LUISS

Dipartimento di Economia e Management

Cattedra Economia Industriale

TITOLO: "TEORIA DEI GIOCHI: RAPPORTI CONTRATTUALI TRA GIOCATORI, PROCURATORI E CLUB"

Prof Valentina Meliciani

Relatore

Prof. Stefano Papa

Correlatore

Mattia Marcoccia

Candidato

Matricola 227161

Anno Accademico 2020/2021

TESI

TITOLO: “TEORIA DEI GIOCHI: RAPPORTI CONTRATTUALI TRA GIOCATORI, PROCURATORI E CLUB”

INDICE

John Nash:
Adam Smith va rivisto! ...Se tutti ci provassimo con la bionda, ci bloccheremo a vicenda.
E alla fine nessuno di noi se la prende.
Allora ci proviamo con le sue amiche, e tutte loro ci voltano le spalle, perché a nessuno piace essere un ripiego.
Ma se invece nessuno ci provasse con la bionda, non ci ostacoleremo a vicenda, e non offenderemo le altre ragazze.
È l'unico modo per vincere…
Adam Smith ha detto che il miglior risultato si ottiene quando ogni componente del gruppo fa ciò che è meglio per sé, giusto?
Incompleto.
Incompleto!
Perché il miglior risultato si ottiene quando ogni componente del gruppo farà ciò che è meglio per sé, e per il gruppo!
Dinamiche dominanti, signori.
Dinamiche dominanti!
Adam Smith... si sbagliava!

Dal film "A beautiful mind"

INTRODUZIONE

Prefazione

La teoria dei giochi analizza le decisioni che coinvolgono più individui all'interno di un gioco, nel quale le scelte di ogni individuo dipendono, più o meno che sia, dalle scelte e dai risultati degli altri.
Lo scopo dell'analisi è quello di determinare le scelte ottimali di tutti i giocatori e prevedere la soluzione del gioco, come risultato della combinazione di esse.
La scelta del giocatore non è altro che una decisione razionale, presa sulla base delle sue preferenze sugli aspetti rilevanti dell'ambiente del gioco, incluso il comportamento degli altri giocatori.
In un gioco vi sono tre elementi fondamentali: i giocatori, le strategie a loro disposizione, i payoffs associati ad ogni combinazione di strategie.
Un gioco può essere rappresentato in forma normale, con delle matrici, o in forma estesa, con gli alberi del gioco.
Il termine stesso "teoria dei giochi" riprende il fatto che in alcuni giochi, come il poker o gli scacchi ad esempio, ci sono delle interazioni strategiche fra gli individui.
L'obiettivo di ogni individuo è quello di vincere, battendo gli altri applicando la propria strategia.
Queste situazioni sono frequenti nelle teorie economiche, classiche applicazioni sono le seguenti: contesti concorrenziali oligopolistici, modelli di teoria finanziaria, modelli di economia del lavoro, divisioni dell'impresa stessa, modelli di economia internazionale, modelli di politica monetaria, modelli di politica commerciale e molte altre.
Altre applicazioni possono essere i processi di scambio come modelli di contrattazione e di asta: sono proprio questo tipo di contrattazioni, nel mondo del calcio, che andremo ad analizzare.
Nella prima parte della tesi introdurremo i modelli principali di teoria dei giochi, prendendo in considerazione specificatamente quattro classi di giochi: giochi statici con informazione completa, giochi dinamici con informazione completa, giochi statici con informazione incompleta e giochi dinamici con informazione incompleta.
Per definizione un gioco è dinamico se un giocatore effettua la sua mossa successivamente alla mossa altrui, altrimenti se le mosse dei giocatori avvengono in contemporanea il gioco è definito statico.
Allo stesso modo, si definisce ad informazione perfetta un gioco nel quale ogni giocatore è a conoscenza di tutte le mosse effettuate dagli altri giocatori precedentemente e viceversa, altrimenti se uno, più, o tutti i giocatori non sono a conoscenza delle scelte effettuate dagli altri allora si definisce ad informazione imperfetta.

Ovviamente per ogni gioco analizzeremo il corrispondente modello di equilibrio: equilibrio di Nash, equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi, equilibrio di Nash bayesiano ed equilibrio bayesiano perfetto.
Esistono due modi di vedere questi quattro concetti di equilibrio.
Il primo considera questi equilibri come sequenze per ordine di forza crescente: l'equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi è più forte dell'equilibrio di Nash, e l'equilibrio bayesiano perfetto è più forte di quello di Nash perfetto nei sottogiochi.
Il secondo considera ogni equilibrio un equilibrio bayesiano perfetto, il nome dell'equilibrio, in questa visione, cambia solo asseconda della categoria di giochi alla quale viene applicato.
Nella seconda parte della tesi introdurremo la Teoria del Bargaining (segue introduzione prima del capitolo)
Nella terza parte della tesi introdurremo i rapporti contrattuali tra giocatori club e procuratori con tre casi concreti di trattative avvenute in epoca recente (segue introduzione prima del capitolo).

Storia

Nell'arco della storia i primi giochi ad essere analizzati matematicamente sono stati gli scacchi e il poker, come esempio stilizzato di interazione strategica fra più giocatori all'interno di un sistema con determinate regole da rispettare.
Nel XVII secolo lo studio di alcuni giochi d'azzardo, in particolare quelli che includevano i dadi, portò due studiosi, Pascal e Fermat, a sviluppare la prima teoria della probabilità, la quale costituisce un pilastro fondamentale per il futuro sviluppo della teoria dei giochi.
Un secolo dopo, nel 1713, un cosìdetto "gentiluomo inglese" di nome Waldegrave, attraverso lo studio di un gioco di carte chiamato *le Her*, discusse in una lettera ad un conoscente il primo tentativo di analisi "giochistica".
Solo nel 1913 il logico matematico Ernst Zermelo enunciò il primo teorema della teoria dei giochi.
Tuttavia la storia moderna della teoria dei giochi inizia solo nel 1944 con la pubblicazione del libro *Theory of Games and Economic Behavior*, ideato dall'ungherese John von Neumann e dall'austriaco Oskar Morgenstern.
Non a caso studiosi di matematica il primo e di economia il secondo.
Questo volume fu la base della teoria dei giochi sulla quale si basarono e svilupparono, negli anni a seguire, economisti e matematici come John Nash, John Harsanyi, Robert Aumann, e altri.

Da subito fu chiaro che la teoria dei giochi aveva un numero potenzialmente infinito di applicazioni, dunque si può definire una teoria generale della cooperazione e dei conflitti fra agenti di qualsiasi tipo.

Un forte sviluppo si ebbe nell'ambito della strategia militare e sulle relazioni internazionali.

Cosi i matematici Merrill Flood e Melvin Dresher iniziarono a discutere il più famoso e intrigante gioco analizzato dalla teoria, Alfred Tucker lo chiamò "il dilemma del prigioniero".

Una volta percepite la generalità dei metodi e il numero degli impieghi è diminutivo considerare la teoria dei giochi solamente come un ramo della matematica e/o dell'economia.

La teoria evoluzionistica dei giochi, di Maynard Smith, è solo un esempio di approccio alternativo alla teoria classica.

In passato parlavamo di "teoria", ma grazie agli innumerevoli approcci alternativi e alle diverse applicazioni dei metodi giochistici, oramai completamente autonomi dalla teoria classica, oggi è più corretto parlare di "teorie".

PARTE I

*gran parte dei seguenti argomenti della PARTE I dell'elaborato sono stati tratti dal libro di teoria dei giochi di Robert Gibbons

Giochi statici con informazione completa

In questo primo paragrafo della prima parte discuteremo i giochi statici con informazione completa: i giocatori praticano scelte simultanee e sono a conoscenza delle funzioni payoff di tutti i giocatori all'interno del gioco (compresa quella di sé stessi).

Mostreremo come si presenta un gioco e le sue risoluzioni, svilupperemo gli strumenti per studiare un gioco, definiremo la rappresentazione in forma normale, la strategia strettamente dominata, l'equilibrio di Nash, e la strategia mista.

a. Giochi in forma normale

Nei giochi in forma normale i giocatori fanno simultaneamente le loro scelte e la combinazione di esse determinerà i payoff per ognuno di loro (i giocatori possono anche non scegliere nello stesso momento, basta che nel momento in cui decidono la strategia non sono a conoscenza di quella dell'avversario).

Il tipico esempio di questa categoria è “il dilemma del prigioniero”: due sospettati sono in due stanze separate (non possono comunicare) e hanno entrambi due opzioni, tacere o parlare.
Se nessuno confessa avranno una pena ridotta, se confessano entrambi avranno una pena standard, se invece uno solo confessa chi lo ha fatto sarà libero mentre l’altro avrà la massima pena.
Il dilemma è rappresentato nella seguente bimatrice.

Prigioniero 2

		Tacere	Parlare
PRIGIONIERO 1	Tacere	**-1, -1**	**-9, 0**
	Parlare	**0, -9**	**-6, -6**

Dunque la rappresentazione normale di un gioco è caratterizzata da 3 elementi: i giocatori, le loro strategie, e i payoff.
In generale nella trattazione si usa fare riferimento ad un numero di giocatori che vada 1 a *n*, ad un giocatore qualsiasi chiamato *i*, allo spazio delle strategie disponibili per questo giocatore chiamato S_i, ad s_i un elemento delle strategie di questo insieme, alle combinazioni di strategie (s_i, …, s_n), alla funzione dei payoff del giocatore *i* indicata con u_i ed ai payoff indicati con $u_i(s_i, \ldots, s_n)$.
Dopo tali precisazioni si può enunciare la prima definizione dell’elaborato.

DEFINIZIONE. La rappresentazione in forma normale di un gioco con *n* giocatori specifica lo spazio delle strategie dei giocatori $S_1, \ldots, S_n$ e loro funzioni dei payoff $u_1, \ldots, u_2$. Questo gioco è indicato con $G = (S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n)$.

Tali strategie possono essere dominanti o dominate: si definisce dominante la strategia che risulta migliore (garantisce più alti payoffs) per un giocatore indipendentemente dalle strategie adottate dagli altri giocatori, si definisce dominata la strategia che risulta inferiore (garantisce più bassi payoffs) per un giocatore indipendentemente dalle strategie adottate dagli altri giocatori.
Una volta rappresentato si può risolvere il dilemma: il concetto di base con il quale si baserà la risoluzione è che un giocatore razionale non giocherà una strategia strettamente dominata.

DEFINIZIONE. Nel gioco in forma normale G= ($S_1, \ldots, S_n$; $u_1, \ldots, u_n$) siano s_i’ e s_i’’ due strategie ammissibili per il giocatore *i* (cioè s_i’ e s_i’’ sono elementi di S_i). La strategia s_i’ è strettamente dominata dalla strategia s_i’’ se, per ogni combinazione ammissibile di strategie degli altri giocatori, il payoff che *i* riceve giocando s_i’ è strettamente inferiore a quello che riceve giocando s_i’’: $u_i(s_i, \ldots, s_{i-1}, s_i', s_{i+1}, \ldots, s_n) < u_i(s_i, \ldots, s_{i-1}, s_i'', s_{i+1}, \ldots, s_n)$ (SD)
Per ogni ($s_i, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n$) ottenuto dagli spazi di strategie degli altri giocatori $S_i, \ldots, S_{i-1}, S_{i+1}, \ldots, S_n$.

In questo dilemma se un prigioniero decide di giocare parlare l’altro giocherà parlare (6 mesi di prigione rispetto a 9), se invece uno decide di giocare tacere l’altro giocherà comunque parlare (libertà immediata rispetto ad 1 mese di prigione).
Dunque tacere è dominato da parlare, a prescindere dalla strategia fatta dall’altro prigioniero, per queste ragioni due giocatori razionali sceglieranno entrambi parlare anche se il payout prodotto da queste strategie sarà peggiore da quello prodotto da tacere.

		GIOCATORE 1	
		Su	Giù
GIOCATORE 2	Su	**1, 0**	**1, 2**
	Giù	**0, 3**	**0, 1**

In questo gioco se entrambi i giocatori sono razionali, sono a conoscenza della razionalità dell’altro, e sono a conoscenza che l’altro giocatore è a conoscenza ognuno della propria razionalità allora il giocatore 2 può eliminare dallo spazio delle strategie del giocatore 1 la strategia strettamente dominata Giù e sceglierà su.
Una volta eliminata, al giocatore 2 basta scegliere la strategia strettamente dominante giù e l’esito del gioco sarà (su, giù).
Tale procedimento è chiamato eliminazione iterata di strategie strettamente dominate.
Si basa sull’idea che giocatori razionali non giocano strategie strettamente dominate, tuttavia ci sono due problemi per tale procedimento: il primo, la razionalità dei giocatori deve essere conoscenza comune, altrimenti i giocatori non possono escludere le strategie dell’altro, il secondo, spesso con

tale procedimento si rischia di non avere un esito preciso, o di non avere alcuna predizione sul risultato del gioco.
Inoltre, in alcuni giochi non è possibile applicare l'eliminazione iterata di strategie strettamente dominate a causa della mancanza di strategie strettamente dominate.

b. Equilibrio di Nash

DEFINIZIONE. Nel gioco in forma normale con n giocatori, $G= (S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n)$, le strategie $(s_1^*, \dots, s_n^*)$ sono un equilibrio di Nash se, per ogni giocatore i, s_i^* è la miglior risposta del giocatore i alle strategie specificate per gli altri n-1 giocatori, $(s_i^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$:
$u_i (s_i^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) < u_i (s_i^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$ (EN)
per ogni strategia ammissibile s_i in S_i, cioè, s_i^* risolve il problema
$\max u_i (s_i^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i., s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$ con $s_i \sum S_i$.
L'equilibrio di Nash si definisce un insieme di strategie, una per ogni giocatore, tale che la strategia di ogni giocatore sia la migliore per lui, quando anche gli altri giocatori giochino la loro strategia di equilibrio.
L'obbiettivo della teoria dei giochi è dare una soluzione unica ad un problema, in altre parole, trovare l'equilibrio di Nash di quel gioco.
Per trovarlo basterà predire quali saranno le strategie prescritte dai giocatori, che non saranno altro che le migliori risposte alle strategie prescritte dagli altri.
Questa previsione è definita strategicamente stabile o autovincolante, in quanto tutti i giocatori non vorranno deviare dalla loro strategia.
Se volessimo verificare, ad esempio, se nel dilemma del prigioniero il payout (confessare, confessare) fosse un equilibrio di nash basterà verificare se, per ogni giocatore e per ogni strategia ammissibile di quel giocatore, si determina la miglior risposta dell'avversario a quella strategia.
Precedentemente si è visto come l'eliminazione iterata di strategie strettamente dominate può (non sempre) eliminare alcune o tutte le strategie al di fuori di una.
Tuttavia se una strategia è un equilibrio di nash non viene esclusa sicuramente dall'eliminazione iterata di strategie strettamente dominanti, al contrario una strategia non esclusa non è detto che sia certamente un equilibrio di nash.
A dimostrazione del fatto che l'equilibrio di nash non è altro che un primo raffinamento, e dunque una previsione più forte, dell'eliminazione iterata di strategie dominanti.
In ogni gioco esiste almeno un equilibrio di nash, dunque c'è la possibilità che all'interno di un gioco ci siano contemporaneamente più equilibri di nash.

Un classico esempio di molteplici equilibri è “la battaglia dei sessi” in strategie pure: un uomo ed una donna, che non sono nella stessa stanza, devono decidere come passare la serata, entrambi preferiscono stare insieme che da soli, ma l’uomo preferirebbe andare allo stadio, la donna a teatro.

GIOCATORE 2

		Teatro	Stadio
GIOCATORE 1	Teatro	**2, 1**	**0, 0**
	Stadio	**0, 0**	**1, 2**

Come si può vedere dalla bimatrice in questo caso non esiste un equilibrio unico ma bensì duplice: le combinazioni (stadio, stadio) e (teatro, teatro) sono preferite per entrambi i giocatori alle opzioni (stadio, teatro) e viceversa.

Per alcuni giochi la teoria non ci assicura un’unica soluzione e nemmeno un’unica convenzione su quali strategie prescritte verranno scelte: questo anche se non è un problema per tali giochi rende l’equilibrio di nash, inteso come previsione dell’effettivo andamento del gioco, meno attrattivo.

Tuttavia, non sempre è possibile trovare la soluzione di nash utilizzando le strategie dominanti.

Una alternativa a questa strategia è la risposta ottima, la migliore strategia che un giocatore può effettuare data la strategia scelta dagli altri giocatori.

Ad esempio consideriamo questo tipo di gioco.

		B		
		b1	b2	b3
	a1	0,3	4,2	1,3
A	a2	2,1	3,2	2,3
	a3	5,1	1,4	1,0

Ora non ci sono né strategie dominate né strategie dominanti, dunque per trovare la soluzione occorre utilizzare la funzione di risposta ottima (BRF): l’insieme delle risposte ottime di un giocatore.

In questo caso, se il giocatore B sceglie b1 la migliore risposta di A è a3, se il giocatore B sceglie b2 la migliore risposta di A è a1, se il giocatore B sceglie b3 la migliore risposta di A è a2, se il giocatore A sceglie a1 la migliore risposta di B è b1 o b3, se il giocatore A sceglie a2 la migliore risposta di B è b3, se il giocatore A sceglie a3 la migliore risposta di B è b2.

L'equilibrio di nash deve essere la coppia di strategie che è la risposta ottima di entrambi i giocatori, in questo caso sarà (b3, a2) con payoff (2,3).

c. Strategie pure e miste

DEFINIZIONE. Nel gioco in forma normale G= ($S_1, \dots, S_n$; $u_1, \dots, u_n$) si supponga che S_i= ($s_{i1}, \dots, s_{ik}$). Una strategia mista per il giocatore *i* è una distribuzione di probabilità p_i= ($p_{i1}, \dots, p_{ik}$), con $0 \leq p_{ik} \leq 1$ per $k=1, \dots, k$ e $p_{i1} + \dots + p_{ik} = 1$.

Per *k* si indicano le strategie pure, per ($p_{i1}, \dots, p_{ik}$) la distribuzione di probabilità delle strategie miste, per p_{ik} la probabilità che il giocatore *i* giochi la strategia s_{ik}, per p_i una qualsiasi strategia mista ricavata dall'insieme di distribuzione di probabilità S_i,e per s_i una qualsiasi strategia pura S_i.

Le strategie applicabili ad un gioco possono essere pure o miste, la differenza fra le due è che mentre la prima ha una scelta migliore, la seconda non ha questa certezza bensì una gamma di scelte con probabilità di successo.

Il successo o meno della scelta si scoprirà una volta scoperta la scelta dell'avversario.

In generale, una strategia è detta pura se essa individua una specifica mossa che il giocatore può attuare in ogni possibile situazione di gioco.

Una strategia pura fornisce una definizione completa del modo in cui un giocatore gioca una partita.

Una strategia mista per un giocatore è una distribuzione di probabilità sull'insieme delle strategie pure che costui ha a disposizione.

Un classico esempio di questa categoria di giochi è il "matching pennies": ogni giocatore ha un penny (una moneta con due facce), e deve decidere quale lato della moneta mostrare al proprio avversario.

		GIOCATORE 2	
		Testa	Croce
GIOCATORE 1	Testa	**-1, 1**	**1, -1**
	Croce	**1, -1**	**-1, 1**

Se i giocatori mostrano la stessa faccia della moneta allora il giocatore 2 vince i penny, se invece mostrano due facce diverse il giocatore 1 vince i penny.

Versioni simili di questo gioco le troviamo nel poker, dove i giocatori devono decidere quante volte bluffare, nel baseball, dove lanciatore e colpitore devono prevedere una palla curva o tesa, e in battaglia dove gli attaccanti e i difendenti devono prevedere attacchi via terra o acqua.

La tipicità di questa categoria di giochi è che ogni giocatore vorrebbe anticipare le mosse del proprio avversario senza farsi anticipare le proprie.

In questo tipo di giochi non esiste un equilibrio di nash, in quanto le soluzioni sono imprevedibili a causa dell'incertezza delle scelte dei giocatori.

Un altro esempio, come evidenziato prima, di questa classe di giochi è una versione "della battaglia dei sessi" in strategie miste.

In strategie pure è stato dimostrato come tale gioco presenta due equilibri di nash (teatro, teatro) e (stadio, stadio).

		GIOCATORE 2	
		Teatro	Stadio
GIOCATORE 1	Teatro	**2, 1**	**0, 0**
	Stadio	**0, 0**	**1, 2**

Adesso per trovare l'equilibrio di nash in strategie miste non si dovrà più cercare delle strategie da scegliere, bensì si dovrà trovare la distribuzione di probabilità di tali strategie.

Per fare ciò servirà presentare una nuova funzione, la funzione di Von Neumann e Morgenstern. Tale che, dato l'insieme degli esiti E = $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ e due strategie A e B che danno luogo rispettivamente alla distribuzione di probabilità su di essi p = $(p_1, p_2, \dots, p_n)$, e q = $(q_1, q_2, \dots, q_n)$, si avrà: VNM(A)>VNM(B) se e solo se $(p_i e_i > q_i e_i)$ per *i* che va da 1 ad *n*.

Si suppone che il Giocatore 2 scelga di giocare teatro con probabilità 1/3 e stadio con 2/3, al contrario il giocatore 1 scelga di giocare teatro con probabilità 2/3 e stadio con probabilità 1/3.

		GIOCATORE 2 Teatro	Stadio
GIOCATORE 1	Teatro	**2/3*1/3=2/9**	**2/3*2/3=4/9**
	Stadio	**1/3*1/3=1/9**	**1/3*2/3=2/9**

Secondo la funzione di Von Neumann e Morgenstern, il valore dell'utilità attese sono rispettivamente 2/9*2 + 4/9*0 + 1/9*0 + 2/9*1 = 2/3 per il Giocatore 1 2/9*1 + 4/9*0 + 1/9*0 + 2/9*2 = 2/3 per il Giocatore 2.

Quindi oltre ad esserci due equilibri di nash in strategie pure si aggiunge un terzo equilibrio in strategie miste nel quale Giocatore 2 gioca stadio con probabilità 2/3 e Teatro con probabilità 1/3 e giocatore 1 che gioca Teatro con probabilità 2/3 e Stadio con probabilità 1/3.

Il payoff sarà dunque di 2/3 per entrambi.

In tale equilibrio di nash in strategie miste si può dunque notare come i giocatori ricevano il medesimo payoff, e come tale payoff non sia efficiente, entrambi i giocatori infatti ricaverebbero un'utilità maggiore da un qualsiasi equilibrio in strategie pure.

2 Giochi dinamici con informazione completa

In questo secondo paragrafo della prima parte discuteremo i giochi dinamici con informazione completa: giochi nei quali le funzioni dei payoff sono reciprocamente conosciute.

Mostreremo i giochi con informazione completa e perfetta, ossia giochi in cui il giocatore di turno è a conoscenza dell'intera storia del gioco fino a quel punto e di quelli con informazione completa ma imperfetta, dove i giocatori di turno non conoscono la storia del gioco.

Definiremo l'esito di backwards – induction, l'esito perfetto nei sottogiochi, i giochi ripetuti, l'equilibrio di nash perfetto nei sottogiochi, e la rappresentazione in forma estesa.

a. Giochi dinamici con informazione completa e perfetta

I tratti fondamentali dei giochi dinamici con informazione completa e perfetta sono:

le scelte dei giocatori avvengono in maniera sequenziale, le scelte fatte in passato vengono analizzate prima di fare le nuove, i payoff risultanti dalle combinazioni di scelte sono a conoscenza di entrambi i giocatori.

Un tipico esempio di questo tipo è “il gioco della granata”: durate la prima fase, il primo giocatore deve decidere se dare un milione di euro all’altro giocatore o nulla, nella seconda, l’altro giocatore deve decidere se far detonare una granata che uccide entrambi o no.

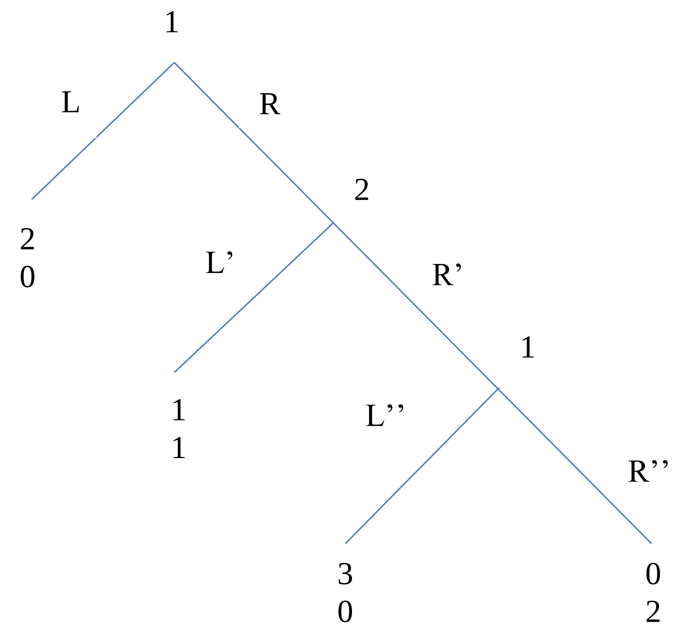
Se il primo giocatore reputa la minaccia credibile, la soluzione ottima per lui sarà consegnare i soldi, al contrario, se non reputa tale minaccia credibile la soluzione ottima per lui sarà quella di non consegnare i soldi.

In questo caso essendo poco credibile la minaccia, al primo giocatore converrà non dare i soldi.

In generale, la questione cardine di tutti i giochi dinamici è la credibilità delle possibili azioni proprie e altrui.

Le soluzioni di questo tipo di giochi si trovano attraverso un processo chiamato backwards-induction.

Per spiegare meglio questo procedimento può essere utile questo gioco in forma estesa con 3 fasi, due mosse per il giocatore 1 e una mossa per il giocatore 2.



Come si evince dal nome stesso del processo per trovare le soluzioni al gioco si dovrà procedere a ritroso dall’ultimo stadio del gioco.

Nella terza fase la scelta ottima per il giocatore 1 sarà L’’ (3, 0).

Nella seconda fase per il giocatore 2, prevedendo che la scelta del giocatore 1 successivamente sarà L'', la scelta ottima per lui sarà L'.
Nella prima fase per il giocatore 1, prevedendo che la scelta del giocatore 2 successivamente sarà L', la scelta ottima per lui sarà L.
Dunque attraverso il backward-inductions si è scoperto che la soluzione ottima per il giocatore 1 è L, la stessa che termina immediatamente il gioco e non permette alle fasi 2 e 3 di avverarsi.
Tuttavia, tali fasi non sono trascurate: come si vede dai precedenti passaggi, la gran parte dello studio di questi procedimenti si basa su ciò che accadrebbe se il gioco, invece di terminare, proseguisse.
Però questo non è l'unica soluzione possibile a questo gioco: i due giocatori possono essere a conoscenza o meno della razionalità dell'altro e quindi credere che l'altro deve le proprie scelte da quelle del backward-inductions facendo scelte irrazionali o presunte tali.
La convinzione sulla razionalità dell'avversario e delle sue scelte modifica la convenzione su come giocare.
In casi del genere, dove non esiste una chiara convenzione su come si svolgerà il gioco, il processo di backward-inductions perde di attrattiva, proprio come accade per l'equilibrio di nash.

b. Giochi a due stadi con informazione completa e imperfetta

Questa categoria di giochi è molto simile a quelle precedenti, entrambe infatti hanno una sequenza di fasi osservabili prima dello stadio successivo.
La differenza principale è che in questo tipo sono ammesse scelte simultanee (prima erano ammesse solo scelte in successione).
Un tipico esempio di gioco ad informazione completa ed imperfetta è un gioco "a due stadi": nella prima fase i giocatori 1 e 2 scelgono simultaneamente le loro azioni a_1 e a_2 dai loro rispettivi insiemi ammissibili A_1 e A_2, nella seconda i giocatori 1 e 2 analizzano il risultato della prima fase (a_1, a_2) e dopo scelgono simultaneamente le azioni a_3 e a_4 dai loro rispettivi insiemi ammissibili A_3 e A_4.
Al termine i payoff risultanti sono $u_i(a_1, a_2, a_3, a_4)$ *per* i= 1, 2, 3, 4.
Applicazioni reali che si adattano a questa categoria sono la corsa agli sportelli, tariffe e concorrenza internazionale, e tornei.
Le soluzioni a questa categoria di giochi si trovano attraverso un procedimento di backward-inductions simile a quello precedentemente usato per i giochi ad informazione completa e perfetta.

In entrambi i processi si parte dall'ultima fase per poi procedere a ritroso, ma invece di trovare una soluzione di ottimizzazione delle scelte di un singolo giocatore, in questo caso il procedimento comporta la soluzione del gioco stesso.

Tale soluzione è chiamata esito perfetto nei sottogiochi del gioco a due stadi.

Un classico esempio di questo tipo di gioco è "la corsa agli sportelli": ci sono due investitori che hanno ognuno un deposito *D* in una banca, investito in un progetto a lungo termine.

Se la banca deve recuperare l'investimento prima della fine del progetto recupererà $2r$, con $D/2 < r < D$, se invece lo recupera dopo la fine recupererà $2R$, con $R > D$.

Esistono solo due date alle quali gli investitori possono prelevare, la data 1 (pre-maturazione del progetto), e la data 2 (post-maturazione del progetto).

Si parte con l'analisi del gioco dalla data 2.

Se R>D allora 2R-D>R, dunque "prelevare" domina "non prelevare", allora entrambi gli investitori concluderanno il prelievo e il payoff (R, R) sarà l'unico equilibrio di nash del gioco nella data 2.

Una volta trovato l'esito del gioco nel secondo stadio, possiamo inserire tale esito nei possibili payoff della data 1, quindi inseriamo (R, R) nel primo stadio che corrisponde alle strategie non prelevare di entrambi i giocatori.

		GIOCATORE 2	
		PRELEVARE	NON PRELEVARE
GIOCATORE 1	PRELEVARE	**r, r**	**D, 2r- D**
	NON PRELEVARE	**2r-D, D**	**Risultato dello Stadio successivo**

Data 1

		GIOCATORE 2	
		PRELEVARE	NON PRELEVARE
GIOCATORE 1	PRELEVARE	**R, R**	**2R-D, D**
	NON PRELEVARE	**D, 2R-D**	**R, R**

Data 2

In data 1, se r < D allora 2r-D < r, allora il gioco ammette due equilibri di Nash: entrambi prelevano e ottengono il payoff (r, r) in data 1; entrambi non prelevano in data 1 e ottengono il payoff (R, R) in data 2.
Dunque in data 1, se uno dei due crede che l'altro effettui un prelievo, allora gli converrà prelevare, se invece crede che non lo effettui, allora gli converrà non prelevare.
Questo gioco permette di analizzare un importante aspetto di differenza rispetto al dilemma del prigioniero. Entrambi i giochi hanno un equilibrio di Nash a cui corrispondono dei payoff socialmente inefficienti, mentre nella corsa agli sportelli esiste un secondo equilibrio che è socialmente efficiente (R, R).

c. Giochi ripetuti

I giochi ripetuti sono giochi che si ripetono più volte con gli stessi giocatori e le medesime strategie disponibili.
La differenza tra giochi ripetuti e giochi one-shot è che nei secondi i giocatori si incontrano per la prima e ultima volta nel gioco, invece nei giochi ripetuti si incontrano ripetutamente nelle medesime condizioni del gioco precedente.
Le scelte strategiche in un gioco ripetuto sono nettamente diverse rispetto a un gioco one-shot, perché ogni giocatore agisce considerando le azioni passate e future degli altri giocatori.
Solitamente nei giochi ripetuti si utilizza una funzione di utilità adattiva: il payoff (utilità) complessivo è determinato dalla somma algebrica dei payoff ottenuti nei singoli round.
Uno dei più classici esempi di gioco ripetuto è il dilemma del prigioniero.
In uno scenario one-shot il dilemma del prigioniero si risolve in un equilibrio di Nash non pareto-efficiente, i due giocatori si tradiscono a vicenda subendo entrambi la condanna.
In uno scenario gioco ripetuto invece, se un giocatore tradisce, l'altro potrebbe punirlo al round successivo.
In questa categoria di giochi assume importanza la reputazione del giocatore, basata sulle scelte attuate in passato, e le reazioni dell'avversario nei turni successivi.
L'esito finale del dilemma del prigioniero in forma ripetuta dipende dal numero dei turni del gioco.
Se il gioco è ha un numero fisso predefinito di turni allora il gioco si concluderà come uno one-shot, cioè con un equilibrio di Nash non-pareto efficiente.
Questo perché essendo a conoscenza del numero totale di turni entrambi i giocatori sono spinti a tradire nell'ultimo turno.

Ma sapendo cosa faranno all'ultimo turno saranno incentivati a tradire anche al penultimo, al terzultimo ecc.
Dunque i due non cooperano e tradiranno dal primo all'ultimo turno l'altro, come succede nel gioco one-shot.
Se, invece, il gioco ha un numero indefinito di turni, i giocatori cooperano.
Questo perché non sapendo quale è l'ultimo turno temono la possibile reazione/punizione dell'altro al tradimento nel turno successivo.
Questa soluzione del gioco è migliore di quella one-shot ed è un equilibrio pareto efficiente.
In questo caso è interessante notare che l'ignoranza di almeno uno dei due giocatori sia un vantaggio per entrambi.
Non sapere il numero di turni spinge a cooperare, ma anche se uno dei due conoscesse il numero di turni, convinto che l'altro non lo conosca, sarà spinto a cooperare.
Una possibile strategia vincente potrebbe essere quella di far credere all'altro di essere ignorante.
Altre due possibili strategie in questo tipo di giochi ripetuti sono le seguenti: tit for tat e la minaccia di punizione perpetua.
La strategia tit for tat non è altro che ciò che comunemente si chiama dente per dente, consiste nel ripetere la mossa precedentemente fatta dall'avversario.
Così, entrambi i giocatori sono a conoscenza del fatto che ad un tradimento in questo turno corrisponderà un tradimento nel prossimo, e dunque un payoff minore.
Quindi la strategia migliore per l'avversario è quella "leale" di non tradire al primo turno, dunque cooperare. Tuttavia, se un giocatore tradisce al primo turno, all'avversario leale che applica la strategia tit for tat reagirà punendo sempre il tradimento ogni qual volta osserva tradimento, fino a che l'altro giocatore non giocherà cooperativo, allora la strategia del giocatore (tit for tat) sarà quella di tornare a cooperare, avendo spinto l'altro a farlo (strategia leale). Questo assunto è vero sotto certe condizioni.
Questa strategia è la migliore possibile in caso di numero indefinito di turni.
L'altra strategia altrettanto valida ma più rischiosa è quella di una minaccia perpetua, consiste nell'attuare una punizione perpetua al tradimento dell'avversario.
Con questa strategia l'avversario è scoraggiato a tradire a causa della severità della punizione.
Se credibile tale minaccia è molto efficace tuttavia ci sono dei rischi notevoli: l'avversario potrebbe tradire involontariamente per errore o causa imprevisto, i danni della punizione sono notevoli per l'avversario ma pure per il giocatore stesso.
In uno scenario di guerra, ad esempio, una tale strategia potrebbe portare alla distruzione reciproca di entrambi i giocatori.

d. Giochi in forma estesa

Precedentemente sono stati analizzati i giochi statici attraverso la definizione e la rappresentazione della forma normale, adesso per analizzare i giochi dinamici si userà la definizione e la rappresentazione della forma estesa (introdotta precedentemente con i giochi a due stadi).
Queste accoppiate forma normale – giochi statici e forma estesa – giochi dinamici non sono vincolanti: qualunque gioco può essere rappresentato in una qualsiasi forma, giochi statici possono essere presentati in forma estesa e giochi dinamici in forma normale e viceversa, anche se per alcuni giochi conviene usare una forma rispetto ad un'altra.

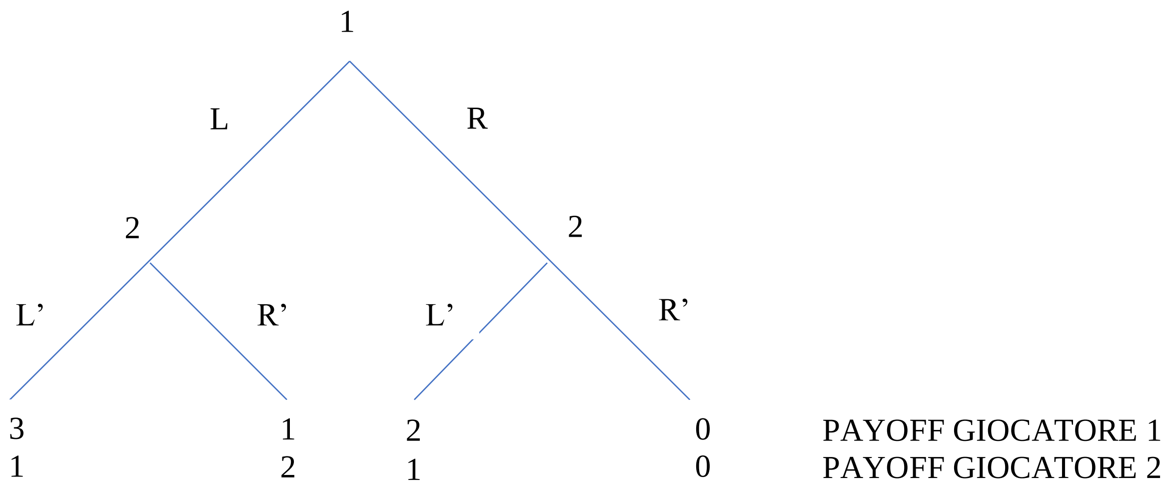
DEFINIZIONE. La rappresentazione in forma estesa di un gioco specifica: i giocatori che partecipano al gioco, le mosse disponibili ogni qualvolta hanno la possibilità di farle, cosa conosce ogni giocatore, quando ha la possibilità di fare la mossa, e i payoff come combinazioni delle loro mosse.

Come dimostrazione della intercambiabilità di forma che può avere un gioco ora si prenderà un gioco in forma estesa e si trasformerà in forma normale ed un gioco in forma normale si trasformerà in forma estesa.
Esiste uno stretto legame tra le strategie ammissibili di un giocatore nella forma normale e la descrizione nella forma estesa di quando un giocatore può muovere, cosa può muovere e cosa conosce.
Per la rappresentazione del gioco in forma normale bisogna trasformare le informazioni presenti nella forma estesa nello spazio delle strategie possibili di ogni giocatore in forma normale.
Si ricorda per chiarezza la definizione di strategia.

DEFINIZIONE. Una strategia di un giocatore è un piano complesso di azione: esso specifica un'azione ammissibile del giocatore per ciascuna circostanza in cui il giocatore può essere chiamato ad agire.

Questo semplice gioco inizia con un nodo decisionale del giocatore 1 nel quale può scegliere tra A e B. Una volta scelto si aggiungeranno due possibili nodi decisionali nei quali il giocatore 2 dovrà fare la sua mossa. In seguito alla scelta del giocatore 2 ci sarà un nodo terminale che conclude il gioco e produrrà i payoff ai giocatori.

Ora trasformiamo il seguente gioco in forma estesa in un gioco in forma normale.



Per trasformarlo in forma normale basterà derivare gli spazi delle strategie in forma estesa nelle strategie possibili della forma normale.

Alle righe della forma normale si associano le strategie possibili del giocatore 1 e alle colonne le strategie ammissibili del giocatore 2 e poi si calcolano i payoff dei giocatori per ogni possibile combinazione di strategie.

Ecco il risultato del gioco in forma estesa, per ogni possibile combinazione di strategie, trasformato in forma normale.

GIOCATORE 2

GIOCATORE		(L’, L’)	(L’, R’)	(R’, L’)	(R’, R’)
	L	**3, 1**	**3, 1**	**1, 2**	**1, 2**
	R	**2, 1**	**0, 0**	**2, 1**	**0, 0**

Dopo aver dimostrato la possibilità di trasformare un gioco in forma estesa in uno in forma normale si dimostrerà il contrario.

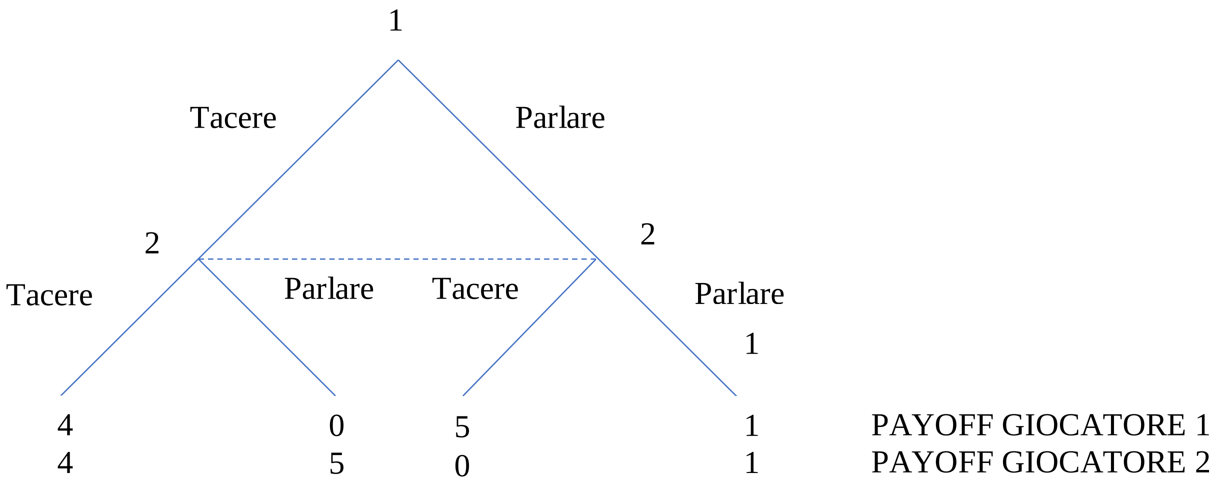
Come tipico esempio di gioco in forma normale si può prendere “il dilemma del prigioniero”.

Nel dilemma del prigioniero non è necessario che i giocatori scelgono simultaneamente, ma basta che ognuno scelga senza sapere la scelta dell’altro.

In un gioco in forma estesa, le informazioni sulle mosse precedenti sono date dall'insieme informativo di un giocatore.

DEFINIZIONE. Un insieme informativo di un giocatore è un insieme di nodi decisionali che soddisfano le seguenti condizioni: 1) in corrispondenza di ogni nodo dell'insieme informativo, il giocatore ha diritto alla mossa; 2) quando lo svolgimento del gioco raggiunge un nodo dell'insieme informativo il giocatore a cui spetta la mossa non sa quale nodo dell'insieme informativo è stato (o non è stato) raggiunto.

Dunque l'insieme informativo dei prigionieri permette loro di sapere solo quale insieme informativo è stato raggiunto ma non in quale nodo decisionale si trovano.
In un gioco in forma estesa dunque, si indicherà un insieme di nodi che formano un insieme informativo collegando i nodi con una linea tratteggiata; come nella seguente forma estesa del gioco del dilemma del prigioniero.



Il dilemma in questa forma avrà gli stessi payoff, strategie e dinamiche del gioco in forma normale: entrambi i giocatori non conoscono la scelta dell'altro nel momento in cui faranno la propria.

e. Giochi dinamici con informazione completa e imperfetta

Per definire questo tipo di giochi si definisce la differenza tra informazione perfetta ed imperfetta.
Una caratteristica per i giochi ad informazione perfetta è che presentano giocatori, che ad ogni mossa del gioco, conoscono la storia completa del gioco fino a quel punto.

Una volta introdotto il concetto completo di forma estesa, si può dare una definizione equivalente a questo tipo di giochi: esiste informazione perfetta se l'insieme informativo è composto da un singolo nodo, al contrario se esiste in un insieme informativo più di un nodo ci sarà informazione imperfetta. In generale un gioco dinamico con informazione completa e imperfetta può essere rappresentato in forma estesa usando insiemi formativi con più nodi per indicare di cosa è a conoscenza il giocatore durante il suo turno di gioco; dunque come esempio di tale categoria di giochi basterà riguardare il dilemma del prigioniero in forma estesa poco fa trattato.

f. Equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi

Dopo aver introdotto i giochi ripetuti si può introdurre un nuovo concetto di equilibrio, l'equilibrio di Nash nei sottogiochi, ma prima si definisce cosa è un sottogioco.
Un gioco ripetuto (infinito e non) non è altro che la somma di più sottogiochi, ognuno dei quali compone una parte del totale del gioco originario.
In ogni sottogioco la storia del gioco è conoscenza comune e comprende anche le mosse future a quel nodo.
Ogni sottogioco deve essere analizzabile singolarmente e deve influenzare il gioco nel suo complesso.
Per precisione si introduce la definizione formale di sottogioco.

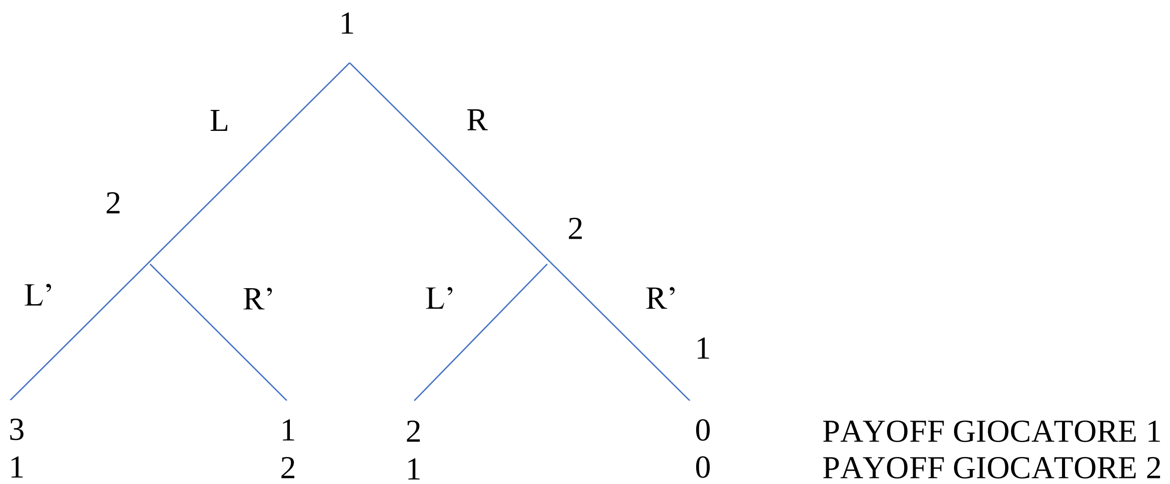
DEFINIZIONE. Un sottogioco di un gioco in forma estesa

a) Comincia a un nodo decisionale *n* che è un insieme informativo composto da un singolo nodo (ma non è il primo nodo decisionale del gioco)
b) Comprende tutti i nodi decisionali e terminali successivi a *n* nell'albero del gioco (ma nessun nodo che non sia successivo a *n*)
c) Non spezza alcun insieme informativo (cioè, se un nodo decisionale *n'* segue *n* nell'albero del gioco, allora anche tutti gli altri nodi dell'insieme informativo contenente *n'* devono seguire *n* e quindi devono far parte del sottogioco).

Ora si può presentare l'equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi come una versione migliorata dell'equilibrio di Nash classico.
Quest'ultimo infatti non racchiude in sé la possibilità che minacce e promesse possono influenzare il risultato del gioco.

Per rendere dunque “perfetto” questo equilibrio basterà dimostrare che le strategie applicate in ogni sottogioco dei giochi ripetuti sono equilibri di Nash e che le strategie basate su minacce o promesse non credibili vengono eliminate.

Per fare ciò prendiamo come esempio il seguente gioco, già visto precedentemente nella presentazione dei giochi in forma estesa e normale.



Tale gioco, esposto appositamente in forma estesa per avere una visione immediata dei sottogiochi, si può risolvere con il backwards induction.

Con questo procedimento è facile ricavare che l’equilibrio di Nash del gioco è (R, L’).

Adesso si prende la versione del medesimo gioco, già vista in precedenza, ma invece che in forma estesa in forma normale e si risolve.

GIOCATORE 2

		(L’, L’)	(L’, R’)	(R’, L’)	(R’, R’)
GIOCATORE	L	**3, 1**	**3, 1**	**1, 2**	**1, 2**
	R	**2, 1**	**0, 0**	**2, 1**	**0, 0**

Si trovano i seguenti equilibri di Nash: (R, (R’, L’) e (L, (R’, R’).

Ma il seguente equilibrio di Nash (L, (R’, R’) non è perfetto nei sottogiochi, in quanto le strategie dei due giocatori in tale equilibrio non sono un equilibrio di Nash in questo sottogioco.
In pratica, in questa situazione la strategia del giocatore 2 è quella di minacciare il giocatore 1 di giocare R’ se il giocatore 1 gioca R.
Ma tale minaccia non è credibile: perché anche nel caso al giocatore 2 fosse data la possibilità di applicare tale minaccia comunque non lo farebbe.
Il giocatore 2 sceglierebbe di giocare L’ e non R’, perché R’ non è una scelta ottima.
Dunque, si è dimostrato che in un gioco con informazione completa e perfetta il procedimento di backward inductions elimina le minacce non credibili e le strategie che non includono equilibri perfetti nei sottogiochi, e che tali equilibri sono un tipo di equilibrio più forte e completo di quello di Nash semplice.

3 Giochi statici con informazione incompleta

In questo paragrafo si analizzeranno i giochi statici con informazione incompleta, anche detti giochi bayesani.
La principale differenza con i giochi ad informazione completa è che, mentre in questi ultimi le funzioni dei payoff sono conoscenza comune di tutti giocatori, in un gioco ad informazione incompleta almeno uno dei giocatori non è a conoscenza (parzialmente o totalmente) dei payoff di almeno un giocatore.
Un tipico esempio di questo tipo di giochi sono le aste a busta chiusa: ogni giocatore conosce la propria valutazione del bene ma non le valutazioni altrui, le offerte avvengono in buste chiuse che verranno aperte in contemporanea per l’assegnazione del bene, dunque le mosse possono essere considerate simultanee.
Tuttavia la maggior parte dei giochi bayesani interessanti in chiave economica non sono quelli statici bensì quelli dinamici.
Per dinamici si intende giochi in cui giocatori informati, e non, tentano di segnalare le informazioni vere o false che posseggono.
Oltre ad analizzare la rappresentazione in forma normale di un gioco statico bayesiano, si analizzerà l’equilibrio di Nash, applicazioni pratiche e il principio di rivelazione.

a. Giochi statici bayesiani

Il primo passo da compiere per rappresentare un gioco bayesiano è capire come riuscire a rappresentare la conoscenza che ogni giocatore ha dei propri payoff e di quella che non ha dei payoff degli altri.

Per farlo si deve introdurre il concetto di tipo: ad ogni tipo corrisponde una diversa funzione dei payoff che il giocatore *i* può ottenere. Si supponga quindi che il giocatore può avere due diverse funzioni di payoff.

Le possibili funzioni di payoff sono indicate da $u_i (a_1, \ldots, a_n; t_i)$ dove t_i è il tipo ed appartiene ad un insieme di possibili tipi detto spazio dei tipi.

Nell'esempio utilizzato per spiegare questa categoria il giocatore *i* ha due possibili funzioni di payoff: $u_i (a_1, \ldots, a_n; t_{i1})$ e $u_i (a_1, \ldots, a_n; t_{i2})$.

Inoltre avrà due tipi, t_{i1} e t_{i2}, e il suo spazio di tipi sarà $T_i= (t_{i1}, t_{i2})$.

Con questa definizione di tipo di giocatore dire che un giocatore conosce la propria funzione di payoff equivale a dire che conosce il proprio tipo, allo stesso modo, dire che un giocatore non conosce le funzioni di payoff altrui equivale a dire che non conosce il tipo altrui.

Il tipo degli altri giocatori si indica con $t_{-i}= (t_1, \ldots, t_{1-i}, t_{1+i}, \ldots, t_n)$ e l'insieme di tutti i possibili valori di t_{-i} si indica con T_{-i}.

Le credenze (belief), invece, del giocatore *i* sui tipi degli altri giocatori è data dalla distribuzione di probabilità $p_i (t_{-i} | \; t_i)$.

Con le definizioni di tipo e credenza basterà sommare la definizione data precedentemente di gioco statico in forma normale con informazione completa per definire la rappresentazione di un gioco statico bayesiano in forma normale.

DEFINIZIONE. La rappresentazione in forma normale di un gioco statico bayesiano con *n* giocatori specifica gli spazi delle azioni dei giocatori, $A_1, \ldots, A_n$, i rispettivi spazi dei tipi, $T_1, \ldots, T_n$, le rispettive credenze, $p_1, \ldots, p_n$ e le funzioni dei payoff, $u_1, \ldots, u_n$.

Il tipo del giocatore *i* è informazione privata del (noto soltanto al) giocatore *i* ed appartiene all'insieme dei possibili tipi, T_i; esso determina la funzione dei payoff del giocatore *i*, $u_i (a_i, \ldots, a_n | t_i)$. La credenza (belief) $p_i (t_{-i} | \; t_i)$ descrive l'incertezza di *i* relativa ai possibili tipi degli altri $n - 1$ giocatori, t_{-i}, dato il tipo di giocatore *i*, t_i. Questo gioco è indicato con $G = (A_1, \ldots, A_n; T_1, \ldots, T_n; p_1, \ldots, p_n; u_1, \ldots, u_n)$.

La struttura temporale di un gioco statico bayesiano dunque sarà la seguente:

la natura estrae a sorte un vettore di tipi $t = (t_1, \ldots, t_n)$, dove t_i è estratto da un insieme di possibili tipi T_i; la natura rivela t_i al giocatore i e a nessun altro giocatore; i giocatori scelgono simultaneamente le azioni, il giocatore i sceglie l'azione a_i dall'insieme ammissibile A_i; infine si ricevono i payoff $u_i(a_1, \ldots, a_n; t_{i1})$.

b. Equilibrio di Nash bayesiano

Adesso si definirà un concetto di equilibrio per i giochi statici bayesiani, ma prima bisogna definire cosa si intende per spazi delle strategie in questa classe di giochi.

DEFINIZIONE. Nel gioco statistico bayesiano $G = (A_1, \ldots, A_n; T_1, \ldots, T_n; p_1, \ldots, p_n; u_1, \ldots, u_n)$, una strategia del giocatore i è una funzione $s_i(t_i)$, la quale, per ogni t_i in T_i, specifica l'azione appartenente all'insieme ammissibile A_i che il tipo t_i sceglierebbe qualora venisse estratto dalla natura.

Inizialmente può sembrare superfluo richiedere che la strategia del giocatore i specifichi un'azione ammissibile per ciascuno dei suoi possibili tipi: una volta che la natura ha estratto il tipo al giocatore, si può pensare che il giocatore non sia più interessato alle azioni che avrebbe scelto se la natura avesse estratto un tipo diverso.
Ma al giocatore i interessa sapere cosa faranno gli altri giocatori, che a loro volta si muoveranno asseconda di quello che pensano che il giocatore i farà, per ogni t_i in T_i.
Dunque, per scegliere le proprie azioni il giocatore i dovrà riflettere su quali mosse avrebbe fatto se fosse stato estratto ognuno degli altri tipi in T_i.
Tuttavia, se ci fosse la possibilità che la strategia di un giocatore non specifichi cosa farebbe il giocatore se un qualche tipo fosse estratto dalla natura, non saremmo in grado di applicare la nozione di equilibrio di Nash ai giochi bayesiani.
Come per i giochi dinamici con informazione completa, nei quali le strategie dei giocatori non possono lasciare non specificate le azioni dei giocatori, in tal caso non saremmo in grado di applicare la nozione di equilibrio di Nash ai giochi dinamici con informazione completa.
Anche in questo caso l'idea di base di equilibrio è sempre la stessa: la strategia di ogni giocatore deve essere una risposta ottima alle strategie degli altri giocatori.
Un equilibrio di Nash bayesiano non è altro che un equilibrio di Nash di un gioco bayesiano.

DEFINIZIONE. Nel gioco statico bayesiano, G = (A_1, …, A_n; T_1, …, T_n; p_1, …, p_n; u_1, …, u_n), il vettore di strategie (s_1*, …, s_n*) è un equilibrio di Nash Bayesiano (in strategie pure) se, per ogni giocatore *i* e ogni tipo di *i, t_i*, in T_i, $s_i*(t_i)$ risolve il problema

$\mathrm{Max}_{a_i \in A_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} u_i(s_1*(t_1), \ldots, s_{t-1}*(t_1),$
$a_i, s_{i+1}*(t_{1+i}), \ldots, s_n*(t_n); t)\ p_i(t_{-i} | t_i).$

Nessun giocatore è disposto a cambiare la propria strategia nemmeno se tale cambiamento riguardasse una sola azione da parte di un tipo.

c. Rivisitazione delle strategie miste

Come esempio di gioco statico bayesiano si propone una rivisitazione di uno dei più classici giochi: "la battaglia dei sessi".

In precedenza è stata esposta una versione standard del gioco, adesso modificheremo quella struttura per renderlo un gioco statico bayesiano: supponiamo che sia Chris (Giocatore 1) che Pat (Giocatore 2) siano incerti sui payoff l'uno dell'altro.

In termini del gioco statico bayesiano astratto in forma normale, G = (A_c, A_p; T_c, T_p; p_c, p_p; u_c, u_p), gli spazi delle azioni sono A_c=A_p= (opera, lotta), gli spazi dei tipi sono T_c=T_p= (0, x), le credenze sono $p_c(t_p)=p_p(t_c)=1/x$ per tutti i t_c e t_p, e i payoff sono i seguenti.

		GIOCATORE 2	
		Teatro	Stadio
GIOCATORE 1	Teatro	**2 + t_c, 1**	**0, 0**
	Stadio	**0, 0**	**1, 2 + t_p**

Ora si costruisce un equilibrio di Nash bayesiano in strategie pure di questa versione con informazione incompleta della battaglia dei sessi in cui, Chris gioca "teatro" se t_c supera un certo valore critico, c, e gioca "stadio" in ogni altro caso, mentre Pat gioca "stadio" se t_p supera un certo valore critico, *p*, e gioca "teatro" in ogni altro caso.

In tal caso, Chris gioca "teatro" con probabilità *(x-c) /x* e Pat gioca "stadio" con probabilità *(x-p) /x*.

Dato un valore di x, si determinano le equazioni di c e p in corrispondenza dei quali queste strategie costituiscono un equilibrio di Nash bayesiano.
Omettendo i passaggi e le dimostrazioni, si può affermare che man mano che l'informazione incompleta tende a scomparire, dunque che x tende a 0, il comportamento dei giocatori in questo equilibrio di Nash bayesiano in strategie pure si avvicina al comportamento che si avrebbe nell'equilibrio di Nash in strategie miste del gioco originario con informazione completa: cioè, sia $(x-c)/x$ *che* $(x-p)/x$ tendono a 2/3 al tendere di x a 0.
Altre applicazioni di questa categoria di giochi la troviamo in vari tipi di aste.

d. Principio di rivelazione

Il principio di rivelazione, nell'ambito dei giochi bayesiani è un importante strumento per la definizione di giochi in cui i giocatori hanno informazione privata.
Da un punto di vista più economico-realistico permette di facilitare la ricerca di accordi tra le varie parti, e può essere applicato a vari problemi, come quelli di scambio o di aste.
I giochi in cui i giocatori fanno una dichiarazione sul proprio tipo sono chiamati meccanismi diretti.
Più precisamente quei giochi in cui meccanismi diretti con dichiarazione veritiera costituiscono un equilibrio di Nash bayesiano sono chiamati meccanismi diretti con incentivi compatibili.
Da qui la seguente definizione.

DEFINIZIONE. Qualsiasi equilibrio di Nash bayesiano di qualsiasi gioco bayesiano può essere rappresentato da un meccanismo diretto con incentivi compatibili.

Se foste un venditore e doveste scegliere la modalità con cui condurre, ad esempio, una asta, con i meccanismi diretti con incentivi compatibili, che altro non sono il principio di rivelazione, otterreste il payoff atteso più alto possibile.
Per capire a pieno come funziona tale principio si deve pensare ad uno scenario del genere.
Un personaggio esterno alla contrattazione si avvicina ai due contraenti e gli pone il seguente gioco.
I due giocatori conoscono i tipi reciprocamente e stanno per giocare un determinato equilibrio.
L'esterno pone loro un meccanismo diretto come metodo di soluzione della loro contrattazione.
Per prima cosa i due devono promettere di rispettare i patti del nuovo gioco.
Poi i due giocatori dichiareranno all'esterno il proprio tipo.

E infine l’esterno userà il tipo dichiarato e la strategia di equilibrio del vecchio gioco per calcolare le azioni che i giocatori avrebbero fatto in tale situazione.

Tali azioni, poi, dovranno essere applicate dai giocatori che riceveranno i payoff risultati.

Tali risultati saranno i migliori possibili, perché non esiste altro gioco che abbia un equilibrio di Nash con tale efficienza.

Dunque, il principio di rivelazione afferma che la dichiarazione veritiera sul proprio tipo è un equilibrio di Nash bayesiano: quando tutti gli altri giocatori fanno delle dichiarazioni veritiere sul proprio tipo, la miglior azione possibile è quella di dichiarare il proprio tipo.

Se entrambe le condizioni sono rispettate, dire la verità in un gioco statico bayesiano coincide con l’equilibrio di Nash bayesiano tra le parti.

4 Giochi dinamici con informazione incompleta

Nell’ultimo paragrafo si analizza l’equilibrio bayesiano perfetto, che, oltre ad essere il concetto di equilibrio per la classe di giochi dinamici con informazione completa, è anche un equilibrio più forte del precedente equilibrio di Nash bayesiano.

La perfezione nei giochi ripetuti, e dunque nei sottogiochi, rafforzava l’equilibrio di Nash considerando nella sua valutazione anche minacce e promesse, e l’esistenza di equilibrio non solo nel gioco totale ma anche per ogni singolo sottogioco.

Adesso nei giochi dinamici si cerca di risolvere lo stesso problema solo che al posto del concetto di sottogioco si usa il concetto più generale di gioco di continuazione.

a. Equilibrio bayesiano perfetto

Per presentare questo nuovo concetto di equilibrio useremo il seguente gioco dinamico con informazione completa e imperfetta.

Il giocatore 1 può scegliere una delle tre azioni: R, L e M. Se sceglie R il gioco finisce, se sceglie L o M, il giocatore 2 saprà che R non è stato scelto e deve avere una credenza su quali delle due azioni ha scelto il giocatore 1 che sceglierà una delle due azioni: L’ e R’.

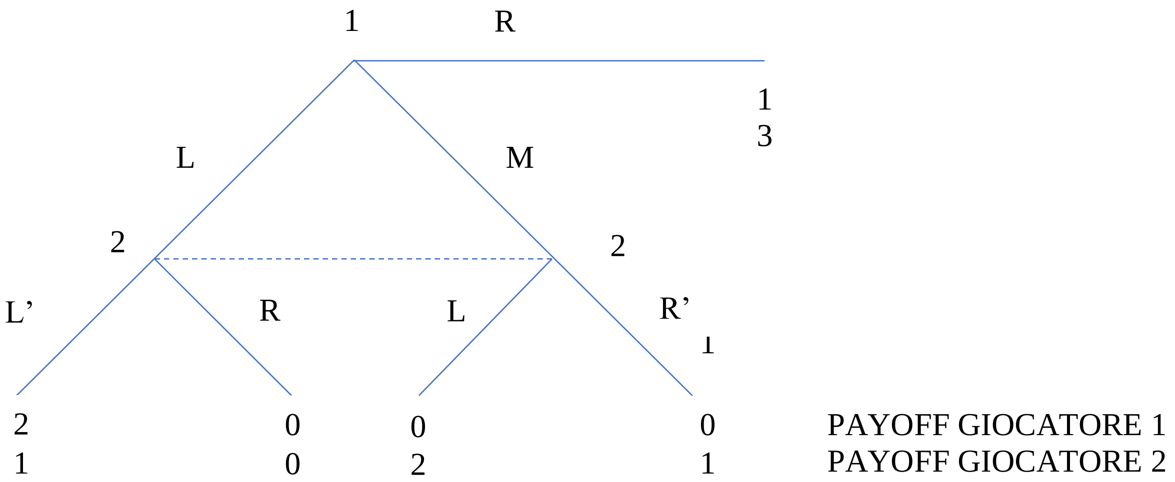
Dopo aver rappresentato anche la forma normale si risolve il gioco: gli equilibri di Nash sono (L, L’) e (R, R’).

GIOCATORE 2

		L’	R’
GIOCATORE 1	L	**2, 1**	**0, 0**
	M	**0, 2**	**0, 1**
	R	**1, 3**	**1, 3**

Se tali equilibri sono perfetti o meno nei sottogiochi si può vedere analizzando la forma estesa con il backwards induction.

Ma tale gioco non possiede alcun sottogioco, dunque il requisito di perfezione richiesto per cui ci sia un equilibrio di Nash in ogni sottogioco è soddisfatto dall’assenza stessa di sottogiochi.



A dimostrazione di ciò, sia (L, L’) che (R, R’) rispettano il concetto di equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi, ma è evidente come l’equilibrio (R, R’) si basa su una minaccia non credibile.

Per introdurre ora un nuovo concetto di equilibrio perfetto di Nash nei sottogiochi che possa eliminare le minacce non credibili, è necessario inserire alcuni requisiti.

REQUISITO 1. In ogni insieme informativo, il giocatore a cui spetta la mossa deve avere una credenza su quale nodo dell’insieme informativo è stato raggiunto dallo svolgimento del gioco. Nel caso di un insieme informativo con più nodi, una credenza è una distribuzione di probabilità sui nodi dell’insieme informativo stesso; nel caso di un insieme informativo costituito da un singolo nodo, la credenza del giocatore assegna probabilità uno all’unico nodo decisionale.

REQUISITO 2. Date le credenze, le strategie dei giocatori devono essere sequenzialmente razionali. Cioè, in ogni insieme informativo, l’azione scelta dal giocatore a cui spetta la mossa (e la strategia successiva del giocatore) deve essere ottima data la credenza del giocatore in quell’insieme informativo e date le strategie successive degli altri giocatori (dove una “strategia successiva” è un piano completo di azione che contempla qualsiasi circostanza che potrebbe presentarsi dopo che il dato insieme informativo è stato raggiunto).
I primi due requisiti introducono il concetto che i giocatori hanno delle credenze e che su tali credenze applicano le loro strategie ottime.

REQUISITO 3. Negli insiemi informativi che si trovano sul sentiero di equilibrio le credenze sono determinate dalla regola di bayes e dalle strategie di equilibrio dei giocatori.

Si definisce dunque il concetto di sentiero di equilibrio.

DEFINIZIONE. Con riferimento ad un dato equilibrio di un dato gioco in forma estesa, un insieme informativo è sul sentiero di equilibrio se esso sarà raggiunto con probabilità positiva qualora il gioco sia giocato in base alle strategie di equilibrio, ed è fuori dal sentiero di equilibrio se, con certezza, esso non sarà raggiunto qualora il gioco sia giocato in base alle strategie di equilibrio (dove, con “equilibrio” si può intendere sia equilibrio di Nash, sia equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi, sia equilibrio di Nash bayesiano e sia equilibrio bayesiano perfetto).

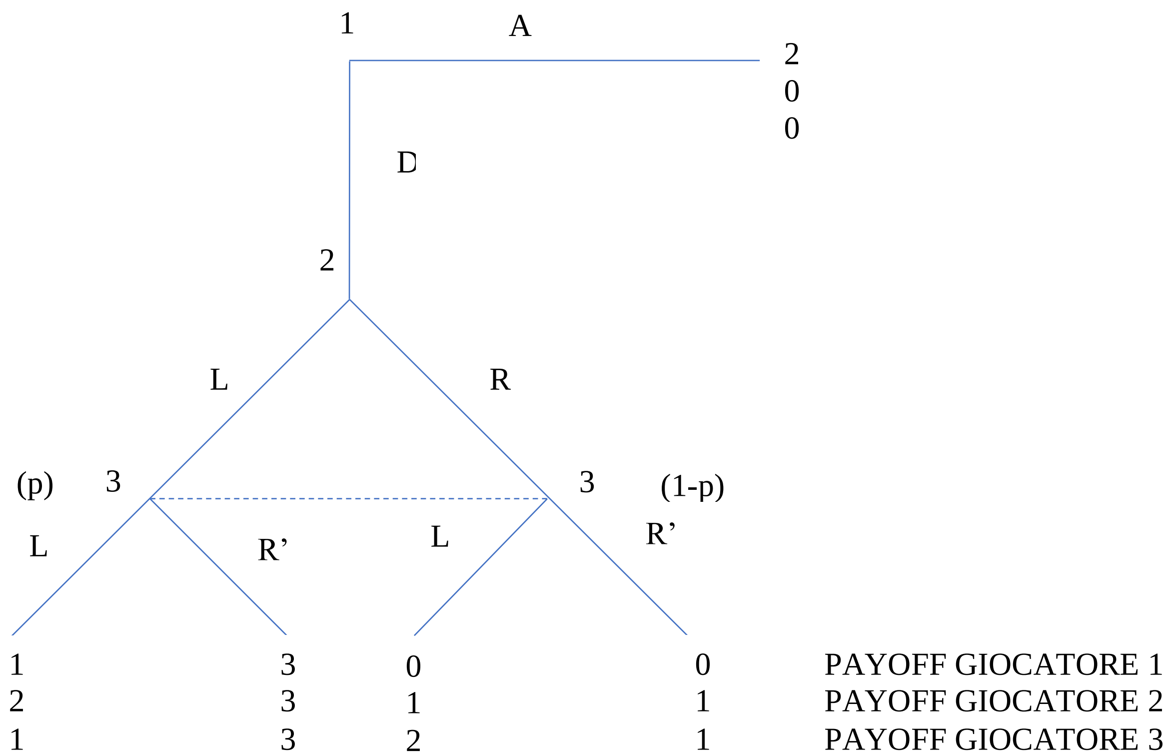
L’equilibrio bayesiano perfetto dunque oltre a richiedere che i giocatori scelgono strategie credibili richiedono che abbiano credenze realistiche.

REQUISITO 4. Negli insiemi informativi fuori dal sentiero di equilibrio, le credenze sono determinate, dove ciò è possibile, dalla regola di Bayes e dalle strategie di equilibrio dei giocatori.

Con quest’ultimo requisito si può definire l’equilibrio bayesiano perfetto.

DEFINIZIONE. Un equilibrio bayesiano perfetto è composto da strategie e credenze che soddisfano i requisiti 1, 2, 3, e 4.

Per illustrare l'efficacia dei seguenti requisiti si usa il seguente gioco.



Nell'esempio c'è un unico sottogioco, dunque ci sarà un unico equilibrio di Nash (L, R') in presenza di tale sottogioco, di conseguenza l'unico equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi sarà (D, L, R').
Tali strategie e la credenza p=1 del giocatore 3 rispettano i requisiti 1, 2 e 3.
Poiché non esiste alcun insieme informativo al di fuori del sentiero di equilibrio anche il requisito 4 è rispettato.
Dunque tale equilibrio è definibile come un equilibrio bayesiano perfetto.
Tale equilibrio non può essere verificato dunque (o per lo meno solitamente) attraverso il backwards induction come si è fatto per l'equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi bensì attraverso la verifica del rispetto dei 4 requisiti.
Questo perché nel processo di determinazione delle azioni intervengono i requisiti: il requisito 2 per quanto riguarda la formulazione delle azioni asseconda dell'insieme informativo, il requisito 3 e 4 per le credenze.

Questo cerchio dei requisiti non permette dunque al processo di risalita del backwards inductions di riconoscere l'equilibrio bayesiano perfetto.
Per quanto riguarda, invece, le strategie (A, L, L') e la credenza *p* = 0, tali strategie sono un equilibrio di Nash e soddisfano anche i Requisiti 1, 2, 3.
In quanto sia il giocatore 3, rispetto alla sua credenza, sia il giocatore 1 e 2, agiscono in maniera ottimale.
Tuttavia, anche se rispetta la definizione di equilibrio di Nash e i requisiti 1, 2, 3, tale equilibrio non è perfetto nei sottogiochi.
Dunque è confermata la definizione secondo la quale per esserci perfezione nei sottogiochi siano necessari tutti e quattro i requisiti.
In particolare, in questo gioco la credenza del giocatore 3 non è coerente con la strategia del giocatore 2 (L).
Infatti, mentre i requisiti 1, 2, 3 non determinano nessuna influenza sulla credenza di 3, il requisito 4, invece, determina che la credenza del giocatore 3 sia influenzata dalla strategia del giocatore 2.
Più precisamente, se la strategia di 2 è L, la credenza di 3 deve essere *p* = 1, se la strategia di 2 è R, invece, la credenza di 3 deve essere *p = 0*.
Ma se la credenza di 3 è *p = 1* il Requisito 2 determina che la strategia di 3 sia R', dunque le strategie (A, L, L') e la credenza *p* = 0 non soddisfanno tutti i requisiti e quindi tali strategie non sono un equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi.

Conclusioni

Con questo primo capitolo, è stato presentato e approfondito il mondo della teoria dei giochi.
Inizialmente sono stati presentati gli elementi basilari: le forme nelle quali si possono trovare i giochi, le strategie applicabili, e le possibili soluzioni.
Successivamente sono state mostrate le diverse categorie di giochi, e i rispettivi equilibri; con il proseguire dell'analisi è aumentata la loro complessità.
L'approccio adottato fino a questo punto è stato prettamente teorico con pochi riferimenti alla realtà, nel prossimo capitolo invece si applicherà una parte della teoria discussa a problemi più reali.
Tra le infinite applicazioni pratiche esistenti, è stata scelta quella della contrattazione.

PARTE II TEORIA DEL BARGAINING

*gran parte dei seguenti argomenti della PARTE II dell'elaborato sono stati tratti dal libro di teoria di *Strategy an introduction to game theory* di Joel Watson.

Introduzione

Nel secondo capitolo si analizza la "Teoria del bargaining"; si passa dai concetti per lo più teorici del precedente capitolo a giochi di contrattazione reali.

La teoria fin ad ora presentata sarà utile per applicare concetti teorici a problemi reali.

Nel primo paragrafo si presenta una panoramica generale della negoziazione, con un esempio astratto e uno concreto, la soluzione standard di questi giochi, il concetto di valore, e il Teorema di Coase.

Nel secondo vengono analizzati alcuni tipi di giochi, esempi di negoziazione molto semplici.

Nel terzo aumenta la complessità dei giochi di contrattazione analizzati, inoltre viene presentato un modello di equilibrio.

1 Problemi di contrattazione

La contrattazione è parte della vita economica di tutti giorni, sono molteplici gli esempi di relazioni che possono essere regolate da un contratto: un accordo di vendita, per esempio, specifica le quantità, il prezzo da pagare e i termini di consegna, o un contratto di lavoro specifica i doveri del lavoratore, le responsabilità dell'azienda, un salario o uno stipendio. Un accordo tra i membri di una squadra o di una famiglia, ad esempio, determina come essi coordineranno il loro comportamento nel tempo.

Qualsiasi relazione contrattuale può essere divisa in due fasi: una fase di contrattazione, in cui i giocatori stabiliscono i termini del loro contratto, e una fase di attuazione, in cui il contratto viene eseguito e fatto rispettare.

In questo capitolo si inizia l'analisi di come si risolvono i problemi di contrattazione, in particolare sui casi con due giocatori.

I contratti sono solitamente determinati attraverso un processo di negoziazione, ad esempio, le imprese negoziano sui prezzi dei beni intermedi (B2B), le persone contrattano sul prezzo da pagare (B2C) e cercano di ottenere sconti offrendo prezzi leggermente inferiori a quelli segnati (quando è possibile)

Persino i bambini nei loro giochi, da tavolo, digitali o di carte, spesso vengono coinvolti in trattative.

Dunque, è evidente come la contrattazione sia una parte fondamentale della vita quotidiana di tutti.

1.1 Creazione e divisione del valore

Molti contratti che le persone negoziano hanno a che fare con lo scambio di beni, servizi e denaro. Le persone vogliono commerciare perché, in una società in cui i beni sono scarsi (cioè non disponibili in quantità illimitata, che soddisferebbe tutti), il commercio crea valore.

Ad esempio, supponiamo che io abbia una pizza e tu hai un televisore. Se ognuno di noi consuma ciò che possiede individualmente, allora tu avrai fame di cibo e io avrò fame di intrattenimento.

Al contrario, potremmo concordare uno scambio in cui tu mi lasci guardare la televisione in cambio di metà della mia pizza.

Se tale scambio rende migliore le nostre situazioni si dice che lo scambio crea valore.

Ma creare valore è una cosa, dividere valore è un'altra.

Quando due persone negoziano, non solo devono cercare scambi di valore, ma devono anche decidere insieme come dividere il valore.

Le forze intrinseche di contrattazione, la procedura con cui negoziano e l'ambiente generale di contrattazione contribuiscono tutti ai termini dell'accordo finale.

Per dividere il valore, le persone spesso utilizzano un bene divisibile.

Nell'esempio della pizza/televisione, la pizza serve più facilmente a questo ruolo: la pizza può essere tagliata per ottenere qualsiasi divisione proporzionale tra te e me.

In linea di principio, possiamo anche "dividere" la televisione, per esempio, permettendomi di guardare solo la prima metà di un film che voglio vedere.

Ma dividere il film può distruggere il suo valore: nessuno vorrebbe vedere solo la metà di un film, il che lo rende un cattivo candidato per dividere il valore.

C'è un bene speciale che facilita la divisione arbitraria dei guadagni del commercio: il denaro.

Nel commercio, il denaro è scambiato con qualche altro bene o servizio.

In un contesto di vendita, il prezzo (denaro trasferito dal compratore al venditore) determina la divisione del valore.

Nel mercato del lavoro, i salari possono svolgere questo ruolo.

In conclusione, la contrattazione crea, distrugge, e divide il valore attraverso il denaro.

1.2 Rappresentazione astratta

Un modo semplice di rappresentare matematicamente un problema di contrattazione è quello di descrivere le alternative disponibili per le parti, cioè i vari contratti che possono fare, e di descrivere cosa succede se le parti non riescono a raggiungere un accordo.

Traduciamo le variabili in termini di vettori di payoff.

Per esempio, si immagina che due giocatori stiano cercando di decidere se iniziare una partnership commerciale.

Si suppone che se iniziano la partnership, allora l'attività produrrà un'utilità di 4 per il giocatore 1 e 6 per il giocatore 2; se non formano una partnership, allora otterranno ciascuno un payoff di 2.

Si trasforma "formare una partnership" contro "non formare una partnership" nel vettore payoff (4, 6) contro il vettore payoff (2, 2).

In altre parole, si può pensare che i giocatori stiano negoziando direttamente sui payoff.

Lasciamo che V denoti l'insieme dei vettori di payoff che definiscono le alternative dei giocatori per un dato problema di contrattazione: V = {(4, 6), (2, 2)}.

V è chiamato l'insieme della contrattazione.

Lasciamo che d denoti il vettore di payoff associato al risultato di default, che descrive cosa succede se i giocatori non riescono a raggiungere un accordo.

Il risultato di default è anche chiamato punto di disaccordo, ed è un elemento di V.

Nella storia della partnership, il punto di disaccordo è dato da d = (2, 2), perché la partnership non si forma se le parti non si accordano.

In generale, ogni giocatore può indurre unilateralmente il risultato di default rifiutando ogni proposta contrattuale.

In molti problemi di contrattazione, i giocatori possono concordare un trasferimento monetario come parte del contratto.

Il trasferimento può significare un salario, uno stipendio o un prezzo, o può semplicemente essere un pagamento anticipato fatto da una parte all'altra.

Generalmente si assume che il denaro entri nei payoff dei giocatori in modo additivo.

Per esempio, consideriamo un problema di contrattazione tra i giocatori 1 e 2, si suppone che i giocatori negozino su un trasferimento monetario dal giocatore 2 al giocatore 1.

Lasciamo che t indichi il trasferimento monetario contrattato e che z rappresenti gli altri elementi.

Un valore positivo di t indica un trasferimento dal giocatore 2 al giocatore 1, mentre un valore negativo indica un trasferimento nell'altra direzione.

Si dice che il denaro entra addizionalmente se il payoff del giocatore 1 può essere scritto $u_1 = v_1(z) + t$ e il payoff del giocatore 2 può essere scritto $u_2 = v_2(z) - t$, per le funzioni v_1 e v_2.

In altre parole, $v_i(z)$ è il beneficio del giocatore i di z in termini monetari, che può quindi essere aggiunto alla quantità di denaro che questo giocatore riceve o rinuncia.

Quando i payoffs sono additivi in denaro, diciamo che l'impostazione è di utilità trasferibile, perché l'utilità può essere trasferita tra i giocatori su una base uno-a-uno con l'uso del denaro.

Con l'utilità trasferibile, l'insieme della contrattazione sarà disegnato come un insieme di linee diagonali, ciascuna con una pendenza di -1.

Questo problema di contrattazione può essere specificato usando la notazione v, z, t.

Innanzitutto, lasciamo che $z = 1$ rappresenti la formazione di una partnership e che $z = 0$ rappresenti nessuna partnership.

Si noti che $v_1(0) = v_2(0) = 2$, $v_1(1) = 4$, e $v_2(1) = 6$.

Così, se la contrattazione si risolve con $z = 0$, allora il giocatore 1 ottiene $2 + t$ e il giocatore 2 ottiene $2 - t$.

Se i giocatori si accordano su $z = 1$, allora il giocatore 1 ottiene $4 + t$ e il giocatore 2 riceve $6 - t$.

Il vettore payoff (4, 6) è nel set di contrattazione, come prima, perché $t = 0$ è sempre fattibile. Anche il vettore (6, 4) è nell'insieme della contrattazione perché può essere ottenuto selezionando $z = 1$ e $t = 2$.

Infatti, tutti i vettori della forma $(4 + t, 6 - t)$ e $(2 + t, 2 - t)$ sono nell'insieme della contrattazione.

Variando t si tracciano le linee mostrate in figura; queste linee costituiscono l'insieme di contrattazione.

Il punto di disaccordo è (2, 2) perché ogni giocatore può imporre unilateralmente che non si formi alcuna partnership e che non si effettui alcun trasferimento.

Come il quadro chiarisce, ogni volta che c'è un'utilità trasferibile, i risultati efficienti sono precisamente quelli che massimizzano il valore congiunto dei giocatori.

L'insieme del valore congiunto è definito come la somma dei payoff dei giocatori, in altre parole il payoff totale.

Si nota che l'insieme di contrattazione in figura non contiene punti verso l'alto e verso destra della linea che passa per (4, 6).

Quindi, partendo da qualsiasi punto su questa linea, non c'è modo di aumentare il payoff di un giocatore senza diminuire il payoff dell'altro.

Al contrario, tutti i punti sulla linea passante per (2, 2) sono inefficienti, perché, per ognuno di essi, si può trovare un punto sulla linea esterna che sia più efficiente.

Per esempio, il vettore di payoff (5, -1) può essere raggiunto impostando z = 0 e t = 3.

Tuttavia, i giocatori otterrebbero entrambi payoff più alti - in particolare (6, 4) - se scegliessero z = 1 e t = 2.

Poiché t è semplicemente un trasferimento tra i giocatori, non rientra nel calcolo del valore congiunto.

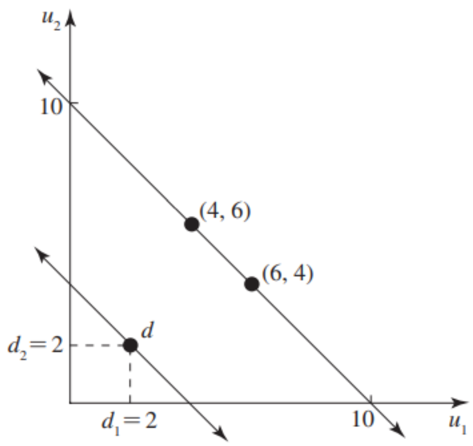
Matematicamente, per qualsiasi z e t, il valore congiunto è dato da

[v1(z) + t] + [v2(z) - t] = v1(z) + v2(z).

Il surplus di un accordo è definito come la differenza tra il valore congiunto del contratto e il valore congiunto che si sarebbe ottenuto se i giocatori non avessero raggiunto un accordo.

Quest'ultimo valore è solo il payoff totale del risultato di default, d1 + d2.

Così, il surplus è uguale a v1(z) + v2(z) - d1 - d2.



1.3 Un caso concreto

Rosemary presiede il dipartimento di inglese di un importante liceo; Jerry, un ex specialista di computer e ora un attore professionista, è interessato a lavorare nella scuola.

Queste due persone devono prendere una decisione comune.

In primo luogo, devono decidere se iniziare un rapporto di lavoro (ossia, se Jerry lavorerà per il liceo).

Inoltre, due aspetti dell'impiego sono sul tavolo della trattativa: le responsabilità di Jerry sul lavoro (rappresentate da x e non da z) e il salario di Jerry t.

Supponiamo che ci siano due possibilità per le mansioni lavorative: Jerry potrebbe essere reso responsabile solo dei corsi di teatro (x = 0) o Jerry potrebbe anche essere messo a capo della squadra di softball (x = 1).

Si suppone che Jerry ottenga un valore personale di 10.000 dollari quando lavora al liceo, a causa della felicità che ottiene dal lavoro di servizio come insegnante di teatro.

Ma se allena la squadra di softball, questo valore diminuisce di 3.000 dollari a causa dello sforzo che deve spendere la sera.

Rosemary e la scuola valutano il lavoro di Jerry come insegnante di teatro per un importo di 40.000 dollari; lei valuta il valore aggiuntivo del lavoro di Jerry come allenatore di softball a è di 5.000 dollari.

Così, se le due parti accettano di lavorare, il payoff di Jerry sarà $10.000 - 3.000x + t$ e il payoff di Rosemary sarà $40.000 + 5.000x - t$.

Si può scrivere i payoff di Jerry come $u_J = v_J(x)+t$ e i payoff di Rosemary come $u_R = v_R(x)-t$, dove $v_J(x) = 10.000 - 3.000x$ e $v_R(x) = 40.000 + 5.000x$.

Se le parti non iniziano un rapporto di lavoro, allora Jerry ottiene 15.000 dollari lavorando da solo e Rosemary ottiene 10.000 dollari, che è il valore di assunzione di un candidato meno qualificato.

Il punto di disaccordo è quindi $d = (d_J, d_R)$ dove $d_J = 15.000$ e $d_R = 10.000$.

Il problema di contrattazione è illustrato in figura qui sotto, in cui i due punti annotati sulle linee $x = 0$ e $x = 1$ denotano i vettori di payoff associati a $t = 0$.

In questo problema di contrattazione, un accordo per impiegare Jerry alla scuola superiore dà alle parti un valore congiunto di $u_J(x) + u_R(x) = [v_J(x) + t] + [v_R(x) - t]$.

Usando la forma esatta delle funzioni di payoff, abbiamo $(10.000 - 3.000x) + (40.000 + 5.000x) = 50.000 + 2.000x$.

Jerry e Rosemary hanno un interesse comune a selezionare x per massimizzare questo valore.

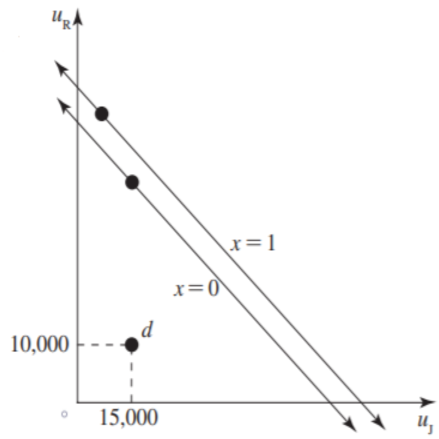
In figura, questo corrisponde a selezionare la linea diagonale più lontana, cioè scegliere $x = 1$ per ottenere il valore congiunto 52.000 dollari.

Si noti che l'aumento di x da 0 a 1 rende Jerry peggiore, ma rende Rosemary talmente migliore che il valore congiunto della relazione aumenta.

Jerry può essere compensato con un aumento di stipendio, rendendo entrambe le parti felici.

In questo esempio, il valore congiunto dei giocatori dal risultato predefinito è $d_J + d_R = 15.000 + 10.000 = 25.000$.

Così, l'accordo per impostare $x = 1$ genera un surplus di $52.000 - 25.000 = 27.000$.



1.4 La soluzione standard

Termini come "efficienza" e "potere contrattuale" sono termini spesso utilizzati e spiegano come vengono risolti i problemi di contrattazione.
Per esempio, si può dire che ci si aspetta che un particolare giocatore ottenga la maggior parte del surplus perché ha molto potere contrattuale.
Oppure si può dire che ci si aspetta che i giocatori contrattino in modo efficiente.
L'efficienza è un criterio importante con cui giudicare il risultato di un processo di negoziazione.
In contesti con utilità trasferibile, un risultato è efficiente se e solo se massimizza il valore congiunto dei giocatori.
Così, è facile determinare quali risultati sono efficienti: basta trovare il valore (o i valori) di x che produce la maggiore somma v1(x) + v2(x).
Denotiamo con v* il valore congiunto massimizzato per ogni dato gioco di contrattazione.
Come esempio, ricordiamo che nel problema di contrattazione affrontato da Jerry e Rosemary, il valore congiunto delle parti è massimizzato assumendo Jerry e facendogli allenare softball oltre ad insegnare teatro (x = 1); quindi, v* = 52.000.
In generale, l'efficienza è una proprietà attrattiva e conviene ai giocatori di raggiungerla.
Tuttavia, si potrebbe dubitare che le persone realizzino effettivamente risultati efficienti in alcuni casi.
Il potere contrattuale è associato al modo in cui i giocatori si dividono il valore del loro contratto.
Per valutare la portata del potere contrattuale, si ricorda innanzitutto che ogni giocatore può indurre unilateralmente il risultato di default, rifiutando di raggiungere un accordo.
Quindi, nessun giocatore razionale accetterebbe un accordo che le dia meno del suo payoff di default.

Di conseguenza, i giocatori non negoziano realmente su v^*; essi negoziano sul surplus $v^* - d1 - d2$. Nell'esempio della negoziazione del lavoro, Jerry non accetterà un accordo che gli dia meno di 15.000, e Rosemary non accetta un accordo che le dia meno di 10.000.

Pertanto, essi negoziano effettivamente sulla differenza tra il valore congiunto massimizzato e il valore congiunto predefinito, che è 52.000 - 25.000 = 27.000.

È utile riassumere i poteri di contrattazione usando i pesi di contrattazione $\pi 1$ e $\pi 2$, dove $\pi 1, \pi 2 > 0$ e $\pi 1 + \pi 2 = 1$.

Interpretiamo P come la proporzione del surplus ottenuto dal giocatore i.

Per esempio, nel problema di contrattazione di Jerry e Rosemary, Jerry ottiene la proporzione πJ del surplus di 27.000 dollari, mentre Rosemary ottiene la proporzione πR.

La soluzione standard della contrattazione è una rappresentazione matematica dell'efficienza e della divisione proporzionale.

Si suppone che ogni giocatore ottenga il suo payoff predefinito, più la sua quota di surplus. Per esempio, supponiamo che il peso contrattuale di Jerry sia $\pi J = 1/3$ e che il peso contrattuale di Rosemary sia $\pi R = 2/3$.

Allora ci aspettiamo che i giocatori raggiungano un accordo in cui Jerry ottiene il payoff $uJ^* = dJ + \pi J(v^* - dJ - dR) = 15.000 + (1/3) * 27.000 = 24.000$ e Rosemary ottiene il payoff $uR^* = dR + \pi R(v^* - dJ - dR) = 10.000 + (2/3) * 27.000 = 28.000$.

Si noti che poiché $\pi J + \pi R = 1$, la somma di questi payoff è il valore congiunto $v^* = 52.000$. Sappiamo che $x = 1$ è selezionato, inoltre, deve essere scelto t per produrre i valori uJ^* e uR^*.

Guardando il payoff di Jerry, vediamo che t risolve $uJ^* = vJ(1) + t = 24.000$; ossia $10.000 - 3.000 + t = 24.000$, che si semplifica in $t = 17.000$.

Alla fine, la soluzione standard di contrattazione prevede che Jerry e Rosemary saranno d'accordo nel metterlo a capo sia dei corsi di teatro che della squadra di softball ($x = 1$) e pagargli un salario di $t = 17.000$.

Questo porta al payoff $uJ^* = 24.000$ per Jerry e $uR^* = 28.000$ per Rosemary.

In un problema di contrattazione generale, si può calcolare la soluzione di contrattazione standard come segue.

1.) Calcolare il valore congiunto massimizzato v^* determinando il valore x^* che massimizza $v1(x) + v2(x)$.

2.) Si noti che con la soluzione di contrattazione standard, il giocatore i ottiene il payoff di + πi (v* - d1 - d2) dove di è il payoff di default del giocatore i. Così, il trasferimento t soddisferà d1 +π1(v*-d1 -d2)=v1(x*)+t per il giocatore 1 e d2 +π2(v*-d1 -d2)=v2(x*)-t per il giocatore 2.
Queste due equazioni sono equivalenti.
3.) Risolvete una di queste equazioni per t per trovare il trasferimento che raggiunge la desiderata divisione del surplus.

1.5 Teorema di Coase

La soluzione standard della contrattazione può essere usata per fare una semplice considerazione sui diversi percorsi verso risultati efficienti.
L'idea è tipicamente chiamata "teorema di Coase" anche se è informale e imprecisa.
Si suppone che un allevatore di bestiame e un coltivatore di mais possiedano e gestiscano appezzamenti di terreno adiacenti.
Attualmente non c'è una recinzione tra il ranch e la fattoria, così il bestiame dell'allevatore può entrare liberamente nel campo dell'agricoltore e distruggere parte del suo mais.
Questo si traduce in una perdita di 300 per l'agricoltore ogni mese.
Supponiamo che il valore della produzione per l'allevatore sia 1000 al mese, e che il valore della produzione per l'agricoltore sia 500 al mese (tenendo conto della perdita di 300).
Un recinto che tenga il bestiame fuori dal campo di grano costerebbe 100 al mese da costruire e mantenere.
Per semplicità, supponiamo che solo l'allevatore possa costruire e mantenere il recinto.
Si noti che senza un recinto, il valore congiunto per l'allevatore e l'agricoltore è di 1500 al mese. Tuttavia, il valore congiunto sarebbe più alto con il recinto al suo posto.
Il recinto ha un costo di 100 ma produce un aumento di 300 nel valore della produzione dell'agricoltore, perché evita la perdita di mais ogni mese.
Il valore congiunto con il recinto è 1700, quindi, è socialmente ottimale che il recinto sia costruito e mantenuto.
Una domanda legale relativa a situazioni come questa è la seguente: Che tipo di regola legale o regolamento è indicato qui per assicurare un risultato efficiente?
Un'opzione è quella di avere una regola che l'agricoltore ha il diritto di usare la sua terra senza interferenze, in modo che qualsiasi infrazione da parte del bestiame dell'allevatore sarebbe severamente punita.

Una regola alternativa è quella di dare all'allevatore il diritto di far vagare il suo bestiame oltre i confini della terra, in modo che il bestiame che pascola nella fattoria non sia punito dalla legge.

La risposta di Coase è che non importa quale regola legale venga adottata.

La chiave, è che venga stabilito un qualche tipo di diritto di proprietà.

Supponiamo che la legge dia all'allevatore un ampio diritto di proprietà, in modo che non venga punito se il bestiame si avventura nella fattoria.

Poiché questo porterebbe ad un risultato inefficiente (nessun recinto), le parti hanno un incentivo a formare un contratto che specifichi che l'allevatore costruisce e mantiene il recinto.

Il contratto specificherebbe anche un trasferimento di t dall'agricoltore all'allevatore, in modo che entrambi stiano meglio di quanto starebbero con il default legale.

Il risultato di default porterebbe al vettore di payoff (1000, 500).

Il contratto appena descritto porterebbe al vettore payoff (900 + t, 800 - t).

Si noti che il payoff dell'allevatore è il suo valore di produzione, meno il costo del recinto, più il trasferimento.

Il payoff dell'allevatore è il suo maggiore beneficio di produzione meno il trasferimento. Assumendo per semplicità che le parti abbiano lo stesso potere contrattuale, la soluzione standard di contrattazione produce il vettore di payoff (1100, 600), dove ogni parte ottiene il suo valore di disaccordo più la metà del surplus di 200.

Il trasferimento negoziato è t = 200.

Continuando con la storia di Coase, supponiamo invece che la legge dia al contadino un forte diritto di proprietà, così che l'allevatore sarebbe punito se il suo bestiame si avventurasse nella fattoria.

In questo caso, in assenza di qualsiasi contratto con l'agricoltore, l'allevatore costruirebbe e manterrebbe in modo ottimale un recinto per assicurare che il suo bestiame non entri nella fattoria, proteggendosi da una dura punizione.

Le parti hanno ancora l'opportunità di formare un contratto, ma il risultato di default è già efficiente e quindi non c'è nulla da contrattare.

Il payoff in questo caso è (900, 800).

Per riassumere il punto di Coase, sotto diritti di proprietà ben definiti e una contrattazione efficiente, il risultato efficiente sarà sempre raggiunto.

L'esatto diritto di proprietà stabilito dalla legge ha un impatto sulla distribuzione, ma non sulla grandezza, del valore comune.

Se l'esecutore esterno ha regole ben definite e prevedibili, allora forse le parti avranno una comprensione condivisa del loro punto di disaccordo.
Con un sistema di applicazione affidabile, le parti possono poi negoziare per un risultato efficiente. C'è ancora un problema con questa logica, tuttavia, perché le parti potrebbero non negoziare in modo efficiente (in teoria o in pratica).
Un problema è che nella maggior parte dei contesti reali, il risultato predefinito ha aspetti auto-applicativi, quindi le parti devono ancora coordinarsi in qualche misura.
Quando ci sono più modi di coordinarsi in caso di inadempienza o se le parti non riescono a coordinarsi affatto, non negozieranno necessariamente per un risultato efficiente.
Inoltre, la teoria della contrattazione rivela più complicazioni per impostazioni con più di due giocatori.

2 Analisi di semplici giochi di negoziazione

Il capitolo precedente ha sviluppato alcuni dei concetti di base e il linguaggio per lo studio dei problemi di contrattazione.
In questo capitolo, si spiega come si studia la contrattazione utilizzando la teoria non cooperativa dei giochi.
Si analizzano specifiche procedure di contrattazione rappresentate da giochi in forma estesa, e si valutano i giochi usando il concetto di equilibrio perfetto di Nash.
Come si vedrà, possiamo ricondurre la forza contrattuale alla pazienza di un giocatore e alla sua capacità di fare offerte in momenti strategicamente importanti.

2.1 Ultimatum: Potere al prepotente

Il gioco di contrattazione dell'ultimatum è forse il più semplice dei modelli di contrattazione.
Un compratore e un venditore negoziano il prezzo di un quadro. Il venditore offre un prezzo e l'acquirente lo accetta o lo rifiuta, terminando il gioco.
Poiché il quadro vale 100 dollari per il compratore e niente per il venditore, il commercio genererà un surplus di 100 dollari.
Il prezzo determina come questo surplus è diviso tra il compratore e il venditore; cioè, descrive i termini dello scambio.
Sarà utile studiare il gioco di contrattazione dell'ultimatum in un ambiente astratto in cui il surplus è normalizzato a 1.

Questa normalizzazione ci aiuta a concentrarci sulle quote dei giocatori del surplus monetario; per esempio, se il giocatore 1 ottiene 1/4, allora significa che il giocatore 1 ottiene il 25% del surplus. Assumiamo un'utilità trasferibile in modo che il prezzo divida il surplus in modo lineare; così, se un giocatore ottiene m, allora l'altro ottiene 1 - m.

Sarà anche utile nominare i giocatori i e j, permettendoci di mettere il giocatore 1 o il giocatore 2 nel ruolo di fare l'offerta.

Il gioco è rappresentato in figura, sono anche raffigurati l'insieme di contrattazione e il punto di disaccordo corrispondente a questo gioco.

Il punto di disaccordo è (0, 0) perché questo payoff si verifica quando il rispondente rifiuta l'offerta del proponente.

Per trovare l'equilibrio perfetto di sottogioco del gioco dell'ultimatum, si comincia osservando che il gioco ha un numero infinito di sottogiochi.

In particolare, ogni nodo decisionale del giocatore j dà inizio a un sottogioco (che termina dopo la sua decisione).

Il giocatore j osserva l'offerta del giocatore i, tutti gli insiemi di informazioni consistono di singoli nodi.

Consideriamo il sottogioco che segue una particolare offerta di m da parte del giocatore i, dove m > 0.

Se il giocatore j accetta l'offerta, ottiene m, se rifiuta l'offerta, ottiene 0.

Pertanto, la migliore azione del giocatore j è quella di accettare.

Solo quando m = 0 il rifiuto può essere una risposta ottimale per il giocatore j, e in questo caso anche l'accettazione è ottimale (perché il giocatore j è indifferente tra le due azioni).

L'analisi indica quindi che il giocatore j ha solo due strategie sequenzialmente razionali: (sj*) accettare tutte le offerte, e (sj^) accettare tutte le offerte di m > 0 e rifiutare l'offerta di m = 0. Queste sono le uniche strategie che specificano un equilibrio di Nash per ciascuno dei propri sottogiochi.

Avendo identificato le strategie sequenzialmente razionali del giocatore j, si può facilmente determinare l'equilibrio sottogiochi perfetto del gioco dell'ultimatum.

L'equilibrio deve includere o la strategia sj* o la strategia sj^ da parte del giocatore j.

Valutiamo quale di queste strategie potrebbe far parte di un equilibrio perfetto di sottogiochi.

In primo luogo, si noti che il profilo di strategia in cui il giocatore i sceglie m = 0 e il giocatore j gioca sj* è un equilibrio di Nash del gioco.

Il giocatore i ovviamente non ha alcun incentivo a deviare da m = 0, dato che ottiene l'intero surplus sotto il profilo di strategia prescritto.

In secondo luogo, osserviamo che non esiste un equilibrio di Nash del gioco in cui il giocatore j adotta sj^.

Per vedere questo, si noti che il giocatore i non ha una risposta migliore ben definita a sj^.

Se il giocatore i sceglie m > 0, allora ottiene 1 - m, data la strategia del giocatore j.

Pertanto, il giocatore i vorrebbe selezionare il più piccolo possibile m, ma m = 0 produce un payoff di 0 contro sj^.

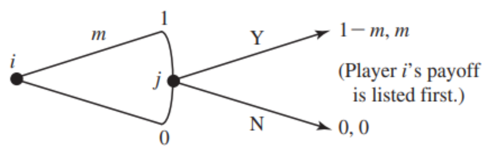
Questi fatti implicano che esiste un unico equilibrio perfetto di sottogiochi del gioco dell'ultimatum: il giocatore i sceglie m = 0, e il giocatore j sceglie sj*.

Il payoff di equilibrio è 1 per il giocatore i e 0 per il giocatore j.

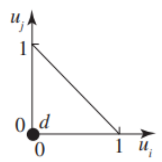
Il risultato dell'equilibrio è efficiente perché le parti realizzano i guadagni dal commercio; il loro valore congiunto è massimizzato.

Il gioco dell'ultimatum dimostra come una persona nella posizione di fare un'offerta "prendere o lasciare" eserciti un grande potere di contrattazione; in termini di soluzione standard di contrattazione, πi = 1.

Se potete mettervi in questa posizione (ad esempio, impegnandovi in qualche modo a terminare la negoziazione dopo aver considerato la vostra offerta), sarebbe saggio farlo.



Bargaining game



Bargaining set; disagreement point

2.2 Giochi a due periodi con offerte alternate: Potere al paziente

Il gioco dell'ultimatum è istruttivo e applicabile, ma è un modello troppo semplicistico della maggior parte delle negoziazioni del mondo reale.

La contrattazione generalmente segue un processo più intricato nella realtà.

La teoria può essere ampliata in molti modi, ad esempio si può modellare esplicitamente offerte e controfferte multiple delle parti nel tempo.

Infatti, in molti contesti reali, le parti si alternano nel fare offerte finché una non viene accettata. Per esempio, gli agenti immobiliari forzano abitualmente le vendite di case nella seguente procedura: il venditore pubblica un prezzo, il potenziale acquirente fa un'offerta che differisce dal prezzo richiesto dal venditore, il venditore fa una controfferta, e così via.

Offerte e controfferte richiedono tempo, nelle vendite di case, una parte può aspettare una settimana o più per un'offerta da considerare e una controfferta da restituire.

"Il tempo è denaro", potrebbe dire un agente.

In effetti, l'agente ha ragione nella misura in cui le persone sono impazienti o rinunciano a opportunità produttive durante ogni giorno passato a negoziare.

La maggior parte della gente è impaziente in una certa misura, preferisce non sopportare procedure di negoziazione prolungate, e sconta il futuro rispetto al presente.

Il modo in cui una persona sconta il futuro può influenzare la sua posizione negoziale.

Sembra ragionevole aspettarsi che un negoziatore molto paziente sia in grado di ottenere una quota maggiore del surplus rispetto a uno impaziente.

Per incorporare l'attualizzazione nei modelli di teoria dei giochi, usiamo la nozione di fattore di sconto: un fattore di sconto δ per il giocatore i è un numero usato per deflazionare un payoff ricevuto domani in modo che possa essere confrontato con un payoff ricevuto oggi, è un numero compreso tra 0 e 1.

Un valore maggiore corrisponde ad una pazienza maggiore.

Per dare un senso a questa idea, fissiamo una lunghezza di tempo che chiamiamo lunghezza del periodo.

Per semplicità, supponiamo che un periodo corrisponda a 1 settimana.

Se viene data la possibilità di scegliere, la maggior parte delle persone preferirebbe ricevere x dollari oggi (nel periodo corrente) piuttosto che avere la certezza di ricevere x tra una settimana (nel periodo successivo).

Le persone mostrano questa preferenza perché sono generalmente impazienti, forse perché vorrebbero avere l'opportunità di spendere denaro prima piuttosto che dopo.

Una persona potrebbe prendere x dollari ricevuti oggi e depositarli in un conto bancario per essere ritirati la prossima settimana con gli interessi.

Ora, si considera un gioco di contrattazione a due periodi, ad offerta alternata.

Questo gioco inizia nel primo periodo, in cui il giocatore 1 fa un'offerta m .

Dopo aver osservato l'offerta, il giocatore 2 decide se accettarla o rifiutarla.

Se l'offerta del giocatore 1 viene accettata, il gioco finisce con il giocatore 1 che riceve 1 - m1 e il giocatore 2 che ottiene m .

Se il giocatore 2 rifiuta l'offerta, allora l'interazione continua nel secondo periodo con i ruoli invertiti.

Il giocatore 2 fa una controfferta m , che il giocatore 1 accetta o rifiuta.

Si noti che se l'offerta iniziale viene rifiutata, il tempo passa prima che il giocatore 2 possa fare la sua controfferta.

Per confrontare i payoff ricevuti nel primo periodo con quelli ricevuti nel secondo periodo, moltiplichiamo questi ultimi per i fattori di sconto dei giocatori.

In particolare, se il giocatore 1 accetta l'offerta del giocatore 2 nel secondo periodo, allora il giocatore 1 ottiene $\delta 1m^2$ e il giocatore 2 ottiene $\delta 2(1 – m^2)$.

Se il giocatore 1 rifiuta l'offerta del giocatore 2, allora il gioco finisce ed entrambi i giocatori ottengono 0.

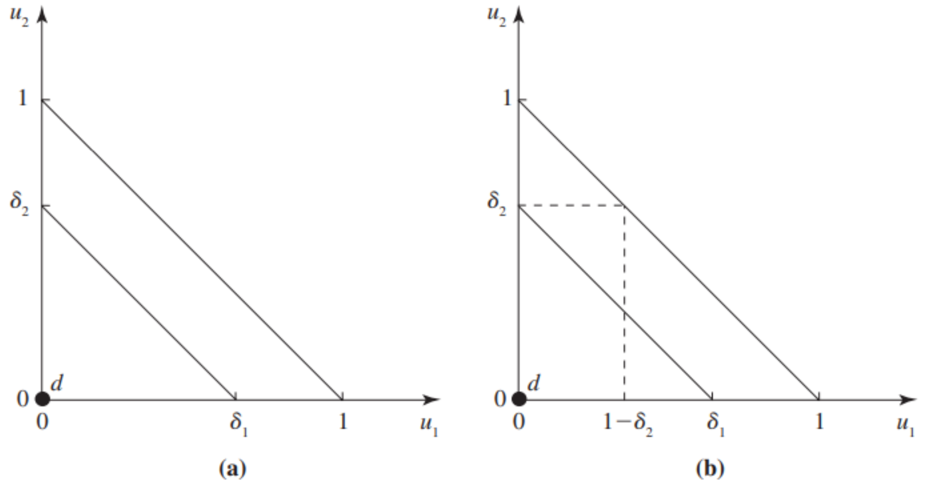
Si osservi che il gioco a due periodi, ad offerta alternata, consiste fondamentalmente nella ripetizione della struttura dell'ultimatum-game.

Nel primo periodo, i giocatori interagiscono come nel gioco dell'ultimatum, con il giocatore 1 nel ruolo di i e il giocatore 2 nel ruolo di j.

Se l'offerta viene rifiutata, il tempo passa al secondo periodo, dove i giocatori interagiscono in un vero e proprio gioco dell'ultimatum a ruoli invertiti.

Il gioco finisce dopo due periodi: se un accordo viene raggiunto nel secondo periodo, allora i payoff sono scontati rispetto al primo periodo.

L'insieme di contrattazione e il punto di disaccordo associati a questo gioco di contrattazione sono illustrati in figura.



La linea esterna rappresenta i vettori di guadagno possibili se i giocatori raggiungono un accordo nel primo periodo.

La linea interna, da $\delta 1$ sull'asse x a $\delta 2$ sull'asse y, rappresenta i vettori di payoff che possono essere raggiunti se i giocatori raggiungono un accordo nel secondo periodo.

Il punto di disaccordo (0, 0) è il payoff che risulterebbe se i giocatori non raggiungessero mai un accordo.

Il calcolo dell'equilibrio di sottogiochi perfetto di questo gioco è semplice una volta che ci si rende conto che i sottogiochi che iniziano nel secondo periodo sono già risolti dalla nostra analisi del gioco dell'ultimatum.

Se il giocatore 2 rifiuta m , allora induce effettivamente a giocare il gioco dell'ultimatum nel periodo successivo, basta osservare che a partire dal periodo 2, il gioco assomiglia esattamente al gioco dell'ultimatum, con il giocatore 2 che gioca il ruolo di i.

Si noti poi che la perfezione del sottogioco implica che il giocatore 1 accetta tutte le controfferte e il giocatore 2 sceglie m2 = 0.

I payoff non scontati in questo sottogioco sono 1 per il giocatore 2 e 0 per il giocatore 1.

Conosciamo quindi i valori di continuazione dall'inizio del secondo periodo: 1 per il giocatore 2 e 0 per il giocatore 1.

Si nota che questi valori di continuazione sono scritti dal punto di vista del secondo periodo, dalla prospettiva del periodo 1, questi valori di continuazione sono $\delta 1$=0e $\delta 2$=1.

Con questi valori, possiamo facilmente determinare la decisione ottimale del giocatore 2 in risposta all'offerta iniziale del giocatore 1.

Se il giocatore 2 rifiuta l'offerta del giocatore 1, allora il giocatore 2 otterrà l'intero surplus nel periodo successivo, che per lui vale $\delta 2$ nel periodo 1.

Pertanto, il giocatore 2 deve accettare l'offerta di m1 del giocatore 1 se $m1 > \delta 2$.

Al contrario, il rifiuto è l'unica mossa razionale se $m1 < \delta 2$.

Il giocatore 2 è indifferente tra accettare e rifiutare l'offerta se $m1 = \delta 2$.

L'analisi precedente implica che solo una cosa deve ancora essere determinata riguardo al comportamento dopo l'offerta iniziale del giocatore 1: se il giocatore 2 accetta o rifiuta l'offerta $m1 = \delta 2$.

Come nel gioco dell'ultimatum, l'unico equivoco di Nash vede il giocatore 2 accettare l'offerta che lo rende indifferente; inoltre, il giocatore 1 fa questa offerta.

Quindi, c'è un unico equilibrio perfetto del sottogioco del gioco a due periodi.

Il giocatore 1 offre $m1 = \delta 2$, il giocatore 2 accetta se e solo se $m1 \geq \delta 2$, il giocatore 2 offre sempre $m2 = 0$ all'inizio del secondo periodo, e il giocatore 1 accetta ogni offerta nel secondo periodo. L'equilibrio produce un payoff di $1 - \delta 2$ per il giocatore 1 e $\delta 2$ per il giocatore 2.

La figura fornisce un resoconto grafico dell'analisi.

Sono necessari alcuni commenti.

In primo luogo, si osserva che la pazienza è positivamente legata al potere contrattuale.

In particolare, se il giocatore 2 è impaziente (rappresentato da un piccolo valore di $\delta 2$), allora il suo payoff di equilibrio è vicino a 0.

In termini di soluzione di contrattazione standard, $\pi 2$ è vicino a 0, quindi il giocatore 1 ottiene la maggior parte del surplus da dividere.

In generale, con l'equilibrio nel gioco a due periodi e ad offerta alternata, interpretiamo il peso della contrattazione del giocatore 1 come $\pi 1 = 1 - \delta 2$ e quello del giocatore 2 come $\pi 2 = \delta 2$.

Tuttavia, anche se i giochi di contrattazione studiati finora forniscono una teoria del potere di contrattazione, non forniscono una teoria del ritardo o dell'inefficienza della contrattazione.

Questa conclusione può essere un po' insoddisfacente, perché il ritardo e l'inefficienza sono eventi regolari in contrattazioni reali.

Per esempio, quasi ogni anno c'è almeno un caso in cui un sindacato e un'azienda non riescono a raggiungere un accordo nei negoziati contrattuali, portando a uno sciopero che dura un numero sostanziale di giorni.

Forse la principale differenza tra il mondo reale e i modelli appena esaminati è che nel mondo reale le persone non sempre hanno informazioni complete l'una sull'altra, mentre qui si presume che entrambe le parti sappiano esattamente a che gioco si sta giocando (incluso conoscere i reciproci fattori di sconto).

2.3 Giochi ad offerta alternata a periodo infinito

Consideriamo ora un gioco ad offerta alternata che si svolge per un numero potenzialmente infinito di periodi: non c'è un periodo finale in cui la contrattazione ha luogo.

Questo gioco ha una proprietà speciale: i sottogiochi che iniziano in qualsiasi periodo t sono esattamente uguali ai sottogiochi che iniziano nel periodo t + 2.

In altre parole, ogni sottogioco che inizia in un periodo dispari assomiglia ad ogni altro sottogioco di questo tipo.

Questi sono giochi a periodi infiniti, ad offerta alternata, in cui il giocatore 1 fa la prima offerta. Allo stesso modo, i sottogiochi che iniziano dai periodi pari sono identici.

Anche se il gioco infinito sembra molto più complesso di quelli studiati finora in questo capitolo, servono a semplificare la ricerca di un equilibrio perfetto di sottogioco.

Si ricorda che un equilibrio perfetto di sottogioco specifica un equilibrio su ogni sottogioco. Cerchiamo un equilibrio del gioco a periodi infiniti che sia "stazionario" nel senso che un giocatore fa la stessa offerta ogni volta che è in movimento.

Si suppone anche che queste offerte siano accettate.

Per trovare un tale equilibrio, se ne esiste uno, sia m2 l'offerta che il giocatore 1 farebbe nei periodi dispari (quando ha l'offerta), e sia m1 l'offerta che il giocatore 2 farebbe nei periodi pari. Supponendo che queste offerte siano accettate in equilibrio, il vettore di payoff di continuazione da qualsiasi periodo dispari è (1 - m2, m2), e il vettore di payoff di continuazione da qualsiasi periodo pari è (m1, 1 - m1).

Questi valori di continuazione sono scritti dalla prospettiva del periodo corrente, non scontati all'inizio del gioco.

Intuitivamente, dovrebbe essere il caso che l'offerta di equilibrio del giocatore i metta il giocatore j nella posizione di essere indifferente tra accettare l'offerta e rifiutarla in favore di passare al periodo successivo.

Accettare l'offerta darebbe al giocatore j il payoff mj, scontato al periodo corrente.

Rifiutare l'offerta darebbe al giocatore j un payoff di continuazione di 1 - mi dall'inizio del prossimo periodo, che vale dj (1 - mi) in termini di payoff del periodo presente.

Indifferenza significa dj (1 - mi) = mj, e poiché questa equazione vale per entrambi i giocatori, abbiamo il seguente sistema di equazioni: 1(1 - m2) = m1 e d2 (1 - m1) = m2 .

Risolvendo queste equazioni si ottiene m1= δ1(1-δ2)/1-δ1δ2 e m2=δ2(1-δ1)/1-δ2δ1.

L'equilibrio è caratterizzato da un accordo nel primo periodo e produce un payoff di $1 - \delta 2/1 - \delta 1\delta 2$ al giocatore 1 e $\delta 2(1 - \delta 1)/1 - \delta 1\delta 2$ al giocatore 2.

Si dovrebbe verificare che il payoff di equilibrio del giocatore i aumenta all'aumentare di δi o al diminuire di δj o a entrambi.

Inoltre, usando la regola della derivata di L'Hospital, si può verificare che per $\delta 1 = \delta 2 = \delta$, questi payoffs convergono entrambi a 1/2 quando δ si avvicina a 1.

In altre parole, se i giocatori sono ugualmente molto pazienti, allora dividono equamente il surplus.

Questo risultato è caratterizzato da pesi di contrattazione uguali ($\pi 1 = \pi 2 = 1/2$) nel linguaggio della soluzione di contrattazione standard.

2.4 Contrattazione multilaterale

A volte la negoziazione coinvolge più di due parti.

Con molti giocatori al tavolo della contrattazione, c'è una varietà infinita di protocolli di contrattazione e di regole per l'accordo.

Per esempio, i membri di una legislatura devono contrattare su le specifiche e il passaggio di nuove leggi.

Le regole procedurali della legislatura descrivono (1) come i singoli membri possono essere riconosciuti per fare proposte, (2) se gli altri membri sono autorizzati a proporre emendamenti, e (3) una regola di voto che determina come i membri possono rispondere alle proposte e che dà i criteri per il passaggio in legge.

Analizziamo un semplice modello di contrattazione legislativa, dove la legislatura ha tre membri (giocatori 1-3) e c'è un numero infinito di periodi.

Immaginiamo che i tre giocatori rappresentino tre distretti in una piccola regione metropolitana.

C'è l'opportunità di finanziare un nuovo progetto (un sistema di risposta alle emergenze, per esempio) che beneficerà tutte le regioni allo stesso modo.

Per mantenere le cose semplici, supponiamo che il beneficio del progetto per ogni regione sia 1, per un beneficio totale di 3.

Il costo del progetto è 2, che può essere diviso in qualsiasi modo tra le regioni.

Si noti che il progetto crea valore, e quindi l'efficienza impone che sia finanziato.

Ogni giocatore vuole massimizzare il guadagno per la propria regione e quindi vuole abbassare la parte del costo del progetto a carico dei suoi elettori.

Questa è essenzialmente una situazione di contrattazione a tre persone, in cui i giocatori negoziano su come dividere il surplus del progetto di 1.

Supponiamo che l'interazione legislativa si svolga come segue.

In un dato periodo, un giocatore ha il diritto di fare una proposta x = (x1 , x2 , x3), dove xi denota l'importo offerto al giocatore i.

Per esempio, se x1 = 1/4, allora significa che al distretto del giocatore 1 viene chiesto di pagare 3/4 per contribuire al finanziamento del progetto, quindi il suo guadagno è 1 - (3/4).

Il giocatore 1 fa la proposta nel periodo 1, il giocatore 2 fa la proposta nel periodo 2, il giocatore 3 fa la proposta nel periodo 3, e l'ordine ciclicamente nei periodi futuri.

Dopo che una proposta è stata fatta in un dato periodo, gli altri due giocatori votano simultaneamente a favore o contro di essa.

Supponiamo che la regola di voto sia l'unanimità.

Se entrambi i giocatori votano a favore, allora la proposta passa e il gioco finisce.

Se uno o entrambi i giocatori votano contro la proposta, allora il gioco continua con un'altra proposta nel periodo successivo.

Gli emendamenti non sono ammessi, quindi abbiamo una cosiddetta legislatura a regole chiuse. Supponiamo che i giocatori scontino il futuro usando il fattore di sconto condiviso δ.

Cerchiamo un equilibrio dei sottogiochi perfetto stazionario nel modo in cui abbiamo analizzato il gioco a periodi infiniti e ad offerta alternata nella sezione precedente.

Supponiamo che, a condizione di raggiungere un determinato periodo, il proponente offra x^n al giocatore che sarebbe il prossimo a fare una proposta e offra x^1 all'altro giocatore che farebbe la proposta due periodi dopo.

Sia x^p l'importo che la proponente offre per sé stessa (cioè per il proprio distretto).

Supponiamo anche che la proposta di equilibrio sia accettata dagli altri giocatori.

Esaminiamo ora come questi valori devono essere correlati all'equilibrio.

In primo luogo si noti che sotto la nostra ipotesi di lavoro, le offerte di equilibrio sono accettate, e abbiamo $x^p + x^n + x^1 = 1$ perché i giocatori stanno contrattando su un valore totale di 1.

Poi, si noti che il proponente deve offrire almeno δx^p al giocatore che farebbe la proposta nel periodo successivo; altrimenti, questo giocatore voterebbe contro la proposta e otterrebbe x^p nel periodo successivo, quando può fare la proposta e aspettarsi che venga approvata.

Così, abbiamo $x^n \geq \delta x^p$.

Allo stesso modo, il proponente deve offrire almeno $\delta^2 x^p$ al giocatore che farà la proposta tra due periodi, perché questo giocatore ha la possibilità di rifiutare le proposte fino a quando non sarà il suo turno di fare l'offerta.

Così, abbiamo $x^1 \geq \delta^2 x^p$.

Il giocatore proponente vorrebbe ottenere il massimo possibile per il suo distretto, il che significa abbassare x^n e x^1 fino a quando queste due disuguaglianze si legano (diventano uguaglianze - ossia, $x^n \geq \delta x^p$ diventa $x^n = \delta x^p$).

Concludiamo che $x^n = \delta x^p$ e $x^1 = \delta^2 x^p$. Usando questa sostituzione nella prima equazione del precedente grafico, otteniamo $x^p + x^n + x^1 = x^p + \delta x^p + \delta^2 x^p = 1$ che si semplifica in $x^p = 1/1+\delta+\delta^2$, $x^n = \delta/1+\delta+\delta^2$ e $x^1 = \delta^2/1+\delta+\delta^2$.

Come esempio numerico, prendiamo $\delta = 1/2$, nel qual caso $x^p = 4/7$, $x^n = 2/7$, e $x^1 = 1/7$.

Allora, nell'equilibrio sottogiochi perfetto, l'offerta del giocatore 1 nel primo periodo è x = (4/7, 2/7, 1/7), che è accettata dagli altri giocatori.

Nella contingenza fuori equilibrio in cui si raggiunge il periodo 2, l'offerta di equilibrio del giocatore 2 sarebbe x = (1/7, 4/7, 2/7).

Questo semplice modello di contrattazione legislativa mostra che l'intuizione del modello a due giocatori e a periodo infinito si applica all'impostazione generale della contrattazione multilaterale. Il giocatore che fa la prima proposta ha un prezzo migliore degli altri, ma l'equità nasce quando il fattore di sconto converge verso 1.

Si può verificare rapidamente che quando δ si avvicina a 1, x^p , x^n , e x^1 convergono tutti a 1/3. Questioni importanti ancora sul tavolo sono (1) se ci sono altri equilibri oltre a quello stazionario appena caratterizzato, e (2) come il risultato dell'equilibrio potrebbe cambiare sotto diverse regole procedurali.

3 Giochi con decisione congiunte: equilibrio di negoziazione

Si intitola il capitolo precedente "Analisi di semplici giochi di negoziazione" perché i modelli ivi esaminati sono rappresentazioni molto rozze dei complessi processi attraverso i quali la negoziazione ha spesso luogo nel mondo reale.

In realtà, la contrattazione è di solito più complessa dell'alternanza di offerte e controfferte.

Per esempio, i diversi aspetti del problema della contrattazione possono essere discussi separatamente, o il processo di negoziazione può includere una sessione di *brainstorming*, o una persona può fare tutti i tipi di gesti fisici destinati a rafforzare la sua posizione di negoziazione, o le parti possono fare minacce stupide, come urlare o parlare a bassa voce o insultare il giocatore dall'altra parte del tavolo.

Nessuna di queste opzioni è inclusa nei modelli del capitolo precedente; modelli più realistici le includerebbero.

Si ricorda, comunque, che lo scopo della modellazione teorica dei giochi non è quello di descrivere completamente tutte le sfumature dell'interazione strategica, piuttosto, un'abile e utile applicazione della teoria dei giochi isola solo alcuni elementi strategici usando un modello che è abbastanza semplice da analizzare.

Per esempio, supponiamo di voler modellare una situazione in cui due partner commerciali prima contrattano su una regola di condivisione dei profitti e poi si impegnano in un'interazione produttiva.

Da sola, la componente di contrattazione può essere modellata usando un gioco ad offerta alternata.

Allo stesso modo, l'interazione produttiva può essere modellata da un gioco in cui, diciamo, le parti esercitano uno sforzo sul lavoro.

Se si combinano questi due giochi, otterremo un gioco più grande e complicato che potrebbe essere difficile da analizzare.

Inoltre, forse una caratterizzazione dei poteri di contrattazione dei giocatori è tutto ciò che vogliamo veramente dal gioco di contrattazione.

Vogliamo solo catturare l'idea che il risultato del processo di negoziazione è coerente con certi pesi di contrattazione.

Allora ha senso impiegare la soluzione standard di contrattazione al posto del gioco dell'offerta alternata.

Le relazioni contrattuali normalmente includono sia (1) fasi di interazione in cui le parti negoziano su qualcosa e (2) fasi in cui le parti lavorano indipendentemente.

Spesso ci si concentra su aspetti del secondo tipo di interazione mentre riassumiamo il risultato del primo tipo in termini di pesi di contrattazione e punti di disaccordo dei giocatori.

È quindi utile affrontare diverse componenti dell'interazione strategica a diversi livelli di dettaglio della modellazione.

Cioè, si possono studiare alcune componenti di un'impostazione strategica usando un approccio non cooperativo completo e altre componenti usando un approccio abbreviato.

In questo capitolo, si spiega come usare la soluzione standard di contrattazione come modello abbreviato di negoziazione.

3.1 Decisioni congiunte

Un modo semplice di inserire una componente di negoziazione "sommaria" in un gioco non cooperativo è quello di includere nodi di decisione congiunta nell'albero del gioco.

Un nodo di decisione congiunta è una descrizione abbreviata della negoziazione tra i giocatori su alcuni oggetti tangibili, come le regole di condivisione dei profitti, i trasferimenti monetari, o se formare una partnership.

Quindi, un nodo di decisione congiunta rappresenta un luogo nel gioco in cui i giocatori negoziano e stabiliscono un contratto.

Specifichiamo una decisione congiunta quando non vogliamo creare un modello non cooperativo completo del processo di negoziazione e quando abbiamo una teoria semplice di come la negoziazione si risolve (usando, per esempio, la soluzione standard di negoziazione).

Per rappresentare le decisioni congiunte in un albero si permette ai nodi di decisione di essere designati come nodi di decisione congiunta.

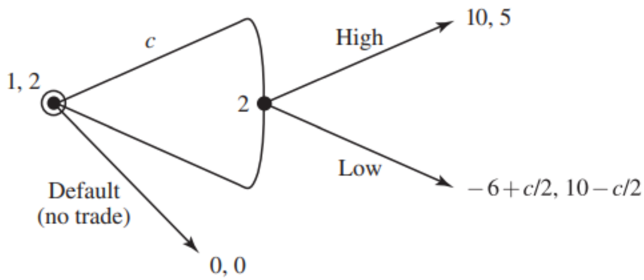
I nodi di decisione congiunta sono rappresentati graficamente da doppi cerchi per differenziarli dai nodi di decisione individuali.

Inoltre, etichettiamo un nodo di decisione congiunta con l'insieme dei giocatori che sono chiamati a prendere la decisione congiunta.

I rami rappresentano le alternative disponibili per i giocatori, come nel caso dei nodi di decisione individuale.

Inoltre, ovunque ci sia un nodo di decisione congiunta, dobbiamo designare uno dei rami come decisione predefinita, che si presume entri in vigore nel caso in cui che i giocatori non raggiungano un accordo.

Un gioco con decisioni congiunte è illustrato in figura, che è un semplice modello di contrattazione tra un'impresa fornitrice e un'impresa acquirente.



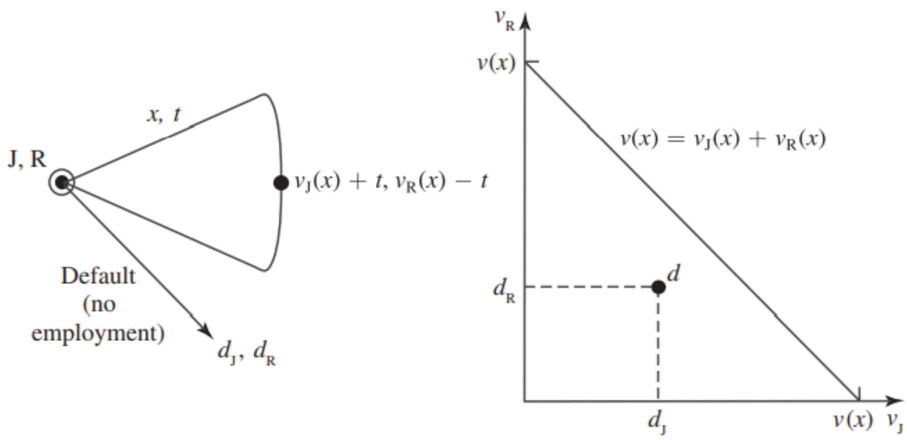
In primo luogo, si determina congiuntamente se stipulare un contratto e, in tal caso, quali danni c specificare se il fornitore (giocatore 2) viene sorpreso a fornire un bene intermedio di bassa qualità.
Se scelgono di non contrattare (che è la decisione predefinita), allora il gioco finisce e ciascuno non riceve nulla.
Se contrattano, e l'impresa 2 fornisce un bene di alta qualità, i payoff sono 10 per l'acquirente e 5 per il fornitore.
Fornendo un bene di bassa qualità, l'impresa 2 risparmia denaro.
Tuttavia, il bene di bassa qualità è inutile per l'acquirente(Queste idee sono catturate dai numeri -6 e 10) .
Ma con la probabilità 1/2, il fornitore viene scoperto e un tribunale gli riconosce un risarcimento(Questo è un pagamento di c dal fornitore all'acquirente).
Per un altro esempio, prendiamo il problema di contrattazione di Jerry e Rosemary che è stato discusso precedentemente.
Questo problema è rappresentato in figura come un gioco con decisioni congiunte.
Si noti che in questo esempio, l'albero ha solo un nodo di decisione: il nodo di decisione congiunta che rappresenta la negoziazione tra i giocatori.
La decisione predefinita è nessun impiego.
È possibile che una decisione congiunta sia presa in un insieme di informazioni che contiene più di un nodo.
Si può semplicemente collegare con linee tratteggiate (racchiudere nello stesso insieme di informazioni) diversi nodi che specificano decisioni congiunte.
Questo implica che tutti i giocatori che partecipano a una decisione congiunta abbiano le stesse informazioni quando la decisione deve essere presa.
A proposito dell'informazione per i giochi con decisioni congiunte, le regole dell'albero sono le stesse per i giochi visti nella prima parte con nodi decisionali.

In un nodo di decisione congiunta, i rami corrispondono a oggetti tangibili sui quali le parti stipulano un contratto a pronti.

Con "contratto a pronti", si intende che questi elementi sono automaticamente applicati come parte dell'accordo.

Per quanto riguarda cose come le regole di condivisione dei profitti, i tassi di salario o gli stipendi, il contratto a pronti equivale a un documento che entrambe le parti firmano.

Naturalmente, il documento (che specifica lo schema di partecipazione agli utili, il salario o lo stipendio) può certamente influenzare il comportamento futuro perché può influenzare direttamente i payoff o le opzioni future dei giocatori.



Di solito l'effetto futuro è legato all'applicazione esterna; per esempio, il documento può essere presentato a un tribunale.

Questo è il caso del gioco nella precedente figura, in cui il risarcimento dei danni c'è imposto dal tribunale.

Nel complesso, ci sono due ragioni per cui le decisioni congiunte sono un buon strumento di modellazione.

In primo luogo, usando un modello abbreviato di negoziazione, si può enfatizzare altri aspetti di una situazione strategica, pur catturando la nozione intuitiva di potere contrattuale nella risoluzione dei problemi di negoziazione.

Questo ha l'ulteriore vantaggio di aiutare a differenziare tra il processo di negoziazione e ciò su cui i giocatori stanno negoziando.

In secondo luogo, le decisioni congiunte segnano il posto in un gioco in cui la contrattazione ha luogo.

3.2 Equilibrio di negoziazione

Per analizzare i giochi generali con decisioni congiunte, combiniamo l'induzione a ritroso (più specificamente, la perfezione di sottogiochi) con la soluzione standard di contrattazione; il primo individua il comportamento nei nodi di decisione individuale, mentre il secondo identifica il comportamento nei nodi di decisione congiunta.

Dato un gioco in forma estensiva con decisioni congiunte, una specificazione del comportamento in ogni serie di informazioni è chiamata regime.

Questa è semplicemente una generalizzazione del concetto di "strategia" per includere le decisioni congiunte.

Uso la seguente definizione di equilibrio:

DEFINIZIONE. Un regime è chiamato un equilibrio di negoziazione se la sua descrizione del comportamento nei nodi di decisione individuale è coerente con la razionalità sequenziale e la sua specificazione delle decisioni congiunte è coerente con la soluzione standard di contrattazione, per dati pesi di contrattazione.

Questa definizione non è abbastanza precisa da essere chiara in ogni gioco con decisioni congiunte.

In particolare, possiamo incorrere in due problemi quando cerchiamo di costruire un equilibrio di negoziazione.

In primo luogo, dobbiamo decidere cosa si intende per "razionalità sequenziale".

Per esempio, potremmo usare l'induzione a ritroso o l'equilibrio perfetto nei sottogiochi.

In secondo luogo, come applicare la soluzione standard di contrattazione in alcuni contesti può non essere ovvio, in particolare quando non c'è utilità trasferibile.

Dunque, si pone l’attenzione su giochi in cui l'induzione a ritroso o la perfezione di sottogioco possono essere facilmente impiegati e assumendo che i giocatori possano trasferire denaro ogni volta che negoziano.

3.3 Contrattazione per incentivi ad alta potenza

Per illustrare il concetto di equilibrio negoziale, consideriamo un esempio di contratto.

Carina e Wendy desiderano iniziare una partnership commerciale.

Hanno deciso di aprire e gestire una libreria specializzata in sport, giochi, letteratura e danza. Wendy è specializzata negli investimenti, quindi si occuperà della parte finanziaria dell'azienda.

Carina, invece, grazie al suo carattere socievole non avrà problemi a indirizzare i clienti verso nuove stimolanti opere di letteratura.

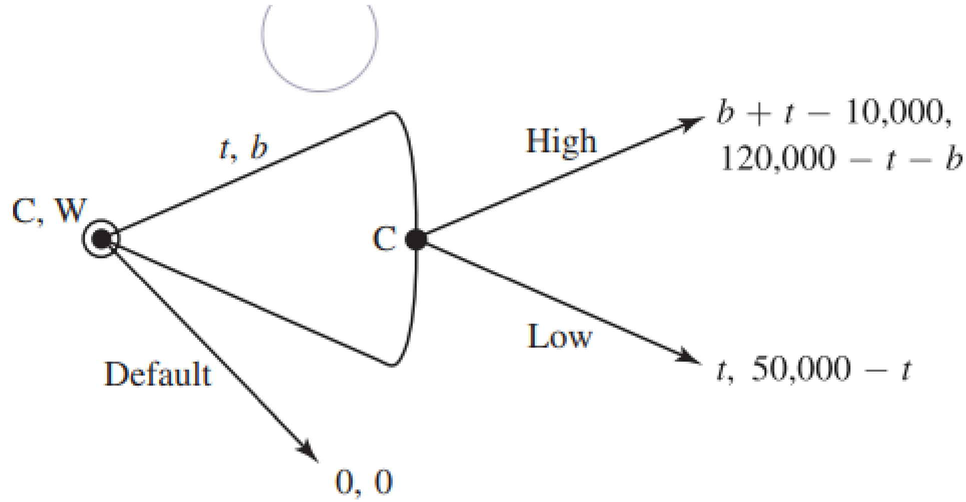
Tuttavia, Carina trova difficile chiedere alle persone di pagare effettivamente i libri.

In particolare, quando un cliente chiede una riduzione di prezzo su un libro, mantenere il prezzo regolare fa soffrire Carina di una certa disutilità.

Tuttavia, Wendy nota che la disutilità è più che compensata dal guadagno nel profitto del negozio dal mantenere una politica di "prezzo fisso".

Wendy suggerisce quindi che Carina consideri un pacchetto di compensazione che la ricompensi per aver amministrato la politica del prezzo fisso.

L'interazione tra Wendy e Carina è modellata dal gioco in figura.



In primo luogo, i soci decidono congiuntamente su un pacchetto di compensazione che consiste nel salario t di Carina e un bonus b, quest'ultimo pagato solo se Carina amministra la politica dei prezzi fissi.

Wendy ottiene il resto delle entrate dell'azienda.

La decisione predefinita è che Carina e Wendy non aprano il negozio, portando ad un payoff di zero per entrambe.

Se i giocatori raggiungono un accordo, allora Carina sceglie tra alto sforzo e basso sforzo sul lavoro.

Alto sforzo significa implementare la politica dei prezzi fissi ad un costo personale di 10.000 dollari, mentre basso sforzo significa cedere al suo istinto di essere più generosa con i clienti.

Uno sforzo elevato implica ricavi di 120.000 dollari per l'azienda; uno sforzo basso implica ricavi di 50.000 dollari.

Per risolvere questo gioco, iniziamo ad analizzare la decisione dello sforzo di Carina.

Si noti che c'è un numero infinito di nodi decisionali per Carina, uno corrispondente a ciascuna delle infinite combinazioni stipendio-bonus.

Dati t e b, Carina ha l'incentivo ad esercitare uno sforzo elevato se e solo se $b + t - 10.000 \geq t$.

Quindi, Carina sceglie uno sforzo elevato se e solo se $b \geq 10.000$.

In altre parole, Carina non eserciterà uno sforzo elevato se il suo bonus per farlo non copre sufficientemente la sua disutilità (un salario elevato non funziona).

Questa è un'idea semplice ma importante nell'area dei contratti e degli incentivi: i cosiddetti incentivi ad alta potenza, che compensano le persone in base al loro contributo diretto all'output, funzionano bene se il contributo di una persona è verificabile.

Successivamente, passiamo al nodo della decisione congiunta, che risolviamo usando la soluzione standard di contrattazione.

Si noti che se Carina e Wendy scelgono $b \geq 10.000$, nel qual caso Carina sceglierà successivamente uno sforzo elevato, allora il loro valore congiunto è $(b + t -10.000) + (120.000 - t - b) = 110.000$.

Se scelgono un bonus inferiore a 10.000, allora il loro valore congiunto è 50.000.

Poiché preferiscono congiuntamente il valore più alto, sceglieranno un bonus di almeno 10.000. Inoltre, il salario e il bonus servono a dividere il surplus di 110.000 secondo i pesi di contrattazione πC e πW dei giocatori, così che Carina ottiene $110.000\pi C$ e Wendy ottiene $110.000\pi W$.

Per esempio, supponiamo che Carina e Wendy abbiano lo stesso potere contrattuale.

Allora potrebbero scegliere $b = 10.000$ e $t = 55.000$.

In generale, con $b = 10.000$, il salario è $t = 110.000\pi C$.

Qualsiasi bonus più alto va anche bene, ma sarebbe combinato con un salario inferiore di compensazione.

Conclusione

In questo capitolo si sono analizzati vari tipi di giochi di contrattazione, rendendoli il più possibile coerenti alla realtà.

Rispetto al primo capitolo, il secondo ha l’obbiettivo di spostare l’attenzione dalla teoria alla pratica.

Gli esempi riportati sono utili per capire come tutto ciò che appartiene al mondo della teoria dei giochi può essere applicato alla vita quotidiana.

Anche se stilizzati, i giochi di questo capitolo esaltano i rapporti di forza che si creano tra due giocatori e le loro possibili soluzioni: infatti, attraverso il concetto di potere contrattuale e di efficienza si è trovata la soluzione standard di contrattazione.

Inizialmente sono stati presentati il linguaggio con il quale sono stati analizzati, e modelli di giochi molto semplici.
Successivamente sono state discusse categorie più complesse, tuttavia alcune risultano ancora troppe lontane dalla realtà.
I molteplici fattori che creano questo distacco tra i modelli e la vita reale non sono sempre chiari, al contrario, ne sono evidenti le conseguenze, come ad esempio gli scioperi.

PARTE III

1 Il modello applicato

Con questa terza e ultima parte si completa l'elaborato, ma prima di spiegare cosa tratterà questo capitolo è importante presentare una chiave di lettura degli argomenti fin qui trattati.

L’intenzione è stata quella di scendere dal generale al particolare, infatti si possono vedere questi capitoli come 3 cerchi concentrici: il cerchio più grande rappresenta la teoria dei giochi, quello intermedio la teoria della negoziazione e quello più piccolo le trattative nel settore calcistico.
I primi due capitoli, il primo sulla teoria dei giochi, il seconda sulla negoziazione, sono le basi per l’analisi del terzo e ultimo capitolo, sulle contrattazioni che intercorrono quotidianamente fra giocatori, procuratori e società nel mondo del calcio.
Nel primo capitolo sono mostrati la teoria e i modelli sui quali si basa la teoria dei giochi, nel secondo, invece, tra le infinite applicazioni possibili di questa materia è stata scelta quella della contrattazione, dunque sono presentati la teoria e i modelli di negoziazione.
Adesso, nel terzo, si focalizza l’attenzione su un settore specifico, quello del calcio.
Precisamente sulle trattative che portano al trasferimento dei giocatori da una squadra all’altra.

1.1 Protagonisti, variabili e obiettivi

I protagonisti di questo capitolo sono: I giocatori, i procuratori, i club.
I giocatori sono una categoria molto particolare, in quanto per una società possono essere paragonati tanto a dei dipendenti, quanto a dei beni.
Dunque, verranno trattati come delle società con le proprie strategie tanto quanto i club.
Possono essere dei dipendenti in quanto hanno un contratto, ma allo stesso tempo dei beni in quanto a bilancio il prezzo dei loro cartellini sarà ammortato come fossero dei beni.
I procuratori invece non sono altro che dei rappresentati dei calciatori e come tali si occupano degli interessi dei loro clienti, hanno un ruolo marginale nei rapporti che si andranno ad analizzare.
Il successo di un bravo procuratore è direttamente legato al successo dei propri giocatori, allo stesso tempo però affidarsi ad un buon procuratore aumenta le probabilità di ottenere trasferimenti e contratti migliori.
I club sono delle imprese, hanno un bilancio, degli obbiettivi e delle strategie.
Entrano in trattativa con altri club, con i quali comprano/vendono giocatori, pagando i diritti delle loro prestazioni attraverso il cartellino, e con i giocatori e i loro procuratori, con i quali dovranno trattare i termini del contratto da stipulare.
Le variabili in gioco sono molte, moltissime, dunque verranno ridotte a poche, per semplificare e rendere più chiare possibile le dinamiche in gioco.

Le variabili con le quali verranno analizzate tali dinamiche sono: il prezzo del cartellino, la durata del contratto, età del giocatore, il rinnovo e la volontà di società e giocatori di prolungare o meno il contratto, il valore tecnico del giocatore e i bilanci della società.
Il prezzo del cartellino può essere paragonato al prezzo che si legge in vetrina di un vestito o sugli annunci di un immobile, più il giocatore ha un valore tecnico elevato, è giovane, e con un contratto lungo più il prezzo del cartellino sarà elevato.
La durata del contratto influenza molto le scelte di giocatori e società, nonché il prezzo del cartellino e lo stipendio pattuito nel nuovo contratto, il rinnovo di esso è una fase molto delicata che coinvolge giocatore procuratore e società proprietaria del cartellino.
L'età del giocatore permette alla società di capire quanto e per quanto si potrà investire sul giocatore, come nel mercato dell'usato i giocatori più "vecchi" avranno prezzi del cartellino inferiori.
Il rinnovo del contratto dipende dalla volontà di prolungare e aggiornare o meno gli accordi pattuiti in passato, queste due variabili influenzano molto il futuro, il prezzo del cartellino e lo stipendio del giocatore.
Il valore tecnico è la base sulla quale le società fanno le valutazioni del giocatore, ovviamente prezzo del cartellino e contratto del giocatore saranno fortemente influenzate da esso.
I bilanci delle società influenzano la volontà di comprare/vendere giocatori, la possibilità di fare plusvalenze e di evitare minusvalenze condiziona l'operato dei club.
Gli obiettivi dei giocatori sono molti, tuttavia noi ne prenderemo in considerazione, per semplicità, uno solo: ottenere il contratto, e dunque la retribuzione, migliore possibile.
Gli obbiettivi che si analizzeranno per i club invece, sono ottenere le migliori prestazioni possibili pagando, per il cartellino e per il contratto, il meno possibile e di avere un bilancio positivo.
In questa analisi il bilancio delle società interessa relativamente: servirà solo per giustificare la volontà delle società di comprare/vendere giocatori e di fare plusvalenze.

1.2 I casi concreti

I casi che verranno analizzati sono trattative sia nate e concluse in epoche recenti, per ogni episodio verrà proposto un payoff strategico e l'apposita analisi sulle strategie e i risultati delle trattative.
I casi sono i seguenti: Robert Lewandowski dal Borussia Dortmund al Bayern Monaco (2014), Miralem Pjanic e Arthur Melo scambio tra Barcellona e Juventus (2020), Zlatan Ibrahimovic dai Los Angeles Galaxy al Milan (2020).

1.3 Il CASO LEWANDOWSKI

Nel 2013 iniziarono a circolare voci sul futuro di Robert Lewandowski, che al termine della stagione 2012/13 aveva un solo anno di contratto rimasto e non troppa intenzione di rinnovare.

Già nei giorni della finale di Champions League a Klopp, allenatore del Borussia Dortmund (BVB), fu ripetutamente chiesto del futuro dell'attaccante polacco.

La risposta, anche durante l'estate, fu sempre la stessa: *"Conto su di lui per la prossima stagione, poi si vedrà"*.

I giornali tedeschi si erano già sbilanciati e ci avevano preso: il polacco sarebbe diventato un giocatore del Bayern Monaco (BM) a parametro zero l'anno dopo.

L'ufficialità del trasferimento la diede Rummenigge, presidente del Bayern Monaco, a luglio 2013, affermando che l'obiettivo del club era prendere Lewandowski e che non avrebbe presentato comunque offerte al BVB, perché l'intenzione del club era quella di non sborsare un euro.

Poi, il 4 gennaio 2014**,** le visite mediche e la firma sul contratto**.**

Il contratto 5 milioni l'anno più bonus legati alle prestazioni nelle principali competizioni a cui parteciperanno i bavaresi.

Il triplo di ciò che guadagnava a Dortmund, 1.7 milioni, e soprattutto a Monaco ci andrà da svincolato e non per 30 milioni di euro come previsto in estate.

In questo affare ha influito molto la possibilità, per un giocatore di un talento indiscusso, di entrare in un club prestigioso che ogni anno domina le competizioni nelle quali partecipa e di aumentare notevolmente il proprio ingaggio.

Per Lewandowski scegliere di non rinnovare si è rilevata una scelta vincente in quanto, essendo un giocatore molto richiesto sul mercato, ha permesso ai club interessati di fare una vera e propria asta per lui senza dover trattare il prezzo del cartellino con il Borussia Dortmund.

Per queste ragioni ha potuto scegliere il club che preferiva e ha potuto aumentare notevolmente il suo stipendio.

Probabilmente se non fosse stato svincolato avrebbe ottenuto uno stipendio inferiore, sicuramente superiore di quello percepito a Dortmund ma comunque inferiore a quello ottenuto con queste modalità, e sicuramente non avrebbe avuto la possibilità di scegliere la sua destinazione.

Una società come il Borussia Dortmund, che ogni anno compete per i titoli nazionali con il Bayern Monaco, avrebbe sicuramente evitato, a parità di offerte ricevute per il cartellino, di vendere uno dei suoi migliori talenti ad una diretta concorrente ai titoli nazionali.
Era bensì preferibile vendere il giocatore all'estero, e tanto meno alla rivale storica per eccellenza.
L'errore del Borussia Dortmund, che ha permesso alle altre parti in causa (giocatore, e club acquirente) di avvantaggiarsi della situazione, è stato quello di portare a scadenza di contratto un giocatore tanto richiesto come Lewandowski.
Un giocatore in scadenza con molte offerte "sottobanco" acquista molta più forza nella trattativa di quanto mai possa averla con un contratto lungo alle spalle.
Per questa ragione i giocatori evitano di firmare contratti molto lunghi, almeno che non siano contratti cosi detti "faraonici": lo stesso Lewandowski nel 2016 ha firmato un quinquennale con il Bayern Monaco da 85 milioni, 15 milioni a stagione.
Tuttavia contratti di questo tipo possono rivelarsi un'arma a doppio taglio per le società.
Se un giocatore tradisce le aspettative o si infortuna gravemente, avere un contratto cosi lungo ed oneroso è un rischio.
Liberarsi di un giocatore che prende un tale stipendio non è facile, anche perché difficilmente firmerà un nuovo contratto con una nuova squadra nel quale sia previsto un accordo per la riduzione di esso.
Ovviamente il tentativo di rinnovo del contratto da parte del Borussia Dortmund c'è stato, sia quando il giocatore era in scadenza nel 2013 sia negli anni precedenti.
La possibilità che il giocatore rifiuti il rinnovo c'è sempre e va sempre prevista e presa in considerazione per un eventuale piano B, infatti l'errore del BVB è stato quello di sperare che prima o poi Lewandowski cambiasse idea e rinnovasse.
Dunque cosa avrebbe dovuto fare il Borussia Dortmund di diverso rispetto a quello che ha fatto?
Ovviamente, con il senno del poi è facile dare giudizi.
Tuttavia avrebbe potuto tutelarsi, come una qualsiasi società sportiva o non che sia dovrebbe fare, valutando tutti gli scenari possibili e pensare a quello peggiore come quello più probabile.
Nel 2012 il giocatore aveva ancora due anni di contratto, dunque aveva una forza limitata rispetto a quella che aveva nel 2013, per questa ragione il Borussia Dortmund avrebbe potuto porgli davanti due scelte: rinnovare e proseguire insieme, non rinnovare ed essere messo sul mercato.

Anche se è vero che Lewandowski nei suoi ultimi due anni al Borussia Dortmund ha avuto un exploit notevole, era comunque preferibile(forse) ottenere un ricavo, seppur ridotto dalla vendita, quando era una promessa che non ottenere nulla quando è diventato un giocatore formidabile.

In figura il seguente gioco, i valori corrispondono ai payoff nel seguente ordine BVB, Lewandoski, BM (come segnato nella adiacente legenda in basso a destra).

Nel primo nodo il BVB se decidesse di non proporre il contratto avrebbe un payoff pari a 0 e il gioco finirebbe, il giocatore infatti andrebbe a naturale scadenza senza dover fare alcuna scelta.

Al contrario se proponesse il contratto il gioco prosegue, al BVB conviene proporre il contratto nella speranza che venga accettato (per lo stesso motivo non conviene al BM) e all'attaccante conviene ricevere la proposta.

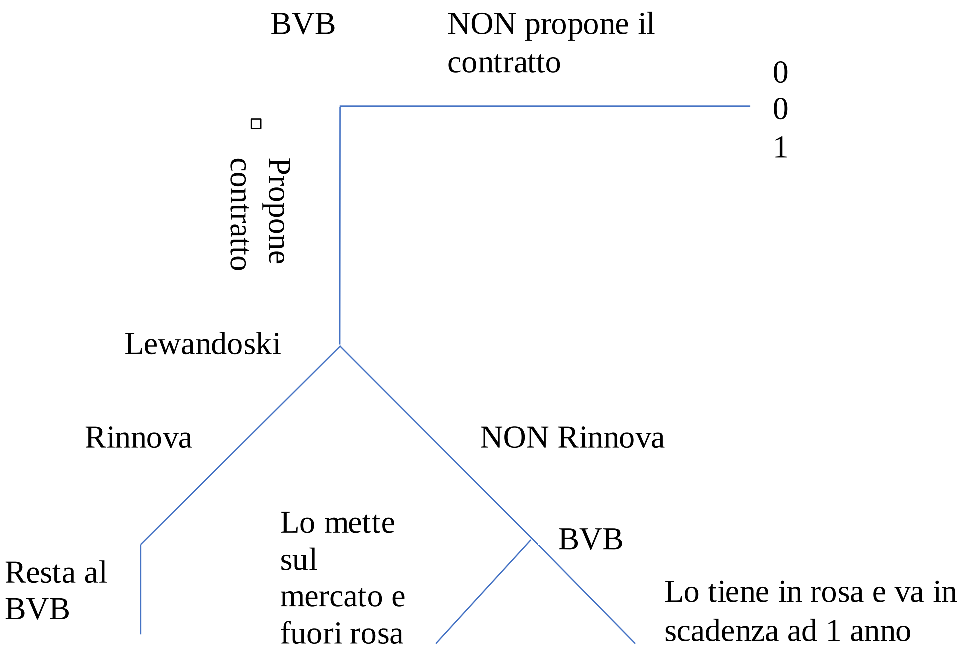
Nel nodo successivo Lewandoski deve decidere se rinnovare o meno, se rinnova decide di restare al BVB dunque aumenta il payoff del Dortmund rispetto a quello del BM (3,1,0), al contrario se non rinnova la situazione si capovolge.

Al giocatore conviene non rinnovare perché se va a scadenza di un anno acquista forza rispetto ai club, potendo chiedere contratti con stipendi più elevati.

Nel nodo successivo il BVB deve decidere se mettere sul mercato e fuori rosa il giocatore (1,0,1) oppure lo tiene in rosa e va in scadenza ad 1 anno (2,2,2).

A tal punto la squadra ha valutato più conveniente sfruttare il giocatore finchè era sotto contratto, questa scelta ha avvantaggiato però anche Lewandoski che ha potuto giocare finche era sotto contratto e firmare da svincolato, e la società bavarese che non ha dovuto pagare il prezzo del cartellino.

Gioco con ipotesi di contratto a scadenza 2 o più anni.



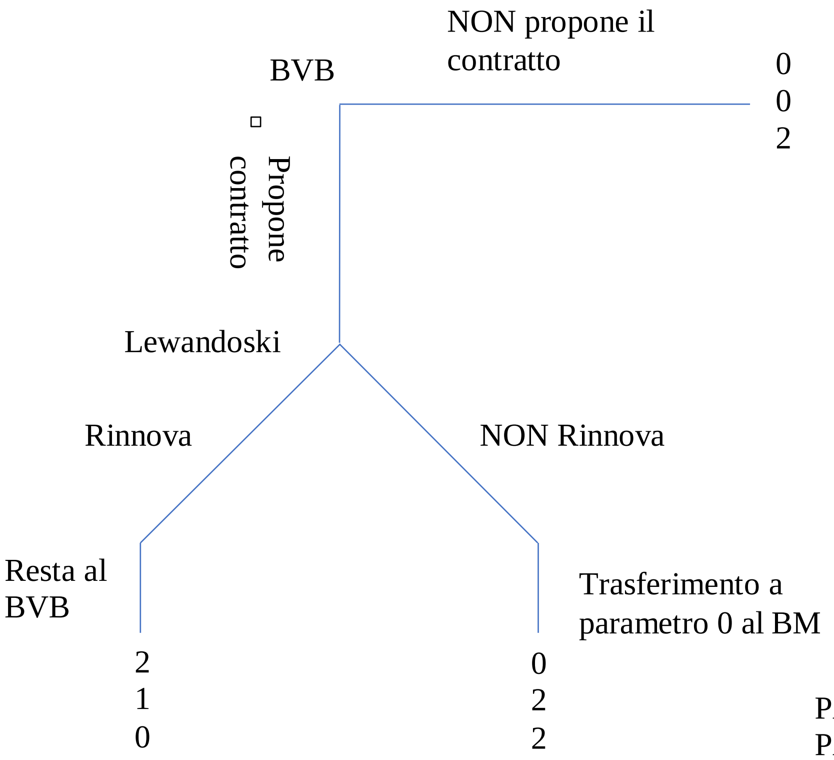
3 1 0

1 0 1

2 2 2

PAYOFF GIOCATORE 1 (BVB)
PAYOFF GIOCATORE 2 (Lewandoski)
PAYOFF GIOCATORE 3 (BM)

Gioco con ipotesi di contratto a scadenza 1 anno o meno (proseguimento del primo gioco).



PAYOFF GIOCATORE 1 (BVB)
PAYOFF GIOCATORE 2 (Lewandoski)
PAYOFF GIOCATORE 3 (BM)

Nel primo gioco (contratto a scadenza 2 anni) si ha come equilibrio di Nash per Lewandoski "non rinnova" e per il BVB "propone contratto" prima e "tiene in rosa e va in scadenza ad 1 anno" poi con payoff (2, 2, 2).

Con questa soluzione si passa al secondo gioco (scadenza 1 anno) nel quale l'equilibrio di Nash corrisponde per il BVB "propone contratto" e per Lewandoski "non rinnova" e successivamente al suo "trasferimento al BM a parametro 0" con payoff (0, 2, 2).

Questi giochi sequenziali cercano di descrivere in maniera più realistica possibile come sono andate realmente le dinamiche.

La soluzione del primo gioco, con successivo proseguimento nel secondo, è influenzata dalla valutazione che il BVB fa nel decidere se gli conviene mettere sul mercato e fuori rosa Lewandoski oppure tenerlo in rosa e sperare in un rinnovo o di venderlo.
A queste due possibilità sono state abbinate rispettivamente per il club due valori diversi (1) e (2), in quanto è evidente che il BVB ha preferito sfruttare il giocatore finche era sotto contratto invece di metterlo di fronte ad una scelta immediata.
Non si sa se tornando indietro nel tempo il BVB cambierebbe la propria scelta, in quanto seppur vero che alla fine ha perso il giocatore a parametro zero, è altrettanto vero e importante che in quegli ultimi 2 anni per la squadra Lewandoski è stato più che decisivo: una finale di champions league persa per 2-1, e due secondi posti nella Bundesliga, in entrambe le competizioni ad avere la meglio è stato proprio il BM.
Dunque se il BVB avesse valutato più conveniente venderlo con la minaccia di metterlo fuori rosa se avesse rifiutato il trasferimento (valore che varierebbe da 1 a 3 in payoff) rispetto a tenerlo e portarlo in scadenza (valore invariato di 2 in payoff) probabilmente alla fine non lo avrebbe perso a parametro 0, ma era altrettanto probabile che non avrebbe ottenuto gli stessi risultati sportivi con un sostituto.
Senza considerare che un giocatore in scadenza o messo fuori rosa può essere acquistato ad un prezzo inferiore rispetto al reale valore del suo cartellino.
Dinamica evidente nel caso Milik.
Arkadiusz MIlik nel gennaio 2021 è stato ceduto dal Napoli, club proprietario del suo cartellino, al Marsiglia.
Nell’estate del 2020 l’attaccante polacco era in scadenza con un solo anno di contratto rimanente, e rifiutò molte proposte da vari club.
Così il club partenopeo lo mise fuori rosa per 6 mesi, quando a gennaio venne venduto per 12 milioni al club marsigliese, una cifra inferiore rispetto al valore del giocatore, ma pur sempre maggiore dei 0 milioni che avrebbe ottenuto il Napoli in estate.
Alla fine il giocatore è stato quasi “costretto” ad accettare il trasferimento, in quanto stare fermo altri 6 mesi rischiava di ridurre notevolmente l’interesse per lui dei club e della nazionale polacca che parteciperà all’europeo nel 2021.

1.4 IL CASO PJANIC-ARTHUR

Il 29/06/2020 i due Club Juventus e Barcellona hanno ufficializzato uno scambio, protagonisti di tale trattativa furono rispettivamente Miralem Pjanic e Arthur Melo.

Di seguito il comunicato del club blaugrana su Arthur: "*Barcellona e Juventus hanno raggiunto l'accordo per il trasferimento di* ***Arthur*** *Melo.* ***Il club italiano pagherà 72 milioni di euro, più 10 di bonus variabili****. Il giocatore rimarrà al Barcellona fino al termine delle competizioni ufficiali della stagione 2019/2020*".

Questo, invece, il comunicato su Pjanic: "*FC Barcelona e Juventus hanno raggiunto un accordo per il trasferimento del giocatore Miralem Pjanić. Il costo dell'operazione sarà di* ***60 milioni di euro*** *più* ***5 milioni di bonus****. Il giocatore firmerà un contratto con il club per le prossime quattro stagioni, fino alla fine della stagione 2023/24, con una* ***clausola di acquisto di 400 milioni di euro****. Il giocatore rimarrà con la Juventus fino alla fine della stagione 2019/20*".

Dai due comunicati sopra citati può sembrare che le negoziazioni che hanno portato ai rispettivi trasferimenti non siano collegate, seppur le ufficialità sono state annunciate in quasi perfetta contemporaneità.

Tuttavia questo è un vero e proprio scambio, seppur ufficialmente non è cosi.

Per spiegare per quale motivo i due club hanno concluso questo scambio, però, bisogna fare un passo indietro.

Si torna al 13/06/2016 quando Pjanic per 35 milioni di euro è stato acquistato dalla Juventus, firmando un contratto quinquennale, e al 09/07/2018 quando Arthur per 39 milioni di euro è stato acquistato dal Barcellona, firmando anche lui un quinquennale.

Dunque è evidente, come il prezzo dei cartellini hanno avuto una crescita notevole.

Lo scambio, inoltre, ha permesso ai due club di fare ottime plusvalenze, e ai giocatori di aumentare i propri ingaggi.

Ovviamente anche a livello tecnico le caratteristiche dei giocatori soddisfavano i rispettivi club acquirenti, anche se, seppur giocando nello stesso ruolo, avevano caratteristiche tecniche e anagrafiche diverse.

Di seguito la tabella riassuntiva dei dati dello scambio.

	ARTHUR	PJANIC
Soldi spesi all'acquisto	39 milioni € (2018)	35 milioni € (2016)
Prezzo di vendita	70 milioni €	60 milioni €
Stipendio attuale	2,2 milioni €	7,5 milioni €

Stipendio futuro	5 milioni €	10 milioni €
Plusvalenza	40/45 milioni €	45/50 milioni €

L'efficienza di questo affare, che si vuole esaltare, sta nel fatto che i prezzi dei cartellini sono frutto di valutazioni, solitamente, coerenti con il mercato.

Eppure è evidente che in questo caso non è cosi.

Infatti la particolarità dello scambio sta proprio qui: questo tipo di trattative permette di fare valutazioni a proprio piacimento per sfruttare la differenza del prezzo di acquisto con il teorico prezzo di vendita per fare plusvalenze.

Ad esempio se Pjanic fosse stato venduto al di fuori di questo scambio con una semplice trattativa di vendita sarebbe stato veduto sicuramente ad una cifra inferiore (ad un prezzo di mercato).

Stesso discorso per Arthur, se fosse stato acquistato con una semplice trattativa di acquisto sarebbe costato molto meno.

Tuttavia "gonfiare" in questo modo i cartellini aiuta a chiudere bilanci in positivo ed a fare ottime plusvalenze ma blocca la società nel futuro.

Liberarsi, in un ipotetico futuro, di un cartellino sopravalutato precedentemente come questi non è facile, seppur gli accordi quinquennali aiuteranno le società ad ammortizzare i costi dei cartellini e nel caso della Juventus ha ridurre anche complessivamente il monte ingaggi.

Dunque, possiamo definire questo scambio sicuramente una scommessa dal punto di vista sportivo, in quanto i giocatori hanno un valore tecnico (Arthur) o anagrafico (Pjanic) inferiore (ad oggi) rispetto al loro costo, ma un'ottima azione finanziaria dal punto di vista contabile.

In figura i payoff in caso di trasferimento tramite scambio e non.

Se il Barcellona sceglie di acquistare il giocatore, alla Juventus conviene vendere (e viceversa).

Se il Barcellona sceglie di vendere il giocatore, alla Juventus conviene acquistare (e viceversa).

Se il Barcellona sceglie di acquistare e vendere, alla Juventus conviene acquistare e vendere (e viceversa).

Barcellona

Juventus

	Acquista giocatore	Vende giocatore	Acquista e vende i giocatori
Acquista giocatore	1, 1	3, 3	3, 2
Vende giocatore	3, 3	1, 1	3, 2
Acquista e vende i giocatori	2, 3	2, 3	4, 4 (trattativa conclusa tramite scambio)

Barcellona

Juventus

	Acquista giocatore	Vende giocatore	Acquista e vende i giocatori
Acquista giocatore	1, 1	3, 3	3, 2
Vende giocatore	3, 3	1, 1	3, 2
Acquista e vende i giocatori	2, 3	2, 3	3, 3 (trattativa conclusa senza scambio)

In entrambi i giochi l'equilibrio di Nash sono le azioni "acquista e vende i giocatori" per entrambi i team, la differenza sta nel fatto che mentre nel primo avviene uno scambio e un payoff di (4,4) nel secondo non avviene e si ha un payoff di (3,3).

Nel secondo gioco non si ha un solo equilibrio, bensì un equilibrio multiplo: per le due squadre a livello contabile è indifferente, in caso di conclusione del trasferimento senza scambio, solo acquistare/solo vendere equivale all'opzione acquista e vende.

Questo perché mentre a livello tecnico le due squadre possono sostituire i giocatori venduti con chi meglio ritengono opportuno, a livello contabile, invece, lo scambio permette alle due squadre di fare plusvalenze che non avrebbero mai potuto fare; nessuno sarebbe mai riuscito a vendere Pjanic ed Arthur rispettivamente per 60 e 70 milioni.

L'altra faccia della medaglia è che nessuno avrebbe mai comprato a quel prezzo i due giocatori, ma grazie a questi trasferimenti i due club sono riusciti a soddisfare le esigenze comuni sia a livello tecnico, in quanto i giocatori scambiati soddisfavano le squadre acquirenti, sia a livello finanziario, in quanto in nessun altro modo avrebbero ottenuto bilanci così positivi.

Nel gioco si è ipotizzato, dunque, che le azioni "acquista e vende i giocatori" siano le migliori.

Tuttavia se i due club non facessero lo scambio ma concludessero le trattive separatamente le azioni “vende giocatore” per una e “acquista giocatore” per un’altra e viceversa sarebbero equivalenti alle azioni “acquista e vende i giocatori” con payoff per tutte (3, 3).
A dimostrazione del fatto che se due società sono interessate ad uno o più giocatori dell’altra squadra e viceversa conviene sempre(o quasi) procedere con trattative di scambio e non con trattative separate.

1.5 IL CASO IBRAHIMOVIC

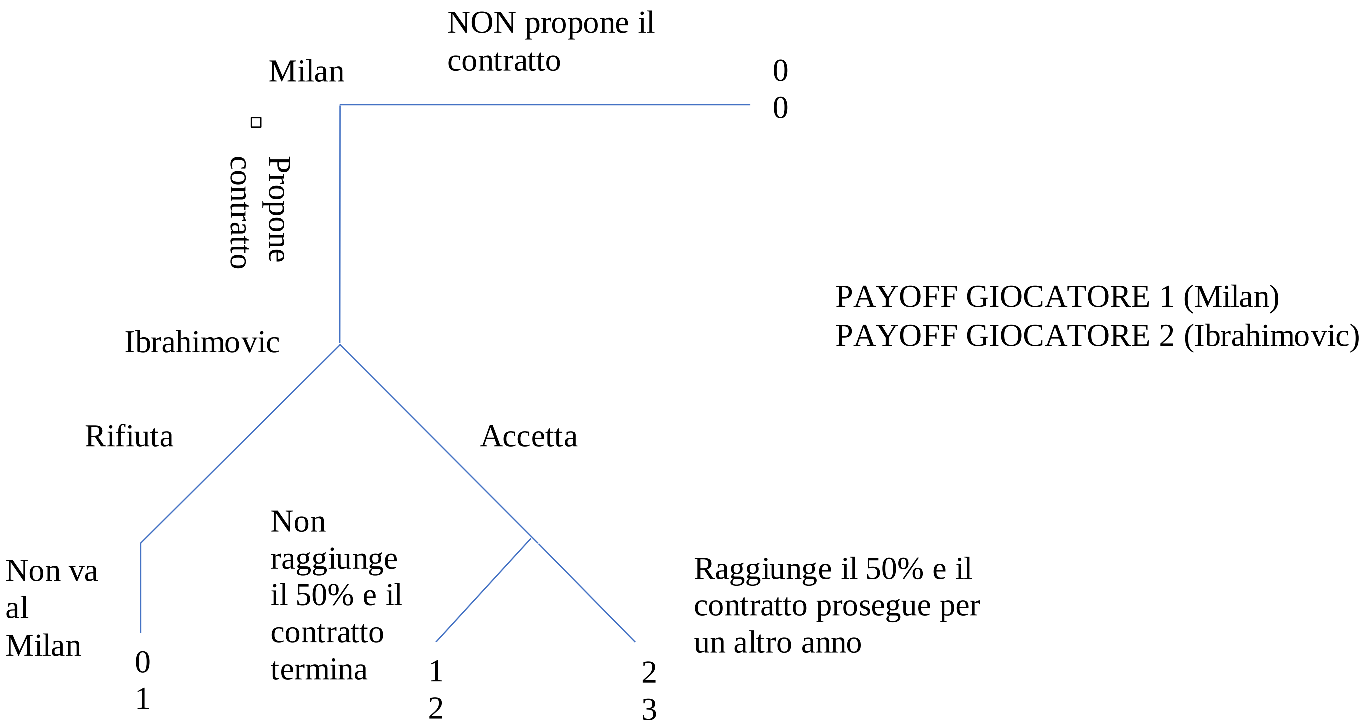
Il 27/12/19 Zlatan Ibrahimovic all’età di 38 anni è diventato un nuovo giocatore del Milan, firmando un contratto da 3,5 milioni netti per i primi sei mesi con opzione per la stagione 2020/2021, che diventa automatica al raggiungimento della quota del 50% delle presenze.
Lo stipendio una volta esercitata l’opzione aumenta a 6 milioni più bonus.
Successivamente nel 2021 ha firmato un rinnovo che lo ha legato alla maglia rossonera fino al 30 giugno 2022, a quasi 41 anni, con un compenso di 7 milioni bonus compresi.
L’attaccante svedese aveva deciso di non rinnovare con i Los Angeles Galaxy, squadra americana nel quale giocava, per avere una nuova avventura in Europa.
Generalmente, come è successo in questo caso, i giocatori “anziani” approdano nei club da svincolati o per cifre molto basse.
La carriera di un calciatore professionista termina, di solito, attorno ai 35 anni.
L’età è un fattore molto importante nella valutazione di un cartellino, più un giocatore è giovane più è costoso per la squadra che lo vuole acquistare.
Con il passare degli anni il prezzo del cartellino scende, in quanto un giocatore meno giovane ha sicuramente più esperienza ma meno atletismo, una carriera più breve, influenzata ancor di più dagli infortuni e con pochi margini di miglioramento.
Solitamente a causa di questi fattori il rendimento degli atleti in questa fase della carriera scende, ma anche negli ultimi anni i più forti possono essere tasselli importanti per il raggiungimento degli obbiettivi per i club per i quali giocano.
Dunque è evidente che si sta parlando di un giocatore ben oltre la media, e i contratti che ha firmato a questa età ne sono la prova.

Adesso si analizza per quale ragione un club come il Milan, che ogni anno vuole competere per i primi posti della Serie A (top 5 dei campionati in Europa), ha tesserato un giocatore del genere, quale tipo di contratto ha scelto di proporgli e quale ruolo all'intero della squadra gli ha affidato.
Prima, però, serve un piccolo excursus sulla parte finale della carriera dell'attaccante svedese: dopo aver per anni deciso le sorti dei campionati europei nei quali giocava, ha deciso di trasferirsi a Los Angeles dove giocano i Galaxy in MLS.
Solitamente quando un giocatore si trasferisce da uno dei Top 5 campionati europei ad uno inferiore, come in questo caso, si sta avvicinando progressivamente alla fine della sua carriera.
Nel campionato americano infatti il livello competitivo scende notevolmente, per questo motivo atleti "anziani", attirati da stipendi elevati che in Europa nessuno gli offrirebbe, decidono di trasferirsi in leghe del genere.
Dunque, seppur Ibra stava continuando a giocare a livelli elevati, non era scontato che un ritorno in Europa, in Italia, all'età di 38 anni sarebbe stato un successo.
Per queste ragioni, quando la trattiva iniziò si decise di accordarsi per un contratto di "prova": un accordo per sei mesi con opzione per il secondo che scatta solo se il giocatore gioca almeno il 50% delle partite disponibili.
Quindi la preoccupazione del Milan era quella di pagare tanto, 3,5 milioni netti per sei mesi e 6 per il secondo anno, senza avere la certezza del rendimento ma soprattutto della tenuta fisica che un giocatore di 38 anni può avere.
I dubbi del Milan erano solo in parte fondati: nei primi sei mesi salta solo 3 partite di campionato su 21 disponibili, nella seconda invece 19 su 38.
Per quanto riguarda il rendimento l'attaccante svedese si dimostra ancora una volta un fuoriclasse: in campionato 10 gol i primi sei mesi e 15 gol l'anno successivo.
Dunque, la società rossonera dopo i primi sei mesi è soddisfatta del prolungamento tramite opzione perché Ibrahimovic ha soddisfatto sia per il rendimento sia per la tenuta fisica.
Ma anche il secondo anno ha convinto, seppur saltando molte più partite dei primi sei mesi, e il prolungamento di un altro anno all'età di 41 anni a 7 milioni ne è la prova.
In figura il seguente gioco, i valori corrispondono ai payoff nel seguente ordine Milan e Ibrahimovic (come segnato nella adiacente legenda in basso a destra).
Nel primo nodo il Milan se decidesse di non proporre il contratto avrebbe un payoff pari a 0 e il gioco finirebbe, il giocatore infatti attenderebbe una offerta da un'altra squadra.

Al contrario se proponesse il contratto il gioco prosegue, al Milan conviene proporre il contratto nella speranza che venga accettato (perché reputa il giocatore utile) e all'attaccante conviene ricevere la proposta.

Nel nodo successivo Ibrahimovic deve decidere se accettare o rifiutare, al giocatore conviene accettare il contratto perché per l'età che ha è un ottimo accordo e al Milan conviene che il giocatore accetta perché reputa di aver trovato ciò di cui ha bisogno.

Una volta firmato, al giocatore e al club conviene proseguire se il giocatore raggiunge il 50% delle presenze, tuttavia questo rinnovo scatta in automatico quindi non è una decisione, ma entrambe le parti preferiscono che l'opzione si realizzi.



Nel gioco è presente solo il primo contratto firmato, quello di sei mesi con opzione, in quanto quello successivo è un semplice rinnovo di un anno, di poco interesse per questa analisi.

L'equilibrio di Nash con payoff (2,3) corrisponde alle azioni "propone il contratto" per il Milan e "accetta" e "raggiunge il 50% e il contratto prosegue per un altro anno" per Ibrahimovic.

Con un contratto di questo genere, corto ma con opzione per prolungarlo se raggiunti alcuni obbiettivi, il Milan si tutela dell'imprevedibile impatto che può avere il giocatore.

Spesso accadde che le squadre per invogliare i propri atleti a raggiungere alcuni obbiettivi inseriscano degli incentivi all'interno dei loro contratti.

In questo caso Ibrahimovic ottiene il rinnovo solo se nel periodo di “prova” dei primi sei mesi dimostra di essere ancora affidabile a livello fisico.
In questo modo la società rossonera può offrire lo stipendio al giocatore che vuole, ottenendo dall’altra parte delle garanzie sulle presenze.
Il contratto con opzione è la giusta via di mezzo per entrambe le parti: Ibrahimovic vuole firmare un contratto più lungo possibile con uno stipendio il più elevato possibile, il Milan vuole avere delle garanzie, perché solo con determinate certezze è disposta ad offrire il rinnovo a cifre elevate al giocatore.
Le alternative a questo tipo di contratto erano due: offrire sei mesi oppure due anni.
Nel primo caso se l’attaccante avesse reso bene dopo sarebbe stato più difficile e costoso trattare un rinnovo, con il rischio che altre squadre si potessero inserire nella trattativa, se invece avesse reso male sarebbe stato più difficile per il giocatore rinnovare o trovare un contratto in un’altra squadra a cifre elevate.
Nel secondo caso invece il rischio era tutto del club: l’atleta otteneva un contratto di due anni a cifre elevate in una età avanzata e il club senza garanzie di rendimento si sarebbe impegnato ad offrire un contratto molto oneroso e relativamente lungo.
Dunque è evidente come la tipologia di contratto scelta ha permesso il successo dell’operazione, perché mentre un rendimento negativo avrebbe permesso alle parti di uscire dal contratto, un rendimento positivo ha permesso alle parti di prolungarle gli accordi presi precedentemente.

CONCLUSIONI

Con tre casi concreti diversi si sono analizzati i tipi di contratti, i tipi di trasferimenti, e le varie dinamiche che intercorrono fra club e giocatori.
Attraverso giochi simultanei, sequenziali e valori di payoff sono state esplicitate le ragioni per le quali si raggiungono o meno accordi, il risultato finale delle trattative non è altro che l’equilibrio di Nash del gioco.
Nel caso Lewandoski si sono viste le possibili vie che può intraprendere una società quando un giocatore in scadenza decide di non rinnovare il contratto, è evidente come portare a scadenza di un anno un giocatore mette il club in una posizione difficile, infatti rischia di perdere il giocatore a 0, di doverlo mettere fuori rosa e/o ottenere una cifra per il cartellino inferiore al suo valore.

Dunque la società deve agire prima quando il giocatore ha ancora due anni di contratto dunque una forza contrattuale limitata rispetto a quella che avrebbe quando è in scadenza.
Nel caso Pjanic-Arthur si è visto come lo scambio può essere una forma di trasferimento utile per iscrivere plusvalenze a bilancio, oltre che un efficiente sistema di sostituzione dei giocatori.
Tuttavia plusvalenze fatte in questa modalità rischiano di bloccare futuri trasferimenti dei giocatori scambiati.
Nel caso Ibrahimovic si è visto come viene gestito, e con quale tipo di contratto, il trasferimento di un giocatore negli ultimi anni di carriera.
Anche se spesso l'acquisto avviene a parametro 0 o per cifre molto basse, i giocatori forti anche a età avanzata richiedono stipendi elevati seppur inferiori a quelli percepiti negli anni migliori.
Il contratto migliore possibile, escludendo dunque quello lungo per i motivi precedentemente esplicitati, e quello corto, è quello con opzione.
Perché permette alle parti di trovare il giusto compromesso per proseguire o meno, alle cifre pattuite, il contratto asseconda del rendimento del giocatore.
Per rendimento si intende tenuta fisica, e quindi numero di presenze, e qualità nel gioco, che solitamente per un attaccante si misura con i gol.

CONCLUSIONI

L'elaborato è stato diviso in tre capitoli, ognuno dei quali tratta argomenti diversi ma interconnessi tra di loro: il primo tratta la teoria dei giochi, ha un approccio prettamente teorico che si distacca molto dalla realtà, il secondo discute la teoria del bargaining, ed ha un livello intermedio tra realtà e concetti, il terzo parla dei rapporti contrattuali tra club e giocatori nel mondo del calcio, qui si analizzano trattive realmente avvenute, i riferimenti alla teoria servono per illustrare più adeguatamente possibile le dinamiche della contrattazione.
Dunque con il seguire degli argomenti trattati dal generale si è giunti al particolare: come affermato precedentemente è corretto immaginarsi le tre parti come tre cerchi concentrici partendo dal primo, la teoria dei giochi, cioè quello più ampio, si passa ad uno più stretto, la teoria del bargaining, fino a giungere al più piccolo, che in questo caso corrisponde al mondo del calcio.
Infatti, attraverso la teoria esplicitata nel primo capitolo, alle prime applicazioni ed agli approfondimenti del secondo, si è giunti al terzo nel quale si è potuto analizzare e applicare alle trattative (vita reale) i modelli (teoria).

Proseguendo sono emersi anche i concetti chiave che hanno in comune i vari capitoli, per riassumerli sono stati scelti i seguenti tre: razionalità, efficienza e il compromesso.
La razionalità si è visto è alla base di una qualsiasi analisi, in quanto un giocatore irrazionale è imprevedibile e rende tale qualsiasi ipotesi sul risultato finale di un gioco.
Tuttavia è utile prendere in considerazione ogni scenario anche quello in cui un giocatore possa essere irrazionale, infatti, sono stati analizzati anche giochi nei quali l'ignoranza sulla razionalità o meno di un giocatore può influenzare il risultato del gioco.
L'efficienza è l'obbiettivo da raggiungere, un risultato efficiente è quando a certe condizioni c'è un risultato migliore per le parti rispetto agli altri disponibili alle stesse condizioni.
Non sempre l'efficienza arriva, avvolte addirittura a causa delle dinamiche del gioco non è conseguibile, un risultato efficiente, infatti, è tanto ambito quanto difficile da ottenere.
Tuttavia, non è sempre così, infatti capita pure che il risultato efficiente oltre ad essere il migliore sia pure il più facile da ottenere, dipende tutto (come si è visto dai giochi presentati) dal tipo di gioco.
Il compromesso è l'accordo, solo quando le parti trovano una intesa chiudono un contratto (quando è possibile comunicare per i giocatori).
Per questo serve che le parti vengano incontro l'una alle esigenze dell'altra, anche perché se una delle due reputa che non conviene a certe condizioni il contratto non si firma.
L'arte di trovare un compromesso permette ai club ed ai giocatori nel mondo del calcio di chiuderei trasferimenti, ma allo stesso modo lega le persone nei loro rapporti interpersonali nella vita di tutti i giorni.
Se si sommano questi tre concetti chiave il risultato è il concetto di equilibrio: qualsiasi situazione di equilibrio sarà frutto della razionalità dei giocatori che arrivano a quel punto attraverso le loro scelte, sarà efficiente, seppur avvolte ne esiste un'altra a parità di condizioni migliore, e sarà un compromesso, infatti i giocatori, quando possono comunicare, cercano di ottenere il risultato migliore ma devono continuamente bilanciare le proprie richieste a quelle dell'altro.

Bibliografia

Robert Gibbons, "Teoria dei giochi", Il Mulino Manuali.

Joel Watson "Strategy an introduction to game theory", University of California San Diego Third Edition.

https://gianlucadimarzio.com/it/calciomercato-juventus-ufficiale-arthur-comunicato

https://www.goal.com/it/notizie/tradimenti-borussia-dortmund-bayern-monaco-klassiker/1grv7vn9qs3k8164r7i4hs5p9g

https://bundesitalia.com/2020/05/25/dortmund-bayern-gotze-lewandowski/

https://www.calcioefinanza.it/2014/01/06/lewandowsky-affare-bayern-beffa-real/#:~:text=Il%20contratto%20del%20bomber%20e,euro%20come%20previsto%20in%20estate.

https://www.calcionews24.com/calciomercato-juventus-ultimissime-ufficiale-l-acquisto-di-pjanic-dalla-roma-le-cifre-488065/

https://www.gazzetta.it/Calciomercato/09-07-2018/barcellona-preso-arthur-clausola-400-milioni-280489839634.shtml

uventibus.com/i-termini-dello-scambio-pjanic-arthur/

https://www.eurosport.it/calcio/serie-a/2019-2020/calciomercato-arthur-pjanic-uno-scambio-di-plusvalenze-che-conviene-a-juventus-e-barcellona_sto7786835/story.shtml

https://sport.sky.it/calciomercato/2021/01/21/milik-olympique-marsiglia-calciomercato-news

https://sport.sky.it/calciomercato/2019/12/27/ibrahimovic-milan-news-annuncio

https://www.tuttosport.com/news/calcio/serie-a/milan/2020/01/02-65090494/milan_riecco_ibrahimovic_visite_mediche_e_firma

https://quifinanza.it/lifestyle/ibrahimovic-rinnovo-stipendio/483425/

https://www.transfermarkt.it/zlatan-ibrahimovic/leistungsdatendetails/spieler/3455

http://www.andreaminini.it/teoriadeigiochi/giochi-ripetuti

http://www.aphex.it/public/file/Content20141031_APhEx10,2014TemiTeoriadeigiochiCevolani.pdf