatto che è normale che le banche prendano decisioni anche in base al costo degli errori, anche se, probabilmente, il costo derivante da una sottostima potrebbe risultare superiore.

3.2.2 Lo studio di Pèrignon e Smith.

Obiettivo primo dello studio è testare empiricamente la capacità delle banche di calcolare l'effetto diversificazione tra le singole fonti di rischio, e quindi cercare di capire se la sottostima di tale effetto è la causa della sovrastima della misura di rischio.

L'analisi prende come campione i VaR pubblicati trimestralmente delle maggiori banche americane⁹⁰ tra il 2004 e il 2007. Per ogni banca viene campionato sia il VaR aggregato, ovvero il VaR diversificato, ma anche il VaR relativo ad ogni categoria di rischio. Tali categorie sono cinque e in particolare: rischio azionario, di tasso di interesse, commodity, spread sul credito e tasso di cambio.

Importante è specificare che i VaR utilizzati da Pèrignon e Smith sono VaR calcolati sul trading book, con un intervallo di confidenza del 99% e orizzonte temporale di un giorno⁹¹.

Possedendo questi dati per ogni banca gli autori calcolano il coefficiente di diversificazione implicito, che viene computato come segue:

$$\vartheta = \left(\sum_{i=1}^N VaR_i - DVaR \right) / \sum_{i=1}^N VaR_i$$

Dove:

- *DVaR* rappresenta il VaR complessivo o diversificato.
- *VaR_i* rappresenta il VaR della singola i-esima categoria di rischio.

⁹⁰ Il campione è composto da quattro banche, che sono:

- Bank of America
- HSBC
- CitiGroup
- J.P. Morgan

⁹¹ Alcune banche utilizzano come orizzonte temporale non un giorno bensì 10 giorni, gli autori ipotizzano che per trasformare tale orizzonte in giornaliero si può utilizzare la tecnica dello square root of time.

Tale coefficiente rappresenta, in qualche modo, la diversificazione tra le diverse fonti di rischio. Se tale coefficiente si avvicina a 0 c'è poca diversificazione, mentre se si avvicina a 1 c'è molta diversificazione tra le fonti di rischio e il DVaR tenderà a 0.

L'elemento centrale dell'analisi è la comparazione del coefficiente di diversificazione ϑ implicito, con quello empirico ϑ_E , stimato dagli autori e definito come segue:

$$\vartheta_E = \left(\sum_{i=1}^N VaR_i - DVaR_E \right) / \sum_{i=1}^N VaR_i$$

Dove:

- $DVaR_E$ rappresenta il VaR complessivo o diversificato stimato empiricamente.
- VaR_i rappresenta il VaR della singola i -esima categoria di rischio.

Tutto questo in modo da verificare se vi sia una relazione tra i due, e in particolar modo se sistematicamente

$$\vartheta < \vartheta_E$$

Indicando l'incapacità di stimare le correlazioni e di conseguenza la sottostima dell'effetto diversificazione tra le fonti di rischio comportando la sovrastima del DVaR.

Il passo successivo che svolgono gli autori è quello di calcolare $DVaR_E$ in modo da compararlo con quello implicito. La tecnica utilizzata dagli autori è quella utilizzata sovente per il calcolo del VaR di un portafoglio, cioè:

- Indicando con \bar{V} il vettore dei VaR delle singole categorie di rischio che sono resi pubblici dalle banche.
- Il VaR del portafoglio o VaR diversificato sarà invece:

$$DVaR = \sqrt{\bar{V}' * R * \bar{V}}$$

Dove R rappresenta la matrice delle correlazioni delle diverse fonti di rischio.

Punto focale dell'analisi di Pérignon e Smith è la stima delle correlazioni tra le diverse fonti di rischio. Tali stime vengono affrontate utilizzando differenti approcci:

- Quello della stima non condizionata, ovvero utilizzando medie mobili semplici con 250 osservazioni giornaliere dei rendimenti di alcuni indici che vengono utilizzati come proxy delle fonti di rischio.
- Quello della stima condizionata utilizzando tre differenti modelli multivariati:
 1. Il Dynamic Conditional Correlation (DCC) di Engle (2002).

2. Il BEKK Model di Engle e Kroner (1995)

3. Il Time Varyng Copula Model.

Le proxy utilizzate dagli autori sono:

- Per il rischio azionario viene preso l' "SP500 Composit".
- Per il rischio di tasso di interesse viene preso il tasso "1 year Treasury Constant Maturity".
- Per il rischio commodity viene utilizzato il "DJ AIG Commodity Index".
- Per il rischio spread viene utilizzato il rendimento in eccesso del "BBA Corporate Yield" di Moody sul "1 year Treasury Constant Maturity".
- Per il tasso di cambio si considera il "Trade Wheighted Currencies Dollar Index".

I risultati delle analisi mostrano che in generale i due coefficienti ∂ e ∂_E sono molto simili, di conseguenza gli autori dichiarano che le banche stimano correttamente le correlazioni, concludendo che il motivo che comporta la sovrastima dei VaR non è l'incapacità di cogliere l'effetto diversificazione tra le diverse categorie di rischio. Sebbene gli autori effettuino diverse prove cambiando le proxy di rischio, il risultato non cambia, infatti, devono abbandonare l'ipotesi di tale incapacità per arrivare a quella del costo degli errori come spiegazione della sovrastima del capitale regolamentare.

3.3 Rielaborazione su dati recenti dello studio di Pèrignon e Smith.

3.3.1 Principali differenze con Pèrignon e Smith (2008).

Dallo studio di Pèrignon e Smith sono passati ormai dieci anni, una crisi finanziaria e soprattutto la risposta delle autorità di vigilanza e della normativa a questa, che hanno dato un vero e proprio colpo alle banche che ora vedono limitarsi di molto l'operatività e a dover calcolare un capitale regolamentare in maniera differente per poter includere tutti i rischi.

Per poter verificare se lo studio oggetto del precedente paragrafo abbia risultati consistenti e coerenti con le misure di rischio attuali, si è deciso di rielaborare l'analisi.

Le principali differenze dell'analisi svolta rispetto a quella di Pèrignon e Smith riguardano:

- Il periodo di riferimento. Si è scelto di analizzare un periodo storico che va dal terzo semestre del 2014 fino al secondo del 2018, per un totale di sedici osservazioni della misura di rischio

per ogni banca inclusa nel campione, tale periodo è stato fissato in base al più grande periodo comune in cui le banche hanno reso disponibili i dati.

- La composizione del campione. Il campione di Pèrignon e Smith era composto da quattro grandi banche americane, caratteristica che viene riprodotta per due ragioni:
 - Per cercare di replicare quanto più fedelmente l'analisi dei due autori.
 - Per utilizzare una proxy unica per il rischio di tasso di cambio.

Il campione è ora composto da: J.P. Morgan & Chase, CitiGroup, Bank of America e Morgan Stanley. La sostituzione di HSBC con Morgan Stanley è dovuta alla mancanza dei dati, infatti, HSBC non rende più pubbliche le Pillar 3 Disclosures.

- Gli indici utilizzati come proxy delle categorie di rischio. Uno degli indici utilizzati da Pèrignon e Smith non sono disponibili per il periodo di riferimento dell'analisi. In particolare il "DJ AIG Commodity Index" viene sostituito con il "Bloomberg Commodity Index".
- Gli approcci utilizzati per il calcolo della matrice delle correlazioni rimangono gli stessi, quindi:
 - L'approccio non condizionato, basato su medie mobili semplici a 250 osservazioni.
 - L'approccio condizionato, basato sul modello DCC.

3.3.2 Costruzione del campione.

Il punto iniziale dell'analisi è stato il reperimento dei VaR per categoria di rischio e del VaR aggregato di tutte le banche e per tutto l'orizzonte fissato. Tutti i dati sono stati presi dal sito aziendale delle banche, nella sezione delle Pillar 3 Disclosures⁹².

I VaR considerati sono VaR regolamentari e di conseguenza sono misure con un intervallo di confidenza del 99% e con un periodo di detenzione pari a 10 giorni. Con la regola dello Square Root of Time è stato possibile ricondurre tali misure ad un orizzonte di 1 giorno.

⁹²J.P. Morgan & Chase: <https://jpmorganchaseco.gcs-web.com/financial-information/basel-pillar-3-us-lcr-disclosures>
CitiGroup: <https://www.citigroup.com/citi/investor/reg.htm> alla voce Basel III Pillar 3 Disclosure
Bank of America: <http://investor.bankofamerica.com/phoenix.zhtml?c=71595&p=irol-baselholdingarchive#fbid=7NVKlpO4dfw>
Morgan Stanley: <https://www.morganstanley.com/about-us-ir/pillar-us>

	REGULATORY 1 DAY 99% VAR	30-set-14	31-dic-14	31-mar-15	30-giu-15	30-set-15	31-dic-15	31-mar-16	30-giu-16
Bank	Type of VaR	14Q3	14Q4	15Q1	15Q2	15Q3	15Q4	16Q1	16Q2
JPMorgan Chase	Interest rate	32.888	56.605	71.784	40.161	54.075	32.571	39.212	71.467
	Equity	21.187	29.093	22.768	29.725	24.982	14.230	15.179	14.546
	Foreign exchange	10.752	14.230	16.128	14.546	16.128	8.854	18.025	36.999
	Commodity	17.076	13.598	14.863	15.495	17.076	16.444	14.230	23.401
	Credit spread	35.418	87.279	102.142	88.228	69.570	67.357	50.596	51.545
	Undiversified VaR	117.321	200.805	227.684	188.156	181.831	139.456	137.243	197.959
	Diversification	74.314	73.049	89.176	80.006	58.502	45.537	59.135	102.142
	Coeff. di diversificazione della banca	63.34%	36.38%	39.17%	42.52%	32.17%	32.65%	43.09%	51.60%
	Diversified VaR	43.007	127.756	138.508	108.150	123.329	93.920	78.108	95.817
	Citigroup	Interest rate	58.186	37.315	37.947	27.196	25.614	31.939	42.375
Equity		9.171	9.487	16.444	12.333	9.487	7.589	2.214	2.846
Foreign exchange		26.563	25.931	26.879	23.401	38.264	23.085	21.503	28.777
Commodity		12.965	21.187	19.922	16.444	14.546	17.393	15.179	19.606
Credit spread		98.663	80.954	63.878	58.502	59.767	50.913	55.024	53.442
Undiversified VaR		205.548	174.874	165.071	137.875	147.678	130.918	136.294	147.046
Diversification		126.491	82.535	95.501	84.117	76.211	83.484	110.680	106.885
Coeff. di diversificazione della banca		61.54%	47.20%	57.85%	61.01%	51.61%	63.77%	81.21%	72.69%
Diversified VaR		79.057	92.339	69.570	53.759	71.467	47.434	25.614	40.161
Bank of America		Interest rate	19.606	43.323	43.956	40.793	32.888	24.666	23.401
	Equity	5.692	4.427	1.265	3.479	12.017	6.641	5.376	12.333
	Foreign exchange	9.487	18.974	18.025	5.060	10.752	9.171	3.795	9.487
	Commodity	8.222	8.854	5.060	3.795	3.162	3.795	4.111	8.222
	Credit spread	53.759	37.315	56.605	44.588	50.280	55.656	43.639	41.110
	Undiversified VaR	96.766	112.893	124.910	97.714	109.099	99.928	80.322	93.920
	Diversification	80.006	63.562	63.246	42.375	60.400	50.913	52.810	59.451
	Coeff. di diversificazione della banca	82.68%	56.30%	50.63%	43.37%	55.36%	50.95%	65.75%	63.30%
	Diversified VaR	16.760	49.332	61.664	55.340	48.699	49.015	27.512	34.469
	Morgan Stanley	Interest rate	24.666	35.101	39.845	39.845	47.750	30.990	36.999
Equity		23.401	26.247	35.734	26.247	23.717	24.666	22.452	33.836
Foreign exchange		15.811	21.187	14.546	11.700	18.025	8.538	14.230	18.657
Commodity		21.503	30.358	30.042	33.520	30.674	11.384	11.384	10.752
Credit spread		50.280	51.861	48.383	46.169	43.956	32.888	29.409	31.623
Undiversified VaR		135.662	164.755	168.549	157.481	164.122	108.466	114.474	129.021
Diversification		66.408	87.279	93.603	81.271	82.852	55.024	60.400	77.792
Coeff. di diversificazione della banca		48.95%	52.98%	55.53%	51.61%	50.48%	50.73%	52.76%	60.29%
Diversified VaR		69.254	77.476	74.946	76.211	81.271	53.442	54.075	51.229
		REGULATORY 1 DAY 99% VAR	30-set-16	31-dic-16	31-mar-17	30-giu-17	30-set-17	31-dic-17	31-mar-18
Bank	Type of VaR	16Q3	16Q4	17Q1	17Q2	17Q3	17Q4	18Q1	18Q2
JPMorgan Chase	Interest rate	52.810	40.477	50.280	45.853	36.999	36.366	43.639	44.904
	Equity	13.282	13.914	16.444	19.290	17.393	18.657	23.085	23.085
	Foreign exchange	30.042	21.820	10.436	16.760	20.871	7.273	10.436	7.273
	Commodity	12.017	16.128	10.436	10.119	9.803	7.906	8.538	14.863
	Credit spread	55.024	49.964	38.580	29.093	25.614	25.298	30.990	35.418
	Undiversified VaR	163.174	142.302	126.175	121.115	110.680	95.501	116.688	125.542
	Diversification	84.117	67.040	56.605	62.297	54.391	43.639	49.964	51.229
	Coeff. di diversificazione della banca	51.55%	47.11%	44.86%	51.44%	49.14%	45.70%	42.82%	40.81%
	Diversified VaR	79.057	75.262	69.570	58.818	56.289	51.861	66.724	74.314
	Citigroup	Interest rate	29.409	29.093	36.999	36.682	35.101	45.537	49.964
Equity		2.530	4.111	4.743	4.111	4.427	5.376	9.171	4.111
Foreign exchange		12.333	32.255	23.717	23.401	24.350	19.922	29.725	21.820
Commodity		18.025	22.768	23.401	15.179	20.239	14.863	18.974	17.709
Credit spread		63.246	55.024	47.118	45.537	37.947	49.648	46.485	42.375
Undiversified VaR		125.542	143.251	135.978	124.910	122.064	135.345	154.319	127.124
Diversification		91.074	98.347	80.954	76.211	89.492	95.501	92.971	88.544
Coeff. di diversificazione della banca		72.54%	68.65%	59.53%	61.01%	73.32%	70.56%	60.25%	69.65%
Diversified VaR		34.469	44.904	55.024	48.699	32.571	39.845	61.348	38.580
Bank of America		Interest rate	16.128	11.384	18.025	10.436	8.854	23.085	29.725
	Equity	6.325	8.222	12.649	8.222	12.333	13.598	6.325	9.171
	Foreign exchange	8.854	14.546	12.649	8.222	11.384	9.171	9.171	9.171
	Commodity	6.325	3.162	9.171	5.376	4.743	2.846	9.487	8.222
	Credit spread	41.110	33.836	30.674	33.836	29.409	33.520	35.418	33.204
	Undiversified VaR	78.741	71.151	83.168	66.092	66.724	82.219	90.125	85.065
	Diversification	56.289	48.067	49.015	44.272	44.588	63.562	57.553	54.391
	Coeff. di diversificazione della banca	71.49%	67.56%	58.94%	66.99%	66.82%	77.31%	63.86%	63.94%
	Diversified VaR	22.452	23.085	34.153	21.820	22.136	18.657	32.571	30.674
	Morgan Stanley	Interest rate	26.879	29.725	39.212	36.999	23.717	27.196	35.734
Equity		18.974	17.076	27.828	23.085	18.657	14.863	22.452	18.974
Foreign exchange		16.444	12.965	18.025	16.760	16.444	15.495	17.709	18.657
Commodity		11.700	9.487	10.119	12.965	11.700	9.487	14.546	10.119
Credit spread		29.725	27.196	36.999	30.358	36.366	28.460	34.785	23.717
Undiversified VaR		103.723	96.449	132.183	120.167	106.885	95.501	125.226	107.834
Diversification		54.075	55.340	54.707	60.400	59.451	44.272	60.716	57.237
Coeff. di diversificazione della banca		52.13%	57.38%	41.39%	50.26%	55.62%	46.36%	48.48%	53.08%
Diversified VaR		49.648	41.110	77.476	59.767	47.434	51.229	64.510	50.596

Tabella 17: VaR pubblicati dalle banche per il periodo considerato. Fonte: siti web aziendali (vedi nota 92).

Come si può vedere dalla tabella per ogni banca e per ogni trimestre contenuto nel campione è disponibile:

- Il VaR individuale per ogni categoria di rischio, in milioni di dollari.
- L'Undiversified VaR che rappresenta la somma dei VaR di categoria di rischio.
- Il Diversified VaR che rappresenta il VaR aggregato.
- Per Diversification si intende l'effetto diversificazione dovuto alle correlazioni tra le diverse fonti di rischio, questo viene calcolato come differenza tra l'Undiversified VaR e il Diversified VaR
- Per Coefficiente di diversificazione della banca si intende quello implicito ∂ , che viene calcolato come segue:

$$\partial = \left(\sum_{i=1}^N VaR_i - DVaR \right) / \sum_{i=1}^N VaR_i$$

Dove VaR_i rappresenta il VaR individuale per ogni i-esima categoria di rischio, mentre per $DVaR$ si intende il Diversified VaR.

Nel periodo considerato il coefficiente ∂ si è mosso nel tempo frequentemente e da banca a banca. È possibile analizzare la sua distribuzione mediante differenti misure statistiche:

- Per quanto riguarda le banche si può vedere come i valori medi siano:
 - Per JP Morgan Chase è stato 44.65%.
 - Per Citigroup è stato 64.52%.
 - Per Bank of America è stato 62.83%.
 - Per Morgan Stanley è stato 51.75%.
- Per quanto riguarda i diversi trimestri:

Trimestre	Coeff. di diversificazione della banca
14Q3	64.13%
14Q4	48.21%
15Q1	50.80%
15Q2	49.63%
15Q3	47.41%
15Q4	49.52%
16Q1	60.70%
16Q2	61.97%
16Q3	61.93%
16Q4	60.17%
17Q1	51.18%
17Q2	57.42%
17Q3	61.23%
17Q4	59.98%
18Q1	53.85%
18Q2	56.87%

Tabella 18: coefficienti di diversificazione medi nei diversi trimestri. Fonte: elaborazione dell'autore.

- Mentre il coefficiente di diversificazione medio in tutto il periodo di riferimento risulta essere 55.94%.

Tale eterogeneità seppur non troppo marcata è dovuta al fatto che tutte e quattro le banche del campione utilizzano i modelli interni per il calcolo del requisito patrimoniale. Poiché sono le banche ad effettuare la stima delle correlazioni empiriche queste possono differire tra una e l'altra come si è potuto discutere nel secondo capitolo di questo elaborato, inoltre tutte le banche hanno una composizione differente del portafoglio e questo si riflette in coefficienti di diversificazione molto diversi tra loro.

Il secondo passaggio è stato il reperimento dei prezzi degli indici utilizzati come proxy delle fonti di rischio che ricordiamo essere:

- Per il rischio azionario: S&P500⁹³
- Per il tasso di interesse: 1 Year Treasury Rate⁹⁴
- Per il rischio merci: Bloomberg Commodity Index⁹⁵
- Per lo Spread sul credito: Il rendimento in eccesso del BBA Corporate Yield di Moody⁹⁶ rispetto al 1 Year Treasury Rate
- Per il Tasso di Cambio: il Trade Wheighted Currencies Dollar Index⁹⁷

La misura dei prezzi utilizzati è stata quella giornaliera, questo per due motivazioni:

⁹³ Fonte dati: <https://it.finance.yahoo.com/quote/%5EGSPC/?guccounter=1>

⁹⁴ Fonte dati: <https://fred.stlouisfed.org/series/DGS1>

⁹⁵ Fonte dati: <https://it.investing.com/indices/bloomberg-commodity-historical-data>

⁹⁶ Fonte dati: <https://fred.stlouisfed.org/series/DBAA>

⁹⁷ Fonte dati: <https://fred.stlouisfed.org/series/DTWEXM>

- Coerenza con l'orizzonte temporale della misura di rischio.
- Per l'importanza di avere più dati disponibili, in modo di effettuare stime robuste.

Per quanto riguarda la scelta della lunghezza di tali serie storiche, in altre parole di quanto tornare indietro nel tempo, si è preso il periodo comune di quotazione più lungo possibile. Tali serie storiche sono state modificate in modo tale che fossano della stessa lunghezza cosicché in ogni giorno considerato fossero presenti tutte e cinque le quotazioni. In questo modo si è ottenuto una serie storica di 1241 osservazioni giornaliere e che va dal 29 di Giugno del 2018 e torna indietro fino al 4 Novembre 2013.

Per quanto riguarda l'SP500, il Bloomberg Commodity Index e il Trade Wheighted Currencies Dollar Index, sono state calcolate le variazioni logaritmiche su base giornaliera mentre per il 1 Year Treasury Rate e per il BBA Corporate Yield di Moody no in quanto risultano essere già dei rendimenti.

3.3.3 Calcolo delle matrici di correlazione.

Una volta ottenuti i rendimenti degli indici utilizzati come proxy delle fonti di rischio, il passo successivo nell'analisi è stato il calcolo delle matrici di correlazione. Questo è il punto focale dell'analisi, in quanto ciò che si vuole testare è proprio se le banche riescono a cogliere tale effetto di diversificazione.

Come si è detto, per il calcolo delle matrici di correlazione si sono utilizzati due differenti approcci che portano naturalmente a matrici di correlazioni differenti. In altre parole adesso l'analisi si sdoppierà, infatti, il confronto tra i coefficienti di diversificazione impliciti ed empirici avverrà utilizzando due tipologie di quest'ultimo:

- Coefficiente di diversificazione empirico calcolato in base all'approccio non condizionato.
- Coefficiente di diversificazione empirico calcolato in base all'approccio condizionato.

Per quanto riguarda l'approccio non condizionato, questo si basa sul calcolo delle correlazioni utilizzando un modello a media mobile semplice. Si utilizzano le 250 osservazioni precedenti alla data per cui si deve calcolare la misura di rischio. Per dare un esempio, se bisogna calcolare il Diversified VaR al 30 Giugno 2014 allora il calcolo della matrice di correlazione sarà al 30 Giugno 2014, come se non si conoscessero rendimenti delle proxy successivi a quella data.

La scelta delle 250 osservazioni è fatta per essere coerenti con l'analisi di Pérignon e Smith.

Per il calcolo delle matrici di correlazione, in questo caso, si è utilizzato il software “Microsoft Excel” e in particolare la funzione “CORRELAZIONE”.

14Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.070241693	0.038224398	0.076586569	0.047849326
INTEREST RATE	0.070241693	1	0.029756588	0.037124974	0.656028244
COMMODITY	0.038224398	0.029756588	1	-0.294797169	0.137993994
EXCHANGE RATE	0.076586569	0.037124974	-0.294797169	1	-0.013401115
SPREAD	0.047849326	0.656028244	0.137993994	-0.013401115	1

16Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.092508465	0.400147939	-0.062969501	0.02130592
INTEREST RATE	-0.092508465	1	0.018658899	-0.035964645	-0.376581979
COMMODITY	0.400147939	0.018658899	1	-0.405507949	-0.038407016
EXCHANGE RATE	-0.062969501	-0.035964645	-0.405507949	1	0.010183092
SPREAD	0.02130592	-0.376581979	-0.038407016	0.010183092	1

14Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.035043157	0.055789897	0.211972698	0.037565391
INTEREST RATE	0.035043157	1	-0.146896371	0.090596181	-0.210230628
COMMODITY	0.055789897	-0.146896371	1	-0.367849184	0.146085333
EXCHANGE RATE	0.211972698	0.090596181	-0.367849184	1	-0.026460041
SPREAD	0.037565391	-0.210230628	0.146085333	-0.026460041	1

16Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.02130335	0.397544105	-0.100211138	-0.019866277
INTEREST RATE	0.02130335	1	0.015777513	0.084201492	-0.121443361
COMMODITY	0.397544105	0.015777513	1	-0.35256473	0.043202776
EXCHANGE RATE	-0.100211138	0.084201492	-0.35256473	1	-0.074915033
SPREAD	-0.019866277	-0.121443361	0.043202776	-0.074915033	1

15Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.01714819	0.125112017	0.041692783	0.053994972
INTEREST RATE	-0.01714819	1	-0.065267782	0.132381913	-0.764518405
COMMODITY	0.125112017	-0.065267782	1	-0.456049123	0.026010054
EXCHANGE RATE	0.041692783	0.132381913	-0.456049123	1	-0.079151083
SPREAD	0.053994972	-0.764518405	0.026010054	-0.079151083	1

17Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.02817393	0.318472656	-0.085188355	0.028401796
INTEREST RATE	0.02817393	1	-0.03566231	0.007538868	-0.211713985
COMMODITY	0.318472656	-0.03566231	1	-0.381201638	0.135934776
EXCHANGE RATE	-0.085188355	0.007538868	-0.381201638	1	0.017098502
SPREAD	0.028401796	-0.211713985	0.135934776	0.017098502	1

15Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.030013914	0.138001575	0.00583692	0.007224299
INTEREST RATE	-0.030013914	1	0.066917869	-0.027100959	-0.254883642
COMMODITY	0.138001575	0.066917869	1	-0.454626757	-0.04825775
EXCHANGE RATE	0.00583692	-0.027100959	-0.454626757	1	0.027267997
SPREAD	0.007224299	-0.254883642	-0.04825775	0.027267997	1

17Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.051939491	0.225685017	0.050878689	0.103146383
INTEREST RATE	-0.051939491	1	-0.001758904	-0.050575534	-0.586603563
COMMODITY	0.225685017	-0.001758904	1	-0.288555147	0.062422805
EXCHANGE RATE	0.050878689	-0.050575534	-0.288555147	1	0.107074791
SPREAD	0.103146383	-0.586603563	0.062422805	0.107074791	1

15Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.060284777	0.264236593	0.130958043	0.006632799
INTEREST RATE	-0.060284777	1	-0.006554718	-0.044373549	0.439402387
COMMODITY	0.264236593	-0.006554718	1	-0.308286028	-0.036830185
EXCHANGE RATE	0.130958043	-0.044373549	-0.308286028	1	0.025992446
SPREAD	0.006632799	0.439402387	-0.036830185	0.025992446	1

17Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.016430896	0.089422148	0.160822502	0.064012672
INTEREST RATE	-0.016430896	1	-0.020300363	-0.094660255	-0.879611803
COMMODITY	0.089422148	-0.020300363	1	-0.230563052	0.017941658
EXCHANGE RATE	0.160822502	-0.094660255	-0.230563052	1	0.107939504
SPREAD	0.064012672	-0.879611803	0.017941658	0.107939504	1

15Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.054273796	0.304091558	0.100202417	0.055905436
INTEREST RATE	-0.054273796	1	-0.044524603	-0.016116237	0.448705408
COMMODITY	0.304091558	-0.044524603	1	-0.316480369	-0.047669399
EXCHANGE RATE	0.100202417	-0.016116237	-0.316480369	1	0.014473621
SPREAD	0.055905436	0.448705408	-0.047669399	0.014473621	1

17Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.015679969	0.037488002	0.182121469	-0.00727704
INTEREST RATE	0.015679969	1	0.069702025	0.022078574	-0.976582697
COMMODITY	0.037488002	0.069702025	1	-0.297404126	-0.079157826
EXCHANGE RATE	0.182121469	0.022078574	-0.297404126	1	-0.006887921
SPREAD	-0.00727704	-0.976582697	-0.079157826	-0.006887921	1

16Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.031759304	0.375425696	0.133675894	0.066795318
INTEREST RATE	-0.031759304	1	-0.001795632	-0.03635644	-0.005300956
COMMODITY	0.375425696	-0.001795632	1	-0.252829653	-0.031432901
EXCHANGE RATE	0.133675894	-0.03635644	-0.252829653	1	0.10071707
SPREAD	0.066795318	-0.005300956	-0.031432901	0.10071707	1

18Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.044866918	0.119557493	-0.025494999	0.0170152
INTEREST RATE	-0.044866918	1	0.012764036	0.035106794	-0.916462591
COMMODITY	0.119557493	0.012764036	1	-0.303706077	-0.033602554
EXCHANGE RATE	-0.025494999	0.035106794	-0.303706077	1	0.008833434
SPREAD	0.0170152	-0.916462591	-0.033602554	0.008833434	1

16Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.009401199	0.413148238	0.067275496	0.027559886
INTEREST RATE	-0.009401199	1	0.07803133	-0.06645227	-0.56138514
COMMODITY	0.413148238	0.07803133	1	-0.270444466	-0.102319067
EXCHANGE RATE	0.067275496	-0.06645227	-0.270444466	1	0.037251768
SPREAD	0.027559886	-0.56138514	-0.102319067	0.037251768	1

18Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	-0.032133137	0.190921827	-0.055727182	0.016081297
INTEREST RATE	-0.032133137	1	-0.064867692	0.116185107	-0.860853631
COMMODITY	0.190921827	-0.064867692	1	-0.324795181	0.05231548
EXCHANGE RATE	-0.055727182	0.116185107	-0.324795181	1	-0.041971333
SPREAD	0.016081297	-0.860853631	0.05231548	-0.041971333	1

Tabella 19: matrici di correlazione stimate con l’approccio non condizionale. Fonte: elaborazione dell’autore.

Per quanto riguarda l’approccio condizionato, questo si è basato sul calcolo delle matrici di correlazione utilizzando il DCC. Il modello DCC è un modello basato su un GARCH(1,1) ma multivariato, infatti abbiamo diversi asset. Per poter fittare questi modelli è stato necessario utilizzare un altro software: RStudio.

Una volta caricate le serie storiche dei rendimenti delle proxy, quest'ultime sono state tagliate alla data corrispondente di valutazione⁹⁸, il database così creato è stato chiamato “R_x”.

Essendo un modello multivariato è stato necessario fare alcune specificazioni come se si stesse trattando diversi modelli univariati per la volatilità. Nell'analisi si sono assunte le stesse specificazioni per tutti e cinque gli asset, in particolare mediante il comando “uspec.n = multispec(replicate(5))” si sono fatte le specificazioni di default⁹⁹ di R per quanto riguarda un GARCH.

Il passo successivo è stato stimare il DCC ma prima è stato necessario fare alcune specificazioni per tale modello mediante il comando “spec1 = dccspec(uspec = uspec.n, dccOrder = c(1, 1), distribution = 'mvnorm')”. Le specificazioni fatte sono state l'ordine del modello che si è fissato in (1.1) mentre per la distribuzione quella normale.

In questo modo si è in grado di fittare il modello DCC con la funzione “fit1 = dccfit(spec1, data = rX, fit.control = list(eval.se = TRUE), fit = multif)” che in altre parole dice al software che si vuole fittare un modello multivariato (fit=multif) con le specificazioni precedenti (spec1), usando il database rX, producendo gli standard error per i parametri stimati.

Una volta costruito il modello è possibile estrarre la matrice di correlazione con il comando” cor1 = rcor(fit1)”.

⁹⁸ Ad esempio, per il calcolo della matrice di correlazione utilizzata per la computazione del DVaR del 30 Giugno 2014, la serie storica è stata tagliata al 30 Giugno 2014 ignorando le osservazioni successive.

⁹⁹ Si tratta di un GARCH(1,1), dove la media è modellata mediante un processo ARMA(1,1), e la distribuzione è quella normale.

14Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	16Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.09011491	0.07907278	0.08668428	0.348075	EQUITY	1	0.14368377	0.2354328	0.03044317	0.20574514
INTEREST RATE	0.09011491	1	-0.08773401	0.15363957	-0.02862439	INTEREST RATE	0.14368377	1	0.03306575	0.20775357	-0.08773241
COMMODITY	0.07907278	-0.08773401	1	-0.27104525	-0.03946783	COMMODITY	0.2354328	0.03306575	1	-0.37084642	0.07823677
EXCHANGE RATE	0.08668428	0.15363957	-0.27104525	1	0.23267997	EXCHANGE RATE	0.03044317	0.20775357	-0.37084642	1	0.02960244
SPREAD	0.348075	-0.02862439	-0.03946783	0.23267997	1	SPREAD	0.20574514	-0.08773241	0.07823677	0.02960244	1
14Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	16Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.09454162	0.06326158	0.1387119	0.33410069	EQUITY	1	0.1411158	0.19879974	0.05121723	0.26020558
INTEREST RATE	0.09454162	1	-0.0446617	0.1772846	-0.08930274	INTEREST RATE	0.1411158	1	0.08344148	0.18965835	-0.14954115
COMMODITY	0.06326158	-0.0446617	1	-0.3210679	-0.02220257	COMMODITY	0.19879974	0.08344148	1	-0.30641088	0.07501127
EXCHANGE RATE	0.1387119	0.17728463	-0.32106789	1	0.2046428	EXCHANGE RATE	0.05121723	0.18965835	-0.30641088	1	0.01052291
SPREAD	0.33410069	-0.08930274	-0.02220257	0.2046428	1	SPREAD	0.26020558	-0.14954115	0.07501127	0.01052291	1
15Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	17Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	8.71E-02	7.71E-02	0.07325698	0.338803516	EQUITY	1	0.17391994	0.23854591	0.0811427	0.24300416
INTEREST RATE	0.08707452	1.00E+00	5.02E-05	0.16644612	-0.021158532	INTEREST RATE	0.1739199	1	0.09079237	0.17414192	-0.15201578
COMMODITY	0.07707539	5.02E-05	1.00E+00	-0.37051614	-0.002695831	COMMODITY	0.2385459	0.09079237	1	-0.28147115	0.05446891
EXCHANGE RATE	0.07325698	1.66E-01	-3.71E-01	1	0.15383895	EXCHANGE RATE	0.0811427	0.17414192	-0.28147115	1	0.01559535
SPREAD	0.33880352	-2.12E-02	-2.70E-03	0.15383895	1	SPREAD	0.2430042	-0.15201578	0.05446891	0.01559535	1
15Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	17Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.094009075	0.08827465	0.05931741	0.346562104	EQUITY	1	0.0598752	0.14275613	0.05518652	0.24132497
INTEREST RATE	0.09400908	1	-0.01639781	0.20501994	-0.007013386	INTEREST RATE	0.0598752	1	0.09953276	0.09784619	-0.10211765
COMMODITY	0.08827465	-0.016397808	1	-0.38394352	0.044031072	COMMODITY	0.14275613	0.09953276	1	-0.36495874	0.1156524
EXCHANGE RATE	0.05931741	0.205019945	-0.38394352	1	0.07508406	EXCHANGE RATE	0.05518652	0.09784619	-0.36495874	1	-0.01032549
SPREAD	0.3465621	-0.007013386	0.04403107	0.07508406	1	SPREAD	0.24132497	-0.10211765	0.1156524	-0.01032549	1
15Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	17Q3	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.16733702	0.19910688	0.1273002	0.36175944	EQUITY	1	0.19126918	0.19584493	0.05450367	0.26880814
INTEREST RATE	0.167337	1	0.06898912	0.2095461	0.04470023	INTEREST RATE	0.19126918	1	0.05704235	0.18849141	-0.06709091
COMMODITY	0.1991069	0.06898912	1	-0.2832882	0.11228195	COMMODITY	0.19584493	0.05704235	1	-0.31592043	0.05892984
EXCHANGE RATE	0.1273002	0.20954614	-0.28328822	1	0.10066926	EXCHANGE RATE	0.05450367	0.18849141	-0.31592043	1	0.06261721
SPREAD	0.3617594	0.04470023	0.11228195	0.1006693	1	SPREAD	0.26880814	-0.06709091	0.05892984	0.06261721	1
15Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	17Q4	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.12090978	0.18563806	0.13136108	0.30937905	EQUITY	1	0.15201759	0.162186704	0.07330954	0.204550666
INTEREST RATE	0.1209098	1	0.02346821	0.16181901	-0.03718358	INTEREST RATE	0.15201759	1	0.104469995	0.09624954	-0.222522282
COMMODITY	0.1856381	0.02346821	1	-0.31223375	0.10295738	COMMODITY	0.1621867	0.10447	1	-0.3741613	-0.004602766
EXCHANGE RATE	0.1313611	0.16181901	-0.31223375	1	0.05475995	EXCHANGE RATE	0.07330954	0.09624954	-0.374161299	1	0.112370759
SPREAD	0.309379	-0.03718358	0.10295738	0.05475995	1	SPREAD	0.20455067	-0.22252228	-0.004602766	0.11237076	1
16Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	18Q1	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.1104431	0.22257792	0.03982203	0.30145229	EQUITY	1	0.142598352	0.209104217	0.07104353	0.20455431
INTEREST RATE	0.1104431	1	0.03449688	0.18345151	-0.11251752	INTEREST RATE	0.14259835	1	0.001335618	0.19577182	-0.24519127
COMMODITY	0.22257792	0.03449688	1	-0.34919322	0.10150288	COMMODITY	0.20910422	0.001335618	1	-0.33484893	0.08840988
EXCHANGE RATE	0.03982203	0.18345151	-0.34919322	1	0.02591623	EXCHANGE RATE	0.07104353	0.195771819	-0.33484893	1	0.01576154
SPREAD	0.30145229	-0.11251752	0.10150288	0.02591623	1	SPREAD	0.20455431	-0.245191274	0.088409882	0.01576154	1
16Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD	18Q2	EQUITY	INTEREST RATE	COMMODITY	EXCHANGE RATE	SPREAD
EQUITY	1	0.3616197	0.285506	-0.132784027	0.203787211	EQUITY	1	0.12535575	0.22173374	0.02684912	0.2380341
INTEREST RATE	0.3616197	1	0.1302903	-0.035655099	-0.118777507	INTEREST RATE	0.12535575	1	0.03231914	0.11211231	-0.1518341
COMMODITY	0.285506	0.1302903	1	-0.406543375	0.045863999	COMMODITY	0.22173374	0.03231914	1	-0.27162198	0.04089482
EXCHANGE RATE	-0.132784	-0.0356551	-0.4065434	1	0.006550253	EXCHANGE RATE	0.02684912	0.11211231	-0.27162198	1	0.01361573
SPREAD	0.2037872	-0.1187775	0.045864	0.006550253	1	SPREAD	0.2380341	-0.1518341	0.04089482	0.01361573	1

Tabella 20: Matrici di correlazione calcolate con l'approccio condizionale. Fonte: elaborazione dell'autore.

3.3.4 Stima dei coefficienti di diversificazione empirici e confronto con quelli impliciti.

Una volta stimate le matrici di correlazione è stato possibile calcolare i coefficienti di diversificazione empirici sia con l'approccio non condizionale sia con quello condizionale.

Il primo step è stato ricalcolare il VaR diversificato per tutte le banche e per tutti i trimestri utilizzando le matrici di correlazione stimate. In questo modo è stato possibile calcolare i coefficienti di

diversificazione empirici ∂_E con entrambi gli approcci e quindi confrontarli con quelli impliciti (o della banca) ∂ .

Bank		14Q3	14Q4	15Q1	15Q2	15Q3	15Q4	16Q1	16Q2
JPMorgan Chase	Coeff. di div. della banca	63.34%	36.38%	39.17%	42.52%	32.17%	32.65%	43.09%	51.60%
	Diversified VaR Banca	43.00698	127.756	138.5078	108.1499	123.3288	93.91965	78.10826	95.81701
	Diversified VaR Empirico	71.38193	102.8542	74.31504	93.85717	110.2208	90.02706	71.34307	73.94951
	Coeff. di div. empirico	39.16%	48.78%	67.36%	50.12%	39.38%	35.44%	48.02%	62.64%
	$\Delta e-\Delta b$	-24.19%	12.40%	28.19%	7.60%	7.21%	2.79%	4.93%	11.05%
Citigroup	Coeff. di div. della banca	61.54%	47.20%	57.85%	61.01%	51.61%	63.77%	81.21%	72.69%
	Diversified VaR Banca	79.05694	92.33851	69.57011	53.75872	71.46748	47.43416	25.61445	40.16093
	Diversified VaR Empirico	148.6772	89.5396	54.21578	63.46718	84.29285	75.62405	74.13951	54.36451
	Coeff. di div. empirico	27.67%	48.80%	67.16%	53.97%	42.92%	42.24%	45.60%	63.03%
	$\Delta e-\Delta b$	-33.87%	1.60%	9.30%	-7.04%	-8.68%	-21.53%	-35.60%	-9.66%
Bank of America	Coeff. di div. della banca	82.68%	56.30%	50.63%	43.37%	55.36%	50.95%	65.75%	63.30%
	Diversified VaR Banca	16.76007	49.33153	61.66441	55.33986	48.69908	49.0153	27.51182	34.46883
	Diversified VaR Empirico	70.73788	55.6173	40.82414	52.56141	72.8688	71.33462	50.53869	38.82768
	Coeff. di div. empirico	26.90%	50.73%	67.32%	46.21%	33.21%	28.61%	37.08%	58.66%
	$\Delta e-\Delta b$	-55.78%	-5.57%	16.68%	2.84%	-22.15%	-22.34%	-28.67%	-4.64%
Morgan Stanley	Coeff. di div. della banca	48.95%	52.98%	55.53%	51.61%	50.48%	50.73%	52.76%	60.29%
	Diversified VaR Banca	69.25388	77.4758	74.94598	76.21089	81.27054	53.44249	54.07495	51.2289
	Diversified VaR Empirico	80.68407	94.82213	98.48574	93.80777	96.90911	67.44002	69.52676	75.39532
	Coeff. di div. empirico	40.53%	42.45%	41.57%	40.43%	40.95%	37.82%	39.26%	41.56%
	$\Delta e-\Delta b$	-8.43%	-10.53%	-13.97%	-11.17%	-9.53%	-12.90%	-13.50%	-18.73%
Bank		16Q3	16Q4	17Q1	17Q2	17Q3	17Q4	18Q1	18Q2
JPMorgan Chase	Coeff. di div. della banca	51.55%	47.11%	44.86%	51.44%	49.14%	45.70%	42.82%	40.81%
	Diversified VaR Banca	79.05694	75.26221	69.57011	58.81836	56.28854	51.86135	66.72406	74.31353
	Diversified VaR Empirico	66.55651	67.19232	62.10238	47.41378	35.2743	26.2172	32.32249	36.92982
	Coeff. di div. empirico	59.21%	52.78%	50.78%	60.85%	68.13%	72.55%	72.30%	70.58%
	$\Delta e-\Delta b$	7.66%	5.67%	5.92%	9.42%	18.99%	26.85%	29.48%	29.78%
Citigroup	Coeff. di div. della banca	72.54%	68.65%	59.53%	61.01%	73.32%	70.56%	60.25%	69.65%
	Diversified VaR Banca	34.46883	44.90434	55.02363	48.69908	32.57146	39.8447	61.34819	38.57979
	Diversified VaR Empirico	60.94878	67.88412	62.64087	48.33215	35.03065	25.4188	38.47056	34.19674
	Coeff. di div. empirico	51.45%	52.61%	53.93%	61.31%	71.30%	81.22%	75.07%	73.10%
	$\Delta e-\Delta b$	-21.09%	-16.04%	-5.60%	0.29%	-2.01%	10.66%	14.82%	3.45%
Bank of America	Coeff. di div. della banca	71.49%	67.56%	58.94%	66.99%	66.82%	77.31%	63.86%	63.94%
	Diversified VaR Banca	22.45217	23.08463	34.1526	21.81972	22.13594	18.65744	32.57146	30.67409
	Diversified VaR Empirico	39.52061	37.30768	38.86198	33.56857	30.32257	21.38733	19.52409	22.96338
	Coeff. di div. empirico	49.81%	47.57%	53.27%	49.21%	54.56%	73.99%	78.34%	73.00%
	$\Delta e-\Delta b$	-21.68%	-19.99%	-5.66%	-17.78%	-12.27%	-3.32%	14.48%	9.06%
Morgan Stanley	Coeff. di div. della banca	52.13%	57.38%	41.39%	50.26%	55.62%	46.36%	48.48%	53.08%
	Diversified VaR Banca	49.64776	41.10961	77.4758	59.76705	47.43416	51.2289	64.51046	50.59644
	Diversified VaR Empirico	60.5686	58.79363	80.49387	71.40848	63.53486	57.50985	74.26416	63.88783
	Coeff. di div. empirico	41.61%	39.04%	39.10%	40.58%	40.56%	39.78%	40.70%	40.75%
	$\Delta e-\Delta b$	-10.53%	-18.34%	-2.28%	-9.69%	-15.06%	-6.58%	-7.79%	-12.33%

Tabella 21: confronto sul coefficiente di diversificazione della banca e quello calcolato con l'approccio non condizionale. Fonte: Elaborazione dell'autore.

Bank		14Q3	14Q4	15Q1	15Q2	15Q3	15Q4	16Q1	16Q2
JPMorgan Chase	Coeff. di div. della banca	63.34%	36.38%	39.17%	42.52%	32.17%	32.65%	43.09%	51.60%
	Diversified VaR Banca	43.00698	127.756	138.5078	108.1499	123.3288	93.91965	78.10826	95.81701
	Diversified VaR Empirico	62.53123	117.8742	137.6513	114.9636	109.9446	84.45137	73.71229	99.02176
	Coeff. di div. empirico	46.70%	41.30%	39.54%	38.90%	39.53%	39.44%	46.29%	49.98%
	$\Delta e - \Delta b$	-16.64%	4.92%	0.38%	-3.62%	7.36%	6.79%	3.20%	-1.62%
Citigroup	Coeff. di div. della banca	61.54%	47.20%	57.85%	61.01%	51.61%	63.77%	81.21%	72.69%
	Diversified VaR Banca	79.05694	92.33851	69.57011	53.75872	71.46748	47.43416	25.61445	40.16093
	Diversified VaR Empirico	125.7407	99.9712	90.59544	77.35743	87.01828	71.42855	74.09948	72.6685
	Coeff. di div. empirico	38.83%	42.83%	45.12%	43.89%	41.08%	45.44%	45.63%	50.58%
	$\Delta e - \Delta b$	-22.71%	-4.36%	-12.74%	-17.12%	-10.53%	-18.33%	-35.57%	-22.11%
Bank of America	Coeff. di div. della banca	82.68%	56.30%	50.63%	43.37%	55.36%	50.95%	65.75%	63.30%
	Diversified VaR Banca	16.76007	49.33153	61.66441	55.33986	48.69908	49.0153	27.51182	34.46883
	Diversified VaR Empirico	61.99184	63.54446	77.16286	62.69752	70.23389	64.7721	50.3628	52.32947
	Coeff. di div. empirico	35.94%	43.71%	38.23%	35.84%	35.62%	35.18%	37.30%	44.28%
	$\Delta e - \Delta b$	-46.74%	-12.59%	-12.41%	-7.53%	-19.74%	-15.77%	-28.45%	-19.02%
Morgan Stanley	Coeff. di div. della banca	48.95%	52.98%	55.53%	51.61%	50.48%	50.73%	52.76%	60.29%
	Diversified VaR Banca	69.25388	77.4758	74.94598	76.21089	81.27054	53.44249	54.07495	51.2289
	Diversified VaR Empirico	74.2928	85.39838	88.73085	81.32195	83.72201	60.38033	62.29998	71.43986
	Coeff. di div. empirico	45.24%	48.17%	47.36%	48.36%	48.99%	44.33%	45.58%	44.63%
	$\Delta e - \Delta b$	-3.71%	-4.81%	-8.18%	-3.25%	-1.49%	-6.40%	-7.19%	-15.66%
Bank		16Q3	16Q4	17Q1	17Q2	17Q3	17Q4	18Q1	18Q2
JPMorgan Chase	Coeff. di div. della banca	51.55%	47.11%	44.86%	51.44%	49.14%	45.70%	42.82%	40.81%
	Diversified VaR Banca	79.05694	75.26221	69.57011	58.81836	56.28854	51.86135	66.72406	74.31353
	Diversified VaR Empirico	88.12717	73.97927	69.95504	63.85168	60.19813	50.90337	61.55943	67.17553
	Coeff. di div. empirico	45.99%	48.01%	44.56%	47.28%	45.61%	46.70%	47.24%	46.49%
	$\Delta e - \Delta b$	-5.56%	0.90%	-0.31%	-4.16%	-3.53%	1.00%	4.43%	5.69%
Citigroup	Coeff. di div. della banca	72.54%	68.65%	59.53%	61.01%	73.32%	70.56%	60.25%	69.65%
	Diversified VaR Banca	34.46883	44.90434	55.02363	48.69908	32.57146	39.8447	61.34819	38.57979
	Diversified VaR Empirico	73.33462	73.58626	68.83195	64.55399	63.32612	68.66037	75.28928	63.64309
	Coeff. di div. empirico	41.59%	48.63%	49.38%	48.32%	48.12%	49.27%	51.21%	49.94%
	$\Delta e - \Delta b$	-30.96%	-20.02%	-10.15%	-12.69%	-25.20%	-21.29%	-9.03%	-19.72%
Bank of America	Coeff. di div. della banca	71.49%	67.56%	58.94%	66.99%	66.82%	77.31%	63.86%	63.94%
	Diversified VaR Banca	22.45217	23.08463	34.1526	21.81972	22.13594	18.65744	32.57146	30.67409
	Diversified VaR Empirico	47.3021	41.34394	44.0211	39.27388	39.42824	44.77859	46.18756	44.93801
	Coeff. di div. empirico	39.93%	41.89%	47.07%	40.58%	40.91%	45.54%	48.75%	47.17%
	$\Delta e - \Delta b$	-31.56%	-25.66%	-11.87%	-26.41%	-25.92%	-31.77%	-15.11%	-16.77%
Morgan Stanley	Coeff. di div. della banca	52.13%	57.38%	41.39%	50.26%	55.62%	46.36%	48.48%	53.08%
	Diversified VaR Banca	49.64776	41.10961	77.4758	59.76705	47.43416	51.2289	64.51046	50.59644
	Diversified VaR Empirico	55.47749	52.45366	73.48155	64.48709	58.67173	51.7134	66.81488	58.34409
	Coeff. di div. empirico	0.465136	0.456154	0.444093	0.463352	0.451076	0.458503	0.466446	0.458944
	$\Delta e - \Delta b$	-5.62%	-11.76%	3.02%	-3.93%	-10.51%	-0.51%	-1.84%	-7.18%

Tabella 22: confronto sul coefficiente di diversificazione della banca e quello calcolato con l'approccio condizionale. Fonte: Elaborazione dell'autore.

Con $\Delta e - \Delta b$ si indica la differenza tra il coefficiente di diversificazione empirico e quello della banca, quando questo è negativo significa che le banche diversificano meglio di quello che si aspetta, facendo cadere la tesi che si voleva dimostrare, ovvero che le banche sovrastimano il VaR poiché incapaci di stimare efficientemente le correlazioni, tuttavia tali dati non sono sufficienti a dimostrarlo.

3.3.5 Risultati dell'analisi.

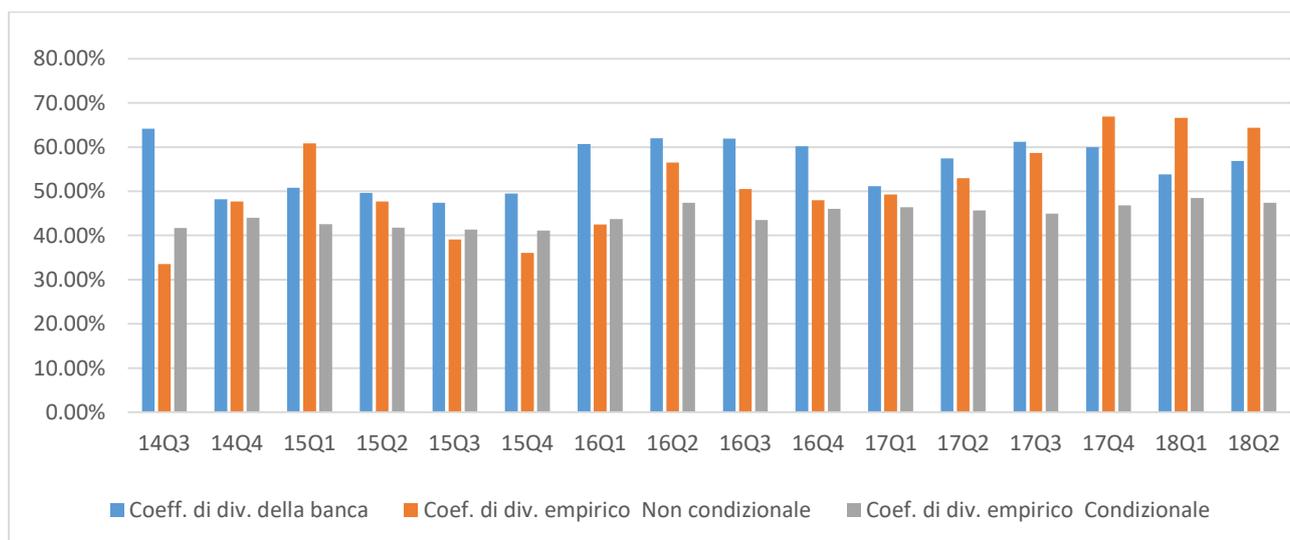
Per poter verificare la tesi dell'analisi, si sono elaborate diverse misure per dare un'idea di come si muovano tali coefficienti di diversificazione.

Tali misure vengono calcolate a partire dai coefficienti di diversificazione utilizzati dalla banca e quelli empirici calcolati per l'approccio condizionale e quello non condizionale. Tali misure sono

- La media dei coefficienti delle banche tra i diversi trimestri.
- La media dei coefficienti dei trimestri tra le diverse banche.
- Coefficiente medio tra banche e trimestri nel periodo di riferimento.

Per quanto riguarda la prima misura si è riportato, in un grafico a barre, per ogni trimestre i coefficienti di diversificazione medi per i tre approcci considerati.

Figura 3: Confronto dei coefficienti di diversificazione nei diversi trimestri.



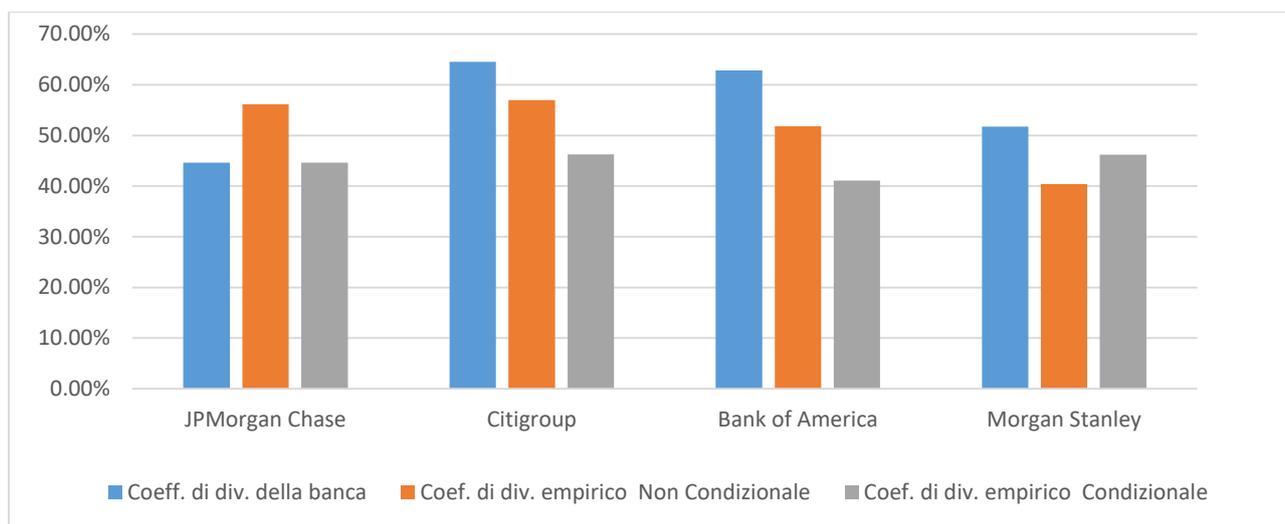
Fonte: elaborazione dell'autore.

Come si può ben vedere dal grafico, l'approccio al calcolo delle matrici di correlazioni che porta al maggior coefficiente di diversificazione non è sempre il medesimo. In particolare in dodici trimestri su sedici l'approccio utilizzato dalle banche porta al miglior coefficiente di diversificazione mentre negli altri la stima delle matrici di correlazione con l'approccio non condizionale porterebbe a definire una maggiore diversificazione delle fonti di rischio. L'approccio condizionale, invece, porta quasi sempre alla peggiore (per le banche) diversificazione, in particolare soltanto in quattro casi su sedici

risulta essere migliore della stima con l'approccio non condizionato ma comunque sempre peggiore a quella stimata dalla banca.

Considerando la seconda misura, si è riportato di nuovo in un grafico a barre, la media dei coefficienti di diversificazione dei sedici semestri di ogni banca per ogni approccio utilizzato.

Figura 4: Confronto dei coefficienti di diversificazione nelle diverse banche.

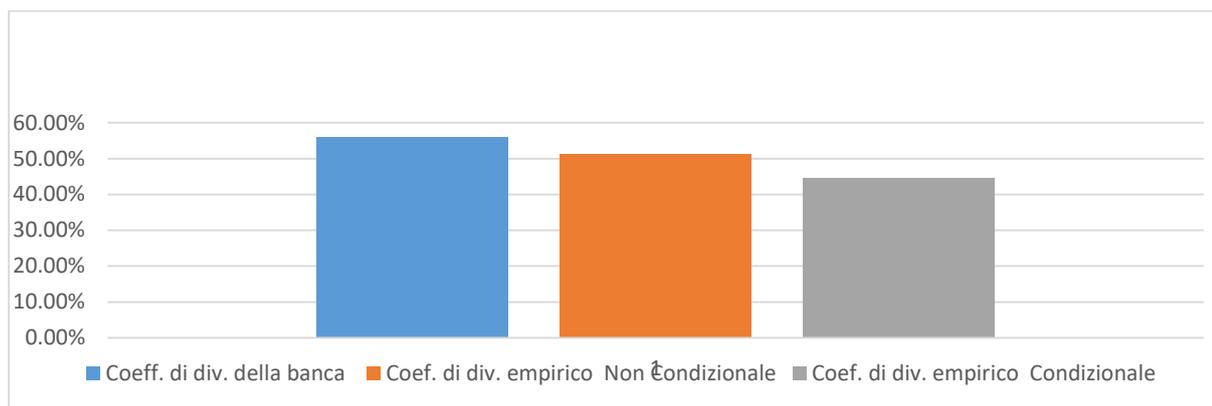


Fonte: elaborazione dell'autore.

Come si vede dal grafico, l'approccio per il calcolo del coefficiente di diversificazione che comporta maggiore diversificazione non è sempre lo stesso, in particolare, solo per JPMorgan Chase l'utilizzo dell'approccio non condizionato comporta, in media, una maggiore diversificazione; per tutte le altre banche risulta essere premiato l'approccio utilizzato dalle banche. L'approccio condizionato sembra che porti a stime di coefficienti di diversificazione minori rispetto agli altri, infatti in tre banche su quattro è il peggiore, mentre solo per Morgan Stanley è migliore di quello non condizionato ma comunque peggiore di quello implicito calcolato dalla banca.

Infine c'è un'ultima misura utile per l'analisi, questa è il coefficiente medio del periodo di riferimento per ogni approccio.

Figura 5: Confronto tra i coefficienti di diversificazione medi del periodo di riferimento dell'analisi.



Fonte: elaborazione dell'autore.

Questo mostra evidentemente, che in media, il coefficiente di diversificazione utilizzato dalle banche risulta essere il maggiore tra tutti.

Guardando queste tre misure e il quadro generale considerato nelle figure 4 e 5 di questo capitolo, emerge una situazione ben diversa da quella descritta dalla tesi di questo esperimento.

La lettura ha sovente dichiarato che le banche sovrastimano le misure di rischio di mercato, e quindi di conseguenza il capitale a suo fronte, perché incapaci di comprendere l'effetto diversificazione tra le fonti di rischio. Nel risultato dell'analisi di Pèrignon e Smith le misure utilizzate dalle banche e quelle stimate dagli stessi autori erano pressoché simili e indicavano, di conseguenza che l'incapacità di cogliere l'effetto diversificazione non è di sicuro il motivo per cui le banche sovrastimano il proprio VaR.

Come ci si aspettava, l'analisi svolta in questo capitolo ha portato lo stesso risultato di quella di Pèrignon e Smith, ovvero: le banche non sovrastimano il VaR perché non in grado di stimare efficientemente le correlazioni tra le fonti di rischio, anzi risultano avere, in media, un coefficiente di diversificazione maggiore di quello previsto dalle correlazioni stimate con entrambi gli approcci utilizzati. Questo perché di sicuro alle banche, in generale, conviene detenere un capitale regolamentare minore e di conseguenza è un onere per la banca possedere un sistema di analisi del rischio appropriato, in un contesto dove la normativa stringe sempre di più l'operatività delle banche. Di conseguenza il motivo della sovrastima del VaR rispetto ad un determinato percentile dei rendimenti azionari potrebbe essere il bias dovuto al calcolo del VaR differenziandolo per fonti di rischio.

Conclusioni.

Con questo elaborato si è potuto comprendere come utilizzare degli appropriati sistemi di misurazione del rischio del mercato sia importante per la banca per due motivi:

- Quello di avere un capitale idoneo a sopperire il rischio di variazioni sfavorevoli dei fattori di mercato.
- Quello di non sovrastimare il rischio e di conseguenza il capitale compromettendo così la redditività della banca.

L'obiettivo dell'elaborato era quello di dare al lettore una visione di insieme della stima del rischio di mercato e del calcolo del capitale a suo fronte. Si è tentato di raggiungere tale obiettivo affrontando l'argomento sia con un approccio accademico con una spiegazione sul come costruire i modelli VaR, sia come questo viene affrontato dalla regolamentazione e quindi illustrando come realmente le banche calcolano tale requisito patrimoniale.

In ultimo, ma non per importanza, si è cercato di dare ancora qualcosa in più al lettore mediante la rielaborazione con dati recenti di una analisi empirica. L'analisi mette in discussione la capacità delle banche di riuscire a carpire l'effetto diversificazione tra le diverse categorie di rischio non riuscendo a stimare correttamente le correlazioni. L'analisi cerca quindi di trovare una spiegazione alla sovrastima del capitale regolamentare delle banche. Come si poteva immaginare, le capacità analitiche delle banche sono enormi ed è difficile pensare che non siano in grado di fare i conti, infatti la tesi dell'analisi non viene confutata. La ragione di tale sovrastima viene imputata un po' alle banche che sovrastimano il capitale alla luce del costo degli errori ma soprattutto alle metodologie di calcolo richieste da Basilea.

Bibliografia

- Basel Committee on Banking Supervision, International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, Bank for International Settlement, June 2004.
- Basel Committee on Banking Supervision, Minimum capital requirements for market risk, Bank for International Settlement, January 2016, pagg 13-49.
- Basel Committee on Banking Supervision, Revisione del quadro di cartolarizzazione, Bank for International Settlement, Dicembre 2014.
- Berkowitz & O'Brien, How Accurate are Value at Risk model at commercial banks? Journal of Finance 57, pagg. 1093-1111.
- Basel Committee on Banking Supervision, Revisions to the Basel II market risk framework, Bank for International Settlement, February 2011.
- Bollerslev, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, 1986.
- Basel committee on banking supervision, international convergence of capital measurement and capital standards, Bank for International Settlement, July 1988.
- Black, Scholes e Merton, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, 1973.
- J.P. Morgan & Reuters, RiskMetrics, 1996.
- Francq e Zakoian, Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA-GARCH processes, 2004.
- Glosten, Jagannathan & Runkle, On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, 1993.
- J.P. MORGAN, RiskMetrics, 1994.
- Markowitz, Portfolio Selection, 1952.
- Nelson, Filtering and Forecasting with misspecified ARCH models: getting the right variance with the wrong model, 1992.
- Pérignon & Deng & Wang, Do Banks Overstate their Value-at-Risk?, 2006.
- Pérignon, Smith, Diversification and Value at Risk, Journal of Banking & Finance 34 (2010) pagg. 55-66.
- Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle banche, EGEA, 2008.
- Szilárd Pafka & Imre Kondor, Evaluating the RiskMetrics Methodology in Measuring Volatility and Value-at-Risk in Financial Markets, 2008.



Dipartimento di Economia e Finanza

Cattedra: Economia e Gestione degli Intermediari Finanziari (corso progredito)

RIASSUNTO

“IL VALUE AT RISK: UN APPROCCIO AL CALCOLO DEL REQUISITO PATRIMONIALE PER IL RISCHIO DI MERCATO”.

Relatore

Prof. Domenico Curcio

Bernardo Petrone

matr. 680231

Correlatore

Prof. Giancarlo Mazzoni

ANNO ACCADEMICO 2017/2018

Sommario

Introduzione	4
Capitolo 1: Un approccio alla stima del rischio di mercato: il Value at Risk.	6
1.1 Premessa	6
1.2 L'approccio parametrico per il calcolo del VaR.....	8
1.2.1 Proprietà statistiche dei rendimenti finanziari.	8
1.2.2 La distribuzione normale delle variazioni dei fattori di mercato.	11
1.2.3 Il calcolo del VaR per una singola posizione.	12
1.2.4 Due scelte importanti: l'intervallo di confidenza e l'orizzonte temporale di riferimento.	13
1.2.5 Esempio di calcolo del VaR per una singola posizione.....	16
1.2.6 Dal VaR di una singola posizione al VaR di un portafoglio.	18
1.3 La stima della volatilità.	21
1.3.1 Premessa	21
1.3.2 La stima della volatilità.	23
1.3.3 La previsione della volatilità.	26
1.3.4 I limiti dei modelli GARCH.	28
1.4 Modelli di simulazione.	30
1.4.1 I limiti dell'approccio parametrico e i modelli di simulazione.....	30
1.4.2 La simulazione storica.	31
1.4.3 La simulazione Montecarlo.	33
Capitolo 2: Il requisito patrimoniale per il rischio di mercato	34
2.1 Premessa	34
2.2 L'approccio standardizzato.....	35
2.2.1 Introduzione.....	36
2.2.2 Il metodo basato sulla sensitività.....	37
2.2.3 La componente di rischio residuale.	40
2.2.4 Fattori di rischio.....	41
2.2.5 Definizioni di sensibilità.....	44
2.2.6 Pesi e correlazioni per il Delta.....	47
2.2.7 Pesi e correlazioni per Vega e Curvatura.	56
2.2.8 Il caricamento per il rischio di default.	58
2.3 L'approccio dei modelli interni	63
2.3.1 Premessa.....	63
2.3.2 Standard qualitativi.....	64

2.3.3 Standard quantitativi.....	65
2.3.4 Standard di convalida del modello e determinazione dell'ammissibilità all'utilizzo dei modelli interni.....	68
2.3.5 Alcune specificazioni per i fattori di rischio di mercato.....	71
2.3.6 Caricamento del rischio di default.....	72
2.3.7 Determinazione del requisito complessivo.....	75
Capitolo 3: Diversificazione e VaR: una analisi empirica.	77
3.1 Introduzione.....	77
3.2 Evidenze empiriche nella stima del VaR.....	79
3.2.1 Le banche sovrastimano il VaR?	79
3.2.2 Lo studio di Pèrignon e Smith.	80
3.3 Rielaborazione su dati recenti dello studio di Pèrignon e Smith.	82
3.3.1 Principali differenze con Pèrignon e Smith (2008).	82
3.3.2 Costruzione del campione.	83
3.3.3 Calcolo delle matrici di correlazione.....	87
3.3.4 Stima dei coefficienti di diversificazione empirici e confronto con quelli impliciti.	90
3.3.5 Risultati dell'analisi.....	93
Conclusioni	96
Bibliografia	97

Capitolo 1

Il rischio di mercato è definibile come la possibilità di variazioni sfavorevoli del valore di mercato di uno strumento finanziario (prezzi azionari, prezzi di materie prime, tassi di interesse, tassi di cambio, volatilità di tali variabili).

La misurazione del rischio di mercato non è stata sempre al centro dell'operatività delle banche, infatti, soltanto nei primi anni ottanta le banche iniziano ad interessarsi predisponendo misure per il suo calcolo ma soprattutto non è stata preoccupazione delle autorità di vigilanza fino ai secondi accordi di Basilea.

L'obiettivo di questo elaborato è quello di dare una visione ampia di quello che sono le misure per il calcolo del rischio di mercato e di riflesso in cosa consistono le metodologie per la computazione del requisito patrimoniale a fronte proprio di questo rischio.

L'approccio tradizionale alla misurazione del rischio di mercato si è generalmente basato sul valore nozionale dei titoli detenuti in portafoglio, tuttavia questo risulta essere fallimentare ed è per questo che negli anni ottanta l'attenzione si sposta sui modelli basati sui valori di mercato. Uno dei primi modelli "moderni" è stato un modello Value at Risk (VaR) che è stato utilizzato e reso pubblico dall'istituzione finanziaria J.P. Morgan; tale metodologia è ancora oggi molto valida e utilizzata nel panorama bancario mondiale.

I modelli VaR più utilizzati oggi dalle banche sono:

- Approccio parametrico o delle varianze-covarianze, in cui rientra la prima versione del modello RiskMetrics.
- Approccio delle simulazioni storiche.
- Approccio delle simulazioni Montecarlo.

Il VaR vuole esprimere in una determinata valuta, la perdita potenziale massima che la banca può avere in relazione a tutte le attività che possiede al fine di negoziazione, entro un determinato periodo di tempo (solitamente un giorno) e con una certa probabilità (per esempio 95% o 99%).

Per quanto riguarda l'approccio parametrico è bene ricordare che guardando alle serie storiche dei rendimenti finanziari di qualsiasi strumento emerge che questi hanno alcune caratteristiche che si ripresentano quasi con sistematicità:

- I rendimenti si distribuiscono come una normale ma con code leggermente più spesse (leptocurtosi).
- Le serie storiche sono caratterizzate da eteroschedasticità, ne consegue la presenza di volatility clustering

Queste due considerazioni sono non banali, infatti influenzano notevolmente la metodologia di calcolo della misura di rischio. La prima costituendo un limite, infatti, nell'approccio parametrico si ipotizza che i rendimenti dei fattori di mercato abbiano distribuzione normale. La seconda rappresenta una caratteristica fondamentale del modello, ovvero: il tentativo di prevedere la volatilità dei rendimenti e non il valore atteso di questi.

L'approccio parametrico o anche delle varianze-covarianze si basa fundamentalmente su identificare la perdita potenziale massima mediante l'utilizzo di un limitato numero di parametri: media e volatilità. L'assunzione di distribuzione normale fa sì che sia sempre possibile, grazie alla standardizzazione della distribuzione, desumere la probabilità associata al verificarsi di un determinato rendimento oppure il rendimento associato ad una determinata probabilità, proprio quest'ultimo è lo scopo del VaR.

Il VaR può essere considerato come il rendimento, al di sotto del quale, la banca non scenderà con una determinata probabilità, ovvero, la probabilità associata allo z_α scelto.

$$VaR = VM * |z_\alpha| * \sigma$$

Si è già definito il VaR come la perdita monetaria massima che ci si aspetta di avere con una determinata probabilità in un determinato arco di tempo, di conseguenza, alcuna misura di VaR ha senso se non vengono definite due importanti componenti: l'intervallo di confidenza e l'orizzonte temporale di riferimento.

Maggiore è l'intervallo di confidenza, maggiore è lo $|z_\alpha|$ associato, e a parità di altre condizioni di conseguenza maggiore sarà il VaR. Una banca per non vedersi in crisi con un determinato livello di confidenza deve accumulare una quantità di capitale pari al VaR, quindi maggiore è l'intervallo di confidenza, maggiore è la protezione contro il rischio ma maggiore è il costo che deve sopportare la banca.

In generale ci sono quattro driver nella scelta dell'orizzonte temporale di riferimento:

- Holding period previsto.
- Grado di liquidità dell'oggetto della posizione e del mercato di riferimento in generale.
- Dimensione della posizione.

- Reperibilità dei dati.

È possibile calcolare una misura di rischio anche quando non si conosce la distribuzione dei rendimenti del titolo di cui interessa conoscere il VaR. In particolare passando da un approccio asset-normal ad un delta-normal si può calcolare la misura di rischio conoscendo la distribuzione di un fattore di mercato da cui dipende fortemente il valore della posizione (ad esempio si può conoscere il VaR di un titolo obbligazionario a partire dalla sua Duration Modificata e dalla distribuzione del tasso di interesse utilizzato come fattore di mercato).

Nel caso in cui il fattore di mercato risulti essere differente dal titolo oggetto della posizione, allora la formula del VaR diventa:

$$VaR = |VM * \delta * Z_{\alpha} * \sigma|$$

Dove:

- δ è il coefficiente di sensibilità delle variazioni del valore di mercato della posizione alle variazioni del fattore di mercato.
- σ è la volatilità del fattore di mercato.

Quando per calcolare il VaR viene utilizzata la serie storica e di conseguenza i rendimenti del titolo oggetto della posizione ($\delta = 1$) si dice che l'approccio è Asset Normal se invece viene utilizzata la serie storica di un fattore di mercato diverso dal titolo oggetto della posizione ($\delta \neq 1$) allora si dice che l'approccio è Delta Normal.

I portafogli di negoziazione delle banche sono composti da migliaia di posizioni. Quando si passa a una logica di portafoglio, il modello VaR deve considerare non più solo le volatilità dei fattori di mercato ma anche le covarianze tra questi come nell'approccio al portafoglio di Markowitz.

$$VaR_p = \sqrt{\sum_{w=1}^N \sum_{z=1}^N \rho_{w,z} * VaR_w * VaR_z}$$

Dove w e z rappresentano due diverse posizioni all'interno del portafoglio.

Da tenere in considerazione è il fatto che i VaR delle singole posizioni generati da delta negativi, nel calcolo del VaR del portafoglio, devono essere premoltiplicati per meno uno, in modo tale, da tenere in considerazione l'effetto diversificazione tra posizioni lunghe e corte.

La caratteristica fondamentale dell'approccio parametrico è sicuramente il basarsi su pochi parametri, il che lo rende un modello semplice e di immediata applicazione. Tra questi parametri, il più importante è sicuramente la volatilità, ed è per questo che merita un approfondimento.

La stima della volatilità può essere affrontata con diversi approcci.

I più importanti sono:

- Le medie mobili semplici: queste stimano la volatilità in base a un numero fisso di osservazioni che slittano nel tempo.
- Le medie mobili esponenziali: queste sono una particolare media ponderata, dove i pesi sono esponenziali di un medesimo fattore detto fattore di decadimento.
- I modelli ad eteroschedasticità condizionata: ARCH e GARCH. ARCH sta per Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, per autoregressivo si intende il fatto che la varianza viene stimata a partire da una regressione lineare sugli errori di stima di se stessa nei periodi precedenti mentre per condizionale si intende che la stima è condizionata in base alle informazioni disponibili. Mentre per GARCH si intende la versione generalizzata dell'ARCH, in questo la varianza non dipende soltanto dagli errori di previsione ma anche dal valore della varianza stessa nei precedenti periodi.

L'approccio parametrico porta con sé alcune assunzioni che da un lato rendono sicuramente il modello di facile applicazione ma dall'altro fanno in modo che il modello si allontani troppo dalla realtà, di fatto costituendo dei limiti. Tra queste assunzioni ricordiamo:

- Ipotesi di distribuzione normale dei rendimenti dei fattori di mercato.
- Ipotesi di dipendenza di tipo lineare tra i rendimenti del titolo soggetto al calcolo del VaR e fattore di mercato che si utilizza per modellare il titolo.

Nel tentativo di far fronte a questi evidenti limiti dell'approccio parametrico sono stati sviluppati i modelli di simulazione. I modelli di simulazione che si affronteranno sono:

- Il metodo delle simulazioni storiche: è un metodo che si basa sulla ricostruzione della funzione di distribuzione cumulativa dei rendimenti o variazioni dei fattori di mercato che sono realmente avvenuti nel tempo.
- Il metodo delle simulazioni Montecarlo: è un metodo che si basa, come quella storica, sulla costruzione della distribuzione cumulativa delle variazioni dei fattori di mercato, ma queste variazioni non sono realmente avvenute ma sono scenari generati casualmente in base alcuni parametri della distribuzione reale.

L'assunzione alla base dei modelli a Simulazione Storica è che la futura distribuzione delle variazioni dei fattori di mercato sia ben stimata dalla distribuzione storica.

Il primo passo per il calcolo del VaR è la ricostruzione della distribuzione delle variazioni di un determinato fattore di mercato nel tempo. Si ipotizzi di dover calcolare il VaR a un giorno e ad un intervallo di confidenza del 95% usando il metodo delle simulazioni storiche di una posizione: l'acquisto di una call su un titolo. Si prenda come campione storico i prezzi giornalieri del titolo per un periodo di un anno da oggi. Di questi prezzi se ne calcolino le variazioni logaritmiche. Ognuno di questi rendimenti risulta essere uno scenario per cui si calcolerà la variazione di valore della posizione.

Il secondo passo è quello dell'applicazione degli scenari, si tratta di calcolare le variazioni di valore del titolo, utilizzando un opportuno modello di pricing, nel caso in cui tali scenari si realizzassero nell'orizzonte temporale prescelto.

Il terzo passo è quello di ordinare tali variazioni in ordine decrescente, per poi tagliare tale distribuzione al percentile desiderato. La variazione di prezzo corrispondente risulta essere il VaR della posizione.

L'approccio delle simulazioni storiche a fronte dei rilevanti problemi che risolve è soggetto ad alcuni limiti, tra questi:

- La scarsità dei dati disponibili
- Ipotesi di stabilità temporale della distribuzione.

I limiti del metodo delle simulazioni storiche risultano superati dall'introduzione delle simulazioni Montecarlo, in particolare per quel che riguarda la scarsità dei dati. Infatti pur basandosi sulle serie storiche dei fattori di mercato non è necessario conoscere l'intera serie storica, ma soltanto alcuni parametri che possono descriverla. In base a questi parametri è facile ricostruire una possibile distribuzione della variabile mediante simulazioni, ovvero, generazione di valori casuali. Una volta generati un numero sufficiente di scenari tali da approssimare la vera distribuzione si arriva al calcolo del VaR utilizzando la stessa metodologia che si è vista nelle simulazioni Storiche.

La metodologia delle Simulazioni Montecarlo per il calcolo del VaR di una singola posizione si articola in una serie di fasi. La prima fase è quella dell'individuazione del più appropriato fattore di mercato al fine di descrivere le variazioni di prezzo di un determinato strumento. Una volta identificato il fattore di mercato è necessario analizzarne la serie storica. La seconda fase è quella della simulazione. Sulla base delle informazioni circa la forma della distribuzione, ottenute nella fase precedente, un software genera dei valori casuali del fattore di mercato considerato rispettando

proprio tale distribuzione. Nella terza fase avviene, tramite la funzione di pricing che lega il valore del fattore di mercato al prezzo del titolo oggetto della posizione, il calcolo del valore che la posizione avrebbe avuto in ognuno degli scenari simulati e ne viene fatta la differenza con il valore della posizione al momento della posizione. Tali differenze vengono poi messe in ordine decrescente per poi tagliare questa distribuzione al percentile desiderato, individuando così la misura di rischio.

Capitolo 2.

Nel primo capitolo si è detto che una banca dovrebbe accumulare un capitale pari al VaR per non vedersi insolvente con un determinato intervallo di confidenza, infatti anche a livello normativo e di vigilanza, i modelli VaR sono stati protagonisti per quel che riguarda il calcolo del requisito patrimoniale. Tuttavia i modelli VaR sono stati abbandonati, infatti l'attuale normativa, ovvero Basilea 3, ha provveduto a modificare profondamente la disciplina del requisito patrimoniale per il rischio di mercato. Con il "Market Risk Framework", pubblicato nel 2016, sono avvenute diverse innovazioni fra cui:

- Un nuovo confine tra Trading e Banking book.
- Un nuovo metodo standardizzato.
- Un nuovo metodo basato sui modelli interni con il passaggio da misure basate su VaR a misure basate sull'Expected Shortfall.

L'approccio standardizzato si basa sul calcolo di tre componenti: i carichi del rischio del metodo basato sulle sensitività, il carico del rischio di default e la componente di rischio residuale. Il requisito patrimoniale sarà la sommatoria di questi tre componenti.

I carichi del rischio del metodo basato sulle sensitività risulta essere l'aggregazione di queste misure di rischio:

- Il Delta è una misura che si basa sulla sensitività degli strumenti del trading book ai Delta fattori di rischio. Tali fattori sono organizzati in diversi bucket, e per cogliere l'effetto diversificazione tra queste diverse sensitività, il Comitato prescrive correlazioni tra i fattori di rischio all'interno dello stesso bucket ma anche correlazioni tra i diversi bucket all'interno di una stessa classe di rischio.
- Il Vega che si basa sulla sensitività degli strumenti del trading book ai Vega fattori di rischio e il suo calcolo replica il meccanismo del Delta.
- La Curvatura cattura il rischio incrementale delle variazioni del prezzo delle opzioni. La curvatura viene calcolata per due scenari di shock di fattore di rischio: uno al rialzo e uno al ribasso. Lo shock che comporta la perdita maggiore indicherà quale scenario di Curvatura verrà computato per il carico del rischio.

Mentre il Delta va calcolato per ogni strumento finanziario presente nel trading book, il Vega e la Curvatura vanno calcolati solo per quegli strumenti, presenti nel trading book, che sono soggetti ad opzionalità.

Il caricamento per il rischio di default consiste nel calcolo del salto dal default (da ora in poi “JTD”) in tre componenti indipendenti: Not Securitisation (da ora in poi “NS”), Securitisation Not Correlation Trading Portfolio (da ora in poi “SNCTP”) e Securitisation Correlation Trading Portfolio (da ora in poi SCTP).

Le classi di rischio prescritte dal Comitato di Basilea sono: tasso di interesse, spread per il credito NS, spread per il credito SNCTP, spread per il credito SCTP, equity, commodity e tasso di cambio.

La componente di rischio residuale deve essere calcolata per tutti gli strumenti che ne sono soggetti in aggiunta agli altri requisiti patrimoniali. La componente di rischio residuale è il valore nozionale moltiplicato per 1% se lo strumento ha sottostante esotico altrimenti è valore nozionale per 0.01%.

Tali misure vanno calcolate per ogni strumento detenuto in portafoglio e sommati come semplice somma per determinare il capitale regolamentare.

Per quanto riguarda invece l’approccio dei modelli interni è doveroso dire che l’utilizzo di un modello interno ai fini della determinazione del capitale regolamentare è subordinato all’approvazione esplicita dell’autorità di vigilanza della banca. Infatti le banche per ricevere l’autorizzazione devono garantire che i propri modelli di Expected Shortfall soddisfino sia degli standard quantitativi che qualitativi.

L’approvazione all’utilizzo dei modelli interni per il calcolo del requisito avviene per trading desk. Per tale ragione una banca può avere dei desk che capitalizzano secondo i modelli interni, altri mediante l’approccio standardizzato.

In maniera completamente separata le banche che utilizzano i modelli interni devono dotarsi di modelli di tipo VaR per il calcolo del rischio di default. Tale caricamento va a sommarsi a quello dei desk approvati e quello dei desk non approvati all’utilizzo dei modelli interni.

Capitolo 3.

Diversi studi hanno evidenziato una tendenza particolare e molto diffusa nelle misure dei modelli VaR pubblicate dalle banche, ovvero, che questi sono più alti di quello che dovrebbero.

Partendo dal presupposto che una banca dovrebbe mantenere un capitale regolamentare pari al VaR, si può ben capire che sovrastimarne il costo per la banca, il quale potrebbe essere evitato.

Secondo lo studio di Pèrignon e Smith, il problema della sovrastima della misura di rischio nasce dal fatto che la regolamentazione costringe le banche, per una maggiore precisione dell'informazione contenuta nella misura di rischio, a calcolare il VaR per ogni singola fonte di rischio per poi stimare le correlazioni tra queste e quindi calcolare il VaR aggregato; le banche non riuscendo a calcolare precisamente l'effetto diversificazione tra le diverse categorie di rischio finiscono per sovrastimare la misura di rischio.

I due autori, inoltre, considerano anche la questione del trade-off davanti al quale si trovano le banche, ossia: da un lato avere una misura sovrastimata che comporta un costo, ovvero il mantenimento di un capitale regolamentare maggiore del necessario, dall'altro avere una misura sottostimata che potrebbe comportare sanzioni dai soggetti vigilanti e dal mercato in generale.

Obiettivo primo dello studio è testare empiricamente la capacità delle banche di calcolare l'effetto diversificazione tra le singole fonti di rischio, e quindi cercare di capire se la sottostima di tale effetto è la causa della sovrastima della misura di rischio.

I risultati delle analisi di Pèrignon e Smith mostrano che in generale i coefficienti di diversificazione delle banche e quelli stimati dagli autori sono molto simili, di conseguenza gli autori dichiarano che le banche stimano correttamente le correlazioni, concludendo che il motivo che comporta la sovrastima dei VaR non è l'incapacità di cogliere l'effetto diversificazione tra le diverse categorie di rischio.

Per poter verificare se lo studio oggetto del precedente paragrafo abbia risultati consistenti e coerenti con le misure di rischio attuali, si è deciso di rielaborare l'analisi.

Le principali differenze dell'analisi svolta rispetto a quella di Pèrignon e Smith riguardano:

- Il periodo di riferimento. Si è scelto di analizzare un periodo storico che va dal terzo semestre del 2014 fino al secondo del 2018, per un totale di sedici osservazioni della misura

di rischio per ogni banca inclusa nel campione; tale periodo è stato fissato in base al più grande periodo comune in cui le banche hanno reso disponibili i dati.

- La composizione del campione. Il campione di Pèrignon e Smith era composto da quattro grandi banche americane, caratteristica che viene riprodotta per due ragioni:
 - Per cercare di replicare quanto più fedelmente l'analisi dei due autori.
 - Per utilizzare una proxy unica per il rischio di tasso di cambio.

Il campione è ora composto da: J.P. Morgan & Chase, CitiGroup, Bank of America e Morgan Stanley. La sostituzione di HSBC con Morgan Stanley è dovuta alla mancanza dei dati, infatti, HSBC non rende più pubbliche le Pillar 3 Disclosures.

- Gli indici utilizzati come proxy delle categorie di rischio. Uno degli indici utilizzati da Pèrignon e Smith non è disponibile per il periodo di riferimento dell'analisi. In particolare il "DJ AIG Commodity Index" viene sostituito con il "Bloomberg Commodity Index".
- Gli approcci utilizzati per il calcolo della matrice delle correlazioni rimangono gli stessi, quindi:
 - L'approccio non condizionato, basato su medie mobili semplici a 250 osservazioni.
 - L'approccio condizionato, basato sul modello DCC.

Il punto iniziale dell'analisi è stato il reperimento dei dati di tutte le banche e per tutto l'orizzonte fissato. Tutti i dati sono stati presi dal sito aziendale delle banche, nella sezione delle Pillar 3 Disclosures e questi comprendono:

- Il VaR individuale per ogni categoria di rischio, in milioni di dollari.
- L'Undiversified VaR che rappresenta la somma dei VaR di categoria di rischio.
- Il Diversified VaR che rappresenta il VaR aggregato.
- Per Diversification si intende l'effetto diversificazione dovuto alle correlazioni tra le diverse fonti di rischio, questo viene calcolato come differenza tra l'Undiversified VaR e il Diversified VaR
- Per Coefficiente di diversificazione della banca si intende quello implicito ∂ , che viene calcolato come segue:

$$\partial = \left(\sum_{i=1}^N VaR_i - DVaR \right) / \sum_{i=1}^N VaR_i$$

Dove VaR_i rappresenta il VaR individuale per ogni i-esima categoria di rischio, mentre per $DVaR$ si intende il Diversified VaR.

Il secondo passaggio è stato il reperimento dei prezzi degli indici utilizzati come proxy delle fonti di rischio che ricordiamo essere:

- Per il rischio azionario: S&P500
- Per il tasso di interesse: 1 Year Treasury Rate
- Per il rischio merci: Bloomberg Commodity Index
- Per lo Spread sul credito: Il rendimento in eccesso del BBA Corporate Yield di Moody rispetto al 1 Year Treasury Rate
- Per il Tasso di Cambio: il Trade Wheighted Currencies Dollar Index

Una volta ottenuti i rendimenti degli indici utilizzati come proxy delle fonti di rischio, il passo successivo nell'analisi è stato il calcolo delle matrici di correlazione. Questo è il punto focale dell'analisi, in quanto ciò che si vuole testare è proprio se le banche riescono a cogliere tale effetto di diversificazione.

Per il calcolo delle matrici di correlazione si sono utilizzati due differenti approcci che portano naturalmente a matrici di correlazioni differenti. In altre parole l'analisi si sdoppia, infatti, il confronto tra i coefficienti di diversificazione impliciti (delle banche) ed empirici (calcolati in questa sede) avverrà con:

- Coefficienti di diversificazione empirici calcolati in base all'approccio non condizionato.
- Coefficienti di diversificazione empirici calcolati in base all'approccio condizionato.

Per quanto riguarda l'approccio non condizionato, questo si basa sul calcolo delle correlazioni utilizzando un modello a media mobile semplice.

Per quanto riguarda l'approccio condizionato, questo si è basato sul calcolo delle matrici di correlazione utilizzando il DCC. Il modello DCC è un modello basato su un GARCH(1,1) ma multivariato.

Una volta stimate le matrici di correlazione è stato possibile calcolare i coefficienti di diversificazione empirici sia con l'approccio non condizionale sia con quello condizionale.

Per poter verificare la tesi dell'analisi, si sono elaborate diverse misure per dare un'idea di come si muovano tali coefficienti di diversificazione.

Tali misure vengono calcolate a partire dai coefficienti di diversificazione utilizzati dalla banca e quelli empirici calcolati per l'approccio condizionale e per quello non condizionale. Tali misure sono:

- La media dei coefficienti delle banche tra i diversi trimestri.
- La media dei coefficienti dei trimestri tra le diverse banche.
- Coefficiente medio del periodo di riferimento.

Da queste misure si può capire come l'approccio al calcolo delle matrici di correlazioni che porta al maggior coefficiente di diversificazione non è sempre il medesimo, tuttavia, in media, il coefficiente di diversificazione utilizzato dalle banche risulta essere il maggiore tra tutti.

Come ci si aspettava, l'analisi svolta in questo capitolo ha portato lo stesso risultato di quella di Pèrignon e Smith, ovvero: le banche non sovrastimano il VaR perché non in grado di stimare efficientemente le correlazioni tra le fonti di rischio, anzi queste risultano avere, in media, un coefficiente di diversificazione maggiore di quello previsto dalle correlazioni stimate con entrambi gli approcci utilizzati.

Bibliografia

- Basel Committee on Banking Supervision, International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, Bank for International Settlement, June 2004.
- Basel Committee on Banking Supervision, Minimum capital requirements for market risk, Bank for International Settlement, January 2016, pagg 13-49.
- Basel Committee on Banking Supervision, Revisione del quadro di cartolarizzazione, Bank for International Settlement, Dicembre 2014.
- Berkowitz & O'Brien, How Accurate are Value at Risk model at commercial banks? Journal of Finance 57, pagg. 1093-1111.
- Basel Committee on Banking Supervision, Revisions to the Basel II market risk framework, Bank for International Settlement, February 2011.
- Bollerslev, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, 1986.
- Basel committee on banking supervision, international convergence of capital measurement and capital standards, Bank for International Settlement, July 1988.
- Black, Scholes e Merton, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, 1973.
- J.P. Morgan & Reuters, RiskMetrics, 1996.
- Francq e Zakoian, Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA-GARCH processes, 2004.
- Glosten, Jagannathan & Runkle, On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, 1993.
- J.P. MORGAN, RiskMetrics, 1994.
- Markowitz, Portfolio Selection, 1952.
- Nelson, Filtering and Forecasting with misspecified ARCH models: getting the right variance with the wrong model, 1992.
- Pérignon & Deng & Wang, Do Banks Overstate their Value-at-Risk?, 2006.
- Pérignon, Smith, Diversification and Value at Risk, Journal of Banking & Finance 34 (2010) pagg. 55-66.
- Resti & Sironi, Rischio e Valore nelle banche, EGEA, 2008.
- Szilárd Pafka & Imre Kondor, Evaluating the RiskMetrics Methodology in Measuring Volatility and Value-at-Risk in Financial Markets, 2008.