

Dipartimento di Economia e Finanza

Cattedra Teoria e Gestione del Portafoglio

Le teorie relative sulla copertura del rischio di coda: analisi dell' implementazione di nuove strategie di *Tail Hedging*.

Prof. Borri Nicola

RELATORE

Prof. Benigno Pierpaolo

CORRELATORE

Matr. 697401

CANDIDATO

Anno Accademico 2019/2020

Indice

<i>Abstract</i>	8
<i>Introduzione</i>	9
CAPITOLO 1	11
<i>Il Risk Tail Management nella statistica moderna</i>	11
1.1 Il risk tail e i suoi effetti nel mercato	11
1.2 Gli eventi estremi nella statistica	13
1.3 Differenze e congruità tra rischio e incertezza	14
1.4 L'analisi delle perdite relative ad un evento di coda	16
1.5 La differenza tra rischio e rischio di coda	18
1.6 Il risk tail nei mercati finanziari	20
1.7 La relazione tra le distribuzioni di probabilità e gli asset price ..	21
1.8 Metodi per la quantificazione approssimativa del Risk Tail	24
1.9 La probabilità di massima perdita	25
1.10 Il Risk Tail Management e le strategie di Hedging	25
CAPITOLO 2	28
<i>Hedging analisi descrittiva e metodologica</i>	28
2.1 L' hedging	28
2.2 Opzione call Europea	29
2.3 Analisi di copertura attraverso una call Europea	30
2.3 Nozioni utili ai fini dell' hedging	33
2.4 L' hedging nel mercato completo	36
2.5 Le alternative al modello Black-Scholes	37
2.6 Analisi della prezzatura nel Black-Scholes model	38
2.7 Strategia di Hedging nei mercati incompleti	41
2.8 Analisi di Hedging su un asset con un'attività correlata	45

<i>CAPITOLO 3</i>	51
<i>Il Risk Tail Hedging</i>	51
3.1 L’hedging per speculare sulle fluttuazioni del Risk Tail	51
3.2 Le diverse profilazioni del rischio	53
3.3 La struttura della volatilità negli Equity Markets	56
3.4 Metodi di misurazione applicabili al rischio di coda	63
3.5 La teoria del Valore Estremo	66
3.6 La teoria di distribuzione dei valori estremi e le diverse tipologie applicabili	68
3.7 Simulazione storica filtrate	70
3.8 Metodi di utilizzo degli strumenti	71
3.9 Strategia di hedging con il risk tail	74
3.10 Analisi dei dati raccolti	77
<i>Conclusione</i>	79
Tabelle	81
<i>Tabella 1</i>	81
<i>Tabella 2</i>	81
<i>Tabella 3</i>	82
<i>Tabella 4</i>	82
<i>Tabella 5</i>	83

Bibliografia

- Akgiray V., "Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: evidence and forecasts", 2010, Wiley.
- Altman E.I., Resti A., Sironi A., "Recovery Risk: the next challenge in Credit Risk Management", 2005, Wiley, pp. 67.
- Ang A., Hodrick R. J., Xing Y., "The cross section of volatility and expected returns", 2006, Journal of finance.
- Artzner P., "Coherent measures of risk", 1999, Mathematical finance.
- Bailey R. E., "The economics of financial Market", 2005, Cambridge,
- Bali T., G., "An extreme value approach to estimating volatility and value at risk", 2003, Journal of business.
- Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K., "VaR without correlations for portfolios of derivatives securities", 1999, Journal of futures market
- Blitz D. C. "The volatility effect", 2007, Pearson.
- Fontanillis G. A., "Getting started in commodities", 2007, Wiley,
- Gastineau G. L., "The exchange traded funds manual", 2010, Wiley Finance; pp. 19-20.
- Gawrow G. A., "Tail Risk of Hedge Funds: An extreme value application", 2007, Cuvillier Verlag Gottingen, pp. 29.
- Giese G., "Optimal design of risk control strategy indexes", 2012, Journal of indexes
- Ghorbel L., "Measure of financial risk using conditional extreme value theory", 2008, International journal of monetary Economics and finance. pp 121-148.
- Horcher K., "Essential of Financial Risk Management", 2019, Wiley.
- Hull J. C. H., "Introduction to financial markets", 1998, Business & Economic.
- Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

- Knight F., “*Rischio, incertezza e profitto*”, 1960, La nuova italia, pp. 34.
- Linguanti E., Bertelli R., “*Analisi finanziaria e gestione di portafoglio. Valutazione del rischio, tecniche di asset allocation, relative e absolute return, strumenti di analisi*”, 2010, Franco Angeli, pp. 211-213.
- Lhabitant F., “*Handbook of Hedge Funds*”, Wiley, pp. 40.
- Matz L. M., “*Liquidity Risk Management*”, 1999, Sheshunoff Information Service.
- McNeil A. “*Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools*”, 2005, Princeton University Press.
- Pritsker M., “*The hidden dangers of historical simulation*”, 2008, Journal of banking and finance.
- Schelo S., “*Bank Recovery and Resolution*”, 2015, Kluwer Law International, pp. 115
- Segal S., “*Corporate value of enterprise risk management*”, 2011, Wiley, pp.58.
- Sharpe W., “*Capital asset prices: a theory of market equilibrium under condition of risk*”, 2010, Wiley.
- Strub. S. I., “*Tail Hedging Strategies*”, 2014, The Cambridge Strategy, pp 6-7.
- Taleb N. N., “*Il cigno nero*”, Il Saggiatore, pp. 12.
- Sharpe W., “*Capital asset prices: a theory of market equilibrium under condition of risk*”, 2010, Wiley.

Abstract

Questo elaborato ha lo scopo di studiare, attraverso un'analisi approfondita, l'utilizzo di un nuovo metodo per la copertura dal rischio di coda e comprendere quali siano i difetti e le migliorie rispetto ai metodi già utilizzati in precedenza, o conosciuti. L'intero scritto è suddiviso in tre capitoli; nel primo vengono spiegate, in dettaglio, le varie definizioni di *risk tail*, gli strumenti a supporto per individuarlo e le tecniche statistiche per individuare il livello di esposizione. Nel secondo capitolo, invece, viene illustrato il significato di Hedging e di come lo si può applicare in un contesto in cui anche il rischio minore può apportare al nostro investimento perdite ingenti. Nel terzo e ultimo capitolo vi è la spiegazione e l'analisi di un algoritmo che copre il livello di esposizione al rischio di coda grazie all'utilizzo della teoria del valore Estremo, al fine di stimare il "*Conditional Value at risk*". Questo metodo è stato applicato allo S&P 500 e al MSCI Emerging Market ottenendo un dataset storico di dati per un periodo che va dal 2001 al 2015, e la sua performance storica è stata comparata alla performance dell'indice S&P 500 Collar e le opzioni basate sulla strategia di Risk Tail Hedging. ¹Il metodo del "Cash Based" mostra che vi è un aumento significativo dei rendimenti aggiustati da una copertura al rischio e una riduzione del "*Drowdown*" mentre vi è una riduzione delle prestazioni nella strategia basata sulla copertura tramite opzioni dal 2003, dovuto ad un incremento del costo delle Put rispetto alle Call. ²Infine, l'elaborato si conclude con un'analisi accurata dei dati raccolti.

¹ Linguanti E., Bertelli R., "*Analisi finanziaria e gestione di portafoglio. Valutazione del rischio, tecniche di asset allocation, relative e absolute return, strumenti di analisi*", 2010, Franco Angeli, pp. 211-213.

² Gastineau G. L., "*The exchange traded funds manual*", 2010, Wiley Finance; pp. 19-20.

Introduzione

Il rischio di coda è un argomento che ha visto il suo picco di notorietà negli studi e nelle analisi finanziarie subito dopo la nascita della “*Behavioural Finance*”, in gran parte dovuta alla ricerca di un sistema di copertura che cerchi di far tendere a zero il rischio estremo nei mercati finanziari³. La definizione di rischio di coda ha origine dal diagramma di frequenza dei rendimenti giornalieri di una risorsa e della sua modellizzazione mediante una distribuzione di probabilità. Le code sinistra e destra indicano le estremità della curva di distribuzione in cui sono tracciati i maggiori rendimenti negativi e positivi. Naturalmente, gli investitori sono più preoccupati per l'estremità sinistra della coda.

Per rischio di coda si intende la probabilità che un'attività riscontri, in un giorno, una perdita ingente causata dal verificarsi di un evento improbabile; dunque la copertura dalla coda consiste principalmente nel limitare l'entità di queste perdite agli investitori. Quest'ultimi è più probabile che siano disposti a investire in una classe di attività più aggressiva se i rischi sono limitati attraverso la copertura della coda e rimanere dunque fedeli al loro investimento. Queste strategie consentono ad un investitore di beneficiare di rendimenti più elevati associati a classi di associati ad “*Asset Class*”, come le azioni dei mercati emergenti. Inoltre, le coperture dalle code, in genere, forniscono liquidità durante le flessioni di mercato, e possono essere utilizzate per acquistare attività, il quale valore, in quel periodo, sia in una fase di *drawdown*.

Di conseguenza, la domanda di copertura dal rischio di coda è in crescita esponenziale, e sono diverse le strategie disponibili agli investitori. Molte di queste possono essere classificate come strategie di copertura basate sulle opzioni.

Le strategie basate sulle opzioni consistono nell'acquisto di una put e nella vendita di una call al fine di generare profitti durante un calo dei prezzi delle attività. Le strategie “*Cash Based*”, ovvero basate sulla liquidità, consistono, invece, nell'allocare, in maniera non permanente, una porzione di un portafoglio, con l'obiettivo di ridurre l'esposizione ai mercati azionari nei mercati ribassisti e aumentarla durante i mercati rialzisti.⁴

Il seguente elaborato è stato suddiviso in tre capitoli, in cui nel primo è presente una spiegazione dettagliata del Risk Tail e di come gestirlo, nel secondo è concentrata un'analisi strutturata sulle

³ Strub. S. I., “*Tail Hedging Strategies*”, 2014, The Cambridge Strategy, pp 6-7.

⁴ Linguanti E., Bertelli R., “*Analisi finanziaria e gestione di portafoglio. Valutazione del rischio, tecniche di asset allocation, relative e absolute return, strumenti di analisi*”, 2010, Franco Angeli, pp. 13-14

principali strategie di hedging e su come queste funzionino, mentre nel terzo ed ultimo capitolo ho inserito uno studio sul metodo di copertura dal rischio di coda basato sul mantenere una porzione del portafoglio liquido (Cash Based) per gestire al meglio la fase di *drawdown* durante il ribasso dei prezzi, al fine di poterci speculare o coprirsi in caso del verificarsi di situazioni di rischi di coda.

Ho voluto strutturare questo elaborato, come si evince quanto scritto sopra, come un percorso di comprensione, al fine di poter arrivare a leggere l'ultimo capitolo con tutte le informazioni che servono.

CAPITOLO 1

Il *Risk Tail Management* nella statistica moderna

1.1 Il *risk tail* e i suoi effetti nel mercato

Il *Risk Tail* (c.d. il rischio di coda di una distribuzione normale) è un evento abbastanza raro che colpisce violentemente l'efficienza e la liquidità dei mercati, facendo emergere rischi che comportano perdite più significative rispetto alle molteplici analisi forecast effettuate dai principali modelli tradizionali di risk management.⁵

Per *Risk Tail* si intende il rischio, che può essere relazionato ad un paniere di beni o ad un asset portfolio, che fa emergere più di tre deviazioni standard dal prezzo corrente in una funzione di probabilità, pertanto i rischi di coda includono eventi che hanno una piccola probabilità di verificarsi ed emergono alle estremità di una curva di distribuzione normale.

La nozione di rischio di coda è salita alla ribalta dal lessico finanziario negli ultimi anni, in gran parte a causa delle significative perdite subite dai mercati azionari durante la crisi finanziaria del 2008 e le successive turbolenze dell'Eurozona.

L'espressione del *Risk Tail* deriva dal diagramma di frequenza dei rendimenti giornalieri di un'attività e dalla sua modellizzazione mediante una distribuzione di probabilità. Le code sinistra e destra indicano le estremità della curva di distribuzione in cui sono tracciati i maggiori rendimenti positivi e negativi.⁶

Naturalmente, gli investitori si preoccupano principalmente della coda sinistra e il rischio di cosa si riferisce alla probabilità che un'attività abbia grandi rendimenti giornalieri negativi; quindi, la copertura della coda consiste principalmente nel limitare l'entità dei grandi ritorni negativi.

In effetti, un grande calo può avere un impatto devastante sulla ricchezza dell'investitore; ad esempio può costringere una società a iniettare liquidità nel suo piano pensionistico in un momento sfavorevole al fine di far fronte alle passività del piano.⁷ Oltre a mitigare i prelievi, la copertura della coda presenta altri aspetti benefici dal punto di vista degli investitori; è più probabile infatti, che un

⁵ Gawrow G. A., "Tail Risk of Hedge Funds: An extreme value application", 2007, Cuvillier Verlag Gottingen, pp. 29.

⁷ Schelo S., "Bank Recovery and Resolution", 2015, Kluwer Law International, pp. 115.

investitore sia disposto a investire in una “*Asset Class*” più aggressiva se i rischi sono limitati attraverso la copertura della coda e a rimanere fedele al proprio investimento attraverso crisi occasionali. Queste strategie consentono ad un investitore di beneficiare dei rendimenti più elevati associati ad *Asset* come le azioni dei mercati emergenti e dei mercati di frontiera.

Inoltre, le coperture di coda in genere forniscono liquidità durante le flessioni del mercato, che possono quindi essere utilizzate per acquistare attività a prezzi in difficoltà. Di conseguenza, la domanda di copertura della coda sta crescendo e una serie di strategie sono disponibili per gli investitori. La maggior parte di queste può essere descritta come opzione o basata sul denaro. Le strategie basate su opzioni consistono nell’acquisto di put e, possibilmente, nell’acquisto di call al fine di generare profitti durante un calo dei prezzi degli *Asset*.

Le strategie basate sulla liquidità (*Cash Based*), invece, consistono nell’allocare dinamicamente una porzione di un portafoglio in contanti, con l’obiettivo di ridurre l’esposizione ai mercati azionari durante i periodi a ribasso e aumentarla durante i periodi a rialzo. ⁸

Per poter apprendere meglio la concezione di *Risk Tail*, bisogna soffermarsi sulle strategie già sperimentate dalle quali si evince che i rendimenti di mercato, tipicamente, seguono una distribuzione normale. Ma non è lo stesso per quanto riguarda il rischio di coda, poiché la distribuzione dei rendimenti non segue una distribuzione normale, bensì distorta e presenta delle code più grasse. Queste ultime indicano, come da definizione del *Risk Tail*, che esiste una probabilità poco rilevante che un investimento si muoverà oltre tre deviazioni standard.

È possibile evincere tali distribuzioni, caratterizzate da code più grasse, osservando i rendimenti degli Hedge Fund. Il motivo di questa ricorrenza è dovuto al fatto che i fondi di copertura sono dei fondi di investimento offshore di natura privata che si impegnano nella speculazione, utilizzando il credito preso in prestito, dunque la volatilità è molto alta⁹.

In relazione ad un portafoglio di asset, il “Rischio di coda” o il “rischio di coda sinistra”, si riferisce ai periodi di rendimento al ribasso più estremi di un investimento. Ciò è dovuto al fatto che, qualora un evento misurato dal *Risk Tail* si verifici, il prezzo di un *asset* tende verso il basso e questo comporterebbe notevoli perdite per gli investitori, ma non per chi riesce a prevedere questa grave caduta del prezzo, aprendo le porte ad una significativa speculazione. In particolare, questi eventi

⁸ Matz L. M., “*Liquidity Risk Management*”, 1999, Sheshunoff Information Service.

⁹ Strub. S. I., “*Tail Hedging Strategies*”, 2014, The Cambridge Strategy, pp. 20.

superano le aspettative di frequenza, durata o entità delle perdite, per le quali un investitore ha pianificato o è stato risarcito.

Come detto sopra, questi eventi sono responsabili di una significativa distruzione di ricchezza, e quindi è di vitale importanza che gli investitori sviluppino una valutazione realistica delle reali probabilità di rischio di un investimento.

Tutti gli eventi riconducibili ad una probabile verifica del rischio di coda, sia in azioni che in casi di asset class, sono il risultato di flussi di capitale eccessivamente rapidi e consistenti dovute all'eventualità che si verificano asimmetrie nella domanda degli investitori.

Normalmente, l'offerta e la domanda degli investitori aumentano o diminuiscono in maniera costante, sistematica e molto lenta quando si è in presenza di un equilibrio relativo. Mentre in presenza di eventi di coda estrema, gli investitori provocano asimmetrie così grandi da essere spesso descritti come un "*Flight to Quality*".¹⁰

1.2 Gli eventi estremi nella statistica

Gli eventi di coda nel ramo attuariale possono essere definiti come eventi che possono dominare gli impatti e le preoccupazioni della società per molte questioni, tra cui, il cambiamento climatico. Questo è il problema delle "*Fat Tail*". Per illustrare al meglio il fenomeno, è utile immaginare una distribuzione di probabilità.

La distribuzione normale ha la maggior parte delle osservazioni del campione raggruppate attorno al centro, con poche che mostrano risultati divergenti. Gli eventi di coda, sono comunemente noti come cigni neri. In effetti, la teoria del cigno nero è una metafora che descrive un evento che si presenta come una sorpresa, ha un effetto notevole e spesso viene accomunato dopo il fatto con il senno di poi.

Il termine "Cigno Nero" è stato recentemente reso popolare attraverso il libro scritto da Nassim Taleb (2007) il Cigno Nero.¹¹ La definizione di Taleb è abbastanza chiara e si fonda su tre punti fondamentali, ovvero, che l'evento:

- Dovrebbe avere un valore anomalo;

¹⁰ Lhabitant F., "*Handbook of Hedge Funds*", Wiley, pp. 40.

¹¹ Taleb N. N., "*Il cigno nero*", Il Saggiatore, pp. 12.

- Dovrebbe avere un impatto estremo;
- Potrebbe essere razionalizzato.

Un cigno nero è un evento di coda o di rischio estremo che nessuno si aspettava davvero, ma quando si è verificato, ha avuto un impatto disastroso sul suo ambiente o sistema.

Ovviamente, Taleb non è stato il primo a diffondere il termine cigno nero. Nel diciottesimo secolo, David Hume (1777), attraverso la sua teoria del ragionamento induttivo, si domandò se dare credito alle proprietà di una particolare classe di oggetti sulla base di un numero limitato di osservazioni di casi particolari di quella classe (ad esempio, l'inferenza che "tutti i cigni che abbiamo visto sono bianchi; pertanto, tutti i cigni sono bianchi", prima della scoperta dei cigni neri) porterebbe necessariamente alla verità ultima, o in altre parole se si possa estrapolare un'osservazione generale da un campione limitato di osservazioni. Un ulteriore esempio presuppone che una sequenza di eventi in futuro si verifichi come sempre in passato (ad es. Che le leggi della fisica terranno, come è sempre stato osservato). Hume chiamò questo il principio di uniformità della natura.

Molto prima di Hume, c'era Sisto Empirico (160 d.C.), che metteva in dubbio la validità del ragionamento induttivo, ipotizzando che una regola universale non potesse essere stabilita da un insieme incompleto di istanze. In tempi più moderni, Karl Popper si destreggiava anche con il termine cigno nero, cercando di risolvere il problema dell'induzione¹². Popper sosteneva che la ricerca di teorie con un'alta probabilità di essere vera è un falso obiettivo che è in conflitto con la ricerca della conoscenza. La scienza dovrebbe cercare teorie che, da un lato, sono probabilmente false, ma che, d'altro canto, hanno finora tutti i tentativi effettivi di falsificazione sono falliti.

1.3 Differenze e congruità tra rischio e incertezza

Rischio e incertezza sono in realtà due estremità di un singolo spettro. E Come tale, il rischio è diverso dall'incertezza, secondo Frank Knight (1921).¹³ Secondo quest'ultimo, il rischio è utile per descrivere casi di probabilità nota, mentre l'incertezza, è quando si affrontano probabilità sconosciute.

Vale la pena comprendere la differenza tra incertezza e rischio e collegarlo alle applicazioni del settore. Se parliamo di rischio, non sappiamo al tempo attuale cosa potrebbe succedere in futuro, ma

¹² Lhabitant F., *"Handbook of Hedge Funds"*, Wiley, pp 56.

¹³ Knight F., *"Rischio, incertezza e profitto"*, 1960, La nuova italia, pp. 34.

siamo a conoscenza della distribuzione. Mentre, per quanto riguarda l'incertezza, non conosciamo nulla al tempo attuale e non conosciamo quale sia la distribuzione.

Il futuro è sempre sconosciuto, ma ciò non lo rende totalmente incerto. Possiamo apprendere meglio il concetto, soffermandoci sull'esempio fornito da Keynes, il quale afferma che, una società che affronta un investimento in una fonderia di rame, che potrebbe durare anni e anni, ma che non ha idea precisa di quale sarà il prezzo del rame tra vent'anni, ma sarà sicuramente certa di quale sia il range di oscillazione dei prezzi possibili (distribuzione di probabilità).

Quando si applica questo concetto, ad esempio, alle catene di approvvigionamento nel mondo aziendale, le aziende sanno che avere una catena di approvvigionamento comporta quasi sempre un certo rischio. Tuttavia, pochi fanno abbastanza per proteggersi da incidenti una tantum, ovvero eventi estremi che possono interromperli. Tali eventi possono essere di diversa natura; come l'attacco alle Torri Gemelle del 2011, l'uragano Katrina e persino lo scandalo della Volkswagen.

Mentre la maggior parte dei processi di pianificazione del rischio si concentra su eventi che si verificano relativamente spesso, come le catastrofi meteorologiche, spesso ignorano i casi estremi considerati troppo improbabile e che hanno una probabilità di verificarsi impercettibile. Sebbene tali eventi siano improbabili, la probabilità che si verifichino non è zero e, come ben sappiamo, purtroppo, esistono molti esempi di eventi che si sono verificati con bassa probabilità e alto impatto.

Dai recenti disordini finanziari nel 2008, lo studio del *Risk Tail* è divenuto uno delle principali preoccupazioni per studiosi, accademici e investitori. La tematica principale dello studio sul rischio di coda, è sicuramente la differenza tra un incidente e un evento di coda.¹⁴

Molti studiosi, tra cui Sofiane Aboura (2012) evidenzia che è facile confondersi sugli eventi di incidente e di coda. E ha usato un approccio alla teoria del valore estremo. Quest'ultimo, di cui parleremo nel terzo capitolo, ha documentato i modi in cui gli eventi estremi possono essere quantificati.

Al fine di poter chiamare un evento crash, deve accadere improvvisamente e deve causare un significativo declino nell'arco di un giorno. Sappiamo bene, però, che è impossibile coprire un portafoglio da un crash entro un giorno, e ciò è dovuto alla capacità del mercato di recepire in maniera repentina qualsiasi tipo di informazione.

¹⁴ https://www.repubblica.it/economia/rapporti/obiettivo-capitale/mercati/2015/07/17/news/difendere_i_portafogli_dai_rischi_di_eventi_di_coda-119217187/

Un evento di coda non è il risultato di un evento improvviso, come sarebbe un incidente, ma il frutto di un lungo periodo di volatilità.

In altre parole, se un'azienda si trova in un periodo di elevata volatilità, l'insorgenza di un rischio di coda è molto più elevata che se la stessa impresa si trovasse in un ambiente a bassa volatilità.

Come ben sappiamo, la volatilità rappresenta il livello di incertezza sui mercati o il contesto economico di cui i mercati fanno parte. Questa correlazione tra volatilità e rischio di coda è stata spiegata attraverso nuove statistiche chiamate curtosi. In sostanza la curtosi e l'asimmetria, sono statistiche utilizzate per determinare quanto una distribuzione di probabilità si discosta dalla distribuzione normale.

In momenti di alta incertezza, la curtosi è un numero elevato e positivo che ha un alto livello di significatività, e mostra che la coda risulta essere molto più grassa della normale distribuzione.

Dall'altra parte, anche la curtosi a bassa incertezza è significativa, ma è un numero negativo, il che significa che le code sono più sottili di quelle della distribuzione normale.

1.4 L' analisi delle perdite relative ad un evento di coda

Dagli anni '80, il regolamento di Basilea ha sviluppato un approccio per calcolare il capitale economico necessario per assorbire le perdite causate da eventi per i quali è difficile stimare la probabilità.¹⁵ In pratica, nel mondo finanziario, gli approcci al capitale economico utilizzano un modello basato sul valore a rischio (VaR). Nel quadro prudenziale, il capitale economico dovrebbe fornire una compensazione per le perdite impreviste e impreviste che vengono contabilizzate quando gli istituti finanziari sono costretti a funzionare al di fuori del loro normale ambiente operativo.

Per stimare il capitale economico, il modello VaR sostanzialmente suddivide la distribuzione del rendimento in due segmenti: una probabile perdita attesa e una perdita improbabile imprevista¹⁶. La perdita imprevista viene stimata impostando una soglia estremamente alta (probabilità improbabile). La differenza tra perdita inattesa e attesa serve da stima per il capitale economico.

¹⁵ Altman E.I., Resti A., Sironi A., "Recovery Risk: the next challenge in Credit Risk Management", 2005, Wiley, pp. 67.

¹⁶ Segal S., "Corporate value of enterprise risk management", 2011, Wiley, pp.58.

Il tipico profilo di perdita derivante dal rischio finanziario contiene occasionali perdite estreme tra eventi frequenti di gravità ridotta. Le imprese classificano le perdite di rischio operativo come perdite attese, che sono assorbite dall'utile netto e perdite imprevedute, che sono coperte da riserve di rischio attraverso capitale di base o copertura. La perdita attesa rappresenta una perdita derivante dall'attività quotidiana, mentre la perdita impreveduta è il numero di deviazioni standard dalla perdita attesa (la coda della distribuzione).

Le perdite attese sono in genere coperte da rating, nonché da perdite a fronte di inadempienze (accantonamenti), mentre le perdite imprevedute sono semplicemente coperte dal capitale. Sebbene le imprese dovrebbero generare entrate attese sufficienti a sostenere un margine netto dopo aver tenuto conto della componente prevista del rischio finanziario derivante da fallimenti e inadempienze prevedibili, devono anche fornire capitale economico sufficiente a coprire la componente impreveduta.

La perdita impreveduta è calibrata, ad esempio, al livello di confidenza del 99,95 per cento, che dal punto di vista del rating corrisponde a un rating "AA", il che significa che in pratica questo è variamente espresso come un rischio di inadempienza una volta ogni duemila anni o, in alternativa, come una su duemila banche con rating AA inadempienti in un dato anno¹⁷. Ovviamente, questo si basa su statistiche basate sul presente e non orientate al futuro.

Pertanto, le società finanziarie calibrano i loro modelli di capitale economico in base alla propensione al rischio del management, che di solito è in linea con il rating target dell'azienda¹⁸. Laddove gli istituti finanziari continuano a sbagliare in caso di perdite imprevedute, l'intervallo di confidenza si basa su una distribuzione normale, mentre gli eventi estremi (rischio di coda) non si basano su una distribuzione normale.

Successivamente, usano quel sistema per calibrare il loro modello di business in modo da raggiungere, ad esempio, un rating AA (ancora in una distribuzione normale con un paio di deviazioni standard dalla media). Il capitale economico è basato su eventi ad alta probabilità, mentre dovrebbe comprendere anche eventi a bassa probabilità e ad alta gravità rispecchiati dal recente GFC, il prossimo scenario di deflazione in Europa o il crollo del castello di carte cinese. Secondo le attuali norme sul capitale economico, le perdite imprevedute sono misurate dalla variabilità attorno alle perdite attese.

¹⁷ Taleb N. N., *"Il cigno nero"*, 2008, Il Saggiatore, pp 45.

¹⁸ Lhabitant F., *"Handbook of Hedge Funds"*, Wiley, pp. 32.

1.5 La differenza tra rischio e rischio di coda

Come già sostenuto prima, la definizione di rischio di coda è una forma di rischio di portafoglio che si presenta quando la possibilità che un investimento si sposti di più di tre deviazioni standard dalla media è maggiore di quella mostrata da una distribuzione normale.

Quando un portafoglio di investimenti viene messo insieme, si presume che la distribuzione dei rendimenti seguirà una distribuzione normale. In base a questa ipotesi, la probabilità che i rendimenti si spostino tra la media e tre deviazioni standard, sia positivamente che negativamente, è di circa il 99,97 per cento.¹⁹

Il concetto di rischio di coda suggerisce che la distribuzione non è normale ma distorta e presenta code più larghe. Le code più grasse aumentano la probabilità che un investimento superi le tre deviazioni standard.²⁰

In altre parole, il rischio di coda è il rischio che un'attività o un portafoglio di attività spostino più di tre deviazioni standard dal suo prezzo corrente. La maggior parte dei gestori patrimoniali è interessata solo al rischio al ribasso.

La tecnica comune di utilizzare un'approssimazione normale per stimare la distribuzione delle variazioni di prezzo sottostimerà il vero valore per il rischio di coda dovuto a code grasse (*Fat Tails*) nei dati finanziari.

Il rischio di coda è talvolta definito in modo meno rigoroso, semplicemente come il rischio (o probabilità) di eventi rari.

Il modo in cui viene praticata la gestione del rischio convenzionale non sembra differenziare il rischio di coda dal rischio "normale". Tuttavia, il rischio di coda (eventi a bassa probabilità e di gravità estrema) ha natura ed entità degli effetti molto diversi. Pertanto, è necessario un approccio separato per il rischio di coda. L'approccio one-size-fits non funziona qui e ciò che i regolatori hanno creato sembra molto simile²¹.

¹⁹ Schelo S., *Bank Recovery and Resolution*, 2015, Kluwer Law International, pp

²⁰ Taleb N. N., *Il cigno nero*, 2008, Il Saggiatore, pp 35.

²¹ Altman E.I., Resti A., Sironi A., *Recovery Risk: the next challenge in Credit Risk Management*, 2005, Wiley, pp 75.

Il vecchio sistema di gestione del rischio è stato costruito per far fronte al rischio normale (secondo un'assunzione normale standard) e spesso non riesce a fornire una risposta efficace quando si verifica un evento di rischio di coda. Questo perché, a differenza del rischio "normale", il rischio di coda spesso viene misurato e non previsto e deriva da incognite sconosciute.

Le società finanziarie gestiscono tradizionalmente il rischio con un focus monodimensionale, anche se una seconda dimensione derivante dal rischio estremo di coda ha implicazioni molto diverse.

La gestione del rischio tradizionale, basata sulla teoria della probabilità, funziona bene per i modelli di entrate perché, se valutati correttamente, la compensazione dell'incertezza quantificabile può guidare il motore delle entrate. Inoltre, il prezzo di un errore nella gestione del rischio convenzionale può essere solo un calo degli utili. Tuttavia, l'altra dimensione, il rischio estremo di coda, deve essere gestita in modo diverso, perché il costo di sbagliare può significare la differenza tra la vita e la morte dell'istituzione.

In altre parole, l'obiettivo della gestione del rischio convenzionale è innanzitutto progettato per gestire e proteggere le opportunità di guadagno. A causa dei limiti di un approccio basato sulla probabilità, questo obiettivo non è in grado di supportare oggettivamente un'esposizione estrema al rischio di coda, che può essere devastante per l'impresa.²²

Dal punto di vista dell'incertezza, la tradizionale gestione del rischio si occupa di risultati specifici sconosciuti, ma i valori di perdita attesa estrapolati possono essere quantificati. La gestione del capitale si occupa di scenari noti, ma le loro occorrenze sono sconosciute e non possono essere quantificate, pertanto lo stress test si concentra su situazioni specifiche. Tuttavia, la gestione del rischio di coda si riferisce a scenari sconosciuti che non possono essere previsti, e quindi anche i loro eventi sono sconosciuti (da qui la necessità di applicare stress test inverse, pianificazione degli scenari, mappatura dei rischi e allerta precoce).

La gestione dell'incertezza deve focalizzarsi oltre la determinazione del prezzo del rischio, poiché i risultati effettivi sono determinati anche da come possono svolgersi eventi sconosciuti e condizioni di mercato. E, in scenari estremi, perdite impreviste possono superare il capitale e quindi minacciare la sopravvivenza dell'istituzione²³. Pertanto, la gestione del rischio di coda deve sfruttare le risorse

²² Lhabitant F., *"Handbook of Hedge Funds"*, Wiley, pp 23.

²³ Segal S., *"Corporate value of enterprise risk management"*, 2011, Wiley, pp 24.

per mitigare e assorbire le perdite impreviste in modo tale che il capitale sia sempre protetto e preservato.

La linea di fondo è che la gestione del rischio di coda consiste nello svelare le necessarie contrazioni in caso di interruzione delle attività commerciali indipendentemente dalla causa dell'interruzione, sia essa operativa o finanziaria. La gestione del rischio di coda deve andare oltre gli obiettivi di continuità aziendale; si tratta di sopravvivenza.

Le crisi finanziarie fanno parte dei cicli economici; tuttavia, il loro impatto sugli istituti finanziari e sul sistema finanziario può essere gestito. Un'attenzione inequivocabile al rischio estremo di coda migliorerà la sostenibilità delle istituzioni in una crisi e porterà quindi a un sistema finanziario più forte.

1.6 Il *risk tail* nei mercati finanziari

Nel mondo dei mercati finanziari, il rischio di coda è definito come una forma di rischio di portafoglio che si presenta quando la possibilità che un investimento si sposti di più di tre deviazioni standard dalla media è maggiore di quella mostrata da una distribuzione normale.

I rischi di coda includono eventi che hanno una piccola probabilità di verificarsi e si verificano alle estremità di una normale curva di distribuzione.

Le strategie di portafoglio tradizionali seguono in genere l'idea che i rendimenti del mercato seguano una distribuzione normale. Tuttavia, il concetto di rischio di coda suggerisce che la distribuzione dei rendimenti non è normale, ma distorta e con code più larghe. Le code grosse indicano che esiste una probabilità, che può essere piccola, che un investimento si spinga oltre tre deviazioni standard. Le distribuzioni caratterizzate da code adipose sono spesso viste quando si osservano i rendimenti degli *hedge fund*²⁴.

In effetti, esistono diversi metodi quantitativi allo scopo di ridurre il rischio di coda in un portafoglio di investimenti. Un metodo è limitare il rischio di allocazione delle attività ponderando i portafogli in settori meno volatili. ²⁵Un altro metodo è mantenere costante l'allocazione delle attività,

²⁴ Knight F., "Rischio, incertezza e profitto", 1960, La nuova italia, pp 45.

²⁵ Segal S., "Corporate value of enterprise risk management", 2011, Wiley, pp 32.

integrandola poi con strategie come azioni azionarie, protezione del credito, valuta e opzioni sui tassi di interesse. Tuttavia, la caduta di queste strategie di copertura del rischio di coda è che la diversificazione non funziona in caso di

crisi sistemica. Non solo l'analisi della correlazione nella progettazione della gestione del portafoglio crediti è sopravvalutata, ma anche la correlazione non implica una causalità. Pertanto, anche la correlazione in un ambiente di mercato stressato non ha senso, poiché le attività ritenute non correlate tendono a convergere a 1 in caso di crisi sistemica.

Questi fenomeni riducono l'effetto di diversificazione, che è la riduzione del rischio del portafoglio crediti attribuibile a correlazioni imperfette tra i rendimenti delle diverse attività del portafoglio. È quindi importante che i gestori del rischio del portafoglio crediti si concentrino chiaramente sulla distinzione tra correlazione e causalità e non cadano nella trappola dell'ipotesi che il primo implichi il secondo.²⁶

Per quanto riguarda l'uso di derivati, nonostante la loro crescente domanda, sempre meno partecipanti al mercato sono disposti o in grado di vendere questi prodotti. Mentre il rischio di un acquirente di opzioni è limitato al premio che pagano, un venditore di opzioni ha un rischio molto maggiore. Inoltre, con l'aumento del prezzo della volatilità, è aumentato anche il costo della protezione del portafoglio.

Per gli investitori che cercano di raggiungere un determinato obiettivo di rendimento, questo costo elevato può rappresentare una costante resistenza ai rendimenti, impedendo loro di soddisfare le aspettative di rendimento.

1.7 La relazione tra le distribuzioni di probabilità e gli asset price

Riguardo alla struttura del rischio e del verificarsi di un evento che comporterebbe se previsto un vantaggio, è opportuno spendere alcune parole sulla teoria della probabilità e sulla distribuzione normale o Gaussiana.

²⁶ Knight F., "*Rischio, incertezza e profitto*", 1960, La nuova italia, pp 45.

La media (o valore atteso) μ e la varianza σ^2 di una variabile aleatoria X sono i parametri di maggiore interesse della distribuzione di probabilità di X , in quanto essi esprimono rispettivamente la tendenza centrale e la variabilità della variabile aleatoria X .

Nel caso la variabile aleatoria X sia continua, per il calcolo di μ e la varianza σ^2 , l'operatore sommatoria va sostituito con l'integrale:

$$\mu = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx, x \text{ continuous} \\ \sum_{i=1}^{\infty} x_i p(x_i), x \text{ discrete} \end{cases} \quad \sigma^2 = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx, x \text{ continuous} \\ \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu)^2 p(x_i), x \text{ discrete} \end{cases} \quad 27$$

La probabilità che la variabile aleatoria assuma valori minori o uguali ad un certo valore specificato, viene detta funzione di ripartizione:

$$F_X = P(X \leq x)$$

La distribuzione normale, invece, è la distribuzione continua più utilizzata in statistica per tre motivi principali:

- Diversi fenomeni continui sembrano seguire, almeno approssimativamente, una distribuzione normale.
- La distribuzione normale può essere utilizzata per approssimare numerose distribuzioni di probabilità discrete.
- La distribuzione normale è alla base dell'inferenza statistica classica in virtù del limite centrale.

Inoltre, la distribuzione normale presenta alcune caratteristiche rilevanti:

- La distribuzione normale ha una forma campanulare e simmetrica.
- Le sue misure di posizione centrale (valore atteso e mediana) coincidono.

²⁷ Gawrow G. A., "Tail Risk of Hedge Funds: An extreme value application", 2007, Cuvillier Verlag Gottingen, pp 121.

- Il suo raggio interquantile è pari a 1.33 volte lo scarto quadratico medio, cioè copre un intervallo compreso tra $\mu - 2/3 \sigma$ e $\mu + 2/3 \sigma$.

La variabile aleatoria con distribuzione normale assume valori compresi tra $-\infty$ e $+\infty$.

Quando viene composto un portafoglio di asset, si presume che la performance dei rendimenti degli asset segua una distribuzione normale di probabilità. Insita in questa ipotesi è che, la probabilità che i rendimenti si spostino tra la media e le tre *standard deviation*, sia positive che negative, si aggiri intorno al 99,7%. A dimostrazione di ciò è sicuramente comprensibile che la probabilità di restituzione che sposta più di tre deviazioni standard oltre la media è dello 0,3%.²⁸

Per individuare il flusso continuo di probabilità di verifica di determinati eventi rischiosi è opportuno utilizzare strumenti efficaci e standard.

L'ipotesi che i rendimenti del mercato seguano una distribuzione normale è la chiave di molti modelli finanziari tradizionali di efficienza di mercato, come ad esempio: la teoria del portafoglio di Markovitz e il modello di pricing delle azioni di Black-Scholes Merton, che nonostante siano estremamente utili per le previsioni forecast degli *asset returns*, queste ipotesi non riflettono adeguatamente la possibilità che un evento di coda possa influenzare i rendimenti di mercato.

I rendimenti dei mercati azionari tendono a seguire una distribuzione normale con eccesso di curtosis.

La curtosi è una misura statistica che indica se i dati osservati seguono una distribuzione a coda, pesante o leggera in relazione a quella normale. La curva di distribuzione normale ha una curtosi pari a tre e, quindi, se una sicurezza segue una distribuzione con curtosi superiore a tre, si dice che abbia code grasse.

Una distribuzione Leptokurtic, o a coda pesante, descrive situazioni in cui i risultati estremi si sono verificati più del previsto.²⁹ Pertanto, i titoli che seguono questa distribuzione, hanno registrato rendimenti che hanno superato le tre deviazioni standard oltre alla media superiore dello 0,3% dei risultati osservati.

²⁸ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley, pp 45.

²⁹ Horcher K., "Essential of Financial Risk Management", 2019, pp. 39.

1.8 Metodi per la quantificazione approssimativa del Risk Tail

In generale, la coda indica i casi estremi in una distribuzione di probabilità. Il rischio di coda nei rendimenti finanziari indica le perdite o i guadagni estremi nel mercato finanziario. Gli strumenti popolari per la misurazione del rischio di coda includono VaR, CVaR o deficit atteso (ES) e l'approccio di stima comune del VaR, l'approccio della teoria del valore estremo. Per molti anni, VaR è stata la misura standard utilizzata per la gestione del rischio³⁰.

Il VaR è definito come la perdita peggiore in un determinato periodo di detenzione entro un livello di confidenza fisso. Un difetto del VaR è che ignora qualsiasi perdita oltre il livello del VaR.

ES è una misura di rischio alternativa che affronta questo problema. L'ES è definita come la perdita attesa subordinata al fatto che le perdite vanno oltre il livello VaR. ES è anche chiamato perdita di coda attesa o VaR condizionale e descrive l'entità della perdita da aspettarsi quando tale perdita ha violato il valore del VaR.

Un'altra misura di uso frequente è il modello *RiskCalc KMV* della frequenza di default prevista (EDF) di Moody. Il KMV di Moody è una misura della distanza predefinita che si trasforma in una probabilità predefinita prevista con l'aiuto di un ampio set di dati storici sui valori predefiniti. La distanza dal default è misurata come il numero di deviazioni standard di cui il valore patrimoniale atteso supera il punto di default.³¹

La probabilità di insolvenza attesa su un anno di un'impresa viene calcolata come la frazione di quelle imprese negli anni precedenti che avevano la stessa distanza dall'insolvenza e inadempienza entro un anno.

Mentre queste misure si concentrano sul rischio individuale delle banche, negli ultimi anni c'è stato un crescente interesse per le misure sistemiche del rischio bancario. Una parte della letteratura si concentra sui beta di coda. Questo concetto applica la teoria del valore estremo per ricavare previsioni sul valore di una singola banca in caso di shock sistemico (negativo) molto grande.³²

Questo metodo utilizza le informazioni dei giorni in cui i prezzi del mercato azionario sono fortemente diminuiti e considera la covarianza con il prezzo delle azioni di una banca lo stesso giorno.

³⁰ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley, pp. 67

³¹ Horcher K., "Essential of Financial Risk Management", 2019, pp. 39

³² Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley, pp 84.

Si concentra sulle covarianze realizzate in base a forti cali dei corsi azionari. Una difficoltà riscontrata quando si applica questo metodo è che le osservazioni sul rischio di coda sono osservate raramente; pertanto, sono necessarie molte osservazioni per ottenere stime accurate.

1.9 La probabilità di massima perdita

L'International Risk Management Institute definisce il concetto di probabilità di massima perdita (PML) nel settore assicurativo come misura del danno massimo in caso di peggioramento e tutte le mitigazioni lavorano per ridurre gli effetti del danno.

PML è un termine che è stato preso in prestito dal settore assicurativo, dal settore petrolchimico e dal settore immobiliare commerciale.

Questo può essere adattato per misurare e gestire la forza o la fragilità di un portafoglio in relazione a rischi estremi.

Se trasponi il concetto PML agli strumenti finanziari, puoi definirlo come il valore della perdita più grande che potrebbe derivare da un disastro, assumendo il normale funzionamento delle caratteristiche di protezione passiva e corretto funzionamento della maggior parte dei sistemi di soppressione attiva.

La PML è di solito espressa in percentuale del valore totale, vissuta da una struttura o raccolta di strutture, quando soggetta a un evento credibile massimo. Esiste il potenziale declino di uno strumento dovuto ad un estremo pericolo di eventi politico-finanziari.³³

1.10 Il Risk Tail Management e le strategie di Hedging

Una branca del *Risk Tail Management* si occupa di sfruttare solide competenze al fine di gestire il rischio di portafoglio e proteggere i rendimenti degli asset da eventi imprevisti.³⁴

³³ Horcher K., "Essential of Financial Risk Management", 2019, pp.65.

³⁴ ³⁴ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley, pp 98.

La copertura si concentra sulla gestione del rischio di prezzo o sul raggiungimento di un equilibrio tra incertezza e rischio di perdita o di opportunità. Ha lo scopo di proteggere la sensibilità dei prezzi dalle altalenanti quantità di informazioni che possono sconvolgere un mercato finanziario. La protezione contro gli eventi di coda può aiutare a migliorare le prestazioni a lungo termine anche per investitori che diversificano le componenti del loro portafoglio e che cercano di catturare premi da attività rischiose.

In altre parole, la protezione durante i periodi di difficoltà del mercato (mercato incerto), consente i gestori di fondi di riallocare le attività più rischiose dopo la fine di un evento catastrofico, ovvero, quando i rendimenti attesi sono più alti. Esistono quattro metodi per il controllo del rischio di coda:

- Long Volatility;
- Low Volatility;
- Trend Following;
- Equity Exposure Management.

Secondo le principali pratiche del settore degli *Hedge Fund*, la strategia di *Tail Risk* ideale combina una resistenza a basse prestazioni con un'elevata certezza di protezione. Si può prendere in considerazione una strategia di investimento per offrire protezione dal rischio di coda se supera costantemente le azioni, quando i rendimenti azionari sono più negativi. Si può definire il rischio di coda del portafoglio come il rendimento medio condizionale del portafoglio in mesi in cui i rendimenti azionari superano una perdita del 5%.³⁵

Per ogni strategia del rischio di coda, si può stimare l'allocazione fissa che, se combinata con un portafoglio azionario, riduce l'esposizione al rischio di coda in proporzione costante. In questo modo, ogni strategia viene confrontata su un piano di parità in base al suo contributo alla riduzione dell'esposizione al rischio di coda. Una buona protezione dal rischio di coda può essere vantaggiosa per un portafoglio in diversi modi:

- Può aumentare la redditività totale del portafoglio, perché un portafoglio coperto consente l'allocazione delle attività più orientata alla crescita;
- Ha una relazione significativa e positiva con i rendimenti attesi futuri;
- Ci sono meno partecipanti al mercato per vendere opzioni, poiché l'acquisto di opzioni put è attualmente la forma più popolare di copertura del rischio di coda. Infatti, nonostante la

³⁵ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley, pp 98.

crescente domanda di acquisto di opzioni put a lungo termine da parte di investitori, un numero più piccolo di agenti del mercato è disposto a vendere queste opzioni. Mentre il rischio di un acquirente di opzioni è limitato al premio che paga, un venditore di opzioni ha un rischio molto maggiore;³⁶

- La regola di Volcker, che mira a ridurre il rischio eccessivo presso le banche, che, non solo devono ridurre la quantità di opzioni a lungo termine che vendono, ma devono anche aumentare la quantità di garanzie necessarie per tali opzioni, limitando ulteriormente il numero di venditori di opzioni.
- L'aumento della domanda di acquisto di opzioni put, unito alla mancanza di persone disposte e in grado di venderle, ha portato a prezzi di volatilità eccessivamente più alti, specialmente in presenza di scadenze più lunghe. Con l'aumento delle volatilità dei prezzi, anche il costo della protezione del portafoglio è aumentato, facendo sì che i potenziali *hedger* paghino spesso per questa operazione di copertura.³⁷
- Il costo della copertura del rischio di coda rappresenta un trascinamento costante dei rendimenti, impedendo il raggiungimento di rendimenti mirati.
- Da una prospettiva di puro investimento, mentre diversificare tra *asset class* con bassa correlazione potrebbe sembrare un buon strumento per proteggersi dal rischio di coda, la semplice diversificazione di *equity* da il reddito fisso, non fa abbastanza per limitare quel rischio di coda che durante i tempi di crisi tendono ad aumentare.

³⁶ Horcher K., "Essential of Financial Risk Management", 2019, pp 65.

³⁷ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley, pp 123.

CAPITOLO 2

Hedging analisi descrittiva e metodologica

2.1 L' *hedging*

La strategia di *Hedging* può essere considerata una delle strategie di investimento più sicure e importanti di oggi. Queste mirano a ridurre al minimo l'esposizione a un'attività di trading o al rischio di investimento, consentendo allo stesso tempo di ottenere profitti da qualsiasi attività di investimento.

In particolare, una copertura (*Hedging*) è una posizione assunta in un determinato settore al fine di eliminare o ridurre il rischio associato ad una posizione, oppure assunta in un altro settore opposto. Se un investitore decide di coprire una posizione corrente, si protegge solo dagli effetti di un evento negativo; se l'evento si verifica e l'investitore ha effettuato una strategia di *hedging*³⁸, coprendo interamente la sua posizione, sicuramente l'impatto della perdita sarà estremamente ridotta.

Esistono diverse strategie di Hedging, che si suddividono in quattro grandi macro-categorie:

- *Hedging* diretto: Strategia di copertura svolta su un *asset*, con uno strumento simile, se non lo stesso, che ha movimenti dei prezzi simili e negozia in modo simile.³⁹
- *Hedging* dinamico: Strategia di copertura svolta su un credito contingente, generalmente un'opzione, su uno strumento derivato, mantenendo una posizione di compensazione sull'attività e modificando il suo importo, a determinate condizioni, con il passare del tempo.⁴⁰
- *Hedging* statico: Strategia di copertura svolta dall'inizio della vita di uno strumento finanziario in modo tale da non dover effettuare ulteriori aggiustamenti nel portafoglio ino alla scadenza.⁴¹
- *Cross Hedging*: Strategia di copertura svolta dopo l'acquisto di uno strumento che non può essere negoziato in borsa, comprando un'attività che può essere negoziata e che sia, inoltre altamente correlata alla prima⁴².

³⁸ Bailey R. E., "The economics of financial Market", 2005, Cambridge, pp. 35.

³⁹ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp, 115.

⁴⁰ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp, 115

⁴¹ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp, 116

⁴² Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp, 116

Le strategie di Hedging, spesso, comportano l'uso di strumenti derivati, che sono delle attività il cui valore dipende da quelli di altre attività sottostanti.

I due mercati più comuni che gestiscono derivati sono il mercato delle opzioni e il mercato dei *futures*. I principali trader o *Portfolio Manager* utilizzano derivati per costruire strategie di Hedging al fine di compensare un eventuale perdita con un guadagno in un derivato o viceversa⁴³.

Per essere perfetta, una strategia di *Hedging*, deve eliminare del tutto il rischio. Tuttavia, le coperture perfette sono molto difficili da costruire. Per tanto un analista finanziario adopera la propria strategia al fine di poter trovare una copertura che si avvicini il più possibile alla perfezione.

Ovviamente, come qualsiasi altro metodo o tecnica di creazione di ricchezza o di riduzione di perdita, l'hedging presenta sia vantaggi che svantaggi. È importante riuscire a notare che una strategia di hedging può comportare un aumento o una riduzione dei profitti di una società o di un portafoglio, rispetto alla posizione che deterrebbe senza copertura. In effetti, se da un lato una copertura efficiente proteggerà il trader da variazioni di prezzo, inflazione, volatilità, variazioni del tasso di cambio, dall'altro ogni tecnica di copertura comporta un costo e, di conseguenza, un buon investitore, dovrebbe considerare il giusto trade-off tra costi e benefici.

2.2 Opzione call Europea

Un'opzione call Europea è un contratto finanziario tra due parti che da, a chi la possiede, il diritto di acquistare l'attività sottostante ad una data determinata e ad un prezzo prestabilito. Nell'opzione, la data è definita come *maturity*, mentre il prezzo viene denominato strike.

Chi detiene l'opzione paga un determinato prezzo per l'acquisto della call, ed il *Payoff* dell'opzione è data da: ⁴⁴

$$C_r = (S_r - K) = \begin{cases} S_r - K & \text{se } S_r \geq K \\ 0 & \text{se } S_r < K \end{cases}$$

⁴³ Fontanillis G. A., "Getting started in commodities", 2007, Wiley, pp. 231.

⁴⁴ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

In questa equazione abbiamo:

- S che rappresenta il prezzo dell'attività sottostante;
- K che rappresenta il prezzo strike;
- T che rappresenta la maturity.

Come possiamo osservare, i prezzi delle attività sottostanti influiscono in maniera notevole sul valore dell'opzione. Infatti, all'aumentare del prezzo delle attività, il valore dell'opzione aumenta. Un'opzione call vale sempre più del suo valore di maturity perché, chi la detiene, può, o mantenerla fino alla scadenza, oppure venderla ad un prezzo superiore che può ricevere se l'opzione è sottoscritta.

2.3 Analisi di copertura attraverso una call Europea

Proporrò in seguito l'analisi di vantaggi e svantaggi di una strategia di copertura in base alla tipologia di mercato in cui applicarla.

Un mercato completo è quello in cui ogni operatore è in grado di scambiare un prodotto con ogni altro agente senza incorrere in alcun attrito abitudinario. Tuttavia, nel mondo reale, come ben sappiamo, i mercati non sono completi. Nonostante ciò è opportuno considerare entrambi i casi di mercato per avere un punto di riferimento teorico, rispetto al quale può essere valutata e accurata l'incompletezza di un mercato, perché per arrivare ad una soluzione, è risaputo, che bisogna prima trovare in concreto il problema.

Partendo da un esempio di una banca che sottoscrive un'opzione call Europea, al fine di acquistare una determinata quantità di azioni, ad un cliente in un mercato "*Over the Counter*" (OTC), e si trova ad affrontare il problema della gestione dell'esposizione al rischio. Durante questo progetto è opportuno assumere modelli a tempo continuo e discreto. E introduciamo, quindi, il modello Black-Scholes-Merton al fine di valutare in maniera corretta l'opzione. ⁴⁵Una volta utilizzato il modello

⁴⁵ Hull J. C., "Introduction to financial markets", 1998, Business & Economic, pp. 45.

creeremo un'obbligazione priva di rischi. Risolviamo il problema introducendo il Delta e impostando l'omonima strategia di copertura e di *Stop-Loss*.

Un mercato incompleto, invece, è quello in cui una condizione di equilibrio non corrisponde ad una allocazione efficiente di risorse.

Dagli ultimi dati statistici ci possiamo accorgere che il clima influisce direttamente su circa il 25% dell'economia degli Stati Uniti e, di conseguenza, molte aziende come le compagnie energetiche, subiscono enormi perdite potenziali a causa del verificarsi di un evento estremo (Risk Tail).⁴⁶

Per anni le aziende hanno utilizzato l'assicurazione per coprire eventuali danni catastrofici causati da condizioni meteorologiche imprevedibili. Tuttavia, l'assicurazione non è mai stata in grado di proteggere i produttori di energia nel caso di una domanda ridotta che la loro azienda avrebbe dovuto affrontare.

Dal 1996, per questo motivo, furono introdotti i primi derivati sul meteo OTC; questi derivati dipendono da due variabili, ovvero:

- HDD: *Heating degree days* = $\max(0, 65 - A)$
- CDD: *Cooling degree days* = $\max(0, A - 65)$

Dove A è la media tra la più alta e la più bassa temperatura segnata durante il giorno, in gradi Fahrenheit.

Nel giro di un paio di anni, i contratti sui derivati meteorologici, vennero negoziati per un ammontare pari a 8 miliardi l'anno.

Tenendo conto di ci esamineremo la strategia di copertura di un'opzione call Europea su un'attività sottostante con un'altra attività positivamente correlata con la prima.

Essendo per in un mercato incompleto, ci sarà un rischio residuo non coperto, ovvero, il rischio base.

Molti studiosi hanno tentato di estendere la teoria dei mercati efficienti ai mercati incompleti.

Per valutare un'opzione è opportuno derivare un PDE ⁴⁷non lineare utilizzando il principio di deviazione standard modificato nel tempo continuo (Wang et al)⁴⁸. Analizzeremo la costruzione di

⁴⁶ Fontanillis G. A., "*Getting started in commodities*", 2007, Wiley, pp. 138.

⁴⁷ PDE: Equazione differenziale alle derivate parziali del primo ordine non lineari.

⁴⁸ Wang et al: "Il principio di deviazione standard ci permette di poter ottenere la derivata di un PDE non lineare nel tempo continuo".

una migliore copertura, in cui il rischio residuo è perpendicolare al rischio Hedged, al fine di minimizzare la varianza.

Il principio attuariale di deviazione standard viene utilizzato per determinare il prezzo che tiene conto del rischio residuo e sulla base della PDE derivata, vengono esaminati due ulteriori strategie di Hedging; ovvero: il “Delta Hedging” e la “Stop-loss strategy”.

La Stop-Loss strategy è una strategia di copertura e suggerisce che un istituto finanziario dovrebbe acquistare un’unità di azioni non appena il prezzo delle azioni sale al di sopra del prezzo di esercizio e dovrebbe venderlo non appena il prezzo delle azioni scende al di sotto del prezzo di esercizio⁴⁹.

In questo modo, l’istituzione riesce ad avere una posizione coperta quando il prezzo delle azioni è superiore al prezzo di esercizio e una posizione “*Naked*” quando è inferiore al prezzo di esercizio.

Questa tecnica garantisce che l’ente sia proprietario dello stock quando l’opzione chiude in the money e non possiede lo stock quando l’opzione si chiude out of the money. Di seguito è rappresentato un esempio in cui due possibili percorsi dei prezzi delle attività vengono considerati quando lo strike price è con $K = 100$. Se il path 1 è seguito dal prezzo delle azioni, la strategia di Stop-Loss prevede l’acquisto dello stock a $t(0)$, la vendita a 5, l’acquisto a 10, la vendita a 15 e l’acquisto a 20⁵⁰.

L’opzione si chiude in the money e l’istituzione ha una posizione coperta. In alternativa, se il prezzo delle azioni cambia in base al path 2, la strategia di Stop-Loss prevede la vendita di stock al tempo $t(0)$, l’acquisto di 5, l’acquisto di 10, l’acquisto di 15 e la vendita a 20.

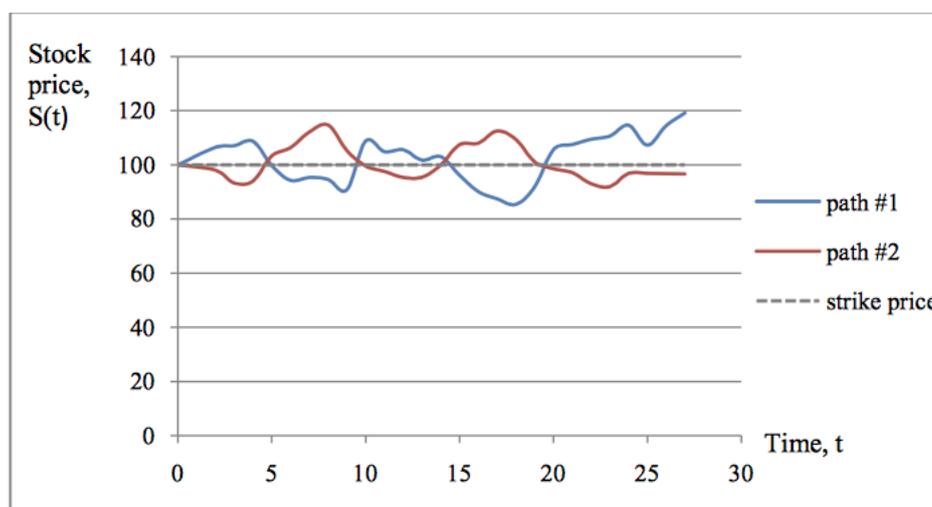
Se l’opzione si chiude out of the money l’istituzione avrà una posizione “*Naked*”⁵¹.

⁴⁹ Lhabitant F., “*Handbook of Hedge Funds*”, Wiley, pp 87.

⁵⁰ Hull J. C., “*Introduction to financial markets*”, 1998, Business & Economic.

⁵¹ Naked: Opzione scoperta.

GRAFICO 1



Source: The Journal of finance

2.3 Nozioni utili ai fini dell'hedging

Al fine di eseguire una buona strategia di copertura è opportuno comprendere quale sia la scelta migliore di posizione da intraprendere. Tale scelta fatta dopo un'attenta valutazione dei costi di transazione e dopo un'attualizzazione del valore attuale netto consiste nella possibilità di effettuare una posizione lunga o corta.

Una posizione lunga è una posizione che comporta l'acquisto di un titolo come azioni, materie prime, valuta e derivati con l'aspettativa che l'attività aumenti di valore. Una posizione corta, invece, è una posizione che comporta la vendita di un titolo preso in prestito come un'azione, una merce o una valuta con l'aspettativa che l'attività riduca di valore.

Nel contesto dei derivati come opzioni e futures, la posizione corta è anche nota come "*written position*".⁵²

⁵² Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

Un'altra considerazione importante da valutare a priori per applicare una buona strategia di Hedging è verificare, attraverso le serie storiche, se lo stock price potrebbe essere maggiore o minore dello strike price.

Al fine di prendere in considerazione questa opportuna valutazione bisogna conoscere i tre possibili stati in cui un'opzione può essere in qualsiasi momento della sua vita:

- **In the money;**
- **At the money;**
- **Out of the money.**

Si dice che un'opzione sia *in the money* quando il prezzo delle azioni (stock price) è superiore al prezzo di esercizio (strike price). In questo caso il titolare può esercitare l'opzione e realizzare la propria differenza come profitto. Le opzioni Call in the money, possono offrire al titolare guadagni potenzialmente illimitati, mentre il sottoscrittore, può affrontare costi potenziali analogamente illimitati. Un'opzione in the money è quella che comporterebbe un lusso di cassa positivo se venisse implementata immediatamente.⁵³

Si dice che un'opzione sia *out of the money* quando il prezzo delle azioni (stock price) è inferiore al prezzo di esercizio (strike price). In questo caso il titolare non esercita l'opzione e perde l'intero premio di chiamata che aveva pagato per acquistare l'opzione in primo luogo. Dall'altra parte, chi scrive l'opzione realizza un profitto pari al premio di chiamata. Un'opzione out of the money è quella che comporterebbe un flusso di cassa negativo se venisse esercitata immediatamente⁵⁴.

Si dice che un'opzione sia *at the money* quando il prezzo delle azioni (stock price) è uguale al prezzo di esercizio (strike price). Un'opzione at the money, se venisse esercitata immediatamente, comporterebbe un flusso di cassa nullo⁵⁵.

La figura di sotto mostra che l'esercizio dell'opzione con una posizione corta è esposta ad una perdita illimitata se l'opzione dovesse chiudere *in the money* e allo stesso modo realizzare un profitto che eguaglia il "call premium" se l'opzione dovesse chiudere *out of the money*. Conseguentemente, come descritto sopra, il titolare dell'opzione potrebbe realizzare profitti illimitati se l'opzione dovesse

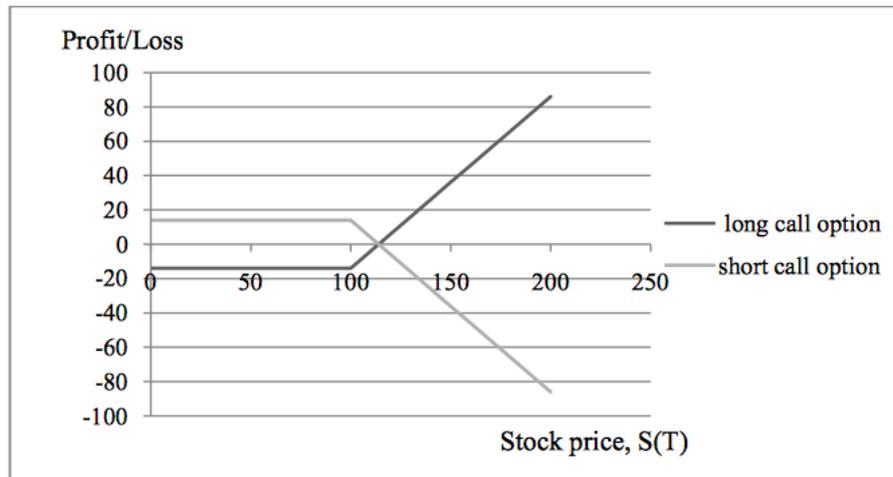
⁵³ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp.145.

⁵⁴ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp.146.

⁵⁵ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp.148.

chiudere *in the money* e realizzare perdite limitate al “call premium” se dovesse chiudere *out of the money*.

GRAFICO 2



Source: Journal of Finance

Spesso, per eventi legati alla natura di una situazione che si crea, non è possibile, o non siamo ancora capaci, di proporre adeguate strutture tecniche al fine di coprire, anche in parte, una determinata categoria di rischi.

A differenza dei rischi di coda, i quali sono soggetti a limitate forme di copertura, dovute alle tecniche di prevenzioni che discuteremo nel terzo capitolo, è possibile, come descritto poc' anzi, che ci siano determinati rischi che non possono essere soggetti ad un adeguata copertura. Tali rischi vengono nominati rischi base o *unhedgeable risk*⁵⁶.

Si tratta di un rischio *unhedgeable*, un rischio di mercato per il quale non sono disponibili strumenti adeguati.

Il rischio di base si verifica in genere quando si utilizzano tecniche di copertura incrociata. In particolare, esiste il rischio che la variazione di prezzo di una copertura sia la stessa della variazione del prezzo dell'attività coperta.

⁵⁶ Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K., " VaR without correlations for portfolios of derivatives securities", 1999, Journal of futures market.

Una volta trattata questa possibilità di naturale *unhedgeable* del rischio è opportuno definire le caratteristiche della performance di una buona copertura.

Definiamo le prestazioni di copertura come il rapporto tra la deviazione standard del costo della sottoscrizione della copertura del credito e il prezzo teorico del credito. La misura delle prestazioni di copertura serve come alternativa all'errore relativo. Una copertura perfetta dovrebbe avere un valore di prestazione dell'hedging, teoricamente pari a zero. Possiamo, dunque, definire una copertura "decente" come quella che dovrebbe restituire valori vicini pari a zero.

2.4 L'hedging nel mercato completo

Si dice che un mercato finanziario sia completo se tutte le richieste potenziali sono raggiungibili. In altre parole, esiste un prezzo di equilibrio per ogni attività in ogni stato possibile.

Di conseguenza, i commercianti possono acquistare contratti assicurativi per proteggersi e proteggersi da qualsiasi momento e stato del mondo. In questa sezione, consideriamo il problema della determinazione del prezzo e della copertura di un credito potenziale nel caso in cui l'attività possa essere negoziata.

In particolare, adottiamo un metodo di determinazione del prezzo delle opzioni e studiamo diverse tecniche di copertura che vengono utilizzate dai trader e dai gestori delle società e quindi forniamo confronti, basati sulle loro principali caratteristiche statistiche, tra quelli più comuni.

A seguire faremo un esempio di copertura ad un rischio di coda, ovvero, nell'eventualità che un evento estremo si verifichi prenderemo un istituto finanziario che ha scritto un'opzione Call Europea, per acquistare un'unità di azioni, a un cliente nei mercati fuori borsa e si trova ad affrontare il problema della gestione dell'esposizione del rischio.⁵⁷

Partendo dal presupposto che non ci sono pagamenti su dividendi sul titolo. I parametri utilizzati sono:

- Stock price $S(0)$;

⁵⁷ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp.67.

- Strike price K;
- Risk free rate r;
- Maturità T;
- Volatilità σ .

Un modo per coprire la propria posizione è acquistare la stessa opzione venduta in borsa.

Naturalmente, un'opzione identica potrebbe non essere disponibile sullo scambio. In alternativa, l'ente può utilizzare l'attività sottostante stessa per mantenere una posizione in modo tale da compensare qualsiasi utile o perdita derivante dalla posizione dell'opzione corta della Call Europea.

Partiamo dal presupposto che i prezzi delle attività, come suggerito dal modello black-scholes, seguono il moto Browniano.

2.5 Le alternative al modello Black-Scholes

È possibile osservare però, contrariamente a quanto detto sopra, che possiamo approcciarci ad altri metodi alternativi al modello Black-Scholes.

Un importante metodo è stato utilizzato da Richard Lu, che ha implementato una strategia di copertura usando la teoria del modello costante di elasticità della Varianza di Cox e Ross per prezzare le opzioni, il che suggerisce che la variazione di prezzo delle azioni ha una volatilità σS^α anziché $\sigma S(t)$. il vantaggio di questo modello rispetto a quello di Black-Scholes è che può spiegare caratteristiche come il “volatility smile”.⁵⁸

Un altro importante modello è quello utilizzato da Kremer che hanno utilizzato il modello di diffusione del salto di Merton per valutare i warrant.⁵⁹

⁵⁸ Giese G., “*Optimal design of risk control strategy indexes*”, 2012, Journal of indexes

⁵⁹ Ghorbel L., “*Measure of financial risk using conditional extreme value theory*”, 2008, International journal of monetary Economics and finance. pp 121-148.

Questo modello ci suggerisce che i rendimenti delle azioni sono generati da processi stocastici; una piccola variazione di prezzo continua da parte di un processo di Wiener e grandi salti di prezzo rari prodotti da un processo di Poisson⁶⁰.

Per altri, invece, è comune utilizzare il modello gamma di varianza che ha due parametri aggiuntivi, la deriva del moto Browniano e la volatilità del cambiamento del tempo e dimostrano che questi parametri controllano l'asimmetria e la curtosi della distribuzione del ritorno⁶¹. Tuttavia, i vantaggi che questi processi hanno sul modello Black-Scholes sono irrilevanti al fine della dimostrazione che effettueremo nel terzo capitolo.

2.6 Analisi della prezzatura nel Black-Scholes model

Nel Black-Scholes model il valore del bond risk free è dato da:

$$db(t) = rb(t) dt$$

per ogni t appartenente ad un intervallo che va da 0 a t ;

$$b(t) = b(0)e^{rt}$$

in cui r è il tasso *risk free*

Il prezzo dell'azione, quando si assume una deriva del mondo reale, è descritto dall'equazione differenziale stocastica:

⁶⁰ Giese G., "Optimal design of risk control strategy indexes", 2012, Journal of indexes.

⁶¹ Goldberg L., R., "Extreme risk Analysis", 2010, pp. 17-20.

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dZ(t)$$

per ogni t appartenente ad un intervallo che va da 0 a t ;

dove μ appartiene all'insieme dei numeri Reali ed è la media del tasso di rendimento, σ appartiene all'insieme dei numeri Reali positivi ed indica la volatilità e $dZ(t)$ rappresenta l'incremento del processo di Wiener.

L'equazione differenziale di sopra può essere risolta in questo modo:

$$S(t) = S(0) \exp\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma dZ(t)\right]$$

Per ogni t appartenente ad un intervallo che va da 0 a T , e $S(0)$ è lo share price corrente al tempo zero.

Questa equazione indica che il prezzo delle azioni $S(t)$ al momento t segue una distribuzione log-normale, che implica un cambiamento nel prezzo delle azioni.

$$\log\left(\frac{S(t)}{S(0)}\right) \text{ low } N\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t, \sigma^2 t\right)$$

Se ci spostiamo nel mondo neutrale al rischio l'espressione cambia in questo modo:

$$W(t) = Z(t) + \frac{\mu - r}{\sigma} t$$

Dove $W(t)$ indica l'incremento del processo di Wiener in relazione al teorema di Girsanov.

Ritornando all'esempio di prima, la formula per il fair value di un'opzione Call Europea su uno stock che non paga dividendi è la seguente:

$$C(S,t) = S\Phi(d1) - Ke^{-r(T-t)}\Phi(d2)^{62}$$

In cui d(1) rappresenta:

$$d(1) = \frac{\ln\frac{St}{K} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}^{63}$$

mentre d(2) rappresenta:

$$d(2) = \frac{\ln\frac{St}{K} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d(1) - \sigma\sqrt{T-t}$$

Infine avremo che la funzione di distribuzione di probabilità sarà data da:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}y^2} dy.$$

2.1 Il punto di incontro tra la finanza comportamentale e le strategie di copertura

La tematica della behavioural finance è una teoria che, al giorno d'oggi, presenta una letteratura fondamentale per potere comprendere al meglio l'andamento dei mercati e soprattutto il comportamento razionale o irrazionale degli agenti economici.

In un mondo neutrale al rischio, tutti gli individui sono indifferenti al rischio. In tale mondo, il rendimento atteso su tutti i titoli è il tasso di interesse privo di rischio.

L'equazione differenziale di Black-Scholes Merton non comporta alcuna variabile che può cambiare in base alle preferenze di rischio degli investitori. Tutte le variabili che compaiono nell'equazione

⁶² Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp. 79.

⁶³ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp. 89.

sono indipendenti da qualsiasi preferenza di rischio. Questa proprietà chiave dà origine al termine valutazione neutrale al rischio quando si scelgono le opzioni di prezzo e che i prezzi risultanti siano corretti quando si torna al mondo reale. In un mondo neutrale al rischio otteniamo i prezzi attuali di qualsiasi flusso di cassa semplicemente attualizzando il suo valore atteso al tasso risk free, una procedura che semplifica di molto l'uso dei derivati nella copertura.

Un'altra strategia che può essere seguita è di non fare nulla (*naked position*).

Ciò significa che un individuo realizzerà uguale al premio della call quando l'opzione chiude *out of the money* e, di conseguenza, avrà un costo se l'opzione chiude *in the money*.

In alternativa, l'istituzione finanziaria può assumere una posizione coperta. Ciò significa che non appena l'opzione viene venduta, l'ente assume una posizione lunga nell'attività sottostante.

Se l'opzione call si chiude *in the money* la strategia funziona a favore dell'istituzione; tuttavia se si chiude il denaro, l'istituzione perde con la posizione lunga.

2.7 Strategia di Hedging nei mercati incompleti

Per mercati incompleti si intendono quei mercati in cui non è possibile effettuare un perfetto trasferimento del rischio. In questo modo alcuni titoli non possono essere coperti dai titoli più contrattati, di conseguenza non è possibile costruire una strategia di hedging perfetta, dove per perfetta si intende che elimini tutto il rischio, e non esiste uno schema o una struttura di replica che riesca a far ottenere un unico prezzo.⁶⁴

In alternativa a ciò, è possibile calcolare una gamma di prezzi per il prezzo effettivo di un credito potenziale. Esistono infatti numerosi fenomeni che causano l'incompletezza dei mercati. In primo luogo, le attività commercializzate non sono sufficienti rispetto ai rischi che un operatore commerciale desidera coprire, in quanto i rischi potrebbero comportare salti o volatilità che non derivano dai prezzi di mercato.

⁶⁴ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press.

L'integrità può anche essere causata da costi di transazione, vincoli particolari sul portafoglio o altri attriti di mercato.⁶⁵

Per motivi descritti poc'anzi, è opportuno creare una strategia di copertura incrociata: ovvero, la copertura di una posizione in un'attività assumendo una posizione di compensazione in un'altra attività che risulti altamente correlata alla prima. Tuttavia, questa tecnica offre una copertura decente fino a quando i prezzi delle attività si muovono nella stessa direzione.

Sono stati studiati diversi approcci al problema dei prezzi e della copertura di tali opzioni, in quanto la formula di Black-Scholes non è adattabile a queste circostanze.

Un importante strategia per analizzare l'andamento dei prezzi è stata ideata da Quenez, usando metodi approssimativi di controllo stocastico, mentre Kabanov e Follmer hanno dimostrato una scomposizione "supermartingale" del processo dei prezzi.⁶⁶

Tuttavia, i loro risultati hanno dimostrato che la vendita di un'opzione basata su un prezzo di super replica che tiene conto di tutti i rischi associati, porta spesso a un prezzo di opzione molto elevato che nessun investitore accetterebbe di pagare.

Altri studiosi come Eberlein hanno considerato questo caso in modelli di "pure jumps", concludendo che devono obbligatoriamente essere imposti criteri ottimali, mentre Jeanblanc ha tentato lo stesso metodo usando i modelli di diffusione del salto di Merton e ha realizzato che questi modelli portano ad ampie fasce di prezzo delle opzioni⁶⁷.

Dal momento che il primo approccio non può essere adottato, un trader deve scrivere l'opzione per un prezzo ragionevole e provare a trovare una strategia di copertura parziale che, sfortunatamente, lo lascerà esposto a qualche rischio alla fine.

Consideriamo, ad esempio, il caso in cui un produttore di energia voglia proteggere la propria esposizione a causa di cambiamenti meteorologici imprevisti e che abbiano una probabilità di accadimento estremo che si riconduca alle code di una distribuzione di probabilità.

⁶⁵ Goldberg L., R., "Extreme risk Analysis", 2010, pp. 32

⁶⁶ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press

⁶⁷ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson, pp.121

Il rischio associato in questo caso può essere suddiviso in due diverse componenti; il rischio di prezzo e il rischio di volume. Dunque, quando si sviluppa una strategia di copertura, entrambe le componenti devono essere prese in considerazione.

Il rischio di prezzo può essere coperto da contratti derivati su energia, *futures*, *swaps*, opzioni, nel mercato dei derivati dell'elettricità e dal rischio di volume utilizzando opzioni meteorologiche, vale a dire che l'attività sottostante è un indice meteorologico.

Di seguito discuterò brevemente i due approcci al problema.

Uno è quello di scegliere una particolare misura di martingala per i prezzi secondo un criterio ottimale. A differenza dei prezzi nei mercati completi, l'incompletezza porta a infinite misure di martingala, ognuna delle quali produce un prezzo senza arbitraggio. Frittelli, derivò la misura di martingala che minimizza l'entropia relativa e procedette a caratterizzarne la densità. Follmer e Schweizer hanno introdotto una misura di martingala minima e Miyahara la misura di martingala di entropia minima per il prezzo dell'opzione basato sul presupposto che i prezzi seguono un processo geometrico di prelievo.⁶⁸

Questi processi hanno fornito una copertura "decente"; tuttavia, sono impraticabili quando emergono problemi nella costruzione del processo del prezzo delle opzioni, poiché questi devono essere basati sul calcolo stocastico del processo di Levy. Inoltre, Goll e Ruschendorf hanno introdotto la misura della martingala a distanza minima e la sua relazione con la misura minimax rispetto alle funzioni di utilità, così come Bellini e Frittelli la misura minimax.

Ancora una volta, questi metodi hanno fornito una copertura "decente"; tuttavia, non sono facilmente costruibili nella pratica, poiché, come si è scoperto, deve essere imposta una condizione sufficiente per l'esistenza di tale misura.

L'altro approccio è quello di basare il prezzo dei derivati in base all'utilità. Ciò significa che il prezzo del titolo è garantito in modo tale che l'utilità rimanga la stessa indipendentemente dal fatto che il portafoglio di negoziazione ottimale includa o meno un importo marginale del titolo. Frittelli, Rouge e El karoui, Henderson, Hugonnier, Henderson e Hobson hanno tentato questo approccio. Sebbene questi metodi forniscano una buona strategia di copertura, Xu ha affermato che "in pratica, è

⁶⁸ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press

abbastanza insolito per il trader scrivere esplicitamente la sua funzione di utilità per i prezzi dei derivati".

In questo progetto, utilizziamo la tecnica di copertura incrociata per coprire un'opzione call europea su un'attività non negoziata. Tuttavia, ciò comporterà un rischio residuo non coperto, il rischio di base.

Alfredo Ibanez ha dimostrato che un'opzione di stile europeo può essere scomposta in due componenti; una componente robusta che è valutata dall'arbitraggio e un'altra componente che dipende da un rischio ortogonale ai titoli negoziati. Di conseguenza, il primo componente rappresenta il prezzo unico del portafoglio di copertura e il secondo componente che dipende solo dal premio di rischio associato al rischio di base.

Inoltre, Wang et al coprono tale pretesa potenziale e estendono il caso ad altri portafogli, adeguando il portafoglio di copertura in modo da riflettere un premio di rischio a causa del rischio di base. In particolare, il loro obiettivo è quello di costruire una migliore copertura locale, una copertura in cui il rischio residuo sia ortogonale al rischio coperto.

Seguiremo queste idee per costruire uno schema di copertura che minimizzi la varianza dei valori di portafoglio risultanti e, quindi, confronteremo la sua performance con altre strategie di copertura, come la copertura delta e la strategia di *stop-loss*. Tenteremo di valutare l'opzione in modo tale da riflettere tutti i rischi associati alla posizione corta. Questa metodologia dà origine a una PDE lineare che può essere valutata per ottenere il premio dell'opzione.⁶⁹

Dopo aver risolto il PDE, copriamo l'opzione e costruiamo una distribuzione di profitti / perdite per il portafoglio. La distribuzione risultante può quindi essere utilizzata per calcolare la media, la varianza, le prestazioni di copertura, il valore a rischio (VaR) e il valore condizionale a rischio (CVaR).⁷⁰

⁶⁹ Pritsker M., "The hidden dangers of historical simulation", Journal of banking and finance.

⁷⁰ Sharpe W., "Capital asset prices: a theory of market equilibrium under condition of risk.

2.8 Analisi di Hedging su un asset con un'attività correlata

Cominciamo ad entrare più nel dettaglio per analizzare al meglio la nostra strategia di *Risk Tail Hedging* attraverso lo studio di hedging di un asset con un'altra attività correlata.

Cominciamo con la rappresentazione in formula del “*Minimum Variance Hedge*”, ovvero, il rapporto di copertura minima di varianza, anche conosciuta come il rapporto di copertura ottimale, è una formula per valutare la correlazione tra la varianza nel valore di un'attività o passività e quella di uno strumento di copertura che intende proteggere.

Questo concetto può considerarsi collegato ad aziende o investitori che utilizzano contratti a termine per coprire l'esposizione delle loro attività o passività nell'eventualità che accada un evento estremo.

Poiché non esiste una copertura perfetta, perché siamo in corrispondenza di un mercato incompleto, in alcuni casi gli arbitraggisti devono calcolare il rapporto di copertura della varianza minima per scoprire il contratto non ottimale al fine di compensare la loro esposizione alle potenziali variazioni del valore delle loro attività o passività sottostanti.

In questo caso chiameremo S, un'attività che non può essere scambiata, dunque, siamo all'interno di un mondo reale. H è un'attività negoziata altamente correlata con S, pertanto possiamo cominciare a sviluppare lo studio aggiungendo alcuni parametri:

- $H(t_0) = 100$: Quando S non può essere scambiato, al tempo $t(0)$, l'attività correlata H viene, per semplicità, posta uguale a zero;
- $\sigma^2 = 0.3$: La volatilità di H viene esaminata per un intervallo di valori compreso tra [0.1, 0.6];
- $\mu^2 = 0.1$: Il tasso di deriva di H dipende dal tasso di deriva di S;
- $\rho^2 = 0.5$: è opportuno introdurre un indice di correlazione realistico e che sia compreso tra [0.5, 1];
- $\lambda = 0.5$: I parametri del risk loading devono essere compresi tra [0.5, 1.5] al fine di riuscire ad investigare sul comportamento del Value at Risk;
- $q = (r - \mu)(1 - \rho^2) - \lambda\sigma\sqrt{1 - \rho^2}$ ⁷¹;

⁷¹ McNeil A. “*Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools*”, 2005, Princeton University Press.

- B: risk-free bond;
- V: il valore della Call.

Dopo aver discusso dei parametri aggiuntivi possiamo procedere allo studio.

L'asset price di S è dato da:

$$S(t+dt) = S(t) \exp\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dt + \sigma\phi dt\right]$$

Il prezzo dell'asset correlato H è dato da:

$$H(t+dt) = H(t) \exp\left[\left(\mu' - \frac{1}{2}(\sigma')^2\right) dt + (\sigma'\rho\phi\sqrt{dt})\sqrt{1 - \rho^2}\right]^{72}$$

Da queste formule possiamo creare il nostro portafoglio:

$$P(t) = -V(t) + x(t)H(t) + B(t)$$

Dove x(t) è il numero di unità di H detenute nel portafoglio ed è data da:

$$x(t) = \left(\frac{S(t)\sigma}{H(t)\sigma'}\rho\right) N[d_1(T - t, S(t))]^{73};$$

Quando siamo al tempo iniziale (t=0), poniamo:

$$B(0) = V(0) - x(0)H(0), \text{ da ciò evinciamo che } P(0) = 0$$

⁷² Pritsker M., "The hidden dangers of historical simulation", Journal of banking and finance.

⁷³ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

Aggiorniamo il valore del portafoglio acquistando $x(t+dt) - x(t)$ dell'asset H. In questo modo il valore del Bond risk-free diverrà:

$$B(t+dt) = B(t) e^{rdt} - H(t + dt)[x(t + dt) - x]$$

Questa strategia continua fino alla maturità T, a cui corrisponde il valore finale ottenuto del portafoglio.

Ci concentriamo adesso al Delta Hedging relativo al nostro portafoglio.

Il Delta Hedging è una strategia di opzioni che mira a ridurre o coprire, in parte, il rischio associato ai movimenti dei prezzi nell'attività sottostante. L'approccio utilizza le opzioni per compensare il rischio in una singola altra opzione o in un intero portafoglio di partecipazione.

L'investitore, in questo caso, cerca di raggiungere uno stato delta-neutrale e non ha un orientamento direzionale sulla copertura.

Poiché il *Delta Hedging* tenta di neutralizzare o ridurre l'estensione del movimento del prezzo di un'opzione rispetto al prezzo dell'attività, richiede un costante ribilanciamento della copertura.

Nel nostro caso il Delta rappresenta la variazione del valore di un'opzione in relazione all'andamento del prezzo di mercato dell'attività sottostante⁷⁴.

Cominciamo dunque ad analizzarne la struttura.

L'asset price S è dato da:

$$S(t+dt) = S(t) \exp\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dt + \sigma\phi 1dt\right]$$

Il Prezzo dell'asset correlato H è dato da:

⁷⁴ Sharpe W., "Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk", 1964, Journal of finance.

$$H(t+dt) = H(t) \exp\left[\left(\mu' - \frac{1}{2}(\sigma')^2\right) dt + (\sigma' \rho \phi_1 \sqrt{dt}) + (\sigma' \rho \phi_2 \sqrt{dt}) \sqrt{1 - \rho^2}\right]^{75}$$

Da queste formule possiamo creare il nostro portafoglio:

$$P(t) = -V(t) + \Delta(t)H(t) + B(t)$$

Dove $\Delta(t)$ è il numero di unità di H detenute nel portafoglio ed è data da:

$$\Delta(t) = N[d_1(T - t, S(t))];$$

Quando siamo al tempo iniziale ($t=0$), poniamo:

$$B(0) = V(0) - \Delta(0)H(0), \text{ da ciò evinciamo che } P(0) = 0$$

Aggiorniamo il valore del portafoglio acquistando $x(t+dt) - x(t)$ dell'asset H. In questo modo il valore del Bond risk-free diverrà:

$$B(t+dt) = B(t) e^{r dt} - H(t + dt)[\Delta(t + dt) - \Delta(t)]$$

Questa strategia continua fino alla maturità T, a cui corrisponde il valore finale ottenuto del portafoglio.

⁷⁵ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

A causa della struttura della formula, nel caso di una perfetta correlazione positiva tra le due risorse, Delta e Varianza minima daranno lo stesso risultato.

Concludiamo il capitolo con l'analisi del metodo *Stop-Loss Hedging*, ovvero, un metodo simile a quello che è stato utilizzato nel caso di mercato completo, con l'unica differenza che l'attività negoziata è l'attività correlata H e non S.

In altre parole, il valore dell'opzione call dipende ancora solo da S; tuttavia, qualsiasi riaggiustamento del portafoglio viene raggiunto utilizzando il nuovo valore dell'attività correlata H che può essere scambiato.

Costruiamo il nostro portafoglio in questa maniera:

$$P(t) = -V(t) + fH(t) + B(t)^{76}$$

Dove f indica l'ammontare di unità H detenute

$$f = \begin{cases} 1 & \text{se } S(t) \geq k \\ 0 & \text{se } S(t) < k \end{cases}$$

Allo stesso modo delle altre coperture al tempo iniziale con $t = 0$ poniamo:

$$B(0) = V(0) - H(0)$$

Dunque se la nostra $f = 1$ avremo che $P(0) = 0$

⁷⁶ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press.

Ad ogni T della copertura, i prezzi delle attività e delle opzioni sono calcolati utilizzando le formule sopra menzionate e il portafoglio viene aggiornato mantenendo la posizione lunga in H oppure chiudendola, a seconda dello stato del valore.

Il prezzo del bene, che sorge ogni volta, indica se la posizione lunga in H viene mantenuto, ($f = 1$) o chiusa ($f = 0$).

Andando più nello specifico abbiamo che il valore del bond e di f cambia nella seguente maniera se

$$S(t + dt) \geq K \quad f = 1$$

$$\text{Se } S(t) < K \text{ }^{77} \text{ allora } B(t+dt) = B(t) e^{rdt} - H(t + dt) \text{ oppure } B(t+dt) = B(t) e^{rdt}$$

Allo stesso modo;

$$\text{Se } S(t+dt) < K \quad f = 0$$

$$\text{Se } S(t) < K \text{ allora } B(t+dt) = B(t) e^{rdt} \text{ oppure } B(t+dt) = B(t) e^{rdt} - H(t + dt). \text{ }^{78}$$

Questa strategia continua fino alla maturità T , a cui corrisponde il valore finale ottenuto del portafoglio.

⁷⁷ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

⁷⁸ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press.

CAPITOLO 3

Il Risk Tail Hedging

3.1 L'hedging per speculare sulle fluttuazioni del Risk Tail

Sebbene gli eventi di coda che hanno un impatto negativo sui portafogli siano rari, possono avere rendimenti negativi elevati.

Pertanto, gli investitori dovrebbero proteggersi da questi eventi. La copertura dal rischio di coda, mira a migliorare i rendimenti a lungo termine, ma gli investitori devono assumersi costi a breve termine.

Gli investitori potrebbero cercare di diversificare i loro portafogli per proteggersi dal rischio di coda. Ad esempio, se il portafoglio di un investitore è costituito da posizioni lunghe in fondi negoziati in borsa (ETF) che tracciano l'indice Standard & Poor's500, l'investitore potrebbe proteggersi dal rischio di coda acquistando derivati sull'indice di volatilità di Chicago Board Options Exchange (CBOE), che è inversamente correlato allo S & P 500.

Le strategie di copertura del rischio di coda (THR) traggono profitto da significative correzioni del mercato.

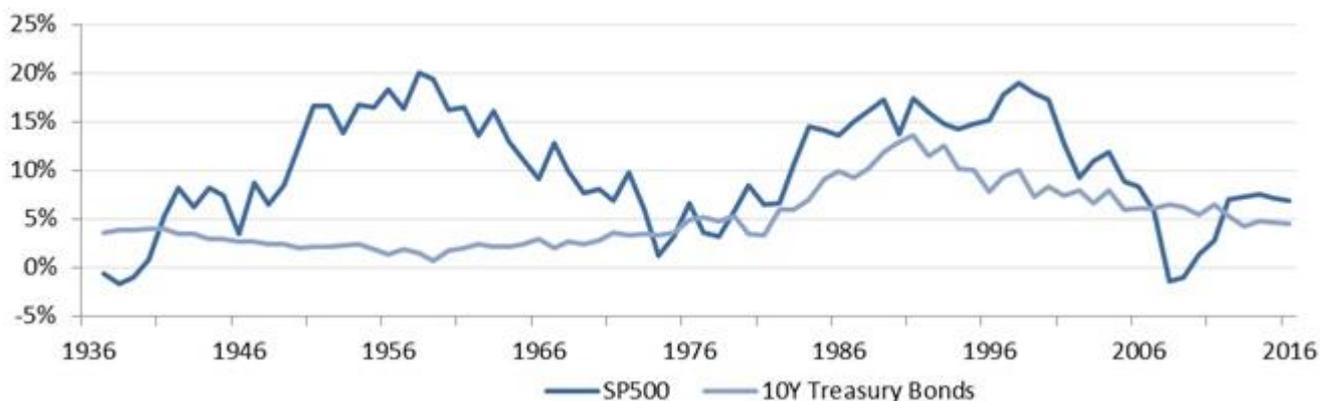
Possono essere utilizzate a fianco o in sostituzione delle tradizionali strategie di gestione del rischio, come ad esempio la diversificazione tramite asset allocation, in cui i portafogli core hanno un'allocazione significativa a titoli azionari o altre attività volatili. Possono anche essere utilizzati su base stand-alone per trarre profitto dalle correzioni del mercato.

L'approccio convenzionale alla gestione del rischio di portafoglio, in genere comporta la diversificazione degli investimenti tra varie "asset class". Se gli asset tra loro non sono perfettamente correlati, ciò mitigherà naturalmente l'impatto di un calo significativo in ogni asset class dovuto all'accadimento di un evento ritenuto altamente improbabile quanto lo sia il *risk tail* in una

distribuzione standard. Allo stesso tempo ridurrà anche il potenziale rialzo delle attività a più alta crescita.⁷⁹

Ad esempio, considerando un portafoglio standard composto da sole azioni e obbligazioni, le prime hanno storicamente sopra-performato le seconde per una quantità significativa, su periodi di tempo più lunghi. Pertanto, l'andamento dei portafogli con allocazioni più ampie delle obbligazioni, tendeva a ritardare quelli con allocazioni obbligazionarie più piccole o nulle.

GRAFICO 3: 10-year rollin return



Source: Standard and Poor's, Federal Reserve Board.

Infatti, dal grafico della figura sopra si può evincere che, prendendo in considerazione finestre temporali di dieci anni, dall'inizio della Grande Depressione, gli stock hanno sopra-performato le obbligazioni per più dell'80% delle volte. Inoltre, le finestre in cui le azioni sono rimaste indietro di un decennio o più sono state chiaramente raggruppate attorno a periodi in cui le azioni sono iniziate con valutazioni estremamente elevate.

⁷⁹ Ang A., Hodrick R. J., Xing Y., "The cross section of volatility and expected returns", 2006, Journal of finance, pp. 1-23.

Molti investitori, professionisti e *retail*, implementano la diversificazione attraverso allocazioni di “*Fixed Asset*” nel tempo. Cioè mantengono le loro allocazioni percentuali in varie classi di attività tramite il ribilanciamento periodico.

Questo approccio è abbastanza standard nel settore della gestione degli investimenti. Tuttavia, in alcune situazioni è possibile riscontrare che l’approccio di” *Fixed Asset Allocation*”, possa essere meglio caratterizzato dall’eliminazione del rischio attraverso lo studio del *risk tail* e della gestione del rischio.

Ciò ci porta alla solita sfida di come gestire il rischio azionario senza dover evitare le azioni. Una risposta potrebbe essere quella di assicurare il portafoglio contro le perdite di mercato tramite opzioni put. Un'altra opzione potrebbe essere quella di uscire dai mercati azionari nei momenti in cui i rischi sono alti, ma per prevenire l’eventualità dell’accadimento di un rischio imminente bisogna studiare la frequenza del *Risk Tail*.

3.2 Le diverse profilazioni del rischio

Ogni investitore ha una prospettiva diversa agli investimenti. Ad esempio, secondo il “report sulle modalità di investimento e sulle profilazioni del rischio” (2018) di “Assogestione”, gli investitori più giovani sono più propensi a possedere titoli rispetto agli investitori più anziani, i quali hanno un appetito poco propenso al rischio e preferiscono indirizzare i loro risparmi verso investimenti più sicuri come i fondi di previdenza complementare. Bisogna, però, considerare che ogni investitore ha un profilo di rischio unico.⁸⁰

Che si tratti della loro personalità naturale o di una particolare esperienza negativa di investimento dovuta al verificarsi di un rischio di coda (ad esempio Bolle tecnologiche o abitative, truffe o frodi, ecc.). I profili di rischio sono, infatti, modellati da una varietà di fattori e possono cambiare nel tempo a seconda degli eventi che si verificano su un individuo razionale o irrazionale.

⁸⁰ Bali T., G., “*An extreme value approach to estimating volatility and value at risk*”, 2003, Journal of business.

Inoltre, anche quando gli investitori hanno profili di rischio simili, possono interpretare gli investimenti in maniera diversa. Esistono filosofie di investimento concorrenti, diversi modelli di investimento e valutazione e ogni investitore ha un background formativo unico nel rispetto degli investimenti. Prendendo investimenti basati sull'evidenza, per esempio, si potrebbe pensare che chi si dedica all'analisi degli investimenti e delle profilazioni del rischio giungerebbero a conclusioni simili.

In realtà non è affatto così, persone diverse interpretano gli stessi dati in modo diverso.

Infine, le emozioni e i pregiudizi comportamentali possono superare tutti i dati e le analisi del mondo. Indipendentemente dal fatto che gli investitori siano consapevoli delle proprie tendenze o meno, la psicologia comportamentale è ora diventata un importante punto focale per molti investitori, professionisti degli investimenti e accademici a causa del suo impatto significativo sugli investitori. Data l'intrinseca instabilità della natura umana, questa inserisce un ulteriore livello di distacco tra fondamentali e prezzi di mercato.

Le emozioni non si basano sul pensiero razionale ma su impulsi e istinti. Di conseguenza, tentare di prevedere la componente emotiva dei comportamenti degli investitori equivale a prevedere comportamenti irrazionali.

Tutto ciò che si evince dalla questione discussa sopra è che gli investitori possono cambiare il loro umore in un lasso di tempo impercettibile e ciò genera un ulteriore rumore nei prezzi di mercato.

Questa teoria è stata ipotizzata da Dan Ariely, autore di "*Predictably Irrational*", che contrariamente alla "Teoria dei Mercati Efficienti", strutturata da Fama e French (1992), afferma che:

- I prezzi di mercato sono soggetti ad un ampio spettro di scelte degli investitori che portano a decisioni di acquisto e vendita.
- È praticamente impossibile cronometrare con grande precisione quando le percezioni del mercato o gli umori degli investitori cambino.
- Tentare di prevedere i tempi di dei principali cambiamenti di mercato può essere uno sforzo molto impegnativo che richiede un esborso significativo di tempo e denaro e che, ovviamente, non potrà mai raggiungere un livello sostanziali di prevedibilità.⁸¹

⁸¹ Barone – Adesi G., "*VaR without correlations for portfolios of derivatives securities*", 1999, Journal of futures markets.

Scopo dell'elaborato è però cercare di comprendere, grazie al *risk tail*, se il verificarsi di un evento catastrofico e di rara evenienza possa condurci ad un modello predittorio dei prezzi di mercato o quanto meno che si avvicini a questi.

Come ben sappiamo il principale ostacolo a questa indagine è quella di trovare una misura valida del rischio di coda nel tempo.

Idealmente, si dovrebbe costruire direttamente una misura della dinamica del rischio di coda aggregata dalle serie temporali, ad esempio, dei rendimenti di mercato o dei tassi di crescita del PIL, in analogia con la volatilità dinamica stimata da un modello GARCH⁸². Ma le stime dinamiche del rischio di coda sono irrealizzabili in un modello di serie temporali univariato, a causa della natura rara degli eventi estremi.

Oltre a questo problema non irrilevante, dobbiamo considerare che molti portafogli sono tassabili.

Pertanto, se un investitore desidera ridurre l'esposizione in azioni, probabilmente incorrerà in imposte sulle plusvalenze. L'ammontare dell'attrito fiscale dipenderà dalla base o dagli utili non realizzati incorporati in un portafoglio azionario. Per gli investitori con conti differiti dalle imposte, si tratta di una non emissione.⁸³

Tasse a parte, ci saranno probabilmente costi di transazione per la vendita di posizioni già esistenti. Date le opzioni di intermediazione a basso costo che gli investitori hanno oggi, questi costi hanno possono essere ridotti al minimo⁸⁴.

Un problema forse più importante con la tempistica del mercato è il pedaggio emotivo che può avere un investitore. Si è già discusso in precedenza dell'impossibilità virtuale di ottenere un tempismo perfetto. Supponendo che un individuo abbia prelevato denaro dalle azioni, ciò significa che ci sarebbe un periodo in cui i mercati continueranno a salire, ma l'investitore non parteciperà.

Questa situazione potrebbe creare dubbi e disagi, nonché, provocare la sensazione opprimente di perdere l'opportunità.

Tra le sfide legate all'attuazione proficua di questo tipo di strategia di market timing e il potenziale disagio emotivo, non sorprende che questa pratica sia disapprovata da molti investitori e professionisti degli investimenti. Apportare modifiche all'ingrosso a un portafoglio è percepito come una strategia

⁸² Blitz D. C. "The volatility effect", 2007,

⁸³ Akgiray V., "Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: evidence and forecasts

⁸⁴ Artzner P., "Coherent measures of risk", 1999, Mathematical finance.

aggressiva, anche se alla fine confermata. In questo modo si apre la porta al rischio di lavoro, in quanto richiede ad un consulente di esporlo ad un diverso modo di investimento.

Infatti, da sempre, lo status quo è molto più sicuro per un consulente.

3.3 La struttura della volatilità negli Equity Markets

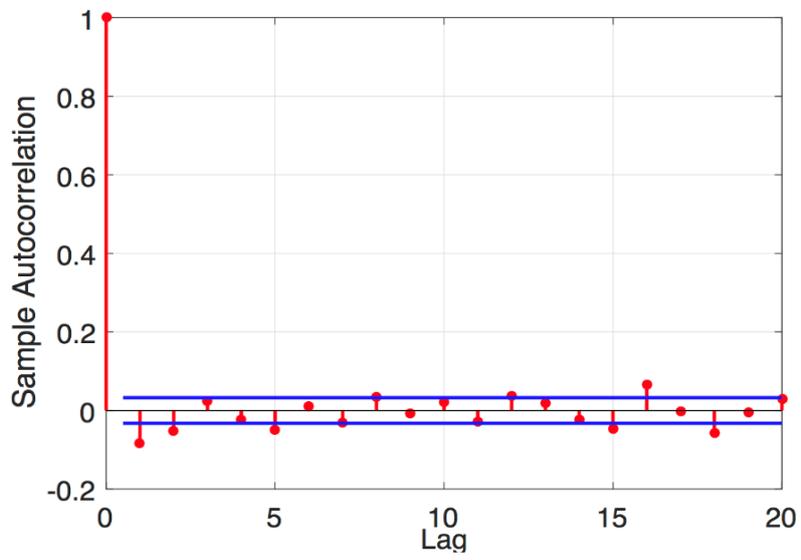
Al fine di ridurre l'esposizione ai mercati azionari durante le flessioni, è necessario un indicatore che si avvicini quanto più possibile all'individuazione di tali flessioni.⁸⁵

Mentre i rendimenti dei mercati sono difficili da prevedere, la volatilità di questi mercati tende, la maggior parte delle volte, a mostrare una persistenza ed un raggruppamento significativo. In effetti, un'analisi dei rendimenti giornalieri tra l'S&P 500 e MSCI Emerging Market negli ultimi 15 anni mostra una scarsa autocorrelazione (GRAFICO 4), mentre l'autocorrelazione degli “*Squared Returns*” si mostra abbastanza significativa (GRAFICO 5), e lo si può evincere dalla comparazione dei due grafici sotto inseriti.⁸⁶

⁸⁵ Lhabitant F., “*Handbook of Hedge Funds*”, Wiley

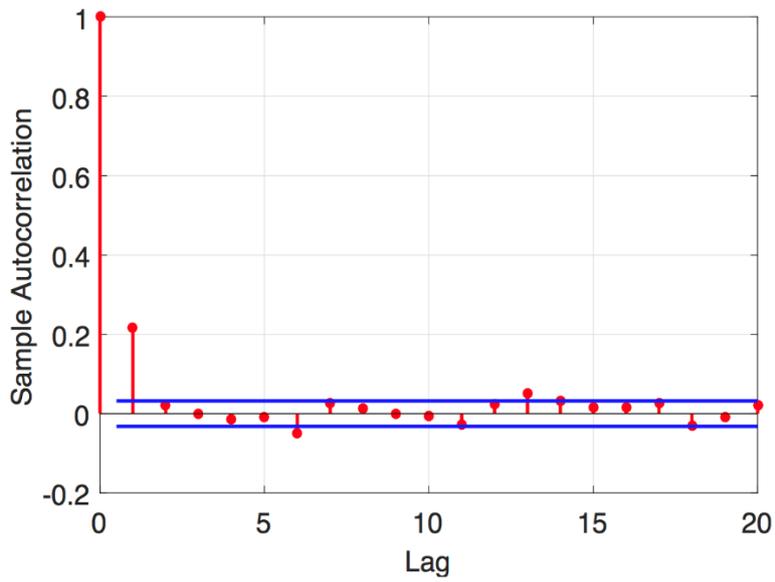
⁸⁶ Pritsker M., “*The hidden dangers of historical simulation*”, Journal of banking and finance

GRAFICO 4



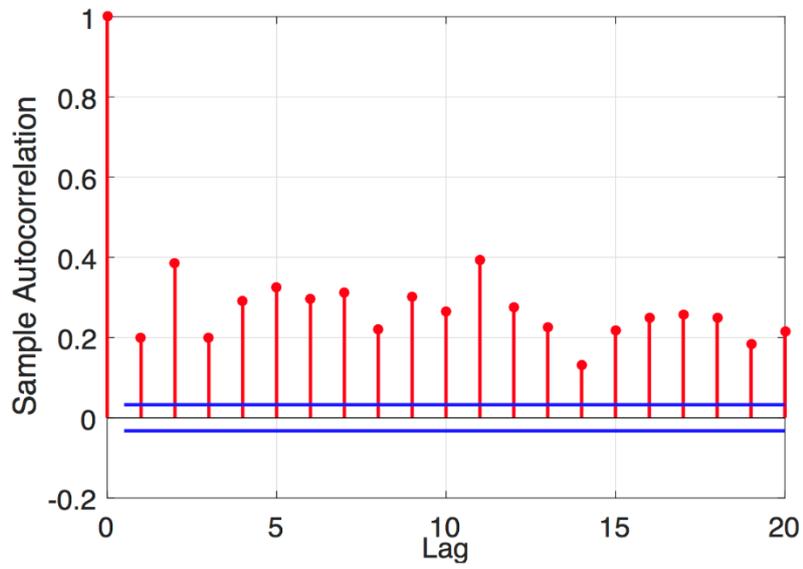
Source: "the Journal of Finance"

GRAFICO 5



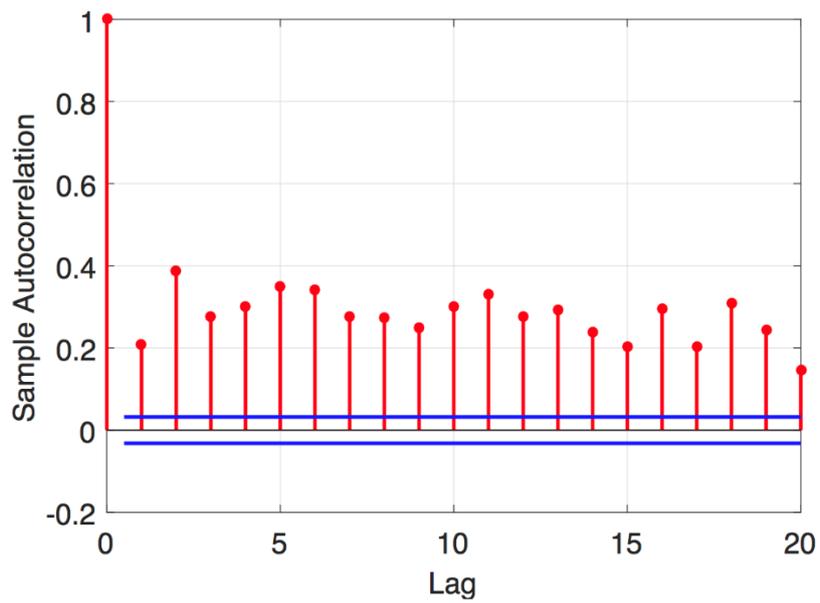
Source: "the Journal of Finance"

GRAFICO 6



Source: "the Journal of Finance"

GRAFICO 7

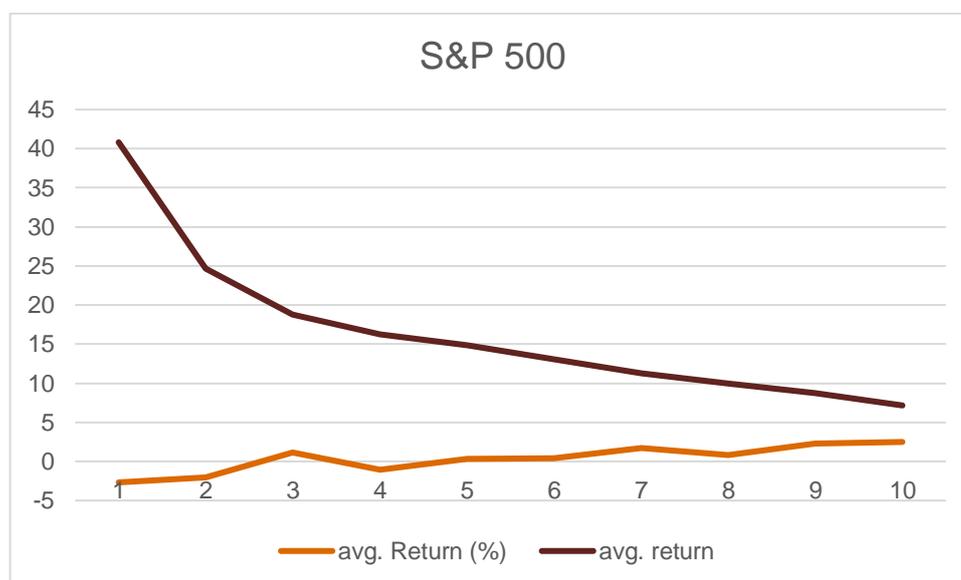


Source: "The Journal of Finance"

Una volatilità più elevata associata a rendimenti bassi, mentre periodi di volatilità più bassi presentano generalmente rendimenti più elevati, e ciò è confermato da un'analisi dei rendimenti mensili e della volatilità data dall'interposizione dei due indici nominati sopra, durante il periodo che va dal 2001 al 2015.

Da ciò che si evince dal grafico sottostante possiamo osservare che i dati sono ordinati in decili in base alla volatilità e al rendimento medio. Per entrambi gli USA e i mercati emergenti, i decili principali in termini di volatilità corrispondono ai rendimenti più bassi, mentre i decili inferiori presentano un valore di rendimenti più elevato. Infatti, possiamo vedere come i primi tre decili, hanno rendimenti medi di -1.18% e -1.96%, mentre per i tre decili inferiori i rendimenti medi sono 1.87% e 2.67%.⁸⁷ Si nota inoltre che, mentre la volatilità media in ciascun decile è approssimativamente uguale per gli USA e i mercati emergenti (contrariamente all'opinione popolare secondo cui i mercati emergenti sono più rischiosi), la differenza di rendimento tra i primi tre decili e quelli inferiori è notevolmente maggiore per i mercati emergenti, suggerendo che una strategia di Risk Tail Hedging basata sui livelli di volatilità potrebbe migliorare la performance corretta per il rischio in modo più significativo per i mercati emergenti piuttosto che per le "U.S. Equity".

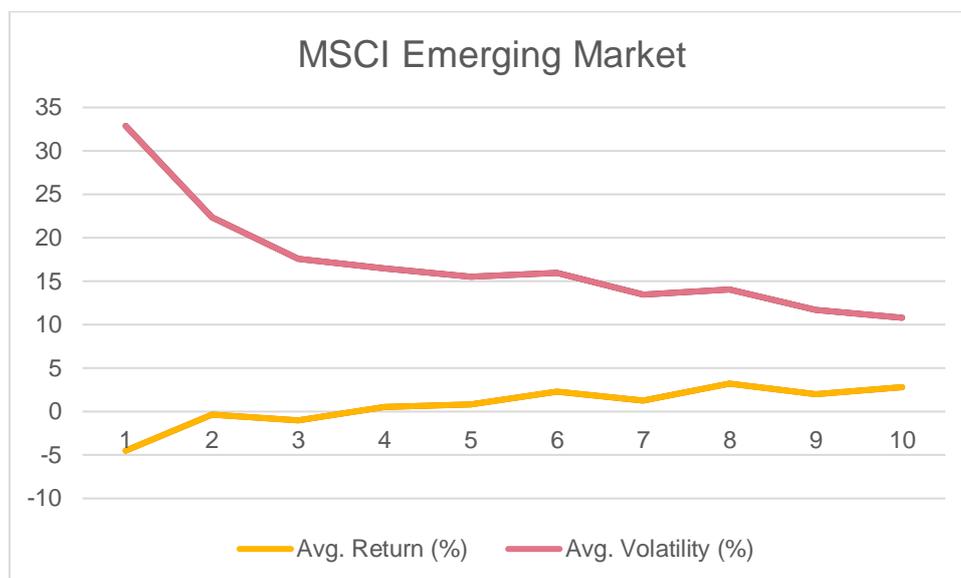
GRAFICO 8



Source: S&P 500, Average decile monthly return and volatility for S&P 500 (dati nella tabella 1)

⁸⁷Pritsker M., "The hidden dangers of historical simulation", Journal of banking and finance

GRAFICO 9



Source: S&P 500, Average decile monthly return and volatility for MSCI (dati nella tabella 1)

Il capital asset pricing model (CAPM), prevede che il rendimento atteso di un portafoglio ben diversificato aumenta con la volatilità, ma i dati che si possono evincere dai grafici di sopra contraddicono questa previsione in quanto dimostrano che una volatilità inferiore porta a rendimenti più elevati e una volatilità più elevata a rendimenti più bassi sia per S&P 500 che per MSCI.⁸⁸

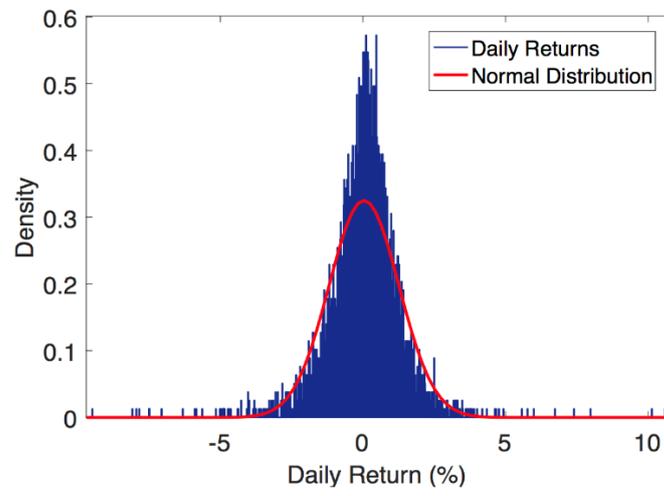
Tale osservazione si applica anche ai singoli titoli.

Le strategie per la gestione della volatilità, tentano di mitigare il rischio di coda in base al livello di volatilità del mercato. Tuttavia, basarsi su quest'ultima per misurare un qualsiasi rischio presuppone una normale distribuzione dei rendimenti, che può comportare una sottovalutazione dei livelli di rischio. In effetti, la maggior parte dei rendimenti azionari non è normale e presenta una distribuzione normale; questo fatto, che è stato ampiamente notato nella letteratura sulla gestione dei rischi dopo la crisi finanziaria del 2008, era già stato notato cinque decenni fa da Mandelbrot (1963, 1967).⁸⁹

⁸⁸ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

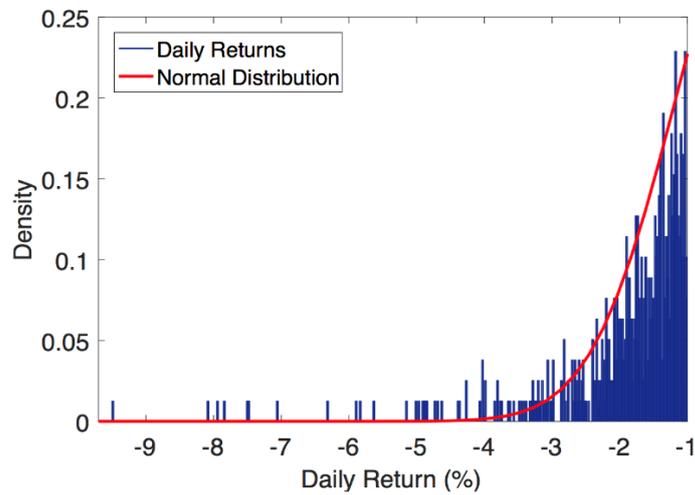
⁸⁹ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley

GRAFICO 10



Source: MSCI Emerging Market index

GRAFICO11



Source: MSCI Emerging Market index

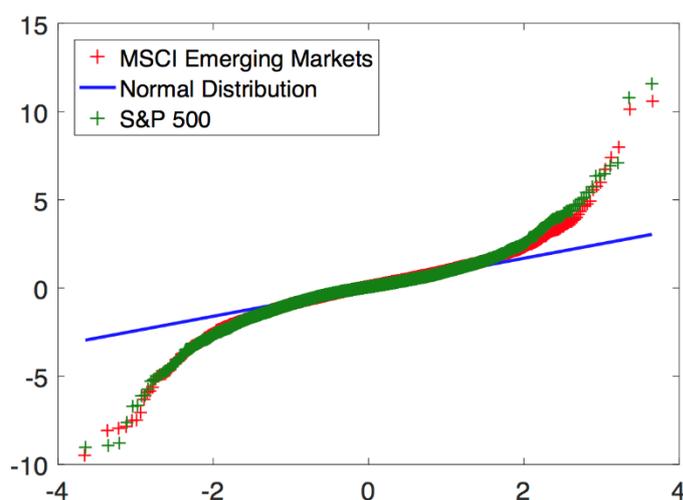
La figura di sopra mostra il grafico della densità dei rendimenti giornalieri dei mercati emergenti MSCI negli ultimi vent'anni, nonché una distribuzione normale con la stessa media e deviazione standard.

Il grafico superiore mostra, inoltre, che la distribuzione normale si avvicina bene al centro della distribuzione dei rendimenti storici, ma il grafico inferiore, che si concentra sulla coda sinistra dei rendimenti, sottolinea la significativa sottovalutazione del rischio di coda che si verifica quando si fa affidamento sulla volatilità e sulle normali ipotesi di distribuzione; in particolare, i rendimenti giornalieri negativi superiori al -4% non sono considerati dalla distribuzione normale. La situazione è abbastanza simile per gli indici dello S&P500.

Infatti, dalla figura di sotto si evince un diagramma Q-Q dei rendimenti giornalieri standardizzati per gli indici MSCI Emerging Markets e S&P 500 dal 2001 al 2015; questo grafico conferma che le code sinistra e destra sono molto più spesse di quelle di una distribuzione normale.

Questo spessore del *Risk Tail* più grande del normale simboleggia in parte la responsabilità delle riduzioni di dimensioni eccessive registrate nelle flessioni del mercato, potrebbe quindi essere un utile strumento in grado di misurare e controllare, con accuratezza, prestazioni adeguate al rischio.

GRAFICO 12



Source: MSCI Emerging Markets Indexe

3.4 Metodi di misurazione applicabili al rischio di coda

Una misura comune del rischio di coda è il *Value at Risk* (VaR), definita come la perdita minima sperimentata in un dato orizzonte temporale con un data probabilità di accadimento.

Se applicato ai rendimenti storici, il VaR può essere calcolato ordinando i rendimenti giornalieri e selezionando il quantile corrispondente al livello di confidenza scelta, quello utilizzato con più frequenza è del 95%.

Sfortunatamente, però, il VaR si preoccupa solo del numero di perdite che superano il livello di confidenza, ma non dell'entità di tali perdite. Per ottenere, invece, una misura completa più completa di grandi perdite, è necessario esaminare l'intera forma della coda sinistra della distribuzione del rendimento oltre la soglia VaR, che porterebbe così all'individuazione del valore condizionale al rischio (CVaR) indicato come deficit atteso.

Al fine di poter quantificare la possibile perdita causata dal verificarsi di un evento estremo, è utile prendere in considerazione il *Conditional Value at Risk*, noto anche come *expected shortfall*, è una misura di valutazione del rischio che quantifica, a differenza del VaR, l'entità del *Risk Tail* di un portafoglio di investimenti.

Il CVaR è ricavato, effettuando una media ponderata delle perdite "Estreme" nella coda della distribuzione di possibili rendimenti, oltre il punto di cut-off del Value at Risk (VaR).

Il *Conditional Value at Risk* viene utilizzato nell'ottimizzazione del portafoglio per un efficace gestione del rischio.

In generale, se un investimento ha mostrato stabilità nel tempo, il *Value at Risk* può essere uno strumento di analisi sufficiente per la gestione del rischio in un portafoglio contenente tale investimento.⁹⁰ Tuttavia, meno stabile è l'investimento, maggiore è la possibilità che il *Value at Risk* non fornisca un'analisi completa e specifica dei possibili rischi, poiché non evidenzia, o meglio, è indifferente a qualsiasi accadimento che oltrepassi il proprio valore soglia (Threshold)⁹¹.

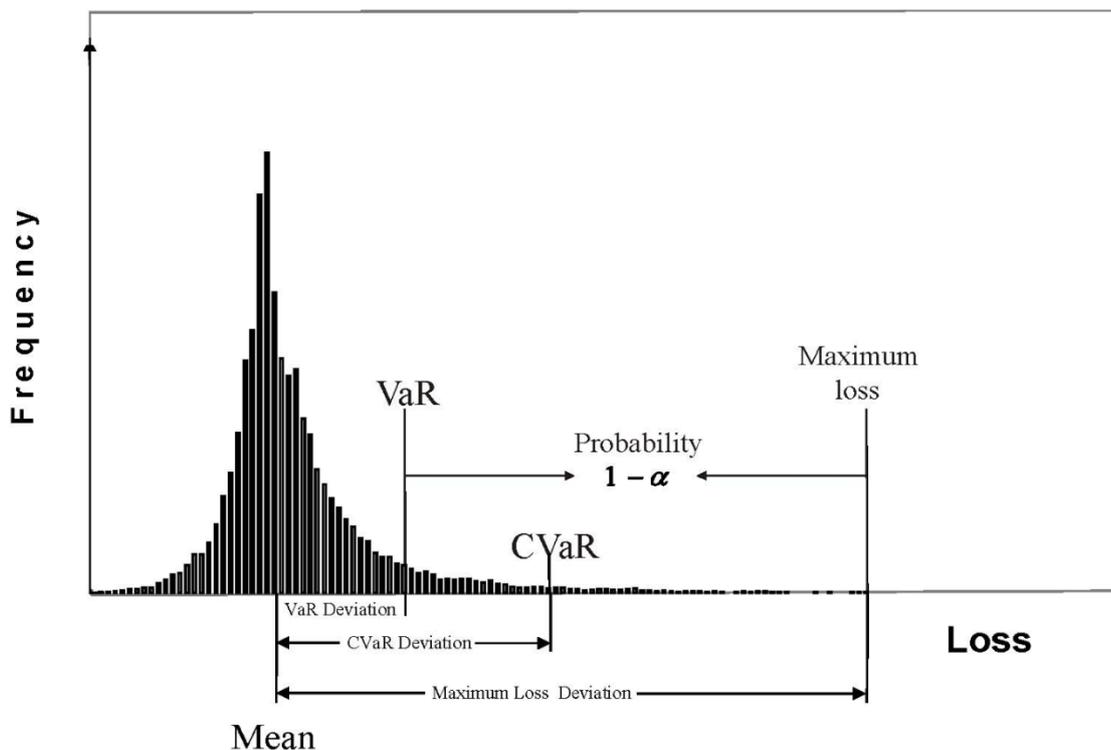
Il *Conditional Value at Risk*, come possiamo vedere dalla figura di sotto, tenta di risolvere tali carenze del modello VaR, che è una tecnica statistica utilizzata per misurare il livello di rischio finanziario in

⁹⁰ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press.

⁹¹ Pritsker M., "The hidden dangers of historical simulation", Journal of banking and finance

diversi ambiti, principalmente all'interno di un portafoglio di investimento in un periodo di tempo specifico.

GRAFICO 13



Source: Journal of banking & finance - Elsevier

Mentre il VaR rappresenta una perdita nel caso peggiore associata a una probabilità e un determinato orizzonte temporale, il CVaR è la perdita attesa una volta superata la soglia del caso peggiore.

In altre parole, il CVaR quantifica le perdite attese che si verificano oltre il punto di interruzione del VaR

Il CVaR può essere definito come la perdita media attesa a un determinato livello di confidenza; ad esempio, del 95%, il CVaR rappresenta la perdita media attesa nei peggiori 5 giorni su 100, mentre il VaR normale indica la perdita minima in quei giorni.⁹²

Per comprendere al meglio la definizione di CVaR è opportuno descriverla anche in termini matematici; per una distribuzione giornaliera F a un livello di confidenza α è dato da:

$$\text{CVaR}\alpha = - E \{X|X \leq -\text{VaR}\alpha\}$$

Il calcolo del CVaR richiede un'espressione esplicita della funzione di distribuzione del rendimento del portafoglio F che di solito non è nota nella pratica. Tuttavia, se si presume che i rendimenti giornalieri storici seguano una distribuzione gaussiana, VaR e CVaR possono essere facilmente ottenuti dalla deviazione standard e media dei rendimenti, ad esempio, a livello de 95%, VaR e CVaR sono correlati da:

$$\text{VaR} = 1,65 \times \sigma - \mu$$

$$\text{CVaR} = 2,07 \times \sigma - \mu$$

Come detto in precedenza, fare riferimento ad una normale ipotesi di distribuzione è troppo pericoloso perché potrebbe comportare una sottostima rilevante del rischio di coda.

Il Risk Tail può essere misurato in modo accurato più accurato utilizzando strumenti provenienti dalla Teoria del Valore Estremo (*Extreme Value Theory*), un ramo di statistiche dedicato alla modellizzazione di eventi estremi.

⁹² Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

3.5 La teoria del Valore Estremo

La Teoria del Valore Estremo è stata utilizzata nel decennio precedente per la gestione del rischio in ambito finanziario con un notevole aumento del numero di pubblicazione sull'argomento dopo la recente crisi finanziaria.

Un valore estremo è l'insieme dei valori molto piccoli o molto grandi in una distribuzione di probabilità. Questi valori si trovano nelle code di una distribuzione di probabilità (cioè le estremità della distribuzione).

Il termine "Valore Estremo" può significare qualcosa di leggermente diverso a seconda di dove lo si legge. Alcuni autori usano il termine come un sinonimo per il valore minimo o il valore massimo di una funzione, mentre altri lo usano come sinonimo di un valore anomalo (outlier). Nel calcolo, i punti in cui trovi i valori di massimo e di minimo sono chiamati anche estremi.

Tuttavia, nella maggior parte dei casi, quando si parla di valori estremi, di solito si intende di valori associati alla teoria dei valori estremi.

La Teoria del valore estremo (EVT) è una branca della statistica che si occupa del comportamento stocastico di eventi estremi che si trovano nelle code delle distribuzioni di probabilità.

Un modello stocastico rappresenta una situazione in cui è presente l'incertezza. In altre parole, è un modello per un processo che ha una determinata percentuale di casualità.

Tale teoria mira a prevedere le Probabilità di accadimento di eventi rari maggiori (o inferiori) rispetto ai precedenti eventi registrati. Ad esempio, l'EVT potrebbe essere utilizzato in sismologia per prevedere il prossimo terremoto in California, l'ultimo dei quali avvenne nel 1857.

L'EVT è nato dall'astronomia e dalla necessità di conservare o rifiutare i valori anomali nei dati (Kotz & Nadarajah, 2003). Tali valori anomali vengono spesso sfalsati, valori estremamente alti o estremamente bassi, in un set di dati che può eliminare le tue statistiche. ⁹³

L' EVT si è sviluppato in una teoria applicabile a quasi tutte le aree della scienza e degli affari. Ad esempio, la teoria può modellare e prevedere una vasta gamma di fenomeni come le altezze delle

⁹³ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press.

onde oceaniche o la forza dei mercati finanziari (Coles, 2013). La teoria che utilizza distribuzioni di valore estremo, è ampiamente utilizzata in economia, finanza, scienza, ingegneria dell'affidabilità e in molti altri campi.⁹⁴

A livello matematico, possiamo affermare che, la Teoria dei valori estremi è molto simile al Teorema del limite centrale (CLT).

Infatti, entrambe le teorie implicano comportamenti limitanti delle distribuzioni di variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite come n che tende a infinito, ma c'è una particolare differenza, il Teorema del Limite Centrale riguarda il comportamento di intere distribuzioni casuali, mentre la Teoria del Valore Estremo riguarda solo il comportamento delle code di quelle distribuzioni.

Il risultato centrale nella Teoria del Valore Estremo afferma che la coda estrema di una vasta gamma di distribuzioni può essere approssimativamente descritta dalla *Generalized Pareto Distribution* (GDP) con i parametri di forma e scala β e ξ :

$$G_{\beta,\xi}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \text{con } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp^{-\frac{y}{\beta}}, & \text{con } \xi = 0 \end{cases}$$

I parametri di forma e scala ξ e β possono essere stimati utilizzando la stima della massima verosimiglianza (MLE) adattando una distribuzione GDP alla coda della distribuzione di ritorno dopo una determinata soglia u . Fatto ciò, il VaR può essere calcolato:

$$\text{VAR}_{\alpha} = u + \frac{\beta}{\xi} \left(\left(\frac{\alpha N}{Nu} \right)^{-\xi} - 1 \right)$$

Con N si intende il numero totale di osservazione e Nu il numero di osservazioni che superano la soglia u . Si noti che il risultato precedente richiede che le osservazioni siano *i.i.d.* (Indipendenti e Identicamente Distribuite), il che spesso non è il caso dei rendimenti giornalieri poiché presentano un certo livello di autocorrelazione (Figura 2).

⁹⁴ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", Wiley

Pertanto, per applicare in modo corretto il modello, bisogna filtrare i rendimenti giornalieri e applicare la teoria dei Valori Estremi ai residui standardizzati con una distribuzione paretiana generalizzata adattata alle code attraverso la stima della massima verosimiglianza.

Una volta fatto ciò, utilizziamo la seguente equazione:

$$\text{CVAR}_\alpha = \frac{\text{VAR}\alpha + \beta - \xi u_{.95}}{1 - \xi}$$

E sostituiamo al suo interno i parametri di forma e scala ottenuti dalla stima, al fine di calcolare il CVaR al livello di confidenza richiesto.

3.6 La teoria di distribuzione dei valori estremi e le diverse tipologie applicabili

Considerando i dataset presenti all'interno della discussione è opportuno introdurre alcuni principi riguardo ad un importante strumento di analisi di previsione degli estremi sui dati, ovvero la Teoria di Distribuzione dei Valori Estremi.

La Teoria della Distribuzione dei Valori Estremi è un modello limitante per i massimi e i minimi di un determinato dataset. Una distribuzione vincolante modella semplicemente la quantità (o la dimensione risolta) dei tuoi dati.

Ad esempio, supponendo che un individuo vuole costruire un argine per proteggersi dalle mareggiate. È possibile utilizzare i dati storici della tempesta per creare una distribuzione limitante che indichi quanto è probabile che si verifichi una mareggiata e quando probabilmente gli argini falliranno.

È opportuno pensare al limite come un Threshold di fallimento, un punto che, se superato, accadrà un fallimento o un evento di fine vita.

L'idea di base è che tre tipi di distribuzioni di valori estremi possono modellare gli estremi di qualsiasi dataset, purché la distribuzione abbia un "Corretto Comportamento" con le seguenti caratteristiche:

⁹⁵ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

- È una distribuzione di probabilità. Una distribuzione continua ha una gamma di valori infiniti e quindi non numerabili. Ad esempio, il tempo è infinito: poiché potresti contare da 0 secondi fino all'infinito.
- Ha un'inversa. Una distribuzione inversa è la distribuzione del reciproco di una variabile casuale.
- È composta da variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite (i.i.d.). Distribuito in modo identico significa che non ci sono tendenze generali, ovvero che la distribuzione non oscilla e tutti gli elementi nel campione sono presi dalla stessa distribuzione di probabilità.

Se generi un numero qualsiasi di dataset, prendendo i minimi e i massimi da quei dati e potresti creare una nuova distribuzione, e applicare così uno dei tre tipi di modelli, purché seguano le tre caratteristiche enunciate sopra:

- 1- Nessun limite inferiore o superiore;
- 2- Limitato all'estremità inferiore;
- 3- Limitato all'estremità superiore.

Il primo tipo di EVD è la distribuzione di Gumbel. Questa distribuzione è la più comune e ha due forme diverse: una per il minimo e una per il massimo, sebbene sia illimitata (non è limitata a un intervallo) ed è definita sull'intero intervallo di numeri reali.⁹⁶

La funzione di densità di probabilità ha solo una forma invariata che si sposta, come si evince dalla figura in basso, in base al parametro di posizione, μ . All'aumentare di μ , la distribuzione si sposterà a sinistra, quando μ , diminuisce, invece, si sposterà verso destra.

Supponendo che un individuo abbia la serie storica dei livelli minimi delle volatilità di un titolo nell'ultimo decennio. È possibile utilizzare tale EDV per modellare il livello minimo di volatilità per il prossimo anno.

Il secondo tipo di EVD viene denominata Distribuzione di Fréchet. Questa distribuzione viene utilizzata per modellare i valori massimi di un dataset. La peculiarità di questa distribuzione è che converge lentamente a 1 e ha tre parametri: il parametro *Sharpe*, α , il parametro scale, s e il parametro location m . È definito nell'intervallo $[m; \infty)$.

⁹⁶ Pritsker M., "The hidden dangers of historical simulation", Journal of banking and finance

In altre parole, è limitato nella parte inferiore. Una vasta gamma di fenomeni come l'analisi delle inondazioni, le corse dei cavalli, la durata della vita umana, le massime precipitazioni e gli scarichi fluviali in idrologia, possono essere modellati con la distribuzione di Fréchet.

Il terzo tipo di EVD viene denominato, invece, distribuzione di Weibull. La distribuzione di Weibull viene utilizzata per valutare l'affidabilità del prodotto finanziario al fine di modellare i tempi di obsolescenza e l'analisi di durata. Il Weibull è in realtà una famiglia di distribuzioni che può assumere molte forme a seconda della tipologia e della quantità dei parametri scelti.

Essa include due distribuzioni esponenziali, una distribuzione distorta a destra e una simmetrica.

3.7 Simulazione storica filtrata

L'uso della teoria del valore estremo per la stima del rischio di coda richiede l'adattamento di una distribuzione Pareto generalizzata alla coda sinistra dei rendimenti giornalieri; in pratica, se si considerano 250 giorni e si desidera un livello di confidenza del 95%, ciò significa che la distribuzione di Pareto generalizzata debba essere adattata a circa 12 rendimenti giornalieri, un numero troppo basso per garantire la convergenza del metodo di stima della massima verosimiglianza, e che causerà un'elevata sensibilità ai cambiamenti nei rendimenti storici.

Per aggirare questo problema, è possibile utilizzare le simulazioni, generando un numero molto elevato di rendimenti giornalieri su cui sarà possibile adattare più facilmente una distribuzione di Pareto generalizzata sulla coda sinistra. Ma da come si evince, da quanto detto prima, la scelta del metodo di simulazione appropriato non è necessariamente semplice.

Dunque, se si selezionano simulazioni Monte Carlo, è necessario specificare una distribuzione dei rendimenti, spesso viene utilizzata una distribuzione normale, che annulla il vantaggio dell'utilizzo della Teoria del Valore Estremo per stimare il rischio di coda. Pertanto, una qualche forma di simulazione storica è altamente preferibile in quanto non presuppone la distribuzione dei rendimenti, basandosi invece sui rendimenti passati.

Tuttavia, tale metodo presenta due differenti potenziali problemi. Innanzitutto, la dimensione del campione richiesto per ottenere una distribuzione statisticamente significativa è generalmente

considerata di almeno 250 giorni; questo, a sua volta, solleva il potenziale problema di non essere sufficientemente sensibili ai rendimenti recenti che presumibilmente contengono le informazioni più rilevanti per prevedere i rendimenti futuri.

Per aggirare questo problema, il metodo di simulazione storica ponderata (WHS) è stato sviluppato al fine di assegnare pesi probabilistici ai rendimenti giornalieri che decadono esponenzialmente con un fattore di decadimento scelto nel tempo; quindi i rendimenti recenti hanno sicuramente più influenza di quelli più distanti⁹⁷.

Dall'altra parte, sfortunatamente, non è chiaro come selezionare la costante di tempo corretta, ed una probabile conseguenza è che eventi estremi, che per natura si verificano raramente, potrebbero finire per essere scontati dal mercato.

In secondo luogo, il metodo di simulazione storica, presuppone che i rendimenti giornalieri siano indipendenti e identicamente distribuite (i.i.d.) nel tempo, il che non è per nulla realistico.

In effetti, si osserva comunemente che la volatilità dei rendimenti si evolve nel tempo e che periodi di alta volatilità o di bassa volatilità non si verificano a intervalli ben distanziati in modo casuale, ma tendono piuttosto a raggrupparsi insieme. Il metodo di Simulazione Storica Filtrata (FHS) è un tentativo di combinare i vantaggi dei metodi storici e parametrici.

Il metodo FHS si basa su un approccio basato sul modello per la volatilità, pur rimanendo libero dal modello in termini di distribuzione. In particolare, questo metodo ha il notevole vantaggio di essere in grado di simulare perdite estreme anche se non sono presenti nei rendimenti storici utilizzati per la simulazione.

3.8 Metodi di utilizzo degli strumenti

Una volta esplicitati dunque tutti gli strumenti a noi utili siamo capaci di studiare il fenomeno preso in considerazione.

⁹⁷ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press.

Iniziamo implementando il metodo FHS su una serie di rendimenti giornalieri R_t con deviazione standard σ .⁹⁸

Come accennato precedentemente, il metodo di Simulazione Storica presuppone che i rendimenti giornalieri siano i.i.d. attraverso il tempo; tuttavia, è possibile trovare una significativa autocorrelazione nei rendimenti quadrati giornalieri. Per produrre una sequenza di variabili casuali i.i.d., bisogna adattare un modello auto regressivo AR ai rendimenti giornalieri:

$$R_{t+1} = c + aR_t + \varepsilon_t \text{ dove } \varepsilon_t = \sigma_t z_t^{99}$$

In cui, (z_t) indica i rendimenti standardizzati che seguono la distribuzione t student piuttosto che una distribuzione normale per tenere conto dell'aumento del rischio di coda poiché la prima distribuzione ha code più grandi.

Per modellare la distribuzione della deviazione standard è opportuno invece utilizzare un modello di tipo Garch:

$$\sigma^2 = \omega + \alpha \varepsilon^2 + \beta \sigma^2, \text{ con } \alpha + \beta < 1$$

In alternativa, il modello Garch può essere sostituito dalla sua estensione, ovvero, il modello esponenziale Garch, al fine di catturare l'asimmetria della volatilità indotta da grandi rendimenti positivi e negativi. In effetti, la volatilità di solito aumenta più dopo un forte calo che dopo un grande aumento a causa dell'effetto leva.

Questo modello è così definito:

$$\ln \sigma^2 = \omega + \alpha (\varphi \varepsilon + \gamma (|\varepsilon| - E|\varepsilon|)) + \beta \ln \sigma^2$$

⁹⁸ Horcher K., "Essential of Financial Risk Management", 2019.

⁹⁹ Hull J., H., "Opzioni, Futures e altri derivati". 2014, Pearson.

Una volta che un modello AR/Garch è stato adattato ai rendimenti giornalieri, l'autocorrelazione dei rendimenti quadrati è generalmente inferiore e queste osservazioni possono essere utilizzate in un metodo di simulazione storica.¹⁰⁰

Le proprietà delle variabili i.i.d. sono importanti ai fini di ottimizzare un corretto Bootstrap, in quanto consente alla procedura di campionamento di evitare in modo sicuro le insidie del campionamento da una popolazione in cui le osservazioni successive sono dipendenti.

Simulando una serie di prove casuali indipendenti (10.000) su un orizzonte temporale di 252 trading days, a differenza delle simulazioni Monte Carlo, non viene assunta alcuna ipotesi distributiva specifica riguardo ai rendimenti standardizzati, vengono, invece, utilizzati i dati sui rendimenti passati.

Dunque data una sequenza di rendimenti passati siamo in grado di calcolare i rendimenti standardizzati passati dai rendimenti osservati e dalle deviazioni standard stimate come quoziente del residuo del modello AR sulla deviazione standard.

Una volta che i rendimenti standardizzati storici sono noti, verrà generata una previsione dei rendimenti futuri implementando semplicemente rendimenti standardizzati con una sostituzione.

Alla fine, finiamo con 10.000 serie di resi giornalieri, ciascuno dei quali copre 252 giorni di trading. Questi rendimenti giornalieri sono aggregati per generare una distribuzione di 2.520.000 rendimenti giornalieri e un GPD è montato sulla coda sinistra, producendo il CVaR.¹⁰¹

L'elevato numero di residui garantisce la stabilità del metodo, poiché la coda sinistra contiene 126.000 rendimenti per un livello di confidenza del 95%, che garantisce quasi la convergenza dell'algoritmo di stima della massima verosimiglianza utilizzato per adattarsi al GPD.¹⁰²

Uno dei vantaggi dell'utilizzo della teoria del valore estremo per calcolare il CVaR è che il rischio di coda della distribuzione del rendimento viene misurato in modo più accurato, essendo meno probabile che venga sottovalutato rispetto a quando si fa affidamento solo sul metodo basato sulla volatilità descritto in precedenza.

¹⁰⁰ McNeil A. "Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools", 2005, Princeton University Press.

¹⁰¹

¹⁰² Pritsker M., "The hidden dangers of historical simulation", Journal of banking and finance

3.9 Strategia di hedging con il risk tail

Applichiamo la tecnica precedente per sviluppare strategie di copertura della coda per gli indici S&P 500 e MSCI Emerging Markets.

Puntiamo su un livello di volatilità predefinito nel tempo con l'obiettivo di mantenere la volatilità del portafoglio coperto in questo livello.

Al fine di abbinare un obiettivo di volatilità con il CVaR calcolato utilizzando la teoria del valore estremo, convertiamo la volatilità in un numero CVaR assumendo una distribuzione normale utilizzando l'equazione:

$$\text{VaR} \simeq 1.65 \times \sigma - \mu;$$

$$\text{CVaR} \simeq 2.07 \times \sigma - \mu.$$

e impostiamo un livello massimo di esposizione del 150%.

Si noti che questa ipotesi di normalità viene utilizzata solo per calcolare il CVaR target da una volatilità target in quello che rappresenta uno scenario del caso migliore poiché l'attuale CVaR dell'indice viene calcolato utilizzando la teoria del valore estremo.

L'equazione dell'allocazione ottimale degli asset è così composta:

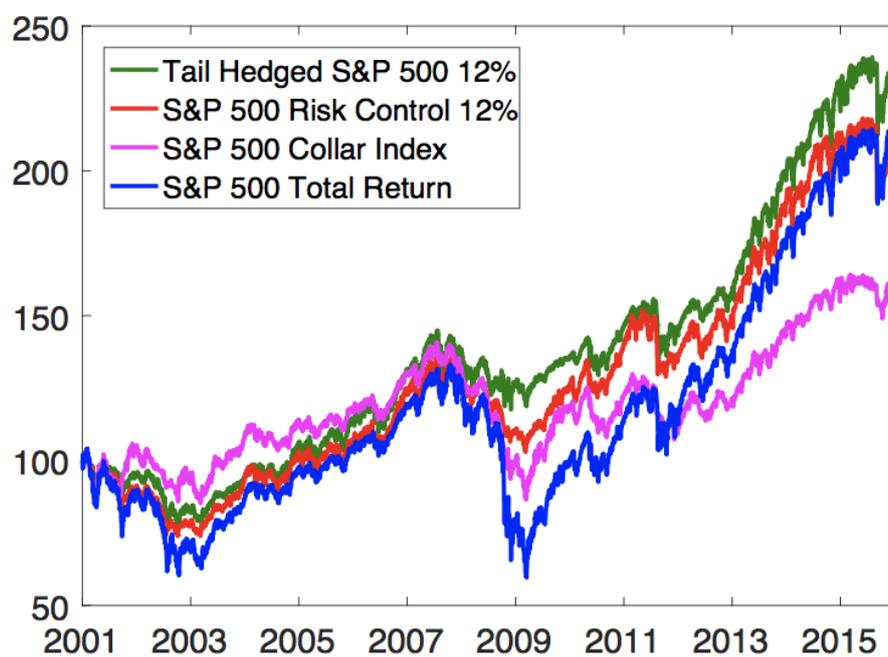
$$\text{Equity allocation} = \left(\frac{\text{Target CVaR}}{\text{Current CVaR}}; \text{Max. Esposizione} \right)$$

Quando l'allocazione azionaria è inferiore al 100%, la parte rimanente del portafoglio viene investita in liquidità e si presume che stia guadagnando il tasso LIBOR USD overnight.

Allo stesso modo, quando l'allocazione azionaria supera il 100%, si presume che il finanziamento abbia un costo del tasso LIBOR USD overnight.¹⁰³

L'allocazione azionaria viene calcolata ogni settimana e, per limitare l'impatto dei costi di transazione, l'allocazione azionaria effettiva viene modificata solo quando differisce dal suo valore precedente di oltre $\pm 10\%$.

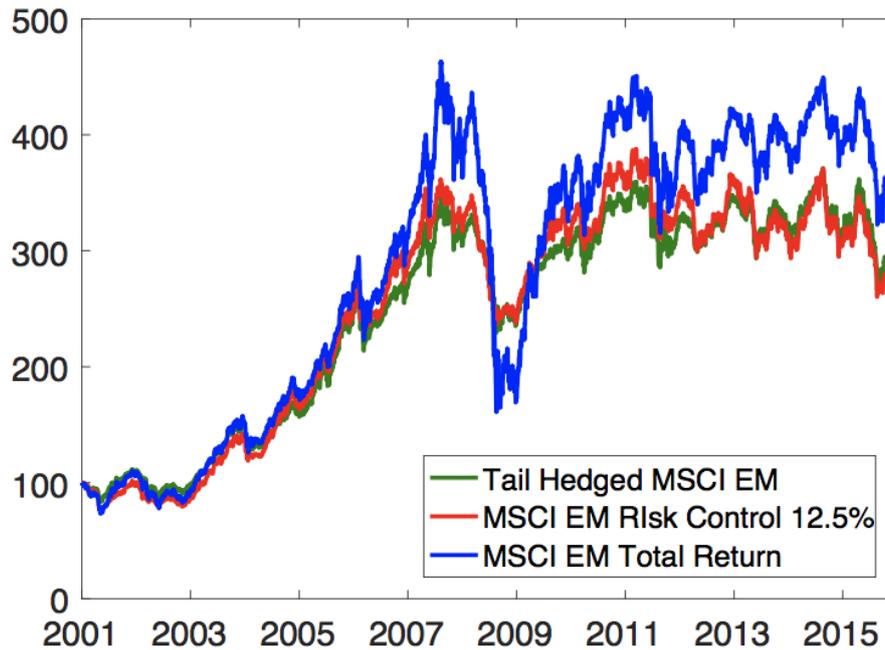
GRAFICO 14



Source: S&P500

¹⁰³ Lhabitant F., "Handbook of Hedge Funds", 2008, Wiley

GRAFICO 15



Source: MSCI

Nel grafico 17 abbiamo il confronto tra la performance dei rendimenti storici dell'indice S&P500, l'indice S&P500 del Risk Control con volatilità del 12%, L'indice S&P500 95-110 Collar e il tail hedging S&P500 con volatilità del 12%.

Nel grafico 18, invece, vi è il confronto tra la performance dei rendimenti storici dell'indice MSCI Emerging Markets, l'indice MSCI Emerging Markets Risk Control con volatilità del 12,5% e il tail hedging MSCI Emerging Markets.

Questo metodo viene applicato all'indice S&P500 di rendimento totale dal 2001 al 2015 con un target di volatilità del 12% e le prestazioni della strategia di copertura della coda risultante vengono confrontate con quelle dello S&P500 Risk Control.

L'indice S&P500 Risk Control al 12% si basa sull'indice S&P500 di rendimento totale con un'esposizione aggiustata dinamicamente per indirizzare il livello di volatilità del 12%, delimitato da un livello massimo di esposizione del 150%.

L'indice S&P500 95-110 Collar consiste nel detenere l'indice dei rendimenti totali dello S&P500 mentre si acquista una put quadrimestrale “*out of the money*” al 5% sullo S&P500 e contemporaneamente, finanziare questo acquisto vendendo una call mensile al 10% “*out of the money*”.

Questi due indici fungono da parametri di riferimento per le principali strategie di copertura della coda attualmente disponibili per gli investitori.

La *Tail Hedging Strategies* mostrata nel grafico 18, si applica ai rendimenti giornalieri dell'indice MSCI Emerging Markets, utilizzando lo stesso metodo utilizzato per lo S&P500 ma con un target di volatilità del 12,5%.

3.10 Analisi dei dati raccolti

I Dati di rendimento di entrambi i mercati analizzati, dimostrano l'efficacia della volatilità gestita e i diversi approcci al Risk Tail nel mantenimento della volatilità al livello target. Le volatilità annualizzate nel periodo che va dal 2001 al 2015 degli indici riguardanti lo S&P500 per il Risk Control e il Tail Hedged sono, rispettivamente, dell'11,95% e dell'11,88%, in linea, quindi con l'obiettivo della volatilità annualizzata del 12%.

Analogamente, le strategie utilizzate con l'indice MSCI Emerging Markets per il Risk Control e il Tail Hedged, hanno volatilità annualizzate, rispettivamente, del 12,62% e del 12,49% per il periodo che va dal 2001 al 2015, con un target del 12,5%.

Pur non mirando ad un target preciso di volatilità, l'indice S&P500 Collar 95-110 ha una volatilità annualizzata dell'11,69%.

Le fluttuazioni annuali della volatilità sono significativamente ridotte dalla volatilità gestita e dalle strategie di copertura della coda. Possiamo affermare con l'analisi delle tabelle di sotto che la volatilità dei rendimenti dell'indice S&P500 varia ampiamente dal 11% al 40%, mentre l'indice S&P500 Risk Control e la volatilità della strategia *Tail Hedged* sono compresi tra il 9,50% e il 13% e tra il 6% e il 17% rispettivamente. Infine, l'indice S&P500 Collar presenta una gamma più ampia

di volatilità con un minimo dell'8,24% e un massimo del 16%, a dimostrazione del fatto che le strategie basate su opzioni potrebbero non offrire lo stesso controllo della volatilità.

Per i rendimenti totali dell'indice MSCI Emerging Markets, la volatilità varia dall'11% al 40%, mentre le volatilità dell'indice MSCI Risk Control e della strategia Tail Hedged al massimo si discostano del 3 - 4%.

Questa significativa riduzione della volatilità non è necessariamente seguita da un calo del rendimento come ci si aspetterebbe; infatti, la strategia *Tail Hedged* genera rendimenti più elevati rispetto ai rendimenti totali dell'indice S&P 500. Il rendimento annualizzato per il periodo 2001-2015 è del 4,95% per i rendimenti totali dello S&P 500, 5%, per l'indice S&P 500 Risk Control e 5,69% per la strategia *Tail Hedged*. Per i rendimenti dell'indice MSCI Emerging Markets, il rendimento annualizzato è dell'8,37%, mentre l'indice MSCI EM Risk Control e la strategia *Tail Hedged* hanno registrato il 6,71% e il 6,98%.

Gli Sharpe ratio generati dalle strategie di Risk Control sono superiori di quelli dell'indice originale. Questa consistente sovrastima delle strategie di Tail Hedging può essere spiegata dalle limitazioni poste a molti “*Long Only Managers*”, in termini di livelli massimi di cassa, che di solito sono fissati intorno al 10%, o addirittura al 20%. Ciò significa che questa potenziale inefficienza del mercato non è accessibile a molti investitori.

Tuttavia, il rendimento annualizzato dell'indice S&P500 95-110 Collar risulta inferiore al 3%, ciò è dovuto al costo di una strategia basata sull'acquisto di opzioni.¹⁰⁴

Infatti, mentre lo S&P500 Collar ha sovraperformato l'indice S&P500 del Risk Control e della strategia *Tail Hedged* nel periodo che va dal 2001 al 2003, dal 2004 al 2015 il suo rendimento annualizzato è significativamente inferiore rispetto l'indice S&P500 Risk Control e alla strategia del *Tail Hedged*.¹⁰⁵

La volatilità gestita e le strategie di Tail Hedging offrono, inoltre, una protezione sostanziale ad un possibile *drawdown* del 55% per i rendimenti totali dell'indice S&P500 e del 28% per l'indice S&P Risk Control e del 24% per la strategia *Tail Hedged*; la situazione è simile nei mercati emergenti.

¹⁰⁴ Horcher K., “*Essential of Financial Risk Management*”, 2019,

¹⁰⁵ McNeil A. “*Quantitative Risk Management: concept, techniques, and tools*”, 2005, Princeton University Press.

La protezione al *drawdown* sembra derivare da una riduzione del risk tail durante gli anni peggiori. Ad esempio, nel 2008 il CVaR al 95% era del 6,4% per i rendimenti totali dell'indice S&P500, mentre era più di tre volte inferiore per l'indice S&P500 Risk Control e per la strategia *Tail Hedged*.

La riduzione del Risk Tail è ancora più pronunciata nei mercati emergenti; per i rendimenti totali dell'MSCI Emerging Markets, il CVaR del 95% nel 2008 è del 6,60% rispetto all'1,88% per l'indice MSCI Risk Control e al 2,21% per la strategia Tail Hedged.

Conclusioni

Al fine di rendere chiaro quanto detto è opportuno quindi dire che questo elaborato ripercorre lo sviluppo di una nuova strategia di copertura basata sulla stima del rischio di coda, usando la teoria del valore estremo e confronta questo metodo con altre tecniche basate su strategie di liquidità e opzioni.

Gli obiettivi primari di queste strategie sono di proteggere gli investitori dalle significative perdite che si verificano nei mercati finanziari e di limitarne la variazione di volatilità. Nella prima parte dell'elaborato ho ritenuto opportuno chiarire cosa fosse il risk tail, quali fossero le preoccupazioni principali degli investitori, quali siano le tecniche adeguate per individuarlo e quale sia la teoria e la pratica che sta dietro al risk tail management. Nella seconda parte, invece, ho preferito spiegare cosa sia l'hedging, quali siano le principali attività di copertura degli investitori, quali siano i diversi tipi di mercati sulla quale applicare l'hedging e infine come poter effettuare una strategia di copertura diversa da quelle che implicano l'uso delle opzioni, Nella terza ed ultima parte ho voluto analizzare una nuova strategia implementata dal dipartimento di ricerca della facoltà di economia di Cambridge.

Ho voluto utilizzare questa tecnica su due indici, ovvero S&P500 e MSCI Emerging Market, per un periodo che va dal 2001 al 2015, e dall'analisi da me effettuata risulta che attraverso la strategia (cash based) è possibile gestire la volatilità e ridurre le perdite.

Utilizzando strategie di copertura con le opzioni i risultati sono meno efficaci. Un ulteriore vantaggio della copertura della coda è che si nota un miglioramento del rendimento aggiustato per il rischio misurato in termini di Sharpe ratio fornito dalla strategia Cash Based.

Le prestazioni relativamente scarse della strategia basata su opzioni si sono verificate dal 2004, e sono dovute a un significativo aumento del prezzo delle put rispetto le call.

È opportuno notare, quindi, che le strategie di copertura basate sulle opzioni siano in continuo deterioramento dovuto all'aumento esponenziale del prezzo delle opzioni put, ed è proprio per questo motivo che a lungo andare, questo aumento vertiginoso del prezzo causerà un ostacolo della performance di tali strategie.

Inoltre, le strategie Cash Based non sono così sensibili a tali cambiamenti delle condizioni di mercato, pertanto, riescono a fornire un profilo di rischio e rendimento più coerente. La strategia di copertura della coda introdotta in questo elaborato, sembra sovraperformare le strategie basate sulle volatilità in termini di entrate aggiustate e perdite durante la crisi finanziaria del 2008. Il rischio di coda misurato con il Conditional Value at Risk al 95% sembra dare una risposta di avvertimento nell'eventualità ci fossero dei gravi rallentamenti rispetto alla volatilità storica. È opportuno chiarire infine che la strategia Cash Based presenta caratteristiche riscontrabili in una qualsiasi strategia implementata in un mercato completo e reale, e che quindi anche se si dovessero aggiungere i costi di transazione, questi avrebbero un impatto minimo sulla performance.

Tabelle

Tabella 1

	S&P 500		MSCI Emerging Market	
	Average Return	Average Volatility	Average Return	Average Volatility
1	-2,5	40,9	-4,67	38,6
2	-2,03	25	-0,34	23,13
3	1,13	18,8	-1,06	19,62
4	-1,05	16,32	0,52	15,87
5	0,4	14,91	0,84	14,76
6	0,34	12,9	2,43	13,84
7	1,65	11,23	1,3	12,11
8	0,86	9,78	3,25	10,86
9	2,25	8,65	2,4	9,76
10	2,38	7,16	2,78	8,34

La tabella 1 mostra i dati presi da S&P500 e MSCI e li compara sotto gli aspetti di Average return e Average volatility

Tabella 2

Ann.	Annualized return			Annualized Volatility			Max Drawdown		
	MSCI EM TR	Risk Control	Tail Hedge	MSCI EM TR	Risk Control	Tail Hedge	MSCI EM TR	Risk Control	Tail Hedge
2001	6,65	-1,87	8,65	15,09	12,36	10,21	26,87	24,87	16,78
2002	-13,65	-13,09	-10,84	17,38	12,77	12,43	28,98	22,37	22,95
2003	63,45	58,97	52,08	12,93	12,08	11,65	4,87	4,83	5,49
2004	17,89	23,24	8,45	14,87	13,19	12,54	16,36	12,83	16,64
2005	55,87	52,08	56,94	12,87	12,19	13,27	8,95	9,2	10,2
2006	15,34	13,27	7,65	18,46	13,02	13,43	24,38	15,39	21,87
2007	16,87	11,05	13,89	22,97	11,29	14,39	22,03	12,57	13,82
2008	-52,98	-25	-20,65	41,24	13,03	14,87	63,14	32,17	30,79
2009	93,34	30,02	25,47	23,87	11,85	8,28	12,95	9,54	5,87
2010	20,87	14,65	13,54	17,15	12,88	11,49	17,98	11,47	12,28
2011	-3,45	-3,65	-3,7	22,5	11,61	14,78	30,06	20,09	20,56
2012	2,74	1,87	4,34	14,01	12,67	8,35	17,86	15,76	10,05
2013	-6,87	-13,12	-6,53	13,98	13,09	11,87	16,56	18,67	15,21
2014	1,26	-0,83	-1,34	11,25	12,89	12,01	17,03	20,52	19,57
2015	-15,86	-14,87	-13,75	16,02	11,27	15,87	26,78	25,18	26,56

La tabella 2 mostra i dati presi da MSCI dal 2001 al 2015 e le compara tra Ann. Ret., Ann. Vol. e Max Drawdown

Tabella 3

Ann.	95% Var			95% CVAR			SHARPE RATIO		
	MSCI EM TR	Risk Control	Tail Hedge	MSCI EM TR	Risk Control	Tail Hedge	MSCI EM TR	Risk Control	Tail Hedge
2001	1,45	1,43	1,1	2,19	1,93	1,45	0,46	-0,19	0,87
2002	1,83	1,35	1,27	2,34	1,87	1,88	-0,81	-1,02	-0,87
2003	1,04	1,09	0,88	1,53	1,67	1,51	5,02	4,88	4,47
2004	1,58	1,36	1,23	2,34	2,09	2,05	1,19	1,76	0,67
2005	1,34	1,09	1,32	1,78	1,78	1,89	4,36	4,23	4,29
2006	1,94	1,36	1,45	3,1	2,18	2,41	0,82	1,05	0,56
2007	2,34	1,27	1,68	3,98	2,17	2,4	0,73	0,84	0,93
2008	4,64	1,53	1,7	6,68	1,88	2,21	-1,29	-1,92	-1,57
2009	1,98	1,09	0,73	2,87	1,46	1,03	4,01	2,62	3,05
2010	2,57	1,43	1,29	2,45	1,64	1,66	1,23	1,22	1,16
2011	1,45	1,5	1,52	3,25	2,09	2,19	-0,15	-0,27	-0,25
2012	1,23	1,23	0,84	1,8	1,45	1,06	0,2	0,16	0,51
2013	1,43	1,43	1,17	1,87	1,89	1,57	-0,54	-1,04	-0,56
2014	1,23	1,18	1,34	1,93	1,9	1,65	0,12	-0,05	-0,12
2015	1,61	1,54	1,55	1,55	2,67	2,09	-0,98	-1,14	-0,98

La tabella 3 mostra i dati presi da MSCI e li compara sotto gli aspetti di 95% Var, 95% CVAR e Sharpe Ratio.

Tabella 4

Ann.	Annualized return			Annualized Volatility			Max Drawdown					
	S&P 500 TR	Risk Collar	Risk Control	Tail Hedge	S&P 500 TR	Risk Collar	Risk Control	Tail Hedge	S&P 500 TR	Risk Collar	Risk Control	Tail Hedge
2001	-11.20	4.92	-8.88	-4.54	21.39	14.93	11.49	11.26	29.09	14.47	19.12	15.66
2002	-22.15	-10.55	-14.16	-13.73	26.06	13.77	12.39	14.74	33.01	18.51	19.28	20.76
2003	27.20	15.40	17.59	15.42	17.07	12.54	10.56	9.23	13.78	11.10	7.10	7.40
2004	12.37	5.40	8.87	12.36	11.16	9.11	11.75	10.39	7.42	7.90	9.19	6.71
2005	6.70	2.69	3.24	7.39	10.26	8.40	11.81	12.22	7.01	6.20	8.25	8.12
2006	14.37	11.76	19.11	14.89	10.05	8.64	11.57	12.04	7.46	6.84	8.36	9.42
2007	7.53	0.78	5.11	5.89	15.95	10.68	13.22	14.42	9.87	7.54	7.28	9.49
2008	-40.45	-25.21	-15.58	-9.17	41.02	15.09	13.19	17.09	48.71	28.89	17.86	15.08
2009	32.26	19.92	15.05	8.15	27.45	15.88	9.61	6.83	27.19	15.10	7.30	7.31
2010	13.80	3.47	10.74	7.66	18.12	11.93	11.71	10.01	15.63	13.71	9.69	9.23
2011	-0.76	-9.58	-2.98	-2.00	23.02	13.66	13.55	14.23	18.65	17.50	15.12	14.10
2012	22.78	9.18	8.91	11.69	12.98	8.73	10.60	7.06	9.58	8.03	8.55	5.06
2013	26.70	21.12	28.20	24.31	11.22	9.64	11.84	10.29	5.58	5.63	5.21	5.12
2014	11.19	10.65	10.71	10.11	10.93	8.42	12.56	10.63	7.28	4.79	7.99	7.64
2015	3.66	-3.69	-6.53	2.18	15.34	9.60	12.86	13.05	12.04	9.23	13.14	11.21

La tabella 4 mostra i dati presi da S&P500 dal 2001 al 2015 e le compara tra Ann. Ret., Ann. Vol. e Max Drawdown

Tabella 5

Ann.	95% Var				95% CVAR				SHARPE RATIO			
	S&P 500 TR	Risk Collar	Risk Control	Tail Hedge	S&P 500 TR	Risk Collar	Risk Control	Tail Hedge	S&P 500 TR	Risk Collar	Risk Control	Tail Hedge
2001	2.22	1.57	1.19	1.17	2.92	1.77	1.63	1.53	-0.52	0.33	-0.77	-0.40
2002	2.48	1.38	1.24	1.50	3.13	1.72	1.54	1.82	-0.85	-0.77	-1.14	-0.32
2003	1.52	1.16	0.95	0.81	2.10	1.47	1.27	1.12	1.59	1.23	1.67	1.67
2004	1.29	0.94	1.20	1.14	1.43	1.17	1.55	1.31	1.11	0.59	0.75	1.19
2005	1.02	0.81	1.22	1.23	1.24	0.91	1.51	1.49	0.65	0.32	0.27	0.60
2006	1.00	0.88	1.09	1.21	1.33	1.14	1.58	1.64	1.43	1.36	1.65	1.24
2007	1.80	1.08	1.47	1.64	2.50	1.68	2.11	2.29	0.47	0.07	0.39	0.41
2008	4.68	1.62	1.49	1.80	6.44	2.35	1.91	1.97	-0.99	-1.67	-1.18	-0.54
2009	2.91	1.57	1.11	0.72	3.88	2.02	1.31	0.96	1.18	1.25	1.57	1.19
2010	1.71	1.32	1.45	0.98	2.68	1.80	1.81	1.47	0.76	0.29	0.92	0.77
2011	2.50	1.59	1.50	1.31	3.53	1.95	2.22	2.23	-0.03	-0.70	-0.22	-0.14
2012	1.26	0.81	1.14	0.69	1.69	1.06	1.52	0.96	1.76	1.05	0.84	1.66
2013	1.20	1.00	1.24	1.10	1.55	1.40	1.66	1.42	2.38	2.19	2.38	2.36
2014	1.24	0.84	1.46	1.19	1.72	1.21	2.03	1.69	1.02	1.26	0.85	0.95
2015	1.45	0.98	1.27	1.24	2.19	1.30	1.98	1.87	0.24	-0.38	-0.51	0.17

La tabella 5 mostra i dati presi da S&P500 dal 2001 al 2015 e le compara tra 95% Var, 95% Cvar, Sharpe Ratio

La fine è parte del viaggio....

Mentre scrivo queste ultime parole del mio elaborato non posso non pensare a chi ha condiviso con me le gioie più belle e i dolori più brutti della mia vita.

RIASSUNTO

Il rischio di coda è un argomento che ha visto il suo picco di notorietà negli studi e nelle analisi finanziarie subito dopo la nascita della “Behavioural Finance”, in gran parte dovuta alla ricerca di un sistema di copertura che cerchi di far tendere a zero il rischio estremo nei mercati finanziari.

La definizione di rischio di coda ha origine dal diagramma di frequenza dei rendimenti giornalieri di una risorsa e della sua modellizzazione mediante una distribuzione di probabilità. Le code sinistra e destra indicano le estremità della curva di distribuzione in cui sono tracciati i maggiori rendimenti negativi e positivi. Naturalmente, gli investitori sono più preoccupati per l'estremità sinistra della coda.

Per rischio di coda si intende la probabilità che un'attività riscontri, in un giorno, una perdita ingente causata dal verificarsi di un evento improbabile; dunque la copertura dalla coda consiste principalmente nel limitare l'entità di queste perdite agli investitori. Quest'ultimi è più probabile che siano disposti a investire in una classe di attività più aggressiva se i rischi sono limitati attraverso la copertura della coda e rimanere dunque fedeli al loro investimento. Queste strategie consentono ad un investitore di beneficiare di rendimenti più elevati associati a classi di asset ad “Asset Class”, come le azioni dei mercati emergenti. Inoltre, le coperture dalle code, in genere, forniscono liquidità durante le flessioni di mercato, e possono essere utilizzate per acquistare attività, il quale valore, in quel periodo, sia in una fase di drawdown.

Di conseguenza, la domanda di copertura dal rischio di coda è in crescita esponenziale, e sono diverse le strategie disponibili agli investitori. Molte di queste possono essere classificate come strategie di copertura basate sulle opzioni.

Le strategie basate sulle opzioni consistono nell'acquisto di una put e nella vendita di una call al fine di generare profitti durante un calo dei prezzi delle attività. Le strategie “Cash Based”, ovvero basate sulla liquidità, consistono, invece, nell'allocare, in maniera non permanente, una porzione di un portafoglio, con l'obiettivo di ridurre l'esposizione ai mercati azionari nei mercati ribassisti e aumentarla durante i mercati rialzisti.

Il Risk Tail (c.d. il rischio di coda di una distribuzione normale) è un evento abbastanza raro che colpisce violentemente l'efficienza e la liquidità dei mercati, facendo emergere rischi che

comportano perdite più significative rispetto alle molteplici analisi forecast effettuate dai principali modelli tradizionali di risk management.

Per Risk Tail si intende il rischio, che può essere relazionato ad un paniere di beni o ad un asset portfolio, che fa emergere più di tre deviazioni standard dal prezzo corrente in una funzione di probabilità, pertanto i rischi di coda includono eventi che hanno una piccola probabilità di verificarsi ed emergono alle estremità di una curva di distribuzione normale.

La nozione di rischio di coda è salita alla ribalta dal lessico finanziario negli ultimi anni, in gran parte a causa delle significative perdite subite dai mercati azionari durante la crisi finanziaria del 2008 e le successive turbolenze dell'Eurozona.

L'espressione del Risk Tail deriva dal diagramma di frequenza dei rendimenti giornalieri di un'attività e dalla sua modellizzazione mediante una distribuzione di probabilità. Le code sinistra e destra indicano le estremità della curva di distribuzione in cui sono tracciati i maggiori rendimenti positivi e negativi.

Naturalmente, gli investitori si preoccupano principalmente della coda sinistra e il rischio di cosa si riferisce alla probabilità che un'attività abbia grandi rendimenti giornalieri negativi; quindi, la copertura della coda consiste principalmente nel limitare l'entità dei grandi ritorni negativi.

In effetti, un grande calo può avere un impatto devastante sulla ricchezza dell'investitore; ad esempio può costringere una società a iniettare liquidità nel suo piano pensionistico in un momento sfavorevole al fine di far fronte alle passività del piano. Oltre a mitigare i prelievi, la copertura della coda presenta altri aspetti benefici dal punto di vista degli investitori; è più probabile infatti, che un investitore sia disposto a investire in una "Asset Class" più aggressiva se i rischi sono limitati attraverso la copertura della coda e a rimanere fedele al proprio investimento attraverso crisi occasionali. Queste strategie consentono ad un investitore di beneficiare dei rendimenti più elevati associati ad Asset come le azioni dei mercati emergenti e dei mercati di frontiera.

Inoltre, le coperture di coda in genere forniscono liquidità durante le flessioni del mercato, che possono quindi essere utilizzate per acquistare attività a prezzi in difficoltà. Di conseguenza, la domanda di copertura della coda sta crescendo e una serie di strategie sono disponibili per gli investitori. La maggior parte di queste può essere descritta come opzione o basata sul denaro. Le

strategie basate su opzioni consistono nell'acquisto di put e, possibilmente, nell'acquisto di call al fine di generare profitti durante un calo dei prezzi degli Asset.

Le strategie basate sulla liquidità(cash based), invece, consistono nell'allocare dinamicamente una porzione di un portafoglio in contanti, con l'obiettivo di ridurre l'esposizione ai mercati azionari durante i periodi a ribasso e aumentarla durante i periodi a rialzo.

Per poter apprendere meglio la concezione di Risk Tail, bisogna soffermarsi sulle strategie già sperimentate dalle quali si evince che i rendimenti di mercato, tipicamente, seguono una distribuzione normale. Ma non è lo stesso per quanto riguarda il rischio di coda, poiché la distribuzione dei rendimenti non segue una distribuzione normale, bensì distorta e presenta delle code più grasse. Queste ultime indicano, come da definizione del Risk Tail, che esiste una probabilità poco rilevante che un investimento si muoverà oltre tre deviazioni standard.

È possibile evincere tali distribuzioni, caratterizzate da code più grasse, osservando i rendimenti degli Hedge Fund. Il motivo di questa ricorrenza è dovuto al fatto che i fondi di copertura sono dei fondi di investimento offshore di natura privata che si impegnano nella speculazione, utilizzando il credito preso in prestito, dunque la volatilità è molto alta.

In relazione ad un portafoglio di asset, il "Rischio di coda" o il "rischio di coda sinistra", si riferisce ai periodi di rendimento al ribasso più estremi di un investimento. Ciò è dovuto al fatto che, qualora un evento misurato dal Risk Tail si verifici, il prezzo di un asset tende verso il basso e questo comporterebbe notevoli perdite per gli investitori, ma non per chi riesce a prevedere questa grave caduta del prezzo, aprendo le porte ad una significativa speculazione. In particolare, questi eventi superano le aspettative di frequenza, durata o entità delle perdite, per le quali un investitore ha pianificato o è stato risarcito.

Come detto sopra, questi eventi sono responsabili di una significativa distruzione di ricchezza, e quindi è di vitale importanza che gli investitori sviluppino una valutazione realistica delle reali probabilità di rischio di un investimento.

Tutti gli eventi riconducibili ad una probabile verifica del rischio di coda, sia in azioni che in casi di asset class, sono il risultato di flussi di capitale eccessivamente rapidi e consistenti dovute all'eventualità che si verifichino asimmetrie nella domanda degli investitori.

Normalmente, l'offerta e la domanda degli investitori aumentano o diminuiscono in maniera costante, sistematica e molto lenta quando si è in presenza di un equilibrio relativo. Mentre in presenza di eventi di coda estrema, gli investitori provocano asimmetrie così grandi da essere spesso descritti come un "*Flight to Quality*".

Una branca del Risk Tail Management si occupa di sfruttare solide competenze al fine di gestire il rischio di portafoglio e proteggere i rendimenti degli asset da eventi imprevisti.

La copertura si concentra sulla gestione del rischio di prezzo o sul raggiungimento di un equilibrio tra incertezza e rischio di perdita o di opportunità. Ha lo scopo di proteggere la sensibilità dei prezzi dalle altalenanti quantità di informazioni che possono sconvolgere un mercato finanziario. La protezione contro gli eventi di coda può aiutare a migliorare le prestazioni a lungo termine anche per investitori che diversificano le componenti del loro portafoglio e che cercano di catturare premi da attività rischiose.

In altre parole, la protezione durante i periodi di difficoltà del mercato (mercato incerto), consente i gestori di fondi di riallocare le attività più rischiose dopo la fine di un evento catastrofico, ovvero, quando i rendimenti attesi sono più alti. Esistono quattro metodi per il controllo del rischio di coda:

- Long Volatility;
- Low Volatility;
- Trend Following;
- Equity Exposure Management.

Secondo le principali pratiche del settore degli Hedge Fund, la strategia di Tail Risk ideale combina una resistenza a basse prestazioni con un'elevata certezza di protezione. Si può prendere in considerazione una strategia di investimento per offrire protezione dal rischio di coda se supera costantemente le azioni, quando i rendimenti azionari sono più negativi. Si può definire il rischio di coda del portafoglio come il rendimento medio condizionale del portafoglio in mesi in cui i rendimenti azionari superano una perdita del 5%.

Per ogni strategia del rischio di coda, si può stimare l'allocazione fissa che, se combinata con un portafoglio azionario, riduce l'esposizione al rischio di coda in proporzione costante. In questo

modo, ogni strategia viene confrontata su un piano di parità in base al suo contributo alla riduzione dell'esposizione al rischio di coda. Una buona protezione dal rischio di coda può essere vantaggiosa per un portafoglio in diversi modi:

- Può aumentare la redditività totale del portafoglio, perché un portafoglio coperto consente l'allocazione delle attività più orientata alla crescita;
- Ha una relazione significativa e positiva con rendimenti attesi futuri;
- Ci sono meno partecipanti al mercato per vendere opzioni, poiché l'acquisto di opzioni put è attualmente la forma più popolare di copertura del rischio di coda. Infatti, nonostante la crescente domanda di acquisto di opzioni put a lungo termine da parte di investitori, un numero più piccolo di agenti del mercato è disposto a vendere queste opzioni. Mentre il rischio di un acquirente di opzioni è limitato al premio che paga, un venditore di opzioni ha un rischio molto maggiore;
- La regola di Volcker, che mira a ridurre il rischio eccessivo presso le banche, che, non solo devono ridurre la quantità di opzioni a lungo termine che vendono, ma devono anche aumentare la quantità di garanzie necessarie per tali opzioni, limitando ulteriormente il numero di venditori di opzioni.
- L'aumento della domanda di acquisto di opzioni put, unito alla mancanza di persone disposte e in grado di venderle, ha portato a prezzi di volatilità eccessivamente più alti, specialmente in presenza di scadenze più lunghe. Con l'aumento delle volatilità dei prezzi, anche il costo della protezione del portafoglio è aumentato, facendo sì che i potenziali hedger paghino spesso per questa operazione di copertura.
- Il costo della copertura del rischio di coda rappresenta un trascinamento costante dei rendimenti, impedendo il raggiungimento di rendimenti mirati.
- Da una prospettiva di puro investimento, mentre diversificare tra asset class con bassa correlazione potrebbe sembrare un buon strumento per proteggersi dal rischio di coda, la semplice diversificazione di equity dal reddito fisso, non fa abbastanza per limitare quel rischio di coda che durante i tempi di crisi tendono ad aumentare.

La strategia di Hedging può essere considerata una delle strategie di investimento più sicure e importanti di oggi. Queste mirano a ridurre al minimo l'esposizione a un'attività di trading o al

rischio di investimento, consentendo allo stesso tempo di ottenere profitti da qualsiasi attività di investimento.

In particolare, una copertura (Hedging) è una posizione assunta in un determinato settore al fine di eliminare o ridurre il rischio associato ad una posizione, oppure assunta in un altro settore opposto. Se un investitore decide di coprire una posizione corrente, si protegge solo dagli effetti di un evento negativo; se l'evento si verifica e l'investitore ha effettuato una strategia di hedging, coprendo interamente la sua posizione, sicuramente l'impatto della perdita sarà estremamente ridotta.

Esistono diverse strategie di Hedging, che si suddividono in quattro grandi macro-categorie:

- Hedging diretto: Strategia di copertura svolta su un asset, con uno strumento simile, se non lo stesso, che ha movimenti dei prezzi simili e negozia in modo simile.
- Hedging dinamico: Strategia di copertura svolta su un credito contingente, generalmente un'opzione, su uno strumento derivato, mantenendo una posizione di compensazione sull'attività e modificando il suo importo, a determinate condizioni, con il passare del tempo.
- Hedging statico: Strategia di copertura svolta dall'inizio della vita di uno strumento finanziario in modo tale da non dover effettuare ulteriori aggiustamenti nel portafoglio ino alla scadenza.
- Cross Hedging: Strategia di copertura svolta dopo l'acquisto di uno strumento che non può essere negoziato in borsa, comprando un'attività che può essere negoziata e che sia, inoltre altamente correlata alla prima.

Le strategie di Hedging, spesso, comportano l'uso di strumenti derivati, che sono delle attività il cui valore dipende da quelli di altre attività sottostanti.

I due mercati più comuni che gestiscono derivati sono il mercato delle opzioni e il mercato dei futures. I principali trader o Portfolio Manager utilizzano derivati per costruire strategie di Hedging al fine di compensare un eventuale perdita con un guadagno in un derivato o viceversa.

Per essere perfetta, una strategia di Hedging, deve eliminare del tutto il rischio. Tuttavia, le coperture perfette sono molto difficili da costruire. Per tanto un analista finanziario adopera la

propria strategia al fine di poter trovare una copertura che si avvicini il più possibile alla perfezione.

Ovviamente, come qualsiasi altro metodo o tecnica di creazione di ricchezza o di riduzione di perdita, l'hedging presenta sia vantaggi che svantaggi. È importante riuscire a notare che una strategia di hedging può comportare un aumento o una riduzione dei profitti di una società o di un portafoglio, rispetto alla posizione che deterrebbe senza copertura. In effetti, se da un lato una copertura efficiente proteggerà il trader da variazioni di prezzo, inflazione, volatilità, variazioni del tasso di cambio, dall'altro ogni tecnica di copertura comporta un costo e, di conseguenza, un buon investitore, dovrebbe considerare il giusto trade-off tra costi e benefici.

Sebbene gli eventi di coda che hanno un impatto negativo sui portafogli siano rari, possono avere rendimenti negativi elevati.

Pertanto, gli investitori dovrebbero proteggersi da questi eventi. La copertura dal rischio di coda, mira a migliorare i rendimenti a lungo termine, ma gli investitori devono assumersi costi a breve termine.

Gli investitori potrebbero cercare di diversificare i loro portafogli per proteggersi dal rischio di coda. Ad esempio, se il portafoglio di un investitore è costituito da posizioni lunghe in fondi negoziati in borsa (ETF) che tracciano l'indice Standard & Poor's500, l'investitore potrebbe proteggersi dal rischio di coda acquistando derivati sull'indice di volatilità di Chicago Board Options Exchange (CBOE), che è inversamente correlato allo S & P 500.

Le strategie di copertura del rischio di coda (THR) traggono profitto da significative correzioni del mercato.

Possono essere utilizzate a fianco o in sostituzione delle tradizionali strategie di gestione del rischio, come ad esempio la diversificazione tramite asset allocation, in cui i portafogli core hanno un'allocatione significativa a titoli azionari o altre attività volatili. Possono anche essere utilizzati su base stand-alone per trarre profitto dalle correzioni del mercato.

L'approccio convenzionale alla gestione del rischio di portafoglio, in genere comporta la diversificazione degli investimenti tra varie "asset class". Se gli asset tra loro non sono perfettamente correlati, ciò mitigherà naturalmente l'impatto di un calo significativo in ogni asset

class dovuto all'accadimento di un evento ritenuto altamente improbabile quanto lo sia il risk tail in una distribuzione standard. Allo stesso tempo ridurrà anche il potenziale rialzo delle attività a più alta crescita.

Ad esempio, considerando un portafoglio standard composto da sole azioni e obbligazioni, le prime hanno storicamente sovra-performato le seconde per una quantità significativa, su periodi di tempo più lunghi. Pertanto, l'andamento dei portafogli con allocazioni più ampie delle obbligazioni, tendeva a ritardare quelli con allocazioni obbligazionarie più piccole o nulle.

Molti investitori, professionisti e retail, implementano la diversificazione attraverso allocazioni di "Fixed Asset" nel tempo. Cioè mantengono le loro allocazioni percentuali in varie classi di attività tramite il ribilanciamento periodico.

Questo approccio è abbastanza standard nel settore della gestione degli investimenti. Tuttavia, in alcune situazioni è possibile riscontrare che l'approccio di "Fixed Asset Allocation", possa essere meglio caratterizzato dall'eliminazione del rischio attraverso lo studio del risk tail e della gestione del rischio.

Ciò ci porta alla solita sfida di come gestire il rischio azionario senza dover evitare le azioni. Una risposta potrebbe essere quella di assicurare il portafoglio contro le perdite di mercato tramite opzioni put. Un'altra opzione potrebbe essere quella di uscire dai mercati azionari nei momenti in cui i rischi sono alti, ma per prevenire l'eventualità dell'accadimento di un rischio imminente bisogna studiare la frequenza del Risk Tail.

Al fine di rendere chiaro quanto detto è opportuno quindi dire che questo elaborato ripercorre lo sviluppo di una nuova strategia di copertura basata sulla stima del rischio di coda, usando la teoria del valore estremo e confronta questo metodo con altre tecniche basate su strategie di liquidità e opzioni.

Gli obiettivi primari di queste strategie sono di proteggere gli investitori dalle significative perdite che si verificano nei mercati finanziari e di limitarne la variazione di volatilità. Nella prima parte dell'elaborato ho ritenuto opportuno chiarire cosa fosse il risk tail, quali fossero le preoccupazioni principali degli investitori, quali siano le tecniche adeguate per individuarlo e quale sia la teoria e la pratica che sta dietro al risk tail management. Nella seconda parte, invece, ho preferito spiegare cosa sia l'hedging, quali siano le principali attività di copertura degli investitori, quali siano i

diversi tipi di mercati sulla quale applicare l'hedging e infine come poter effettuare una strategia di copertura diversa da quelle che implicano l'uso delle opzioni, Nella terza ed ultima parte ho voluto analizzare una nuova strategia implementata dal dipartimento di ricerca della facoltà di economia di Cambridge.

Ho voluto utilizzare questa tecnica su due indici, ovvero S&P500 e MSCI Emerging Market, per un periodo che va dal 2001 al 2015, e dall'analisi da me effettuata risulta che attraverso la strategia (cash based) è possibile gestire la volatilità e ridurre le perdite.

Utilizzando strategie di copertura con le opzioni i risultati sono meno efficaci. Un ulteriore vantaggio della copertura della coda è che si nota un miglioramento del rendimento aggiustato per il rischio misurato in termini di Sharpe ratio fornito dalla strategia Cash Based.

Le prestazioni relativamente scarse della strategia basata su opzioni si sono verificate dal 2004, e sono dovute a un significativo aumento del prezzo delle put rispetto le call.

È opportuno notare, quindi, che le strategie di copertura basate sulle opzioni siano in continuo deterioramento dovuto all'aumento esponenziale del prezzo delle opzioni put, ed è proprio per questo motivo che a lungo andare, questo aumento vertiginoso del prezzo causerà un ostacolo della performance di tali strategie.

Inoltre, le strategie Cash Based non sono così sensibili a tali cambiamenti delle condizioni di mercato, pertanto, riescono a fornire un profilo di rischio e rendimento più coerente. La strategia di copertura della coda introdotta in questo elaborato, sembra sovraperformare le strategie basate sulle volatilità in termini di entrate aggiustate e perdite durante la crisi finanziaria del 2008. Il rischio di coda misurato con il Conditional Value at Risk al 95% sembra dare una risposta di avvertimento nell'eventualità ci fossero dei gravi rallentamenti rispetto alla volatilità storica. È opportuno chiarire infine che la strategia Cash Based presenta caratteristiche riscontrabili in una qualsiasi strategia implementata in un mercato completo e reale, e che quindi anche se si dovessero aggiungere i costi di transazione, questi avrebbero un impatto minimo sulla performance.

