Dipartimento di Impresa e Management

Cattedra di Economia dei mercati e degli Intermediari Finanziari

Gli strumenti derivati; modelli di valutazione delle opzioni: il modello binomiale come semplificazione del modello di Black e Scholes.

RELATORE

Prof. *Alfredo Pallini*

CANDIDATO

Egidio Pulignano

Matr. 213081

ANNO ACCADEMICO 2018/2019

A mia madre, che con la sua immensa forza mi ha insegnato che non esiste alcun tipo di difficoltà che non possa essere superata.

A mio padre, che mi ha trasmesso i valori del sacrificio e dell'impegno, spronandomi a dare sempre un po' di più del massimo.

A mio nonno, il mio secondo padre, che mi ha accompagnato e guidato con la sua saggezza in tutti i momenti importanti della mia vita sin qui.

A Matteo, alle nonne, tutti gli zii e cugini, che mi hanno supportato in ogni momento.

A Vercio, Giuseppe, Arcangelo, Francesco G., Francesco S. e Gio, la mia seconda famiglia, da sempre presenti nella mia quotidianità e pronti a incoraggiarmi in qualsiasi occasione.

INDICE

Introduzione

Nel primo libro della *Politica*[1], Aristotele, per dimostrare quanto fosse facile per i filosofi arricchirsi attraverso l'uso delle loro conoscenze se solo lo volessero, utilizza quello che viene definito l'aneddoto di Talete di Mileto, matematico e filosofo vissuto nel VI secolo a.C.

Stando a quanto riporta il filosofo, Talete, avendo previsto dai suoi calcoli astronomici una grande stagione di raccolta delle olive, affittò in inverno tutti i frantoi della zona ad una cifra molto bassa, pagando ai proprietari una piccola somma sui guadagni futuri. Quando arrivò la stagione di raccolta, essendo i calcoli di Talete corretti e la domanda di frantoi molto alta, egli subaffittò tali frantoi al prezzo che poté decidere lui, arricchendosi notevolmente.

Dunque, per dimostrare quanto fosse facile l'accumulo di ricchezze per i filosofi, ma che questa non era la loro priorità, Aristotele ci fornisce, quasi involontariamente, la prima testimonianza storico letteraria dell'idea di strumento derivato. Infatti, l'accordo di Talete con i proprietari dei frantoi non lo vincolava a mantenere l'affitto degli stessi per un determinato periodo di tempo; se nella stagione di raccolta la domanda di frantoi fosse stata bassa, con ogni probabilità, Talete avrebbe rinunciato all'affitto, ma siccome la domanda fu alta egli poté incorrere in ingenti guadagni. Tale schema, ricorda vagamente l'acquisto di un'opzione call.

Come si è visto, i contratti di opzione e in genere i contratti derivati, anche senza essere stati definiti, hanno sempre fatto parte implicitamente della storia economica. Tuttavia, i primi mercati organizzati in cui venivano negoziati tali strumenti nacquero nella seconda metà dell'800 e solo negli anni '70 del 900, questi strumenti si svilupparono ufficialmente insieme ai loro mercati.

Nel corso del tempo tali strumenti si sono distinti per il fatto che l'opinione pubblica avesse pareri contrastanti nei loro confronti. C'è chi li ha visti come uno strumento utile per porre in atto una molteplicità di strategie operative e per coprirsi da eventuali rischi finanziari e c'è poi chi li ha definiti come "un'arma finanziaria di distruzione di massa".

Occorre precisare che tali strumenti sono per loro natura rischiosi, ma ovviamente non si può dare un'accezione negativa o positiva del termine, in quanto essa dipende sempre dall'uso che se ne vuole fare. Se usati correttamente e con la giusta prudenza, tali strumenti possono rivelarsi molto utili per chi li utilizza, ma se usati in malo modo possono avere effetti molto dannosi.

Dalla loro nascita tali strumenti si sono sviluppati notevolmente di pari passo con il loro utilizzo. La crescita fu, probabilmente, talmente inaspettata che la regolamentazione degli stessi e dei loro mercati non si sviluppò con lo stesso ritmo. La principale conseguenza di ciò si ebbe nel 2007 quando scoppiò la crisi dei mutui subprime, all'interno della quale gli strumenti derivati svolsero un ruolo abbastanza importante. Infatti, quando

[1] Aristotele, *Politica*, A1, 1259a, 5-18 = Diels-Kranz 11 A 10

il prezzo degli immobili crollò, il valore dei numerosissimi derivati in circolazione, provenienti dalle cartolarizzazioni di mutui ipotecari, si annullò completamente provocando una grandissima perdita di denaro per tutti gli investitori.

In seguito alla grande crisi tali strumenti furono oggetto di un'importante regolamentazione ed il loro utilizzo continuò a crescere, al punto che, oggi, essi costituiscono una parte rilevante dei mercati finanziari. Pertanto, oggi, gli strumenti derivati hanno assunto un'importanza tale che li si ritenga pericolosi oppure utili, non possono essere trascurati.

In virtù di quanto detto e della loro importanza, in tale elaborato si vuole offrire una panoramica del vasto e intrigante mondo degli strumenti derivati, analizzando alcuni degli aspetti più critici. In particolare, dopo aver fornito una visione generale dei principali singoli strumenti derivati e dei loro mercati, nel secondo capitolo l'analisi si concentrerà sulle opzioni; qui verranno esaminate le principali tipologie e si vedranno gli aspetti più operativi delle stesse.

Nella seconda parte dell'elaborato (Capitoli 3 e 4), infine, concentrandosi esclusivamente sulle stock option di tipo europeo (i cui sottostanti non distribuiscono dividendi), verrà approfondito il tema della valutazione delle opzioni, sul quale nel corso del tempo si sono espressi molti studiosi, passando in rassegna due dei principali metodi di pricing delle opzioni: il modello di Black e Scholes e il modello binomiale. Verrà messo in luce come in realtà questi due metodi, seppur differenti tra loro, siano strettamente connessi.

Capitolo I
Gli strumenti derivati e i mercati di strumenti derivati

Uno strumento finanziario derivato è un tipo di contratto che si caratterizza per il fatto che il suo rendimento è legato al rendimento di un altro strumento finanziario emesso in precedenza e separatamente negoziato[2]; quest'ultimo viene detto sottostante o underlying del derivato.

La logica che sta alla base del funzionamento degli strumenti derivati è la seguente: al variare del valore (rendimento) del sottostante si modificherà anche il valore del derivato. Gli strumenti derivati possono avere qualsiasi tipo di sottostante, ad esempio: titoli di stato, indici di borsa, azioni quotate, valute, tassi di interesse, merci. A tal proposito è opportuno distinguere tra strumenti derivati sulle merci, detti *commodity derivatives*, i quali sono legati ad attività reali come il petrolio, l'oro, il grano, ecc. e strumenti derivati finanziari, che hanno come sottostante tassi di interesse, valute, azioni, indici azionari ecc.[3]

In genere l'utilizzo di tali strumenti viene effettuato per finalità di assicurazione o copertura dei rischi; tuttavia, oltre a tale utilizzo, che può essere definito "tradizionale", essi possono essere usati per finalità di arbitraggio oppure di semplice speculazione. Un'ulteriore caratteristica degli strumenti finanziari derivati è il basso costo che l'operazione comporta; ciò è dovuto a quello che comunemente viene definito "effetto leva", che permette di aprire una posizione nominale sostanziosa in un determinato strumento derivato pur effettuando un esborso effettivo di denaro decisamente inferiore; questo aspetto non è sempre un qualcosa di positivo, poiché, se da un lato esso permette di ottenere ingenti guadagni, dall'altro, se le cose vanno male, genererà ingenti perdite.

Per via della grande varietà di tali strumenti sarebbe impensabile trattarli tutti in tale elaborato, pertanto, in questo primo capitolo, ci soffermeremo sulla trattazione dei più importanti schemi contrattuali, ovvero Futures, Swaps, Forward, rinviando la trattazione delle opzioni al secondo capitolo, ove verranno approfondite maggiormente.

1.1.Evoluzione degli strumenti derivati

Prima di procedere con l'analisi delle categorie di strumenti finanziari derivati, è opportuno soffermarsi sullo sviluppo e sulla crescente importanza che tali strumenti finanziari hanno acquisito nel tempo. In particolare, gli strumenti derivati non sono una categoria di strumenti finanziari nuova all'interno dei mercati internazionali; la loro origine risale all'epoca romana. Tuttavia, la nascita dei primi mercati organizzati per tali strumenti si è avuta solo tra XVI e XVII secolo. In seguito alla rivoluzione industriale si avvertì l'esigenza di standardizzare questi tipi di contratti, quando i mercanti europei, che si occupavano di importazioni dagli Stati

---

[2] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

[3] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*

Uniti, iniziarono a stipulare contratti sul cotone e sui grani detti *to-arrive contract*.[4] Aldilà di questo excursus storico, la vera e propria crescita dell'utilizzo di tali strumenti e la nascita dei relativi mercati si è avuta negli ultimi 30/40 anni, a seguito della crescente necessità di coprirsi da particolari categorie di rischi finanziari; ha, infatti, assunto sempre più importanza l'attività di *risk management*. È possibile ricondurre tale evoluzione a varie fasi di sviluppo:

- Una prima fase, che ha visto la nascita dei contratti futures su valuta, è dovuta alla fine degli Accordi di Bretton Woods nel 1971, che ha posto fine al sistema internazionale di cambi fissi facendo così emergere il rischio di cambio.
- Una seconda fase di sviluppo può essere ricondotta agli shock petroliferi del 1973 e del 1979 che hanno portato ad un aumento del rischio di mercato e ad un cambiamento, verso la fine degli anni '70, nella conduzione della politica monetaria da parte della Federal Reserve statunitense con obiettivi stabiliti in termini di quantità di moneta in circolazione e non di tasso di interesse[5]. Ciò provocò un incremento della volatilità dei tassi di interesse e pertanto vennero introdotti gli strumenti derivati aventi come sottostante proprio i tassi di interesse.
- Un'ultima fase ha invece visto, negli anni '90, la nascita di strumenti derivati a copertura del rischio di credito: si tratta dei cosiddetti derivati creditizi.

Per capire ancor di più quanta importanza stanno assumendo tali tipi di strumenti finanziari basti pensare che la prima indagine annuale dell'ESMA, pubblicata il 18 ottobre 2017, ha evidenziato che nei soli 28 paesi dell'UE l'entità delle transazioni in derivati era pari a 660 mila miliardi di euro[6]. Tutto ciò assume un significato ancor più rilevante se lo si paragona al Pil prodotto in Europa nello stesso periodo che ammontava a 15 300 miliardi di euro, ben 43 volte inferiore.

Ciò è possibile grazie alla caratteristica degli strumenti finanziari derivati descritta in precedenza: l'effetto leva. Oltre ai vari rischi legati a tale analisi, questi dati ci permettono di comprendere la larga diffusione di tale tipologia di strumenti finanziari e la vastità del loro mercato. Ormai i derivati non possono essere ignorati, anche perché il mercato dei derivati, misurato in termini di valore delle attività sottostanti, è molto più grande del mercato azionario[7].

---

[4] Consob, l'uso dei derivati finanziari, http://www.consob.it/web/investor-education/l-uso-dei-derivati-finanziari

[5] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., Economia degli intermediari finanziari, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

[6] Fonte: Il Sole 24 ore, https://www.ilsole24ore.com/art/banche-allarme-derivati-valgono-33-volte-pil-mondiale-AErENbtG?refresh_ce=1

[7] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

1.2. Principali categorie di strumenti derivati

Come già detto il mondo degli strumenti derivati è di enorme vastità; tuttavia tra i contratti maggiormente diffusi troviamo: forward, futures, swaps e opzioni (queste ultime verranno trattate in modo più approfondito nel successivo capitolo).

1.2.1. Forward

I contratti forward (o contratti a termine) sono tra gli strumenti derivati più semplici. Essi sono accordi stipulati al tempo t, tra un acquirente e un venditore, per scambiarsi a una certa data futura prestabilita, T, un'attività ad un prezzo (detto prezzo forward) predeterminato al tempo t. Dunque, un contratto a termine consiste in un contratto di compravendita differita, in cui tutti i termini dello scambio, quantità e qualità del sottostante, suo prezzo e data vengono precisati e sottoscritti dalle parti alla data t[8].

Essi si differenziano dai contratti spot (a pronti), in quanto questi ultimi sono accordi per comprare o vendere un'attività con regolamento immediato[9]. L'attività sottostante i contratti forward può essere del tipo più svariato (titoli, tassi di interesse, valute ecc.) e la stipula di suddetto contratto avviene in maniera autonoma e libera tra le parti: una volta entrati in contatto, acquirente e venditore stabiliscono liberamente in base alle proprie esigenze i termini contrattuali. Tale caratteristica fa sì che i forward siano un'attività poco standardizzata (in quanto i termini contrattuali saranno negoziati volta per volta tra le parti), le cui transazioni avvengono principalmente sui mercati OTC (Over the Counter), piuttosto che in mercati regolamentati come quelli dei futures[10].

Solitamente i principali operatori dei mercati a termine sono gli intermediari finanziari che possono operare in veste di *broker* o di *dealer*; per quelli che operano come dealer e si pongono come controparte attiva nella transazione, il profitto è dato dalla differenza tra i prezzi di acquisto dell'attività (prezzo bid) e quello di vendita (prezzo ask).

Chi si impegna ad acquistare una determinata attività ad una data futura e ad un prezzo prestabilito assume una posizione lunga nei contratti forward, viceversa, chi si impegna a vendere assume una posizione corta. Tali tipi di contratti, determinando oggi il prezzo di scambio, permettono alle parti di coprirsi dall'eventualità che il prezzo spot dell'attività sottostante si muova a loro sfavore nel periodo di tempo che intercorre tra la stipula del contratto e lo scambio vero e proprio. Questi contratti vengono utilizzati soprattutto nel mercato valutario per coprirsi da brusche oscillazioni dei tassi di cambio tra due valute e quindi cercare di azzerare il rischio di cambio per gli intermediari che detengono attività o passività denominate in valuta estera.

---

[8] Castellani G., De felice M., Morriconi F., *Manuale di finanza Vol III. Modelli Stocastici e contratti derivati*, Bologna, Il Mulino, 2006

[9] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni*, Milano, Franco Angeli, 2009

[10] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*,Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

1.2.2. Futures

I contratti futures, per quanto riguarda lo schema contrattuale, sono molto simili ai contratti forward.

Un contratto future viene definito come un contratto a termine in cui la controparte assume l'obbligo di comprare (posizione lunga) o vendere (posizione corta) una determinata quantità di attività sottostante ad una certa data futura e ad un prezzo prestabilito[11]. Tuttavia, oltre a tale analogia, il funzionamento dei contratti futures è completamente differente rispetto a quelli forward. *In primis* i contratti futures vengono negoziati principalmente in mercati regolamentati (come in Italia l'IDEM, in America il CME Group, in Giappone il TFX) e non in mercati Over-the-Counter e sono, dunque, maggiormente standardizzati. Inoltre, un altro aspetto che differenzia nettamente i futures dai forward è l'inesistenza del rischio di insolvenza della controparte. Infatti, se i forward sono contratti bilaterali e vi è una possibilità che la controparte sia inadempiente ai propri obblighi contrattuali, nei futures tale rischio viene minimizzato dalla presenza di una Clearing House (Cassa di Compensazione e Garanzia). Quest'ultima è un organo di borsa che agisce da intermediario nelle operazioni su futures e ha la funzione di garantire la solvibilità di tutte le parti coinvolte in ogni transazione[12]. Per far ciò, la Clearing House separa ciascuna negoziazione in futures in due transazioni, una in acquisto e una in vendita, e andrà a svolgere il ruolo di controparte per ciascuna operazione assumendo una posizione corta per una transazione di acquisto e una posizione lunga per una transazione di vendita. In tal modo la Clearing House permette che siano rispettati tutti gli obblighi contrattuali connessi ad una negoziazione in futures. Un'ulteriore differenza tra contratti futures e forward riguarda il prezzo del contratto: nei forward esso è fisso per tutta la durata del contratto, mentre nei futures viene aggiornato quotidianamente in base ad una procedura che viene detta *marking to market*; l'effetto di tale procedura è che, in base ai prezzi osservati giornalmente sui vari mercati futures, varierà il prezzo del singolo contratto futures. Ciò comporta per acquirente e venditore una serie di transazioni giornaliere in base all'oscillazione dei prezzi sui mercati futures. Qui si concretizza il ruolo della Clearing House: per evitare che chi assume una posizione lunga o corta su futures operi dei versamenti giornalieri in base al variare dei prezzi futures, questa, in quanto intermediario, richiede ai propri clienti l'apertura di un conto di deposito presso sé stessa e di versare un margine iniziale (detto anche margine di compensazione), per aprire una posizione in futures, che corrisponde ad una parte del valore del contratto e viene stabilito da ciascun mercato a seconda del tipo di sottostante e della quantità di contratti futures negoziati. La funzione di tale margine è quella di assicurare che i termini di un contratto futures siano rispettati. Dunque, in base alla procedura del *marking to market* e al sistema margini di garanzia, a fine giornata la Clearing house, sulla base del prezzo di chiusura giornaliero, provvederà a calcolare i profitti e le perdite generate su tutte le

[11] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*

[12] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018

posizioni in futures[13], calcolando quello che viene comunemente definito «margine di variazione», che verrà successivamente addebitato o accreditato sul conto dei vari clienti che hanno posizioni aperte in futures.
In particolar modo per chi ha una posizione lunga vi saranno sul proprio conto dei flussi positivi (negativi) all'aumentare (diminuire) del prezzo futures; viceversa per chi ha una posizione corta.
Un ultimo aspetto del sistema dei margini da tenere in considerazione è quello dei margini aggiuntivi infra-giornalieri. Infatti, se la volatilità dei prezzi rilevata sul mercato è molto elevata rispetto alla chiusura del giorno precedente, la Clearing House può richiedere a propria discrezione i margini di variazione anche con frequenza infra-giornaliera[14].
Per quanto riguarda invece l'investimento in futures tramite un intermediario finanziario e dunque non direttamente, sarà l'intermediario a richiedere i rispettivi margini al cliente con un'unica differenza: nel caso in cui il cliente registri delle perdite nella posizione futures da lui assunta e il livello dei fondi nel conto di margine scenda al di sotto di una determinata soglia (detta margine di mantenimento), l'intermediario inviterà il cliente a reintegrare il conto[15]. Se il cliente non provvederà alla reintegrazione del margine, l'intermediario liquiderà la sua posizione in futures. Tale caratteristica del margine di mantenimento non è invece richiesta per i clienti (soci) della clearing house, i cui saldi dei conti devono essere sempre pari al margine iniziale.
Infine, per quanto riguarda la chiusura delle posizioni su futures, la maggior parte dei contratti futures non comporta la consegna del sottostante, poiché essi vengono liquidati in contanti oppure molto spesso avviene la chiusura della posizione prima della scadenza, negoziando un contratto future di segno opposto rispetto all'originale.
Così come per i contratti forward, i futures vengono stipulati principalmente per finalità di: copertura e riduzione del rischio di oscillazione del prezzo di un titolo; speculazione; arbitraggio.

1.2.3. Swaps

Uno swap è un'operazione finanziaria che viene effettuata tra due parti le quali si impegnano a scambiarsi periodicamente dei flussi monetari a scadenze predeterminate in relazione al variare di un'attività sottostante, la quale può essere un tasso di interesse fisso o variabile, un titolo ecc. Caratteristica fondamentale di uno swap è che la stipula del contratto deve avvenire con una controparte che ha esigenze opposte rispetto alle proprie; dunque, la ricerca di una controparte ha un ruolo determinante affinché vengano stipulati tali tipi di contratti. I contratti swap vengono utilizzati per cercare di ridurre i rischi di: cambio (Swap su valute), interesse (Swap su tassi di interesse) e credito (Swap sul rischio di credito).

[13] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*
[14] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati*, Milano, Torino, Pearson, 2018
[15] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

Il principio di base per tutte le categorie di swaps è sempre lo stesso e consiste nella modifica, per conto delle parti, dei flussi monetari legati ad attività o passività finanziarie in una certa direzione attraverso la stipula di un contratto di swap[16]. Vi sono varie categorie di swap; quelle più diffuse, che verranno trattate di seguito, sono: *Interest Rate Swap, Swap su valute e Credit default Swap*.

- Interest Rate Swap → tale tipo di contratto permette di proteggersi nel lungo termine dal rischio di tasso di interesse. In particolare, un *interest rate swap* prevede uno scambio di flussi monetari tra due parti che vengono calcolati in base a dei tassi di interesse predeterminati, di solito uno fisso e uno variabile. L'acquirente dello swap (posizione lunga) si impegnerà a pagare, a scadenze predefinite, alla controparte un importo, pari a un tasso di interesse fisso, in relazione al capitale nozionale indicato sul contratto. Il venditore dello swap (posizione corta), invece, sulla base dello stesso capitale nozionale, pagherà al venditore un importo legato al valore di un tasso di interesse variabile indicato nel contratto, alle stesse scadenze. Tramite la stipula di uno swap è possibile trasformare le proprie attività o passività da tasso fisso a tasso variabile e viceversa: se, ad esempio, un intermediario detiene passività a tasso variabile, tramite l'assunzione di una posizione lunga su uno swap egli pagherà tasso fisso al venditore dello swap e in cambio riceverà il tasso variabile necessario a pagare le proprie passività. In tal modo egli renderà le proprie passività immuni da eventuali variazioni sfavorevoli del tasso di interesse, riducendo il rischio di interesse.
- Currency Swap → Tale tipo di contratto di swap riguarda le valute: oggetto di scambio tra le parti sono flussi monetari periodici denominati in due diverse valute. Tali tipi contratti vengono stipulati per rendere immuni dal rischio di cambio attività o passività denominate in una valuta che non è quella nazionale. In particolar modo al momento della sottoscrizione del contratto viene stabilito tra le parti un tasso di cambio fisso al quale verranno scambiate le due valute. In tal modo è possibile trasformare le proprie attività/passività denominate in valute estera in valuta nazionale, cosi come nell'*interest rate swap*, come è già stato detto, è possibile trasformare le proprie attività/passività a tasso variabile in attività/passività a tasso fisso e viceversa. La logica alla base dei due contratti è identica; l'unica differenza fa riferimento al fatto che negli swap su valute si includono sia i pagamenti della quota capitale che quelli degli interessi, mentre negli swap su tassi di interesse si inseriscono solamente i pagamenti su tassi di interesse. Il motivo di tale differenza è dovuto al fatto che negli swap su valute sia la quota capitale sia gli interessi sono esposti al rischio di cambio, mentre negli swap su tassi di interesse solo la quota interessi è esposta al rischio di interesse, ma non la quota capitale.
- Credit Default Swap → questi sono tra i derivati creditizi più diffusi. Permettono a chi li acquista la copertura contro il rischio di credito da parte di una società o di un Paese. Il CDS è simile ad un

[16] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9

contratto assicurativo che offre protezione contro il rischio di insolvenza di una certa società; infatti chi acquista tali contratti paga alla controparte una sorta di premio assicurativo, detto CDS spread, fino alla scadenza del contratto o fino all'insolvenza della società oggetto del contratto che viene chiamata *reference entity*[17]. In tal modo, il compratore del contratto ottiene una protezione che viene quantificata con il diritto di vendere alla pari le obbligazioni della società qualora si verifichi l'evento creditizio cioè lo stato di insolvenza della società. Se il contratto prevede la consegna fisica, il compratore, nel caso si verifichi l'evento creditizio riceverà obbligazioni da vendere alla pari, per un valore nominale pari al capitale nozionale del contratto. Se, invece, il contratto prevede la liquidazione per contanti, alcuni giorni dopo, il mercato nei quali vengono trattati tali swaps provvederà pochi giorni dopo il verificarsi dell'evento creditizio ad organizzare un'asta per determinare il prezzo delle obbligazioni a minor costo tra quelle emesse dalla società di riferimento e successivamente a pagare il compratore del CDS[18]. Dunque, oltre che per fini meramente speculativi e per "scommettere" sul fallimento di una determinata società, i CDS sono principalmente usati per coprire le proprie esposizioni nei confronti di obbligazioni societarie.

1.3. Mercati di strumenti derivati

I mercati di strumenti derivati hanno ormai assunto una dimensione e un'importanza rilevante e si sono sviluppati di pari passo con il progressivo sviluppo degli strumenti derivati stessi. Per via della vastità di questi mercati, in prima analisi è possibile fare una distinzione tra mercati di borsa e mercati Over The Counter. Nei mercati di borsa vengono trattati principalmente quegli strumenti derivati le cui caratteristiche sono maggiormente standardizzate e che vengono definite dalle stesse borse (attività sottostante, durata, modalità di liquidazione ecc.), come i futures e le opzioni.

Tra i primi mercati di borsa per strumenti derivati troviamo: il Chicago Board of Trade che fu istituito nel 1848 e che in seguito si fuse con la Chicago Mercantile Exchange (CME), per dare vita al CME Group; la Chicago Board Options Exchange (CBOE), una delle prime borse negli anni '70 a trattare le opzioni scritte su azioni e a creare un mercato ben organizzato per queste ultime. I mercati fuori borsa, i cosiddetti Over the counter, sono mercati di tipo elettronico che vengono utilizzati per quei contratti derivati poco standardizzati, in cui vi è la necessità di un accordo bilaterale fra le parti, le quali si incontrano e definiscono tra loro le specifiche e i termini contrattuali. Tali tipi di mercati sono molto diffusi per quelle categorie di strumenti derivati quali i forward e gli swaps.

Concentrandosi sul panorama italiano, il mercato regolamentato degli strumenti derivati è denominato IDEM (Italian Derivative Market) ed è gestito da Borsa Italiana S.p.a. Al suo interno circolano strumenti finanziari

[17] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018
[18] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018

quali futures, opzioni, warrants, covered warrants e ETF[19]. Per quanto riguarda queste ultime categorie di strumenti derivati, detti «strumenti derivati cartolarizzati», esiste uno specifico mercato regolamentato, il SeDeX (Securitised Derivatives Exchange). L'IDEM è uno dei maggiori mercati di derivati nel panorama europeo: scambia circa 200.000 contratti al giorno per un contro valore nozionale di circa 3,7 miliardi di euro[20]. Inoltre, il mercato IDEM è suddiviso in due segmenti: IDEM Equity e IDEX: nel primo vengono negoziati principalmente futures e opzioni su azioni e indici italiani ed europei; il secondo è riservato ad investitori istituzionali ed è un segmento sul quale vengono negoziati, tra gli altri, i derivati su commodities. L'IDEM per quanto riguarda le fasi di negoziazione è organizzato in maniera elettronica, aspetto questo che lo differenzia dai mercati di strumenti derivati americani, all'interno dei quali la negoziazione avviene principalmente tramite il sistema di aste alle grida (anche se tutt'ora tali mercati si stanno spingendo sempre di più verso le contrattazioni elettroniche come nell'IDEM). La giornata di negoziazione nell'IDEM è organizzata in maniera simile al mercato azionario e prevede due fasi: l'asta di apertura e la negoziazione continua. Nella prima (e più precisamente nella fase di pre-asta) è possibile inserire, modificare e cancellare gli ordini; durante questa fase viene calcolato e aggiornato in tempo reale, a titolo informativo, il prezzo teorico di apertura. Successivamente al termine della fase di pre-asta viene calcolato il prezzo effettivo di apertura, in particolare nella fase tecnica di validazione e infine, nella fase dell'asta di apertura vengono eseguite, al prezzo determinato nella fase di validazione, le proposte di negoziazione raccolte nella fase di pre-asta. Le proposte ineseguite vengono trasferite alla fase di negoziazione continua nella quale la conclusione dei contratti è data dall'incontro tra le proposte in acquisto e quelle in vendita per un determinato strumento. In particolar modo, le proposte immesse dagli operatori vengono abbinate in tempo reale sulla base delle priorità prezzo-tempo delle proposte di negoziazione immesse nel sistema[21]. Una differenza fondamentale tra il mercato dei derivati (IDEM) e quello azionario, è data dalla presenza, nel primo, di operatori market maker che hanno il compito di assicurare la liquidità dei contratti attraverso l'esposizione di quotazioni in acquisto e in vendita per quantitativi minimi predefiniti[22]. Dunque, per operare sull'IDEM bisogna trasmette un ordine al broker di acquisto o di vendita, il quale provvederà ad eseguirlo; una volta concordato il prezzo della negoziazione, le parti non portano a compimento la transazione in maniera autonoma ma, tramite l'intervento della Clearing House, che garantisce il compimento di tutte le contrattazioni effettuate su quel determinato mercato (cfr. 1.2.2.). Procedendo con l'analisi, per quanto riguarda forward e swaps, le negoziazioni di questi ultimi avvengono principalmente in mercati OTC (Over The Counter); in questi avviene direttamente l'incontro tra

---

[19] Borsa Italiana S.p.a.: Glossario Finanziario. https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/strumenti-finanziari-derivati.html
[20] Borsa Italiana: *IDEM – il mercato italiano dei derivati.* https://www.borsaitaliana.it/derivati/derivatiold/brochureidem.pdf
[21] Borsa Italiana: *IDEM – il mercato italiano dei derivati.* https://www.borsaitaliana.it/derivati/derivatiold/brochureidem.pdf
[22] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

le parti del contratto, le quali, affinché avvenga la conclusione del contratto si devono accordare su tutte le specifiche contrattuali. Infatti, questa tipologia di mercati è rappresentata da reti di *dealers* collegati tra loro tramite telefono o computer e le negoziazioni si svolgono in maniera diretta con i mezzi sopracitati, o in maniera indiretta tramite un *interdealer broker*[23], che ha il compito di facilitare le transazioni tra le parti.
Prima della crisi finanziaria del 2007 tali mercati erano poco regolamentati; in seguito si è provveduto ad aumentarne la trasparenza, la chiarezza e l'efficienza. Inoltre, per quanto riguarda gli swap, è presente a livello internazionale un'associazione che ha la funzione di stabilire i codici di comportamento e gli standard contrattuali per tali strumenti; si tratta dell'ISDA (International Swap and Derivatives Associaton).
Questa cerca di porsi come supervisore di un mercato poco regolamento, agendo sulla correttezza, trasparenza e chiarezza all'interno del mercato; l'ISDA funge anche da portavoce per il settore sulle questioni di regolamentazione e mette a disposizione un forum per l'informazione e la formazione degli operatori di mercato; inoltre, stabilisce gli standard di condotta commerciale dei propri membri[24].

[23] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018
[24] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

Capitolo II

Le opzioni e strategie di investimento

Le opzioni costituiscono una delle più diffuse tipologie di contratti derivati presenti sui mercati internazionali. Tale strumento è relativamente nuovo nella storia dei mercati; basti pensare che il primo mercato riservato esclusivamente alla trattazione di opzioni fu inaugurato solamente nel 1973 e fu il CBOE (Chicago Board of Option Exchange). Da lì in poi il mercato delle opzioni si diffuse sempre di più, a causa della grande flessibilità di tale strumento, che permette di mettere in atto un elevato numero di strategie operative. Inoltre, il successo riscosso dalle opzioni ha fatto sì che si ampliasse notevolmente, nel tempo, la gamma di questi contratti; oggi, i sottostanti alle opzioni, come per gli altri strumenti derivati, sono di ogni genere.
L'obiettivo di questo capitolo è l'analisi delle principali caratteristiche dei contratti di opzione e delle varie tipologie; si concluderà con alcuni cenni alle strategie di investimento di base che possono essere messe in atto utilizzando le opzioni.

2.1. Caratteristiche principali

I contratti di opzione sono dei contratti che conferiscono all'acquirente, dietro il pagamento di un premio, il diritto di acquistare o vendere ad una determinata data e a un certo prezzo una prestabilita quantità di attività sottostante al contratto di opzione. Da questa semplice definizione di contratto di opzione, è immediato notare la differenza con i contratti forward o futures: nei contratti di opzione si acquisisce un diritto, non l'obbligo di acquistare o vendere una determinata attività oggetto del contratto ad una data e ad un prezzo prestabilito. In questo caso il compratore è colui che potrà esercitare il diritto di opzione mentre il venditore dell'opzione, che ha ricevuto in pagamento il premio da parte del compratore, subirà la decisione del compratore stesso[25]. In tale sede introduttiva è importante distinguere tra opzioni di tipo europeo (european style) e opzioni di tipo americano (american style). Oggetto di tale differenza è la modalità di esercizio dell'opzione, per quanto riguarda la scadenza della stessa. La scadenza dell'opzione è una delle caratteristiche fondamentali e, con essa, si intende la data alla quale o entro la quale potrà essere esercitato il diritto incorporato nell'opzione.
In questo risiede la differenza tra opzioni europee e opzioni americane: nelle prime il diritto potrà essere esercitato solo alla scadenza; nelle seconde potrà essere esercitato in qualsiasi momento anche prima della scadenza.
Infine, sarà utile nel resto della trattazione precisare quando le opzioni sono *in the money* (ITM), *at the money* (ATM) e *out of the money* (OTM). Un' opzione è detta *in the money* quando conviene esercitare il diritto

[25] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

incorporato nella stessa; è definita *at the money* quando lo *strike price* sarà pari al prezzo del sottostante; sarà *out of the money* quando non converrà esercitare il diritto di opzione.

2.2. Opzioni put e call

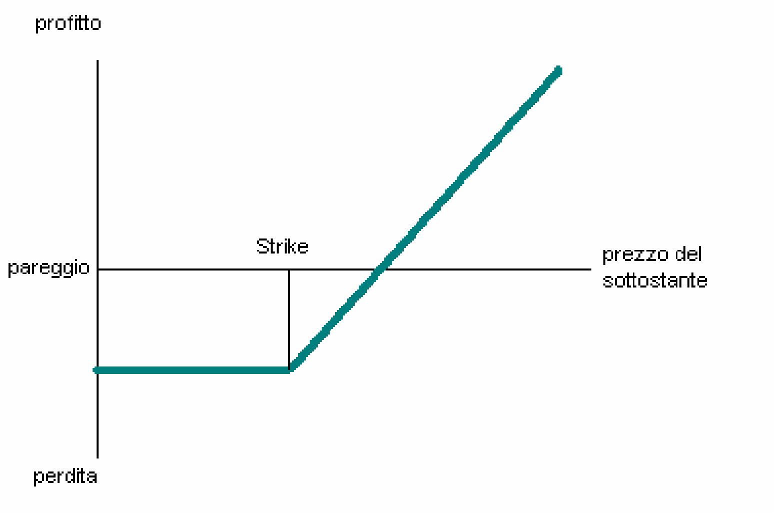
I contratti di opzioni si suddividono in due tipologie principali: opzioni call e opzioni put.

Un'opzione call conferisce all'acquirente il diritto di comprare l'attività sottostante a un prezzo predeterminato, il cosiddetto prezzo di esercizio o strike price (K), dietro il pagamento di un premio call (C): nient'altro che una commissione pagata in anticipo[26].

Un'opzione put conferisce all'acquirente il diritto di vendere l'attività sottostante a un prezzo predeterminato (K) al venditore della put a fronte del pagamento allo stesso di un premio put (P). Si analizzano di seguito i profitti e le perdite legati alle quattro posizioni di base che si possono assumere su tali tipologie di opzioni[27]. In particolare, per ogni tipo di opzione si possono assumere due posizioni: una in acquisto (posizione lunga) e una in vendita (posizione corta).

2.2.1. Acquisto di una call

L'acquirente di una opzione call assume sulla stessa una posizione lunga (long call) e acquisisce il diritto di comprare il sottostante ad un determinato prezzo, detto strike price (K) a fronte del pagamento di un premio call (C) al venditore dell'opzione. L'assunzione di tale posizione si rivelerà una scelta corretta se ci si aspetta che nel tempo il prezzo dell'attività sottostante aumenti.



(Fonte: Borsa Italiana S.p.a.: https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/opzioni.htm)

Grafico 1: Funzione di payoff di una posizione lunga su call

[26] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

[27] Tale analisi si rivelerà utile nella parte finale del capitolo, dove verranno trattate le principali strategie di investimento con le opzioni, che non sono altro che combinazioni di queste quattro posizioni fondamentali.

Come si può desumere dal grafico che rappresenta la funzione di payoff per chi assume una posizione lunga su opzioni call, il soggetto inizierà ad incorrere in guadagni (ovvero, inizierà a recuperare l'investimento fatto pari al premio call pagato) quando il prezzo del sottostante supererà lo strike price. In particolare, l'investitore sarà in pareggio quando il prezzo del sottostante sarà pari allo strike price più il premio call pagato e una volta superata tale soglia, se il prezzo continuerà a salire vi saranno dei profitti per l'investitore; profitti che potenzialmente sono illimitati.

Se l'opzione è *in the money*, cioè quando il prezzo del sottostante è maggiore dello strike price, all'acquirente converrà esercitare l'opzione poiché pagherà un prezzo minore per un'attività che in realtà vale di più e rivendendola immediatamente sul mercato otterrà un profitto.

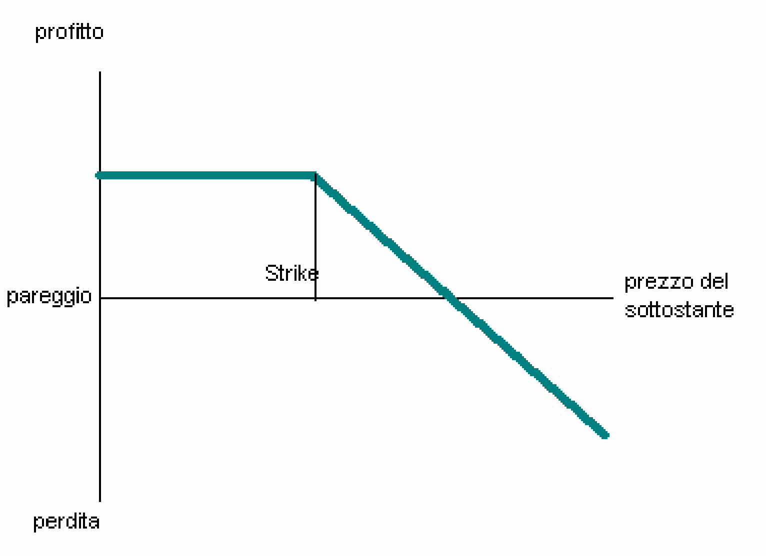
Un altro aspetto molto importante, che si può osservare dal grafico, è la limitazione, per l'acquirente delle perdite sulla posizione long call; infatti, se il prezzo del sottostante dovesse scendere al di sotto dello strike price (Opzione *Out of the money*), anche di molto, per lui le perdite saranno comunque limitate al premio call pagato al venditore al momento della stipula del contratto, poiché l'opzione non verrà esercitata.

In conclusione, assumere una posizione lunga su call risulta ottimo per quegli investitori che vogliono scommettere sul rialzo del mercato senza correre il rischio, in caso di ribasso, di subire le perdite in conto capitale connesse al possesso diretto del sottostante. È utile anche per quegli investitori che vogliano acquistare l'attività sottostante, ma intendano differire nel tempo le uscite finanziarie che l'acquisto del titolo comporterebbe[28].

2.2.2. Vendita di una call

Chi decide di vendere una call, e dunque di assumere una posizione corta sulla stessa, si impegna, a fronte dell'incasso del premio call (C), a vendere all'acquirente della call l'attività sottostante al contratto di opzione ad un prezzo predeterminato qualora l'acquirente decida di esercitare il diritto incorporato nell'opzione stessa. Come già detto è importante sottolineare che, mentre chi assume posizioni lunghe su opzioni ha la facoltà di esercitare il diritto, chi assume posizioni corte non può sottrarsi agli impegni assunti al momento della stipula del contratto, qualora l'acquirente decida di esercitare il proprio diritto. Dunque, l'assunzione di tale posizione in un contratto di opzione è conveniente quando ci si aspetta che il prezzo del sottostante nel tempo scenda.

[28] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*



(Fonte: Borsa Italiana S.p.a.: https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/opzioni.htm)

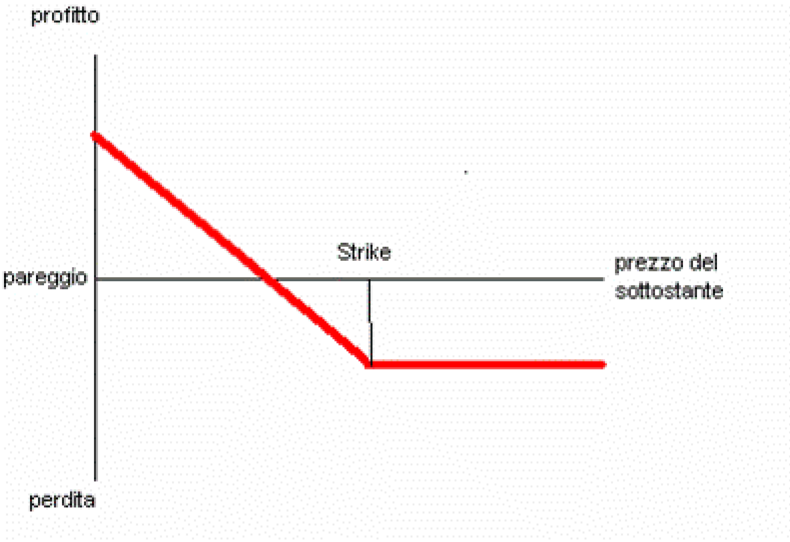
Grafico 2: Funzione di Payoff di una posizione corta su call

Come si può osservare dal grafico che rappresenta la funzione di payoff per chi assume una posizione corta su call, la situazione è completamente ribaltata rispetto a chi assume una posizione lunga. Per il venditore ci sarà un profitto iniziale immediato pari al premio call incassato, ma all'aumentare del prezzo dell'attività sottostante il suo profitto diminuirà di pari passo e inizierà ad andare in perdita quando il prezzo del sottostante supererà la soglia data dalla somma dello strike price e del premio call incassato, poiché si troverà costretto a vendere ad un prezzo nettamente minore un'attività che vale molto di più.

È fondamentale sottolineare (aspetto che richiede una certa cautela quando si assume una posizione corta su call) che, mentre i profitti per il venditore sono in qualsiasi caso limitati al premio call incassato, le perdite sono potenzialmente illimitate poiché non c'è nessun limite al prezzo che può assumere l'attività sottostante.

2.2.3 Acquisto di una Put

Chi assume una posizione lunga su un'opzione di tipo put (long put), acquista il diritto di vendere al venditore della "put" l'attività sottostante ad un determinato prezzo (strike price), a fronte del pagamento al venditore di un premio put (P). L'opzione put è uno strumento che permette, per chi assume una posizione lunga, di guadagnare quando il mercato scende. Un po' come con la vendita di una call, ma se si va ad osservare il grafico dei payoff si nota una differenza sostanziale.



(Fonte: Borsa Italiana S.p.a.: https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/opzioni.htm)

Grafico 3: Funzione di payoff di una posizione lunga su put

Come per la vendita della call, l'acquirente della "put", incorrerà in guadagni al diminuire del prezzo del sottostante, tuttavia qualora il prezzo del sottostante dovesse aumentare, le perdite non saranno illimitate come nel caso di una posizione corta su call, ma saranno limitate al premio put pagato al venditore al momento della stipula del contratto. In particolar modo fin quando il prezzo del sottostante sarà maggiore dello strike price e l'opzione put sarà *out of the money*, l'acquirente della "put" non eserciterà l'opzione ed incorrerà nella perdita sopra descritta. Invece, al diminuire del prezzo del sottostante l'opzione put diventerà sempre più *in the money* e l'acquirente inizierà ad avere dei profitti ed eserciterà sicuramente il proprio diritto, quando il prezzo del sottostante scenderà al di sotto di una soglia data dallo strike price meno il prezzo put pagato al venditore. Questo perché egli potrà vendere ad un prezzo maggiore un'attività che sul mercato in realtà varrà molto meno. Infine, il profitto massimo per l'acquirente della "put" si ha qualora il sottostante dovesse perdere completamente di valore.

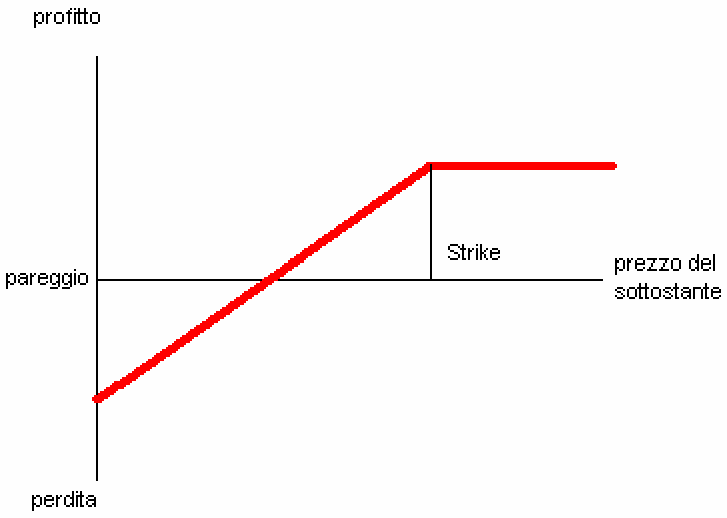
Dunque, tramite l'assunzione di una posizione lunga su un'opzione put, si intende "scommettere" sul ribasso del mercato, senza sostenere i costi connessi con la vendita allo scoperto o subire le perdite derivanti da tale operazione qualora il mercato dovesse muoversi in direzione opposta.

Inoltre, la "put" viene spesso utilizzata per proteggere il proprio portafoglio da ribassi del mercato; acquistare un titolo e la relativa "put" permette di ottenere guadagni in conto capitale qualora il titolo si apprezzi e limitare le perdite qualora il titolo si deprezzi, poiché le perdite sul titolo verrebbero bilanciate da un apprezzamento dell'opzione e la perdita massima verrebbe comunque limitata al valore dello strike price[29].

[29] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*

2.2.4. Vendita di una put

Chi assume una posizione corta (short put) su un'opzione put si impegna, a fronte dell'incasso di un premio put (P), ad acquistare ad un prezzo predeterminato (strike price) l'attività sottostante il contratto di opzione qualora l'acquirente decida di esercitare il proprio diritto. L'assunzione di tale posizione in un contratto di opzione put è da mettere in atto quando ci si aspetta che il valore del sottostante aumenti.



(Fonte: Borsa Italiana S.p.a.: https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/opzioni.htm)

Grafico 4: Funzione di payoff di una posizione corta su put

Come è possibile desumere dalla funzione di payoff, per il venditore della "put" inizieranno ad esserci guadagni quando il prezzo del sottostante supererà un valore dato dallo strike price meno il premio incassato; tuttavia questi profitti sono limitati al premio put incassato. Al contrario le perdite, qualora il valore dell'attività scenda, possono essere molto elevate; il venditore della "put" potrebbe trovarsi nella situazione di dover essere costretto ad acquistare un'attività che sul mercato vale poco, ad un prezzo di molto superiore. La perdita maggiore si avrà nel caso in cui il valore del sottostante diventi nullo, ed essa sarà pari al valore dello strike price meno il premio incassato. Si può osservare che assumere una posizione corta su opzioni put comporta un rischio più elevato rispetto all'assunzione di una posizione lunga sulle stesse; pertanto tale strumento viene utilizzato in concomitanza con ulteriori strumenti per realizzare strategie operative complesse ed efficaci.

2.3. Principali tipologie di Opzioni

Analizzando le opzioni da un'altra componente chiave delle stesse, l'attività sottostante, possiamo distinguere un'infinità di tipologie di opzioni; le opzioni hanno come sottostante le più svariate attività, da merci ad attività finanziarie. In questo paragrafo verranno analizzate, ognuna con le sue peculiarità, le tipologie di opzioni più diffuse sui vari mercati: opzioni su azioni (stock option), opzioni su indici azionari, opzioni su valute (currency option), opzioni su futures, Covered warrant (opzioni cartolarizzate).

2.3.1. Opzioni su azioni

Le opzioni su azioni sono tra le più diffuse tipologie di opzioni. Esse si caratterizzano per il fatto di avere come attività sottostante un titolo azionario di una società quotata in Borsa.

La quotazione corrente dell'azione sottostante permette all'investitore di avere un riscontro immediato, in base alla condizione dell'opzione: i*n the money, at the money* oppure *out of the money*. Tali tipologie di opzioni prevedono a scadenza la consegna del sottostante; tuttavia è possibile chiudere anticipatamente la propria posizione, qualora l'investitore non desideri ricevere l'azione, negoziando un contratto di segno opposto a quello che si detiene. Un aspetto fondamentale di tale tipologia di opzioni è il lotto minimo di negoziazione, ovvero la quantità di azioni scritte su un unico contratto di opzione. Il lotto minimo è il "moltiplicatore" che occorre utilizzare per determinare la dimensione di un singolo contratto; ad esempio se il lotto minimo all'opzione su X è pari a 1000, ciò significa che ciascun contratto di opzione su X controllerà 1000 azioni[30]. Da ciò è possibile ricavare il prezzo del contratto, dato dal valore del premio dell'opzione moltiplicato per il rispettivo lotto di azioni sottostanti, e la dimensione del contratto, data dal prodotto tra il valore dello strike price e il rispettivo lotto di azioni sottostanti (nell'esempio precedente pari a 1000). Per ciascuna opzione su azione sarà la Borsa, sulla quale è quotata, a determinare tutte le caratteristiche contrattuali: data di scadenza, prezzo di esercizio, trattamento dei dividendi, margini iniziali richiesti, premio del contratto e limiti alla dimensione delle posizioni degli investitori. In base a tali caratteristiche, e in particolare in base alla scadenza, al prezzo di esercizio e, ovviamente, al tipo call o put, si potranno avere diverse opzioni che hanno come sottostante la stessa azione. Si parla di classi di opzioni (*option class*) per quanto riguarda l'appartenenza alla tipologia put o call, e di serie di opzioni (*option series*), formate da tutte le opzioni di una data classe con uguale scadenza e uguale prezzo di esercizio.

Quindi, una serie individua un particolare contratto[31]; per diverse opzioni scritte sulla stessa azione vi potranno essere più serie.

Per quanto riguarda le opzioni su azioni negoziate sull'IDEM va sottolineato che queste specifiche opzioni prevedono uno stile di esercizio dell'opzione di tipo americano e sono scritte sui 48 titoli più liquidi e capitalizzati del mercato azionario italiano. Queste ultime sono molto diffuse poiché permettono di realizzare un grande numero di strategie d'investimento non attuabili con altri prodotti finanziari permettendo il raggiungimento di numerosi obiettivi.

---

[30] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*

[31] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018

2.3.2 Opzioni su indici azionari

Le opzioni su indici azionari (*index option*) si caratterizzano per il fatto di avere come sottostante il valore di un indice azionario di riferimento. Esse sono molto diffuse; tra quelle più popolari sui mercati americani si collocano le opzioni scritte sui seguenti indici: S&P500 (SPX), S&P100 (OEX), Nasdaq 100 (NDX) e Dow Jones Industrial (DJX)[32].

Per quanto riguarda invece il mercato italiano (IDEM), vi sono le opzioni scritte sull'indice FTSE MIB.

Caratteristica fondamentale di tali tipi di opzioni è che tutte, eccetto quelle scritte sull'indice S&P 100, prevedono una modalità di esercizio di tipo europeo. Inoltre, a differenza di quanto visto per le opzioni su azioni, nelle index option la liquidazione non si ha tramite la consegna dell'attività sottostante, bensì il regolamento avviene per contanti. Queste opzioni consentono, dunque, agli operatori di investire indirettamente in un dato mercato. Se si considera ad esempio l'assunzione di una posizione lunga su un opzione call scritta sull'indice FTSE MIB, l'investitore in caso di rialzo dell'indice, avrà dei rendimenti positivi dati dall'incremento di valore dell'opzione; egli avrà dei rendimenti positivi legati all'andamento del mercato senza però dover investire direttamente in tutto il paniere di azioni che compongono l'indice FTSE MIB.

Bisogna, infine, considerare che, come è noto, gli indici sono espressi in punti, pertanto per arrivare ad avere un valore monetario per ciascuna opzione su indice azionario viene stabilito un moltiplicatore, differente per ogni mercato. In tal modo, moltiplicando i punti dell'indice per tale valore si otterrà il valore monetario dell'opzione stessa e dunque si potrà capire quale sarà effettivamente l'eventuale guadagno o perdita che l'investitore realizzerà esercitando l'opzione in un dato momento. Il moltiplicatore delle opzioni sull'indice FTSE MIB è pari a 2,5€, di quelle sull'indice S&P 500 è pari a $500 e di quelle sull'indice S&P 100 è pari a $100[33]. Ad esempio, se un'opzione scritta sull'indice S&P 500 ha prezzo di esercizio pari a 2500, il valore in dollari associato all'esercizio di tale opzione sarà pari a 2000 X $500 = $1000000.

2.3.3. Opzioni su valute

Le *currency options* sono delle opzioni che hanno come sottostante una valuta. Esse sono negoziate principalmente in mercati Over the Counter; seppur esistono mercati di borsa per tali tipi di opzioni, le dimensioni di questi ultimi sono di molto inferiori rispetto ai mercati OTC.

A differenza dei forward su valute che bloccano il tasso di cambio per un determinato periodo, le currency options offrono un'assicurazione contro il rischio di cambio, che non è gratuita poiché si deve corrispondere un premio al venditore dell'opzione stessa. Allo stesso modo le currency options possono essere utilizzate per

---

32 Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati*, Milano, Torino, Pearson, 2018

33 Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

fini speculativi; ma nel caso di acquisto di una call la perdita massima è comunque limitata: si tratta di un aspetto di rilevante importanza al fine della messa in atto di una strategia speculativa. Infine, le currency options possono essere usate per sfruttare un momentaneo disallineamento tra l'andamento della valuta sul mercato derivato e l'andamento sul mercato a pronti[34].

2.3.4. Opzioni su futures

Tali tipi di opzioni presentano, rispetto a quelle trattate finora, una peculiarità molto importante. Fino ad ora sono state presentate opzioni che prevedono il diritto di acquistare o vendere una determinata attività sottostante ad un prezzo predeterminato a fronte del pagamento al venditore dell'opzione di un premio.

Nelle opzioni su futures non è così: chi acquista un'opzione su futures acquista il diritto di entrare in un contratto futures con una posizione lunga o corta, a seconda del tipo di opzione (put o call). In particolare, una call su futures dà il diritto al possessore di entrare in un futures lungo a un certo prezzo; invece, una "put" su futures dà al possessore il diritto di entrare in un futures corto a un certo prezzo. Oltre a ricevere tale posizione, se una call su futures viene esercitata il compratore riceve un importo in denaro pari alla differenza tra l'ultimo prezzo futures di liquidazione e il prezzo di esercizio della call[35]; viceversa, invece, per l'acquirente della "put".

In genere tali tipi di opzioni prevedono una modalità di esercizio del diritto di tipo americano e per quanto riguarda la scadenza, essa è dettata dalla scadenza del futures sottostante. Solitamente esse scadono poco prima che inizi il periodo di scadenza del contratto futures sottostante e vengono negoziate sulle stesse borse nei quali vengono trattati i contratti futures.

2.3.5. Covered Warrant

I *covered warrant* sono una particolare tipologia di opzioni che si caratterizzano per essere opzioni cartolarizzate. Il covered è un titolo e non un contratto scambiato sui mercati di derivati. Come ci suggerisce la stessa definizione di *covered warrant*, essi sono titoli quotati rappresentativi di opzioni emessi da intermediari finanziari su sottostanti ad elevata liquidità[36]. Dal punto di vista economico-finanziario e del funzionamento degli stessi, i covered warrant sono molto simili alle opzioni: si investirà in un covered warrant call se ci si aspetta un trend rialzista da parte dell'attività sottostante; viceversa, si acquisterà un covered warrant put. Inoltre, i covered warrant non attribuiscono all'investitore la facoltà di consegna dell'attività

[34] Borsa Italiana S.p.a.: https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/currency-option.html
[35] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018
[36] Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015, Cap 9.

sottostante ma riconoscono il pagamento del differenziale, se positivo, tra il valore del sottostante e lo strike price (CW call) e fra lo strike price e il valore del sottostante (CW put)[37].
Altre differenze con le opzioni dipendenti dal presupposto che i covered warrants sono dei titoli, e non dei contratti, sono: l'impossibilità di essere scambiati sul mercato dei derivati ma su un altro mercato, che in Italia come già è stato detto è il SeDeX; l'assunto che il numero dei covered warrant in circolazione coincide con quelli emessi dalle società emittenti e non varia in funzione della domanda del mercato come invece accade con le altre tipologie di opzioni. Un'ultima differenza è rappresentata dalla scadenza; i covered warrants hanno una scadenza più lunga rispetto alle altre tipologie di opzioni: la scadenza dei primi può variare da uno a cinque anni, mentre per le seconde la scadenza può essere al massimo di due anni.

2.4. Principali Strategie di investimento con le opzioni

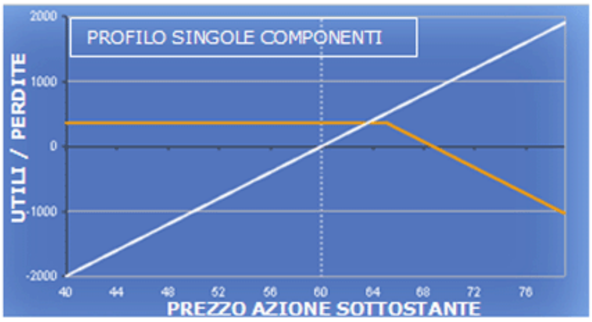
Come già anticipato all'inizio del capitolo, le opzioni sono uno strumento molto flessibile che permette di porre in essere un'infinità di strategie d'investimento, partendo da quelle più semplici per arrivare a quelle più articolate, al fine di realizzare differenti obiettivi. Tuttavia, la maggior parte delle strategie di investimento realizzabili con le opzioni sono date dalla diversa combinazione delle quattro posizioni fondamentali che si possono assumere con le opzioni (long call, long put, short call e short put[38]), con altre attività finanziarie.
Limiteremo la trattazione delle strategie operative alle sole opzioni aventi come sottostanti azioni e saranno analizzate solo alcune delle possibili strategie realizzabili con le opzioni, in particolare Hedging, Spreads, Butterflies e Combinazioni.

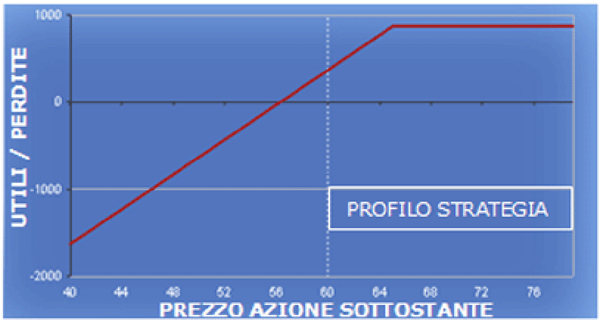
2.4.1. Hedging

Con *strategie di hedging* si intendono quelle strategie volte a realizzare una copertura del proprio portafoglio azionario da eventuali rialzi o ribassi del mercato; vengono realizzate principalmente tramite l'assunzione contemporanea di una posizione su opzione e un'altra sull'azione sottostante l'opzione stessa.
Una prima strategia attuabile in tal senso è quella che comunemente viene definita *covered call* o "vendita di una call coperta". Per realizzare tale tipo di strategia si deve assumere una posizione lunga su un'azione e una corta su un'opzione di tipo call. La finalità principale di tale strategia è quella di proteggere l'investitore da un forte rialzo del mercato.

---

[37] *Sedex. Il mercato dei Certificati e dei Covered Warrant: innovazione e diversificazione*, Milano, Borsa Italiana S.p.a.
[38] Cfr. 2.2.



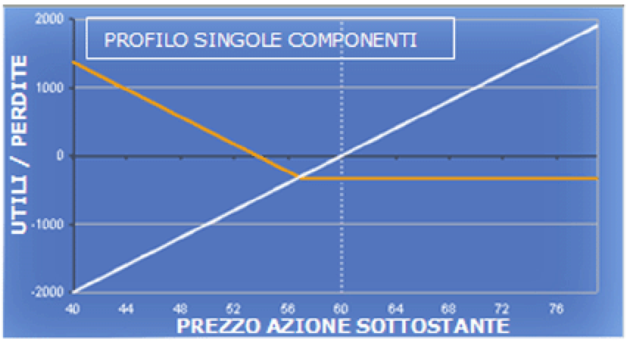


(Fonte: Borsa italiana S.p.a. https://www.borsaitaliana.it/derivati/optionpricer/guida/strategie/coveredcall.htm)

Grafico 5.1: Funzioni di payoff delle componenti della strategia Grafico 5.2: Strategia covered call

Visionando i due grafici (nel primo sono rappresentate le funzioni di payoff delle singole componenti della strategia: in giallo, la posizione corta su call, in bianco la posizione lunga sull'azione; nel secondo è presente la funzione di payoff del portafoglio composto dai due strumenti), l'investitore con tale strategia coprirebbe le perdite, potenzialmente illimitate, sulla sua posizione corta su call, trasformandole in profitti, qualora il prezzo dell'azione sottostante dovesse registrare un sostanziale rialzo; tuttavia tali profitti sono limitati alla differenza tra la perdita su call e i guadagni in conto capitale derivanti dal possesso dell'azione sottostante[39].
Qualora il prezzo dell'azione dovesse subire un ribasso per l'investitore, le perdite sarebbero comunque limitate; nell'ipotesi peggiore in cui il valore del sottostante dovesse raggiungere un valore pari a zero, per l'investitore la perdita sarà data dalla somma spesa per acquistare l'azione sottostante meno il premio incassato dalla vendita dell'opzione.
Un altro tipo di strategia di copertura realizzabile tramite la combinazione di posizioni su opzioni e l'azione sottostante è la cosiddetta *protective put* ovvero "acquisto di una put difensiva". Tale strategia è attuabile tramite l'assunzione di una posizione lunga su un'opzione put e il contemporaneo acquisto dell'azione sottostante. In tal modo l'investitore proteggerà il valore del proprio portafoglio da eventuali ribassi del mercato. È utilizzata per evitare che il portafoglio scenda al di sotto di una soglia minima ed è una sorta di assicurazione contro il ribasso del mercato con un costo pari al premio pagato per l'acquisto dell'opzione put[40] più le perdite in conto capitale derivanti dal possesso dell'azione.

[39] Infatti, all'aumentare del prezzo dell'azione, aumenteranno i guadagni in conto capitale, ma allo stesso tempo aumenteranno, in maniera proporzionale, le perdite derivanti dalla vendita della call, pertanto la differenza resterà costante.
[40] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*



(Fonte: Borsa Italiana S.p.a. https://www.borsaitaliana.it/derivati/optionpricer/guida/strategie/protectiveput.htm)

Grafico 6.1: Funzioni di payoff delle componenti della strategia Grafico 6.2: Strategia protective put

Come è possibile osservare dal grafico rappresentante le funzioni di payoff dei due strumenti finanziari e da quello rappresentante la funzione di payoff del portafoglio realizzato con tale strategia, l'investitore in caso di ribasso del mercato limiterebbe le sue perdite al premio put più la differenza tra il valore dell'azione al momento dell'acquisto e il prezzo di esercizio.

Tuttavia, egli non si precluderebbe alcuna possibilità di guadagno poiché, se il titolo dovesse registrare un trend rialzista, i suoi profitti potrebbero essere potenzialmente illimitati e scaturirebbero solamente dal guadagno in conto capitale derivante dal possesso dell'azione, in quanto il valore della "put" tenderebbe a zero. Pertanto, tale strategia viene definita a "capitale garantito" poiché si ha la certezza di recuperare gran parte del capitale anche se le cose dovessero andar male.

Infine, altre due strategie realizzabili in tal senso sono esattamente opposte alle due sopracitate: si tratta dell'acquisto di una call coperta e della vendita di una put difensiva; la prima viene realizzata tramite l'assunzione di una posizione lunga su call e corta sull'azione sottostante e viene utilizzata per coprirsi da eventuali ribassi del mercato; la seconda viene realizzata tramite una posizione corta su azione e una corta su put.

2.4.2 Spreads

Con il termine *spread* si indicano quelle strategie operative realizzabili assumendo posizioni su due opzioni dello stesso tipo, vale a dire due calls o due puts, e che si riferiscono allo stesso sottostante. In particolar modo tali strategie sono volte a realizzare un profitto derivante da una differenza tra le quotazioni delle due attività finanziarie.

Vi possono essere vari tipi di spreads, in tale sede verranno trattati quelli verticali e orizzontali.

Gli spreads verticali coinvolgono due opzioni che hanno la stessa scadenza e strike price differente[41]. In particolare, a seconda di ciò che ci si aspetta rispetto all'andamento del mercato, per realizzare uno spread

[41] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

verticale si acquisterà un'opzione con strike price maggiore e si venderà quella con strike price minore o viceversa; nello specifico, se ci si attende un trend rialzista si venderà l'opzione con strike price maggiore e si acquisterà quella con strike price minore, se ci si attende, invece, un trend ribassista si farà il contrario. Analizziamo i profitti e le perdite derivanti dalla seguente strategia realizzata con aspettative rialziste riguardo l'andamento del mercato e tramite due opzioni calls.

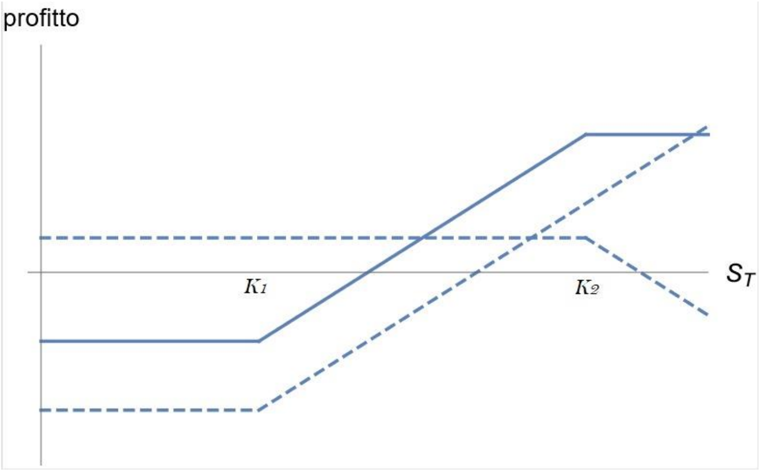


Grafico 7: Spread al rialzo mediante calls

Tale tipo di strategia comporta un esborso iniziale di denaro al momento dell'investimento, poiché l'opzione call che si vende (quella con strike price più alto K_2) avrà un costo minore rispetto a quella che si acquista: la seconda ha maggiori probabilità di essere, a scadenza, in the money.

Il grafico rappresenta bene quelle che sono le aspettative rialziste del mercato da parte dell'investitore. Tuttavia, tali strategie limitano sia la possibilità di profitti che il rischio di perdite. Come è possibile osservare, nel caso in cui alla scadenza $S_t < K_1$ la strategia produrrà la sua perdita massima che è data dal costo iniziale sostenuto per la sua implementazione. Nel caso invece in cui S_t alla scadenza sia compreso tra K_1 e K_2, la call corta varrà zero in quanto sarà out of the money, mentre la call lunga sarà in the money e produrrà un guadagno pari a $S_t - K_1$.

Infine, nel caso in cui S_t sia maggiore di K_2 entrambe le opzioni saranno in the money e in tal caso il profitto (che corrisponde a quello massimo realizzabile) sarà dato dalla differenza tra $(S_t – K_1) – (S_t – K_2)$, in cui il primo termine sarà sempre maggiore del secondo in quanto $(K_1 < K_2)$.

Tale strategia è realizzabile anche mediante due opzioni puts, comprando quella con strike più basso e vendendo quella con strike più alto; in tal caso, però, vi sarà un incasso iniziale e non un esborso, ma sarà presente una probabilità maggiore che tale strategia abbia un valore finale negativo o nullo, come si può vedere dal grafico stesso (qui in basso), poiché nel caso delle puts, l'opzione con strike price minore che si acquista ha minori probabilità di finire in the money.

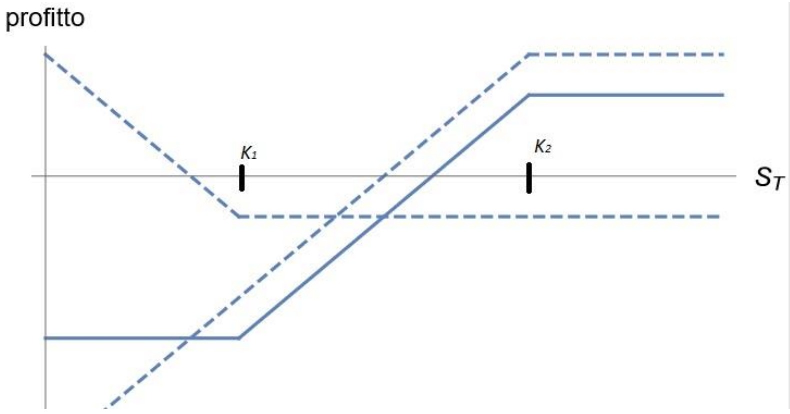


Grafico 8: Spread al rialzo mediante puts

Per quanto riguarda invece gli spreads verticali realizzati con prospettive ribassiste da parte degli investitori, le modalità di costruzione della strategia cambiano; si acquisterà l'opzione con strike price più alto e si venderà quella con strike price più basso. Nel caso di due calls, a causa di un inversione di quanto detto precedentemente, si avrà un flusso di cassa iniziale positivo e si rinuncerà ai possibili profitti derivanti dalla vendita dell'opzione con strike price più basso.

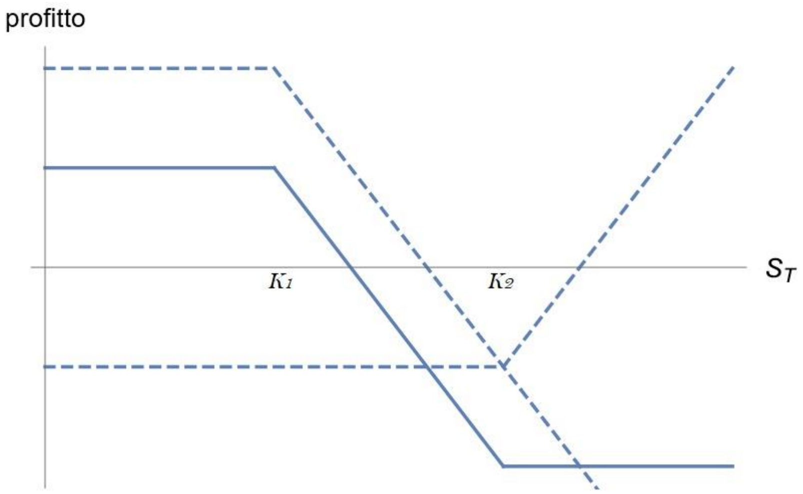


Grafico 9: Spread al ribasso mediante calls

Come si può ben osservare, in questo caso, il grafico dei profitti e delle perdite della strategia, è ribaltato rispetto alla situazione precedente, essendo rispecchiata l'aspettativa ribassista dell'investitore riguardo all'andamento del mercato. In particolare, se alla scadenza S_t sarà minore di K_1 entrambi le opzioni saranno out of the money; tuttavia, l'investitore avrà un profitto pari al premio incassato dalla vendita della call con strike price inferiore; se S_t è compreso invece tra K_1 e K_2 l'opzione venduta sarà in the money mentre quella acquistata sarà out of the money e quindi si avrà una perdita pari a $S_t - K_1$; infine nel caso in cui $S_t > K_2$ entrambe le opzioni saranno in the money, tuttavia quella con strike price inferiore sarà deep in the money[42], quindi per l'investitore i profitti realizzati dall'acquisto dell'opzione con strike price K_2 saranno minori rispetto ai costi

[42] Con il termine deep in the money si intende che il valore del sottostante è di molto superiore (nel caso della call) allo strike price; in tal caso tale termine viene usato per far capire che la differenza tra il valore del sottostante e lo strike price è maggiore rispetto all'altra opzione che compone la strategia.

da sostenere derivanti dalla vendita dell'opzione con strike price K_1; tuttavia la perdita è limitata in quanto tale differenza all'aumentare di S_t resterà costante.

Anche con le "puts" si può realizzare tale strategia, ma vi sarà un esborso inziale a fronte però di una maggiore probabilità di ottenere un valore finale della strategia positivo rispetto al caso appena descritto della call. Infatti, acquistando un'opzione put con strike price maggiore e vendendone una con strike price minore c'è maggiore probabilità che la prima finisca in the money rispetto alla seconda.

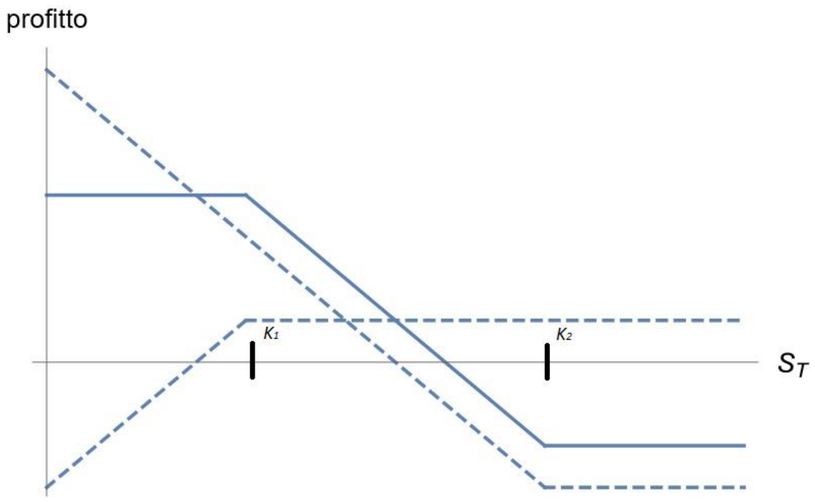


Grafico 10: Spread al ribasso mediante puts

Se si confrontano i due grafici quello relativo alla strategia spread realizzata tramite puts è traslato maggiormente verso l'alto.

Gli spread verticali, come abbiamo visto, sono realizzati tramite l'utilizzo di opzioni con la stessa scadenza e diverso strike price, gli spread orizzontali (o *calendar spread*) si caratterizzano, invece, per essere realizzati con opzioni che hanno uguale strike price ma differente scadenza. Prendiamo in considerazione il caso di due calls: è possibile realizzare uno spread di calendario vendendo una call con un certo prezzo di esercizio e acquistandone un'altra con lo stesso prezzo di esercizio ma una scadenza più lunga.

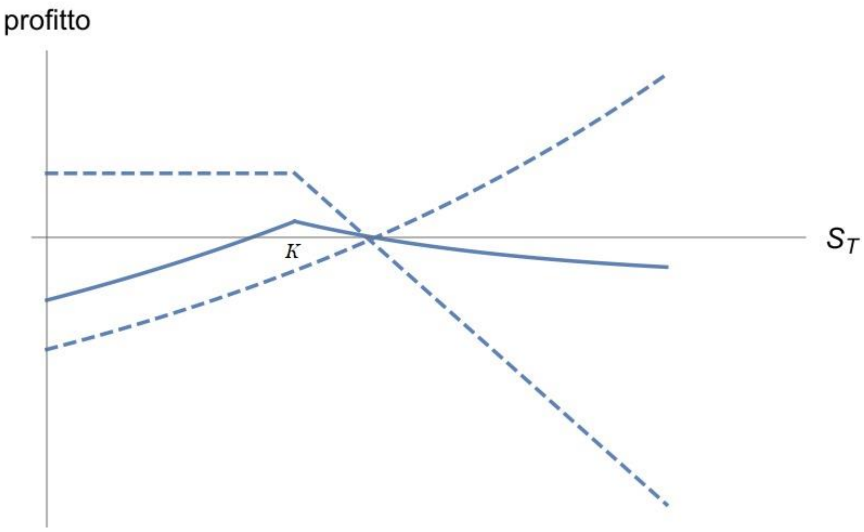


Grafico 11: Calendar Spread mediante calls

Il grafico rappresenta i profitti e le perdite derivanti da tale strategia, ipotizzando che la posizione sull'opzione più lunga venga chiusa alla scadenza dell'opzione più breve. Come si può vedere, vi sarà un esborso iniziale dato dal fatto che l'opzione che si compra avrà un valore maggiore rispetto a quella che si vende, per via della durata; generalmente, più la scadenza è lontana più l'opzione è cara.

Questa strategia è adatta quando si prevede che non vi siano grandi variazioni nell'andamento del prezzo dell'attività sottostante; più il prezzo dell'attività sottostante si avvicina allo strike price, più vi saranno dei profitti per l'investitore; più il prezzo si allontana dallo strike price (in positivo o in negativo) più vi saranno delle perdite, tuttavia limitate.

In particolare, se alla scadenza dell'opzione più breve il prezzo dell'attività sottostante è molto più basso dello strike price entrambe le opzioni saranno out of the money e quella più breve avrà un valore pari a zero (in quanto già scaduta), quella con scadenza più lunga avrà un valore prossimo allo zero ma positivo, per via del valore temporale associato a quest'ultima. Dunque, per l'investitore si avrà una perdita di poco inferiore al costo che egli ha dovuto sostenere per l'implementazione della strategia.

Nel caso in cui il prezzo dell'attività sottostante sia molto elevato rispetto allo strike price alla scadenza dell'opzione più breve, la posizione corta sulla prima call comporterà un costo pari $S_t - K$, mentre la posizione lunga sulla seconda call produrrà un profitto, sempre per via del valore temporale, di poco superiore a $S_t - K$; anche in tal caso per l'investitore vi sarà una perdita di poco inferiore al premio pagato per l'apertura di tale strategia.

Nel caso in cui invece il valore di S_t sia prossimo allo strike price, la strategia produrrà per l'investitore dei profitti significativi prodotti dal fatto che l'opzione più breve produrrà dei costi minimi o sarà addirittura nulla, mentre l'opzione più lunga avrà ancora un valore consistente, che consisterà per lui in profitti.

Una variante di tale strategia la si può attuare comprando l'opzione con scadenza più breve e vendendo quella con scadenza più lunga, il cosiddetto *calendar spread inverso*.

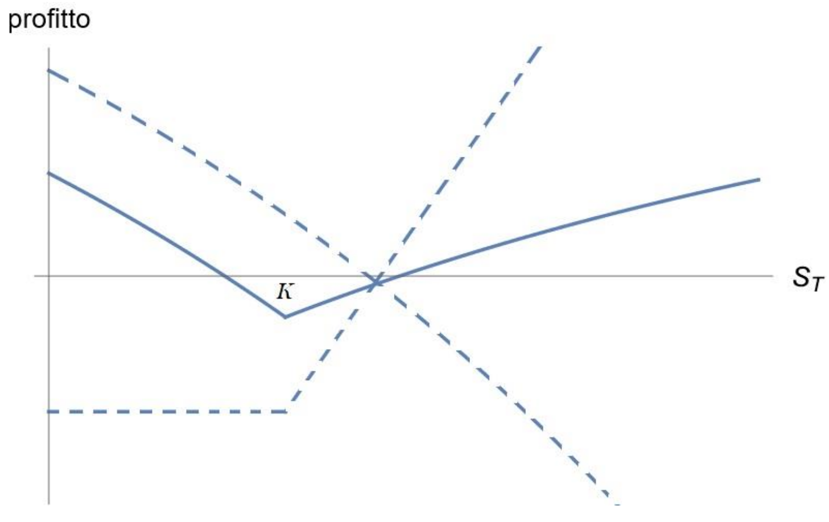


Grafico 12: Calendar Spread Inverso mediante calls

Come si può vedere il grafico dei profitti e delle perdite è ribaltato rispetto al caso precedente, poiché in tale situazione vi sarà, al momento dell'apertura delle posizioni, un flusso di cassa positivo derivante dal fatto che l'opzione che si acquista vale di meno rispetto a quella che si vende.
Tale strategia permette di avere dei profitti quando il prezzo dell'attività sottostante si allontana molto dallo strike price, mentre produrrà delle perdite quando il valore di S_t è prossimo a K. Anche con le "put" si possono realizzare tali strategie e i profitti e le perdite in tal caso saranno simili a quelli che si realizzerebbero con le call.

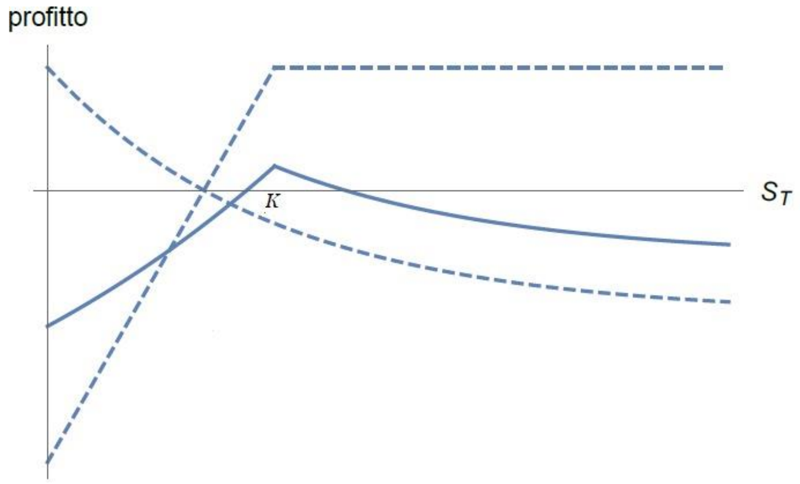


Grafico 13: Calendar Spread mediante puts.

2.4.3 Butterflies

Il termine *butterflies* identifica una particolare strategia che rientra nell'ambito delle strategie spreads (infatti si è soliti utilizzare anche il termine butterflies spread), che viene realizzata assumendo posizioni su delle opzioni che presentano un'uguale scadenza ma tre strike price differenti. È possibile realizzare tale strategia assumendo una posizione lunga su due opzioni, una con strike price più basso K_1 e un'altra con strike price più elevato K_3, e, contemporaneamente, assumendo una posizione corta su altre due opzioni aventi uno strike price intermedio tra i due, K_2. Tale strategia è adatta per quegli investitori che ritengono che il prezzo dell'attività sottostante non subirà importanti variazioni in positivo o in negativo nell'arco temporale di riferimento.

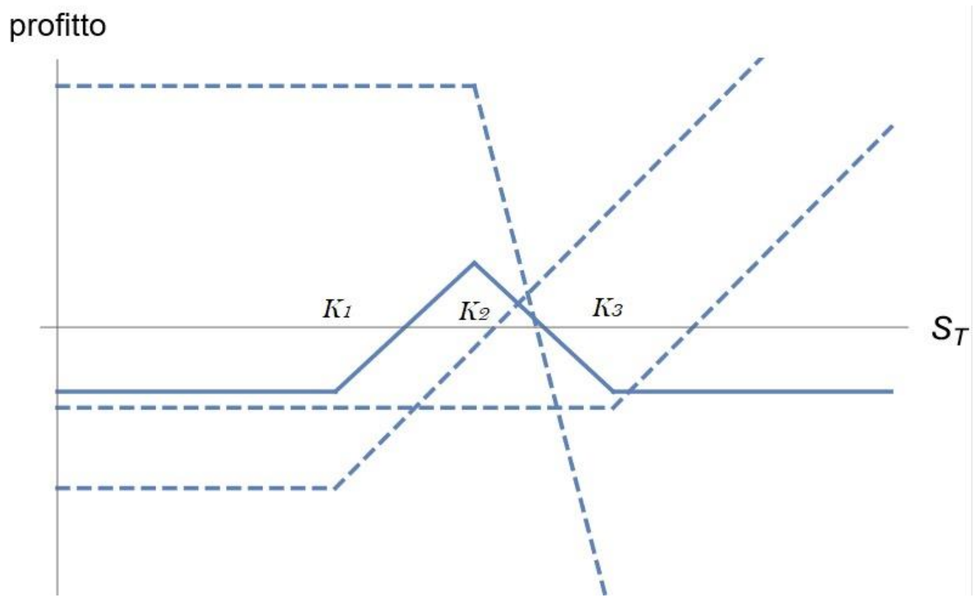


Grafico 14: Spread a farfalla

Come si può vedere dal grafico, solitamente tale strategia comporta un piccolo esborso iniziale.

Se a scadenza il valore dell'attività sottostante (S_t) sarà minore di K_1, tutte le opzioni saranno out of the money e quindi la strategia produrrà una perdita pari a quanto pagato per la sua implementazione.

Se, invece, S_t sarà compreso tra K_1 e K_2, l'opzione con strike price più basso sarà in the money mentre le altre no e quindi il valore finale della strategia sarà pari a $S_t – K_1$. Nel caso in cui, invece S_t dovesse essere compreso tra K_2 e K_3, solo l'opzione con strike price più alto sarà out of the money, quindi per l'investitore vi sarà un costo derivante dalle sue posizioni corte pari a $2(S_t – K_2)$ e un profitto derivante dalla sua posizione lunga su opzione pari a $S_t – K_1$; in tal caso il valore finale della strategia sarà dato da $2K_2 – S_t – K_1$.

Infine, qualora il valore di S_t a scadenza dovesse essere maggiore di K_3, tutte le opzioni saranno in the money; tuttavia, i profitti derivanti dalle posizioni lunghe eguaglieranno i costi delle posizioni corte e l'investitore incorrerà in una perdita pari al premio pagato inizialmente per l'apertura delle sue posizioni.

Questa strategia può essere effettuata anche invertendo le posizioni su opzioni, e dunque vendendo le opzioni con strike price più basso e più alto, e acquistando le opzioni con strike price intermedio; in tal caso si parlerà di butterflies spread inverso, in quanto il grafico (come si può vedere sotto) sarà ribaltato e l'investitore avrà perdite quando il prezzo dell'attività sottostante non subirà grandi variazioni, mentre dei profitti quando il valore dell'attività sottostante si discosterà di molto dallo strike price intermedio. Ma tali profitti sono limitati al flusso di cassa iniziale derivante dall'apertura delle posizioni.

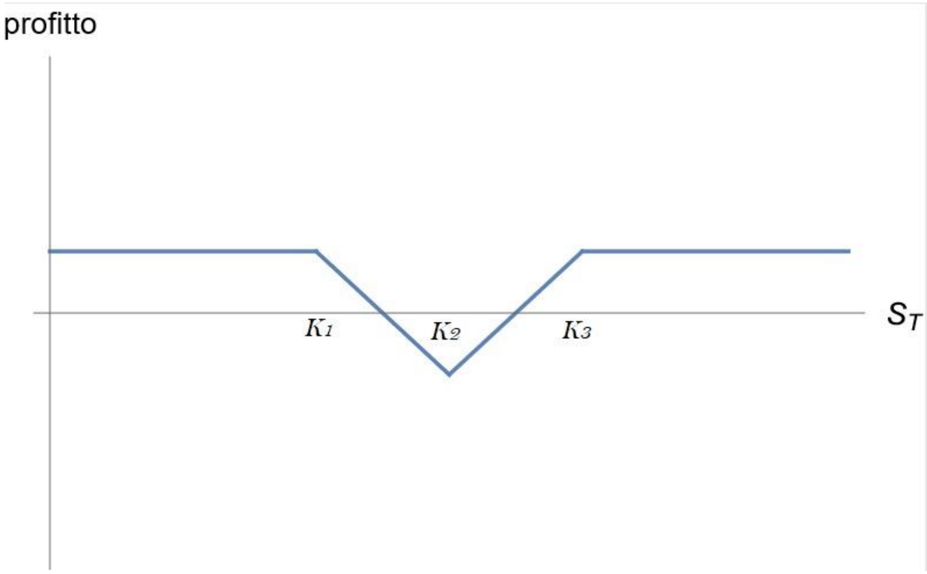


Grafico 15: Spread a farfalla inverso

Infine, tale strategia è implementabile anche mediante opzioni puts e il payoff dei profitti e delle perdite sarà lo stesso a quello descritto nel caso delle call.

2.4.4 Combinazioni

Con il termine "combinazioni" si intendono quelle strategie operative realizzate mediante opzioni che prevedono l'assunzione simultanea di due o più posizioni su opzioni call e put scritte sullo stesso titolo. Le due strategie più diffuse, che rientrano in tale categoria, sono: lo *straddle* e lo *strangle*. Lo straddle si realizza assumendo una posizione lunga su due opzioni, una call e una "put", scritte entrambe sullo stesso titolo, con scadenza e strike price uguali. Tale strategia permette all'investitore di ottenere ingenti profitti qualora il prezzo dell'attività sottostante dovesse subire delle forti variazioni in positivo o in negativo; se invece il prezzo dell'attività sottostante a scadenza dovesse assumere un valore prossimo allo strike price la strategia produrrà una perdita, che è comunque limitata.

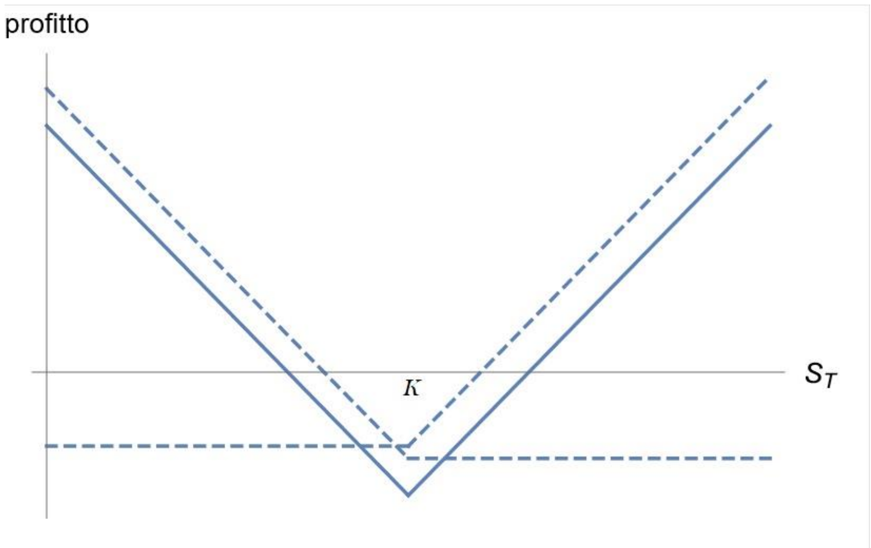


Grafico 16: Straddle

Come si può dedurre dal grafico, se a scadenza $S_t < K$ l'opzione call sarà out of the money e il suo valore sarà nullo, mentre l'opzione put sarà in the money e dunque il profitto dell'investitore sarà pari a $K - S_t$.
Se il valore di tale differenza supera la somma dei due premi pagati per l'apertura delle due posizioni lunghe su opzioni allora la strategia produrrà un profitto per l'investitore.
Nel caso contrario, in cui $S_t > K$, sarà l'opzione put ad essere out of the money, mentre la call produrrà un guadagno pari a $S_t - K$. Ed anche qui, se tale differenza supera la somma dei premi pagati per l'apertura delle due posizioni la strategia produrrà un profitto per l'investitore.
Esiste un altro tipo di straddle, il cosiddetto "straddle inferiore", che si realizza in maniera inversa rispetto al caso appena descritto, e cioè assumendo due posizioni corte, una su put e una call, su due opzioni scritte sullo stesso titolo con uguale strike price e scadenza.
Tale strategia come si può vedere dal grafico (in basso) è molto rischiosa in quanto, è vero che permette di ottenere un profitto se il prezzo del sottostante dovesse attestarsi, a scadenza, su valori prossimi allo strike price, ma allo stesso tempo le perdite che produrrebbe tale strategia qualora il prezzo del sottostante dovesse subire forti variazioni (in positivo o in negativo) sarebbero potenzialmente illimitate.

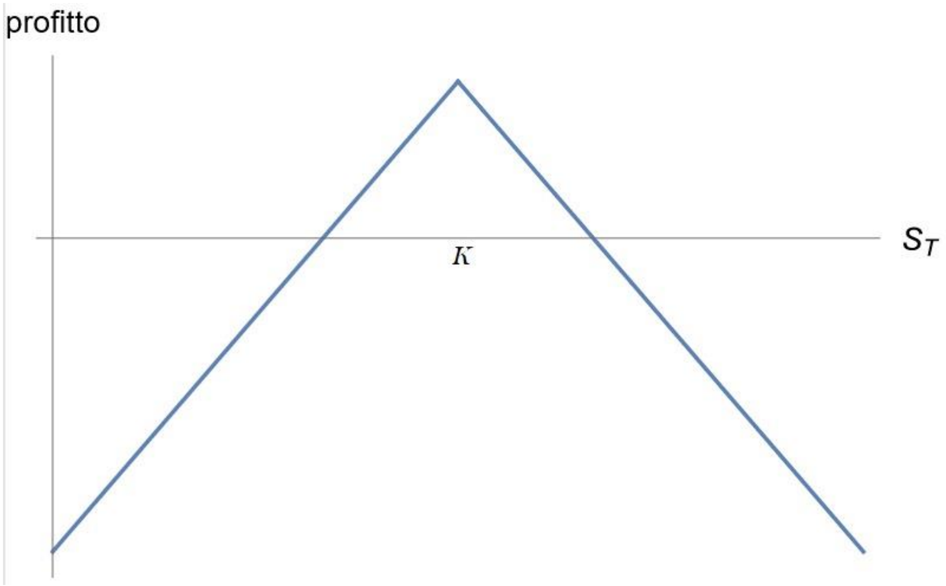


Grafico 17: Straddle inverso

Un altro tipo di combinazione molto diffusa è lo *strangle*. Uno strangle si realizza attraverso l'assunzione di due posizioni lunghe su opzioni, una put e una call, scritte sullo stesso titolo, con uguale scadenza ma strike price differenti. Così come nello straddle tale strategia permette all'investitore di ottenere dei profitti quando il prezzo dell'attività sottostante si discosti di molto dai due strike price; diversamente, produrrà delle perdite se il prezzo del sottostante sarà prossimo a questi ultimi.

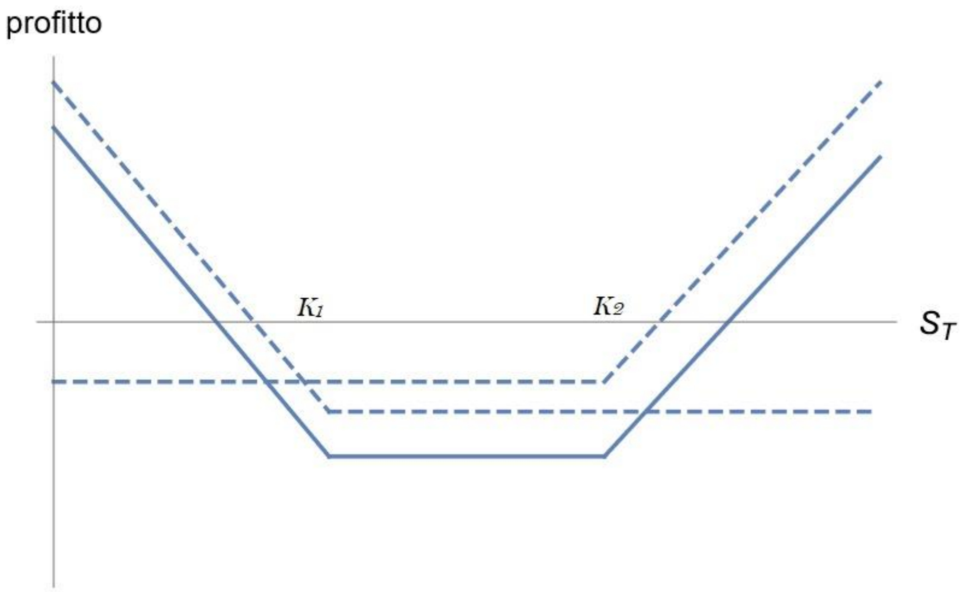


Grafico 18: Strangle

In particolare, come rappresentato nel grafico (vd. *supra*), la differenza principale con lo straddle risulta dal fatto che c'è una maggiore possibilità di perdita in tale strategia, poiché per produrre un profitto il prezzo del sottostante deve subire una variazione maggiore rispetto alla strategia descritta precedentemente. Tuttavia, la perdita è minore rispetto a quella che si realizzerebbe in uno straddle. La probabilità di perdita e la perdita effettiva che si realizzerebbe dipendono dalla differenza tra i due strike price: all'aumentare di tale differenza, diminuisce la perdita effettiva ma aumenta la probabilità che la strategia abbia un valore finale nullo o negativo[43]; al diminuire di tale differenza, aumenta quella che potrebbe essere la perdita effettiva ma diminuisce la probabilità che la strategia abbia un valore finale nullo o negativo, basteranno infatti delle variazioni minori del prezzo dell'attività sottostante per avere dei ritorni positivi dallo strangle. Si tratta dunque di un vero e proprio *trade off*.

I profitti e le perdite sono simili a quelli dello straddle: per $S_t < K_1$, l'opzione put sarà in the money mentre la call out of the money e, dunque, il guadagno per l'investitore deriverà dal mero possesso dell'opzione put e sarà dato da $K_1 – S_t$. Se questa differenza supera la somma dei premi pagati per l'acquisto delle due opzioni allora la strategia produrrà un profitto. Se $K_1 < S_t < K_2$, la strategia produrrà la sua perdita massima pari alla somma dei due premi pagati.

E infine, se $S_t > K_2$ l'opzione call sarà in the money mentre la put sarà out of the money e i guadagni per l'investitore deriveranno esclusivamente dalla sua posizione lunga su call e saranno pari a $S_t – K_2$.

Anche in questo caso vale il discorso precedente: se tale differenza sarà superiore ai premi pagati per l'assunzione delle due posizioni lunghe, allora lo strangle produrrà un profitto.

Esiste anche la strategia inversa a quella appena descritta, la cosiddetta "vendita di uno strangle". Quest'ultima si realizza assumendo due posizioni corte su opzioni, una put e una call, scritte sullo stesso titolo, con stessa

[43] Per produrre dei guadagni il sottostante dovrà fare registrare dei movimenti di prezzo molto consistenti.

scadenza ma con differente strike price. Tale strategia, al pari dello straddle inferiore, è molto rischiosa in quanto permette di avere dei profitti se il prezzo dell'attività sottostante resti compreso tra K_1 e K_2, ma comporta delle perdite potenzialmente illimitate, qualora tale prezzo dovesse subire delle importanti variazioni.

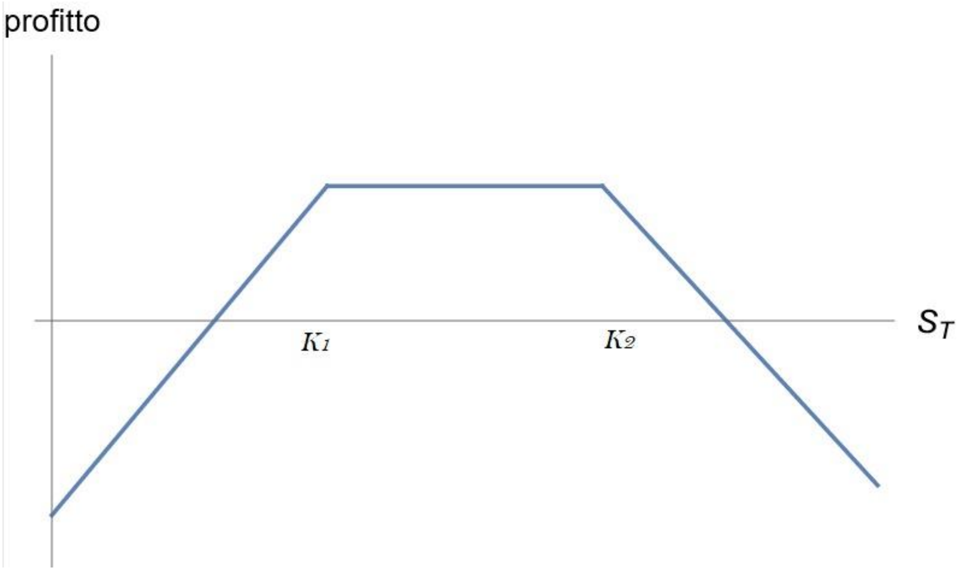


Grafico 19: Strangle inverso

Capitolo III
Pricing delle opzioni: Il modello di Black-Scholes

Il pricing delle opzioni è un tema di rilevante importanza e complessità, per via dei numerosi fattori che vi esercitano la loro influenza. Su questo, la letteratura economica è particolarmente vasta.
Comprendere i meccanismi che soggiacciono alla formazione del prezzo delle opzioni (e degli altri strumenti derivati) è molto importante per un corretto approccio ai mercati dei derivati e alla gestione delle proprie posizioni. Molti sono stati i modelli elaborati nel tempo per cercare di approssimare in maniera ottimale la realtà e fornire uno strumento utile ai fini del calcolo del prezzo teorico di un'opzione.
Nel corso del capitolo verrà trattato il modello più diffuso tra gli operatori per la valutazione delle opzioni, ovvero il modello di Black-Scholes. Tale modello fu elaborato all'inizio degli anni '70 e diede un importante contributo alla teoria di valutazione delle opzioni; ancora oggi è quello più utilizzato e nel 1997 gli autori di quest'ultimo furono premiati con il premio Nobel per l'economia.
Prima di scendere nelle specifiche del modello verranno analizzati quali sono i fattori che influenzano il pricing di un'opzione e il modo in cui lo influenzano. Si tratta esattamente delle componenti del modello sopracitato.
Infine, per motivi di chiarezza e maggiore semplicità nella spiegazione, nel presente capitolo e nel successivo (nel quale verrà proposto un altro modello di valutazione) si farà riferimento alle opzioni su azioni che prevedono una modalità di esercizio di tipo europeo e per le quali il titolo sottostante non eroga dividendi nel corso della vita dell'opzione.

3.1 Concetti Introduttivi

Prima di entrare nelle specifiche del modello e dei singoli fattori che lo compongono, è importante introdurre due concetti fondamentali ai fini della comprensione dei modelli di valutazione delle opzioni. Tali concetti, riguardo al prezzo teorico delle opzioni, sono stati implicitamente espressi nel capitolo precedente quando si è parlato delle strategie operative, e in particolar modo quando si è fatto riferimento al valore che le opzioni assumevano a scadenza oppure, negli spread di calendario, prima della scadenza. Parliamo del *valore intrinseco* di un'opzione e del *valore temporale*.
Con il termine valore intrinseco di un'opzione, si intende la differenza tra il prezzo a pronti dell'attività sottostante e lo strike price dell'opzione.
Nelle opzioni call il valore intrinseco sarà pari a $S_t – K$ e se tale differenza sarà positiva, l'opzione sarà in the money; se sarà negativa, il valore intrinseco dell'opzione sarà nullo, e l'opzione sarà out of the money.
Nel caso delle put, invece, il valore intrinseco è dato dalla differenza tra $K - S_{t;}$ se tale valore sarà positivo l'opzione sarà in the money e quello sarà il suo valore intrinseco, mentre se tale valore sarà negativo, l'opzione sarà out of the money e il suo valore intrinseco sarà pari a zero.

È importante notare che a scadenza il valore di un'opzione è pari al suo valore intrinseco, ed è proprio per tale motivo che nel paragrafo 2.4 del capitolo precedente si sono utilizzate tali formule per il calcolo dei profitti e delle perdite di una determinata strategia.
Il valore temporale invece è dato dalla differenza tra il prezzo di un'opzione, registrato su un mercato in un dato momento, e il valore intrinseco della stessa.
Esso non rappresenta nient'altro che la probabilità che il valore intrinseco di una data opzione possa aumentare nell'arco di tempo che intercorre fra il suo acquisto e la scadenza della stessa. Pertanto, da tale definizione è facile dedurre come esso dipenda molto da:

- La scadenza dell'opzione; più l'opzione sarà lontana dalla scadenza più il suo valore temporale sarà alto.
- La volatilità del prezzo dell'attività sottostante; più i prezzi dell'azione sottostante saranno volatili più alto sarà il valore temporale.

Come è facile intuire, alla scadenza il valore temporale di un'opzione sarà pari a zero.
Per introdurre un ultimo aspetto del valore temporale di rilevante importanza ci rifacciamo alla strategia del calendar spread descritta precedentemente nel paragrafo 2.4.2. È stato enunciato che l'opzione più breve, al momento della scadenza di quella più lunga, anche qualora fosse stata out of the money (e dunque valore intrinseco nullo), avrebbe avuto un valore superiore a zero.
Tale effetto è dovuto al valore temporale, e dunque alla probabilità che nell'arco di tempo che intercorre fino alla scadenza, il prezzo del sottostante possa superare lo strike price (nel caso della call) e tornare ad essere in the money avendo così un valore intrinseco positivo.
Dunque, si può intendere il valore temporale di un'opzione come quell'elemento che permette alle opzioni out of the money di essere negoziate sui mercati e di avere un valore positivo, nonostante il valore intrinseco sia nullo. Valore che, come detto in precedenza, sarà tanto maggiore all'aumentare del tempo che manca alla scadenza dell'opzione.

3.2 Fattori che influenzano il valore delle opzioni e "greche" delle opzioni

I fattori che influenzano e contribuiscono a determinare il prezzo di un'opzione sono:

- Il prezzo corrente del sottostante
- Il prezzo di esercizio
- La vita residua e dunque la scadenza
- La volatilità del prezzo del sottostante
- Il tasso di interesse privo di rischio
- I dividendi attesi dall'azione sottostante durante la vita dell'opzione

Tutti questi input (eccetto i dividendi attesi che non rientrano nelle ipotesi del modello ma per necessità di esposizione verranno analizzati lo stesso) sono racchiusi nell'equazione rappresentativa del modello di Black-Scholes, la quale permette di ottenere come output il prezzo dell'opzione.
Capire singolarmente come questi fattori influenzano il prezzo di un'opzione è di fondamentale importanza, ancor prima di scendere nelle specifiche del modello.
Inoltre, in tale paragrafo verranno analizzate le cosiddette "greche" delle opzioni, ossia indicatori sintetici impiegati nella misurazione della sensibilità di un'opzione al variare di ciascuno dei fattori che ne influenzano il prezzo[44]; si tratta di: Gamma, Delta, Theta, Vega, e Rho.

3.2.1. Prezzo corrente del sottostante; Gamma (γ) e Delta (δ)

La relazione che lega il prezzo corrente del sottostante e il prezzo della corrispettiva opzione è molto intuitiva, ed è di tipo diretto nel caso delle opzioni call, inverso, invece nel caso delle opzioni put. Infatti, per quanto riguarda le call, un aumento del prezzo dell'azione sottostante avrà un effetto positivo sul prezzo dell'opzione, mentre una riduzione del prezzo dell'attività sottostante avrà un effetto negativo sul prezzo dell'opzione.
Il caso contrario si verifica per le opzioni put: all'aumentare del valore dell'attività sottostante si ridurrà il prezzo dell'opzione; al diminuire, invece, il prezzo dell'opzione aumenterà.
Infatti, per quanto riguarda le opzioni call il valore a scadenza è dato dal maggiore tra 0 e la differenza tra il prezzo del sottostante e lo strike price (Max [0; St – K]), mentre per le opzioni put, il valore a scadenza è dato dal maggiore tra 0 e la differenza tra lo strike price e il prezzo dell'attività sottostante (Max [0; K – S_t]).
Per comprendere, invece, quanto varia il prezzo dell'opzione, a parità delle altre condizioni, al variare della quotazione dell'attività sottostante bisogna osservare il Delta dell'opzione. Il Delta dell'opzione indica di quanto aumenta, o diminuisce, il valore teorico dell'opzione (sensibilità del prezzo dell'opzione), se si ipotizza un aumento di un'unità per il sottostante[45].
Dal punto di visto matematico, esso può essere rappresentato come la derivata prima del prezzo teorico dell'opzione rispetto al prezzo dell'attività sottostante e viene calcolato come la variazione del prezzo dell'opzione per ogni variazione di un punto percentuale del prezzo del sottostante:

$$\Delta = \frac{\delta C}{\delta S} = \frac{(C_2 - C_1)}{(S_2 - S_1)}$$

Il delta assume valori compresi tra -1 e 1, e in particolare per quanto riguarda le opzioni call esso avrà un valore positivo, mentre per quanto riguarda le opzioni put avrà un valore negativo. Inoltre, il delta cambia al

[44] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*
[45] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

variare dello strike price dell'opzione e al livello attuale della quotazione sottostante. In particolare, il delta delle opzioni diminuisce maggiormente più queste passano dalla condizione "*at the money*" a quella "*out of the money*", e aumenta man mano queste diventano sempre più "*in the money*".
La spiegazione di ciò è data dal fatto che il Delta, preso in valore assoluto, può essere interpretato come la probabilità che l'opzione, cui è associato, termini in the money o meno alla scadenza.
Per capire quale è il ritmo di tale cambiamento del delta al variare del prezzo dell'attività sottostante bisogna andare ad osservare un altro indicatore: Gamma.
Il Gamma indica di quanto varia il Delta al variare dell'attività sottostante e la sensibilità del delta di un'opzione al variare del prezzo dell'attività sottostante. Dal punto di vista matematico esso è rappresentato dalla derivata prima del delta rispetto al prezzo dell'attività sottostante, o, allo stesso modo, dalla derivata seconda del prezzo dell'opzione rispetto al prezzo dell'attività sottostante.

$$\Gamma = \frac{\delta \Delta}{\delta S} = \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)}{(S_2 - S_1)} = \frac{\delta^2 C}{\delta^2 S}$$

Anche il gamma può assumere valori compresi tra -1 e 1; in particolar modo il valore assunto dal gamma non dipende dal tipo di opzione (call o put) ma dalla posizione assunta sull'opzione.
Generalmente a una posizione lunga corrisponde un Gamma maggiore di zero e, così, il delta della posizione aumenta all'aumentare del prezzo dell'attività sottostante, mentre a una posizione corta corrisponde un gamma minore di zero e quindi il delta della posizione diminuisce all'aumentare del prezzo dell'attività sottostante.
Inoltre, un'ultima osservazione da fare riguardo al valore che assume il Gamma è la seguente: esso sarà tanto più elevato man mano che l'opzione sarà out of the money, mentre sarà meno elevato più l'opzione sarà in the money e quindi il relativo delta tenderà a 1. Tale comportamento del Gamma lo si può spiegare intuitivamente, in quanto siccome il massimo valore raggiungibile dal delta è 1; evidentemente, man mano che il delta si avvicina a tale valore, sono sempre più ridotti gli incrementi potenziali che esso può acquisire[46].

3.2.2. Prezzo di esercizio

Anche la relazione che lega il prezzo di esercizio di un'opzione (strike price) e il valore della stessa è intuitiva. Per quanto riguarda le opzioni call, la relazione è di tipo inverso, dunque maggiore sarà lo strike price, minore sarà il valore dell'opzione e viceversa. Per le opzioni put accade il contrario: minore è il valore dello strike price, minore sarà il prezzo dell'opzione e viceversa.

---

[46] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

La spiegazione di tale relazione è associata alla probabilità, a scadenza, che l'opzione finisca in the money oppure out of the money; le opzioni call con strike price minore avranno maggiore probabilità di finire in the money e dunque un valore intrinseco maggiore. Per le opzioni put, invece, vale il contrario: quelle con strike price maggiore avranno maggiore probabilità di finire in the money rispetto a quelle con strike price inferiore e anche qui avranno un valore intrinseco maggiore, il quale influisce direttamente sul prezzo dell'opzione.

3.2.3. Vita residua e Theta (Θ)

Un altro fattore che fa da input, nel modello di Black-Scholes, per la determinazione del prezzo di un'opzione è dato dalla vita residua di un'opzione, intesa come il tempo mancante alla scadenza della stessa.

In particolare, l'impatto del trascorrere del tempo sul valore di un'opzione è di tipo negativo sia che si tratti di un'opzione call che di un'opzione put. All'avvicinarsi della data di scadenza dell'opzione, il suo prezzo tenderà a diminuire, per via del fatto che il valore temporale (di cui si è parlato in precedenza) tenderà a zero. Quindi, in genere, un'opzione con scadenza più lunga varrà di più di un'opzione con scadenza più breve a parità delle altre condizioni.

Tale relazione è molto intuitiva ed è legata al fatto che il prezzo dell'opzione, come abbiamo già detto più volte, rispecchia le probabilità che il valore del sottostante si discosti dal livello corrente e dunque è la risultante dell'associazione di una certa probabilità ad ogni ipotetico prezzo futuro del sottostante[47].

È logico arrivare alla conclusione che maggiore è il tempo che intercorre fino alla data di scadenza, maggiore è la possibilità che si verifichino variazioni importanti nella quotazione del sottostante che avranno un impatto notevole sul valore dell'opzione; dunque maggiore sarà il prezzo della stessa.

Per esempio, se consideriamo due opzioni out of the money scritte sullo stesso sottostante, con uguale prezzo di esercizio ma diversa scadenza, è chiaro che quella con scadenza più lunga sarà negoziata ad un prezzo maggiore rispetto a quella con scadenza più breve, poiché avendo più tempo "a disposizione", c'è maggiore probabilità che il prezzo del sottostante subisca variazioni importanti e che a scadenza l'opzione finisca in the money.

Un indicatore che ci aiuta a capire l'impatto dello scorrere del tempo sul valore di un'opzione è il Theta, esso esprime in termini numerici quanto l'opzione perde di valore ogni giorno, man mano che essa si avvicina alla scadenza ed è costituito dalla derivata prima del prezzo dell'opzione rispetto alla vita residua dell'opzione.

$$\theta = \frac{\delta C}{\delta t} = \frac{(C2 - C1)}{(t2 - t1)}$$

Il Theta assume sempre un valore negativo sia per le call che per le "put", poiché, qualsiasi sia il tipo di opzione presa in considerazione, il trascorrere del tempo avrà sempre un impatto negativo.

---

[47] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

Il theta, inoltre, come le altre greche delle opzioni, non è costante ma varia con la vita residua dell'opzione, in particolare via via che ci si avvicina alla scadenza il Theta aumenta progressivamente, perché il decadimento temporale dell'opzione col passare del tempo diventa sempre più incisivo.

3.2.4. Volatilità del prezzo del sottostante e Vega (ν)

Un altro fattore che ci conduce ad ottenere il prezzo teorico di un'opzione tramite la formula di Black-Scholes è la volatilità del sottostante.

Prima di procedere con l'analisi degli effetti della volatilità sul prezzo di un'opzione, è importante definire la stessa e specificare chiaramente cosa rappresenta.

La volatilità di un'attività finanziaria è una misura che rappresenta l'attitudine della stessa a modificare il proprio prezzo in un determinato arco temporale. Per quanto riguarda la formula di Black-Scholes, come vedremo più nel dettaglio in seguito, la volatilità è rappresentata dalla deviazione standard della curva gaussiana che definisce le probabilità di variazione percentuale del prezzo del sottostante[48]. Questo perché, come si vedrà, una delle ipotesi del modello di Black-Scholes è che la probabilità di variazione di prezzo dell'azione sottostante l'opzione si configuri come una distribuzione log-normale.

Inoltre, è importante anticipare che: nel modello la volatilità (quindi la deviazione standard della distribuzione log-normale) è nota e costante e che la volatilità che viene inserita nella formula è quella che viene definita volatilità implicita, ovvero quella contenuta nei prezzi di mercato delle attività sottostanti.

Essa, dunque, se vogliamo dare una definizione generale, rappresenta la volatilità del sottostante all'opzione, che corrisponde al prezzo di mercato dell'opzione[49].

È chiaro che, a parità delle altre condizioni, una volatilità dell'attività sottostante elevata porti ad un prezzo dell'opzione maggiore rispetto ad un'altra opzione avente come sottostante una differente attività, la quale abbia una volatilità inferiore della prima. Ciò, vale sia per le opzioni put che per le opzioni call, ed è dovuto al fatto che ad una volatilità elevata corrispondono più ampie variazioni di prezzo dell'attività sottostante, le quali se avvengono nella direzione favorevole per l'acquirente, possono portare l'opzione ad essere anche deep in the money, con una probabilità maggiore. Tuttavia, garantendo all'acquirente una protezione, pari al premio pagato, dalle ampie variazioni che si potrebbero verificare anche nella direzione opposta, tutto ciò comporterebbe il verificarsi di un evento sfavorevole per l'investitore.

Per verificare quanto varia il prezzo dell'opzione al variare della volatilità bisogna calcolare il Vega[50], un indicatore che esprime la sensibilità del prezzo dell'opzione al variare della volatilità.

---

48 Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

49 Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

50 Occorre precisare, nell'ambito delle "greche" delle opzioni, che il Vega non è una lettera dell'alfabeto greco, ma a tale indicatore è stato attribuito questo nome per analogia, in quanto la lettera ni (ν) con la quale è indicato, rimanda alla V latina, che richiama la volatilità.

Dal punto di vista matematico esso può essere espresso come la derivata prima del prezzo dell'opzione rispetto alla volatilità del prezzo del sottostante:

$$\nu = \frac{\delta C}{\delta \sigma} = \frac{(C_2 - C_1)}{(\sigma_2 - \sigma_1)}$$

Ciò significa che, se, ad esempio, un'opzione ha un Vega pari a 0,3, per un aumento (riduzione) di un punto percentuale della volatilità del prezzo dell'attività sottostante, il prezzo dell'opzione aumenterà (diminuirà) di 0,3 a parità delle altre condizioni. Il Vega di un'opzione è compreso tra -1 e 1 e, in linea generale, per le posizioni lunghe su opzioni esso avrà un valore positivo, mentre per le posizioni corte avrà un valore negativo.

3.2.5. Tasso di interesse privo di rischio e Rho

Un'altra componente, compresa nel modello di valutazione delle opzioni elaborato da Black e Scholes, è il tasso di interesse privo di rischio. Esso, tra quelli che sono già stati esposti precedentemente, è l'elemento che ha un impatto minore sulla determinazione del prezzo di un'opzione, ma è anche quello che lo influenza in maniera meno diretta; infatti è meno intuitivo, rispetto agli altri casi, capire che effetto ha il tasso di interesse risk-free sul prezzo di un'opzione.

Per capire del tutto l'effetto del tasso di interesse occorre formulare, *in primis*, delle osservazioni: in particolare, bisogna tenere presente che quando si acquista un'opzione si hanno delle aspettative riguardo al prezzo che assumerà a scadenza l'attività sottostante; ovviamente si presuppone che il prezzo a scadenza sia maggiore del prezzo attuale in quanto il primo deve essere pari a coprire almeno i costi connessi all'acquisto e alla detenzione di una data attività finanziaria. Tra questi costi quello che ha un'importanza rilevante è la mancata possibilità di utilizzo della liquidità impiegata per l'acquisto dell'attività finanziaria, per il periodo di detenzione della stessa. Ragion per cui le aspettative di prezzo a scadenza sono sempre maggiori del prezzo attuale.

Possiamo utilizzare il termine "prezzo forward" per indicare il prezzo che rispecchia quelle che sono le aspettative dell'acquirente, mentre con il termine prezzo spot indichiamo il prezzo attuale di una data attività finanziaria. I prezzi forward saranno sempre maggiori di quelli spot, poiché acquistando una data attività si rinuncia al rendimento della liquidità impiegata. E tale rendimento rispecchia direttamente quelli che sono i tassi di interesse osservabili sul mercato.

Perciò, passando con l'analisi alle opzioni call, quando si acquista una call su azione, il prezzo di quest'ultima dovrà tenere conto di tale concetto di "prezzo forward" del sottostante che, come abbiamo visto, è legato ai tassi di interesse di mercato; pertanto, maggiore sarà il livello dei tassi di interesse sul mercato, maggiore sarà il prezzo dell'opzione call[51].

Viceversa, per quanto riguarda le opzioni put, siccome le aspettative in tal caso sono ribassiste, all'aumentare dei tassi di interesse, il prezzo dell'opzione put scenderà ma aumenterà al loro diminuire.

Dunque, il tasso di interesse va ad influire sul valore delle opzioni modificando il tasso di crescita atteso del prezzo del sottostante[52].

La sensibilità del prezzo di un'opzione al variare del tasso di interesse privo di rischio ci viene fornita dal Rho, che evidenzia quanto varia il prezzo dell'opzione al variare di una unità percentuale del tasso di interesse privo di rischio. Dal punto di vista matematico può essere espresso come:

$$P = \frac{\delta C}{\delta r} = \frac{(C_2 - C_1)}{(r_2 - r_1)}$$

Per via di quanto esposto precedentemente, tale valore, che è compreso tra -1 e 1, sarà sempre positivo per le opzioni call, mentre sarà sempre negativo per le opzioni put.

3.2.6. Dividendi attesi durante la vita dell'azione

L'ultimo elemento che incide sul valore di un'opzione è costituito dai dividendi che ci si attende che pagherà l'azione sottostante nel corso della sua vita. Tale elemento non rientra nelle ipotesi del modello di valutazione fornitoci da Black-Scholes, ma per completezza è opportuno citarlo e capire quale sia l'effetto dello stacco di un dividendo sul valore di un'opzione.

In particolare, quando un'azione paga un dividendo, il suo valore va riducendosi. Questo avviene perché il prezzo di un'azione incorpora sia il valore capitale del titolo sia il rateo di interesse maturato e con lo stacco di un dividendo tale seconda componente si riduce. Pertanto, lo stacco di un dividendo avrà un effetto negativo sul valore delle opzioni call, mentre avrà un effetto positivo sul valore delle opzioni put.

---

[51] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

[52] Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana, Milano, Borsa Italiana S.p.a.*

3.3. Modello di Black-Scholes

Tutti gli elementi citati nei paragrafi precedenti hanno diversi effetti sul prezzo teorico delle opzioni. Questi, eccetto i dividendi attesi nel corso della vita dell'azione, vengono racchiusi nel modello di valutazione delle opzioni messo a punto da Black e Scholes, e fanno da input, nella formula elaborata dagli stessi, per ottenere come output il prezzo teorico di un'opzione.

Il modello di Black e Scholes ha rivoluzionato il modo di valutare le opzioni e per via della sua completezza, accuratezza e solidità è ancora oggi il metodo più diffuso tra gli operatori per la valutazione delle opzioni.

Il modello fu elaborato nel 1973, ma questa non fu la prima volta in cui venne trattato l'argomento: prima di Fischer Black e Myron Scholes, altri studiosi si erano occupati di trovare un metodo di valutazione delle opzioni e degli strumenti derivati valido che rispecchiasse al meglio la realtà, ma nessuno di questi riuscì nel proprio intento nella sua completezza, per via di risultati contraddittori e di problemi nella determinazione dei vari parametri delle loro formule.

Una linea comune tra tali esperti è fornita dal fatto che tutte le formule di valutazione elaborate avevano la stessa forma generale ma con parametri diversi ed erano state espresse in termini di warrants. Il problema principale fu che questi parametri nella maggior parte dei casi fossero arbitrari[53].

Per esempio, Sprenkle, nel suo lavoro risalente al 1961, arrivò ad elaborare una formula di valutazione ma con dei parametri che nemmeno lui riuscì a identificare, e dunque, a definire e calcolare.

Nel 1965, Samuelson riuscì a scoprire i parametri ignoti di Sprenkle, identificando con α il tasso di rendimento atteso delle azioni e con β il tasso di sconto da applicare al warrant stesso. Un'assunzione molto importante che egli fece, fu quella di ipotizzare che i possibili prezzi assunti dall'azione sottostante, nell'arco di vita del warrant, si distribuissero secondo una log-normale; pertanto per calcolare il prezzo teorico del warrant, prese il valore medio di tale distribuzione, lo sottrasse allo strike price e infine attualizzò tale valore al tasso β. Purtroppo per lui non esisteva alcun modello di determinazione del prezzo in condizioni di equilibrio del mercato che avvalorasse e confermasse tale procedura come appropriata per la determinazione del valore di un warrant.

Successivamente, in un altro studio messo a punto insieme a Merton nel 1969, venne stabilito che la procedura elaborata precedentemente non fosse adeguata. Pertanto, i due si occuparono di trattare il prezzo dell'opzione in funzione del prezzo dell'azione. Essi capirono che i tassi di sconto sono determinati, in parte, dall'esigenza degli investitori di detenere tutte le consistenze di opzioni e le relative azioni sottostanti. Ma non considerarono che gli investitori devono detenere anche altre attività, cosicché parte del rischio venga diversificata, in modo

[53] Black F., Scholes M., "*The pricing of options and corporate labilities*", Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), 637-59

tale che il rischio delle opzioni o azioni sia determinato esclusivamente da quel rischio che non può essere diversificato, il rischio sistemico[54].

Fischer Black e Myron Scholes fecero tesoro di tutti questi studi precedenti e nel loro articolo riuscirono a prendere le parti corrette di tali studi, trovando allo stesso tempo una soluzione a tutti i problemi ed errori fatti precedentemente, arrivando all'elaborazione di un metodo di valutazione delle opzioni efficace e universalmente riconosciuto.

Il modello di Black e Scholes si propone di determinare il valore di un'opzione nel tempo continuo, cioè, analizzando cosa accade al valore dell'opzione, in ogni istante, e prendendo in considerazione dunque periodi di vita dell'opzione infinitesimamente piccoli, di conseguenza aumentando le possibili variazioni del prezzo dell'azione.

Per fare ciò c'era bisogno, *in primis*, di un modello che fornisse una rappresentazione, coerente con la realtà, della distribuzione dei possibili prezzi che può assumere l'azione nel corso di vita dell'opzione.

Black e Scholes, riprendendo lo studio di Samuelson, ipotizzano che, nel tempo continuo, i prezzi dell'azione seguano il cosiddetto *random walk*[55] che può essere approssimato da un moto browniano geometrico e che, pertanto, la distribuzione dei possibili prezzi che può assumere l'azione a scadenza sia una distribuzione log-normale, con una propria media e varianza.

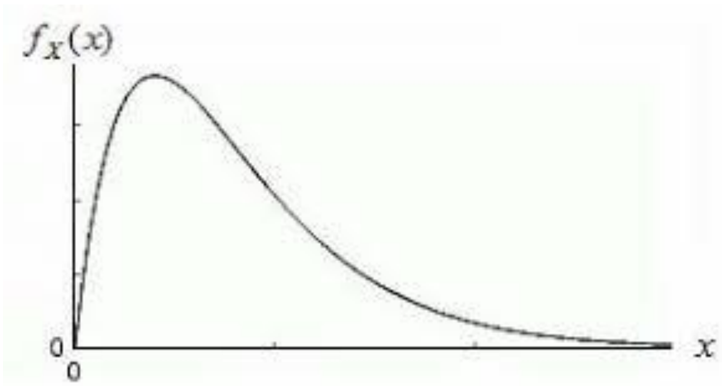


Grafico 20: Rappresentazione di una distribuzione log-normale

Come si può vedere dal grafico la distribuzione log-normale approssima bene la realtà dei fatti poiché consente che il prezzo dell'azione possa aumentare notevolmente ma allo stesso tempo non permette che quest'ultimo scenda al di sotto dello zero[56].

[54] Black F., Scholes M., *"The pricing of options and corporate labilities"*, Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), 637-59

[55] Percorso casuale

[56] Brealey R.A., Stewart C.M., Allen F., Sandri S., *Principi di finanza aziendale*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015

Insieme a tale ipotesi Black e Scholes, nel loro modello di valutazione, ne hanno effettuate altre riguardanti le condizioni ideali che devono essere presenti nel mercato per l'azione e l'opzione affinché il metodo sia efficace. Le ipotesi del modello[57] sono:

1. Il tasso di interesse a breve termine, che, come si vedrà, è il tasso di interesse privo di rischio; è noto e costante.
2. Il prezzo dell'azione segue il cosiddetto random walk nel tempo continuo con una varianza proporzionale al quadrato del prezzo delle azioni. Quindi, la distribuzione dei possibili prezzi dell'azione alla fine di ogni intervallo finito è log-normale.
3. L'azione non paga dividendi.
4. L'opzione prevede una modalità di esercizio di tipo europeo, cioè, può essere esercitata solo alla scadenza.
5. Non ci sono costi di transazione nell'acquistare o vendere l'azione o l'opzione.
6. È possibile prendere in prestito qualsiasi frazione del prezzo di un titolo per venderlo o tenerlo, al tasso di interesse a breve termine.
7. Sono consentite le vendite allo scoperto e non ci sono penalità riguardanti l'utilizzo dei relativi proventi.
8. Non esistono opportunità di arbitraggio prive di rischio.

Sotto tali condizioni il valore di un'opzione dipenderà solamente dal prezzo dell'azione, dalla scadenza e dalle altre variabili, le quali, però, sono conosciute con chiarezza e costanti.

Per giungere alla formula che permette di valutare un'opzione, Black e Scholes sfruttano l'intuizione avuta in uno studio precedente (1967) da Thorp e Kassouf, i quali ottennero una formula empirica di valutazione dei warrant adattando una curva al valore attuale dei prezzi dei warrant. Successivamente, utilizzarono tale formula per calcolare il rapporto tra azioni e opzioni che si devono detenere per creare un portafoglio privo di rischio. L'errore consiste nel non aver considerato che il rendimento atteso di una posizione coperta deve essere uguale al tasso di interesse privo di rischio[58].

Black e Scholes intesero questo aspetto e, tramite la costruzione di un portafoglio privo di rischio composto da una determinata quantità di azioni e opzioni scritte sulle stesse azioni, riuscirono ad arrivare all'equazione differenziale del modello, la cui soluzione ci fornisce la formula per la valutazione del prezzo di un'opzione. Ma procediamo per gradi. Senza entrare troppo negli aspetti prettamente matematici del tema e dunque del calcolo stocastico, dei processi di Wiener e del lemma di Ito, cerchiamo di ricavare l'equazione differenziale di Black e Scholes tramite la costruzione di un portafoglio privo di rischio.

---

[57]Black F., Scholes M., *"The pricing of options and corporate labilities"*, Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), 637-59

[58] Black F., Scholes M., *"The pricing of options and corporate labilities"*, Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), 637-59

È importante sottolineare che la creazione di un portafoglio privo di rischio composto dall'azione e dalla relativa opzione scritta sulla stessa, è possibile poiché l'andamento del prezzo dell'azione influenza sia il valore dell'opzione che, ovviamente, dell'azione stessa[59].

In particolar modo il valore di una call, come già si è visto, è correlato positivamente all'andamento dell'azione; quello di una "put", invece, è correlato negativamente. Tramite un'opportuna strategia di *hedging*, è possibile creare un portafoglio privo di rischio, in un determinato istante, assumendo due posizioni opposte per quanto riguarda azioni e opzioni, in modo tale che le perdite derivanti da una posizione, vengano perfettamente bilanciate da equivalenti ricavi sulla posizione opposta.

Per rendere possibile ciò la composizione del portafoglio deve essere continuamente modificata al variare del prezzo dell'azione e per capire quale sia il rapporto che permette di avere un portafoglio privo di rischio bisogna rivolgere l'attenzione al Delta dell'opzione (cfr. 3.2.1.). Per essere più chiari: se $\Delta = 0{,}5$ un portafoglio privo di rischio in un determinante istante sarà composto da una posizione lunga su 0,5 azioni e una corta sull'opzione call.

Quello che, però, ha permesso a Black e Scholes di giungere alla loro equazione differenziale, e dunque alla conclusione del modello, è l'applicazione della condizione che il rendimento di un portafoglio privo di rischio deve essere sempre pari al tasso di interesse privo di rischio.

Andiamo a vedere ora come tale presupposto, sotto le ipotesi fatte precedentemente, ha influito sul modello di valutazione di Black e Scholes.

Si consideri il caso di un'opzione call avente come sottostante un'azione che non paga dividendi. Si definisca S il prezzo spot dell'azione. Tale prezzo segue nel tempo un andamento casuale che può essere approssimato da un moto browniano geometrico[60] e, come si è già detto, la distribuzione dei possibili prezzi che assumerà l'azione sarà log-normale.

Secondo le formule del moto browniano geometrico le variazioni di prezzo dell'azione possono essere così calcolate:

$$\Delta S \ = \mu S \Delta \mathrm{t} + \sigma \mathrm{S} \Delta \mathrm{z} \tag{3.1}$$

Qui, μ viene definito "tasso di deriva" e rappresenta il tasso di rendimento atteso dall'azione; σ rappresenta la varianza e dunque la volatilità del prezzo dell'azione; Δz è invece dato da $\varepsilon\sqrt{t}$ ed è un elemento che aggiunge variabilità e, quindi, rischio al percorso seguito dall'azione nel corso del tempo.

Ne consegue che, la parte sinistra dell'equazione rappresenta il tasso di rendimento atteso dall'azione, quella di destra rappresenta la componente stocastica[61].

---

[59] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018
[60] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018
[61] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018

Poiché nelle rappresentazioni del modello si ipotizza che μ e σ siano costanti, è possibile utilizzare il lemma di Ito per ricavare il prezzo di una call f_c come funzione di S. Infatti, come è noto, ormai, il valore di un'opzione dipende, in primis, dal valore dell'attività sottostante. Pertanto, possiamo scrivere:

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial S}\mu S + \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t + \frac{\partial f}{\partial S}\sigma S \Delta z$$

(3.2)

Quindi sono state espresse in formula le variazioni di f (3.2) e le variazioni di S (3.1) in un intervallo di tempo Δt molto piccolo.

Scegliendo un portafoglio privo di rischio composto dall'azione e dall'opzione si può giungere all'equazione differenziale di Black e Scholes.

In particolare, tale portafoglio può essere costruito assumendo:

- Una posizione corta sull'opzione
- Una posizione lunga, pari a $\frac{\partial f}{\partial S}$, sull'azione sottostante

Come è facile notare la quantità $\frac{\partial f}{\partial S}$ rappresenta il Delta dell'opzione ed è quel valore che permette che le perdite derivanti da una posizione bilancino esattamente i guadagni derivanti dalla posizione opposta.

In base a quanto detto, si definisca il valore di tale portafoglio, π, come:

$$\pi = -f + \frac{\partial f}{\partial S}S$$

(3.3)

In cui la prima parte rispecchia la posizione corta su call, mentre la seconda, la posizione lunga sull'azione.

La variazione di valore di tale portafoglio in un intervallo di tempo Δt sarà data da:

$$\Delta\pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S}\Delta S$$

(3.4)

Sostituendo adesso la 3.1 al posto di ΔS, e la 3.2 al posto di Δf, nell'equazione 3.4 e ordinando i termini, si potrà scrivere la variazione di valore del portafoglio come:

$$\Delta\pi = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t$$

(3.5)

Questa è la variazione del valore del portafoglio privo di rischio in un dato intervallo di tempo Δt.

Tuttavia, per quanto esposto precedentemente, il rendimento di tale portafoglio deve essere pari al tasso di interesse privo di rischio. Pertanto, si può scrivere la variazione di valore del portafoglio in un dato intervallo di tempo come il valore del portafoglio (3.3) moltiplicato per il tasso di interesse privo di rischio.

E dunque:

$$\Delta\pi = r\pi\Delta t$$

(3.6)

In cui r rappresenta il tasso di interesse privo di rischio.

Sostituendo l'equazione 3.5 e quella 3.4 nella 3.6, e riordinando i termini si otterrà l'equazione differenziale di Black e Scholes.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

(3.7)

Occorre sottolineare, prima di proseguire, che il portafoglio costruito è privo di rischio solo in un preciso e determinato istante temporale, pertanto per continuare ad essere privo di rischio nel tempo bisogna sistemare sempre i pesi del portafoglio in base al variare del Delta dell'opzione.

Un'altra importante osservazione, che sarà utile anche nel capitolo successivo quando si parlerà del metodo binomiale, consiste nel considerare che nell'equazione di differenziale di Black e Scholes non figura il termine μ, cioè il tasso di rendimento atteso. Ciò sta a significare che, in quanto tale termine incorpora le prospettive degli investitori e dunque viene influenzato anche dalla loro avversione al rischio, ci si trova in quello che si può definire mondo neutrale verso il rischio.

In tale situazione la propensione al rischio non influenza il valore corrente f del derivato, poiché non figurando nell'equazione differenziale, essa certamente non potrà comparire neanche nella sua soluzione che ci fornisce la formula di valutazione delle opzioni di Black e Scholes[62]. Ciò che scaturisce da tale situazione, come è facile intuire, è che il rendimento di tutti i titoli sarà pari al tasso di interesse risk free, così come il tasso al quale attualizzare i flussi di cassa di un qualsiasi titolo sarà il tasso di interesse privo di rischio.

Messo in chiaro ciò, la soluzione dell'equazione differenziale a quelle che, nel lavoro di Black e Scholes, vengono definite "boundary conditions" porta ad un'unica soluzione che altro non è se non la formula di valutazione delle opzioni del modello[63]. Le condizioni al contorno, nel caso della call, sono:

$$f = \max(S - K) \text{ se } S \geq K$$
$$f = 0 \text{ se } S < K$$

(3.8)

Pertanto, la soluzione dell'equazione differenziale, a tali condizioni, ci fornisce la formula di valutazione di un'opzione call e di conseguenza il valore di f per il quale l'equazione differenziale è soddisfatta.

---

[62] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018

[63] Black F., Scholes M., *"The pricing of options and corporate labilities"*, Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), 637-59

Dunque, nel caso della call, la formula di Black e Scholes, che ci permette di trovare il prezzo di un'opzione è:

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \tag{3.9}$$

In cui:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{3.10}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{3.11}$$

Nella formula di valutazione della call trovata (3.9):

- c = prezzo della call
- S = Prezzo del sottostante
- K = Strike Price
- r = Tasso di interesse privo di rischio
- $N(d_1)$ = delta dell'opzione
- $N(d_2)$ = Probabilità che la call venga esercitata
- T = tempo mancante alla scadenza

Per quanto riguarda invece la formula che ci permette di determinare il prezzo di un'opzione put, cambiando le "boundary conditions" rispetto alla call, avremo una soluzione differente dell'equazione differenziale e dunque la formula di Black e Scholes per valutare un'opzione put sarà:

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \tag{3.12}$$

Le equazioni (3.9) e (3.12) sono le formule di Black e Scholes per la valutazione delle opzioni, rispettivamente, call e put.

Come si può vedere dalle formule il valore di un'opzione non dipende dalle aspettative degli investitori riguardanti il rendimento dell'azione, bensì dipende solamente dal tempo mancante alla scadenza, dallo strike price, dal valore dell'attività sottostante e dalla volatilità dell'attività sottostante (σ), la quale però per via delle ipotesi del modello, è nota e costante.

In conclusione, è opportuno osservare che, come si evince dallo studio di Black e Scholes, esiste un altro metodo di derivazione della formula. Quest'ultimo avviene utilizzando il *capital asset pricing model* (CAPM), il quale descrive la relazione tra rischio e rendimento atteso di una determinata quantità di capitale in condizioni di equilibrio del mercato[64].

3.4. Call-Put Parity

Definito il metodo di valutazione di Black e Scholes è importante citare un altro metodo che permette di ricavare il prezzo di un'opzione.

In particolare, tale metodo può essere utilizzato, ad esempio, per valutare una call con una data scadenza e strike price, conoscendo il prezzo della put scritta sullo stesso titolo e con uguale scadenza e strike price. Stessa cosa vale per l'inverso, cioè per valutare un'opzione put conoscendo il prezzo della call scritta sullo stesso titolo.

Ciò è possibile poiché per opzioni europee, in assenza di arbitraggi, vale la call-put parity, che è una relazione che lega i prezzi di una coppia di opzioni put e call. Pertanto, tale relazione fa sì che le quotazioni delle une siano correlate con le quotazioni delle altre[65].

Per comprendere tale relazione consideriamo due portafogli:

- Il primo composto da una posizione lunga su call e una posizione lunga su un'obbligazione che a scadenza dà diritto a ricevere un flusso di cassa positivo pari a K.
- Il secondo composto invece, da una posizione lunga su put e un'altra posizione lunga sull'azione sottostante.

Se entrambe le opzioni sono europee e scritte sullo stesso titolo, con uguale scadenza T e uguale strike price K allora è possibile applicare la call-put parity.

Tale relazione parte dall'assunto che in assenza di arbitraggi e con l'esercizio dell'opzione che può avvenire solo a scadenza, i due portafogli dovranno avere un valore uguale in qualsiasi momento, altrimenti sarà possibile realizzare dei profitti privi di rischio[66]. Difatti, dovrà valere la seguente equazione:

$$f_c + Ke^{-rT} = f_p + S \tag{3.13}$$

In cui la prima parte dell'equazione rappresenta il valore del primo portafoglio, dato dal valore della call più il flusso di cassa positivo che deriva dall'obbligazione attualizzato. La seconda parte dell'equazione rappresenta il valore del secondo portafoglio che è dato dal valore della "put" più il prezzo spot dell'azione.

---

[64] Black F., Scholes M., *"The pricing of options and corporate labilities"*, Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), 637-59

[65] Minnini R.M., *Valutazione delle opzioni col modello di Black e Scholes*

[66] Minnini R.M., *Valutazione delle opzioni col modello di Black e Scholes*

Pertanto, riordinando i termini della 3.13 si otterrà:

$$f_p = f_c - S + Ke^{-rT} \tag{3.14}$$

$$f_c = f_p + S - Ke^{-rT} \tag{3.15}$$

Queste le formule della call-put parity. Ovviamente, non è banale che nella composizione dei due portafogli per la dimostrazione della formula si è ipotizzato che il pagamento a cui dà diritto l'obbligazione fosse pari allo strike price e che il titolo azionario scelto nel secondo portafoglio fosse il sottostante dell'opzione.

Infatti, i termini Ke^{-rT} e S, sono contenuti nella formula di Black e Scholes e quindi contribuiscono alla formazione del prezzo dell'opzione; essi devono essere considerati come il prezzo dell'attività (S) e il valore dello strike price attualizzato (Ke^{-rT}).

Infine, è importante sottolineare che tale relazione non vale nel caso di opzioni americane, le quali possono essere esercitate anche prima della scadenza.

In ultima analisi, la call-put parity non permette solamente di ricavare il prezzo di un'opzione conoscendo il prezzo dell'opzione di tipo opposto, ma ha importanti risvolti anche dal punto di vista operativo; se vale tale relazione, allora qualsiasi posizione su un solo tipo di opzione potrà essere replicata con un portafoglio composto da posizioni sul tipo di opzione opposto e sul sottostante[67]. Tutto ciò dal punto di vista delle strategie operative realizzabili con le opzioni è di rilevanza fondamentale.

[67] Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

Capitolo IV
Dal modello binomiale alla formula di Black e Scholes

Un'altra tecnica molto diffusa per la valutazione delle opzioni fu elaborata nel 1979 da John Cox, Stephen Ross e Mark Rubinstein. Tale modello, conosciuto come metodo binomiale, si propone come alternativa al modello elaborato da Black e Scholes nel 1973, e tenta di fornire un approccio semplificato, ma comunque efficace, alla valutazione delle opzioni. Questo perché, a differenza del modello di Black e Scholes, il modello binomiale parte da una valutazione delle opzioni nel tempo discreto.
In generale, ipotizzando che il prezzo dell'azione segua un "random walk", tramite la rappresentazione di un albero binomiale che raffiguri i possibili valori che può assumere l'azione con una certa probabilità e in un dato intervallo temporale, il modello, attraverso l'argomentazione di neutralità verso il rischio descritta precedentemente, consente un'efficace valutazione delle opzioni.
Obiettivo del capitolo conclusivo è illustrare, senza entrare troppo nello specifico e nei processi prettamente matematici, le peculiarità di tale modello mettendo in luce come, effettivamente esso sia una semplificazione del modello di Black e Scholes, in quanto, riducendo sempre di più l'ampiezza degli intervalli temporali e aumentando gli stadi del modello, si passa ad una valutazione nel tempo continuo che conduce alla formula di Black e Scholes e dunque ai suoi stessi risultati.
Pertanto, si vedrà che il metodo binomiale, apparentemente differente, in realtà conduce alla formula di Black e Scholes; lo si può, dunque, definire come un approccio che semplifica la valutazione delle opzioni rispetto al modello di Black e Scholes.

4.1. Il modello Binomiale

Le ipotesi del modello binomiale, che si utilizzeranno in tale capitolo, ricalcano, in parte, quelle fatte da Black e Scholes nell'elaborazione della propria formula di valutazione delle opzioni.
Si ipotizza che:

- sul mercato non ci siano opportunità di arbitraggio prive di rischio;
- valga il principio della neutralità verso il rischio, pertanto il tasso di interesse utilizzato sarà quello risk free;
- non ci sia limite alle vendite allo scoperto;
- il prezzo dell'azione, nel tempo, segua il cosiddetto "random walk".

Inoltre, in tale modello si ipotizza che il mercato sia aperto solo su una successione discreta di date (t, t+1, t+2, ecc.) e a tali date le possibili variazioni del prezzo dell'azione vengono rappresentate da un albero binomiale, il quale implica che alla fine di ciascun intervallo elementare di tempo, il prezzo dell'azione sottostante possa assumere solo due stati: uno di rialzo con una certa probabilità q e ad un certo tasso u, e uno

di ribasso con probabilità 1-q e ad un certo tasso d. In tale modello, i prezzi che potrà assumere l'azione alla fine del periodo sono noti, ma non è noto quale dei due stati si verificherà[68].
Definite le ipotesi e le specifiche generali del modello, si passa ad un'analisi specifica, esaminando prima il caso più semplice di valutazione tramite il modello binomiale, ovvero quello uniperiodale, in cui si considera un solo stadio e dunque solo due sono i possibili valori che potrà assumere l'azione sottostante.
Poi si passerà al modello binomiale multiperiodale il quale fornisce una rappresentazione più veritiera della realtà rispetto al primo.

4.1.1. Il modello Binomiale Uniperiodale

Nello schema del modello binomiale uniperiodale si ipotizza che l'opzione oggetto di valutazione scada nel successivo istante di apertura del mercato t+1; pertanto l'azione sottostante a scadenza potrà assumere solamente due valori ognuno con una certa probabilità.
Si consideri il caso di una call, lo schema appena descritto può essere così rappresentato:

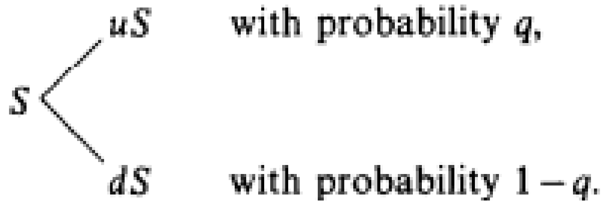


Grafico 21: Albero binomiale ad uno stadio

(Tratto da: Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., *"Option pricing: A semplified approach"*, Journal of Financial Economics, 7 (October 1979), 229-64)

Dove u e d rappresentano rispettivamente il tasso di crescita dell'azione in caso di rialzo e il tasso di decrescita in caso di ribasso. Pertanto, i valori di u dovranno essere maggiori di 1, quelli di d minori di 1.
Se si definisce con f il valore attuale della call, in base a quale dei due stati si verificherà, si può dire che questo varrà f_u nel caso di rialzo oppure f_d nel caso di ribasso.
Per determinare in tale situazione il valore di f e dunque dell'opzione, si utilizzi l'argomentazione di hedging fatta già precedentemente nella dimostrazione della formula di Black e Scholes.
Si immagini perciò di costruire un portafoglio privo di rischio composto da una posizione lunga su una determinata quantità di azioni e una corta sull'azione. Ovviamente il numero di azioni da acquistare per rendere il portafoglio privo di rischio sarà dato dal delta dell'opzione in quanto, esso in tale ottica, fornisce la quantità

[68] Castellani G., De felice M., Morriconi F., *Manuale di finanza Vol III. Modelli Stocastici e contratti derivati,* Bologna, Il Mulino, 2006

di azioni da acquistare per far sì che ogni perdita su una posizione sia esattamente bilanciata da un guadagno sulla posizione opposta.
Il valore del Delta in tale circostanza può essere così ricavato. In caso di rialzo del mercato il portafoglio varrà:

$$Su\Delta - f_u \tag{4.1}$$

In caso invece di ribasso del prezzo dell'azione il valore del portafoglio sarà:

$$Sd\Delta - f_d \tag{4.2}$$

Se il portafoglio è privo di rischio di rischio il valore di quest'ultimo dovrà essere uguale sia che si verifichi un rialzo del prezzo dell'azione sia che si verifichi un ribasso.
Pertanto, uguagliando la 4.1 e la 4.2 si otterrà la seguente relazione:

$$Su\Delta - f_u = Sd\Delta - f_d \tag{4.3}$$

Da tale equazione è possibile ricavare il valore del delta che rende il portafoglio privo di rischio; esso sarà:

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{Su - Sd} \tag{4.4}$$

Inoltre, in base a quanto detto anche precedentemente riguardo la formula di Black e Scholes, per evitare opportunità di arbitraggio prive di rischio il rendimento di tale portafoglio deve essere pari al tasso di interesse risk free. Attuando un ragionamento inverso il valore attuale del portafoglio, attualizzato al tasso risk free, dovrà essere pari al costo sostenuto per l'apertura della posizione.
Pertanto, dovrà valere la seguente uguaglianza:

$$S\Delta - f = (Su\Delta - f_u)e^{-rT} \tag{4.5}$$

Esprimendo tale equazione in termini di f (ovvero a dire il valore dell'opzione) e sostituendo la 4.4 al posto del Delta, si avrà:

$$f = S\left(\frac{f_u - f_d}{Su - Sd}\right)(1 - ue^{-rT}) + f_u e^{-rT} \tag{4.6}$$

Facendo le opportune semplificazioni e riordinando i termini la 4.6 diventa:

$$f = \frac{f_u(1 - de^{-rT}) + f_d(ue^{-rT} - 1)}{u - d}$$

(4.7)

Se infine si moltiplicano entrambi i termini dell'equazione per e^{rT} si avrà:

$$f = e^{-rT}\left[\frac{f_u(e^{rT} - d)}{u - d} + \frac{f_d(u - e^{rT})}{u - d}\right]$$

(4.8)

In cui è possibile indicare con:

$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

(4.9)

$$1 - p = \frac{u - e^{rT}}{u - d}$$

(4.10)

Pertanto, la 4.8 diventa:

$$f = e^{-rT}[f_u p + (1 - p)f_d]$$

(4.11)

Questa è la formula di valutazione delle opzioni che scaturisce dall'utilizzo del modello binomiale ad uno stadio. Prima di proseguire, passando al modello binomiale multiperiodale, è opportuno effettuare alcune osservazioni riguardo questa formula.

In primo luogo, è possibile notare che l'unica variabile da cui dipende il prezzo dell'opzione è il prezzo dell'azione sottostante. Inoltre, il valore della call non dipende dagli atteggiamenti degli investitori verso il rischio. E in ultimo, nella formula non compare il termine q, che come abbiamo detto precedentemente rappresenta la probabilità che si verifichi uno stato oppure l'altro nell'albero binomiale. Ciò implica che la probabilità di rialzo del prezzo dell'azione o di ribasso non influisce sul prezzo dell'opzione[69].

Tuttavia, ciò è vero in un mondo che non è neutrale verso il rischio, in quanto nel caso contrario di neutralità verso il rischio, i termini p e 1-p, che assumono valori compresi tra 0 e 1 e dunque presentano le caratteristiche di una probabilità, corrispondono esattamente alla probabilità q che si verifichi lo stato di rialzo del prezzo

[69] Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., *"Option pricing: A semplified approach"*, Journal of Financial Economics, 7 (October 1979), 229-64

dell'azione e dunque di conseguenza anche alla probabilità 1-q che si verifichi lo stato di ribasso del mercato. Pertanto, in tale ottica di neutralità verso il rischio, nel modello binomiale ad uno stadio il valore dell'opzione call (eq. 4.11) è dato dal valore attuale del prezzo dell'opzione in caso di rialzo per la rispettiva probabilità (p) più il valore del contratto di opzione in caso di ribasso del prezzo dell'azione per la rispettiva probabilità (1-p): si tratta del valore atteso del dell'opzione attualizzato[70].

4.1.2. Il modello Binomiale Multi periodale; Formula di Cox, Ross, Rubinstein.

Il modello binomiale multiperiodale si caratterizza per il fatto che il mercato è aperto anche a date future precedenti la data di scadenza dell'opzione. Pertanto, aumenteranno gli stadi dell'albero binomiale e di conseguenza i valori che può assumere il prezzo dell'azione a scadenza.

Infatti, in base all'ampiezza temporale in cui si suddivide l'arco di vita dell'opzione, ad ogni istante temporale predeterminato, il prezzo dell'azione si può muovere in maniera binomiale. Più l'ampiezza temporale è lunga minori saranno gli stadi dell'albero binomiale; più l'ampiezza temporale è corta maggiori saranno gli stadi e maggiori i prezzi che l'azione può assumere a scadenza.

Si consideri prima il caso di una call in un albero binomiale a due stadi. Lo schema dell'albero sarà il seguente:

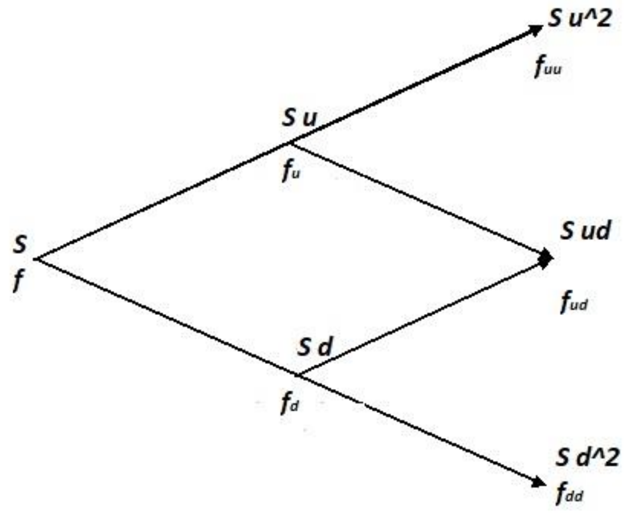


Grafico 22: Albero binomiale a due stadi

Come si può osservare, a scadenza il prezzo dell'azione (S) potrà assumere tre differenti valori a seconda di come esso si muoverà nell'arco di tempo intercorrente t_0 e t_{+1} e tra t_{+1} e T.

Nel corso di ogni intervallo temporale il prezzo dell'azione può salire di u volte il livello iniziale o scendere di d volte. Ovviamente in base a come si muove il prezzo dell'azione, il valore finale dell'opzione ne sarà influenzato.

[70] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati*, Milano, Torino, Pearson, 2018

Per conoscere il valore f dell'opzione al tempo t_0, il procedimento è simile a quello utilizzato precedentemente nel modello binomiale uniperiodale.
In quelle circostanze si è stabilito che il valore dell'opzione è pari al valore atteso dell'opzione attualizzato. Anche qui partendo dagli estremi dell'albero ci si riconduce, secondo tale meccanismo, ai nodi precedenti dell'albero fino ad arrivare al valore di f.
Dunque, per essere più chiari, partendo da f_{uu} e f_{ud} si calcola il valore atteso di f_u, e partendo da f_{dd} e f_{ud} si calcola il valore atteso di f_d. Dati questi valori si calcola il valore di f allo stesso modo. La differenza rispetto al modello uniperiodale sta nel fatto che ora la lunghezza di ogni intervallo è pari a $\Delta t = T/n$ e non più T; n è il numero di intervalli in cui è diviso l'arco temporale di vita dell'opzione. Pertanto, nel fattore di attualizzazione andrà inserito Δt. Per ricavare la formula di valutazione nel modello binomiale a due stadi, si definisce:

$$f_u = e^{-r\Delta t}[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}] \tag{4.12}$$

$$f_d = e^{-r\Delta t}[pf_{ud} + (1-p)f_{dd}] \tag{4.13}$$

Ci si è ora ricondotti ai valori di f_u e f_d; adesso è come se si stesse valutando un albero binomiale ad uno stadio. Sostituendo le equazioni 4.12 e 4.13 nella 4.11 si otterrà:

$$f = e^{-2r\Delta t}[p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}] \tag{4.14}$$

Questa è la formula che permette valutare un'opzione call nel modello binomiale a due stadi.
Tale formula e molto simile alla 4.11, in quanto, i termini p^2, $2p(1-p)$ e $(1-p)^2$, rappresentano, in un mondo neutrale verso il rischio, le rispettive probabilità di raggiungere ciascun estremo dell'albero binomiale. Pertanto, si può affermare che il prezzo dell'opzione sarà dato ancora una volta dal suo valore atteso attualizzato al tasso risk free.
È importante, prima di passare alla generalizzazione del modello binomiale multi periodale ad n periodi, stabilire come determinare i valori u e d. Cox, Ross e Rubinstein nel loro lavoro e nell'elaborazione della loro formula, hanno intuito che i valori di u e d devono essere coerenti con la volatilità dell'azione sottostante affinché il metodo di valutazione sia efficace. Essi hanno stabilito che:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

(4.15) e (4.16)

Il modello binomiale a due stadi rappresenta un modello di valutazione ancora troppo poco realistico.

Per far sì che il modello di valutazione fornisca un valore dell'opzione adeguato occorre aumentare il numero di intervalli temporali in cui viene suddiviso il periodo di vita dell'opzione (n) e, dunque, ridurre sempre di più l'ampiezza temporale di ogni singolo intervallo.
La figura che segue rappresenta lo schema di un albero binomiale con sei stadi

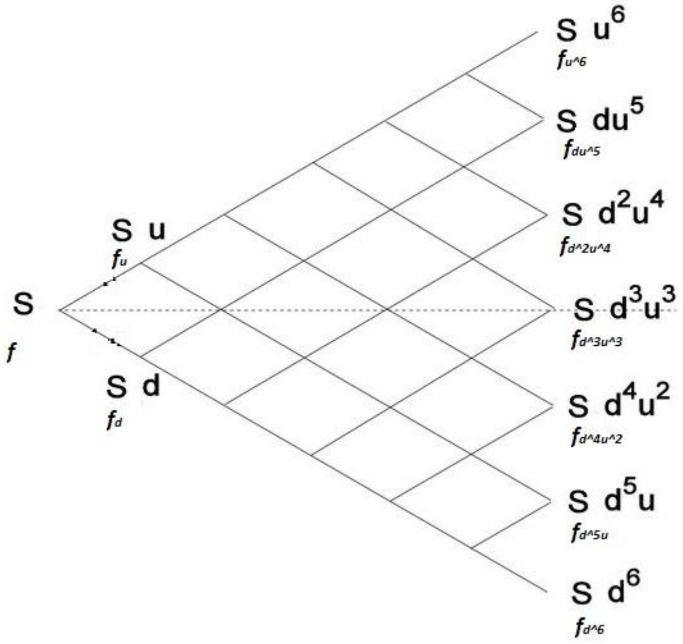


Grafico 23: Albero binomiale a sei stadi

In tale situazione, il modello si fa più complesso in quanto ogni istante temporale contiene un movimento binomiale dell'azione, quindi sarebbe impensabile procedere a ritroso dagli estremi dell'albero fino ad arrivare al valore di f come fatto in precedenza, diventerebbe un procedimento fattibile ma infinito. Anche perché, solitamente, per valutare al meglio un'opzione, un albero binomiale viene suddiviso in circa 30 intervalli di lunghezza Δt[71].
Cox, Ross e Rubinstein, nel loro lavoro risalente al 1979 hanno proposto una formula di valutazione generale delle opzioni, tramite il modello binomiale, valida per qualsiasi n e dunque efficace per qualsiasi albero binomiale sia che esso abbia 3 stadi sia che ne abbia 30.
La formula di valutazione parte dalle stesse intuizioni fatte nei casi precedenti. Cox, Ross e Rubinstein definirono il valore di una call europea in un mondo neutrale verso il rischio, scritta su azione, la quale non paga dividendi e il cui prezzo segue un processo binomiale come:

$$f = e^{-rT} \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n!}{(n-j)!\,j!} \right) p^j (1-p)^{n-j} \ \max\left(Su^j d^{n-j} - K; 0\right) \tag{4.17}$$

[71] Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati,* Milano, Torino, Pearson, 2018

In cui n è il numero di periodi in cui è suddiviso l'arco di vita dell'opzione, j sono i rialzi e n-j i ribassi del prezzo dell'azione che si sono verificati in tutti gli intervalli del periodo preso in considerazione.
Questa è la formula completa, ma così espressa non è immediato vedere da cosa scaturisce il valore di un'opzione, sicché occorre effettuare degli aggiustamenti per scriverla in maniera più chiara[72].
In particolare, occorre notare che i termini dell'equazione non sono nulli e il valore dell'opzione non è zero, se:

$$Su^j d^{n-j} > K$$

(4.18)

Dunque, quando, il prezzo dell'azione a scadenza è maggiore dello strike price.
Questo perché se così non fosse l'opzione a scadenza sarebbe out of the money e dunque il suo valore pari a zero. Detto ciò si consideri adesso α come il valore più piccolo di j tale per cui è soddisfatta la disuguaglianza 4.18: tale parametro può essere interpretato come il numero minimo di rialzi necessari, negli n stadi dell'albero binomiale, per cui si è sicuri che l'opzione finisca in the money[73].
Tale valore può essere ricavato applicando i logaritmi sia al lato sinistro che a quello destro della disequazione 4.18, per cui si avrà che:

$$\alpha = \frac{n}{2} - \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)}{2\sigma\sqrt{T/n}}$$

(4.19)

Possiamo concludere che per valori di j minori di α il valore dell'opzione è zero, invece per valori di j maggiori di α il valore della call sarà dato da:

$$f = e^{-rT} \sum_{j=\alpha}^{n} \left(\frac{n!}{(n-j)!\,j!}\right) p^j (1-p)^{n-j} (Su^j d^{n-j} - K)$$

(4.20)

Moltiplicando i termini dell'equazione è possibile scrivere il valore della call come:

$$f = Se^{-rT} \left[\sum_{j=\alpha}^{n} \left(\frac{n!}{j!\,(n-j)!}\right) p^j (1-p)^{n-j} u^j d^{n-j}\right] - Ke^{-rT} \left[\sum_{j=\alpha}^{n} \left(\frac{n!}{j!\,(n-j)!}\right) p^j (1-p)^{n-j}\right]$$

(4.21)

72 Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., *"Option pricing: A semplified approach"*, Journal of Financial Economics, 7 (October 1979), 229-64
73 Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., *"Option pricing: A semplified approach"*, Journal of Financial Economics, 7 (October 1979), 229-64

Il termine che moltiplica Ke^{-rT} non è altro che l'espressione della funzione complementare della distribuzione binomiale; pertanto può essere espressa così:

$$\Phi(\alpha; n, p)$$

(4.22)

Per quanto riguarda la prima parte dell'equazione invece, bisogna prima considerare che il termine e^{rT}, per via di quanto esposto precedentemente, siccome siamo in un mondo neutrale verso il rischio, sarà pari ad n volte il tasso di rendimento atteso dall'azione in ogni intervallo Δt.

Pertanto, si può scrivere che:

$$e^{rT} = [pu + (1-p)d]^n$$

(4.22)

Sostituendo il valore e^{rT} nella prima parte dell'equazione 4.21 si otterrà:

$$S \sum_{j=\alpha}^{n} \left(\frac{n!}{j!\,(n-j)!} \right) \frac{(pu)^j((1-p)d)^{n-j}}{[pu + (1-p)d]^n}$$

(4.23)

Adesso anche tale parte dell'equazione può essere vista come l'espressione della funzione complementare di distribuzione binomiale:

$$\Phi(a; n, p')$$

In cui:

$$p' = \frac{pu}{pu + (1-p)d} \qquad e \qquad 1 - p' = \frac{(1-p)d}{pu + (1-p)d}$$

(4.24) e (4.25)

Così si arriva alla formula generale di valutazione del modello binomiale ad n stadi elaborata da Cox, Ross e Rubinstein, ovvero:

$$f = S\,\Phi(a; n, p') - Ke^{-rT}\Phi(\alpha; n, p)$$

(4.26)

Come si può dedurre, tale formula è immediata e permette di effettuare una valutazione delle opzioni con il modello binomiale più realistica, in quanto aumentando il numero degli stadi il valore dell'opzione che si otterrà sarà sempre più realistico.

4.2 Relazione tra gli Alberi binomiali e il modello di Black e Scholes

I due modelli di valutazione delle opzioni presentati, ovvero quello binomiale e quello di Black e Scholes, differiscono tra loro per il fatto che il primo si propone come metodo di valutazione nel tempo discreto mentre il secondo come metodo di valutazione nel tempo continuo.

Riprendendo le due formule dei rispettivi modelli:

$$f = S\, \Phi(a; n, p') - Ke^{-rT}\Phi(a; n, p) \tag{4.26}$$

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \tag{3.9}$$

In cui f e c rappresentano il valore della call e S_0 e S il valore dell'azione sottostante. È immediato osservare come esse in realtà, oltre alla differenza sopracitata, siano molto simili tra di loro.

Il valore dell'opzione è dato infatti dalle stesse componenti con l'unica differenza nelle formule, che cambiano alcuni termini, a causa dell'ipotesi, nel modello di Black e Scholes, che il prezzo dell'azione segua un moto browniano geometrico e si distribuisce secondo una log-normale, mentre nel modello binomiale si ipotizza che il prezzo dell'azione segua un random walk e si distribuisce secondo una distribuzione binomiale. Tale similitudine, dal punto di vista della forma, tra le due formule, non è un caso in quanto esprime una relazione esistente tra i due modelli.

Infatti, se si fa tendere ad infinito il numero degli stadi nel modello binomiale, e dunque si passa dal tempo discreto al tempo continuo (poichè aumentando il valore di n si riduce sempre di più l'ampiezza temporale di ogni intervallo temporale Δt fino ad essere un istante infinitamente piccolo) si otterranno gli stessi risultati che si otterrebbero utilizzando la formula di valutazione di Black e Scholes per determinare il prezzo di un'opzione.

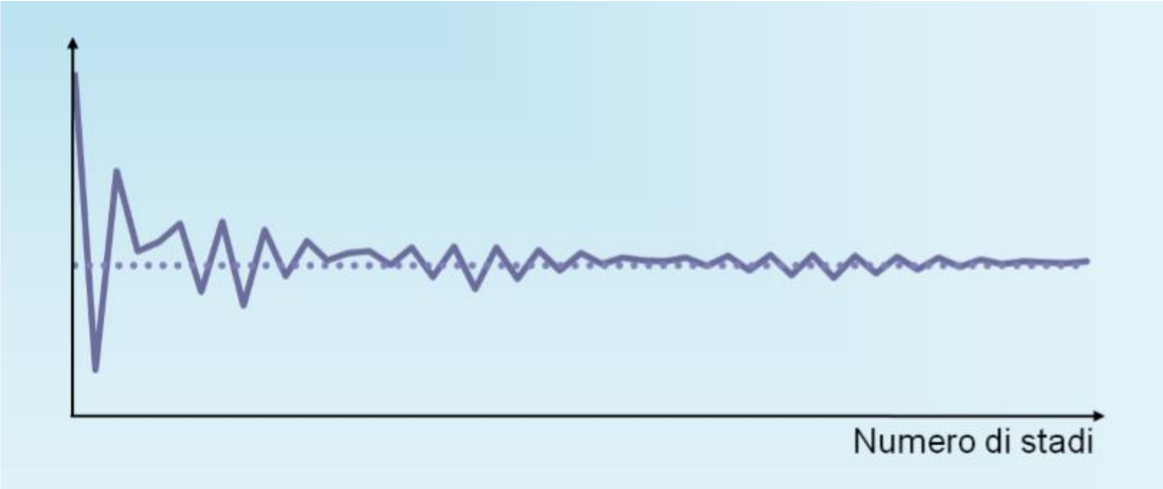
Dunque:

$$\lim_{n\to\infty} \Phi(a; n\,, p') = N(d_1) \quad e \quad \lim_{n\to\infty} \Phi(a; n, p) = N(d_2) \tag{4.27}$$

Pertanto, la formula del modello binomiale (4.26) diventa esattamente uguale a quella del modello di Black e Scholes (3.9) e condurrà a parità delle altre condizioni agli stessi risultati.

All'aumentare di n diminuisce sempre di più lo scarto che c'è tra il valore dell'opzione ottenuto utilizzando il modello binomiale e quello ottenuto utilizzando la formula di Black e Scholes.

Si può concludere che, per valori molto elevati di n, il modello binomiale converge al risultato prodotto dalla formula di Black e Scholes.



(Fonte: Brealey R.A., Stewart C.M., Allen F., Sandri S., *Principi di finanza aziendale*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015)

Grafico 24: Rappresentazione di come una distribuzione binomiale tende all'aumentare di n ad un valore, che in tal caso è quello che si ottiene con la formula di Black e Scholes

Ciò non è banale: in tale ottica il modello binomiale può intendersi come una semplificazione del modello di Black e Scholes, in quanto per n sufficientemente elevati si può ottenere una buona approssimazione del prezzo di un'opzione anche nel tempo discreto, che è più facile da prendere in considerazione, ai fini della valutazione, rispetto al tempo continuo.

Inoltre, giacché il metodo di Black e Scholes non sempre può essere utilizzato, ad esempio nel caso in cui l'azione distribuisca dei dividendi e l'opzione sia di tipo americano, è necessario utilizzare il modello binomiale, tramite il quale si otterrà un valore dell'opzione abbastanza coerente con la realtà[74].

[74] In tale elaborato si sono illustrate, per una questione di semplicità, solo le caratteristiche principali del modello binomiale, per dimostrare la relazione con il modello di Black e Scholes; in realtà il modello binomiale ha anche altre applicazioni: per valutare un'opzione put, un'opzione americana il cui sottostante distribuisce dividendi ecc.

Conclusioni

Il modello di Black e Scholes e il modello binomiale sono due tra i metodi più utilizzati per valutare le opzioni poiché approssimano la realtà.

Scopo di tale elaborato è quello di fornire un'introduzione all'affascinante mondo degli strumenti derivati, soffermandosi in particolare sulle opzioni e analizzando il tema del pricing delle stesse, mettendo in evidenza come tali due modelli di valutazione siano tra loro correlati.

Nel primo capitolo, di natura introduttiva, si sono analizzate le caratteristiche chiave dei singoli strumenti derivati e dei loro mercati, nonché lo sviluppo nel corso del tempo che hanno avuto tali strumenti. In tale fase l'analisi è stata svolta in modo tale da mettere in evidenza le analogie e differenze tra i vari schemi contrattuali degli strumenti in questione, per rendere più chiare le loro dinamiche di funzionamento.

Nel secondo capitolo l'analisi si è spostata sulle opzioni, dando un taglio più operativo e non solo teorico alla trattazione delle stesse; sono state rappresentate le principali strategie operative che possono essere messe in atto con tale strumento al fine di dimostrare il tipo di utilizzo che se ne può fare e far capire quanto il pricing delle stesse sia un fattore di fondamentale importanza, in quanto non si può operare sui mercati di opzioni se non si conoscono almeno le determinati del valore di un'opzione.

Nella seconda parte dell'elaborato, l'analisi, si sposta appunto su quest'ultimo aspetto delle opzioni attuando un approfondimento e trattando i modelli di Black e Scholes e il modello Binomiale.

In particolare, lo studio, attraverso l'argomentazione di hedging, ha dimostrato dapprima come si giunge alle singole formule dei due modelli e successivamente come la formula del modello binomiale di Cox, Ross e Rubinstein in realtà possa essere interpretata come una semplificazione di quella del modello di Black e Scholes: se si fanno tendere ad infinito gli stadi di un albero binomiale si giunge alla formula di Black e Scholes e dunque agli stessi risultati.

Nello studio ci si è concentrati maggiormente sulla focalizzazione degli aspetti teorici ed economici che stanno dietro al pricing delle opzioni, come l'argomentazione di hedging o la valutazione risk-neutral o ancora l'assenza di opportunità di arbitraggio prive di rischio, tralasciando gli aspetti prettamente matematici, in quanto l'obiettivo è quello di mettere in evidenza le intuizioni di base dietro i singoli modelli, che hanno fatto sì che questi fossero considerati validi ed efficaci ancora oggi.

Inoltre, si sono considerate solamente le opzioni di tipo europeo scritte su azioni che non pagano dividendi nell'arco di vita dell'opzione, sia per una questione di "semplicità" e chiarezza nella trattazione, sia per coerenza nel dimostrare la relazione tra i due modelli.

In conclusione, è opportuno sottolineare che tutte le ipotesi fatte nel corso dell'analisi conducono ad una forma di mercato idealizzata che poco ha a che fare con la realtà.

Tuttavia, i modelli di valutazione analizzati restano tra quelli più utilizzati tra gli operatori del mercato per determinare il valore di un'opzione, poiché forniscono indicazioni fondamentali su come prezzarle; operazione che, altrimenti, si attuerebbe arbitrariamente, in base a valutazioni soggettive.

Bibliografia

Black F., Scholes M., «*The pricing of options and corporate labilities*», Journal of Political Economy, 81 (May-June 1973), 637-59

Brealey R.A., Stewart C.M., Allen F., Sandri S., *Principi di finanza aziendale*, Milano, Mc Graw Hill Education, 2015

Castellani G., De felice M., Morriconi F., *Manuale di finanza Vol III. Modelli Stocastici e contratti derivati*, Bologna, Il Mulino, 2006

Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., «*Option pricing: A semplified approach*», Journal of Financial Economics, 7 (October 1979), 229-64

Daolio D., *Strategie e tecniche d'investimento con le opzioni,* Milano, Franco Angeli, 2009

Hull J.C., Barone E., *Opzioni Futures e altri derivati*, Milano, Torino, Pearson, 2018

Langford C.K., *Come si usano opzioni & Future*, Milano, Libri Investire, 1992

Minnini R.M., *Valutazione delle opzioni col modello di Black e Scholes*

Samuelson, Paul A., «*Rational Theory of Warrant Pricing*». Indus. Management Rev. 6 (Spring 1965): 13-31

Saunders A., Cornett M.M., Anolli M., Alemanni B., *Economia degli intermediari finanziari,* Milano, Mc Graw Hill Education, 2015

Sedex. Il mercato dei Certificati e dei Covered Warrant: innovazione e diversificazione, Milano, Borsa Italiana S.p.a.

Villa G., De sanctis M., *Conoscere gli strumenti derivati. Una breve guida alle principali caratteristiche degli strumenti finanziari derivati di borsa italiana,* Milano, Borsa Italiana S.p.a.

Sitografia

http://www.consob.it/web/investor-education/l-uso-dei-derivati-finanziari

https://www.ilsole24ore.com/art/banche-allarme-derivati-valgono-33-volte-pil-mondiale-AErENbtG?refresh_ce=1

https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/strumenti-finanziari-derivati.html

https://www.borsaitaliana.it/derivati/derivatiold/brochureidem.pdf

https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/opzioni.htmhttps://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/currency-option.html

https://www.borsaitaliana.it/derivati/optionpricer/guida/strategie/coveredcall.htm

https://www.borsaitaliana.it/derivati/optionpricer/guida/strategie/protectiveput.htm