Tesi di LAUREA MAGISTRALE

Dipartimento di IMPRESA E MANAGEMENT

Cattedra di OPERAZIONI STRAORDINARIE E VALUTAZIONE D'AZIENDA

TITOLO

"REAL OPTIONS & REAL ESTATE"

RELATORE

Prof. Eugenio Pinto

CORRELATORE

Prof. Alessandro Musaio

CANDIDATO

Emanuele Ivone

Matr. 716641

Anno Accademico 2020-2021

INDICE

INTRODUZIONE

L’analisi finanziaria tradizionale prevede che un progetto venga valutato tramite il metodo *Discounted Cash Flows* per la determinazione del Valore Attuale Netto o del Tasso Interno di Rendimento; si tratta di un approccio classico ampiamente sfruttato nell’ambito della *business valuation* che definisce il “prezzo” di un investimento attraverso l’attualizzazione dei flussi di cassa generati dallo stesso. Tuttavia, tale modello venne accantonato con il passare del tempo, data l’assenza di miglioramenti, così che vennero elaborate nuove metodologie tra gli anni ’70 e ’90: si sviluppò la *Real Options Theory (ROT).* Essa si discosta dal pensiero convenzionale secondo cui l’incertezza possa essere giudicata solamente come avversa, ma ne propone una chiave di lettura positiva associandola al concetto di opportunità; quest’ultima, infatti, conduce ad un incremento del VAN del progetto, ossia del suo valore complessivo. Dunque, la ROT definisce un metodo di valutazione gestionale degli investimenti strategici in un contesto aleatorio; fornisce la struttura teorica per considerare possibilità e minacce come opzioni reali. Di conseguenza, chi si espone all’incertezza affronta il rischio di perdite potenziali, ma può incorrere in maggiori guadagni.

La *Real Options Analysis (ROA)* si basa su due principi fondamentali: la concezione dinamica del tempo, la quale si esprime attraverso l’irreversibilità e l’opportunità di ottenere informazioni aggiuntive, e le potenzialità legate alla flessibilità manageriale e all’*uncertainty*. Il successo di un’impresa o di un progetto, tuttavia, non dipende solamente dalla capacità della direzione di reagire agli stimoli dell’ambiente esterno al fine di generare *capabilities*, ma anche dalle possibilità colte e dagli eventi negativi respinti. In tal modo, si alimenta un meccanismo di creazione e distruzione di opzioni reali attive e passive che influisce sul valore complessivo del piano o dell’azienda.

La finanza statica (DCFM), pur integrata da simulazioni sulla sensibilità di alcune variabili di input o su scenari probabilistici, non è in grado di valorizzare la flessibilità delle decisioni gestionali. Le RO, invece, rappresentano uno strumento completo di assistenza del management nell’identificazione delle *opportunities* offerte dalla pianificazione strategica e dall’analisi degli impieghi di capitale. In un contesto dinamico, l'abilità principale consisterà nel saper ottimizzare le operazioni con il trascorrere del tempo ogni qual volta vi sia la disponibilità di nuove informazioni oppure l'incertezza si risolva; per tali motivi, il valore del progetto computato attraverso l'Analisi dei Flussi di Cassa Scontati dovrà essere integrato con il *Real Options Value*.

In particolare, lo studio empirico svolto riguarda la valutazione di un investimento immobiliare di costruzione, in primis da un punto di vista classico, e, in seguito, effettuando una *ROA*. Al fine di esaminare il *real estate project* in questione, vengono illustrate inizialmente la letteratura e i fondamenti teorici attinenti.

Le opzioni reali sono così definite poiché rappresentano l'estensione della teoria delle *financial options* al "mondo tangibile" delle decisioni di impresa. Per tale motivo, nel primo capitolo vengono descritte le caratteristiche principali degli strumenti derivati asimmetrici, nonché i vari metodi di *pricing*: Black&Scholes, Metodo Binomiale e Simulazione Monte Carlo; questa sezione si conclude con un'introduzione alla valutazione progettuale e con le prime considerazioni riguardanti la differenza tra NPV statico e dinamico.

Nella seconda parte, si illustrano le varie tipologie di opzioni reali: abbandonare, espandere, contrarre, differire, scegliere, convertire, sospensione temporanea, composte; in seguito, si discute delle tecniche di analisi utilizzate in tale ambito per determinare il valore delle RO: *Adapted B&S*, Reticoli Binomiali, metodi Monte Carlo Specializzati, modelli Datar-Mathews e *Fuzzy Payoff*.

Il terzo capitolo riguarda la valutazione degli investimenti in proprietà, con un focus introduttivo sul mercato in esame, sulle modalità di impiego di capitale in tale contesto, nonché dei rischi e delle strutture caratteristici del settore; inoltre, vengono presentate situazioni pratiche in campo immobiliare, partendo da uno studio tradizionale sugli indici di profittabilità e sui flussi di cassa scontati multi-periodali, per giungere a *scenario analysis*, simulazione e utilizzo flessibile delle "*Real Estate Options"*.

Infine, nella quarta sezione, si disamina il *case study* riguardante un progetto immobiliare di costruzione; in primis, vi è la presentazione del piano, seguita da una valutazione classica dello stesso tramite report finanziari, misure di performance e DCFM. Successivamente, si svolge un'analisi in base all'incertezza associata all'investimento in questione, considerando le varie opportunità di vendita dello stabile nel tempo, la possibilità di differire l'impiego di capitale e l'esecuzione, l'opzione di scegliere tra la continuazione, l'estensione o la contrazione del piano standard, nonché la facoltà di conversione dell'edificio da residenza a spazio ufficio. Nell'ultimo paragrafo, si effettua una *Real Options Analysis* Complessa: in particolare si determina il valore dell'opzione di abbandono attraverso il modello *Fuzzy Payoff* e si utilizza la Simulazione Monte Carlo per computare il VAN dell'investimento; infine, si valuta l'espansione della scala del progetto tramite il metodo MC e l'approccio Datar-Mathews.

1. LE OPZIONI E LA VALUTAZIONE DI PROGETTO

1.1. LE OPZIONI FINANZIARIE

Le Opzioni sono strumenti finanziari che conferiscono al titolare il diritto di acquistare (*Call*) o vendere (*Put*) una specifica quantità di un asset sottostante ad una determinata data di scadenza, o entro tale, e ad un prestabilito prezzo di esercizio (*strike price*), dietro il pagamento di un premio.[1] A differenza dei contratti *forward*, i quali obbligano il soggetto ad eseguire la transazione, la facoltà d'opzione verrà esercitata solo se ne potrà trarre convenienza economica e per tale motivazione si parla di titoli derivati asimmetrici.

I contratti di opzione sono, di conseguenza, contraddistinti da diversi elementi:

- il sottostante
- lo *strike price*
- lo stile dell'opzione e la scadenza
- la facoltà di esercizio
- premio dell'opzione
- valore intrinseco e valore temporale.[2]

Il Sottostante può essere rappresentato da un'attività reale o finanziaria come ad esempio titoli azionari e obbligazionari, indici azionari, tassi d'interesse, valute, crediti, materie prime, merci. Le opzioni possono essere utilizzate per prendere posizioni lunghe o corte sull'indice di mercato o su singoli titoli, beneficiando di un eventuale rialzo o ribasso dei prezzi dei suddetti. Esse offrono all'investitore la possibilità di speculare, coprire investimenti in essere o costruire strategie. Nel panorama italiano, l'IDEM, *Italian Derivatives Market*, è il mercato degli strumenti derivati; attualmente al suo interno sono negoziati:

- contratti *futures* sugli indici S&P/MIB e MiniS&P/MIB e su singole azioni;
- contratti di opzione sull'indice S&P/MIB e su singoli titoli (iso-alfa).

---

[1] *John C. Cox, Stephen A. Ross, Mark Rubinstein, (1979), Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, Vol.7, pp. 229-263.*
[2] *Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, sixth edition.*

Le società, i cui titoli costituiscono il sottostante di opzioni quotate sull'IDEM, non sono in alcun modo coinvolte nell'emissione delle opzioni stesse, ma è Borsa Italiana a gestire le quotazioni e a regolamentare la negoziazione di questi strumenti.

Lo *Strike Price*, o prezzo di esercizio, indica il prezzo a cui l'investitore, nell'esercitare l'opzione, compra o vende il sottostante, a seconda che si tratti di una *call* o una *put*. Nel primo caso l'esercizio avverrà solo se il prezzo del sottostante sarà superiore allo *strike*; invece, nel caso di una *put*, l'opzione verrà esercitata solo se il prezzo dell'*asset* sarà inferiore allo *strike price*. Un'opzione è descritta come "*in the money*" quando l'esercizio produrrà un flusso di cassa positivo:

- *Stock Price > Exercise Price* per una *call*;
- *Stock Price < Exercise* Price per una *put*.[3]

Al contrario, una *call option* è "*out of the money*" quando *l'asset price* è minore rispetto al prezzo d'esercizio; nel caso di un'opzione *put*, quando lo *strike price* è inferiore al prezzo del sottostante. Infine, le opzioni sono "*at the money*" se i due prezzi considerati sono uguali.

Figura 1.1, "Moneyness" di una call

Fonte: Bodie Z., Kane A., Marcus A.J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition.

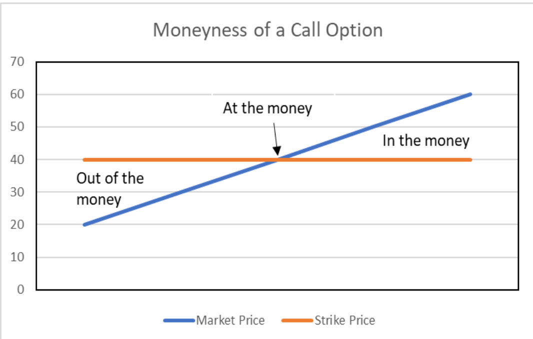
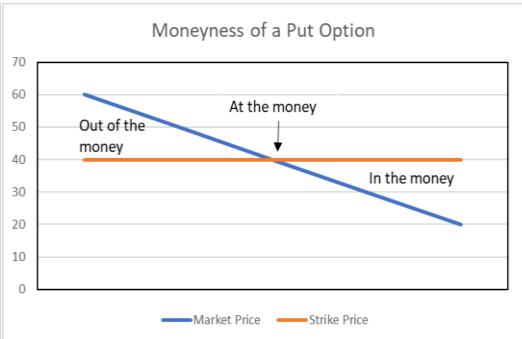


Figura 1.2, "Moneyness" di una put

Fonte: Bodie Z., Kane A., Marcus A.J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition.



Per quanto riguarda lo Stile e la Scadenza, possono essere distinte le Opzioni Europee e le Opzioni Americane. Le *European Options* permettono al possessore di esercitare la facoltà di acquistare/vendere il sottostante esattamente alla data di

[3] *Bodie Z., Kane A., Marcus A.J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition, Internatioonal Edition.*

scadenza del contratto. Diversamente, con le Opzioni di stile Americano, il titolare può far valere il proprio diritto in ogni momento fino alla data di scadenza. Le prime presentano un "margine di manovra" inferiore rispetto alle seconde, e per questo le *American* solitamente presentano un valore maggiore. In riferimento ad una *call* americana su uno *stock* che non paga dividendi, si può affermare che l'esercizio non è mai ottimale prima della "*maturity date*".

Invece, *un'American Put Option* sulla stessa tipologia di *asset*, può essere ottimale se la *put* è "*deep in the money*", ossia lo *strike price* è molto al di sopra del prezzo corrente del sottostante. Inoltre, vi è l'esistenza anche delle cosiddette Opzioni Esotiche, tra cui le più importanti sono sicuramente le *Asian Options*: in questo caso il *payoff* dipende dal prezzo medio dell'attività sottostante durante un certo periodo temporale.

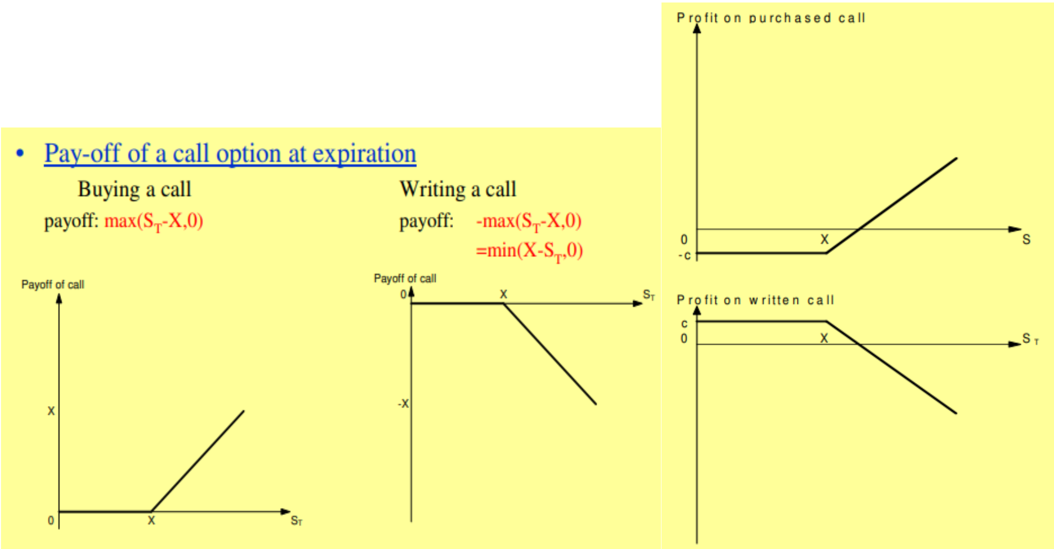
In riferimento alla Facoltà di Esercizio, essa è attribuita solo a chi ha acquistato *l'option, call o put*, e implica la trasformazione della posizione in opzioni in una posizione di acquisto/vendita sul mercato sottostante. Invece, il venditore subisce la decisione della controparte e le perdite eventuali che ne possono derivare.[4]

Il Premio dell'Opzione è il prezzo pagato all'acquisto dell'opzione stessa e che non è restituibile all'investitore, sia in caso di esercizio che nella situazione di abbandono.[5] L'acquirente di un'opzione paga il *premium* per avere il diritto di esercitare alla scadenza o entro tale i contratti stessi, mentre i venditori lo incassano. In riferimento a una *call option*, se il prezzo dell'*asset* rimane inferiore rispetto al prezzo d'esercizio, di conseguenza l'opzione non viene esercitata e scade. Il profitto netto su una *call* per il possessore è dato dalla differenza tra il valore finale dell'opzione (*Stock-Strike*) e il prezzo pagato inizialmente per essa. Il venditore di una *call option*, il quale "sottoscrive una *call*", riceve il premio contro la possibilità che gli sia richiesto in futuro di riconsegnare l'*asset* per un prezzo d'esercizio inferiore rispetto al valore di mercato del sottostante. Nel caso in cui l'opzione non viene esercitata, il venditore della *call* ha un profitto pari al prezzo di vendita iniziale dell'opzione; invece, nella situazione di esercizio della *call option*, il

[4] *Black F., Scholes M., (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, Vol. 81, pp. 637-654.*
[5] *Bodie Z., Kane A., Marcus A.J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition, Internatioonal Edition.*

profitto del cedente corrisponderà a: Premio dell'opzione – (*Stock Price-Exercise Price*). Definendo S *stock price*, X *strike price*:

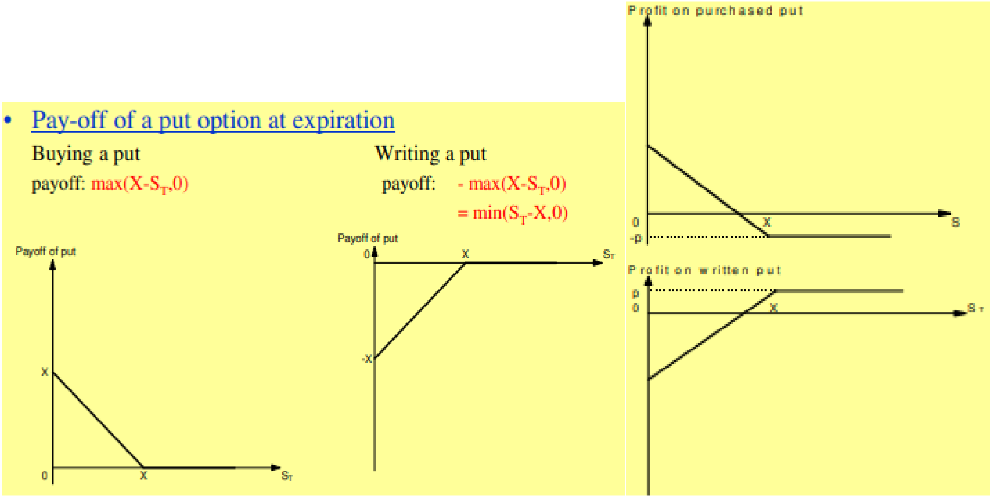
Figura 1.3, Profitto di una call, *Black F., Scholes M., (1973), Fonte: The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, Vol. 81, pp. 637-654.*



Riguardo ad una *put option*, essa verrà esercitata solamente dal momento in cui il prezzo di mercato del sottostante sarà inferiore rispetto al prezzo d'esercizio, ossia solo se il possessore può consegnare per uno *strike price l'asset* che presenta uno *stock price* minore. Il proprietario della *put* trae un profitto dato dalla differenza tra l'*exercise price* e il *market price*. Il profitto netto di un soggetto che investe in una *put option* sarà: *(Strike Price – Stock Price) – Original Investment*. Di conseguenza, l'acquirente di questa tipologia di opzione, presenta un profitto massimo illimitato e il livello maggiore di perdita legata al premio, mentre il venditore avrà un profitto massimo che corrisponde al *premium* e una perdita che può essere illimitata.[6]

[6] *Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, sixth edition.*

Figura 1.4, Profitto di una put, *Fonte: Black F., Scholes M., (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, Vol. 81, pp. 637-654.*



Infine, il valore di un contratto di opzione è composto da valore intrinseco e temporale. Il primo può essere definito facilmente:

- Opzione *call*: Prezzo del sottostante – Prezzo d'esercizio
- Opzione *put*: *Strike price – Stock Price*

Di conseguenza, l'elemento intrinseco indica di quanto un'opzione sia "*in the money*" e quindi superiore a zero, visto che le opzioni "*at the money*" o "*out of the money*" hanno *intrinsic value* uguale a zero.

Invece, l'elemento temporale è la componente di valore di un'opzione che si aggiunge alla precedente per il calcolo del *premium*. Esso rappresenta quanto un investitore sia disposto a pagare, oltre all'*intrinsic value*, sperando che il prezzo dell'*asset* si muova in modo uniforme con la posizione presa, accrescendo così il valore dell'opzione posseduta. Di conseguenza, la "quantità" temporale diminuisce quando si avvicina la scadenza.

L'*Option Value* dipende da: Prezzo del sottostante, Prezzo di esercizio, Vita residua, Tasso di interesse, Dividendi, Volatilità.[7]

[7] *Robert C. Merton, (1973), Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, pp. 141-183.*

Dal momento in cui un'opzione presenta una lunga vita residua, l'investitore potrà sfruttare tutte le opportunità di esercizio rispetto ad una *short-life option*, e di conseguenza avrà un valore più alto.

Prendendo in considerazione il tasso privo di rischio, l'aumento del tasso di interesse causa:

- un incremento del tasso di crescita atteso dello *stock price*;
- la diminuzione del valore attuale dei flussi di cassa futuri ricevuti dal possessore dell'opzione.

Entrambe queste componenti vanno a limitare il valore della *put option*; invece, il tasso di crescita aumenta quello della *call option* mentre la diminuzione del *present value* riduce il valore di tale opzione, ma il primo effetto predomina.

In riferimento ai dividendi, essi inducono un calo del prezzo delle azioni il giorno dello stacco e hanno un effetto avverso sul valore del sottostante di un'opzione, perciò un effetto positivo sul valore di una *put*, e negativo su quello di una *call*.

Infine, maggiore è la volatilità del prezzo dell'opzione, tanto più alta sarà la possibilità che lo *stock price* avrà un grande rialzo o ribasso. Il proprietario di una *call* beneficia dell'aumento dei prezzi, ma ha un *downside risk* limitato rispetto all'evento di diminuzione del valore; mentre il titolare di una *put* raggiunge profitti quando vi è una riduzione del *price*, ma presenta un rischio di ribasso limitato in caso di incremento dei prezzi.

Figura 1.5, Caratteristiche del valore dell'opzione, *Fonte: Robert C. Merton, (1973), Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, pp. 141-183.*

In caso di aumento di:	Valore CALL	Valore PUT
prezzo del sottostante	↑	↓
prezzo di esercizio	↓	↑
vita residua	↑	↑
tasso di interesse	↑	↓
dividendo	↓	↑
volatilità	↑	↑

1.2. OPTIONS PRICING

Tali fattori hanno un impatto diverso sulle opzioni, che come visto può essere positivo o negativo, a seconda che si tratti di una *call* o una *put*. Definite le diverse determinanti che influenzano *l'option value*, si analizzeranno i diversi modelli per "prezzare le opzioni", dato che il *payoff* dell'opzione stessa non ha un andamento lineare, e di conseguenza vi è necessità di determinare il suo valore di equilibrio; a causa dell'incertezza, non può essere utilizzato solamente il meccanismo di non arbitraggio, come avviene per i *forward* e i *futures*. Per l'utilizzo di questi modelli di *pricing*, sono richieste anche altre informazioni, tra cui, in primis, l'andamento dello *stock price* nel corso della vita della *option*, con lo scopo di determinare il processo stocastico che riguarda l'evoluzione del prezzo del sottostante. I *pricing models* possono essere suddivisi in due categorie: continui e discreti. Nel primo caso si assume che *l'asset price* subisca cambiamenti continuamente, mentre nella seconda situazione che le variazioni avvengano in momenti temporali precisi e che il prezzo rimanga inalterato tra due istanti successivi.[8]

Innanzitutto, si definiscono la notazione e le ipotesi che verranno utilizzate:

- S_0: prezzo corrente del sottostante
- K: prezzo d'esercizio
- T: data di scadenza dell'opzione
- t: momento t
- T-t: vita residua
- S_T: prezzo del sottostante a scadenza
- Su: prezzo dell'*asset* al tempo t, nel caso di rialzo
- Sd: prezzo dell'*asset* al tempo t, in caso di ribasso
- C: prezzo di *un'American call option*
- c: valore di una *European call option*
- P: valore di *un'American put option*
- p: prezzo di una *European put option*

[8] *Robert C. Merton, (1973), Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, pp. 141-183.*

- r: tasso privo di rischio nominale; assumiamo che r sia maggiore di zero, altrimenti un investimento privo di rischio non produrrebbe vantaggi rispetto al "*cash*".[9]

In seguito, possono essere determinati quali siano i limiti inferiori e superiori per il prezzo delle opzioni. Dal momento in cui *l'option price* si trova al di sotto oppure al di sopra di questi "confini", allora vi sono opportunità profittevoli di arbitraggio.

Come detto, una *call* dà il diritto al titolare dell'opzione di acquistare l'*asset* ad un prezzo determinato; di conseguenza, l'opzione non avrà un valore più alto rispetto allo *stock*, che rappresenterà, quindi, il limite superiore: $C \leq S0$, $c \leq S0$.

Invece, una *put* permette al possessore di vendere il sottostante ad un prezzo d'esercizio predefinito, a prescindere da quanto lo *stock price* possa diminuire, l'opzione non sarà mai valutata più dello *strike price*: $P \leq K$, $p \leq K$. Per le *European options*, alla scadenza l'opzione non può presentare un valore superiore rispetto a K, quindi non può essere valutata più del prezzo di esercizio oggi: $p \leq Ke^{-rT}$.

Considerando il limite inferiore di un'opzione *call* europea su uno *stock* che non paga dividendi, questo sarà: $S0 – Ke^{-rT}$. Dato che la situazione peggiore che si può verificare è quella in cui la *call* non viene esercitata e scade, il suo valore non può essere negativo, per cui: $c \geq \max (S0 – Ke^{-rT}; 0)$.

Diversamente, per un'opzione *put* europea su un'azione che non paga dividendi, il "*lower bound*" del prezzo sarà: $Ke^{-rT} – S0$. Poiché il valore dell'opzione non può essere negativo, di conseguenza: $p \geq \max (Ke^{-rT} – S0; 0)$.

Infine, un importante relazione che deve essere definita tra *p* e *c* è quella della *Put-Call Parity*. Considerando due portafogli distinti:

- *Portfolio* A: una *call* europea e una somma di denaro pari a Ke^{-rT}
- *Portfolio* C: una *european put option* e un *asset*.

Trattandosi di opzioni che non possono essere esercitate prima della *maturity date*, esse vengono valutate a scadenza come: $\max(S_T; K)$; dato che i portafogli devono

[9] *Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, sixth edition.*

presentare valori correnti identici, allora: $c + Ke^{-rT} = p + S_0$. Ciò mostra che il valore di una *call* europea può essere dedotto dal prezzo di una *put* del medesimo stile con stessi *strike price* e data di scadenza, e viceversa. Se l'equazione non si verifica, vi sono opportunità di arbitraggio.[10]

La *Put-Call Parity* riguarda solo le *European Options*, ma possono essere definiti dei risultati anche per il prezzo delle *American Options*; quando non sono presenti dividendi: $S0 - K \leq C - P \leq S0 - Ke^{-rT}$.

Invece, se si considera la situazione in cui vi è il pagamento di dividendi, definito D come il valore attuale dei *dividends* durante la vita dell'opzione, alcune conclusioni determinate in precedenza varieranno. I limiti inferiori per l'opzione *call* e *put* saranno differenti:

- $c \geq S0 - D - Ke^{-rT}$
- $p \geq D + Ke^{-rT} - S0$.

Si andranno a modificare anche le altre due equazioni analizzate:

- *Put-Call Parity,* $c + D + Ke^{-rT} = p + S0$
- Risultati *American Options* con dividendi, $S0\text{-}D\text{-}K \leq C\text{-}P \leq S0\text{-}Ke^{-rT}$.

1.2.1. Black & Scholes

L'approccio più utilizzato nel continuo è quello di Black-Scholes-Merton, che si basa essenzialmente su una formula matematica per il calcolo del valore di non arbitraggio di una *European option*, in cui si assume che il processo stocastico che descrive l'evoluzione del prezzo nel tempo sia un moto browniano geometrico. Le principali ipotesi di questo modello sono:

- proprietà log-normale degli *stock prices*, con μ e σ costanti
- lo *short selling* sui titoli è permesso
- il sottostante non paga dividendi

---

[10] *Bodie Z., Kane A., Marcus A.J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition, Internatioonal Edition.*

- gli *asset* sono infinitamente divisibili
- vi sono mercati efficienti e non esistono costi di tassazione o transazione
- non è consentito arbitraggio
- il *trading* dei titoli è continuo
- il tasso di interesse privo di rischio è costante e il medesimo per tutte le scadenze.[11]

B&S derivarono il modello partendo dalla costruzione di un *portfolio* che fosse, per un intervallo di tempo infinitesimo, *risk free*, utilizzando unità del sottostante e dell'opzione. In questo approccio vengono considerate diverse variabili di input: *strike price*, *stock price*, vita residua, tasso privo di rischio e volatilità. Per quanto riguarda quest'ultima, una sua diretta osservazione futura è impossibile, perciò deve essere calcolata come attesa o implicita; naturalmente un "*implied volatility*" è differente rispetto ad una volatilità storica o realizzata. Il modello Black & Scholes assume che il cambiamento percentuale del prezzo del sottostante in un periodo di tempo breve segua una distribuzione normale; definendo:

- μ: rendimento atteso del sottostante per anno
- σ: volatilità del prezzo dello *stock* per anno.

La media del cambiamento percentuale dell'*asset price* nel periodo Δt è $\mu\Delta t$ e la deviazione standard è $\sigma\sqrt{\Delta t}$, così che:

$$\frac{\Delta S}{S} \sim \phi\ (\mu\Delta t, \sigma\sqrt{\Delta t})$$

dove ΔS è il cambiamento nello *stock price* S nel periodo Δt, e $\phi(m,s)$ denota una distribuzione normale con media "m" e deviazione standard "s". Questo implica che:

$$\ln S_T \sim \phi\ [\ln S_0 + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})T, \sigma\sqrt{T}]$$

dove S_T è lo *stock price* al tempo futuro T, S_0 e quello corrente, e l'equazione mostra che S_T segue una distribuzione log-normale con:

[11] *Black F., Scholes M., (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, Vol. 81, pp. 637-654.*

- media di ln S_T: ln $S_0 + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})T$
- deviazione standard di ln S_T: $\sigma\sqrt{T}$.

Una variabile che ha questa tipologia di distribuzione può risultare in valori da zero a infinito, e grazie alle proprietà log-normali si può dimostrare che il valore atteso dello *stock price* sarà $E(S_T) = S_0 * e^{\mu T}$; inoltre la varianza del prezzo del sottostante:

$$var(S_T) = S_0^2 e^{2\mu T}(e^{\sigma^2 T} - 1).$$

Per quanto riguarda il tasso di rendimento, si definisce un "*rate*" continuo composto realizzato ogni anno nei periodi da 0 a T come x:

- $S_T = S_0 * e^{xT}$, così che
- $x = \frac{1}{T} * \ln(\frac{ST}{S0})$, e di conseguenza

$$x \sim \phi\,(\mu - \frac{\sigma^2}{2}, \frac{\sigma}{\sqrt{T}}),$$

definendo quindi il valore atteso del ritorno come $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$.

In riferimento alla volatilità dello *stock price*, essa è solitamente osservata a intervalli fissi nel tempo (ogni giorno, settimana, mese). Definendo:

- Numero di osservazioni: n+1
- *Stock price* alla fine dell'intervallo i-esimo, con i=0,1,..,n: S_i
- Lunghezza dell'intervallo di tempo in anni: τ
- $u_i = \ln(\frac{Si}{Si-1})$, per i=1,2,..,n

Il valore stimato *s* come deviazione standard di u_i è dato da:

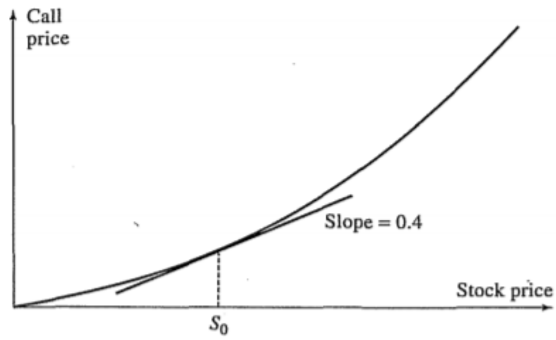
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)}(\sum_{i=1}^{n} u_i^2)^2}$$

La volatilità di "u_i" è, quindi, $\sigma\sqrt{\tau}$, e la variabile "s" rappresenta una sua stima.[12]

[12] *Robert C. Merton, (1973), Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, pp. 141-183.*

Come detto, l'equazione differenziale di BSM deve essere soddisfatta dal prezzo di ciascuna opzione dipendente da un *asset* che non paghi dividendi. Analogamente all'approccio del modello binomiale, si compone un portafoglio privo di rischio, costituito da una posizione in un "*derivative*" e una in uno *stock*; in assenza di opportunità di arbitraggio, il ritorno del *portfolio* sarà il tasso privo di rischio. La motivazione per cui esso può essere costruito è che il prezzo dell'opzione e dell'*asset* sono legati alla stessa fonte di incertezza: i movimenti dello *stock price*. In una valutazione "*risk-neutral*", il ritorno atteso del sottostante è il *risk-free* ed il payoff *atteso* del derivato viene scontato allo stesso tasso.

Figura 1.6, Relazione prezzo stock-call, *Fonte: Robert C. Merton, (1973), Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, pp. 141-183.*



Le formule di Black & Scholes per il calcolo dei prezzi al tempo zero di un'opzione *call* europea su uno *stock* che non paga dividendi e una *put* europea su un *asset* che non paga dividendi sono:

$$c = S_0 N(d1) - Ke^{-rT} N(d2)$$

$$p = Ke^{-rT} N(-d2) - S_0 N(-d1)$$

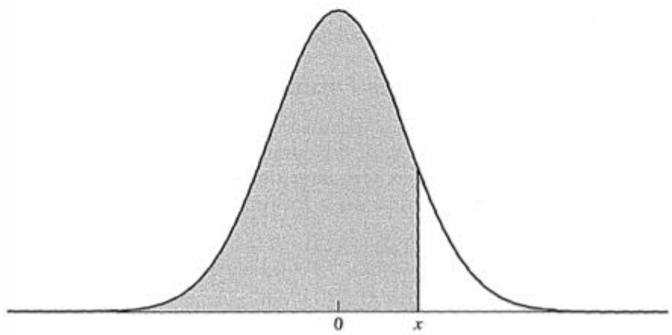
$$d1 = \frac{ln\left(\frac{S0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d2 = \frac{ln\left(\frac{S0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d1 - \sigma\sqrt{T}.$$

N(x) è la funzione di distribuzione di probabilità cumulativa per una normale standardizzata. In altre parole, rappresenta la possibilità che una variabile con distribuzione normale $\phi(0;1)$, sia inferiore rispetto a *x*. Le componenti *c* e *p* sono *call* e *put* europee, S_0 il prezzo dell'*asset* al tempo zero, *K* lo *strike price*, *r* il tasso continuo composto privo di rischio, σ la volatilità dello *stock price* e *T* il tempo alla scadenza dell'opzione.

L'area grigia rappresenta N(x):

Figura 1.7, Funzione di distribuzione di probabilità cumulativa per una normale standardizzata, *Fonte: Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, sixth edition.*



Per una buona interpretazione dei termini in equazione, si nota che la formula dell'opzione *call* può essere riscritta come:

$$c = e^{-rT}[S_0N(d1)e^{rT} - KN(d2)].$$

L'espressione $N(d_2)$ è la probabilità che l'opzione sarà esercitata in un mondo privo di rischio, tale che $KN(d_2)$ rappresenta lo *strike price* moltiplicato per la probabilità che il prezzo d'esercizio venga pagato. Il termine $S_0N(d_1)e^{rT}$ è il valore atteso di una variabile uguale a S_T se $S_T>K$ oppure a zero altrimenti, in un *risk-neutral world*. Dato che il prezzo europeo eguaglia quello americano quando non vi è la presenza di dividendi, l'equazione definisce anche il valore di un'opzione *call* americana su uno *stock* che non paga *dividends*; invece, non è stata prodotta un'esatta formula analitica per il calcolo del prezzo di *un'american put* di questo tipo.

In particolare, sono presenti diverse proprietà fondamentali nelle formule di B&S, le quali considerano cosa accade dal momento i cui i parametri raggiugono valori estremi. Quando lo *stock price* S_0 è molto ampio, un'opzione *call* quasi certamente sarà esercitata; la situazione diviene molto simile a quella di un contratto *forward* con "*delivery price*" K. Ci si aspetta che il prezzo della *call* sia: $S_0 – Ke^{-rT}$, poiché quando S_0 diventa molto grande, sia d_1 che d_2 aumentano, e $N(d_1)$ e $N(d_2)$ sono entrambi vicini al valore 1. Nel caso in cui lo *stock price* abbia una grande crescita, il prezzo di una *put* europea scende verso zero, poiché $N(-d_1)$ e $N(-d_2)$ sono entrambi prossimi a 0. Considerando la situazione in cui la volatilità tende a zero, poiché l'*asset* è virtualmente privo di rischio, il suo prezzo aumenta al tasso *r* fino a S_0e^{rT} al tempo T, e il valore della *call* oggi sarà:

$$e^{-rT}max(S_0e^{rT} - K; 0) \ = \ max\ (S_0 - Ke^{-rT};\ 0).$$

Nel caso in cui $S_0 > Ke^{-rT}$, allora $\ln(S_0/K)+rT$ sarà maggiore di zero. Dato che σ tende ad essere nullo, d_1 e d_2 tendono a $+\infty$, di conseguenza $N(d_1)$ e $N(d_2)$ vanno verso uno e l'equazione diventa: $c = S_0 - Ke^{-rT}$.

Invece, quando $S_0 < Ke^{-rT}$ ne segue che $\ln(S_0/K)+rT$ è inferiore a zero. Considerando σ tendente verso zero, d_1 e d_2 verso $-\infty$, e quindi $N(d_1)$ e $N(d_2)$ ad una quantità nulla, il valore della *call option* sarà 0. In modo simile, se σ tende a un valore nullo, il prezzo della *put* può essere calcolato come: max (Ke^{-rT} – S0; 0).[13]

Infine, vi sono casi particolari in cui si può utilizzare la formula B&S Modificata per il calcolo del valore di opzioni di tipo europeo su *paying-dividends stock*; un esempio è quello in cui si considera un *asset* che paga un flusso in entrata continuo (*dividend yield* δ costante), il cui *option price* viene determinato sostituendo, nell'equazione originale di Black & Scholes, S_0 con $S_0e^{-\delta T}$.

1.2.2. Metodo Binomiale

Il secondo metodo di *Options Pricing* analizzato sarà quello del Modello Binomiale, un approccio in tempo discreto che è stato elaborato da Cox, Ross e Rubinstein alla fine degli anni Settanta, giungendo ad una versione semplificata della formula di Black&Scholes. Il modello CRR assume che, in ogni intervallo di tempo, il prezzo del sottostante possa avere solamente due risultati, uno per l'incremento e l'altro per la riduzione (*up e down*). In questo approccio si andrà a suddividere la durata del contratto di opzione in N intervalli, ipotizzando che l'*asset*

[13] Bodie Z., Kane A., Marcus A.J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition, Internatioonal Edition.

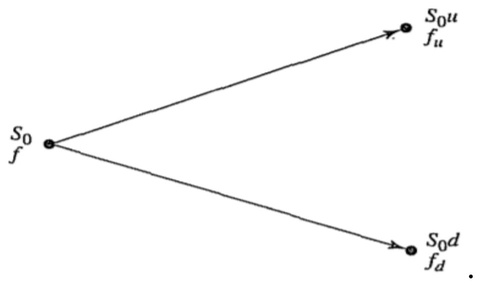
subisca delle variazioni di prezzo soltanto sul finire di ogni “sotto-intervallo”; si indica con *p* la probabilità di aumento, e con la possibilità contraria *1-p* quella di decremento. Questo metodo non richiede l’impiego di strumenti matematici complessi, poiché basato unicamente sul concetto di *probability* e costruzione di portafogli di replica. Si utilizzano i cosiddetti Alberi Binomiali, diagrammi che rappresentano le possibili e differenti “*random walks*” che il prezzo dell’azione può seguire durante la vita dell’opzione; ad ogni step, vi è una data possibilità di rialzo o ribasso dello *stock price* per una certa quantità percentuale.[14]

Inizialmente si andrà a considerare un Modello Binomiale ad Uno-step che non presenta opportunità di arbitraggio. Si compone un portafoglio costituito da un *asset* e un’opzione in proporzioni tali da rendere l’investimento privo di rischio, con un rendimento pari al tasso *risk-free*. Dato che sono presenti solamente due titoli e due situazioni future, calcolando il costo per la creazione del *portfolio* si definirà *l’option price*. Considerando un investimento del tipo:

- Posizione lunga in Δ azioni del titolo
- Posizione corta su un’opzione *call*.

Si potrà calcolare il valore di Δ che rende il portafoglio privo di rischio. Definendo *S* come prezzo dell’*asset* e *f* come prezzo dell’opzione, si determina la situazione iniziale nonché quella finale di *up* o *down*:

Figura 1.8, Reticolo binomiale per il prezzo dell’asset e dell’opzione, *Fonte: John C. Cox, Stephen A. Ross, Mark Rubinstein, (1979), Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, Vol.7, pp. 229-263.*



[14] *John C. Cox, Stephen A. Ross, Mark Rubinstein, (1979), Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, Vol.7, pp. 229-263.*

Si suppone, quindi, che l'*option* scada al tempo T e che durante la sua vita il valore del sottostante si muova da S_0 ad un livello superiore S_u, dove u >1, oppure verso il basso a S_d, con d<1, e allo stesso modo, il *payoff* dell'opzione sia f_u in condizioni favorevoli e f_d in circostanze negative. In seguito, considerando il portafoglio costituito da una posizione lunga in azioni del titolo e una corta sull'opzione, si calcola il valore di Δ che, come detto, serve a costruire l'investimento privo di rischio, il cui valore alla fine della vita dell'opzione, nelle due situazioni, sarà:

1. $Up: Su * \Delta - fu$
2. $Down: Sd * \Delta - fd.$

Esse sono uguali quando: $S_u*\Delta - f_u = S_d*\Delta - f_d$, e di conseguenza: $\Delta = \frac{fu-fd}{Su-Sd}$. Il rendimento del portafoglio sarà il *risk-free interest rate*; l'equazione mostra che il Δ rappresenta il rapporto tra la variazione del prezzo dell'opzione e il cambiamento del prezzo del sottostante. Denotando il tasso privo di rischio come *r*, il valore attuale dell'investimento sarà: $(S_u*\Delta - f_u)*e^{-rT}$. Il costo per costruire il *portfolio* è $S_0*\Delta - f$, e di conseguenza: $S_0*\Delta - f = (S_u*\Delta - f_u)$.[15]

Da queste considerazioni, le equazioni che seguono permettono ad un'opzione di essere valutata quando i movimenti di prezzo del sottostante sono dati da un albero binomiale a uno-step:

- $f = e^{-rT}[p * fu + (1-p) * fd]$
- $p = \frac{e^{rT}-d}{u-d}$.

Perciò la probabilità di un movimento verso l'alto sarà "p" e di un ribasso "1-p", così che il *payoff* dell'opzione corrisponderà a: $p*f_u + (1\text{-}p)*f_d$; questo valore scontato al tasso privo di rischio rappresenta il prezzo dell'opzione oggi. Analizzando il rendimento del sottostante, il valore atteso dell'*asset* al tempo T è dato da: $E(S_T) = p*S_u + (1\text{-}p)*S_d$; sostituendo *p* a questa equazione otteniamo: $E(S_T) = S_0*e^{rT}$. Ciò dimostra che il prezzo del sottostante cresce in media al *riskfree rate*, e che, di conseguenza, si sta operando in un "*risk-neutral world*", in cui gli investitori non richiedono una remunerazione aleatoria. Il principio generale è

[15] *Phelim P. Boyle, (1988), A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables. Journal of financial and quantitative analysis, Vol. 23.*

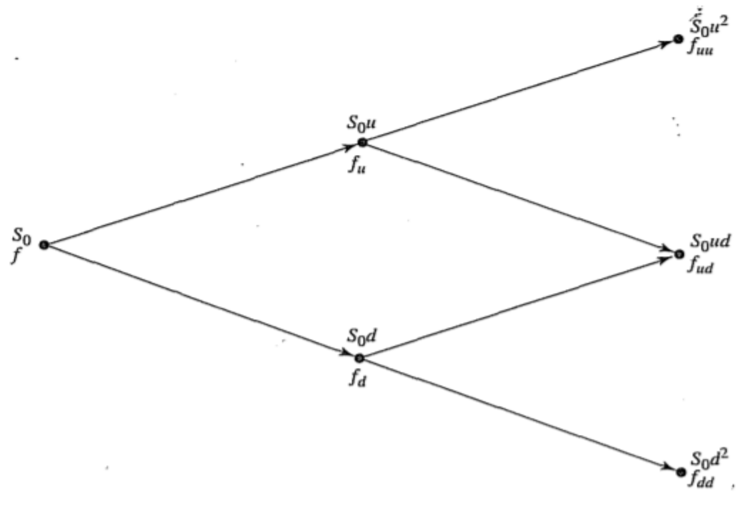
quello della "valutazione senza rischio" quando si prezzano le opzioni, i cui risultati sono corretti non solo in tale "mondo", ma anche in altri. Quindi, la *risk-neutral probability* è una misura di probabilità sotto la quale il prezzo di non arbitraggio di un'attività finanziaria è pari al suo valore atteso futuro scontato al tasso privo di rischio.

Guardando al Modello Binomiale a Due-periodi per il *pricing* delle opzioni:

- nel caso delle *European options*, si parte dai nodi finali dell'albero fino a raggiungere quello iniziale;
- nella valutazione delle *American options*, si opera a ritroso lungo il reticolo, eseguendo un test ad ogni step per comprendere se l'esercizio anticipato sia ottimale.

Considerando un'analisi che riguardi anche i dividendi, lo *stock price* sarà uguale al *present value* dei dividendi stessi, e dopo il loro pagamento il valore dell'*asset* diminuirà; per un'opzione europea con "*div. yield δ*", il dividendo in questo modello è pagato nel secondo periodo.[16]

Figura 1.9, Reticolo binomiale 2-step, *Fonte: John C. Cox, Stephen A. Ross, Mark Rubinstein, (1979), Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, Vol.7, pp. 229-263.*



Il prezzo iniziale del sottostante è S_0 e ad ogni nodo può presentare un rialzo "u" oppure un ribasso "d" (per esempio se vi sono due movimenti verso l'alto, il valore

[16] *Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, sixth edition.*

dell'opzione sarà f_{uu}). Si considerano poi *r* tasso privo di rischio e Δt come la durata temporale di uno step. Di conseguenza:

- $f \ = e^{-r\Delta T}[p * fu \ + \ (1-p) * fd]$
- $p = \frac{e^{r\Delta T}-d}{u-d}$.

Attraverso diverse sostituzioni si giunge a:

$$f \ = e^{-2r\Delta T}[p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}].$$

Anche in questo contesto vale il principio di valutazione senza rischio; le variabili p^2, $2p(1-p)$ e $(1-p)^2$ sono le probabilità che verranno raggiunte nei nodi finali nei casi "*upper, middle, lower*". Il valore delle opzioni sarà uguale al *payoff* atteso scontato al *riskfree rate*.

Quando si costruisce un albero binomiale per rappresentare i movimenti dello *stock price*, si scelgono i parametri *u* e *d* per "abbinare" la volatilità del prezzo del sottostante. In un mondo reale, si suppone che il ritorno atteso sull'*asset* sia μ, la sua volatilità σ e la probabilità di un "*up movement*" p_w. Il valore atteso del sottostante alla fine dello step sarà $S_0e^{\mu\Delta t}$, e *l'expected stock price* derivante dall'albero per questo periodo corrisponderà a: $p_wS_u + (1-p_w)S_d = S_0e^{\mu\Delta t}$, da cui $p_w = \frac{e^{\mu\Delta t}-d}{u-d}$.

La volatilità σ del prezzo dell'*asset* viene utilizzata per il calcolo della deviazione standard $\sigma\sqrt{\Delta t}$ del rendimento sul valore dello *stock* in un breve periodo di tempo Δt; invece la varianza sul ritorno sarà $\sigma^2\Delta t$. Attraverso diverse sostituzioni si giunge all'uguaglianza: $e^{\mu\Delta t}(u+d) - ud - e^{2\mu\Delta t} = \sigma^2\Delta t$; quando i termini Δt^2 e potenze più elevate di Δt vengono ignorati, una soluzione a tale equazione è:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}.$$

1.2.3. Simulazione Monte Carlo

L'ultimo approccio analizzato per *l'option pricing* è la Simulazione Monte Carlo, che assume un ambiente neutrale al rischio e in cui si generano una serie di possibili andamenti del prezzo del sottostante per calcolare il valore di un'opzione. Conseguentemente si definiscono tutti i possibili *payoff*, i quali sono attualizzati per la determinazione *dell'option price*. Alla base di questo modello vi è la generazione di numeri casuali e l'utilizzo di un algoritmo che permetta di creare un campione di valori coerenti con il possibile andamento del prezzo dell'*asset*.[17] La simulazione Monte-Carlo è un processo stocastico, in cui potrebbe sembrare che *l'underlying price* segua un generale "*Wiener process*", caratterizzato da un tasso atteso di deriva e un tasso di varianza costanti. Tuttavia, la procedura di Wiener fallisce nel catturare l'aspetto chiave che riguarda gli *stock prices*, poiché considera la percentuale di ritorno atteso richiesto dall'investitore come indipendente rispetto al valore del sottostante. Chiaramente, l'ipotesi che "*l'expected drift rate*" sia fisso è inappropriata e vi è il bisogno di sostituirla con una diversa *assumption*: il ritorno atteso è costante (tasso di deriva previsto diviso per il prezzo dell'*asset*). Se S è lo *stock price* al tempo t e *l'expected drift rate* per S è μS per un certo parametro fisso μ, ciò significa che in un intervallo di tempo corto Δt l'aumento atteso del prezzo sarà $\mu S\Delta t$, dove μ rappresenta il tasso previsto di rendimento del titolo. Se la volatilità del valore dell'*asset* è sempre zero, il modello implica che $\Delta S = \mu S\Delta t$, e se Δt tende a zero allora $dS = \mu Sdt$. Integrando un tempo tra 0 e T, si giunge a:

$$S_T = S_0 e^{\mu T},$$

dove S_0 e S_T rappresentano lo *stock price* al tempo 0 e T. L'equazione mostra che quando la varianza è zero, il prezzo del sottostante cresce ad un interesse composto continuo μ per unità di tempo. In realtà, naturalmente, il valore del titolo presenta volatilità, quindi un'ipotesi ragionevole vede che la variabilità della percentuale di rendimento in un breve periodo di tempo Δt sia la stessa che riguarda *l'asset price*, tale che:

---

[17] *Phelim P. Boyle, (1977), Options: A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics, Vol. 4, pp. 323-338.*

$$dS = \mu Sdt + \sigma Sdz,$$

dove σ è la volatilità del prezzo e μ il tasso di rendimento atteso. Il metodo MC quindi è una procedura per il campionamento random di risultati per il "*process*"; viene utilizzato anche per comprendere la natura del processo del valore sottostante in equazione.[18]

Quando utilizzata per il *pricing* di un'opzione, la simulazione Monte-Carlo si fonda su una valutazione priva di rischio. Si campionano i vari "percorsi" per ottenere il *payoff* atteso e scontarlo al tasso *risk-free*. Considerando un derivato dipendente da una variabile di mercato *S* che produce un profitto al tempo *T*, e assumendo che i tassi di interesse siano costanti, possiamo valutare l'opzione in questo modo:

1. Campionare un percorso random per *S* in un mondo *risk-neutral*
2. Calcolare il *payoff* del derivato
3. Ripetere gli steps 1 e 2 per ottenere diversi campioni di valore del *payoff* dell'opzione in un mondo privo di rischio
4. Calcolare la media del campione di profitti per ottenere una stima del *payoff* atteso in un *risk-neutral world*
5. Scontare il profitto previsto al tasso *risk-free* per calcolare una stima del valore dell'opzione.

Supponendo che il processo seguito dalla variabile di mercato sottostante sia:

$$dS = \hat{\mu} Sdt + \sigma Sdz,$$

dove dz è un *Wiener process*, μ rappresenta il ritorno atteso e σ la volatilità. Per simulare il percorso di S, si divide la vita dell'opzione in N brevi intervalli di lunghezza Δt e si definisce l'equazione:

$$S(t + \Delta t) - S(t) = \hat{\mu} S(t)\Delta t + \sigma S(t)\epsilon\sqrt{\Delta t},$$

in cui S(t) denota il valore di S al tempo t, ε è un campione random da una distribuzione normale con media zero e deviazione standard 1.[19] Ciò, permette di

[18] *Phelim P. Boyle, (1977), Options: A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics, Vol. 4, pp. 323-338.*
[19] *Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, sixth edition.*

calcolare il prezzo di S al tempo Δt partendo dal suo valore inziale. Quindi, un processo di simulazione si basa sulla costruzione di un percorso completo per la variabile S utilizzando N campioni random da una distribuzione normale. Nella pratica, però, solitamente è più accurato simulare ln(S) rispetto ad S; partendo da Lemma di Ito, il processo seguito da ln(S) è:

$$S(t+\Delta t) = S(t)\exp\left[\left(\hat{\mu}-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t+\sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}\right].$$

Questa formula è utilizzata per costruire il *path* di S. Il vantaggio di ln(S) è che segue un processo generale di Wiener e ciò significa che l'equazione:

$$\ln S(T) - lnS(0) = \left(\hat{\mu}-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+\sigma\epsilon\sqrt{T}\ ,$$

è vera per ogni T. Ne segue che:

$$\mathrm{S(T)} = S(0)\exp\left[\left(\hat{\mu}-\frac{\sigma^2}{2}\right)T+\sigma\epsilon\sqrt{T}\right].$$

Questa espressione può essere usata per valutare i derivati che forniscono un profitto non standard al tempo T, ma anche per un "*check*" delle formule di B&S. Il vantaggio chiave della simulazione MC è che può essere utilizzata quando il *payoff* dipende dal percorso seguito dalla variabile sottostante S, così come quando è legato solo al valore finale di questa componente. Invece, lo svantaggio di tale metodologia è che si presenta come "*time consuming*" dal punto di vista dei calcoli e difficilmente può essere applicata a situazioni in cui vi è l'opportunità di esercizio anticipato.

Un'approssimazione del campione da una distribuzione normale standardizzata univariata può essere ottenuta con la formula:

$$\epsilon = \sum_{i=1}^{12} Ri - 6$$

dove R_i ($1 \leq i \leq 12$) sono numeri random indipendenti tra 0 e 1, e ε è il "*required sample*" da ϕ(0; 1). Quando due campioni correlati ε_1 e ε_2 da distribuzioni normali standard sono richiesti, viene seguita una procedura adeguata; i campioni indipendenti x_1 e x_2 da una distribuzione normale standard univariata sono ottenuti come descritto, invece i *required samples* ε_1 e ε_2 vengono calcolati come:

$$\epsilon 1 = x1$$

$$\epsilon 2 = px1 + x2\sqrt{1 - p^2},$$

dove ρ è il coefficiente di correlazione. Generalmente, si considera la situazione in cui si richiedono "n" campioni da distribuzioni normali con una correlazione tra *i* e *j* che è ρ_{ij}. In primis, si campionano le *n* variabili indipendenti x_i ($1 \leq i \leq n$) da distribuzioni normali standard univariate e i *required samples* ε_i ($1 \leq i \leq n$) sono definiti come:

$$\epsilon 1 = \alpha 11 x1$$

$$\epsilon 2 = \alpha 21 x1 + \alpha 22 x2$$

$$\epsilon 3 = \alpha 31 x1 + \alpha 32 x2 + \alpha 33 x3;$$

si scelgono i coefficienti α_{ij} così che le correlazioni e le varianze sono corrette. Questa procedura è conosciuta come Decomposizione Cholesky.

L'accuratezza del risultato dato dalla simulazione Monte-Carlo dipende dal numero di prove. Solitamente, si calcola la deviazione standard in maniera simile alla media dei *payoffs* scontati dati dai test di simulazione. Denotando la media come μ e la volatilità ω, la variabile μ rappresenta la stima di simulazione del valore del derivato. L'errore standard nell'estimazione sarà:

$$\frac{\omega}{\sqrt{M}}$$

dove M è il numero di prove. Un intervallo di confidenza del 95% per il prezzo *f* dell'opzione sarà dato da:

$$\mu - \frac{1{,}96\omega}{\sqrt{M}} < f < \mu + \frac{1{,}96\omega}{\sqrt{M}}.$$

Questo mostra come l'incertezza che riguarda il valore del derivato sia inversamente proporzionale alla radice quadrata del numero di test. La simulazione MC tende ad essere numericamente più efficiente rispetto ad altri metodi quando ci sono almeno tre variabili stocastiche; un vantaggio di questo approccio è che può fornire un errore standard per la stima che produce, un altro è che può adattare processi stocastici complessi o che può essere utilizzato anche quando un profitto dipende da qualche funzione legata al percorso seguito dall'*underlying*.[20] La media dei *payoffs* è scontata al tasso *risk-free* per ottenere una stima del valore dell'opzione. Come si può vedere, i metodi Monte Carlo sono particolarmente utili nella valutazione di opzioni con molteplici fonti di incertezza o con caratteristiche complicate, il che le renderebbe difficili da valutare attraverso le formule Black-Scholes. L'approccio è, quindi, sfruttato nella valutazione delle opzioni reali o in quella delle opzioni *lookback* e asiatiche.

---

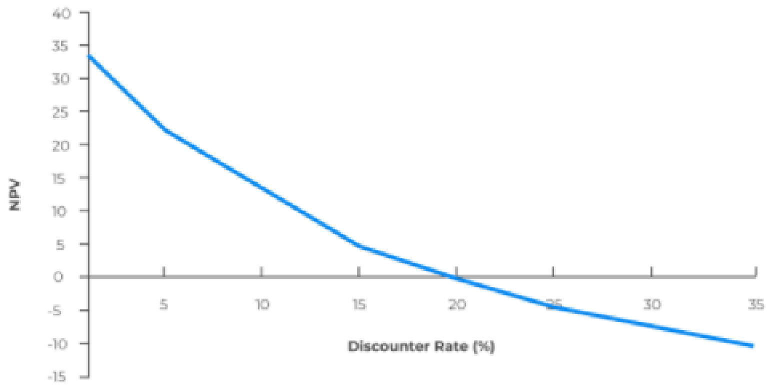
[20] *Phelim P. Boyle, (1977), Options: A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics, Vol. 4, pp. 323-338.*

1.3. LA VALUTAZIONE DI PROGETTO

L'approccio che si utilizzerà per l'analisi empirica successiva sulla valutazione degli investimenti immobiliari sarà quello del NPV Strategico, ossia *Net Present Value* o Valore Attuale Netto Dinamico, dato dalla somma di NPV Statico e Premio dell'Opzione Reale (valore delle opzioni strategiche e operative derivanti da una gestione attiva e effetti di interazione tra competizione, sinergia e dipendenza intraprogetto).[21] Per questa motivazione l'analisi avrà inizio con lo studio del Valore Attuale Netto Standard attraverso il modello più diffuso per il suo calcolo, l'Analisi dei Flussi di cassa Scontati, o *Discounted Cash Flow Method*. Questo approccio viene utilizzato per la valutazione di un business, un progetto o *assets* finanziari. I tre steps da seguire nel DCFM sono:

1. Prevedere il tempo e il valore dei flussi di cassa futuri
2. Stimare il tasso di sconto appropriato (costo del capitale)
3. Scontare i flussi di cassa.

Figura 1.10, Relazione tasso di sconto–VAN, *Fonte: Bini, Guatri, (2007), La valutazione delle aziende. Egea.*



La formula del VAN è:

$$VAN_0 = -CF_0 + \sum_{t=1}^{N} \frac{CF_t}{(1+r)^t},$$

dove CF_t e r rappresentano rispettivamente il *cash flow* al tempo t e il tasso di sconto; dal momento in cui:

[21] *Bini, Guatri, (2007), La valutazione delle aziende. Egea.*

- Valore attuale netto > 0, il progetto viene accettato;
- Valore attuale netto < 0, il progetto è rifiutato.

I flussi di cassa da considerare sono detti "Rilevanti":

- Si utilizza il rendiconto finanziario per derivare i *cash flows*;
- Si usano i flussi di cassa incrementali, ossia la differenza tra i *cash flows* generati dal progetto se esse viene realizzato e i *free cash flows* creati dal momento in cui viene respinto:
    - Flussi di cassa positivi o negativi dell'investimento;
    - Effetti creati dall'investimento come cannibalizzazione o costo opportunità;
    - Si ignorano i costi fissi irrecuperabili.

Vi sono due modi per valutare un progetto, partendo dal rendiconto finanziario o dal prospetto Pro Forma:

- *Equity*:
    - Prevedere gli FCF degli *Equity holders* (EFCF), per gli azionisti
    - Scontare gli EFCF al "*Cost of Equity*"
    - Ottenere il valore dell'*Equity*
- *Asset*:
    - Prevedere gli FCF di tutti i *Claimholders* (PFCF), per azionisti e creditori
    - Scontare gli PFCF al "*Wacc*" (costo medio ponderato del capitale)
    - Ottenere il valore complessivo dell'investimento.

Il valore del Progetto è dato dalla somma dell'*Equity* e del Debito e solitamente viene utilizzato l'approccio *Asset Side*.[22] In questo caso, la formula dei flussi di cassa sarà:

$$PFCF = NOPAT + D/A - \Delta WC - CAPEX,$$

dove:

[22] *Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*

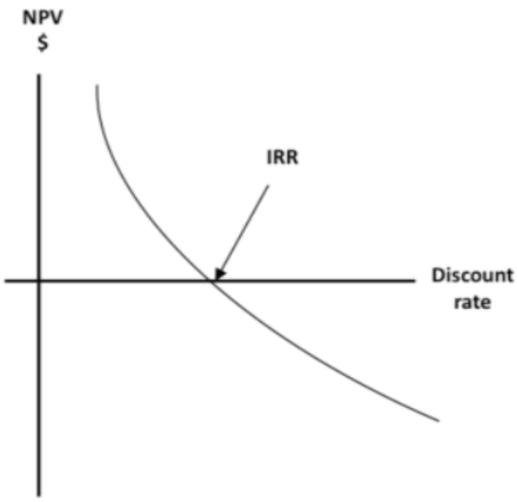
- NOPAT, profitto operativo netto dopo le tasse, ossia EBIT*(1-t), in cui EBIT rappresenta i guadagni prima degli interessi e le tasse e “t” l’aliquota fiscale
- Depr/Amm, riguarda il deprezzamento o l’ammortamento
- ∆WC, è la variazione di capitale circolante netto:
    - Capitale circolante netto calcolato come [Attività correnti – Liquidità] – [Passività correnti – Debiti o note gravate da interessi] oppure Scorte + Conti creditori – Conti debitori
- Capex, rappresenta la *capital expenditure*, ossia gli investimenti negli assets di lungo periodo per mantenere una certa capacità produttiva e ricercare la crescita:
    - $Capex_t = NetPPE_t - NetPPE_{t-1} + Depreciation_t$, in cui PPE è *property, plant, equipment*
    - *NetPPE = Gross PPE – Accumulated Depreciation.*

Esistono altri metodi di valutazione tradizionale come il TIR (o IRR), *Payback*, Analisi di Sensitività.

Il primo è quello del Tasso Interno di Rendimento, che è il tasso di sconto che per cui il Valore Attuale Netto del progetto è pari a zero:

$$Investment\ Outlay_0 = \sum_{t=1}^{N} \frac{PFCF_t}{(1 + IRR)^t}$$

Figura 1.11, Curva TIR, *Fonte: Bini, Guatri, (2007), La valutazione delle aziende. Egea.*



Dal momento in cui l'IRR è maggiore rispetto all'indice di rendimento richiesto, allora il progetto viene realizzato; è meglio utilizzare questa metodologia in presenza di un primo flusso in uscita e i seguenti in entrata.[23]

In seguito vi è il metodo *Payback,* che riguarda il tempo che il progetto impiega per recuperare l'investimento iniziale, ossia il numero di anni per ripagare i costi di partenza. Gli svantaggi di questo approccio sono diversi, dato che ignora il valore del tempo sul denaro, non considera i flussi di cassa dopo il "*payback period*", non dà buoni risultati se il progetto è troppo lungo e un investimento accettato grazie a questo criterio comunque potrebbe presentare un VAN negativo.

$$Payback\ Period = \frac{Initial\ investment\ made}{Net\ annual\ cash\ inflow}$$

Inoltre si può utilizzare l'Analisi di Sensitività che raggruppa diversi metodi: Analisi di Scenario, Analisi di Pareggio e Analisi di Simulazione. Nella prima si considerano le diverse casistiche per il NPV, quali "peggiore", "base", "migliore". Invece, attraverso la *Breakeven Analysis* si calcola il valore critico di una certa variabile per cui il VAN risulta pari a zero. Infine, con il terzo metodo si valutano le fonti di incertezza sottostante che influenzano i profitti del progetto.

Riprendendo il DCFM, in questo approccio è fondamentale riuscire a definire il tasso di sconto appropriato: nella valutazione di progetto si parla di "varianti del wacc". In generale i discount rates rappresentano il costo di opportunità del capitale, ossia l'indice di rendimento a cui gli investitori rinunciano dal momento in cui non investono in opportunità con rischio equivalente.[24] Definendo il Wacc:

$$wacc = k_d(1-T)w_d + k_e w_e,$$

dove:

- W_d e W_e sono i pesi del debito e dell'*equity*
- T aliquota di tassazione

---

[23] *Balducci D., (2006), La valutazione dell'azienda. Edizioni Fag Milano, nona edizione.*

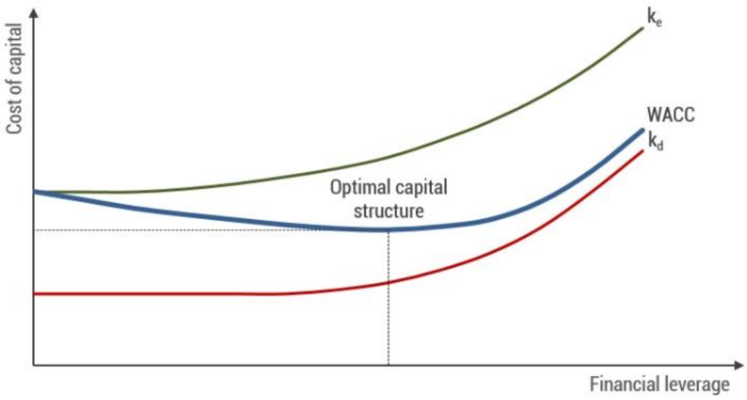
[24] *Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*

- K_d e K_e rappresentano costo del debito e del capitale proprio.

Esso sarà la media ponderata dei tassi di rendimento richiesti per il capitale investito e il debito contratto per l'esecuzione del progetto. Gli steps per definire il Wacc sono:

1. Stimare la struttura del capitale e determinare il peso di ogni componente w_d e w_e
2. Stimare il costo opportunità per ogni fonte di finanziamento k_d e k_e e aggiustare il costo del debito per gli effetti legati alle tasse
3. Calcolare il Wacc, come costo del capitale ponderato in base all'incidenza delle due fonti di finanziamento (capitale proprio e di debito) utilizzate per il progetto.

Figura 1.12, Curve wacc, costo del capitale proprio e costo del debito, *Fonte*: *Balducci D., (2006), La valutazione dell'azienda. Edizioni Fag Milano, nona edizione.*



Si definiscono i pesi *w* riguardanti la struttura del capitale, denotando il l'*equity* come *E* ed il debito come *D*, tale che:

- $w_e = \frac{E}{D+E}$
- $w_d = \frac{D}{D+E}$.

Per quanto riguarda il "*cost of debt*", si utilizza il rendimento a scadenza *(yield to maturity*) per obbligazioni scambiate pubblicamente sul mercato, dato dalla soma del tasso *risk-free* e lo spread default legato al rating del debito; se invece si fa riferimento a "passività non negoziate", come prestiti da banche, si andrà a considerare lo YTM di un portafoglio di bonds con scadenza e rischio simile (*credit rating*).

Invece, il *"cost of equity"* rappresenta il tasso di rendimento che gli investitori si aspettano dall'impiego di capitale e l'approccio più utilizzato per la sua determinazione è il *Capital Asset Pricing Model*. Questo modello presuppone che il rischio specifico sia diversificabile, mentre il rischio sistematico viene considerato e rappresentato da β e, quindi, l'equazione del CAMP è:

$$k_i = k_{rf} + \beta_i ERP,$$

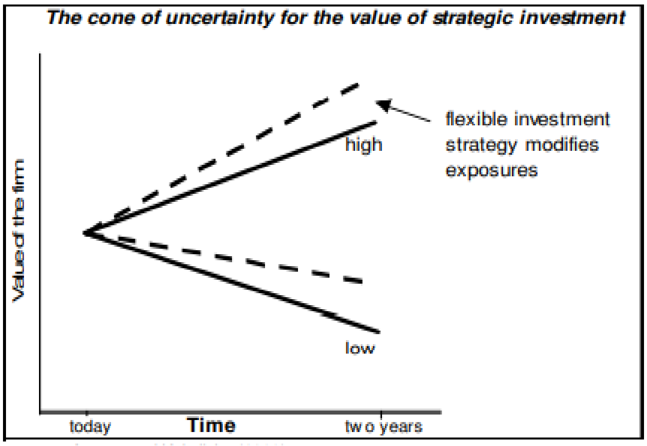
dove:

- k_i è il *cost of equity*
- k_{rf} è il tasso privo di rischio, solitamente si guarda al tasso di interesse dei Titoli di Stato a seconda della nazione
- ERP, *equity risk premium oppure market risk premium*, ossia la differenza tra il tasso del portafoglio di mercato e il tasso risk-free; anche per questo input si può considerare il Paese di riferimento
- Beta, che come detto rappresenta il rischio non diversificabile; se si tratta di imprese con azioni quotate, il β viene calcolato in modo diretto, invece per aziende "*not listed*" il rischio sistematico viene determinato in base a quello di compagnie e progetti comparabili per caratteristiche.

1.3.1. NPV Statico e NPV Dinamico

I metodi tradizionali di valutazione, come per esempio l'Analisi dei Flussi di Cassa Scontati, vengono utilizzati per la determinazione del Valore Attuale Netto Standard, il quale include la creazione di valore per gli azionisti e non presenta problemi dal punto di vista del calcolo del tasso di sconto, tuttavia lo svantaggio di questo approccio è l'ipotesi di un ambiente statico o passivo. Un metodo più innovativo è quello dell'Analisi dell'Albero di Decisione, il quale considera il valore creato per gli azionisti, include la flessibilità manageriale in momenti discreti di tempo, ma presenta alcune problematiche nella determinazione di un tasso di sconto appropriato. Infine, l'approccio che si utilizzerà principalmente in questa valutazione degli investimenti immobiliari sarà l'Analisi delle Opzioni Reali, la quale, oltre a prendere in considerazione la "*shareholder value creation*" e la "*managerial flexibility*", porta una soluzione al problema riguardante il costo del capitale.[25]

Figura 1.13, Cono dell'incertezza per il valore dell'investimento strategico, *Fonte: Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*



In questo contesto, gli investimenti e i *cash flows* attesi sono contingenti al modo in cui il futuro evolve, dato che, con nuove occasioni di business, si può sviluppare una nuova strategia e, per questo, l'incertezza è un'opportunità. Di conseguenza, si può affermare che l'NPV è un sottoinsieme delle Opzioni Reali, poiché il metodo del Valore Attuale Netto viene utilizzato solamente quando non sono presenti flessibilità e incertezza; questo approccio classico assume una gestione passiva, quindi come detto statica, e non valuta la "*managerial flexibility*".[26] Invece, attraverso la *Real Option Analysis* si considerano decisioni attive da parte del management, quindi interventi dinamici, nonché il valore della "*uncertainty*". Secondo l'approccio RO un grande rischio porta all'incremento della flessibilità (e dell'option premium) e, come risultato, si ha un aumento del valore del progetto. Conseguentemente, si può affermare che le Opzioni Reali espandono il valore reale

[25] *Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*

[26] *Balducci D., (2006), La valutazione dell'azienda. Edizioni Fag Milano, nona edizione.*

delle opportunità di investimento, riducendo le perdite o aumentando i profitti potenziali. Esse possono essere definite dalla formula:

NPV STRATEGICO = NPV STATICO + PREMIO DELL'OPZIONE,

dove il VAN strategico è definito di "espansione", quello statico rappresenta la gestione passiva e diretta del progetto e viene calcolato attraverso il metodo tradizionale basandosi sui flussi di cassa attesi, e *l'option premium* definisce il valore delle opzioni operative e strategiche derivanti da un management attivo e dagli effetti di interazione di competizione, sinergia e dipendenza interprogetto.[27]

Figura 1.14, NPV statico, *Fonte: Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*

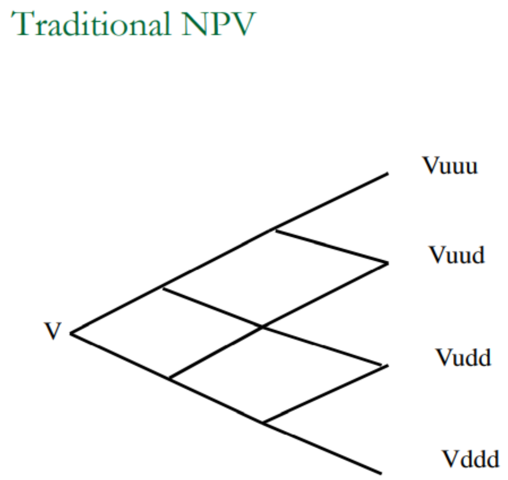
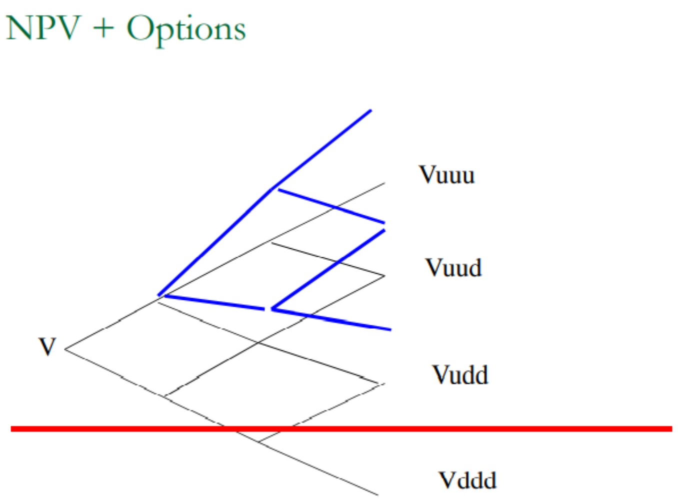


Figura 1.15, NPV dinamico, *Fonte: Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*



[27] *Bini, Guatri, (2007), La valutazione delle aziende. Egea.*

2. LE OPZIONI REALI

La teoria delle *Opzioni Reali* consente di attribuire un valore al concetto di opportunità, elaborando l'incertezza in modo non convenzionale, ossia considerando la stessa sotto un aspetto positivo e negativo. Essa si sviluppa negli anni '90, quando i metodi del VAN (basati su situazioni di certezza), come il DCFM, vengono accantonati in assenza di miglioramenti. L'opzione reale è il diritto di conseguire un vantaggio derivante da una possibilità in un ambiente caratterizzato da *uncertainty*, e in virtù di quest'ultima è possibile attribuire un premio all'attesa o al differimento di una decisione, in quanto in tal modo è possibile acquisire nuove informazioni.[28] La ROT (real options theory) è un metodo di valutazione e di gestione degli investimenti strategici in presenza di flessibilità; essa fornisce la struttura teorica per immaginare minacce e opportunità come opzioni reali, cioè come attività e passività che descrivono elementi della ricchezza immateriale aleatoria. Di conseguenza, chi si espone all'incertezza affronta il rischio di perdite potenziali, ma può anche incorrere in maggiori guadagni. La teoria delle opzioni reali, quindi, si basa su due presupposti:

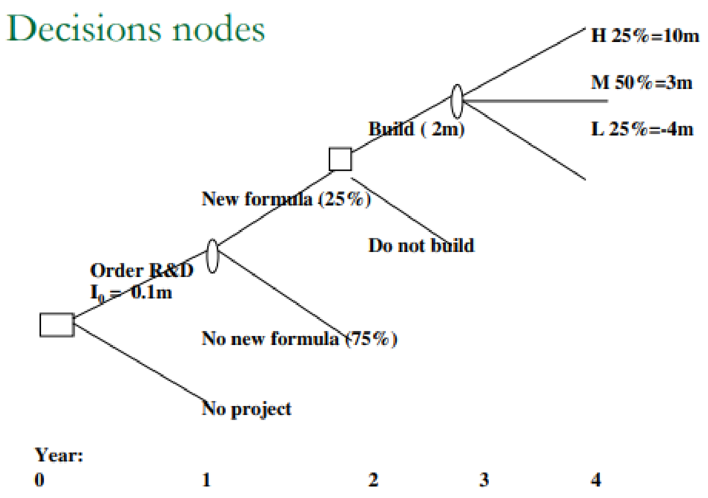
- La dinamicità del tempo che si definisce tramite:
  - l'irreversibilità
  - l'occasione di trarre maggiori informazioni con il trascorrere temporale
- Le facoltà legate all'indeterminatezza statica e dinamica.

L'impresa può essere vista, nel momento della nascita, come un insieme di potenzialità inespresse e, col passare del tempo, queste possono maturare generando *capabilities*. Il successo di un'azienda dipende, tuttavia, non solo dalla sua capacità di reagire agli stimoli dell'ambiente, ma, come detto, anche dalle opportunità che la stessa riuscirà a cogliere e dalla gestione delle minacce. In questo modo, vi è la possibilità di creazione e distruzione di opzioni attive e passive che influenzano il valore dell'impresa. Conseguentemente la *RO analysis* applica tecniche di

[28] *Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.*

valutazione delle opzioni nelle decisioni di *budgeting* del capitale. *L'option* in questo caso darà il diritto, ma non l'obbligo, di intraprendere determinate iniziative di business (attività reali) come contrarre, organizzare, abbandonare, espandere o rinviare il progetto. Le *Real Options* consentono di liquidare totalmente o parzialmente (o.r. *put*), o al contrario di effettuare in una volta, o con appropriati frazionamenti e dilazioni nel tempo (o.r. *call*), un investimento significativo.[29] Esse rappresentano la possibilità di differire le decisioni in un momento futuro in cui saranno disponibili nuove informazioni. L'opportunità di eseguire un progetto può essere considerata un'opzione *call*, mentre quella di abbandonare un investimento non più redditizio può rappresentare una *put option*. Si può dire che questo approccio incorpora un modello di apprendimento che rende il management migliore e più informato dal punto di vista delle decisioni strategiche, quando il livello di incertezza diminuisce con il passare del tempo.

Figura 2.1, Nodi di decisione, *Fonte: Amram M., Kulatilaka N., (1999), Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Harvard Business School Press, Boston, MA.*

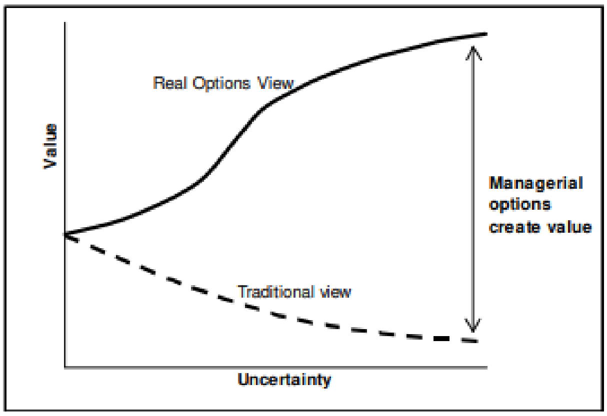


La DCF Analysis, invece, assume un *decision-making* statico di investimento e il fatto che le posizioni strategiche prese inizialmente non possano essere modificate attraverso altri percorsi o opzioni in futuro. Nella ROA si considera che le

[29] *Amram M., Kulatilaka N., (1999), Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Harvard Business School Press, Boston, MA.*

condizioni di business sono influenzate da incertezza e rischi, che portano con sé informazioni di valore; quando l'*uncertainty* è risolta con il trascorrere temporale, i manager possono apportare le dovute correzioni durante il corso del progetto attraverso cambiamenti nelle decisioni e nelle strategie dell'attività.

Figura 2.2, Valore generato dalle opzioni manageriali, *Fonte: Amram M., Kulatilaka N., (1999), Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Harvard Business School Press, Boston, MA*



Le opzioni reali si distinguono dalle opzioni finanziarie in quanto non sono negoziate come titoli sul mercato, non sono definite da clausole contrattuali e non implicano decisioni su un'attività sottostante negoziata come uno strumento finanziario. Una distinzione ulteriore è che i titolari di opzioni reali, ossia i manager, possono influenzare direttamente il valore del progetto "*underlying of the option*"; questo invece non vale per quanto riguarda la sicurezza sottostante di un'opzione finanziaria.[30] Inoltre, attraverso la ROV, la gestione si affida alle proprie percezioni, poiché non può definire l'*uncertainty* in termini di volatilità; diversamente dall'ambito dei derivati finanziari, la direzione attraverso l'attività aziendale deve anche creare o scoprire opzioni reali, le quali sono preziose dal momento in cui l'incertezza è alta e, quindi, il management ha una notevole flessibilità per modificare il corso del progetto in maniera ottimale attraverso l'esercizio delle options stesse. D'altra parte, vi sono diverse analogie tra le Opzioni Finanziarie e Reali:[31]

[30] *Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.*
[31] *Amram M., Kulatilaka N., (1999), Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Harvard Business School Press, Boston, MA.*

- Il valore corrente del sottostante corrisponde al valore attuale dei flussi di cassa attesi
- Il prezzo di esercizio viene visto come il costo dell'investimento
- Il tempo per la scadenza rappresenta il periodo che porta l'opportunità a scomparire
- Il rischio determinato dalla *standard deviation* dei ritorni dello *stock* corrisponde alla volatilità legata al cambiamento dei *cash flows*
- Il *risk free rate* rappresenta il tasso privo di rischio del progetto, il quale porta all'aumento del valore temporale del denaro nel differimento dei costi di investimento
- I dividendi vengono visti come "*dividend-like cost*".

2.1. LE TIPOLOGIE DI OPZIONI REALI

Come detto in precedenza, la valutazione tradizionale aziendale presenta delle limitazioni, poiché analizza i progetti sulla base dei flussi di cassa attesi e dei tassi di sconto, ma fallisce nel considerare la miriade di opzioni che solitamente sono associate agli investimenti.[32] Innanzitutto, le RO da considerare prima dell'esecuzione del progetto sono:

- *Staged Investment Options*, l'investimento iniziale offre all'impresa l'opportunità di proseguire con il prossimo stage di sviluppo; si fa riferimento ad opzioni incorporate, come per esempio una serie (*compound*) di *default options*. Tali RO sono presenti nel settore Ricerca e Sviluppo, nei progetti "*capital intensive*", nelle *start up ventures*;
- *Timing Options (Option to delay*), l'azienda ha l'opzione di ritardare la data di implementazione dell'investimento;
- *Operating Options*, il progetto è caratterizzato da una certa flessibilità per rispondere ai cambiamenti dell'ambiente esterno.[33]

Dal momento in cui si analizzano le opzioni incorporate nel *capital budgeting*, si prende in considerazione in primis l'Opzione di Differire, specialmente se l'impresa possiede diritti esclusivi per il progetto; in seguito, bisogna fare riferimento all'Opzione di Espandere un investimento per la copertura di nuovi prodotti o mercati in un tempo futuro; inoltre, vi è l'Opzione di Abbandonare il progetto dal momento in cui i flussi di cassa non raggiungono le aspettative. Le *Real Options* che possono essere esercitate dopo l'inizio dell'investimento sono:

- *Growth Options*, le quali permettono all'azienda di espandere sia la scala che lo scopo del *project*; l'esborso inziale rappresenta il prerequisito per il futuro. Gli ambiti in cui vengono sfruttate maggiormente sono *l'high tech* e le acquisizioni strategiche; possono essere definite "opzioni su opzioni";

---

[32] *Copeland T., Antikarov V., (2001). Real Options: A Practitioner's Guide, W.W. Norton & Company, New York.*

[33] *Damodaran A., (2005), The Promise and Peril of Real Options. NYU Working Paper.*

- *Shutdown Options*, con cui la compagnia arresta il progetto quando esso non risulta profittevole e riprende le operazioni quando le condizioni migliorano;
- *Abandonment Options*, dal momento in cui il business continua a generare perdite, allora l'impresa può decidere di vendere o abbandonare la produzione completamente;
- *Switching Options – Outputs*, la capacità di variare *l'output mix* per riflettere il valore relativo delle alternative: flessibilità del prodotto come nell'elettronica di consumo;
- *Switching Options – Inputs*, l'abilità di cambiare tra due o più input utilizzati: flessibilità del processo come per esempio nel settore dell'energia elettrica.

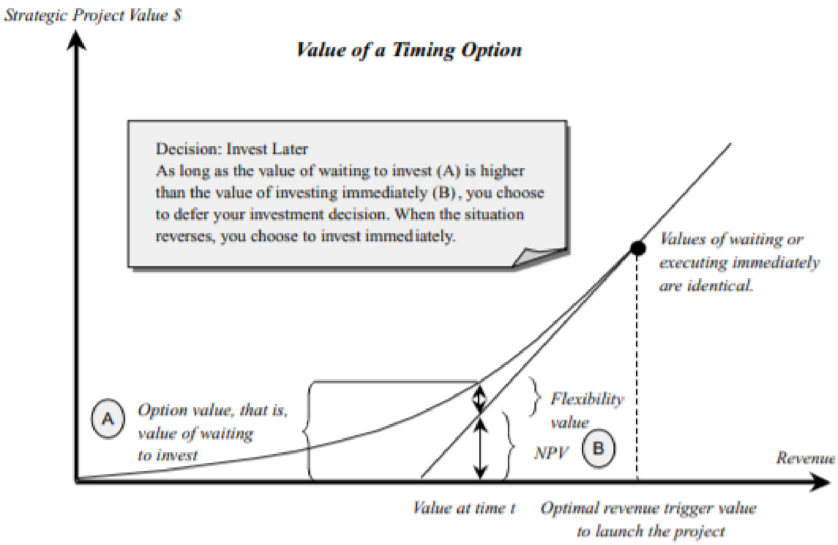
Quindi tra le RO riguardanti la modificazione della scala delle operazioni possiamo identificare: Espansione, Contrazione e Sospensione Temporanea della produzione; esse vengono utilizzate in industrie cicliche, per beni di consumo, nel *real estate* commerciale e nell'estrazione naturale. Invece, per quanto riguarda le *Options* relative alla durata e alla tempistica dell'investimento si distinguono: Opzioni di avvio o differimento, Opzioni di Abbandono e Opzioni di Sequenziamento. Infine le Options di *mix output* e di *mix input*, ossia *switching*, sono legate al funzionamento del progetto.

2.1.1. Opzione di Differimento

Vi sono Opzioni Reali che verranno analizzate in maniera più approfondita, sia per un loro utilizzo più diffuso, che per l'importanza che rivestono all'interno del contesto della valutazione nel campo *Real Estate*. L'Opzione di Differimento fornisce alla direzione flessibilità per quanto riguarda il momento di avviamento di un progetto e, per questo, rappresenta un'Opzione *Call* in stile Americano, come ad esempio può avvenire nell'esplorazione ed estrazione di risorse naturali. Nella dilazione di un *project*, esercitare la RO significa decidere di effettuare l'investimento e tale posizione può essere assunta ad ogni nodo dell'albero entro una certa scadenza.[34] Ciascuno step del reticolo definisce una combinazione di tempo e valore attribuito al *cash flow* del progetto in un certo stato di informazione. Il valore attuale dei flussi di cassa attesi assume, quindi, un ruolo simile al sottostante nelle opzioni finanziarie; il mantenimento in vita dell'*option*, comportando un ritardo nell'effettuazione dell'*investment* e accorciando il periodo di godimento di una posizione di privilegio sul mercato, può comunque determinare una perdita di valore con effetto assimilabile alla distribuzione di un dividendo nei derivati asimmetrici. Inoltre, la decisione di eseguire il progetto comporta un costo analogo al prezzo di esercizio di un'opzione tradizionale. In ogni nodo dell'albero, andando a ritroso a partire dalla scadenza, si confronta il valore dell'esercizio immediato (differenza positiva tra DCF *value* e costo dell'investimento) e il valore dell'opzione reale mantenuta viva (*average present value* della strategia ottima in tutti i possibili nodi successivi). Partendo dall'origine (tempo zero), si effettua l'investimento nel primo step utile in cui il DCF dell'esecuzione tempestiva supera il valore dell'attesa. Questo approccio è ritenuto fondamentale per individuare il momento ottimale di avviamento del progetto in situazioni in cui un'azienda abbia un diritto esclusivo, anche temporaneo, allo sfruttamento, per esempio, di una risorsa naturale o di un brevetto; l'esercizio "in ritardo" potrebbe avvenire con lo scopo di avere maggiori informazioni e di conseguenza meno incertezza, oppure per sperare in eventi che aumentino il valore *dell'investment.*

[34] *Damodaran A., (2005), The Promise and Peril of Real Options. NYU Working Paper.*

Figura 2.3, Valore di un'opzione sulla tempistica del progetto, *Fonte: Damodaran A., (2005), The Promise and Peril of Real Options. NYU Working Paper.*

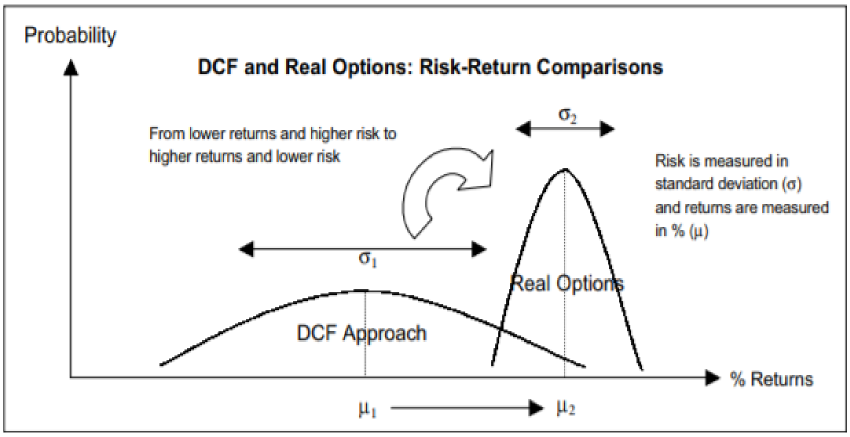


Attraverso la tattica di differimento, l'impresa può troncare il rischio di ribasso e allo stesso tempo proteggere il potenziale di rialzo del valore del progetto; un ritardo nell'esecuzione può portare a una riduzione dei costi e, di conseguenza, un aumento nel profitto, considerando che il management non eseguirà mai una "cattiva" strategia grazie alle nuove informazioni.[35] Per esempio, si suppone che una compagnia abbia diritti su un terreno, il cui valore fluttua continuamente; un'analista calcola la volatilità del prezzo e raccomanda ai manager di mantenere la proprietà per un periodo specifico di tempo, visto che vi è una buona probabilità che il valore dell'immobile si triplicherà. Perciò, la direzione possiede un'opzione *call* di aspettare o differire la vendita per un certo lasso temporale; *il value* del terreno è, quindi, più alto rispetto al valore su che si basa sul prezzo di vendita corrente: la differenza è semplicemente *l'option to wait*. Ad ogni modo, "la gestione" decide di non esercitare l'opzione di cessione, e in questo caso, si torna alla valutazione originale del terreno dopo il periodo specificato: il management rinuncia ai suoi diritti. Un'opzione strategica fornisce un valore intrinseco superiore rispetto a quello del VAN statico desunto attraverso il DCFM; tale "*higher value*" proviene dalla possibilità di differire la data di inizio del progetto e ripagare il costo

[35] *Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.*

iniziale, poiché con il passare del tempo si raccolgono nuove informazioni e si riduce l'incertezza.

Figura 2.4, Confronto rischio-rendimento tra DCFM e ROA, *Fonte: Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.*



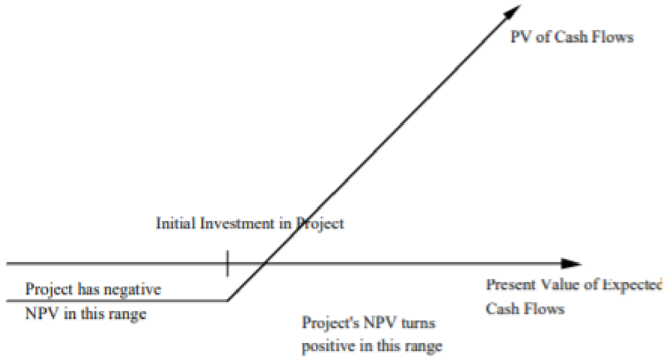
Questa tipologia di opzione viene utilizzata in presenza di elevata "*uncertainty*" e per investimenti di lungo periodo, che per esempio, come detto, possono riguardare la locazione di un terreno oppure risorse, o più in generale il mercato del *real estate* e delle *natural resources*. Il valore dell'option prima della scadenza del *lease* sarà: Max ($V-I_1$;0): si parla di un'opzione *call* americana sul valore attuale dei flussi di cassa attesi del progetto, il quale come prezzo di esercizio (X) presenta l'investimento inziale I_1. Più in generale, in un ambiente in cui il *project* può essere eseguito solo da un'impresa (grazie a restrizioni legali o barriere di entrata per i *competitors*), il cambiamento del suo valore nel tempo ha la caratteristica di una *call*.[36] Considerando un investimento primo X, e un valore attuale degli *expected cash flows* V, il VAN sarà: NPV = V-X; se l'impresa ha i diritti esclusivi per i prossimi "n" anni e il *present value* dei flussi di cassa in entrata cambia con il tempo (per la modifica dei *cash flows* o del tasso di sconto), il progetto potrebbe avere un NPV negativo ora, ma potrebbe essere positivo se l'azienda aspetta. Se:

- V > X, NPV > 0, si esegue il piano;
- V < X, NPV < 0, esso non viene effettuato.

Se l'impresa non lo intraprende, perderà ciò che originariamente ha esborsato.

[36] *Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*

Figura 2.5, NPV per intervallo di tempo, *Fonte: Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*



In questo diagramma sul *payoff* di una *call,* il sottostante è il progetto stesso, lo *strike price* rappresenta l'investimento per eseguirlo, la vita dell'opzione è il periodo in cui la compagnia può esercitare i diritti, il PV(CF) e *l'expected variance* sono il valore e la varianza *dell'asset,* il *dividend yield* è il costo del differimento. Analizzando gli input:

- *Value of the underlying*: il valore corrente dell'*asset* è il *present value* dei flussi di cassa attesi iniziando il progetto oggi, non includendo l'investimento inziale;
- *Variance in the value of the asset*: l'incertezza è nella stima dei *cash flows* e tale varianza può essere calcolata in tre modi:
  - Guardare alla deviazione standard dei flussi di cassa di progetti passati simili;
  - La probabilità può essere assegnata a vari scenari di mercato, per ognuno di essi si calcolano i *cash flows* e si stima la varianza attraverso il valore attuale;
  - Si può utilizzare la *standard deviation* dell'impresa per lo stesso business del progetto;
- *Exercise price on option*: il costo di effettuare l'investimento è il prezzo di esercizio dell'opzione;
- *Expiration of the option and the Riskless Rate*: l'opzione di differimento scade quando i diritti sul progetto si estinguono; il *riskless rate* da usare per *l'option pricing* dovrebbe essere il tasso corrisposto alla data di scadenza;

- *Cost of delay (dividend yield):* vi è un costo per ritardare l'investimento, una volta che l'NPV diventa positivo. Dal momento in cui "le facoltà decadono" e i profitti in eccesso scompaiono dopo un lasso temporale fisso, con l'arrivo di nuovi concorrenti, ogni anno di differimento si traduce in un periodo in meno di flussi di cassa che creano valore. Se la vita della "licenza" è di "n" anni allora:

$$Annual\ cost\ of\ delay = \frac{1}{n}.$$

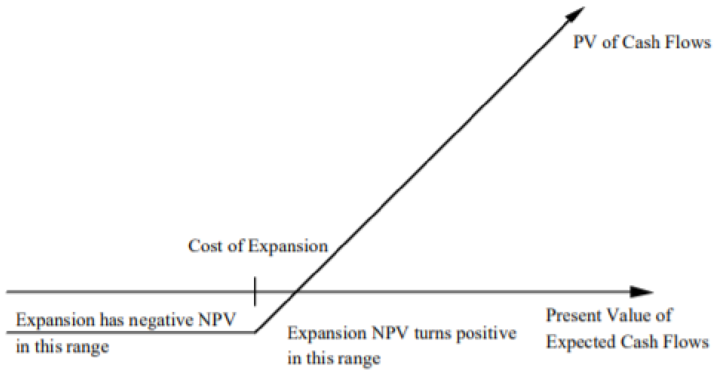
Tale opzione consente di investire se i prezzi aumentano e ciò equivale, come detto, ad una call sul valore del progetto. Quest'ultima può essere stimata rivalutando il capitale in base al tasso privo di rischio nel mercato finanziario, inteso come minimo rendimento atteso.

2.1.2. Opzione di Espandere

Per quanto riguarda l'*Option to Expand,* in molti casi le imprese eseguono un progetto perché ciò permette di intraprenderne altri o di entrare in nuovi mercati in futuro. In queste situazioni, si può discutere sul fatto che i *projects* inziali, quindi, siano opzioni per cui deve essere pagato un prezzo; la compagnia potrebbe accettare un NPV negativo dell'investimento iniziale, poiché vi è una certa possibilità di valori attuali netti superiori su progetti futuri.[37] Si assume che il PV(CF) legato all'entrata in un nuovo mercato è V, l'investimento totale per raggiungere tale scopo è definito X e l'azienda ha un orizzonte temporale fisso, alla fine del quale deve prendere una decisione finale sullo sfruttare o meno il vantaggio legato a questa opportunità. L'Opzione di Espansione sarà:

[37] *Kester W., (2001), Today's options for tomorrow's growth. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp. 33–46.*

Figura 2.6, Opzione di espandere, *Fonte: Kester W., (2001), Today's options for tomorrow's growth. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp. 33–46.*



Come si può notare, alla fine del periodo, l'impresa decide di intraprendere il progetto se il valore attuale dei flussi di cassa attesi in quel momento è maggiore rispetto al "*cost of entering the market*". In generale *l'option to expand* ha un valore elevato in business volatili con rendimenti molto elevati rispetto ad attività stabili con ritorni bassi. Per esempio, in molte cessioni societarie, la transazione darà dei vantaggi competitivi all'impresa "acquirente" in futuro, come l'entrata in un mercato largo o in crescita, l'esperienza tecnologica, il nome del brand; questi benefici potenziali potranno giustificare l'investimento iniziale che non andava a soddisfare i benchmark finanziari. Quando si intraprendono nuovi progetti, le aziende hanno l'opzione di immettersi nei settori per stages; questa strategia riduce un rialzo potenziale del valore dell'investimento, ma allo stesso tempo protegge l'impresa dal "*downside risk*", poiché essa ad ogni "nodo" può decidere se continuare e raggiungere lo step successivo. In altre parole uno standard *project* può "cambiare forma" fino a divenire una serie di opzioni di espansione, ognuna dipendente dalla precedente. L'aumento nel valore derivante dalle *options* create da un investimento multi-stages deve essere soppesato rispetto al costo: tale strategia potrebbe consentire ai concorrenti che entrano nel mercato su larga scala di raggiungere una posizione dominante. In aggiunta, una tattica del genere spesso conduce a maggiori costi, dato che le economie di scala non vengono sfruttate completamente.

In generale, la possibilità di espansione porta il progetto ad essere costruito con una capacità superiore al livello previsto in modo che possa produrre ad un ritmo più elevato se necessario. La direzione ha quindi l'occasione di esercitare l'opzione qualora le condizioni si rivelassero favorevoli; un "*option to expand project*" costerà di più (l'eccedenza è il premio dell'opzione), ma allo stesso tempo avrà un valore superiore rispetto allo stesso senza questa opportunità. Come detto, questa strategia si configura con caratteristiche analoghe a *compound options*; la valutazione DCF di un investimento effettuabile in un certo momento deve incorporare in alcuni casi la vantaggiosità derivante (solo in certi futuri stati del mondo) dall'opzione di aumentare la dimensione del progetto, possibilità molto costosa o impossibile in mancanza dell'esborso preliminare. In questi casi, decidere di eseguire un progetto significa esercitare una *call option* che incorpora l'opportunità di un'altra call successiva, quindi a due o più stadi; campi tipici di applicazione sono le decisioni relative a impieghi di capitale in ricerca e sviluppo o in nuove tecnologie. Nel modificare la scala delle operazioni, per catturare un flusso di cassa addizionale (x% di V) deve essere effettuato un investimento addizionale di espansione:

$$Investment\ opportunity = V + \max\,(x\% * V - I_E, 0),$$

dove I_E è "*l'investment to expand*"; si considera la somma tra i CFs e l'opzione *call* sui futuri *additional cash flows*.

2.1.3. Opzione di Abbandonare

In seguito vi è l'Opzione di Abbandonare un progetto quando i flussi di cassa non raggiungono le aspettative: un modo per riflettere questo valore è attraverso gli alberi di decisione. Tale approccio ha un'applicabilità limitata nelle analisi degli investimenti in un mondo reale, tipicamente funziona solamente per quelli multi-stages.[38] Si suppone che "V" sia il valore residuo di un *project* se esso continua fino alla fine della sua vita, e "L" il valore della sua liquidazione nello stesso momento

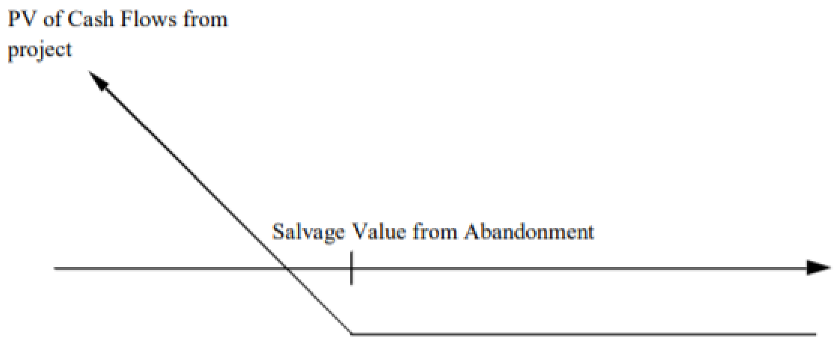
[38] Saman Majd, Robert S. Pindyck, (1987), Time to build, option value, and investment decisions. Journal of Financial Economics, Vol. 18, pp. 7-27.

temporale. Considerando una durata dell'investimento di "n" anni, il *payoff* derivante dall'opzione di abbandonare sarà:

- 0, se V > L;
- L-V, se V ≤ L;

questi guadagni posso essere definiti come funzione dello *stock price*; inoltre in questo caso si fa riferimento ad *un'american put option*.

Figura 2.7, Opzione di abbandono, *Fonte: Diane M. Lander, George E. Pinches, (1998), Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. The Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, pp. 537-567.*



In casi particolari, il valore di abbandono viene specificato chiaramente fin dall'inizio, dato che tale opzione può essere costruita nel contratto; più spesso, invece, considerando la possibilità di liquidazione del progetto, la stima iniziale del valore di recupero è problematica poiché *l'abandon value* può cambiare durante il corso di vita dell'investimento, rendendo difficile l'applicazione di tecniche di *option pricing*. Inoltre, cessare l'esecuzione del *project* potrebbe creare costi, per esempio in un'impresa manifatturiera. Si assume che con un impiego di capitale nel settore immobiliare non ci si aspetti di perdere valore con il passare del tempo, ma in un mondo reale vi potrebbe essere una decrescita man mano che il progetto "invecchia"; tale deficit atteso, su base annuale, può essere costruito come un *dividend yield* e utilizzato per valutare l'opzione di abbandonare, la quale sarà preziosa.

In generale, lo scopo principale è quello di uscire dal progetto, se vi è l'opportunità, limitando così almeno parzialmente le perdite, poiché si tratta di un investimento che ad un certo punto si rivela svantaggioso; inoltre si dovrebbe anche considerare se i costi già sostenuti possano essere recuperati o meno. Infatti, solitamente, l'opzione di abbandono richiede un esborso per la sua creazione, che viene considerato nel prezzo o *nell'option premium*.[39] Se il valore del sottostante non si riduce con il tempo, allora la perdita massima del titolare dell'opzione sarà "*the cost of setting up the option*"; nel caso in cui, invece, il prezzo dell*'asset* diminuisce al di sotto del prezzo di esercizio, allora il valore *dell'option to exit* aumenterà: sarà profittevole cessare l'esecuzione del progetto. In alcuni casi, anche se questa si presenta come soluzione ottimale, il management potrebbe tenere vivo l'investimento con la speranza che esso diventi profittevole grazie al cambiamento delle condizioni; le motivazioni dietro tale decisione potrebbero essere la remunerazione finanziaria oppure la reputazione e il merito personale. Considerando *un'option to wait* e in seguito *un'option to default:*

Figura 2.8, Confronto tra l'opzione di attesa e di abbandono, *Fonte: Diane M. Lander, George E. Pinches, (1998), Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. The Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, pp. 537-567.*

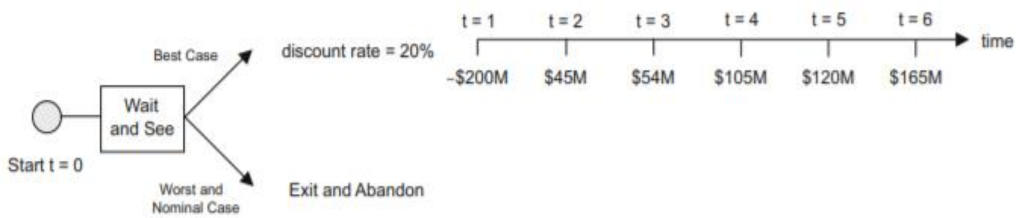
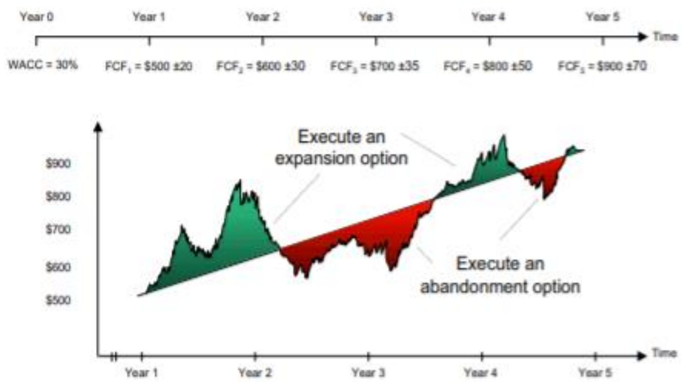


Figura 2.9, Confronto tra l'opzione di espansione e di abbandono, *Fonte: Diane M. Lander, George E. Pinches, (1998), Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. The Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, pp. 537-567.*



[39] *Diane M. Lander, George E. Pinches, (1998), Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. The Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, pp. 537-567.*

"*L'abandonment option*" viene utilizzata nei settori a capitale intensivo, nei servizi finanziari, nell'introduzione di un nuovo prodotto o nei mercati incerti. Si tratta, come detto, di *un'american put option* sul valore corrente del progetto V con un prezzo di esercizio rappresentato dalla "miglior alternativa d'uso" A; l'azionista riceve:

$$V + \max\ (A - V, 0) = \max\ (V, A).$$

2.1.4. Altre Opzioni Reali

Tornando alle *options* legate alla modifica della scala delle operazioni, si analizzerà l'Opzione di Contrazione, che naturalmente si contrappone all'opzione di espandere. Essa riguarda l'occasione di diminuire le dimensioni e la struttura del progetto per far fronte a nuove condizioni di mercato; quando le circostanze sono sfavorevoli la direzione potrà ridurre la scala delle operazioni (*put option*), le quali potrebbero essere interrotte in parte o in toto. Tale possibilità può essere sfruttata in un sistema di produzione flessibile, nel quale, attraverso l'opportunità presentata, si potrà salvare parte dei costi di investimento pianificati.[40] Considerando la riduzione y% sul valore del progetto base e I_y come la parte del denaro investito che viene "recuperato" con l'esercizio dell'*option*:

$$max\ (I^y - y\% * V, 0).$$

Tra questa tipologia di opzioni si può individuare anche quella di sospensione temporanea, detta *Shut down and Restart.* In ogni periodo, l'operazione è una *call option* sui ricavi del progetto R, considerando come prezzo di esercizio i costi variabili operativi VC, e il *payoff* sarà: max (R-VC; 0); questo poiché il management può decidere di fermare temporaneamente la produzione se R<VC. Si tratta di un'opportunità molto comune nell'industria delle risorse naturali e nei

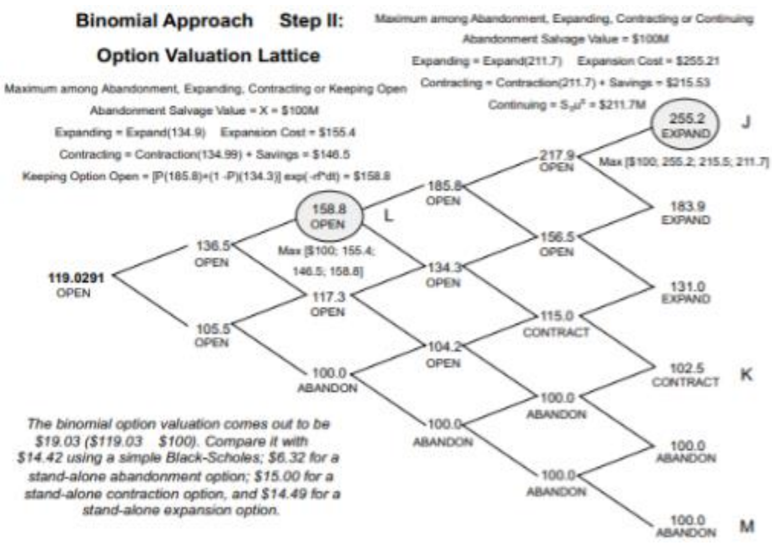
[40] *Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.*

settori ciclici; l'impresa avrà la possibilità di sospendere l'attività quando non profittevole e riprendere le operazioni in presenza di circostanze migliori.

In seguito, di altro tipo è la *Switching Option,* la quale fornisce il diritto, ma non l'obbligo, di spostarsi verso nuovi sets di condizioni operative di business, includendo differenti tecnologie, mercati o prodotti per raggiungere maggiori profitti. Come detto, esistono *options to switch* che riguardano l'output e il prodotto, oppure altre sull'input e il processo, a seconda dell'ambito della modifica dal punto di vista progettuale; nel primo caso si parla di variare *l'output mix* in base al valore delle diverse alternative, mentre nel secondo il cambiamento riguarda la scelta dei "fattori produttivi" utilizzati nelle operazioni. Vengono usate in settori come l'elettronica, nella scelta tra petrolio e gas e sono legate alla versatilità del fornitore. Essa si definisce: Max(y x PV – In; 0), dove "y" è l'aumento di valore con lo *switch*, "y x PV" il *project price* in caso di conversione e "In" il costo di *switch* in "n".

Infine, si possono considerare altre tipologie, per esempio l'Opzione di Scegliere. Questa implica che il management abbia la flessibilità nella scelta tra diverse possibilità, includendo l'opzione di espandere, abbandonare, cambiare, contrarre. Invece, *Sequential Compound Option* significa che l'esecuzione e il valore di un'opportunità strategica futura dipendono dalle opzioni precedenti in sequenza di esecuzione quando un progetto ha diverse fasi; più in generale una *Compound Option* (composta), è un'opzione legata al valore di un'altra.

Figura 2.10, Modello lattice per le opzioni, *Fonte: Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.*



2.2. ANALISI E VALUTAZIONE DELLE OPZIONI REALI

Nell'analisi delle opzioni reali, si andranno a considerare gli input per la definizione del valore, il metodo di valutazione scelto e se vi sono limitazioni tecniche. In generale, il "prezzo" di un'opzione reale è determinato in base al premio tra afflussi ed esborsi per un particolare progetto; gli *input* vengono influenzati dalle condizioni di business e dai fattori ambientali esterni e, data la somiglianza con l'approccio valutativo delle opzioni finanziarie, sono: [41]

- Il sottostante, modellato in termini di:
    - Prezzo *spot*, è richiesto il valore attuale dell'investimento, solitamente basato sulla migliore ipotesi del management circa il valore lordo dei flussi di cassa
    - Volatilità, misura dell'incertezza sulla variazione di *value* nel tempo:
        - Viene generalmente utilizzata la deviazione standard definita attraverso la simulazione MC o a volte si preferisce quella dei *cash flows* del primo periodo
        - Alcuni analisti sostituiscono un titolo quotato come *proxy*, utilizzando la sua volatilità del prezzo (storica) o, se esistono opzioni su questo asset, la loro volatilità implicita
    - Dividendi generati dall'attività sottostante, che in un progetto equivalgono a qualsiasi reddito che potrebbe essere derivato da attività reali e pagato al proprietario
- Caratteristiche dell'opzione:
    - Prezzo di esercizio, corrisponde a qualsiasi spesa di investimento (non recuperabile), tipicamente i costi prospettici del *project*. In generale, la gestione procede quando il valore attuale dei flussi di cassa attesi supera tale importo

[41] *Copeland T., Antikarov V., (2001). Real Options: A Practitioner's Guide, W.W. Norton & Company, New York.*

- Durata dell'opzione, ossia il tempo durante il quale la direzione può decidere di agire o meno. Per esempio, si può far riferimento alla scadenza di un brevetto o di diritti di estrazione di risorse naturali
- Stile ed esercizio delle opzioni, la capacità del management di rispondere ai cambiamenti di valore è modellata in ogni punto decisionale come una serie di opzioni, che può includere le tipologie analizzate.

Per quanto riguarda i Metodi di Valutazione, normalmente vengono utilizzati adattamenti delle tecniche sviluppate per prezzare le opzioni finanziarie. Si noti tuttavia che mentre la maggior parte dei problemi "reali" consente l'esercizio in stile americano, quindi in qualsiasi momento della vita del progetto ed è influenzata da molteplici variabili sottostanti, i modelli standard sono limitati per quanto riguarda dimensione ed esercizio. La valutazione, quindi, può avvenire seguendo metodologie legate agli strumenti finanziari: principalmente opzioni o *forwards.* La differenza principale è che nei derivati asimmetrici si fa riferimento ad un diritto che può essere sfruttato, invece nei *forwards* l'accordo è di comprare o vendere un *asset* in un certo momento futuro per un prezzo predefinito, quindi il contratto deve essere eseguito obbligatoriamente. Nel primo caso, si decide se esercitare l'opzione in base del cambiamento del valore del sottostante, mentre nel secondo il prezzo viene fissato per il futuro. Da qui, nasce un approccio diverso rispetto a quello dei *Discounted Cash Flows*, ossia il *Derivative Securities Approach to Valuation*; quest'ultimo utilizza i prezzi *forward,* risolvendo l'incertezza, per stimare i *Certainty Equivalents* dei futuri flussi di cassa attesi. Questa metodologia serve per "adeguare al rischio" i cash flows rischiosi, e si userà *il riskfree rate* per scontare i certi equivalenti; si tratta di uno strumento utile per valutare progetti di investimento sulla base di derivati.

Figura 2.11, Rischio nel DCFM e nel metodo dei Certi Equivalenti, *Fonte: Copeland T., Antikarov V., (2001). Real Options: A Practitioner's Guide, W.W. Norton & Company, New York.*

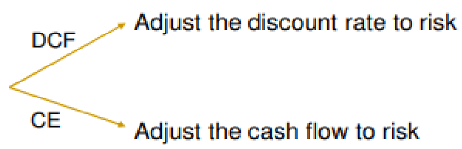


Figura 2.12, Confronto tra DCFM e approccio dei Titoli Derivati per la valutazione, *Fonte: Copeland T., Antikarov V., (2001). Real Options: A Practitioner's Guide, W.W. Norton & Company, New York.*

	DCF Approach to Valuation	**Derivative Securities Approach to Valuation**
Step 1	Forecast amount and timing of future cash flows.	Forecast amount and timing of future cash flows.
Step 2	Estimate a risk-appropriate discount rate	Use observed market prices to estimate certainty equivalents of expected future cash flows
Step 3	Discount expected cash flows at risk-adjusted rate	Discount certainty equivalents of project cash flows at risk-free rate

Si possono considerare diversi modelli di "*pricing*" per valutare le opzioni reali:

1. Forma chiusa, talvolta vengono impiegate soluzioni molto simili e basate sulle formule di Black&Scholes; queste sono applicabili solo per le opzioni in stile europeo oppure per le americane perpetue. Si noti che con questo metodo si assumono costi costanti, ossia deterministici; un esempio importante in questo contesto è l'approccio "*Adapted B&S*" di Luehrman del 1998
2. Reticoli binomiali, come *lattice models* o alberi di decisione. Questi sono più ampiamente utilizzati dato che la maggior parte delle *Real Options* sono in stile americano. Inoltre, le metodologie basate sugli alberi consentono flessibilità nell'esercizio, laddove le regole pertinenti e diverse possono essere codificate in ciascun nodo
3. Metodi Monte Carlo specializzati, che vengono usati maggiormente per problemi di alta dimensione. Si noti che per le *american RO*, questa applicazione è più complessa, sebbene la ricerca recente combini un approccio ai minimi quadrati con la simulazione, consentendo la valutazione di opzioni che sono sia multidimensionali che, appunto, in stile americano (*Least Square MC*)
4. Altri modelli che sfruttano tipicamente scenari di flussi di cassa per la proiezione della distribuzione futura del *payoff* e non si fondano su ipotesi restrittive simili a quelle che sono alla base delle soluzioni in forma chiusa

o anche numerica. Tra i più recenti, il metodo Datar-Mathews e il metodo Fuzzy.[42]

In riferimento alle limitazioni tecniche nell'utilizzo di queste metodologie, esse sorgono a causa del contrasto tra opzioni reali e opzioni finanziarie, dato che tali approcci sono stati originariamente sviluppati per le seconde. La differenza principale è che nella ROT il sottostante spesso non è negoziabile, ossia la *real option* non può essere venduta. In seguito, anche dove esiste un mercato, per l'*asset* o per l'opzione, nella maggior parte dei casi la liquidità è limitata o assente. Infine, resta da determinare il giusto paradigma per scontare le richieste future, anche se l'impresa può adattarsi in maniera attiva ai cambiamenti delle condizioni. Le difficoltà, quindi, saranno:

- Stimare gli input del modello, poiché il prezzo del sottostante non può essere osservato direttamente, ci sarà sempre incertezza sul suo valore e sulla volatilità; la determinazione di quest'ultima è ancora più complessa a causa dell'*uncertainty* sulle azioni future attive della gestione;
- Può essere complicato cogliere le regole relative all'esercizio e alle azioni della direzione; inoltre, un progetto può presentare un portafoglio di opzioni reali incorporate, che possono escludersi a vicenda;
- Difficoltà teoriche:
    - I metodi di *pricing* utilizzati si basano su una logica razionale. Per calcolare il valore delle opzioni finanziarie si presuppone che si possa creare un "*hedged portfolio*" comprendente un'opzione e Δ azioni *dell'asset;* gli argomenti di arbitraggio consentono, quindi, di stimare il prezzo del derivato oggi. Quando è possibile una copertura di questo tipo, si può applicare una valutazione neutrale al rischio; nella ROV, tuttavia, l'*option* e il suo sottostante non sono negoziati

[42] *Kester W., (2001), Today's options for tomorrow's growth. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp. 33–46.*

e formare quella tipologia di portafoglio, di conseguenza, sarebbe difficile;
    - Modelli di opzioni standard: si supponga una volatilità costante, ossia che le caratteristiche di rischio dell'*underlying* non cambino con il tempo. Di conseguenza, uno standard *rate, risk-free* viene applicato come tasso di sconto ad ogni nodo, consentendo una valutazione priva di rischio. Nella ROV, però, le azioni del management modificano il livello di incertezza del progetto in questione e quindi il tasso di rendimento richiesto differirà a seconda di quanto viene realizzato; di conseguenza, si richiederà un *risk premium*, invalidando l'ipotesi di neutralità.

Queste difficoltà vengono risolte tramite diversi presupposti correlati:

- I problemi relativi ai dati vengono affrontati con l'uso di una simulazione del progetto o una *proxy*. I vari metodi di *option pricing*, come detto in precedenza, vengono adattati per il loro utilizzo nella valutazione delle opzioni reali;
- Le regole di esercizio specifiche posso essere "aggiustate" codificandole, per esempio, in un albero binomiale personalizzato;
- Le questioni teoriche:
    - Per utilizzare le metodologie di prezzo delle opzioni standard, nonostante le problematiche relative al valore razionale, nella ROA si adotta la finzione che l'opzione reale e il sottostante siano entrambi scambiati: si parla di approccio *Marketed Asset Disclaimer* (MAD);
    - Per affrontare il cambiamento nelle caratteristiche del rischio, il quale porta all'invalidità d'uso di un tasso di sconto costante, alcuni professionisti applicano il "*replicating portfolio approach*" nei loro modelli, in contrapposizione alla valutazione neutrale al rischio. In questo modo, si replicano i flussi di cassa dell'opzione attraverso la detenzione di un'obbligazione *riskfree* e un titolo nelle giuste proporzioni. Di conseguenza, poiché i *cash flows dell'option* e del

portafoglio saranno sempre identici, con argomenti di arbitraggio i loro valori potranno essere equiparati oggi e, quindi, non sarà richiesta l'attualizzazione. [43]

2.2.1. Adapted Black & Scholes

Si analizzerà per primo il modello *Adapted B&S* di Luehrman. Questo framework fa da collegamento tra il mondo reale dei progetti di investimento e la teoria formale di *pricing* delle opzioni associata a metodi matematici complessi. Esso produce output quantitativi, che possono essere utilizzati ripetutamente in diversi *projects*, ed è compatibile con il DCFM, al centro di ogni sistema di *capital-budgeting*.[44] Infatti, molti dei dati usati in questo metodo provengono dall'analisi dei flussi di cassa scontati riguardanti proposte di investimento e, per il calcolo del valore delle opzioni reali, si sfrutterà la "*B&S option-pricing table*" al posto di equazioni complicate. Ribadendo ciò che è stato detto in precedenza per quanto riguarda le analogie tra Opzioni Reali e Finanziarie:

- Il valore attuale degli *asset* operativi costruiti o acquisiti per il progetto corrisponde allo *Stock Price;*
- L'investimento richiesto è il Prezzo d'Esercizio;
- Il periodo temporale in cui l'impresa può differire la decisione di investimento senza perdere l'opportunità rappresenta il periodo alla scadenza dell'opzione;
- Il valore temporale del denaro in entrambi i casi è dato dal *risk-free rate;*
- L'incertezza sul valore futuro dei flussi di cassa del progetto (rischiosità) corrisponde alla deviazione standard dei ritorni sullo *stock*.

---

[43] Bini, Guatri, (2007), La valutazione delle aziende. Egea.

[44] Luehrman T., (2001), Strategy as a portfolio of real options. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp. 385–404.

Figura 2.13, Analogie tra opzioni reali e finanziarie, *Fonte: Luehrman T., (2001), Strategy as a portfolio of real options. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp. 385–404.*

Investment Opportunity	Variable	Call Option
Present value of a project's operating assets to be acquired	S	Stock price
Expenditure required to acquire the project assets	X	Exercise price
Length of time the decision may be deferred	t	Time to expiration
Time value of money	r_f	Risk-free rate of return
Riskiness of the project assets	σ^2	Variance of returns on stock

Un'altra somiglianza riguarda il fatto che nel DCFM tradizionale:

NPV = present value of assets – required capital expenditure;

quando il valore attuale netto è positivo l'impresa effettua l'investimento, altrimenti non viene eseguito. Si può dire che il valore dell'opzione reale e dell'NPV sono uguali quando si raggiunge la data di scadenza, ossia dal momento in cui la decisione sul progetto non può più essere rinviata. In quell'istante:

Option value = S-X oppure *Option value = 0*, a seconda di quale sia maggiore.

Allo stesso modo NPV = S-X, e nella situazione in cui tale differenza è negativa l'impresa non impiega il capitale, quindi il valore del progetto sarà zero effettivamente, proprio come per il prezzo dell'opzione. D'altra parte, il VAN e *l'option value* divergono quando la decisione di investimento può essere differita, poiché ciò porta alla nascita di due fonti di valore addizionali. In primis, vi è sempre la preferenza a pagare in seguito perché si va a guadagnare sul "*time value of money*"; secondo, mentre si aspetta, il prezzo degli *asset* operativi che si vogliono acquistare potrebbe cambiare: se sale viene esercitata l'opzione, invece, se scende, le attività non verranno acquisite subito e, con l'attesa, si eviteranno esborsi errati. Per tali motivi, poter rinviare la decisione di investimento crea un valore non incluso dal metodo tradizionale e, perciò, bisogna determinare il "prezzo" di queste nuove fonti.

Come detto, il primo *extra-value* quantificabile NPV_q si può ottenere impiegando capitale in seguito piuttosto che ora. Per catturare questa componente, si supponga di versare in banca la giusta quantità di denaro in questo momento, così che, quando si raggiungerà il "*time to invest*", la somma di quella liquidità con l'interesse potrà coprire la spesa richiesta. Si fa riferimento al valore attuale del capitale investito, che nell'ambito delle opzioni si può definire come il *present value* del prezzo di esercizio PV(X).[45] Per determinare quest'ultimo, bisogna scontare X per il numero di periodi (t) al tasso privo di rischio (rf): PV(X) = $\frac{X}{(1+rf)^t}$. Di conseguenza, riprendendo l'equazione precedente:

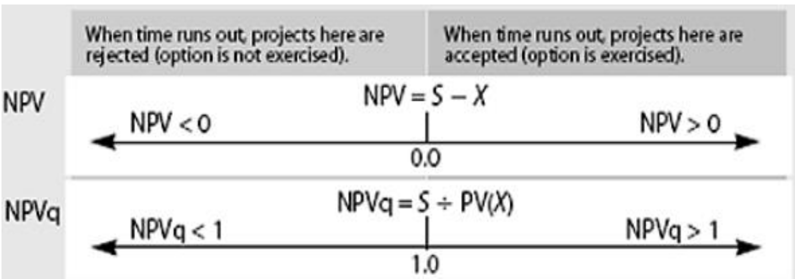
$$modified\,NPV \;=\; S - PV(X),$$

dove l'attualizzazione di X rappresenta il costo aggiustato per il valore temporale del denaro. Trattandosi di un'operazione aritmetica di differenza, il valore attuale netto modificato può essere positivo, negativo o nullo. Tuttavia, con lo scopo di semplificare il calcolo, si andrà ad esprimere tale relazione tra valore e costi come un quoziente (NPVq), così che il risultato sia rappresentato da decimali tra zero e uno, ottenendo importanti vantaggi matematici. Conseguentemente:

$$NPVq \;=\; \frac{S}{PV(X)}, \text{ tale che}$$

- *Modified NPV* > 0, allora $NPV_q > 1$
- *Modified NPV* < 0, quindi $NPV_q < 1$
- *Modified NPV* = 0, e $NPV_q = 1$.

Figura 2.14, Confronto tra NPV modificato e NPV quoziente, *Fonte: Luehrman Timothy A., (1998), Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers. Harvard Business Review 76.*



[45] *Luehrman Timothy A., (1998), Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers. Harvard Business Review 76, no. 4: pp. 51–67.*

Ora si analizzerà la seconda fonte addizionale, ossia la Volatilità Cumulata, legata al fatto che, mentre si attende, il valore dell'*asset* può cambiare e influenzare positivamente la decisione di investimento. Considerando che è praticamente impossibile identificare quale sarà il nuovo "prezzo del sottostante", si quantifica il valore associato ad un certo livello di incertezza, attraverso le probabilità. La misura "*probability-weighted*" di dispersione più comune è la varianza σ^2: più alta è questa componente, più alta sarà la possibilità che il valore sia tanto maggiore o minore della media. Quindi, gli *asset* con σ^2 elevata saranno più rischiosi rispetto a quelli che presentano una volatilità modesta; tuttavia, questa dimensione dell'*uncertainty* risulta incompleta, in quanto vi è il bisogno di considerare il lasso temporale per cui si può attendere per effettuare l'investimento. Per tale motivo, si parla di "*cumulative variance*", ossia varianza per periodo moltiplicata per il numero di intervalli: $\sigma^2 t$.[46] Per semplificare i calcoli matematici, si sfrutteranno due accorgimenti:

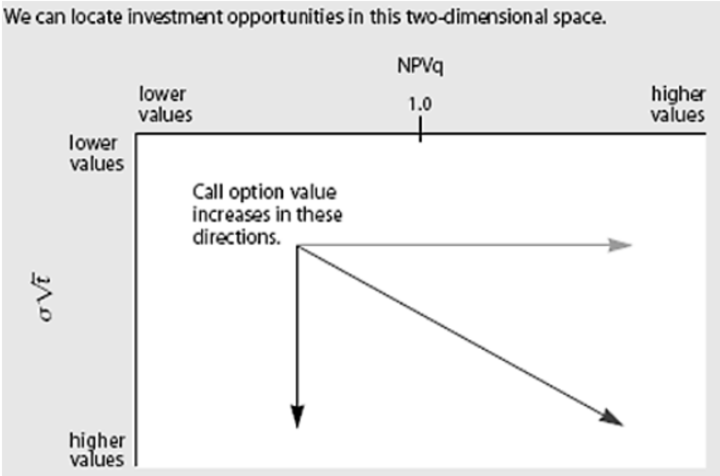
1. Piuttosto che considerare la σ^2 dei valori del progetto, si utilizzerà la *variance* dei rendimenti dell'investimento, ossia la percentuale guadagnata o persa ogni anno; il motivo principale è che i primi possono incrementare notevolmente ma non scendere al di sotto dello zero, mentre i secondi possono essere positivi o negativi, a volte anche simmetricamente. Il ritorno sarà dato dalla differenza tra valore futuro e attuale, divisa per il *present value*
2. Invece di far riferimento a σ^2, si andrà ad utilizzare la deviazione standard σ, dato che essa si presenta nella stessa unità di misura della componente considerata. Conseguentemente, si parla di volatilità cumulata $\sigma\sqrt{t}$.

Ora, conoscendo le nuove metriche dell'opzione *call*, NPV_q e $\sigma\sqrt{t}$, si possiedono tutte le informazioni utili per valutare un progetto come una *European call option* attraverso il modello B&S. Si può notare che queste due elementi contengono tutte

[46] *Luehrman T., (2001), Strategy as a portfolio of real options. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp. 385–404.*

le cinque variabili del metodo Black&Scholes e permettono di collocare le opportunità in uno spazio bidimensionale.

Figura 2.15, Opportunità di investimento in uno spazio bidimensionale, *Fonte: Luehrman Timothy A., (1998), Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers. Harvard Business Review 76, no. 4: pp. 51–67.*



L'NPV$_q$ risulta elevato, per alti valori del progetto (S) o basse spese di capitale (X), oppure per alti tassi di interesse (rf) o tempi lunghi per la scadenza (t). Invece, la volatilità cumulata cresce quando vi è elevata incertezza sul futuro del progetto e sull'abilità di differire a lungo una decisione, quindi con l'aumentare di σ e del tempo t. Gli investimenti nell'angolo basso-destro presentano un grande valore dell'opzione rispetto a quelli nell'angolo alto-sinistro. Grazie a queste due componenti sugli assi che definiscono le coordinate, si può utilizzare il cosiddetto "*Price the Space*", attraverso la tavola del modello di Black&Scholes; all'interno di essa, ogni numero esprime il prezzo di una specifica opzione *call* come percentuale del valore del progetto (o asset) sottostante, e per questo, dopo aver trovato il "*table result*", esso deve essere moltiplicato per il fattore "S". Con questo approccio, la *call* di B&S può essere riscritta come:

$$\frac{C}{S} = N(d1) - \frac{N(d2)}{NPVq},$$

dove:

- $d1 = \frac{\ln[\mathrm{NPVq}]}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2}$;
- $d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$.

2.2.2. Reticoli Binomiali

Per quanto riguarda il metodo dei Reticoli Binomiali, esso si focalizza sull'uso degli alberi ricombinati di decisione, conosciuti come "*lattices*", poiché costituiscono un approccio realmente pratico ed intuitivo per modellare l'incertezza e valutare la flessibilità manageriale di progetto nelle applicazioni riguardanti le opzioni reali. Il modello Lattice proposto da Cox, Ross e Rubinstein nel 1979 viene implementato per prezzare le opzioni finanziarie; per tale motivo, questa metodologia richiede delle modifiche per poter essere utilizzata nell'ambito delle *real options*: Copeland e Antikarov proposero di considerare i flussi di cassa come dividendi. Si è visto, come il lavoro di Black, Scholes e Merton per il *pricing* delle opzioni finanziarie abbia fornito un *framework* per la valutazione degli investimenti reali in presenza di incertezza; tale approccio, corretto dal punto di vista teorico, presenta una laboriosità matematica tale da poter essere sfruttato in maniera limitata, data anche la sua applicabilità circoscritta alle opzioni di tipo europeo.[47] Una prima problematica nella ROA riguarda la complessità della valutazione, diversamente da quanto accade per i sottostanti di opzioni finanziarie, solitamente titoli scambiati sul mercato, *commodities* e *asset* finanziari, i quali presentano caratteristiche che ne facilitano il *pricing*. Un altro problema del metodo B&S è che si tratta di un modello a tempo continuo, che viene risolto attraverso una matematica sofisticata. A differenza di questo, la metodologia CRR per i derivati asimmetrici, e la sua evoluzione sviluppata da Copeland e Antikarov per le decisioni di investimento, si possono definire flessibili e intuitivi. Innanzitutto, l'approccio discreto di Cox, Ross e Rubinstein, basato sul modello lattice o sull'albero binomiale, consente di calcolare il prezzo di un'opzione di tipo americano; per la sua implementazione, si considera il derivato di un *asset* che ha un prezzo corrente S_0 e volatilità σ, e ad ogni step il *value* del sottostante viene moltiplicato per una variabile random che può risultare in due valori, *u* oppure *d*. Per emulare una distribuzione lognormale, questi fattori sono definiti dalla seguente equazione, in cui *p* è la probabilità neutra al rischio e *r* il *riskfree rate*:

[47] *Luiz E. Brandão, James S. Dyer, Warren J. Hahn, (2005) Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. Decision Analysis 2, Vol.2, pp. 69-88.*

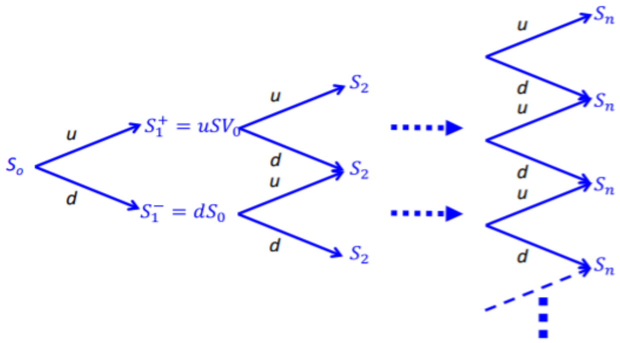
$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$d = \frac{1}{u}$$

$$p = \frac{(1+r)^{\Delta t} - d}{u - d},$$

dove u e d sono rispettivamente i moltiplicatori *up* e *down* degli step lattice. Con questi parametri, il modello può essere implementato come una discretizzazione di un processo diffuso di un moto geometrico Browniano (GBM) per S.[48] Nell'ultimo periodo "n", rappresentante il momento di scadenza, le opzioni, che definiscono un procedimento di massimizzazione, sono esercitate sui valori di S_n ad ogni nodo. Negli step in cui il titolare usufruisce della sua facoltà, il *value* S_n cambia in S'_n. In seguito, ci si muove al lasso temporale precedente (*n-1*), e si ripete l'ottimizzazione per ogni "*node*", ma questa volta tenendo presente anche del valore di continuazione, che consiste nel *present value* dei futuri nodi attesi scontati al tasso privo di rischio e pesati dalle probabilità p e (*1-p*).

Figura 2.16, Reticolo binomiale per il prezzo del sottostante, *Fonte: Luiz E. Brandão, James S. Dyer, Warren J. Hahn, (2005) Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. Decision Analysis 2, Vol.2, pp. 69-88.*



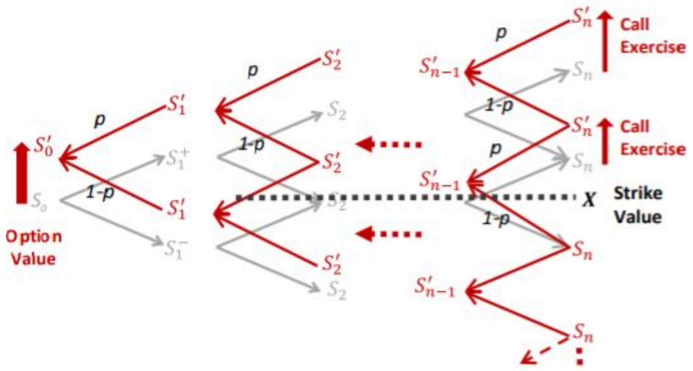
Il processo di "*backward maximization*" viene riassunto dall'equazione:

$$\max\left[S'_{t-1}; \frac{S_t'^{+}p + S_t'^{-}(1-p)}{1+r}\right],$$

[48] *Marques N., Bastian-Pinto C., Brandão L., (2020), A Tutorial for Modeling Real Options Lattices from Project Cash Flow. Journal of Contemporary Administration.*

dove S_t è il prezzo dell'*asset* al tempo "t", prima dell'esercizio dell'opzione, e S'_t dopo di esso. Nel seguente grafico, allo step iniziale la freccia rossa in grassetto indica il valore delle opzioni esercitate lungo l'intero reticolo:

Figura 2.17, Reticolo binomiale per il valore dell'opzione, *Fonte: Luiz E. Brandão, James S. Dyer, Warren J. Hahn, (2005) Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. Decision Analysis 2, Vol.2, pp. 69-88.*



Volendo applicare gli stessi principi alle RO, in questo caso il sottostante è un progetto di investimento, il quale, essendo un *asset* reale, non è scambiato sul mercato e non ha un prezzo determinato. Inoltre, le regole di esercizio delle *real options* sono molto più complesse rispetto a quelle delle opzioni finanziarie, dato che le prime includono multiple "*exercise opportunities*", combinazioni di simultanee e distinte tipologie di opzione e innumerevoli incertezze.

Come detto, trattandosi di un progetto, è impossibile determinare il suo valore reale e le caratteristiche di rischio-rendimento. Per tale motivo, si assume che esso sia il sottostante e che il suo "prezzo di mercato" sia il valore attuale dell'investimento stesso (V_0). Questa ipotesi implica che il *present value* tradizionale dei flussi di cassa senza il fattore flessibilità rappresenti una buona stima del prezzo del progetto, se esso fosse un *asset* scambiabile. Copeland e Antikarov definiscono questo presupposto come *Market Asset Disclaimer (MAD)*.[49] Il primo step del modello riguarda la determinazione della struttura dei *cash flows* F_t, come:

$$F_t = [R_t\,(1-\gamma) - \lambda_t - \Gamma](1-\pi) + \lambda_t,$$

[49] *Copeland T., (2010), From Expected Cash Flows to Real Options. Multinational finance journal: MF: quarterly publication of the Multinational Finance Society. 14.1/2: pp. 1–27.*

dove:

- R_t rappresenta i ricavi dell'anno "t"
- γ sono i costi variabili
- π è la tassa sui redditi
- λ_t è l'ammortamento nell'anno "t"
- Γ rappresenta i costi fissi.

Questi sono proiettati per un numero di anni "n", alla fine dei quali si considera il valore di continuazione CV. Il *value* del progetto al tempo zero V_0 è definito dall'equazione:

$$V_0 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{Ft}{(1+\mu)^t} + \frac{CV_n}{(1+\mu)^n},$$

$$CV_n = \frac{F_n(1+g)}{(\mu - g)},$$

dove μ è il tasso di sconto aggiustato per il rischio e g il tasso di crescita perpetua dei flussi di cassa. Lo scopo è di modellare il valore dell'investimento V, con l'approccio binomiale CRR, il quale consente alle opzioni reali di essere esercitate per induzione retroattiva o massimizzazione all'indietro di V lungo i nodi reticolari. Quando si raggiungerà il punto iniziale, si avrà un prezzo del progetto aumentato dall'esercizio ottimale delle RO, che può essere chiamato "*expanded present value*" (V_0*), ossia: $V_0^* = V_0$+RO. In seguito, deve essere stimata la deviazione standard di V; si assume che i ricavi R_t siano il prodotto tra quantità e prezzo, dove la prima componente è deterministica, ma la seconda è stocastica, con un taso di crescita α e una volatilità σP, e di conseguenza:

$$\tilde{R}_t = Q\tilde{P}_t.$$ [50]

Il *price* segue un GBM tipo di un processo di diffusione stocastica, che può essere definito dall'equazione differenziale rappresentante il processo standard di Wiener:

---

[50] *Marques N., Bastian-Pinto C., Brandão L., (2020), A Tutorial for Modeling Real Options Lattices from Project Cash Flow. Journal of Contemporary Administration.*

$$dP = \alpha P dt + \sigma_P P dz, \text{ dove } dz = \varepsilon\sqrt{dt} \sim N(0,1).$$

Per stimare i parametri necessari a definire questo moto geometrico Browniano (α e σ_P), date le serie storiche dei prezzi P_t, con *n* eventi, esse possono essere calibrate con l'uso di una procedura specifica. Inizialmente, bisogna calcolare le serie di log-rendimento di (n-1) eventi delle serie di prezzo con $LN(P_t/P_{t-1})$; il tasso di crescita α può essere stimato come la media di tali serie di log-rendimento, e il parametro della volatilità σ_P calcolando la deviazione standard delle stesse. Una volta ottenuti tali valori, possono essere utilizzati nel modellare il GBM per i prezzi nel processo descritto dalle equazioni:

$$P_t = P_0 e^{\alpha(t-t_0)}$$

$$\tilde{P}_t = P_{t-1} e^{\left[\left(\alpha - \frac{varp}{2}\right)\Delta t + \sigma p N(0;1)\right]}.$$

Attraverso la dimostrazione di Samuelson del 1965, basata sul fatto che il tasso di rendimento di un *asset* finanziario segua una "passeggiata casuale", si assume che V procederà secondo un moto geometrico Browniano. Per tale motivo, flussi di cassa futuri dipendenti da incertezze multiple, anche con processi autoregressivi, possono essere combinati in singoli reticoli binomiali moltiplicativi.

Per definire la volatilità di V, si userà l'approccio suggerito da CA, ma con alcune correzioni apportate da Brandão, Dyer e Hahn nel 2012. Dopo aver stimato gli "n" flussi di cassa e il valore deterministico inziale del progetto V_0, si potrà calcolare il *project value* in t=1 con l'equazione:

$$\tilde{V}_1 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{\tilde{F_t}}{(1+\mu)^{t-1}} + \frac{CV_n}{(1+\mu)^n}.$$

P, F e V seguono un processo stocastico GBM, e, quindi, si specifica la variabile Z:

$$\tilde{Z} = Ln\left(\frac{\tilde{V}_1}{\overline{V}_0}\right).$$

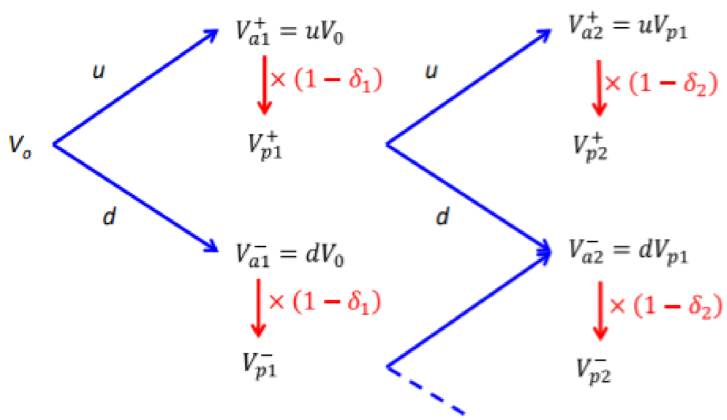
Attraverso una simulazione MC, si utilizza la deviazione standard di Z come volatilità (σ_V) del valore stocastico dell'investimento V. Si noti che V_0 è statico, mentre V_1 è stocasticamente dinamico e presenterà un nuovo risultato per ogni traiettoria simulata di F. Le strutture reticolari viste in precedenza attraverso i grafici, prezzano opzioni su asset che non pagano dividendi o flussi di cassa. Nel caso di sottostanti che generano continuamente *cash flows* per gli azionisti, si devono attuare alcuni aggiustamenti. Dopo aver stimato i CFs del progetto in questione, si possono calcolare i V_t da t=1 a "n", prima della sottrazione del flusso di cassa al periodo "t", e si chiamerà $V_{ex\ ante}$.[51] Conseguentemente, dopo aver detratto F_t si avrà $V_{ex\ post}$, ossia il valore del progetto dopo il pagamento dei *cash flows* o dividendi. Da ciò, si può stimare il vettore del *dividend yield* δ_t da t=1 a "n", definito come:

$$\delta_t = \frac{F_t}{V_{t\ ex\ ante}}.$$

Attraverso questa componente, Copeland e Antikarov proposero uno schema che costruisce un reticolo per il *project value ex-post*. Ad ogni step "t", il valore per ciascun nodo prima della sottrazione dei CFs (V_α) è moltiplicato per (1-δ_t), tale che $V_{ex\ post}$ sarà: $V_p = V_\alpha(1\text{-}\delta_t)$. Di conseguenza, i dividendi saranno calcolati per ogni periodo tramite l'equazione:

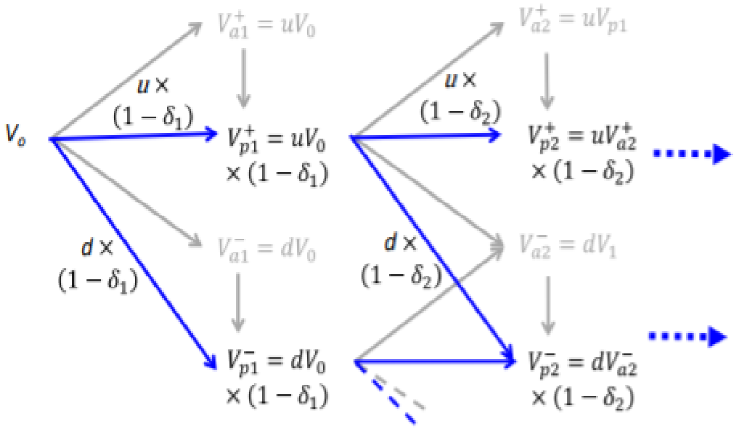
$$D_t = V_{\alpha t}\delta_t.$$

Figura 2.18, Reticolo CRR con pagamento del dividendo ad ogni nodo, *Fonte: Marques N., Bastian-Pinto C., Brandão L., (2020), A Tutorial for Modeling Real Options Lattices from Project Cash Flow. Journal of Contemporary Administration.*



[51] *Brandão L., Dyer J., (2005), Decision analysis and real options: A discrete time approach to real option valuation. Ann. Oper. Res. 135(1): pp. 21–39.*

Figura 2.19, Reticolo CRR per i valori ex-post, *Fonte: Marques N., Bastian-Pinto C., Brandão L., (2020), A Tutorial for Modeling Real Options Lattices from Project Cash Flow. Journal of Contemporary Administration.*



All'ultimo nodo, le RO sono esercitate sui valori di V_{pn} per ciascuno step (processo di massimizzazione) sugli "*ex-post values*". Quando le opzioni vengono sfruttate, V_{pn} diventa V'_{pn}. Come nel classico (senza δ) reticolo CRR, ci si muove al periodo precedente (n-1), e si va a performare il processo di ottimizzazione per ogni intervallo, considerando anche il valore di continuazione.[52] I *values ex-ante* $V'_{\alpha n}$ dell'ultimo step "n", sono uguali ai dividendi D_n sommati con i V'_{pn}. Dato che questi *dividends* sono quelli già pagati dal progetto, essi sono rappresentati dai $V'_{\alpha n}$ moltiplicati per δ_n, e quindi:

$$D_t = V_{\alpha t} - V_{pt} = V_{pt}\, x \frac{\delta_t}{1-\delta_t}.$$

Il vettore dei valori viene calcolato attraverso l'equazione:

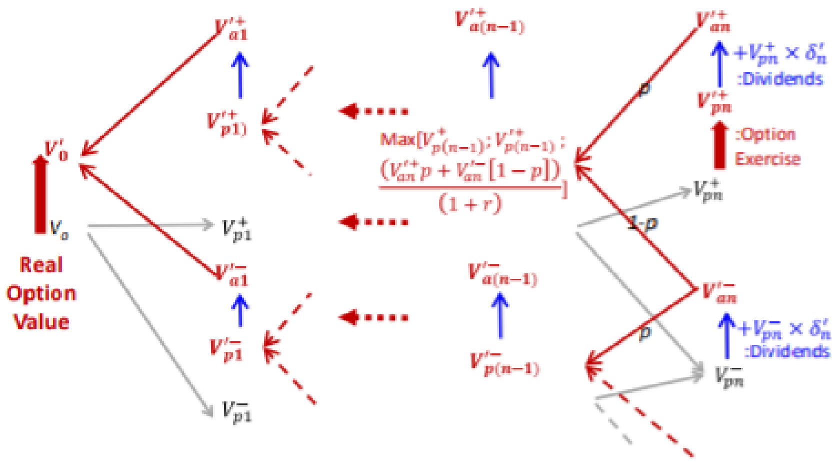
$$\delta'_t = \frac{\delta_t}{1-\delta_t},$$

che moltiplicato per V_{pt} porta alla determinazione dei dividendi di cui si necessita per scontare il reticolo. Il processo di massimizzazione sarà:

$$\max\left[V'_{p(t-1)}; \frac{\left[V'^{+}_{pt} + V^{+}_{pt} x \delta'_t\right]p + \left[V'^{-}_{pt} + V^{-}_{pt} x \delta'_t\right](1-p)}{1+r}\right].$$

[52] *Copeland T., Antikarov V., (2001). Real Options: A Practitioner's Guide, W.W. Norton & Company, New York.*

Figura 2.20, Attualizzazione a ritroso del reticolo per valori ex post, *Fonte: Marques N., Bastian-Pinto C., Brandão L., (2020), A Tutorial for Modeling Real Options Lattices from Project Cash Flow. Journal of Contemporary Administration.*



2.2.3. Metodi Monte Carlo Specializzati

Altri modelli da utilizzare per definire il valore delle opzioni reali di un progetto, sono i metodi Monte Carlo Specializzati. Si andrà a determinare un approccio numerico basato sulla simulazione MC per una valutazione dinamica di questioni di *capital budgeting* con diverse *real options* incorporate su numerose variabili. Per giungere ad una soluzione, si possono scomporre problemi complessi di questo tipo in set di opzioni semplici, considerando l'interazione e l'interdipendenza tra di esse. Tale "divisione" viene implementata numericamente attraverso l'algoritmo *Least Squares Monte Carlo*, presentato da Longstaff e Scwartz nel 2001, applicato anche per il calcolo del prezzo delle opzioni americane, e utilizzato in questo contesto per prendere posizioni in investimenti *multi-options*.[53] Le scelte, come detto, dipendono da un insieme di variabili, le quali presentano un'evoluzione incerta e, quindi, il rapporto tra le decisioni contingenti rende la valutazione difficile. Kulatilaka e Trigeorgis proposero il modello generale per prezzare le opzioni reali, basato

[53] *Dias Marco Antonio G., (2000), Real Option Evaluation: Optimization under Uncertainty with Genetic Algorithms and Monte Carlo Simulation. Working paper, Dept. of Electrical Engineering, PUC-Rio, Brazil, 23 pages.*

sull'idea di svariare tra i diversi modi operativi utilizzando approssimazioni discrete (reticoli binomiali) delle dinamiche a tempo continuo delle "*state variables*". Tramite questo metodo, considerando un progetto con diverse opzioni incorporate, in ogni nodo vi sarà *l'option to switch* dal sistema attuale ad uno differente e, qui, il "costo di cambiamento" sarà il prezzo di esercizio. Nell'analisi che si sta svolgendo, l'approccio alternativo presentato si basa sul mappare un problema complesso di RO utilizzando un set di "*simple options*", attraverso strutture gerarchiche di decisioni contingenti. Queste ultime, solitamente non hanno una scadenza, vengono considerate come opzioni americane, e per tale motivo deve essere impiegato un modello di programmazione dinamica. Diverse tecniche basate sull'equazione di Bellman possono essere implementate numericamente in maniera semplice: metodi delle differenze finite, approcci diretti alle differenziali parziali o i modelli reticolari CRR. Tuttavia, tali metodologie sono difficili da utilizzare poiché risulta complesso ottenere "*partial differential equations*" rilevanti, oppure per la problematica della dimensionalità; dato che i "quesiti" di *capital budgeting* solitamente includono diverse variabili di stato, di conseguenza i modelli stocastici rendono la valutazione delle opzioni reali più complicata. Dato che il tradizionale approccio Monte Carlo di Boyle presenta alcune difficoltà nell'applicazione alle *real options*, si andrà ad utilizzare il metodo *Least Squares* (minimi quadrati) MC, il quale crea un punto di incontro tra la programmazione dinamica e la simulazione stessa; ciò avviene attraverso una regressione per determinare il valore di continuazione nella formula di Bellman. Tale algoritmo verrà sfruttato per la risoluzione di complessi progetti di investimento caratterizzati da diverse opzioni e variabili interdipendenti.

Si considerino un'economia di riferimento con mercati finanziari e le variabili di stato X1, X2, …, Xn, in breve definite X = (X1, X2, …, Xn), le quali influenzano le decisioni di investimento di capitale di un'impresa. Le dinamiche di tali "*variables state*", guardando alla probabilità oggettiva misurata dal processo di Markov, vengono descritte:

$$dX(t) = a(t, X)dt + b(t, X)dB(t),$$

$$X(0) = x.$$

Viene fornito un mercato finanziario e, quindi, una misura martingala (neutrale al rischio) equivalente (EMM) è determinata per la valutazione degli *asset*; un processo *short-rate* (r_t) e un procedimento sui prezzi dei titoli finanziari vengono adattati, tale che:

$$dX(t) = a^*(t, X)dt + b(t, X)dB^*(t),$$

$$X(0) = x,$$

dove a^* è il tasso di deviazione aggiustato per il rischio, $B^*(t)$ è un moto Browniano sotto l'EMM e b rappresenta una matrice $n \times n$ con rango pieno per ogni t. Considerando una *option* su X, con scadenza T e *payoff* Π, il suo valore in $t \leq T$ sarà $F(t, X_t)$ con $F(T, X_T) = \Pi(T, X_T)$; se si tratta di un'opzione americana, ancora disponibile in t:

$$F(t, X_t) = max_{\tau \epsilon T(t,T)} \{E_t^* [e^{-r(\tau - t)} \pi(\tau, X_\tau)]\},$$

dove $T(t, T)$ è l'insieme dei tempi di stop in [t, T] e E_t^* è l'aspettativa sotto l'EMM, condizionata dalle informazioni disponibili in t. Si parla di opzioni reali su progetti di investimento, subordinate alle variabili di stato X dell'economia di riferimento; l'idea dietro questo approccio è molto semplice: un problema di *capital budgeting* può essere scomposto in un set di opzioni individuali descrivendo in modo appropriato la gerarchia tra le singole decisioni; vi sono diversi tipi di interdipendenza che si possono presentare: opzioni indipendenti, opzioni composte, opzioni esclusive, *optimal switching*. Tale metodologia nasce per la simulazione MC, o più in generale per la programmazione dinamica, e si basa sul principio di Bellman.

Come detto, Longstaff e Schwartz proposero un algoritmo di valutazione, chiamato *Least Squares Monte Carlo* (LSM), ossia una combinazione tra la MC e il metodo dei minimi quadrati. Lo scopo è quello di approssimare il valore di continuazione nell'equazione di Bellman attraverso una regressione dei minimi quadrati dei *payoff* condizionati attesi sul valore corrente delle variabili di stato, così da stimare il tempo di stop ottimale di un "*American-like contingent claim*", e in seguito applicare la formula vista in precedenza per il calcolo *dell'option value*.[54] Si definisce l'approccio LSM per opzioni semplici, ossia una alla volta e senza interazioni; considerandone una americana su X e con scadenza T, il suo prezzo può essere ottenuto scegliendo un intero N, tale che il periodo di tempo [0, T] viene diviso in N intervalli di lunghezza $\Delta t = T/N$. In seguito, la dinamica delle "*state variables*" è simulata generando K percorsi per X; si denoterà con $X_t(\omega)$ il valore dei processi al tempo *t* lungo il ω-esimo "cammino" simulato e $\tau(\omega)$ il tempo di stop ottimale nel rispetto dell'informazione generata da X_t ristrettamente al set di date discrete ($t_0=0$, $t_1=\Delta t$, …, $t_N=N\Delta t$). Tale risultato viene ottenuto attraverso una programmazione dinamica all'indietro: se al tempo t_n, lungo il percorso ω, l'opzione non è stata esercitata, la decisione ottimale condizionata è definita confrontando il profitto $\Pi(t_n, X_t(\omega))$ con il valore della funzione $F(t, X_t(\omega))$. Se essi sono uguali, allora il tempo di stop ottimo lungo la traiettoria ω-esima sarà $\tau(\omega) = t_n$, altrimenti è invariato. Dato che $F(t, X_t)$ non è disponibile a questo step, una soluzione viene fornita dall'equazione di Bellman in tempo discreto:

$$F\left(t_n, X_{t_n}\right) = \max\{\Pi\left(t_n, X_{t_n}\right), e^{-r(t_{n+1}-t_n)} E^*_{t_n}[F\left(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}\right)]\}.$$

Denotando il valore di continuazione

$$\Phi\left(t_n, X_{t_n}\right) = e^{-r(t_{n+1}-t_n)} E^*_{t_n}\left[F\left(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}\right)\right],$$

$$\Phi(T, X_T) = 0,$$

si potrà determinare la "*path-wise optimal policy*" confrontando Φ con il *payoff* Π:

$$\text{se} \quad \Phi\left(t_n, X_{t_n}(\omega)\right) \leq \Pi\left(t_n, X_{t_n}(\omega)\right) \quad \text{allora} \quad \tau(\omega) = t_n.$$

Lo "*stopping time*" ottimo viene trovato attraverso un'applicazione ricorsiva di questa regola di decisione, procedendo all'indietro da T.[55] In $t_n = 0$, quando i tempi di "miglior arresto" lungo tutti i percorsi sono stati determinati, il valore dell'opzione americana è stimato attraverso la media dei "*path-wise values*":

[54] *Moreno M., Navas J. F., (2001). On the robustness of Least-squares Monte Carlo (LSM) for pricing American derivatives. Working paper.*
[55] *Longstaff F. A., Schwartz E. S., (2001), Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach. The Review of Financial Studies, 14: pp. 113–147.*

$$F(0,x) = \frac{1}{K}\sum_{\omega=1}^{K} e^{-r\tau(\omega)}\Pi\big(\tau(\omega), X_{\tau(\omega)}(\omega)\big).$$

L'idea dell'approccio LSM è: se in t l'*option* è ancora disponibile, il valore di continuazione è definito dall'attesa, condizionata dalle informazioni possedute fino a quella data, sui futuri *payoff* ottimali dell'opzione. Per tale motivo si introduce la notazione $\Pi(t,s,\tau,\omega)$, che rappresenta il ω-esimo percorso del flusso di cassa derivante *dall'optimal exercise* nel periodo s rispetto al tempo di stop $\tau(\omega)$, assumendo che il diritto non sia stato ancora sfruttato; di conseguenza:

$$\Pi(t,s,\tau,\omega) = \Pi\big(s, X_s(\omega)\big) \quad \text{se} \quad \tau(\omega) = s$$

$$\Pi(t,s,\tau,\omega) = 0 \quad \text{se} \quad \tau(\omega) \neq s.$$

Il valore di continuazione in t_n è:

$$\Phi\big(t_n, X_{t_n}\big) = E^{*}_{t_n}\left[\sum_{i=n+1}^{N} e^{-r(t_i-t_n)}\,\Pi(t_n, t_i, \tau, \bullet)\right].$$

Dato che Φ è un componente di vettore lineare spaziale, può essere definito come:

$$\Phi(t, X_t) = \sum\nolimits_{j=1}^{\infty} \phi_j\,(t) L_j(t, X_t),$$

rispetto alla base Lj. Se solo $J < \infty$ elementi delle basi sono utilizzati per determinare Φ, si ottiene un'approssimazione di $\Phi^J(t, X_t) =$

$$\sum_{j=1}^{J} \phi_j\,(t) L_j(t, X_t),$$

dove $\phi_j(t)$ viene calcolato attraverso una regressione ai minimi quadrati di $\Phi^J(t, X_t)$ sulle basi $L_j(t, X_t)$. Il *continuation value* stimato

$$\widehat{\Phi}^J\big(t_n, X_{t_n}\big) = \sum_{j=1}^{J} \widehat{\phi}_j\,(t_n) L_j\big(t, X_{t_n}\big),$$

viene poi usato per applicare ricorsivamente la regola di decisione definita in precedenza. L'accuratezza del risultato per l'opzione americana può essere aumentata con l'incremento del numero di step N, di percorsi simulati K o della quantità di basi di funzione J.

Ora l'algoritmo LSM viene esteso al framework introdotto inizialmente, ossia per la valutazione di progetti di capital budgeting con diverse opzioni incorporate e numerose variabili, in cui si vanno a considerare anche le interazioni tra le decisioni (le quali saranno analizzate da un punto di vista pratico): opzioni indipendenti, opzioni su opzioni, opzioni che si escludono a vicenda, problemi di commutazione ottimali.[56]

Caso 1: Si considerino due alternative strategiche per un problema di investimento infrastrutturale che presentano due *outcomes* differenti. Vi è l'opportunità di modificare la scala del progetto a seconda della quantità di capitale impiegato oppure di differirne l'esecuzione con il fine di eliminare l'incertezza tecnica e di mercato. Il valore di un *asset* (business) è V_t e segue il processo:

$$\frac{dV(t)}{V(t)} = (r - \delta)dt + \sigma dB(t),$$

$$V(0) = V,$$

sotto l'EMM, dove δ è il tasso di rendimento "*equilibrium shortfall*". Le possibilità sono:

1. Opzione di differire, il *payoff* è $\Pi_1(t, V) = \max\{e_1V - I_1 + F_2(t, V); 0\}$, dove I_1 è il costo del progetto; si può ottenere una frazione e_1 del business, con $0 < e_1 < 1$, e il valore dell'opzione che ne consegue sarà F1;
2. Opzione di espandere, il profitto è $\Pi_2(t, V) = \max\{e_2V - I_2; 0\}$, con $e_2 = 1-e_1$; la spesa in conto capitale per l'investimento è I_2 . La scadenza *dell'american option* è all'anno T_2 e il valore sarà F_2.

Anche se la seconda opportunità può essere esercitata nel lasso temporale $[0, T_2]$, l'attuale intervallo per essa viene definito dallo *stopping time* della prima opzione in T_2.

[56] *Martzoukos S. H., Trigeorgis L., (1999), General multi-stage capital investment problems with multiple uncertainties. Working paper, University of Cyprus.*

Si supponga ora che per lo stesso progetto vi siano differenti alternative disponibili:

1. Opzione di differire disponibile fino a T_1, pagando $I = I_1+I_2$, si ottiene l'intero business V. Il *payoff* è: $\Pi_1(t, V) = \max\{V - I + F_2(t, V); 0\}$, dove F_2 è il valore della susseguente *option to contract*; il valore di questa opzione è F_1;
2. Opzione di contrazione della scala del progetto, si può recuperare parte dell'investimento iniziale $X = I_2$, riducendo la produzione di una frazione *k*. Tale possibilità è disponibile dopo che l'opzione di investire è stata esercitata, entro T_2. Quindi, il profitto è $\Pi_2(t, V) = \max\{X - kV; 0\}$ e il valore sarà F_2.

Di nuovo, entrambe le opzioni sono Americane.

Risultati nella tabella:

Figura 2.21, Opzioni Composte, *Fonte: Martzoukos S. H., Trigeorgis L., (1999), General multi-stage capital investment problems with multiple uncertainties. Working paper, University of Cyprus.*

Table 2: Compound options (Example 2)

				investment + expansion				investment + contraction			
S	σ (%)	δ (%)	T	Lattice	LSM	std. dev.	rel.err.	Lattice	LSM	std. dev.	rel.err.
100	20	3	4	1.364	1.363	0.037	-0.001	1.198	1.194	0.029	-0.004
100	20	3	5	2.857	2.843	0.074	-0.005	2.627	2.610	0.041	-0.006
100	20	5	4	0.899	0.908	0.025	0.010	0.913	0.926	0.029	0.015
100	20	5	5	1.858	1.854	0.050	-0.002	1.898	1.909	0.049	0.006
100	30	3	4	5.197	5.218	0.101	0.004	4.894	4.874	0.087	-0.004
100	30	3	5	8.311	8.282	0.165	-0.003	8.005	7.982	0.180	-0.003
100	30	5	4	4.116	4.160	0.101	0.011	4.198	4.218	0.051	0.005
100	30	5	5	6.489	6.491	0.111	0.000	6.641	6.635	0.150	-0.001
110	20	3	4	2.781	2.771	0.072	-0.004	2.492	2.483	0.040	-0.004
110	20	3	5	4.917	4.879	0.091	-0.008	4.576	4.556	0.081	-0.004
110	20	5	4	1.920	1.915	0.052	-0.003	1.955	1.985	0.035	0.015
110	20	5	5	3.341	3.363	0.060	0.007	3.416	3.417	0.051	0.000
110	30	3	4	7.942	7.916	0.233	-0.003	7.541	7.540	0.092	0.000
110	30	3	5	11.659	11.690	0.139	0.003	11.287	11.229	0.159	-0.005
110	30	5	4	6.419	6.461	0.097	0.007	6.555	6.557	0.114	0.000
110	30	5	5	9.280	9.356	0.149	0.008	9.505	9.492	0.105	-0.001
						RMSE	0.006			RMSE	0.006

Base case parameters: $I_1 = I_2 = 80$, $e_1 = e_2 = 0.5$, $k = 0.5$, $X = 80$, $V_0 = S$, $T_2 = T$, $T_1 = T - 2$, $r = 0.05$.
"Lattice" is the value obtained by the Cox, Ross, Rubinstein (1979) lattice approach with $N = 10^4$ time steps.
"LSM" is the estimate obtained with the extended LSM approach with $N = 50$ time steps, powers of the underlying values with $J = 8$ terms, and $K = 100\,000$ paths.
"std.dev" is the standard deviation of the LSM estimate. It is obtained by iterating the LSM 20 times and then calculating the standard deviation of the estimate.
"RMSE" is the Root Mean Square Error.

Caso 2: Prendendo in considerazione lo stesso asset dell'esempio precedente, sono date le seguenti opportunità:

Opzione di differire, la quale può essere esercitata entro T_1, e pagando I_1 si acquisisce una frazione e_1 dell'attività commerciale. Il *payoff* sarà $\Pi_1(t, V) = \max\{e_1V - I_1 + G(t, V); 0\}$, dove G è il valore dell'opzione da scegliere come migliore tra le due susseguenti possibilità; il valore dell'attesa è F_1.

Sfruttando questa *option*, si potrà prediligere l'alternativa più conveniente tra:

1. Opzione di espansione, si può ottenere la parte rimanente ($e_2 = 1-e_1$) del business con un investimento addizionale I_2 entro il tempo T_2. Il profitto sarà $\Pi_2(t, V) = \max\{e_2V - I_2; 0\}$ e il valore F_2;
2. Opzione di *default* entro l'anno T_3, si può decidere di abbandonare il progetto ($k=e_1$) dopo l'esborso iniziale, salvando $X < I_1$. Il *payoff* è $\Pi_3(t, V) = \max\{X-kV; 0\}$ e il valore sarà F_3.

Dato che l'opzione di espandere e quella di abbandonare si escludono a vicenda, solo una di queste può essere esercitata.

Risultati numerici:

Figura 2.22, Opzioni che si escludono a vicenda, *Fonte: Martzoukos S. H., Trigeorgis L., (1999), General multi-stage capital investment problems with multiple uncertainties. Working paper, University of Cyprus.*

Table 3: Mutually exclusive options (Example 3)

				American				European			
S	σ (%)	δ (%)	T	Lattice	LSM	std. dev.	rel.err.	Lattice	LSM	std. dev.	rel.err.
100	20	10	3	6.533	6.519	0.017	-0.002	5.094	5.110	0.028	0.003
100	20	10	5	8.447	8.405	0.032	-0.005	5.414	5.411	0.051	0.000
100	20	5	3	9.131	9.163	0.031	0.004	8.822	8.873	0.031	0.006
100	20	5	5	13.120	13.110	0.030	-0.001	12.228	12.233	0.057	0.000
100	40	10	3	15.566	15.372	0.037	-0.012	13.475	13.504	0.083	0.002
100	40	10	5	20.459	20.131	0.060	-0.016	15.615	15.622	0.106	0.000
100	40	5	3	18.568	18.612	0.065	0.002	17.930	18.001	0.096	0.004
100	40	5	5	26.080	25.868	0.095	-0.008	24.253	24.284	0.181	0.001
80	20	10	3	0.904	0.918	0.010	0.015	0.732	0.742	0.017	0.013
80	20	10	5	2.311	2.292	0.020	-0.008	1.640	1.640	0.028	0.000
80	20	5	3	1.694	1.711	0.017	0.010	1.646	1.674	0.000	0.017
80	20	5	5	4.786	4.776	0.039	-0.002	4.545	4.553	0.032	0.002
80	40	10	3	6.573	6.483	0.045	-0.014	5.783	5.847	0.047	0.011
80	40	10	5	11.169	11.125	0.094	-0.004	8.847	8.813	0.101	-0.004
80	40	5	3	8.392	8.337	0.065	-0.007	8.138	8.217	0.069	0.010
80	40	5	5	15.294	15.225	0.089	-0.005	14.383	14.422	0.149	0.003
						RMSE	0.009			RMSE	0.007

Base case parameters: $I_1 = I_2 = 50$, $X = 30$, $e_1 = e_2 = 0.5$, $k = 0.5$, $V_0 = S$, $T_1 = T-2$, $T_2 = T$, $T_3 = T-0.5$, $r = 0.05$.
"Lattice" is the value obtained by the Cox, Ross, Rubinstein (1979) lattice approach with $N = 10^4$ time steps.
"LSM" is the estimate obtained with the extended LSM approach proposed in this paper with $N = 50$ time steps, powers of the underlying values with $J = 9$ terms, and $K = 100\ 000$ paths.
"std.dev" is the standard deviation of the LSM estimate. It is obtained by iterating the LSM 20 times and then calculating the standard deviation of the estimate.
"RMSE" is the Root Mean Square Error.

<u>Caso 3:</u> *Switching options* in un processo produttivo con due diversi modi operativi. Si consideri un impianto che fabbrica rame, il cui prezzo *spot* è P e il tasso costante annuale perpetuo *q*. Le operazioni possono essere sospese per un importo K(t, Pt, o, c) = S e ricominciare al costo K(t, Pt, c, o) = A. L'onere di fabbricazione C per unità di output è costante e quando l'azienda è bloccata il costo di mantenimento per unità di tempo è *k*.[57] Il *payoff* sarà:

$$\Pi(P) = q(P - C) \quad \text{se aperto} \qquad\qquad \Pi(P) = -k \quad \text{se chiuso.}$$

La decisione di investire e iniziare la produzione o di chiudere la struttura dipende dal prezzo della merce, il cui processo sotto l'EMM è:

$$\frac{dP(t)}{P(t)} = (r - \delta)dt + \sigma dB(t), \qquad P_0 = P.$$

L'approccio mostra un'accuratezza inferiore quando l'industria non è operativa.

Figura 2.23, Opzioni di conversione, *Fonte: Martzoukos S. H., Trigeorgis L., (1999), General multi-stage capital investment problems with multiple uncertainties. Working paper, University of Cyprus.*

Table 4: Switching options (Example 4)

			Closed				Open			
σ (%)	δ (%)	C	Lattice	LSM	std. dev.	rel.err.	Lattice	LSM	std. dev.	rel.err.
10	3	0.7	8.700	8.698	0.056	0.000	28.728	29.000	0.031	-0.009
10	3	0.8	0.573	0.548	0.042	-0.043	20.479	20.665	0.063	-0.009
10	3	0.9	-4.132	-4.188	0.039	0.014	12.240	12.348	0.045	-0.009
10	4	0.7	4.725	4.683	0.047	-0.009	24.751	24.998	0.027	-0.010
10	4	0.8	-2.615	-2.654	0.037	0.015	16.502	16.646	0.041	-0.009
10	4	0.9	-5.889	-5.975	0.022	0.015	8.284	8.365	0.027	-0.010
20	3	0.7	9.443	9.412	0.088	-0.003	28.798	29.028	0.098	-0.008
20	3	0.8	4.504	4.427	0.082	-0.017	20.791	21.026	0.112	-0.011
20	3	0.9	1.162	1.119	0.066	-0.037	13.149	13.338	0.152	-0.014
20	4	0.7	6.117	5.997	0.075	-0.020	24.857	25.062	0.114	-0.008
20	4	0.8	1.843	1.763	0.053	-0.044	16.947	17.098	0.100	-0.009
20	4	0.9	-0.969	-1.032	0.063	0.065	9.496	9.613	0.097	-0.012
30	3	0.7	13.121	12.997	0.160	-0.009	29.466	29.742	0.152	-0.009
30	3	0.8	9.442	9.369	0.127	-0.008	22.226	22.529	0.102	-0.014
30	3	0.9	6.633	6.543	0.094	-0.014	15.561	15.644	0.121	-0.005
30	4	0.7	10.090	9.911	0.102	-0.018	25.659	25.955	0.078	-0.012
30	4	0.8	6.774	6.663	0.127	-0.016	18.589	18.709	0.108	-0.006
30	4	0.9	4.272	4.103	0.140	-0.040	12.147	12.142	0.151	0.000
infinite horizon			66.480	64.167	0.115	-0.035	82.041	82.837	0.099	0.000
					RMSE	0.026			RMSE	0.009

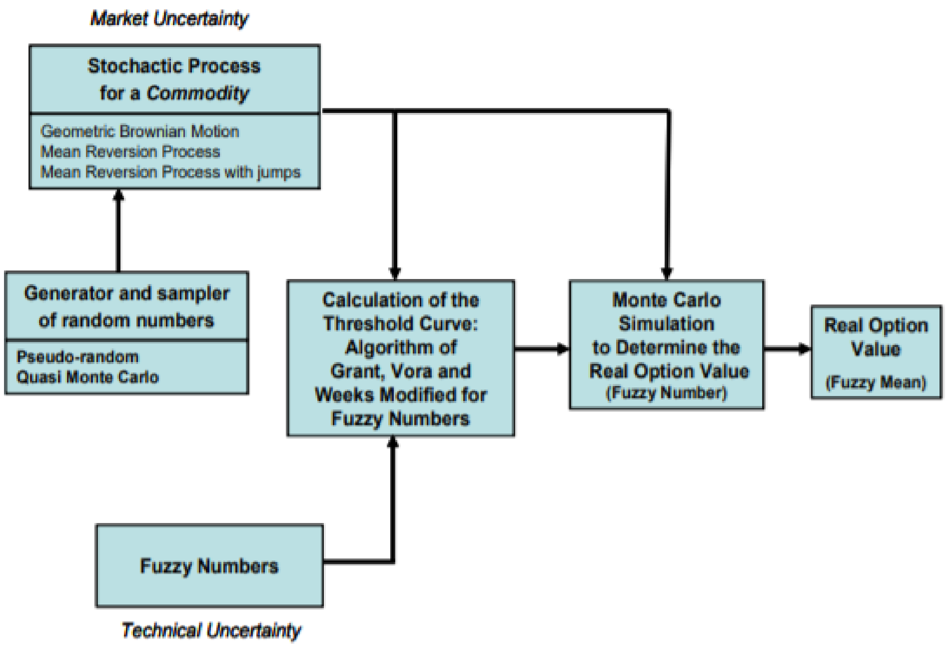
The base case parameters for this problem are $P = 1$, $\delta = 0.04$, $\sigma = 0.2$, $S = 10$, $A = 20$, $q = 10$, $C = 0.8$, $k = 1$, $T = 10$, $r = 0.04$.
"Lattice" is the value obtained by Cox, Ross, Rubinstein (1979) lattice approach with $N = 5000$ time steps.
"LSM" is the estimate obtained with the extended LSM approach with $N = 100$ time steps, powers of the underlying values with $J = 9$ terms, and $K = 100\,000$ paths.
"std.dev" is the standard deviation of the LSM estimate. It is obtained by iterating the LSM 10 times and then calculating the standard deviation of the estimate.
As far as the infinite horizon case is concerned, the values of the parameters are $\sigma = 0.2$, $\delta = 0.04$, $C = 0.8$ and $T = 200$. The solution of the system of equations (20) is $B_o = 32.0082$, $B_c = 91.5888$, $P^* = 1.2536$, $P_* = 0.4331$. Hence, the values from the analytical solution are $F^c(1) = 66.589$ and $F^o(1) = 82.008$. In this case, the estimate obtained from the LSM approach is obtained with $N = 500$, $K = 20000$ and $J = 9$.
"RMSE" is the Root Mean Square Error

[57] *Kulatilaka N., Trigeorgis L., (1994), The general flexibility to switch: Real options revisited. International Journal of Finance, 6: pp. 778–798.*

2.2.4. Confronto tra i Modelli Datar-Mathews e Fuzzy Payoff

Infine, vi sono modelli per professionisti, i quali non si basano su ipotesi restrittive simili a quelle su cui si fondano le soluzioni in forma chiusa: verranno presentati il *metodo Datar-Mathews* e il *Fuzzy Payoff*. Un grande numero di nuove metodologie per la valutazione delle opzioni reali sta emergendo, e sembra che ci si sia una migrazione dai "vecchi modelli" basati sul *pricing* delle opzioni finanziarie ai nuovi approcci di simulazione delle *real options*, i quali utilizzano la programmazione dinamica per l'analisi.[58]

Figura 2.24, Incertezza, Simulazione, Fuzzy, *Fonte: Kozlova M., Collan M., Luukka P., (2016), Comparison of the Datar-Mathews Method and the Fuzzy Pay-Off Method through Numerical Results. Panos Pardalos.*



Si andrà a comparare il *Datar-Mathews method* (DMM) che sfrutta la *MC simulation* nella ROV, e il *Fuzzy Payoff method* (FPOM) che si fonda sulla stima manageriale dei diversi scenari di flussi di cassa rappresentati da numeri *fuzzy* come basi per la ROA. Il DMM è fruibile nell'ipotesi in cui vi siano sufficienti informazioni per la costruzione di uno schema sottostante ad una simulazione

[58] *Kozlova M., Collan M., Luukka P., (2016), Comparison of the Datar-Mathews Method and the Fuzzy Pay-Off Method through Numerical Results. Panos Pardalos.*

Monte Carlo, mentre il FPOM viene usato anche in situazioni in cui i dati disponibili sono solo stime da parte degli esperti sui futuri *cash flows*.

Il Datar-Mathews *real option valuation method* si basa sulla MCs per catturare l'incertezza in progetti di investimento, e, solitamente, questo approccio viene sfruttato quando una metodologia di analisi di profittabilità del valore attuale netto è utilizzata. Il modello generato include importanti variabili (che influenzano il profitto) per i costi e per i ricavi che insieme formano le basi per il calcolo dei flussi di cassa annuali in entrata e in uscita, i quali poi verranno scontati tramite tassi di sconto separati. L'idea è di dividere i *cash flows* legati al costo da quelli del ricavo poiché presentano livelli di rischio diversi. La procedura DMM ROV include i seguenti step:

1. Ai manager è richiesto di definire i tipi e i dettagli di distribuzione dei possibili valori per ogni variabile di input del metodo, per i quali il processo di simulazione genera *values* casuali;
2. La MC genera un numero sufficiente di risultati di profitto pseudorandom (VAN). Dagli *outcomes,* si redige un istogramma che viene considerato come distribuzione di probabilità del NPV *Payoff* dell'investimento;
3. Il DMM tratta il progetto come un'*option*, e con l'intenzione di spostarsi dalla distribuzione del *payoff* del valore attuale netto alla distribuzione di profitto di un'opzione, i risultati negativi dell'investimento vengono portati a zero, mentre mantengono il loro peso originale;
4. Il valore della RO viene calcolato come media dei risvolti derivanti dalla distribuzione di *payoff* dell'opzione, ossia: *ROV = Risk Adjusted Success Probability x (Benefits – Costs).*

Questo approccio è relativamente semplice, ma l'utilizzatore necessita di abilità nell'uso della simulazione Monte Carlo standard, nonché di informazioni sui flussi di cassa scontati.

Invece, il Fuzzy Payoff Method si basa su diverse previsioni di flussi di cassa definite dal management, il quale solitamente prende a riferimento, come punto di inizio, i *cash flows* annuali stimati di un progetto; questi ultimi sono utilizzati in una valutazione VAN per ogni differente situazione. Dagli NPV di scenario viene generata una distribuzione di profitto *fuzzy number* per il progetto e, di conseguenza, si determina *l'option value*.[59] I vari step nella procedura del FPOM sono:

1. Vengono previste tre o quattro situazioni diverse per i futuri flussi di cassa del progetto. Tipicamente ai manager è chiesto di fornire un valore "minimo possibile", uno "massimo possibile" e uno o due "migliori stime" per gli scenari; i *cash flows* attesi vengono usati per il calcolo dei diversi VAN. I costi e i ricavi vengono "giudicati" separatamente e attualizzati con tassi di sconto differenti;
2. Viene costruita una distribuzione *fuzzy payoff* dagli NPV previsti; solitamente le circostanze considerate sono tre o quattro e perciò essa sarà triangolare o trapezoidale. Il minimo e il massimo possibili per il VAN rappresentano i limiti inferiore e superiore per la *distribution*, e viene assegnato loro un grado di appartenenza ai risultati pari a zero; invece, i migliori valori di stima ricevono una "piena adesione";
3. Il valore dell'opzione reale viene calcolato direttamente dal profitto *fuzzy*. Esso sarà la media possibile del "lato positivo" della distribuzione pesata per il "ratio di successo" del progetto. Tale rapporto è dato dall'area di *payoff* positiva divisa per la superficie totale:

$$ROV = E(A^+) * \frac{A^+}{A}.$$

Alcuni risultati:

Figura 2.25, Analisi delle opzioni reali con DMM e FPOM, *Fonte: Carlsson C., Fuller R., (2003), A fuzzy approach to real option valuation. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 139, pp. 297-312*

Factor	Range of values		
	Pessimistic	Best estimate	Optimistic
Electricity price, rub./MWh	1000	2000	3000
Consumer price index (inflation)	1.70	1.35	1.00
CapEx level	150%	100%	80%
Capacity factor (percent of target)	30%	75%	120%
Localization requirement	Failed	Fulfilled	Fulfilled

	DMM	FPOM	Difference
ROV	0.004	0.002	0.002
E(NPV)	−0.525	−0.261	0.264
Standard deviation (×100%)	0.441	0.358	0.083
"Success ratio"	3%	9%	6%

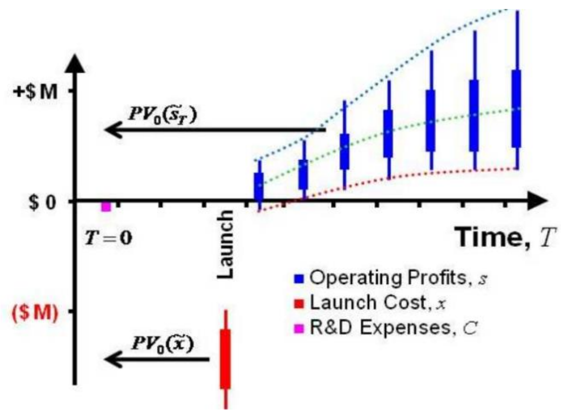
[59] *Carlsson C., Fuller R., (2003), A fuzzy approach to real option valuation. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 139, pp. 297-312*

Andando ad approfondire il *Datar-Mathews Method*, come detto esso permette di determinare il value della RO semplicemente utilizzando la media dei risultati positivi dell'investimento. Il metodo può essere inteso come un'estensione del modello Monte Carlo multiscenario del VAN con aggiustamento per l'avversione al rischio e per il processo decisioniale economico; naturalmente si considerano informazioni che derivano da un flusso di cassa scontato standard (DCF). In questo approccio, si sconta la distribuzione degli utili operativi al tasso di rischio di mercato R, e si attualizza la *distribution* dell'investimento con il tasso *risk-free* r. Quindi il *value* dell'opzione reale sarà il valore atteso massimo della differenza tra le due distribuzioni scontate oppure zero:

$$C_0 = E_0[\max\left(\check{S}_T e^{-Rt} - \tilde{X}_T e^{-rt}; 0\right),$$

dove S_T è una variabile casuale che rappresenta i benefici futuri, ossia i profitti al tempo T e per questa componente si usa un tasso di sconto coerente con il livello di rischio, il rendimento richiesto per la partecipazione al mercato di riferimento. X_T è una variabile casuale individuata come il prezzo di eserizio che viene attualizzata attraverso il tasso privo di rischio, o in altri casi tramite il saggio di obbligazioni societarie; C_0 è il valore della RO per un progetto a fase singola, il quale può essere inteso come *l'expected value* della differenza di due distribuzioni di valore attuale con una soglia economicamente razionale che limita le perdite su base aggiustata per l'incertezza.

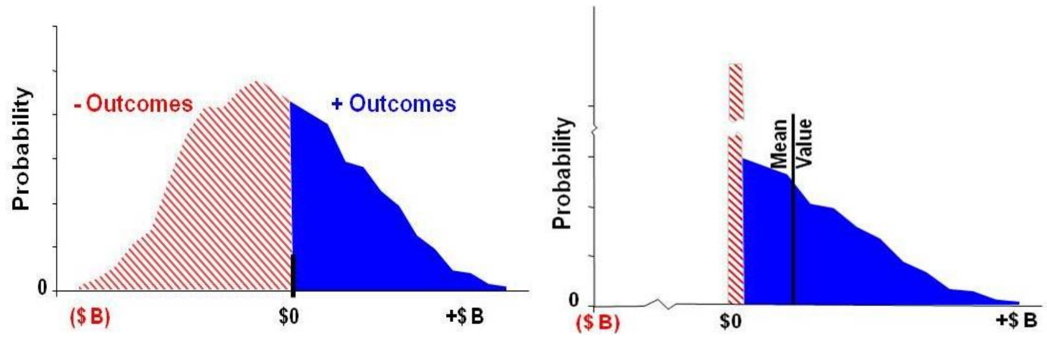
Figura 2.26, Valutazione del progetto con il DMM, *Fonte: Mun J., (2003), Real Options Analysis Course: Business Cases and Software. Wiley Finance.*



Il tasso di sconto differenziale per R e r consente implicitamente al metodo DM di tenere conto *dell'underlying risk*. Se R>r, l'opzione sarà avversa al rischio, se R<r

esso verrà ricercato, mentre quando R=r vi sarà neutralità, e in questo caso l'*option* avrà paralleli con le analisi di tipo NPV o i reticoli di decisione. Di conseguenza, il valore RO non negoziato dipende dalla percezione di rischio del valutatore nei confronti di un *asset* di mercato rispetto ad un'attività di investimento privato. Il modello DM è vantaggioso dato che, a differenza degli altri approcci, non richiede la determinazione di sigma (incertezza) o S_0 (il prezzo del progetto oggi); inoltre, sfrutta distribuzioni del mondo reale di qualsiasi tipo, evitando il requisito della conversione in valori *risk-neutral* e la restrizione ad una lognormal distribution. Sono state, poi, sviluppate estensioni del DM per altre valutazioni di opzioni reali come: garanzia contrattuale (opzione put), multi-stage (opzione composta) e *"early launch"* (opzione americana).[60] La procedura per l'implementazione di tale metodo è già stata descritta in precedenza, nel confronto con l'approccio *fuzzy*, e può essere esposta tramite i seguenti grafici.

Figura 2.26, Distribuzione e media dei risultati DMM, *Fonte: Mun J., (2003), Real Options Analysis Course: Business Cases and Software. Wiley Finance.*



Invece, ora si analizzerà in particolare il *Fuzzy Payoff Method* per la ROV, creato nel 2008. Tale modello si basa sull'utilizzo della logica e numeri *fuzzy* per definire la possibile distribuzione *payoff* di un progetto. La struttura della metodologia è simile alla teoria della probabilità del DDM, ma a differenza di questo vengono considerate cifre e logica "sfocate".[61] Brevemente, un *fuzzy number* è una generalizzazione di un valore reale regolare, nel senso che non si riferisce ad un

[60] *Mun J., (2003), Real Options Analysis Course: Business Cases and Software. Wiley Finance.*

[61] *Collan M., Fuller R., Mezei J., (2009), A Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences, Research Article.*

singolo numero, ma piuttosto ad un insieme connesso di valori possibili, dove ognuno ha il proprio peso tra 0 e 1, determinato da una funzione di appartenenza. Quindi, si guarda ad un caso speciale di un intervallo sfocato convesso e normalizzato della linea reale; proprio come la logica *fuzzy* è un'estensione di quella booleana, tali numeri sono un'estensione di quelli reali. I calcoli di questo tipo consentono l'incorporazione dell'incertezza sui parametri attraverso operazioni matematiche sfocate, eseguite tramite due approcci: aritmetico a intervalli o principio di estensione.

Figura 2.27, Distribuzione numeri fuzzy

Fonte:A Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences, Research Article.

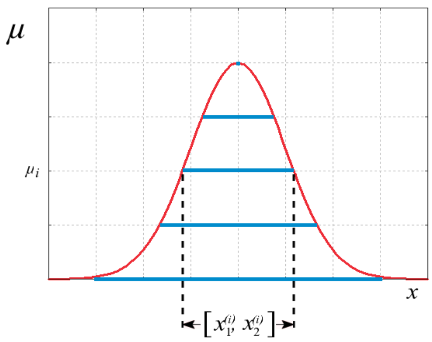
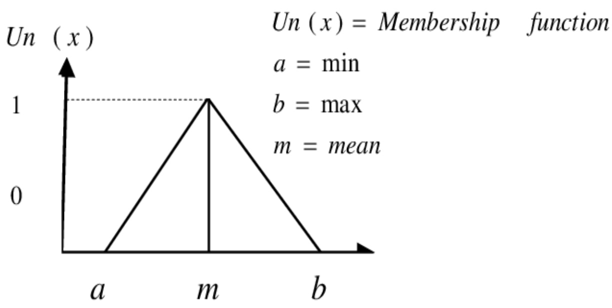


Figura 2.28, Distribuzione profitto fuzzy triangolare

Fonte:A Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences, Research Article.



Tale ambito logico è caratterizzato dal concetto di verità parziale, poiché il valore di veridicità delle variabili può essere qualsiasi numero reale compreso tra 0 e 1. Secondo questo approccio le persone prendono decisioni sulla base di indicazioni imprecise e non numeriche e modelli come il Fuzzy sono mezzi matematici per rappresentare tali informazioni sfocate oppure riconoscere, manipolare e interpretare dati vaghi e privi di certezza. Mentre le variabili aritmetiche di solito assumono cifre, nelle applicazioni della logica considerata, i valori non numerici sono spesso usati per facilitare l'espressione di regole e fatti. Le operazioni di *fuzzificazione* possono mappare i *values* di input matematici in funzioni di appartenenza sfocate, mentre quelle di *de-fuzzifying* vengono utilizzate per giungere ad un valore "nitido" che può essere sfruttato per prendere decisioni. Quindi, il primo step è un processo di assegnazione dell'input numerico di un sistema all'insieme sfocato con un certo grado di adesione, il quale può essere all'interno dell'intervallo [0, 1]; se 0, il valore non appartiene al set, se 1 ne fa parte completamente. Qualsiasi *value* compreso in tale "spazio" rappresenta il livello di incertezza per cui esso faccia parte dell'insieme *fuzzy*; quest'ultimo tipicamente viene descritto da parole, quindi si può ragionare in modo linguisticamente naturale.

Come detto in precedenza, il valore dell'opzione reale da una distribuzione *fuzzy pay-off* viene definito utilizzando tre o quattro scenari di flussi di cassa (creati da esperti). La *distribution* viene generata semplicemente associando ad ogni situazione la tesoreria corrispondente in base al numero sfocato (*fuzzy* triangolare o trapezoidale a seconda alle circostanze considerate). Gli scenari sono: minimo (risultato più basso possibile), massimo (il più alto) e uno o due "migliori stime" (probabilità maggiore di accadimento).[62] Le principali osservazioni che si celano dietro il modello sono:

1. Il VAN *fuzzy* di un investimento è pari alla distribuzione di profitto di un progetto che viene calcolata con numeri sfocati;
2. *L'average value* dei valori positivi della *fuzzy* NPV è la media "possibile" dei VAN sfocati maggiori di zero;
3. Il valore di un'opzione reale è il possibile valore medio degli NPV *fuzzy* maggiori di zero moltiplicato per l'area positiva del VAN sfocato, tutto diviso per la superficie totale del NPV *fuzzy* (positiva + negativa).

Come si può notare, non vi è bisogno della simulazione, anche se essa non rappresenta uno step assolutamente necessario nemmeno nel DMM, quindi in questo senso le metodologie non sono molto diverse. Tuttavia, la differenza radicale sta nel fatto che il DM si basa sulla teoria della probabilità, mentre il FPOM su quella della possibilità: l'incertezza viene trattata in maniera dissimile. L'approccio Fuzzy, oltre che per la ROV in un contesto di analisi per il processo decisionale di investimenti con futuro incerto, oggi viene sfruttato nel settore R&S per la valutazione di progetti e portafogli, oppure per valutare fusioni e acquisizioni *target* e sinergie attese o grandi investimenti reali industriali.

[62] *Carlsson C., Fuller R., (2003), A fuzzy approach to real option valuation. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 139, pp. 297-312*

3. VALUTAZIONE DEGLI INVESTIMENTI IMMOBILIARI

3.1. L'INVESTIMENTO IMMOBILIARE

La titolarità e il controllo di un edificio sono fondamentali nella vita di un individuo, dato che permettono l'accesso ad una vasta quantità di servizi e benefici. Infatti, molte persone che hanno una certa capacità finanziaria acquistano un immobile non per soddisfazione personale dei bisogni primari, ma per preservare il capitale e ottenere profitti.[63] Principalmente, vi sono due motivazioni che spingono l'attore economico ad acquisire un possedimento urbano:

- Vantaggi derivanti dal "consumo" della proprietà, quando l'edificio viene sfruttato come dimora o è strumentale per la produzione
- Assicurarsi un flusso di entrate future considerando, quindi, tale esborso come un investimento.

A causa delle qualificazioni e delle attitudini personali degli operatori che costituiscono la domanda in ambito immobiliare, le ragioni e i pesi dei fattori che determinano l'acquisto dei beni in questo settore cambia. Le motivazioni economiche certamente influiscono sul comportamento dei consumatori: i guadagni, il tasso di interesse sui prestiti, il livello della tassazione su trasferimento e possesso; invece, talvolta gli "attori" vengono condizionati da fattori di diversa natura: sociale, psicologica, tecnologica. D'altra parte gli investitori perseguono solamente lo scopo finanziario. La porzione di "*demand for urban real estate*" che incontra questo obiettivo è sicuramente influenzata dal livello di guadagni, ma è più sensibile al confronto tra la *property performance* e la profittabilità di investimenti alternativi. Come per ogni altro bene economico, si può affermare che l'utilità e il valore di un fabbricato sono direttamente proporzionali all'abilità di soddisfare i bisogni (domanda) e inversamente proporzionali all'offerta. Quando ci si riferisce ad un edificio, esso è il risultato di un processo produttivo in cui il terreno e ciò che viene costruito su di esso sono coinvolti. Di conseguenza, la limitatezza dell'immobile sarà strettamente correlata alla disponibilità di suolo edificabile; tale vincolo dipende dalla sua posizione, nonché dalle politiche di pianificazione e,

---

[63] *Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.*

quindi, costrizioni che non possono essere superate. Se il territorio urbano è circoscritto, d'altra parte esso presenta durata illimitata, data la sua permanenza. Per queste caratteristiche nel tempo, i terreni sono soggetti anche ad affitto e presentano requisiti fisici, questioni tecniche e legali che li rendono più o meno attraenti per il mercato: qualità e quantità dell'urbanizzazione e dei servizi complementari all'area, concessioni per costruire e altri fattori esterni che portano il valore immobiliare a non essere costante in modo perpetuo. Solitamente, una volta che il "suolo" è stato trasformato per una particolare funzione, il processo di conversione dello stesso per un nuovo scopo risulta lento e costoso, ma, d'altro canto, la destinazione d'uso di un edificio dipende e varia a seconda delle condizioni sociali, economiche e normative. Una prima caratteristica di imperfezione del *real estate market* è l'unicità dell'investimento immobiliare, dato che non vi è omogeneità tra le connotazioni degli *asset* scambiati; inoltre, si fa presente che il contesto a cui la proprietà appartiene non è quello nazionale o globale, ma il settore locale limitato nello spazio.

Come detto, *l'owner* può perseguire diversi scopi attraverso l'acquisizione del *real estate*: investimento in proprietà (o strumentale) oppure consumo del bene.[64] Di conseguenza, si considerano diverse tipologie di operatori economici:

- Locatario, consumatore puro, la scelta di questa posizione potrebbe essere di carattere finanziario;
- Utente-titolare, che usa il fabbricato per sé;
- Piccolo proprietario, acquista il bene per ottenere un reddito, ma anche per ragioni di risparmio legate agli effetti inflazionari, o per motivazioni extra-economiche. Si comporta perlopiù come un "i*nvestor*";
- Compagnia immobiliare, l'obiettivo principale di tale categoria di investitori è di ricevere flussi in entrata per l'affitto dell'edificio;
- Fondo Immobiliare di Investimento, la proprietà viene aggiunta ad un portafoglio che potrebbe anche contenere azioni.

[64] *Hoesli M., Morri G., (2010), Investimento immobiliare: mercato, valutazione, rischio e portafogli. Ulrico Hoepli Editore.*

La figura del *real estate investor* viene definita come il soggetto che compra un immobile per raggiungere due benefici possibili:

- Un flusso di ricavo derivante dallo sfruttamento dello stabile produttivo in un certo periodo;
- Il profitto risultante dall'aumento di valore nel tempo, *capital gains*.

3.1.1. Il Mercato Immobiliare

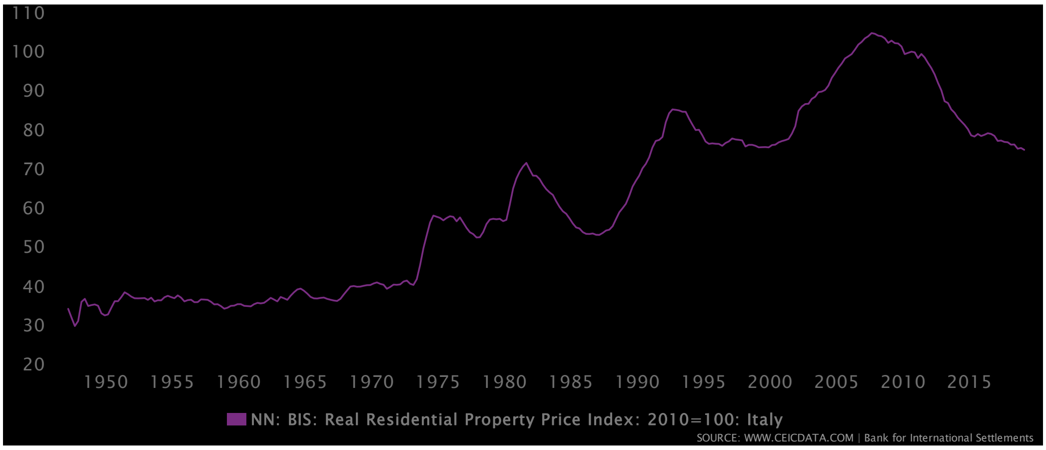
Il *Real Estate Market*, per varie ragioni, non è perfetto e presenta connotazioni simili a strutture monopolistiche (o oligopoli). La motivazione principale è l'eterogeneità tra le proprietà, a causa della posizione, intenzione d'uso, qualità, dimensione, anno, ecc. L'imperfezione di tale mercato deriva anche dalla mancanza di trasparenza nei meccanismi di generazione dei prezzi, data la difficoltà nell'ottenere informazioni complete sulle transazioni. Un'altra inefficienza importante in questo ambito riguarda le caratteristiche dell'offerta, poiché i prezzi non sono determinati dalla competizione tra un vasto numero di attori interessati a beni affini, ma tendono ad essere il risultato di scambi non frequenti di immobili che possono presentare connotazioni differenti, negoziati da parti che interagiscono in base a informazioni limitate e spesso asimmetriche.[65] Il *Real Estate Market* può essere segmentato in innumerevoli sub-mercati a seconda delle caratteristiche delle proprietà, che in ordine gerarchico sono:

- Posizione: quantità/qualità di infrastrutture e servizi, contesto sociale, confini geografici dell'area;
- Destinazione d'uso: residenziale, commerciale, uffici, industriale;
- Tipologia di edificio: forma, dimensione, architettura;
- Qualità del fabbricato: elegante, lussuoso, economico, popolare;
- Titolo di possesso: il mercato libero distinto da quello degli affitti.

[65]*Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.*

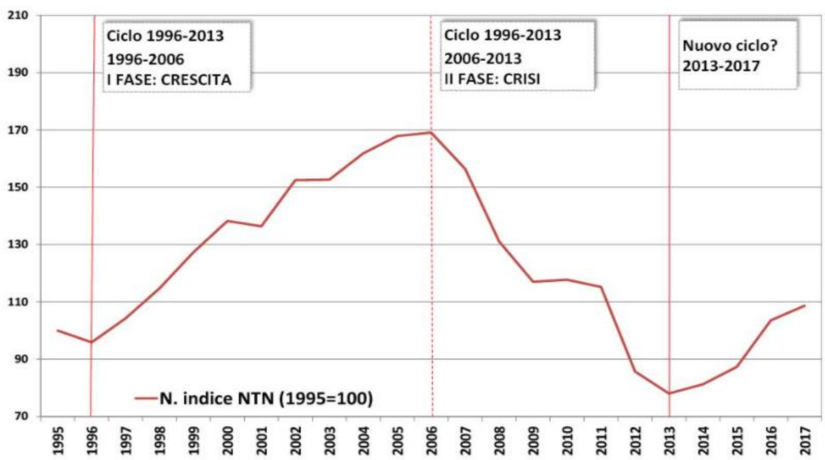
Analizzando i comportamenti dei *sub-markets*, molti economisti hanno distinto periodi "fermi" da quelli di costruzione, ossia fase statica e dinamica. Durante la prima non vengono realizzati nuovi stabili e *l'housing stock* rimane invariato: si tratta di una condizione di breve termine in cui il numero di transazioni è determinato dai compratori potenziali. Invece, la *dynamic phase* coincide con il medio-lungo periodo e in questo caso i prezzi variano a causa della presenza di nuovi immobili o di quelli in lavorazione. *L'home price index*, basato sui valori delle residenze, presenta fluttuazioni ricorrenti a medio-lungo termine, i cosiddetti cicli che caratterizzano l'equilibrio del *real estate market*.

Figura 3.1, Indice di prezzo reale delle abitazioni in Italia dal 1950 al 2015, *Fonte: CEICDATA, Bank for International Settlements*



Le imperfezioni di tale settore, dovute alla mancanza di informazioni e al tempo che l'edificazione richiede, contribuiscono a perpetuare i *cycles* e i picchi.

Figura 3.2, Cicli del settore immobiliare in Italia dal 1995 al 2017 in base al numero di abitazioni compravendute, *Fonte; Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea.*



Differentemente dalle altre categorie di beni, la domanda immobiliare, e non il costo di produzione, è il fattore che influisce maggiormente sul valore dello stabile insieme alle "*business operators activities*".

D'altra parte, l'offerta è il risultato dell'equilibrio tra la richiesta e i vincoli tecnici (esborso). La *supply part* che riguarda nuovi edifici dipende dal costo di costruzione ma anche da altri input di fabbricazione:

- Il fattore terreno;
- Il fattore capitale;
- Il fattore lavoro;
- Il fattore imprenditoriale.[66]

Essa è costituita da promotori della recente produzione edilizia oppure titolari e investitori che operano nel "*second-hand housing market*". Invece, gli attori economici che rappresentano la domanda sono: utilizzatori (affittuari), compratori (uso personale) e *investors*; si nota che la d*emand side* è influenzata dalle condizioni economiche, sociali, demografiche, tecnologiche e politiche.

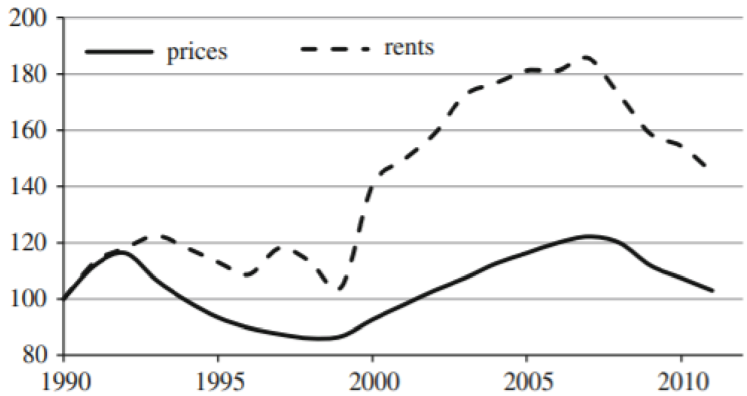
Per quanto riguarda il *sales market,* la selezione delle proprietà per la vendita è funzione dei redditi, composizione famigliare, preferenze e livello dei canoni di affitto. Inoltre, vi è una forte correlazione tra il mercato immobiliare e le economie nazionali dei vari Paesi, rappresentate dalle variabili macroeconomiche, quali *income*, inflazione, tassi di interesse che vanno ad influire sull'indice dei prezzi. Per esempio in Italia, gli investimenti immobiliari hanno un ruolo fondamentale poiché utilizzati come strumenti di protezione in periodi di *high inflation*, indirizzando i risparmi verso le *real estate property*; tali impieghi di capitale sono considerati come un'alternativa rispetto a titoli di Stato o obbligazioni (*low-risk*).

All'interno del mercato degli affitti gli investitori comprano le proprietà in relazione all'abilità di tali *assets* di generare flussi in entrata (reddito operativo pagato dall'affittuario). Nel *rental market,* vi sono compagnie che offrono immobili su base continuativa e ne fanno la loro attività principale e sono presenti anche piccoli titolari individuali che non creano un vero e proprio business di questo tipo, ma

[66] *Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea.*

vogliono ottenere *income* secondari. L'*owner* è consapevole del fatto che i costi cambino solo leggermente per la variazione del *vacancy rate* e che, di conseguenza, il profitto dipenda dal numero di unità affittate e dai canoni di locazione. Anche se interrelati, il mercato degli affitti e quello delle vendite presentano un andamento diverso; confrontando questi due "mondi", un rapporto prezzi/canoni significativamente al di sopra della sua media storica dovrebbe essere un segno della sopravvalutazione degli "*house prices*".

Figura 3.3, Confronto tra i trend dei prezzi di vendita e di affitto 1990-2010, *Fonte: Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea.*



3.1.2. Modalità di Investimento Immobiliare

L'investimento riguarda un sacrificio nel presente (non solo risorse economiche) con la prospettiva di ottenere benefici in futuro. Tali *benefits* possono essere:

1. Un flusso di reddito;
2. Un ritorno sul capitale;
3. Un guadagno fisico (non monetario), ossia un sentimento di soddisfazione legato al possesso.[67]

[67]*John D. Benjamin, G. Stacy Sirmans, Emily N. Zietz, (2001), Returns and Risk on Real Estate and Other Investments: More Evidence. Journal of Real Estate Portfolio Management, Vol.7, pp. 183-214.*

Vi sono elementi considerati comuni per tutte le tipologie di operazioni nel settore, tra cui anche i cambiamenti politici, economici e demografici che riguardano l'area in cui si trova l'edificio. Tali caratteristiche sono:

- Posizione fissa, che insieme alla permanenza del terreno rende un immobile migliore garanzia per il finanziamento ipotecario;
- Lungo termine, ossia vasta durata della struttura costruita e "persistenza del suolo sottostante";
- Segmentazione del mercato a seconda delle connotazioni del prodotto;
- Il fattore di rischio, che può riguardare l'aspetto di business, finanziario o può essere esterno.

Gli interventi nello sviluppo del *real estate* vengono distinti, in base alle caratteristiche finanziarie, in tre classi principali:

- Commerciale, in riferimento a iniziative che portano al conseguimento di un ritorno in termini di reddito o ogni altro beneficio monetario;
- Quasi commerciale, lo scopo non è il profitto come nel *public housing;*
- Non commerciale, privato di profittabilità, ossia beni prodotti per la soddisfazione dei bisogni collettivi (ospedali, librerie).

Una classificazione economica delle proprietà è:

- Residenziale, acquistata per essere utilizzata da famiglie o individui;
- Commerciale, sfruttata per la produzione di altri beni o servizi dalle imprese:
    - Non flessibile, industrie pesanti e attività specifiche;
    - Flessibile, uffici e centri logistici;
    - *Trade-related*, hotel o centri commerciali;
- Terreni, che possono essere *greenfield* (edificabili) o *brownfield* (dismessi).

Tra le ragioni per investire nel settore immobiliare vi è certamente la volontà di preservare il capitale, dato che nel lungo periodo i valori degli stabili tendono a crescere. Un'altra motivazione, complementare alla prima, riguarda l'aspettativa di ottenere un guadagno dall'impiego monetario in questo mercato. Il *real property investment* può prendere due forme:

1. Flusso in entrata derivante dall'affitto del fabbricato, dal guadagno lordo legato al pagamento del canone vengono dedotte le spese necessarie per mantenere alto il valore del bene;
2. *Capital gain*, differenza tra il prezzo iniziale dell'immobile e quello finale al momento della vendita.

L*'investment value* misura l'importanza per il titolare dei flussi in entrata che lo stabile produrrà in futuro; esso riflette le ipotesi che l'investitore assume riguardo:

- L'abilità dell'immobile di generare reddito;
- Il periodo di detenzione più probabile;
- Il prezzo di vendita finale;
- La tassazione;
- Gli strumenti di finanziamento disponibili.[68]

Questi fattori influenzano i benefici netti derivanti dalla proprietà dell'edificio. I parametri che determinano il valore dell'impiego di capitale sono:

1. L'aspettativa dei *benefits* futuri;
2. La distribuzione dei benefici nel tempo;
3. La confidenza nella previsione dei guadagni;
4. La volontà di assumersi un certo rischio;
5. Il rendimento delle alternative.

Dato che si tratta di un settore inefficiente, in cui le informazioni sono asimmetriche e non hanno effetti immediati, vi è la possibilità di extra-profitti. Il valore specifico di un impiego di capitale per un soggetto o una classe di investitori si basa sui requisiti di investimento individuali, sulle conoscenze, sulla strategia ed è distinto dal *market value*, il quale è impersonale e distaccato poiché rappresenta il prezzo maggiore che ragionevolmente può essere attribuito all'*asset* e raggiunto sul mercato.

[68]*Wolski R., (2017), Risk and Return in the Real Estate, Bond and Stock Markets. Real Estate Management and Valuation, Vol. 25, pp. 15-22.*

Le operazioni di *property investment* possono essere distinte in tre tipologie principali:

- Progetti di sviluppo, che includono l'acquisizione dell'area e la costruzione attraverso un processo industriale reale, in cui il terreno e l'edificio costituiscono il prodotto che viene venduto all'utilizzatore finale;
- Proprietà *income-producing*, un impiego di capitale in questa categoria è caratterizzato da un rischio basso, dato che si tratta di un contratto di locazione già esistente; i benefici economici sono rappresentati dai canoni futuri (relativamente stabili, volatilità bassa) al netto delle spese operative;
- *Trading operations*, gli immobili sono venduti in un breve periodo di tempo per una decisione strategica iniziale o perché le condizioni di mercato sono cambiate, portando ad una plusvalenza.[69]

Molte delle *strategies* utilizzate in questo settore, si basano sullo sfruttamento dell'inefficienza del mercato immobiliare da parte di coloro che riescono ad anticipare i *trends*, così da avere buoni guadagni. Avendo maggiori informazioni, comprendendo le regole che governano le fluttuazioni dell'offerta e della domanda e conoscendo le caratteristiche delle proprietà, si può identificare la miglior opportunità di investimento dal punto di vista del profitto e ridurre il margine di errore. Il processo di analisi *dell'investment property* si basa sull'adattamento delle tecniche di *capital budgeting* a questo contesto. Come visto in precedenza, gli steps principali di questi modelli sono:

1. Stimare i benefici netti attesi;
2. Assestamento cronologico, rispettando le differenze nei tempi dei flussi di cassa risultanti dai diversi progetti;
3. Quantificazione dei rischi associati ai possibili investimenti;
4. *Ranking* delle alternative sulla base delle combinazioni rischio-rendimento.

---

[69] *Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.*

Il problema nella determinazione del valore dell’impiego di capitale sarà l’incertezza sul futuro per quanto riguarda i ricavi, le spese operative, i finanziamenti, i prezzi di vendita, il carico fiscale e la scelta del tasso di sconto.

3.1.3. Rischio e Struttura Finanziaria dell’Investimento Immobiliare

Si analizzano gli elementi comuni di rischio nei *real estate investments*. Nel *capital market,* i vari tipi di investimenti competono per attrarre capitale e i prezzi delle attività sono determinati dal giudizio collettivo degli attori economici in base alle diverse caratteristiche degli a*ssets:* performance corrente, rendimento totale, liquidità, volatilità, tassazione.[70] Naturalmente, a parità di rischio, i soggetti preferiranno impiegare il proprio denaro in attività o progetti che offrono un ritorno maggiore; per tale motivo, vi è una componente finanziaria esogena che influisce sul mercato immobiliare e la sua dimensione dipende dalla performance del *capital market* e dalla *risk perception* di coloro che investono in una specifica *asset class*. Si nota che il tasso di crescita del consumo reale, il tasso di interesse di breve periodo, la struttura a termine degli indici e l’inflazione inaspettata influenzano sistematicamente i rendimenti delle proprietà. Il *capital market risk*, quindi, è associato alla variazione degli *interest rates* e, di conseguenza, al tasso privo di rischio e al *risk premium* degli investimenti immobiliari. I “*real estate assets*” sono differenti e vengono scambiati privatamente, quindi riuscire a combinare la domanda con l’offerta è più complesso rispetto ai titoli omogenei negoziati negli *stock exchanges;* la conseguenza diretta di tale fattore è la bassa liquidità delle attività in questo contesto. Il livello di solvenza delle proprietà dipenderà, in primis, dalla loro caratteristiche specifiche come destinazione d’uso, posizione e dimensione: uno stabile con attributi standard troverà con più probabilità un compratore rispetto ad uno meno comune. Il *liquidity risk* genera un trade-off tra la vendita dell’immobile e il suo prezzo: non vi è una definizione di “tempo normale” per la cessione del fabbricato al suo *market value*. È utile notare che tale rischio è ben remunerato in questo settore, ossia un investitore con un lungo orizzonte

[70] *John D. Benjamin, G. Stacy Sirmans, Emily N. Zietz, (2001), Returns and Risk on Real Estate and Other Investments: More Evidence. Journal of Real Estate Portfolio Management, Vol.7, pp. 183-214.*

temporale soffre meno la bassa solvenza del bene (dovuta anche ai grandi costi di transazione e alla difficoltà della vendita) e beneficia di ritorni elevati.

Si considera, in seguito, il *financial structure risk* legato al ricorso al debito e alla conseguente possibilità di insolvenza. Dato che tale passività ha priorità rispetto all'*equity*, il denaro a disposizione per remunerare quest'ultimo è residuale, con un effetto leva che diventa tanto maggiore quanto è più alto il prestito da restituire. Mentre il rischio operativo è associato alla volatilità dei flussi di cassa delle operazioni, quello finanziario conduce all'aumento della deviazione standard dei *Free Cash Flows to Equity*, derivante da un flusso fisso negativo per il *debt service*. Il rischio della struttura finanziaria dipende sia dalla quantità di debito che dal livello di variazione potenziale del tasso di interesse nel tempo. Solitamente, le proprietà vengono finanziate con un livello di indebitamento maggiore rispetto al settore del business, dato che esse rappresentano collaterali eccellenti grazie alla garanzia ipotecaria. Un *financial leverage* favorevole, in cui i costi di finanziamento sono minori rispetto al tasso di ritorno dell'investimento, conduce ad un aumento dell'indice di rendimento sul capitale e può risultare in un risparmio fiscale, e questo effetto è maggiore in transazioni con un indebitamento elevato. D'altra parte, un *leverage* non favorevole può rendere un impiego di capitale di successo un disastro.

Figura 3.4, Confronto casi prestito-no prestito in un investimento, *Fonte: Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing*

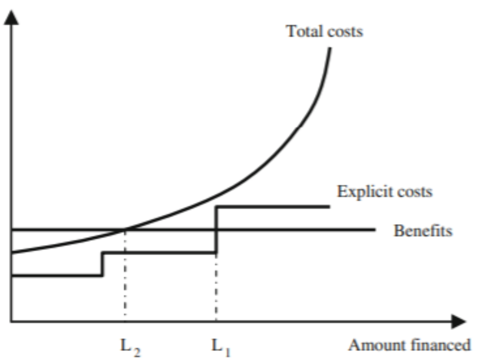
	Prestito 1.200.000	Senza Prestito
Reddito Netto Operativo (NOI)	€ 210.000,00	€ 210.000,00
Debito annuale	-€ 129.564,00	€ 0,00
Flusso di Cassa	€ 80.436,00	€ 210.000,00
Debito annuale/prestito	0,108	0,000
NOI/prezzo	0,140	0,140
Flusso Cassa/Capitale Investito	0,268	0,140
Debito accumulato in t5	-€ 692.381,00	€ 0,00
Flusso Cassa in t5	€ 507.519,00	€ 1.200.000,00
Cap. Investito per l'acquisto	€ 150.000,00	€ 600.000,00
ROI	27,60%	14,90%

L'utilizzo del debito, come si nota nel primo caso, a causa del suo tasso di crescita annuale riduce il flusso di cassa disponibile per l'investitore.[71] Un aumento del *leverage*, quando il rapporto *Debt/Loan* è inferiore rispetto al "ratio" NOI/prezzo

[71] *Morri G., (2019), Commercial Property Valuation: Methods and Case Studies. Wiley, first edition.*

d'acquisto oppure se il tasso di finanziamento è minore dell'indice di rendimento dell'investimento, conduce ad un incremento del ritorno sull'*equity*. L'indebitamento permette di eseguire progetti anche se non si dispone dei fondi necessari, migliorando il rendimento del capitale impiegato e sfruttando il vantaggio derivante dai benefici fiscali. Il secondo esempio mostra come l'effetto leva consenta di incrementare il guadagno ottenibile dalla vendita dell'immobile: dato che l'indice di finanziamento è minore del tasso di crescita *del property value*, l'indebitamento amplifica il profitto sul capitale investito. Il livello di *leverage* è misurato dalla relazione tra *equity* e valore totale della proprietà acquisita; alcuni degli indici più utilizzati sono la relazione *debt/equity* oppure il *loan/value ratio,* il quale riguarda il rapporto tra il prestito e il valore di mercato delle proprietà finanziate. Un altro parametro per il rischio associato alla leva è il *debt coverage ratio,* derivante dalla divisone tra il reddito netto operativo e il servizio del debito; spesso le banche specificano una soglia minima per il DCR al di sotto della quale non sono disposte a concedere il finanziamento.[72] D'altra parte, l'investitore che richiede un prestito sopporta un costo che dipende dalla quantità di denaro ricevuta, poiché se essa aumenta il creditore si aspetterà guadagni maggiori per compensare il rischio elevato (ottenuti grazie a commissioni esplicite e implicite).

Figura 3.5, Benefici, costi, leva in un finanziamento, *Fonte: Hoesli M., Morri G., (2010), Investimento immobiliare: mercato, valutazione, rischio e portafogli. Ulrico Hoepli Editore.*



Se non si considera il rischio finanziario, la leva sarà spinta fino al livello L1 dove i ricavi sono pari agli *explicit costs* associati al finanziamento e questa situazione massimizza il ROE. Invece, nel caso reale in cui vi è il costo dell'incertezza, il

[72] *Hoesli M., Morri G., (2010), Investimento immobiliare: mercato, valutazione, rischio e portafogli. Ulrico Hoepli Editore.*

livello ottimale del prestito viene ridotto a L2, dove i benefici incontrano la curva dei cosi totali. Dato il successivo *financing problem*:

Figura 3.6, Esempio di finanziamento, *Hoesli M., Fonte: Morri G., (2010), Investimento immobiliare: mercato, valutazione, rischio e portafogli. Ulrico Hoepli Editore.*

Mutuo (C0)	€ 100.000,00	
Pagamenti mensili costanti	€ 839,20	monthly installment
tasso di interesse	9%	r
commissione	2%	fee
Tempo in anni	25	n
Disponibilità del debitore	100'000 - (2% * 100'000)	= 98'000

,

il canone mensile è stato calcolato con la formula

$$monthlyinstallment = C_0\, x \frac{\frac{r}{12} x (1+\frac{r}{12})^{12xn}}{(1+\frac{r}{12})^{12xn}-1} = 839{,}20\ euro,$$

e risolvendo la seguente equazione si determina il tasso di interesse

$$839{,}20 = 98'000\, x \frac{\frac{re}{12} x \left(1+\frac{re}{12}\right)^{12xn}}{\left(1+\frac{re}{12}\right)^{12xn}-1}.$$

Definito l'indice mensile (r_e/12) di 0,77%, allora il tasso percentuale annuale APR sarà r_e/12 x 12 = 9,25%. Tale *rate* viene utilizzato come "metro di confronto" rispetto alle altre alternative di finanziamento. Tra i fattori che influenzano l'interesse vi è l'inflazione, poiché il finanziatore cercherà di compensare *l'inflationary expectations* incrementando il tasso di qualche punto, dato che il denaro prestato quando sarà restituito avrà un potere d'acquisto minore. Definendo I_n il *nominal interest rate*, I_r quello reale e *p* l'inflazione:

$$I_r = \frac{I_n - p}{1+p}.$$

Tornando alla classificazione generale dei rischi, essi possono essere esogeni, ossia associati alle condizioni economiche, agli indici, all'occupazione, all'inflazione, alla tassazione oppure sono specifici per quanto riguarda la posizione, le caratteristiche degli utili finanziari di affitto, la qualità e la fungibilità dell'*asset*.[73]

[73]*Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli*

L'economic risk dipende da fattori esterni al progetto da valutare, come per esempio:

- Possibile difficoltà legata all'effettiva riscossione degli affitti, incertezza sull'affittuario;
- La posizione della proprietà, che può dire molto sull'affidabilità dei locatari e sulla stabilità dei rendimenti. Il valore del fabbricato dipende dalla performance economica e dalle prospettive di sviluppo dell'area in cui esso si trova. Tale componente è legata alla domanda immobiliare in un mercato specifico (e al ciclo economico);
- La volatilità del mercato in generale, e quella del *local market*.

Invece, il rischio tecnico deriva dalle caratteristiche interne del bene, come la destinazione specifica o le connotazioni di qualità dell'immobile. L'opportunità di variare *l'intended use* della proprietà senza un investimento significativo conferisce all'*asset* grande versatilità, la quale consente una semplice riallocazione nel mercato di fronte a cambiamenti della domanda. In seguito, si può distinguere tra il rischio sistematico, ossia associato ad eventi che impattano sull'economia nazionale, e il *risk* settoriale, che dipende dalla concorrenza, l'industria e i fattori di produzione. L'ultima tipologia di incertezza analizzata è quella normativa, che riguarda gli aspetti amministrativi, fiscali, contrattuali o delle autorizzazioni e, in particolare, il tempo richiesto per ottenere i permessi o i cambiamenti potenziali nel *framework* legislativo.

3.2. LA VALUTAZIONE DELL'INVESTIMENTO IMMOBILIARE

Lo studio di efficienza economica di un investimento immobiliare inizia con la valutazione e il confronto di costi e ricavi generati dallo stesso, per la determinazione dei flussi di cassa. Conseguentemente, l'investitore dovrà costruire una gerarchia di progetti identificati tra un grande numero di alternative, accompagnati da misure tradizionali di profittabilità: indici, parametri e scenari di rischio. Tuttavia esse sono limitate, in quanto non considerano gli effetti del fattore tempo sui *cash flows;* per tale motivo, un'analisi più completa prevede l'utilizzo del DCFM per la valutazione immobiliare.[74] La misurazione dei benefici di un *real estate investment* implica la stima dei ricavi (basata sulla storia operativa dell'edificio o su immobili comparabili) ottenibili dalla costruzione della proprietà o dalla sua amministrazione, mentre dall'altra parte si valutano i fattori che riguardano i costi di produzione; quindi la convenienza e la fattibilità dell'impiego di capitale sono misurate comparando gli esborsi con i *benefits*.

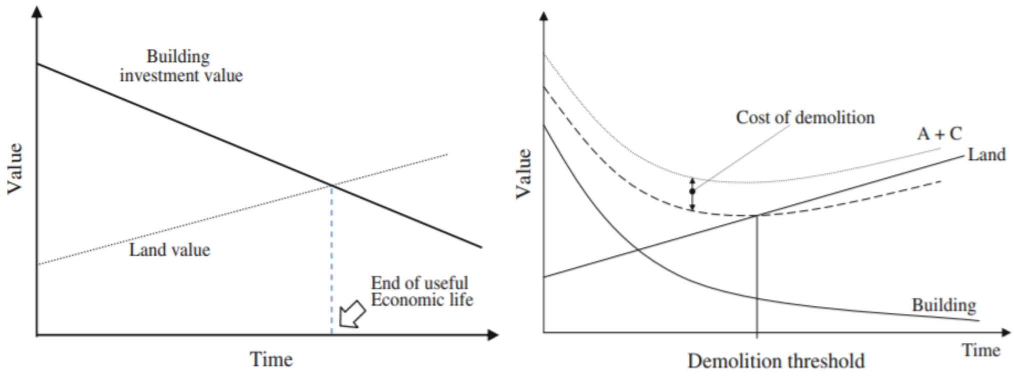
Gli elementi attivi di un *cash flow* generico in questo contesto sono, solitamente, le entrate derivanti dalla locazione e il valore di recupero dell'investimento alla fine del periodo di detenzione, dove il secondo è proporzionato al probabile prezzo di vendita del bene. Per stimare il reddito lordo di una proprietà in uso servono informazioni riguardanti il canone, l'esistenza di arretrati nel pagamento degli affitti e il volume di sfitto. Ogni stabile esprime un potenziale guadagno come funzione dell'interazione tra domanda e offerta nell'area di mercato, che determina il prezzo di locazione; inoltre, il reddito latente è direttamente associato alle predizioni sul declino dell'edificio e si focalizza su questioni che includono le spese e il probabile valore di recupero. Di conseguenza, si va a distinguere la vita fisica dell'immobile, associata al deterioramento del bene che perde di efficienza con il passare del tempo, dalla sua vita economica. Quest'ultima è legata all'obsolescenza del fabbricato a causa di cambiamenti dell'ambiente esterno, quali: la modernizzazione, l'aumento degli standard qualitativi o l'incremento del valore del terreno. L*'investment value* della costruzione diminuisce a causa del declino, mentre quello

---

[74]Trojanek M., Trojanek R., (2012), Profitability of investing in residential units: the case of real estate market in Poland in the period from 1997 to 2011. Actual Problems of Economics, Vol. 2, pp.73-83.

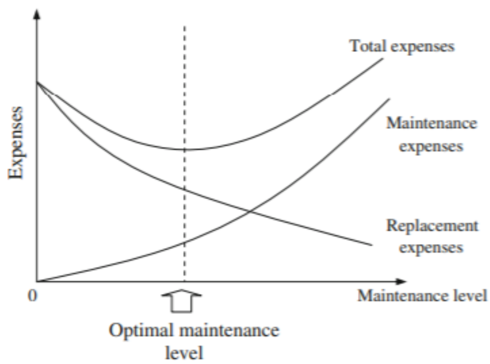
del "suolo" aumenta, e quindi ad un certo punto lo stabile dovrà essere demolito o rinnovato.

Figura 3.7, Costi, tempi e valore di un investimento immobiliare di costruzione, *Fonte: Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea*



Gli elementi evidenziati hanno effetti sulla previsione del guadagno potenziale e, considerando il tasso di sfitto o i conti inesigibili, si determina il *gross operating income*. Dopo che le entrate lorde sono state stimate, si va a performare l'analisi sui parametri che influenzano il costo del reddito operativo netto, il quale può variare a seconda del tipo di immobile o in base alle diverse aree del paese; in particolare, gli esborsi di mantenimento e di sostituzione per la gestione delle strutture sono importanti per generare un flusso di locazione alto.

Figura 3.8, Spese e livello di manutenzione per l'immobile, *Fonte; Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea*



Il livello ottimo di manutenzione corrisponde al minimo degli oneri totali, dato dalla somma delle *maintenance e replacement expenses*.[75] I costi che devono essere dedotti dal *gross operating income* sono classificati come:

[75]*Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea*

- Gestione e amministrazione: associati alla pubblicità, alla riscossione dei pagamenti, alla registrazione dei documenti;
- Servizi: legati alla pulizia, luce, gas;
- Assicurazione: premio pagato per il rischio di incendio, esplosioni;
- Riparazione: interventi per prevenire il deterioramento dello stabile e per garantire la funzionalità d'uso;
- Tasse.

Figura 3.9, Calcolo del canone operativo netto, *Fonte: Morri G., (2019), Commercial Property Valuation: Methods and Case Studies. Wiley, first edition.*

Potential income from rent		A
Vacancy and uncollectable shares		B
		C = (A − B)
Other incomes (i.e., parking)		D
Gross operating income		E = (C + D)
Management expenses		
Management and administration expenses	…	
Services	…	
Insurances	…	
Maintenance	…	
Taxes and duties	…	
Total operating expenses		F
Net operating rent		G = (E − F)

Un altro elemento considerato come flusso in entrata è il probabile prezzo di vendita del *real estate* alla fine del periodo di detenzione. Il cosiddetto valore di recupero dipende certamente da tutte quelle variabili che sono state considerate nella predizione del *gross rent*. L'approccio più conveniente per il calcolo del valore finale si basa sulla previsione della relazione utile operativo netto-*market price*; di conseguenza, il *net operating income* dell'ultimo anno di investimento viene diviso per il tasso di capitalizzazione

$$r = \frac{Net\ Operating\ Income}{Property\ Value},$$

il quale varia a seconda del costo del capitale e della confidenza che gli investitori mostrano nei flussi di cassa. Tale indice, che nel futuro è abbastanza incerto, deve essere in grado di riflettere tutte quelle variabili che concorrono alla costituzione del valore immobiliare e che non sono già incluse nell'affitto, come per esempio l'età dell'edificio.

Se l'investitore decide di utilizzare un prestito per finanziarie parzialmente l'acquisto di un immobile, allora si dovrà inserire una rata annuale di ammortamento del debito, la quale sarà sottratta dall'utile netto operativo per definire i *cash flows* annuali prima delle tasse.[76]

Figura 3.10, Calcolo del flusso di cassa ante-tasse, *Fonte: Morri G., (2019), Commercial Property Valuation: Methods and Case Studies. Wiley, first edition.*

Net operating income	G
Annual instalment of debt amortization	H
Cash flow before taxes	G − H

Invece, per i costi di costruzione o ristrutturazione, nel caso di trasformazione di un "*estate*", la valutazione si basa sulla distribuzione di tali spese nel tempo. Gli esborsi in questa fase sono quelli di: promozione, produzione, gestione e manutenzione, riqualificazione.

3.2.1. Analisi di Profittabilità Immobiliare Tradizionale

Come detto, l'investitore crea una gerarchia di alternative accompagnate da indici economici e parametri. Il calcolo delle misure di profittabilità risponde al bisogno di rappresentare la relazione tra quantità di denaro investito e ritorni attesi, e le tecniche utilizzate per questo scopo differiscono a seconda dei dati disponibili e in base al *risk level* considerato.[77] Si parla di *Advantage Reports*, i quali vengono usati per giudicare velocemente, attraverso le regole di Thumb, la ragionevolezza della *relation* tra misure di valore e prestazione; si distinguono due tipi di *measures*:

- Finanziarie, rapporto tra redditi e spese operative;
- Performance/profittabilità, ratio tra le entrate operative nette e il valore.

[76] *Morri G., (2019), Commercial Property Valuation: Methods and Case Studies. Wiley, first edition.*
[77] *Pomykacz Mark, Chris Olmsted, (2013), Options in Real Estate Valuation. The Appraisal journal, 81.3.*

Le prime richiedono la disponibilità di dati per un confronto con il mercato e sono utili nel primo stage di analisi, per eliminare rapidamente le alternative di investimento meno attrattive. Alcune di esse sono:

$$Operating\ Report = \frac{Operating\ Outgoings}{Gorss\ Effective\ Income}$$

$$Outgoings/Revenues\ Ratio = \frac{Operating\ Outgoings + Debt\ Installment}{Gross\ Effective\ Income}$$

$$Debt\ Recovery\ Ratio = \frac{Net\ Operating\ Rent}{Debt\ Instllment\ Payment}.$$

Una buona strategia di impiego del capitale in proprietà è caratterizzata da bassi *operating ratios*; il rapporto costo-beneficio e *debt coverage* costituiscono una misura di sicurezza associata al finanziamento, come per esempio per definire la bancabilità di un progetto. Un altro indicatore per determinare la fattibilità finanziaria di un investimento è il "*life loan debt service cover ratio*" (LLDSCR), ossia la somma dei flussi di cassa scontati disponibili per la copertura del debito:

$$LLDSCR = \frac{\frac{\sum_{t=s}^{s+n} Net\ Operating\ Income}{(1+r)^t}}{D_s},$$

dove *s* rappresenta il momento della valutazione, $s+n$ l'ultimo anno di rimborso del debito e D_s *l'outstanding debt*. Si mostra un esempio di report finanziario.

Figura 3.11, Esempio di report finanziario: Flussi di cassa attesi per i prossimi 6 anni, *Fonte: Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.*

	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6
Potential gross income (€)	121,421	125,306	129,316	131,902	134,540	137,231
Losses due to vacancy (€)	−8,421	−5,012	−5,172	−7,914	−8,072	−8,232
Rental car parking (€)	8,000	8,420	8,690	8,679	8,852	9,030
Gross operating income (€)	121,000	128,714	132,834	132,667	135,320	138,029
Expenses						
Administration (€)	6,050	6,436	6,642	6,633	6,766	6,901
Managerial charger (€)	10,300	10,506	10,716	10,930	11,149	11,372
Supplies/services (€)	10,300	10,506	10,716	10,930	11,149	11,372
Insurance (€)	5,150	5,253	5,358	5,465	5,574	5,686
Various (€)	1,545	1,576	1,607	1,639	1,672	1,705
Advertising (€)	618	630	643	656	669	682
Maintenance (€)	13,390	13,658	13,931	14,209	14,493	14,783
Taxes (€)	15,000	15,000	15,000	15,000	15,000	16,050
Total expenses (€)	62,353	63,565	64,613	65,462	66,472	68,551
Annual net income (€)	58,647	65,149	68,221	67,205	68,848	69,478

Figura 3.12, Esempio di report finanziario: Ratio spese operative/reddito lordo effettivo atteso, *Fonte: Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.*

Years	1	2	3	4	5	6
Ratio	0.515	0.494	0.486	0.493	0.491	0.497

Figura 3.13, Esempio di report finanziario: Flussi di cassa attesi per i prossimi 6 anni in caso di finanziamento, *Fonte: Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.*

	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6
Potential gross income (€)	121,421	125,306	129,316	131,902	134,540	137,231
Losses due to vacancy (€)	−8,421	−5,012	−5,172	−7,914	−8,072	−8,232
Rental car parking (€)	8,000	8,420	8,690	8,679	8,852	9,030
Effective gross income (€)	121,000	128,714	132,834	132,667	135,320	138,029
Expenses						
Administration (€)	6,050	6,436	6,642	6,633	6,766	6,901
Managerial charges (€)	10,300	10,506	10,716	10,930	11,149	11,372
Supplies (€)	10,300	10,506	10,716	10,930	11,149	11,372
Insurance (€)	5,150	5,253	5,358	5,465	5,574	5,686
Various (€)	1,545	1,576	1,607	1,639	1,672	1,705
Advertising (€)	618	630	643	656	669	682
Maintenance (€)	13,390	13,658	13,931	14,209	14,493	14,783
Taxes (€)	15,000	15,000	15,000	15,000	15,000	16,050
Total expenses (€)	62,353	63,565	64,613	65,462	66,472	68,551
Debt amortization instalment (€)	39,346	39,346	39,346	39,346	39,346	39,346
Cash flow before tax (€)	19,301	25,803	28,875	27,859	29,502	30,133

$$Revenue\ Cost\ Ratio = \frac{Oper.Expenses + Debt\ Installment}{Effective\ Gross\ Income} = 84\%$$

$$Debt\ Coverage\ Ratio = \frac{Oper.Net\ Rent}{Debt\ Installment} = 1{,}49$$

Invece, analizzando gli indici di profittabilità, il primo da considerare è il *Return on Investment (ROI)*, ossia:

$$ROI = \frac{Net\ Operating\ Income}{Net\ Invested\ Capital},$$

dove il capitale netto investito nel *real estate* coincide con il valore della proprietà dedotto di ammortamenti e accantonamenti. Tale misura consente di stimare la *profitability* della gestione corrente, escludendo i risultati dall'amministrazione straordinaria e degli aspetti finanziari.[78] In seguito, vi è il *Return on Equity (ROE)*

[78] *Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*

che incorpora gli effetti del finanziamento esterno e definisce il rapporto tra i flussi di cassa prima delle tasse e la quantità di denaro pagata dall'investitore:

$$ROE = \frac{Cash\ Flow_{BT}}{Equity} = \frac{Net\ Operating\ Income - Debt\ Amortization\ Installment}{Investment\ Capital - Available\ Financing};$$

si determina il rapporto tra l'utile netto e l'*equity* degli azionisti. Il ROE varia a seconda del *financial burden* dato che, a differenza del ROI, tiene conto del livello di indebitamento. Infine, vi è l'indice del Periodo di Rimborso con cui si valuta quale sia il numero di anni richiesto per recuperare il capitale investito nel progetto:

$$Payback\ Period = \frac{Equity}{Annual\ Cash\ Flow}.$$

Questo metodo può essere sfruttato in forma semplice *SPM (simple payback method)* oppure scontando CFs al periodo corrente *DPP (discounted payback period)*, ma nel secondo caso il problema sarà la scelta del tasso di sconto. Teoricamente, l'investimento che presenta il PP più corto dovrebbe essere di maggior convenienza.

Figura 3.14, Esempio di SPM, *Fonte: Sheridan Titman, John D. Martin, (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.*

Investimento Iniziale	€ 50.000,00	
Anno	Flussi di Cassa	
	Annuali	Cumulati
1	€ 7.200,00	€ 7.200,00
2	€ 8.300,00	€ 15.500,00
3	€ 9.500,00	€ 25.000,00
4	€ 10.700,00	€ 35.700,00
5	€ 12.000,00	€ 47.700,00
6	€ 13.100,00	€ 60.800,00
7	€ 14.250,00	€ 75.050,00
PP	**6 anni**	

3.2.2. DCFM e Tasso di Sconto

Il DCFM è già stato analizzato in precedenza e ora verrà applicato al contesto del *real estate*, data la limitatezza degli indici di profittabilità, i quali non includono né le tempistiche dei flussi e del capitale, né l'attitudine al rischio dell'investitore. Il *Discounted Cash Flows Method* è un modello basato sul rapporto tra le entrate future generate dalla proprietà e il suo valore, ma, diversamente dall'Approccio della Capitalizzazione Diretta, considera esplicitamente l'evoluzione dei canoni, i costi operativi e ogni investimento nel tempo; un'altra differenza riguarda gli indici poiché il *cap rate* è oggettivo e definito sulla base del mercato, mentre il discount rate del DCFM richiede processi di valutazione arbitrari.[79] Di conseguenza, vi sono due problematiche per l'utilizzo di tale metodo: determinare i flussi di cassa attesi e stimare il tasso di sconto. Innanzitutto, in questo settore il periodo di previsione è tra i 10 e i 15 anni; si tratta di un lasso temporale lungo, ma i redditi immobiliari sono relativamente stabili, anche grazie al contratto di affitto. Solitamente, si assume che i flussi di cassa aumentino periodicamente di una certa quantità, pari alla crescita attesa del valore stimato del canone (ERV) e ad una percentuale di inflazione per il "*passing rent*".

I *cash flows* sono definiti come il beneficio economico rilevante o la quantità di denaro disponibile in ogni lasso temporale, pari alla differenza tra le entrate e le spese legate all'immobile. Il reddito comprende tutti i ricavi risultanti dal contratto di locazione esistente, al netto delle perdite di credito. Invece, i costi vengono distinti in operativi (amministrazione, gestione, assicurazione, tasse) e investimenti ad intervalli irregolari, come nel caso di sostituzione dell'affittuario (esborsi per il marketing).

---

[79] *Williams J.T., (1991), Real estate development as an option. The Journal of Real Estate Finance and Economics, Vol. 4, pp. 191–208.*

Figura 3.15, Flusso di cassa tipo nel settore immobiliare, *Fonte: Williams J.T., (1991), Real estate development as an option. The Journal of Real Estate Finance and Economics, Vol. 4, pp. 191–208.*

	Revenues	
a	*+ Rents*	
b	*+ Other revenues*	
C = a + b	***Potential Gross Income***	
d	*− Effective vacancy*	
e	*− Credit loss*	
F = C + d + e	***Effective Gross Income***	
	Operating expenses	
g		*Property taxes*
h		*Property insurance*
i		*Stamp duty*
j		*Extraordinary maintenance*
k		*Property & Facility Management*
l		*Leasing fees*
M = g + [. . .] + l	***Total operating expenses***	
N = F − M	***Net Operating Income***	
	Investments	
o		*CapEx*
p		*Tenant improvements*
q		*Leasing fees*
R = o + p + q	***Total investments***	
S = N − R	***Intermediate Cash Flows***	
t		*+ Terminal Value*
u		*− Brokerage fees*
V = t − u	***Final Cash Flow***	
W = S + V	**Total Cash Flow to be discounted**	

Il valore terminale ha un impatto fondamentale sull'accuratezza della valutazione perché spesso costituisce la maggior parte *dell'asset value*, soprattutto se il tasso di sconto è basso e il lasso di tempo corto. Per il calcolo di tale componente, si riprende il metodo utilizzato nel *Direct Capitalisation Approach*, il quale considera l'entrata attesa alla fine dell'orizzonte temporale e il rispettivo "*outgoing cap rate*" (indice limite in uscita di capitalizzazione futura). Tale tasso è usato per convertire l'utile finale nel valore previsto del fabbricato (TV) dopo i periodi valutati. È consigliabile utilizzare il guadagno del momento successivo (N+1) al *forecasting horizon*, assumendo che sia più stabile; il *terminal value* viene determinato come:

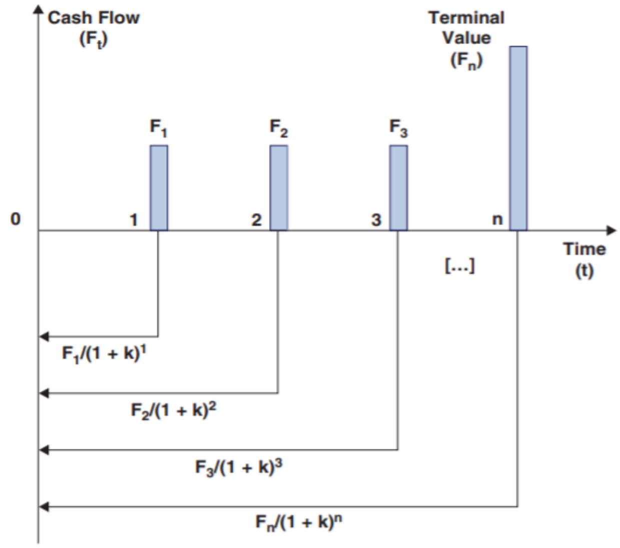
$$V_T = \frac{R_{n+1}}{GOCR},$$

dove *R* è l'entrata, *GOCR* il *going-out cap rate*, *T* il tempo e *n* l'ultimo momento di previsione.[80] A questo punto, i CFs e il TV, generati in tempi diversi, vengono scontati e convertiti in un flusso di cassa equivalente corrente (in t=0). Il DCFM si

[80] *Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.*

basa sulla formula del *Present Value*, definito come la somma dei *cash flows* attualizzati tramite un appropriato *discount rate*.

Figura 3.16, Calcolo del valore attuale di un progetto, *Fonte: Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.*



$$PV = \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t}{(1+k)^t},$$

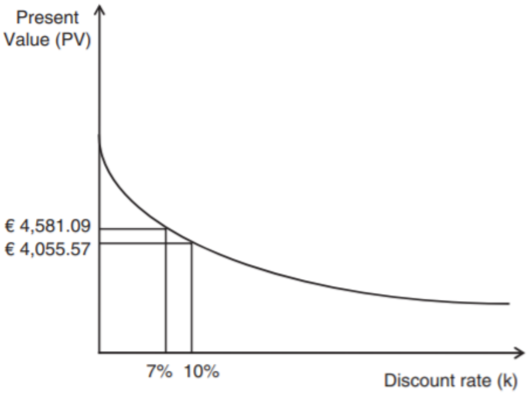
dove:

- PV è il valore attuale;
- F_t rappresenta il flusso di cassa al tempo "t";
- K è il tasso di sconto;
- "n" rappresenta l'ultimo periodo nell'orizzonte temporale.

Figura 3.17, Esempio di DCFM: calcolo del PV, *Fonte: Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.*

Periodo	0	1	2	3	4	5
Flussi di cassa		€ 300,00	€ 300,00	€ 300,00	€ 300,00	€ 5.000,00
Flussi di cassa scontati		€ 272,73	€ 247,93	€ 225,39	€ 204,90	€ 3.104,61
Taso di sconto	10%					
PV	**€ 4.055,57**					
Periodo	0	1	2	3	4	5
Flussi di cassa		€ 300,00	€ 300,00	€ 300,00	€ 300,00	€ 5.000,00
Flussi di cassa scontati		€ 280,37	€ 262,03	€ 244,89	€ 228,87	€ 3.564,93
Taso di sconto	7%					
PV	**€ 4.581,09**					

Figura 3.18, Esempio di DCFM: rapporto tra PV e discount rate, *Fonte: Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.*



Per ovviare al problema della scelta del *discount rate*, si potrebbe sfruttare un altro indicatore di profittabilità, ossia *l'Internal Rate of Return (IRR)*. Esso viene definito come il tasso di sconto che azzera il VAN dell'investimento. La scelta dell'investitore sull'implementazione del *project* dipende dal confronto tra l'IRR e il tasso di ritorno minimo accettato dal soggetto per la specifica transazione.

Figura 3.19, Rapporto tra NPV e IRR, *Fonte: Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea.*

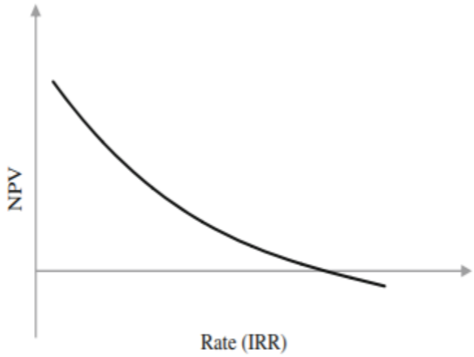


Figura 3.20, Esempio di calcolo dell'IRR, *Fonte: Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare.*

Anni	0	1	2	3	4	5
Prezzo d'acquisto	-€ 100,00					
Income	€ 0,00	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00	€ 14,00	€ 16,00
Prezzo di vendita						€ 115,00
Flusso di cassa	-€ 100,00	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00	€ 14,00	€ 131,00
IRR	13,77%					
Anni	0	1	2	3	4	5
Flusso di cassa	-€ 100,00	€ 8,00	€ 10,00	€ 12,00	€ 14,00	€ 131,00
Tasso di sconto	13,77%					
Flusso di cassa scontato	-€ 100,00	€ 7,03	€ 7,73	€ 8,15	€ 8,36	€ 68,74
NVP	€ 0,00					

Invece, per sfruttare il DCFM deve essere definito un *discount rate* per il calcolo del NPV.[81] Come tasso di riferimento può essere usato il costo marginale del capitale, o approccio "*cost as capital opportunity*", concetto basato sul guadagno massimo che chi investe può raggiungere impiegando i fondi in progetti alternativi caratterizzati dalla stessa esposizione rischiosa. Il *discount rate* è un ritorno totale atteso, e quando viene applicato ai CFs si devono considerare:

- Status del finanziamento e delle tasse, per esempio i flussi di cassa operativi sono stimati includendo l'impatto fiscale, e dove la struttura finanziaria del progetto è già determinata, anche le *financial expenses* e il rimborso del debito. Il tasso di sconto sarà il rendimento previsto dei FCFOs e comprenderà oneri finanziari e tassazione;
- Situazione di locazione: se si prendono in considerazione due proprietà, una affittata e l'altra vacante, nel secondo caso dovrebbe essere usato un indice di attualizzazione più alto;
- Curva dei rendimenti, solitamente è inclinata positivamente, ossia a lunghe scadenze corrispondono alti ritorni. La *market yield curve* è calcolata in base ai titoli di Stato e agli *interbank rates*, usati per stimare il costo dell'*equity* e del debito. Anche se dovrebbero essere utilizzati diversi tassi per scontare i flussi di cassa di periodi differenti, nella pratica si utilizza un *single blended discount rate* derivato in base al rendimento medio atteso.

I CFs sono destinati a remunerare e rimborsare tutti i fornitori di "ricchezza", quindi sia creditori che azionisti; di conseguenza, il tasso di sconto utilizzato per attualizzare i FCFO può essere identificato come *weighted average cost of capital (wacc),* il quale dipende da costi e pesi delle due forme di capitale.

Figura 3.21, Tasso di sconto con diversi esempi di variazione delle componenti, *Fonte: Risk and Return in the Real Estate, Bond and Stock Markets. Real Estate Management and Valuation, Vol. 25, pp. 15-22*

	Caso Base	**Aumento Ke**	**Aumento Kd**	**Riduzione D(%)**	**Aumento D(%)**	**Aum. Ke & Rid. D(%)**	**Rid. Ke & Aum. D(%)**
Ke	**15%**	**18%**	15%	15%	15%	**18%**	**12%**
Kd	**5%**	5%	**6%**	5%	5%	5%	5%
E(%)	**70%**	70%	70%	80%	60%	80%	60%
D(%)	**30%**	30%	30%	**20%**	**40%**	**20%**	**40%**
WACC	**12,00%**	**14,10%**	**12,30%**	**13,00%**	**11,00%**	**15,40%**	**9,20%**

[81]*Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea.*

Riguardo la struttura finanziaria, la disponibilità di credito ottenibile (di solito mutui da banche) deriva principalmente dal rischio associato allo stabile; nei *real estate investments* la quantità di denaro in prestito dipende dal mercato dei capitali, dal tipo di proprietà e dalle caratteristiche specifiche dell'*asset*. *Il cost of debt* K_d esprime l'onere corrente richiesto dal mercato per finanziare immobili simili a quello valutato, operazioni in cui il collaterale è il fabbricato stesso. Tale indice è suddiviso in due componenti:

- Tasso base, il finanziamento è ad un "*fixed rate*" in quanto la valutazione non deve tener conto di alcun rischio esogeno di variazione dei saggi di interesse; per questo motivo, la "percentuale base" più appropriata è lo *Swap Interest Rate*;
- Margine richiesto dalle banche, una specifica *market reasearch* è indispensabile per avere informazioni sullo *spread* che gli istituti applicano al prestito per l'acquisto della proprietà.

Dall'altra parte, il *cost of equity* K_e esprime il ritorno totale richiesto dagli investitori per impiegare il loro capitale in immobili simili in termini di rischio; questo rendimento è sempre più alto di K_d dato che il rimborso del primo è posticipato rispetto al secondo.[82] Tale indice è definito al lordo delle tasse, ma considera tutte le incertezze operative (*estate)* e finanziarie (D/E); viene stimato sulla base di due componenti:

- *Risk-free rate*, tasso base che l'investitore riceve solo per l'attesa e non include il rischio di default. Si utilizza il ritorno dei Titoli di Stato a 5 o 10 anni che non presentano incertezza sui rinvestimenti in quanto ZCB;
- *Risk premium*, che varia a seconda della percezione di rischio del soggetto e dell'abilità *dell'investor* di accettare il pericolo di fallimento. Un rendimento alto deve remunerare sia l'incertezza di mercato non diversificabile, che quella specifica riguardante il settore immobiliare, la posizione del bene, la destinazione d'uso dell'edificio, gli aspetti fisici e tecnici, le connotazioni d'affitto e contrattuali.

[82] *Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.*

Si mostra un DCF pro forma di valutazione immobiliare.

Figura 3.22, Informazioni di base del progetto, *Fonte: Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell, first edition.*

Tasso di sconto	7%	Tasso di sfitto	5%	Capex	10%
Tasso di crescita	2%	Ratio costi	35%	Exit-cap rate	5%

Figura 3.23, Pro Forma DCF per un immobile in affitto, *Fonte: Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell, first edition.*

Anni	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Entrate Lorde potenziali		€ 100	€ 102	€ 104	€ 106	€ 108	€ 110	€ 113	€ 115	€ 117	€ 120	€ 122
Sfitto		€ 5	€ 5	€ 5	€ 5	€ 5	€ 6	€ 6	€ 6	€ 6	€ 6	€ 6
Entrate Lorde effettive		€ 95	€ 97	€ 99	€ 101	€ 103	€ 105	€ 107	€ 109	€ 111	€ 114	€ 116
Spese Operative		€ 35	€ 36	€ 36	€ 37	€ 38	€ 39	€ 39	€ 40	€ 41	€ 42	€ 43
Utile Operativo Netto		€ 60	€ 61	€ 62	€ 64	€ 65	€ 66	€ 68	€ 69	€ 70	€ 72	€ 73
Capex		€ 10	€ 10	€ 10	€ 11	€ 11	€ 11	€ 11	€ 11	€ 12	€ 12	€ 12
Flusso di Cassa netto		€ 50	€ 51	€ 52	€ 53	€ 54	€ 55	€ 56	€ 57	€ 59	€ 60	€ 61
TV											€ 1.219	
FC + TV		€ 50	€ 51	€ 52	€ 53	€ 54	€ 55	€ 56	€ 57	€ 59	€ 1.279	
PV	€ 1.000											

In questo esempio vengono inclusi: *discount rate r*, *growth rate g* (delle entrate), *going-in cap rate y,* definendo la formula: *r=g+y. Il net cash yield* viene definito come rapporto tra il flusso di cassa corrente e il prezzo: all'inizio del progetto il rendimento *going-in* è il "ratio" tra il primo CF e il valore dell'investimento, mentre il *going-out cap rate* nasce dalla relazione tra l'ultimo cash flow e il TV.

3.2.3. Analisi di Scenari Futuri e Simulazione dei Risultati

Gli scenari futuri dei flussi di cassa influenzano il PV derivato con il DCFM. Attraverso un'analisi di queste situazioni si può cogliere il valore "nascosto" della flessibilità, rivelando opportunità o pericoli per il management e conducendo ad una revisione del prezzo dell'asset o del pro forma originale.

Figura 3.24, Pro forma DCF immobile nel caso ottimo, *Fonte: Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell.*

Flussi di Cassa	**Ottimistici**	**(50% chance)**									
Anno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Entrate Lorde Pot.	€ 110	€ 115	€ 120	€ 126	€ 131	€ 136	€ 142	€ 147	€ 153	€ 158	€ 164
Sfitto	€ 6	€ 6	€ 6	€ 6	€ 7	€ 7	€ 7	€ 7	€ 8	€ 8	€ 8
Entrate Lorde Eff.	€ 105	€ 109	€ 114	€ 119	€ 125	€ 130	€ 135	€ 140	€ 145	€ 151	€ 156
Spese Oper.	€ 39	€ 40	€ 42	€ 44	€ 46	€ 48	€ 50	€ 52	€ 54	€ 55	€ 57
UON	€ 66	€ 69	€ 72	€ 75	€ 79	€ 82	€ 85	€ 88	€ 92	€ 95	€ 98
Capex	€ 11	€ 12	€ 12	€ 13	€ 13	€ 14	€ 14	€ 15	€ 15	€ 16	€ 16
FCF con vendita	€ 1.207	€ 1.262	€ 1.318	€ 1.374	€ 1.430	€ 1.487	€ 1.544	€ 1.603	€ 1.661	€ 1.720	
PV 7%	**€ 1.128**	**€ 1.154**	**€ 1.177**	**€ 1.199**	**€ 1.218**	**€ 1.236**	**€ 1.253**	**€ 1.268**	**€ 1.282**	**€ 1.294**	

Figura 3.25, Pro forma DCF immobile nel caso pessimo, *Fonte: Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell.*

Flussi di Cassa	**Pessimistici**	**(50% chance)**									
Anno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Entrate Lorde Pot.	€ 90	€ 89	€ 88	€ 87	€ 85	€ 84	€ 83	€ 82	€ 81	€ 81	€ 80
Sfitto	€ 5	€ 4	€ 4	€ 4	€ 4	€ 4	€ 4	€ 4	€ 4	€ 4	€ 4
Entrate Lorde Eff.	€ 86	€ 84	€ 83	€ 82	€ 81	€ 80	€ 79	€ 78	€ 77	€ 77	€ 76
Spese Oper.	€ 32	€ 31	€ 31	€ 30	€ 30	€ 30	€ 29	€ 29	€ 29	€ 28	€ 28
UON	€ 54	€ 53	€ 53	€ 52	€ 51	€ 51	€ 50	€ 49	€ 49	€ 48	€ 48
Capex	€ 9	€ 9	€ 9	€ 9	€ 9	€ 8	€ 8	€ 8	€ 8	€ 8	€ 8
FCF con vendita	€ 933	€ 921	€ 909	€ 897	€ 886	€ 876	€ 866	€ 856	€ 846	€ 837	
PV 7%	**€ 872**	**€ 846**	**€ 823**	**€ 801**	**€ 782**	**€ 764**	**€ 747**	**€ 732**	**€ 718**	**€ 706**	

La valutazione in base ad un tempo di vendita ottimale è :

$$0{,}5 * 1.294 + 0{,}5 * 872 = 1.083\ euro.$$

Figura 3.26, Pro Forma DCF per un immobile in affitto: confronto degli scenari e dei valori medi, *Fonte: Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell.*

Scenario	**Potential Gross Income**		**Property Value in Year 0 if Sell in**	
	Year 1	**Year 11**	**Year 1**	**Year 10**
Optimistic	110.00	164.09	1128	1294
Pessimistic	90.00	79.71	872	706
Average (Expectation)	100.00	121.90	1000	1000

Dato il Pro forma DCF precedente riguardante un immobile in affitto, nella situazione ottimistica il valore attuale della proprietà è pari a:

- 1.128 euro se si vende nel primo periodo. Esso comprende la "*reversion*" di 1.152 e il FCFO di 55, scontati per un anno ad un tasso del 7%;
- 1.294 euro, se si cede il bene in t10.

Si agisce in modo uguale per il caso pessimistico e, dato che le probabilità sono pari al 50%, il prezzo atteso dell'immobile è:

Exp. value of the property (selling in t_1) = (0,5)1.128 + (0,5)872 = 1.000 euro,

Exp. value of the property (selling in t_{10}) = (0,5)1.294 + (0,5)706 = 1.000 euro.[83]

Si può quantificare il valore del progetto "riconoscendo" la flessibilità del tempo di cessione. Ciò avviene ottimizzando le decisioni di gestione sul momento di rivendita, tale che il VA dello stabile sia uguale a:

- 1.294 euro per lo scenario ottimista, se vi è l'alienazione in t10;
- 872 euro per quello pessimista, se si verifica in t1.

Di conseguenza: *Expected value with flexibility* = (0,5)1.294 + (0,5)872 = 1.083 euro, con una valutazione della flessibilità di 83. In questo caso, ci si riferisce all*'Expanded (o dinamic) NPV*: attendendo e osservando la variazione delle circostanze si possono prendere scelte migliori, in modo da ottenere un extra-valore. L'incertezza nel contesto *real estate* deriva dai movimenti della domanda, dei prezzi e dei canoni, dai cambiamenti nella tassazione e nelle normative, in generale dal futuro; conseguentemente, le previsioni del pro forma sono spesso errate rispetto alla realtà, e per tale motivo si cerca di sfruttare le abilità della direzione di adattare i piani alle situazioni.

Per tale scopo, si può sfruttare una "*distribution of future outcomes*", derivante da una simulazione in cui il dominio è l'intervallo di tutti i possibili risultati, mentre la frequenza (densità) rappresenta la probabilità relativa ad ogni valore.[84] Tale procedura è fondamentale per avere le informazioni per un'analisi quantitativa sull'investimento, includendo variabili come prezzi, costi, domanda, rendimenti, tassi di crescita. Vi sono diverse alternative per ottenere questi dati indispensabili:

- Consultare gli esperti;
- Basare le previsioni sui *trends*;

---

[83] *Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell, first edition.*
[84] *Yao Huimin, Frederik Pretorius, (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42.4: pp. 829–868.*

- Analisi empirica di andamenti e variabilità. Spesso sono disponibili "*historical data*" sui prezzi degli edifici, che vengono utilizzati per uno studio statistico dei valori e delle caratteristiche dinamiche del *real estate market*, quali:
    - Volatilità, come i risultati evolvono casualmente;
    - Ciclicità del settore;
    - *Mean-reversion*, osservazioni vicine alla media.

Attraverso la simulazione Monte Carlo si possono considerare innumerevoli scenari, la cui probabilità è definita grazie alla generazione random di future traiettorie di prezzi, ricavi, tassi di rivendita. La *MC simulation* di un investimento immobiliare o di un progetto di riqualificazione è un semplice processo ripetitivo:

- Generare una situazione *trial* che consiste in una sequenza futura di accadimento in base alle distribuzioni di probabilità degli inputs e al funzionamento del *project* in ogni periodo (per esempio un DCF a 10 anni);
- Calcolare, in ogni circostanza, le performance metriche per l'interesse dell'investimento (PV o IRR);
- Ripetere questa procedura molte volte (almeno 2000 test) così da creare un campione di *outcomes*;
- Visualizzare le "soluzioni" tramite un riassunto grafico e statistico.

La simulazione potrà assistere il management nelle decisioni e nella gestione dell'incertezza per le opportunità immobiliari, grazie alle sue caratteristiche principali: focus vasto, velocità e campionamento.

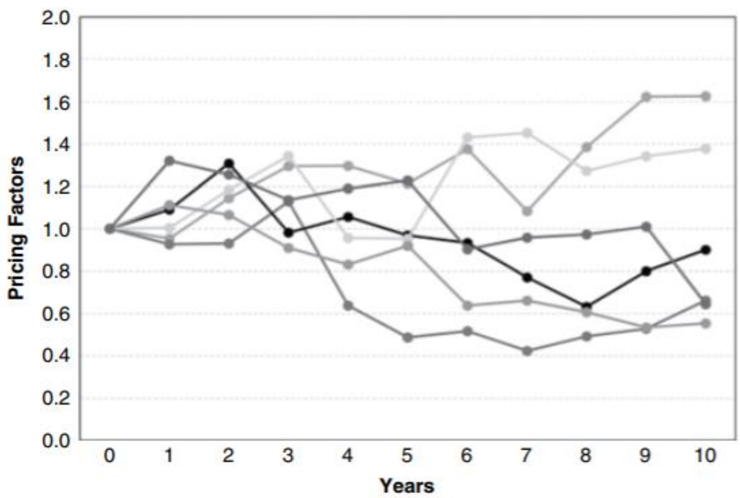
3.2.4. Modellare la Dinamica dei Prezzi

In seguito, si analizzano le modalità di definizione delle distribuzioni di probabilità degli inputs e le dinamiche per la simulazione dei *real estate investments*. In primis, si determinano i fattori di prezzo, i quali forniscono un modo per riflettere l'incertezza nel tempo all'interno del DCF pro forma e che permettono di incorporare le possibilità di accadimento dei parametri rilevanti, come i ricavi.[85] *Il pricing factor* (PF) è un "ratio" che moltiplica il singolo flusso di cassa originale (caso base) per giungere al *cash flow* futuro per un dato scenario: *Future scenario cash flow outcome = (unbiased pro forma cash flow) x (pricing factor).* Nell'esempio numerico precedente, per la prima situazione il reddito netto potenziale è 110 euro, invece di essere 100 euro come nel "*base case*": tale valore è calcolato tramite un fattore di prezzo di 1,1. In seguito, si introduce il secondo elemento che riguarda la dinamica dei prezzi, attraverso il concetto di "*random walk (RW)*", utile per modellare l'evoluzione degli *stock values* nel tempo. Si supponga una funzione di probabilità dell'input associata ad una distribuzione normale con media zero e deviazione standard 0,2; conseguentemente, la simulazione per il calcolo del *pricing factor* per ogni anno *t* sarà:

$$PF_t \ = \ PF_{t-1} \ x \ (1 + NormProb[0; \ 0{,}2]).$$

Si delinea un processo stocastico, dato che l'incremento casuale di prezzo dipende dal suo livello precedente.

Figura 3.27, Fattori di prezzo per sei scenari futuri basati su RW, *Fonte: Sheridan Titman, (1985), Urban Land Prices Under Uncertainty. The American Economic Review, Vol. 75, pp. 505-514.*

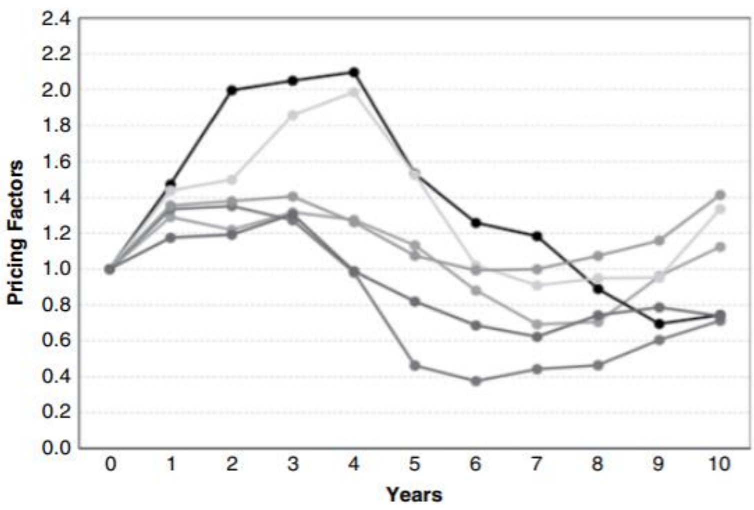


Le dinamiche del *real estate market* privato dipendono da altri elementi, oltre al grado di influenza del tipo RW, per varie ragioni:

[85] *Sheridan Titman, (1985), Urban Land Prices Under Uncertainty. The American Economic Review, Vol. 75, pp. 505-514.*

- In questo settore vengono scambiati *asset* unici e ciò rende complessa la determinazione del valore del bene, non potendo far riferimento ad altre transazioni;
- In tale contesto, le informazioni non sono processate in maniera efficiente come, invece, avviene nel *public stock exchanges* per i titoli;
- Per questo motivo, i prezzi degli edifici mostrano inerzia o autoregressione: il ritorno di un anno riflette parzialmente il rendimento del momento precedente;
- Inoltre, sembra che i valori immobiliari seguano cicli relativamente distesi di crescita e declino, con cambiamenti fino al +30% o -30% intorno alla tendenza di lungo periodo;
- Infine, i prezzi degli stabili mostrano una reversione maggiore lungo la traiettoria media degli *stock values* e il valore delle strutture dipende dal loro potenziale costo di ricostruzione (nel settore edile l'offerta è elastica). In altre parole, i prezzi dei fabbricati non cambiano molto nel tempo (in termini reali, al netto dell'inflazione) e questo porta al fenomeno della *mean-reversion,* che riflette le spese di "sostituzione".[86]

Figura 3.28, Fattori di prezzo per sei future situazioni, in base ai parametri immobiliari (autoregressione RW, ciclicità e reversione della media), *Fonte: Sheridan Titman, (1985), Urban Land Prices Under Uncertainty. The American Economic Review, Vol. 75, pp. 505-514.*



[86]*Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell, first edition.*

3.3. REAL OPTIONS & REAL ESTATE

Prima di valutare un progetto si decide quale sia il metodo più appropriato per tale scopo, a seconda del tipo di investimento: maggiore è l'incertezza, tanto più è vantaggioso l'utilizzo della ROA. Nel processo di valutazione, un passo fondamentale è l'esame dei prerequisiti di applicazione del modello, dato che gli impieghi di capitale nel *real estate* differiscono dagli altri investimenti reali a causa delle particolari caratteristiche del settore immobiliare, quali: immobilità, eterogeneità, limitata sostituibilità, *investment volume*, costi di transazione, lunga durata del ciclo di vita e del processo di sviluppo.[87] Dopo aver definito tali connotazioni, esse possono essere verificate nell'ambito della ROT: *l'intuitively heterogeneity* e la *limited substitutability* non sembrano rispettare il prerequisito della "replica perfetta", ma, in realtà, il portafoglio di duplicazione può essere costruito grazie ad un investimento unitario nell'immobile e nel suolo sottostante, combinato con un impiego di capitale al tasso privo di rischio. Le caratteristiche di perfetta irreversibilità, volume degli investimenti elevati e alti costi di transazione nel settore immobiliare, possono essere assunte nel paradigma RO. Infine, nel *real estate investment* l'incertezza è di particolare interesse, poiché dovuta, per esempio, al processo di sviluppo e al ciclo di vita, i quali complicano la previsione del valore.

In un'analisi delle opzioni sugli *asset* reali, la RO è la proprietà non sviluppata, l'attività sottostante è l'immobile costruito, il prezzo di esercizio il costo di "lavorazione" e solitamente la scadenza è infinita. Vi sono quattro caratteristiche da evidenziare in tale contesto:

1. Esercitare le *options* per realizzare fabbricati influenza l'offerta aggregata degli stabili già esistenti e, di conseguenza, il prezzo di equilibrio dell'output. Ciò incide sul valore dell'opzione di sviluppo e sulla politica di esercizio ottimale;
2. Se il soggetto ha capacità limitate o in presenza di costi crescenti, le spese di costruzione dipendono dalla domanda aggregata, e tale situazione può precludere uno sfruttamento simultaneo di tutte le opzioni possibili;

---

[87] *Lucius D. I., (2001), Real options in real estate development. Journal of Property Investment & Finance, Vol. 19 No. 1: pp. 73-78.*

3. L’offerta di immobili non costruiti viene limitata dalle attività già sviluppate: ciò va a influire *sull’exercise policy* e *sull’option value*;
4. In un ambito monopolistico o oligopolistico per gli *undeveloped assets*, l’azione di uno o vari titolari può incidere sul valore di altri investimenti.[88]

Di conseguenza, l’esercizio ottimale e i *market values* dipendono dall’elasticità della domanda immobiliare, dalla capacità dei costruttori, dall’offerta di attività non sviluppate e dal grado di concentrazione dei *developers*.

Dal punto di vista della letteratura riguardante le Opzioni Reali, è particolare la visione che molti studiosi hanno sul concetto di competizione, la quale, secondo alcuni, conduce ad una modifica dell’*option value* e limita la rilevanza empirica del ROA *framework* per molti settori. Trigeorgis nel 1996 associò l’aumento di concorrenza con un incremento del *dividend yield* del sottostante; quando esso è abbastanza alto può indurre l’esercizio anticipato dell’opzione, riducendo il valore *dell’option to wait*. In seguito, Kulatilaka e Perotti (1991) fecero riferimento al fatto che le imprese con grande potere di mercato ottengono opportunità di crescita maggiori quando l’incertezza è vasta.[89] I modelli di Caballero[90] e Trigeorgis[91] mostrarono che la competizione può erodere il valore dell’opzione di differire un progetto irreversibile; tuttavia, secondo alcune ricerche la concorrenza influisce solo indirettamente sull’investimento e, tramite la sua correlazione con l’incertezza, fornisce supporto al modello *real options* (anche in presenza di proprietari avversi al rischio e mercati imperfetti). La presenza di *competitors* impatta sulle decisioni, ossia le imprese potrebbero ritardare in maniera ottimale l’esecuzione dei progetti in periodi di contrazione e bassa competizione, ma intraprendere investimenti equivalenti in momenti di *boom* (macroeconomico).

---

[88] *Williams J., (1993), Equilibrium and options on real assets. The Review of Financial Studies, Vol.6, pp. 825–850.*
[89] *Laarni Bulan, Christopher Mayer, C. Tsuriel Somerville, (2009), Irreversible investment, real options, and competition: Evidence from real estate development. Journal of Urban Economics, Vol. 65, pp. 237-251.*
[90] *Caballero R. J., Pindyck R. S., (1992), Uncertainty, investment, and industry evolution. National Bureau of Economic Research.*
[91] *Trigeorgis, L., (1995), Real options in capital investment: Models, strategies, and applications. Greenwood Publishing Group.*

3.3.1. Flessibilità nei Progetti di Sviluppo Immobiliare

Nell'ambito dei *real estate project* di costruzione, gli immobili sono costituiti dal terreno, il quale consiste nel sito e nella posizione, e dalla struttura, ossia l'edificio che genera valore.[92] Tali investimenti trasformano il capitale finanziario in fisico e le spese di lavorazione spesso rappresentano una grande frazione del costo totale. La differenza sta nel fatto che in un *development project* si crea un gap temporale, poiché si ricevono i flussi in entrata solo dopo che lo stabile viene completato, quindi vi è un "*time-to-build*" tra la decisione di esecuzione e l'ottenimento dei profitti. Si confrontano le due tipologie di impiego del capitale:

- Investimento locativo, una proprietà con un valore attuale di \$1000 e rivendita in 10 anni;
- Investimento di sviluppo, un progetto per creare l'immobile che verrà affittato. In questo caso, non ci sono flussi in entrata derivanti dal canone al primo anno, ma in quel periodo vi sono le spese di realizzazione, mentre il pagamento per il terreno è in 0; inoltre, il costo opportunità per generare il fabbricato è inferiore rispetto all'OCC del bene già esistente.

Figura 3.29, Confronto tra un investimento locativo e uno di costruzione, *Fonte: Morano P., Tajani F., Manganelli B., (2014), An application of Real Option Analysis for the assessment of operative flexibility in the urban redevelopment. Wseas Transactions on Business and Economics.*

END OF YEAR:	YEAR 0	YEAR 1	YEAR 2	YEAR 3...	GROWTH	OCC
RENTAL						
Built Property Cash Flow ($)	0	50	51	52...	2% / year	7% / year
Built Property Value ($)	1000	1020	1040	1061...	2% / year	7% / year
DEVELOPMENT						
Land Cost ($)	310	0	N/A	N/A	N/A	N/A
Construction Cost ($)	0	663	N/A	N/A	2% / year	3% / year
Built Property Cash Flow ($)	0	0	51	52...	2% / year	7% / year
Built Property Value ($)	N/A	1020	1040	1061...	2% / year	7% / year
Development Project Profit ($)	N/A	357	N/A	N/A	N/A	15% / year

Il PV del progetto di sviluppo 1020/1,07 = \$953 è inferiore rispetto al valore attuale della struttura già esistente (\$1000), poiché nel caso della costruzione non si beneficia del flusso di cassa netto del periodo 1 (\$50):

PV (Development) = PV (rental) – PV (year 1 net cash flow) = 1000-47 = \$953.

[92] *Williams J.T., (1991), Real estate development as an option. The Journal of Real Estate Finance and Economics, Vol. 4, pp. 191–208.*

Invece, i *construction costs* vengono scontati al tasso 3% annuo:

PV of construction cost = 663/1,03 = $643,

NPV (Development) al tempo 0 = 953-643 = $310.

Questo Valore Residuo di $310 rappresenta la valutazione economica del terreno, e quindi il costo opportunità di non vendere il suolo e procedere con la costruzione; ciò assumendo che sia meglio realizzare il progetto ora, che attendere per una *future land speculation*. Dato che il profitto atteso dalla struttura finale è 1020-663 = $357, allora il rendimento dell'impiego di capitale al "*fair market price"* sarà:

$$\frac{Profit}{Investment} = \frac{357-310}{310} = \frac{47}{310} = 15\%$$

Development OCC = 15% > 7% *Rental OCC*,

e considerando un tasso privo di rischio del 2%:

Development risk premium = 13% > 5% *Rental risk premium*.

In un certo senso, il terreno può essere inteso come un'opzione call sullo sviluppo immobiliare, in cui il sottostante è il valore dell'edificio completo e il prezzo di esercizio il costo di costruzione. Si analizza l'esempio precedente, ma includendo l'incertezza così da poter esaminare scenari differenti, uno ottimistico e uno pessimistico con la stessa probabilità di accadimento del 50%.

Figura 3.30, Investimento di sviluppo in diverse circostanze, *Fonte: Morano P., Tajani F., Manganelli B., (2014), An application of Real Option Analysis for the assessment of operative flexibility in the urban redevelopment. Wseas Transactions on Business and Economics.*

DECISION CASE	EX-ANTE MEAN	NO FLEXIBILITY		FLEXIBILITY	
VALUE ITEM	(PRO-FORMA)	OPTIMISTIC	PESSIMISTIC	OPTIMISTIC	PESSIMISTIC
T=l Project Value	$1,020	$1,530	$510	$1,530	$510
Less Construction	$663	$663	$663	$663	$663
T=l Net Value	$357	$867	($153)	$867	($153)
Probability	N/A	0.5	0.5	0.5	0.5
Actual Outcome	$357	$867	($153)	$867	$0
T=l Expected Value	$357	$357		$433	
Discount rate	15%	15%		15%	
T=0 Valuation	$310	$310		$377	

Nel primo caso (senza flessibilità), i profitti nelle due circostanze sono simmetricamente opposti rispetto al risultato del pro forma di $357, ossia $867 nella situazione positiva e ($153) nella negativa. Di conseguenza, data una pari possibilità degli eventi, il valore atteso al tempo 1 è di $357, che scontato al 15% diviene in t_0 $310. Invece, se si considera il "*flexibility case*", in cui vi è l'opportunità di non costruire nel periodo 1 e di poter osservate i cambiamenti futuri, il soggetto ha una *call option* sul progetto che può essere esercitata o meno. Se si verifica lo scenario ottimistico, il proprietario procede con lo sviluppo, mentre nel pessimistico il diritto non viene sfruttato, accettando un risultato pari a 0 ed evitando perdite di $153. Il profitto netto in t_1 è $433, il quale attualizzato per il tasso di sconto conduce ad una valutazione in t_0 di $377.[93]

In seguito, si fa riferimento a tipologie di flessibilità riguardanti la scala dimensionale o il tipo di edifici che il progetto di sviluppo produce (opzioni di prodotto). In generale, l'opzione di espansione riflette l'abilità del proprietario di aggiungere una quantità di spazio al fabbricato rispetto al "piano base". Si tratta di *un'option* offensiva, la quale permette di ottenere vantaggi se si verificano circostanze migliori rispetto a quelle attese dal *real estate market*. Vi può essere un'estensione orizzontale o verticale: nel primo caso si fa riferimento alla costruzione di più strutture su terreni addizionali, mentre nel secondo si aggiungono dei piani in altezza. Per quanto riguarda, invece, la flessibilità "*product mix*" consiste nell'opzione di cambiare i tipi di prodotti in corso di esecuzione; è chiamata anche *switching option*.[94] Nel caso di un progetto riguardante stabili di piccola scala o unità condominiali, l'opportunità sarà di variazione delle proporzioni di realizzazione; invece, se ci si riferisce a grandi strutture, si tratta di una possibilità di conversione dei fabbricati in *estate* di altro tipo, a seconda del processo di costruzione o della destinazione d'uso. Questa categoria di flessibilità è sia offensiva che difensiva perché spinge la curva *target* verso maggiori profitti, ma allo stesso tempo permette di evitare risultati al ribasso.

[93] *Morano P., Tajani F., Manganelli B., (2014), An application of Real Option Analysis for the assessment of operative flexibility in the urban redevelopment. Wseas Transactions on Business and Economics.*
[94] *Rocha K., Salles L., Alcaraz Garcia F. A., Sardinha J. A., Texeira J. P., (2007), Real estate and real options. Emerging Markets Review 8: pp. 67-79.*

Dall'altro lato vi sono le opzioni sulla tempistica, più comuni nei progetti di sviluppo rispetto alle possibilità di prodotto. Esistono tre modalità di *timing options*: *start-timing flexibility, modular production timing flexibility e phasing timing flexibility.* Nel primo caso si fa riferimento all'opzione di differire, opportunità di decisione del proprietario terriero/costruttore sul momento di inizio del progetto; si tratta di un'opzione *call* sulla costruzione dell'*asset:* esecuzione dell'investimento in condizioni di rialzo oppure attesa in casi negativi.[95] Invece, gli altri due tipi di flessibilità sulla tempistica della produzione sono:

- *Modular*, il costruttore può mettere in pausa e riavviare il progetto da dove si era interrotto in qualsiasi momento, avendo anche la possibilità di abbandonarlo nel punto di stop;
- *Phasing o staging,* differisce dal precedente poiché, in questo caso, il *project* è diviso in pochi periodi discreti (sostanzialmente parti fisiche) e perché ogni fase deve essere completata una volta iniziata; ciascuno stage consiste in alcuni sviluppi edili pianificati e viene considerato come separato e autonomo. In termini di *phases* vi sono due approcci:
    - Progetti paralleli, separati, indipendenti o opzioni di espansione orizzontale;
    - Progetti sequenziali come *compound options*, ossia composte (opzioni su opzioni).

3.3.2. Opzioni sulla Tempistica di Progetti Immobiliari

Vi sono dei *tools* fondamentali per ottenere il valore della flessibilità nell'ambito del *real estate management;* per esempio si possono affiancare alla tradizionale analisi DCF due aggiunte metodologiche:

[95] *Pomykacz Mark, Chris Olmsted, (2013), Options in Real Estate Valuation. The Appraisal journal, 81.3.*

- Estensione dell'orizzonte temporale di previsione, così da poter definire il momento ottimo di vendita immobiliare. Si incrementa il numero di anni futuri considerati rispetto ad un periodo minimo di 10;
- *IF Statements*, ossia "vincoli" che consentono di automatizzare il processo di *decision-making* del management quando si verificano le condizioni pre-specificate. Essi permettono una gestione attiva e di intervento, la quale conduce al raggiungimento del *flexibility value*.

In questo contesto, per la decisione di cessione del fabbricato può essere importante la "*stop-gain rule*": per esempio, si assume di vendere solo nel caso in cui il fattore di prezzo della realizzazione sia almeno 1,2 e quindi quando il guadagno sia il 20% maggiore rispetto a quanto previsto nel pro forma:

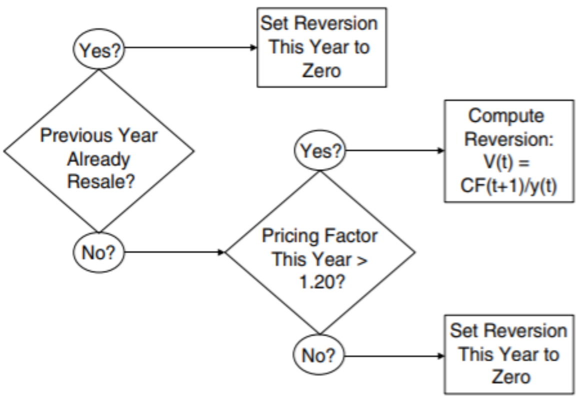
Figura 3.31, Problema del tempo di vendita, *Fonte: Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell.*

PERIOD	1	2	3	4	5
Simulated pricing factor	1.00	1.12	1.16	1.21	1.23
Result of IF comparison	No	No	No	Yes	No Longer Applicable
Actual entry in DCF	Operating Cash Flows	Operating Cash Flows	Operating Cash Flows	Operating + Reversion Cash Flows	Zero

.

Nel periodo 4 si risolve il "*resale timing problem*", dato che si tratta del primo anno in cui la regola viene rispettata e di conseguenza vi è la vendita del bene, ricevendo un valore maggiore. Un esempio di programmazione di questo tipo può essere:

Figura 3.32, "IF statements" per problemi di tempistica, *Fonte: Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell.*



.

Tra le varie opportunità legate alla tempistica del progetto vi è *l'option to wait*, connessa a progetti irreversibili e usata comunemente per valutare in modo corretto il momento ottimale di impiego di capitale: si investe oggi solo se il NPV è abbastanza alto da rinunciare al valore dell'opzione. La logica della possibilità di attendere viene applicata anche alle decisioni di disinvestimento, se si vende allora essa viene meno; la tempistica è fondamentale in questo ambito a causa della bassa liquidità del mercato *real estate*.[96]

Ora si descriverà il modello di Titman, il quale fornisce un'equazione per valutare il prezzo dei lotti vacanti e analizza in che modo l'attesa possa risolvere il problema dell'incertezza sui *prices*.[97] Per esempio a Los Angeles vi sono molti terreni sotto-sfruttati e il fatto che gli investitori scelgano di mantenerli per lunghi periodi di tempo suggerisce che essi siano più preziosi come siti potenziali per il futuro che per la costruzione attuale. Per questo motivo, accade che, in alcune condizioni, si decida di rinviare i "lavori": ritardare l'investimento per avere migliori opzioni in un momento successivo, così da incrementare il valore dell'*asset* reale. L'intuizione è che un lotto vacante possa essere visto come un'*option* di acquistare uno o diversi edifici "possibili", ad un prezzo di esercizio pari ai *construction costs;* per la valutazione viene adottata una metodologia simile a B&S o CRR. Si prendono in considerazione solamente due date: se il proprietario del suolo non avvia il progetto ora (data 0), lo farà in data 1 nel caso in cui $\pi(p_i) > 0$. L'*uncertainty* in questo modello dipende dal *market price* delle unità immobiliari, mentre i costi di lavorazione sono conosciuti e costanti; conseguentemente, il prezzo delle *units* può essere rappresentato solo da due valori p_h e p_l, con il primo maggiore del secondo, e allo stesso modo il *land value* sarà $\pi(p_h)$ o $\pi(p_l)$. Infine, si assume che il tasso privo di rischio sia *Rf*, lo *unit rental rate Rt* e che il mercato sia perfetto, ossia senza tasse, costi di transazione o restrizioni sulle vendite allo scoperto. Il lotto vacante può essere valutato come di seguito: dato che esistono tre investimenti (stabile, terreno, *risk-free asset*), allora i ritorni del "suolo libero" possono essere duplicati come combinazione lineare dei rendimenti del fabbricato e dell'attività priva di rischio;

---

[96] *Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell, first edition.*
[97] *Sheridan Titman, (1985), Urban Land Prices Under Uncertainty. The American Economic Review, Vol. 75, pp. 505-514.*

in primis, si determinano gli stati di prezzo s_h e s_l (il costo in t_0 di ricevere 1 dollaro in uno dei due "*states of nature*" in t_1 e 0 dollari nell'altro) e poi si somma il prodotto tra questi e il valore delle "terre" nei due casi:

$$p_0 = s_h p_h + s_l p_l + R_t(s_h + s_l),$$

$$\frac{1}{(1+R_f)} = s_l + s_h.$$

Tale che:

$$s_h = \frac{p_0 - (p_l + \frac{R_t}{(1+R_f)})}{p_h - p_l},$$

$$s_l = \frac{\left(p_h + \frac{R_t}{(1+R_f)}\right) - p_0}{p_h - p_l}.$$

Se non esistono opportunità di arbitraggio senza rischio, il *vacant land price* in t_0 è:

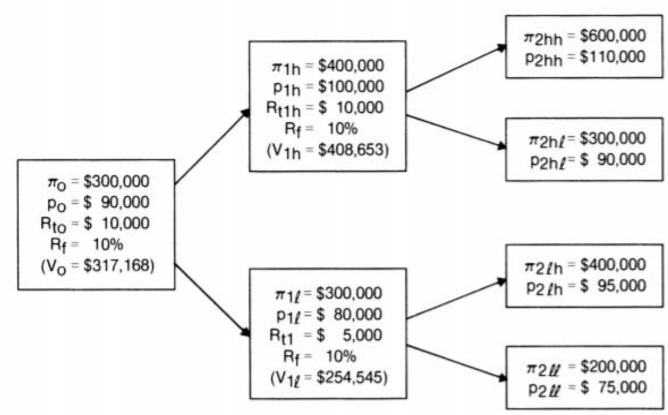
$$V = \pi(p_h)s_h + \pi(p_l)s_l,$$

e dal momento in cui questo eccede il profitto corrente dell'edificio $\pi(p_0)$, il proprietario sceglierà di mantenere il terreno libero, altrimenti costruirà l'immobile in 0.[98] Considerando l'esempio in cui un investitore possiede un lotto che potrebbe ospitare sei o nove unità condominiali, con un costo di costruzione rispettivamente di \$80.000 e \$90.000; il singolo prezzo di mercato corrente è \$100.000, il canone di locazione \$8.000 e il tasso privo di rischio è del 12%. Se le condizioni sono favorevoli, la vendita viene effettuata a \$120.000, mentre nel caso contrario a \$90.000; dato che i costi marginali individuali per la generazione di nove *units* piuttosto che sei sono di \$110.000, il soggetto realizza un guadagno di \$120.000 se costruisce ora un "*building of six*". Ad ogni modo, se sceglie di aspettare un anno, in circostanze sfavorevoli crea sei unità per un profitto di \$60.000 e, nell'altro caso, nove ottenendo \$270.000. Sostituendo tali numeri nell'equazione precedente, si definisce un *land value* corrente di \$141.071, nel caso in cui il suolo rimanga vacante fino al prossimo anno. Tale approccio può essere sviluppato dal momento in cui si specifica che per ogni stato di natura in data "t" possono verificarsi due

98 Vimpari J., Junnila S., (2014), Value of waiting – option pricing as a tool for residential real estate fund divestment management. Property Management, Vol. 32 No. 5: pp. 400-414.

possibili *states of nature* in "t+1"; il valore del terreno in 0 viene determinato per induzione all'indietro. Se il prezzo nel caso "*high*" eccede il guadagno derivante dallo sviluppo, allora il suolo rimane libero, mentre se nello scenario "*low*" esso è minore rispetto al "*profit from developing*" si costruisce.

Figura 3.33, Reticolo di decisione per l'esempio analizzato, *Fonte: Sheridan Titman, (1985), Urban Land Prices Under Uncertainty. The American Economic Review, Vol. 75, pp. 505-514.*



Infine, si analizza un caso riguardante il periodo della grande crisi immobiliare, durante il quale i Paesi europei hanno affrontato una diminuzione dei valori nel settore dopo lo scoppio della bolla. In Lituania, come in altre nazioni, la depressione tra il 2008-2010 influenzò i prezzi in ambito *real estate* in maniera negativa, e molti investitori persero i loro capitali. Per risolvere tali problematiche associate al *decision-making* in presenza di incertezza, una delle teorie sviluppate fu quella delle opzioni reali; l'idea iniziale di Myers di applicare il metodo B&S (di *financial option pricing*) ai contesti di *capital budgeting* venne sostenuta da O'Brien[99] nel 2003, il quale affermò che le RO sono opportunità di acquisto di *asset* reali in termini favorevoli possibili. Secondo Gilbert, l'opzione esiste quando la società ha il diritto, ma non l'obbligo, di performare un accordo, mentre Rivoli e Salorio[100] nel 1996 scrissero di possibilità di risoluzione dell'incertezza, grazie alla ricezione di informazioni addizionali tramite cui la direzione possa prendere la decisione

[99] *O'Brien J. P., Folta T. B., Johnson D. R., (2003), A real options perspective on entrepreneurial entry in the face of uncertainty. Managerial and Decision Economics, 24(8), pp: 515-533.*
[100] *Rivoli P., Salorio E., (1996), Foreign direct investment and investment under uncertainty. Journal of International Business Studies, 27(2), pp: 335-357.*

ottima. Dixit e Pindyck[101] affermarono nel 1995 che la RO permette di misura la capacità di ritardare o abbandonare il progetto dopo l'impiego di capitale irreversibile. In questo esempio, si applicherà *l'Adapted B&S di Luehrmann* per la valutazione, definito come "*Tomato Garden*", in cui i manager sono i giardinieri e il giardino è diviso in regioni diverse di investimento; in tale metodo, il valore di un'opzione di differire è espresso come percentuale del sottostante *(discounted FCFs*).[102] Si analizza un progetto di acquisto immobiliare nella città di Riga da parte della società ABC Project Ltd, la quale acquisisce 15 case incomplete per 423.833 euro più IVA e il terreno per 237.327 euro più IVA. L'intenzione è quella di rivendere il "*Sun Village*" quando i prezzi torneranno a salire, quindi in condizioni favorevoli. I costi di costruzione stimati sono

Figura 3.34, Costi stimati per la costruzione del Sun Village, *Fonte: Yao Huimin, Frederik Pretorius, (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42.4: pp. 829–868.*

		Nr of houses	Square meters per house	Estimated construction cost
1	House type 1	7	314	1,821, 029.59 €
2	House type 2	3	343.7	830,419.60 €
3	House type 3	5	157.29	666,587.19 €
4	Administration House	1	135.79	140,151.47 €
5	Construction site maintenance costs			31, 894.44 €
6	Beautification costs			352, 866.41 €
7	Reclamation, drainage, external networks			111,436.02 €
8	Electricity and weak currents			29,791.47 €
	Total:			3, 984,176.19 €

,

le spese amministrative e operative sono pari a 148.000 euro, mentre gli esborsi nei confronti degli intermediari e delle agenzie pubblicitarie corrispondono al 2% dei ricavi netti, ossia 118.699,66 euro. L'investimento totale per l'*asset* è di 4.912.024 euro, il PV(CF) è 5.620.930,44 euro, quindi il NPV del progetto, calcolato tramite l'approccio DCFM, è di 708.906,01 euro e l'IRR è pari al 9,21%. In seguito, si utilizza il *software Oracle Crystal Ball* per stimare la volatilità del rendimento, in cui viene usata una distribuzione triangolare per la variazione attesa del prezzo per metro quadro.

[101] *Dixit A. K., Pindyck R. S., (1995), The options approach to capital investment. Real Options and Investment under Uncertainty-classical Readings and Recent Contributions. MIT Press, Cambridge, 6.*
[102] *Yao Huimin, Frederik Pretorius, (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42.4: pp. 829–868.*

Figura 3.35, Distribuzione triangolare del prezzo per m^2 nel Sun Village, *Fonte: Yao Huimin, Frederik Pretorius, (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42.4: pp. 829–868.*

Year	Pessimistic	Most likely	Optimistic
2014	1,273.02 €	1,478.00 €	1,624.24 €
2015	1,068.16 €	1,478.00 €	1,624.24 €
2016	863.25 €	1,478.00 €	1,624.24 €

Le statistiche sui flussi di cassa ricevute dalla simulazione mostrano una media di 348.547,22 euro e una deviazione standard di 218.616,63 euro; il PV(FCF) sarà positivo nel 93,86% delle prove e la stima della volatilità a 3 anni è del 62,72%. A questo punto, possono essere calcolate le metriche per il modello *Tomato Garden*:

- NPVq = S/PV(X) = 5.620.930,44 / 4.768.955,76 = 1,1735;
- CV (*cumulative volatility*) = 62,72% x 1 anno = 62,72%.

Si utilizza la tavola B&S per il valore di un'opzione *call* europea, espresso da Luehrmann come percentuale *dell'asset value*:

Figura 3.36, "Adapted B&S table", *Fonte: Yao Huimin, Frederik Pretorius, (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42.4: pp. 829–868.*

	1.06	1.08	1.10	1.12	1.14	1.16	1.17	1.18
0.60	25.8	26.6	27.3	28.1	28.8	29.5	31.0	30.2
0.6272								
0.65	27.7	28.4	29.1	29.8	30.5	31.2		31.9

,

tale che *l'option to defer* è pari a 1.742.488 euro = 5.620.930 x 0,31.

Dato un tasso privo di rischio del 3%, un tempo di scadenza del diritto di un anno e un investimento totale iniziale di 4.912.024 euro, il prezzo dell'opportunità di differimento, calcolato tramite le formule analitiche di B&S, è di 1.747.998 euro.

Figura 3.37, Calcolo del valore dell'opzione di differire con le formule B&S, *Fonte: Yao Huimin, Frederik Pretorius, (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42.4: pp. 829–868.*

Black-Scholes input variables	
Present value of expected cash flows(So)	5, 620, 930.44
Cost of investment or exercise price (E)	4, 912, 024.43
Risk-free rate of return (r)	3.00%
Time to expiration in years (T)	1
Volatility of PV of FCF (σ)	62.72%
d1	0.576
d2	-0.051
Value of the call option : deferral option (C)	1 ,747, 998.00 €

3.3.3. Opzioni di Espansione, Contrazione e Switch nel Real Estate

La valutazione dell'investimento in un contesto di incertezza include la determinazione di diversi valori per il NPV Dinamico, a seconda del numero di scenari risultante dalla combinazione delle ipotesi associate all'evoluzione delle variabili chiave del progetto. In assenza di flessibilità manageriale, la distribuzione di probabilità del VAN si presenta come simmetrica normale. Invece, considerando la presenza di opzioni reali, si introducono asimmetrie nella "campana", poiché si avrà un limite per lo scenario pessimistico, ma non per quello positivo, dato che le conseguenze negative vengono contenute, mentre le situazioni ottimistiche sono opportunità di profitto.[103]

Figura 3.38, Distribuzione del NPV
Fonte: Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.

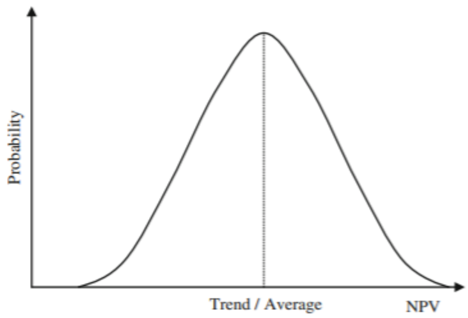
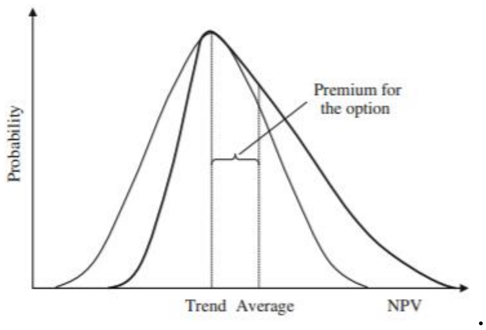


Figura 3.39, Distribuzione del NPV con flessibilità
Fonte: Manganelli B., (2015), Real Estate Investing Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.



La differenza principale, nell'analisi dei rischi, tra il metodo deterministico tradizionale NPV e la ROA è che nel primo i valori di riferimento sono definibili in anticipo o descrivibili con una distribuzione di probabilità, mentre nel secondo si assume incertezza delle variabili stocastiche che seguono un comportamento casuale definito da un modello matematico, stimando i *trend* e la volatilità dei parametri. In seguito, nella ROV l'analisi strategica consiste nell'identificazione delle aree con flessibilità manageriale implicita nel progetto da valutare e delle

[103] *Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.*

relazioni tra le diverse opzioni.[104] Inoltre, si vanno a determinare le connotazioni principali dell'investimento, quali: *l'optioned project*, il prezzo di esercizio, la scadenza, la deviazione standard, le opzioni disponibili tra le varie tipologie. Infine, vi è l'analisi quantitativa, per cui si mostra un esempio numerico di *option to expand/contract.*

Figura 3.40, Flusso nello scenario base, *Fonte: Andrejs Čirjevskis, Ernests Tatevosjan, (2015), Empirical Testing of Real Option in the Real Estate Market. Procedia Economics and Finance, Vol. 24, pp. 50-59.*

CF	€ 30.000,00	
Scenario base	Ricavi	€ 100.000,00
70% dei ricavi	Costi Oper.	-€ 70.000,00
	Flusso di Cassa	€ 30.000,00

Figura 3.41, Flusso nel caso espansione, *Fonte: Andrejs Čirjevskis, Ernests Tatevosjan, (2015), Empirical Testing of Real Option in the Real Estate Market. Procedia Economics and Finance, Vol. 24, pp. 50-59.*

Espansione	Ie	€ 14.000,00
	a	1,4
	Fattore espan.	1,40
	Ricavi	€ 140.000,00
70% dei ricavi	Costi Oper.	-€ 98.000,00
	Inv. Iniziale	-€ 14.000,00
	CF	€ 28.000,00

Figura 3.42, Flusso nel caso contrazione, *Fonte: Andrejs Čirjevskis, Ernests Tatevosjan, (2015), Empirical Testing of Real Option in the Real Estate Market. Procedia Economics and Finance, Vol. 24, pp. 50-59.*

Riduzione costi	Ic	€ 11.000,00
	diminuzione	dal 70% al 60%
	Incidenza costi	60%
	Ricavi	€ 100.000,00
	Costi Oper.	-€ 60.000,00
	Inv. Iniziale	-€ 11.000,00
	CF	€ 29.000,00

Nello scenario di:

- Espansione
  - prezzo di esercizio Ie;
  - valore del progetto "e x Fb", dove *Fb* è il flusso di cassa base ed *e* rappresenta la percentuale di aumento del CF;
  - i costi sono il 70% dei ricavi;

[104] *Cabanes A. M., De Egana A. H., Romero A., (2020), Real option analysis. The viability of real estate projects. Investment Management and Financial Innovations, 17(4): pp. 271-284.*

- Contrazione
    - *exercise price* Ic;
    - valore del progetto “(70%-c) x Rb”, in cui *Rb* sono i ricavi base e *c* corrisponde al livello più basso dei costi operativi;
    - i costi sono il 60% dei ricavi.[105]

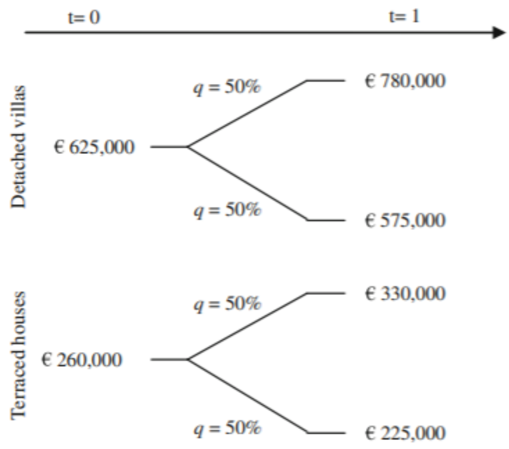
Come si nota, il *cash flow* risultante in entrambe le situazioni è minore di quello iniziale, quindi la soluzione sarà sfruttare le due opportunità insieme, ottenendo una sinergia di 1.000 euro:

$$dF'_b = F_b + Max[e\ x\ F_b - Ie + (70\% - c)\ x\ (1 + e)\ x\ R_b - Ic; 0] =$$

$$30.000 + Max(1.000; 0) = 31.000\ euro.$$

Ora, si analizza un nuovo esempio pratico di utilizzo dei reticoli binomiali partendo da una data evoluzione possibile dei prezzi di vendita in due progetti differenti: il primo riguarda la costruzione e la cessione di 8 ville unifamiliari, mentre nel secondo si considerano 11 case a schiera.

Figura 3.43, Evoluzione del prezzo per edificio nei due diversi investimenti, *Fonte: Cabanes A. M., De Egana A. H., Romero A., (2020), Real option analysis. The viability of real estate projects. Investment Management and Financial Innovations, 17(4): pp. 271-284.*



Il flusso di cassa viene calcolato come il numero di edifici moltiplicato per la differenza tra prezzi e costi, ossia CF = n x (P – C).

[105] *Andrejs Čirjevskis, Ernests Tatevosjan, (2015), Empirical Testing of Real Option in the Real Estate Market. Procedia Economics and Finance, Vol. 24, pp. 50-59.*

Figura 3.44, Calcolo dei flussi di cassa, della pseudo-probabilità e del tasso implicito per ogni scenario del primo progetto, *Fonte: Cabanes A. M., De Egana A. H., Romero A., (2020), Real option analysis. The viability of real estate projects. Investment Management and Financial Innovations, 17(4): pp. 271-284.*

Primo progetto	n. ville	8	
	dimensione (m2)	250	
	P0 per m2	€ 2.500,00	
	P vend. Villa	€ 625.000,00	
	Costi costr. Villa	€ 500.000,00	
	rf	8%	
	Pu	€ 780.000,00	
	Pd	€ 575.000,00	
Scen. Favorevole	8 x (780.000-500.000)	€ 2.280.000,00	CF
Scen. Sfavorevole	8 x (575.000-500.000)	€ 600.000,00	CF
Scen. Base	8 x (625'000-500.000)	€ 1.000.000,00	CF
Prob. Risk-neutral *p*	(1,08x625.000-575.000)/(780.000-575.000)		**= 0,48**
Tassi impliciti k	(780.000x0,5+575.000x0,5) / (1+k)		**k = 8,4%**
con prob. reale q=0,5			

Figura 3.45, Calcolo dei flussi di cassa, della pseudo-probabilità e del tasso implicito per ogni scenario del secondo progetto, *Fonte: Cabanes A. M., De Egana A. H., Romero A., (2020), Real option analysis. The viability of real estate projects. Investment Management and Financial Innovations, 17(4): pp. 271-284.*

Secondo progetto	n. case	11	
	dimensione (m2)	120	
	P0 per m2	€ 2.100,00	
	P vend. Casa	€ 260.000,00	
	Costi costr. Casa	€ 160.000,00	
	rf	8%	
	Pu	€ 330.000,00	
	Pd	€ 220.000,00	
Scen. Favorevole	11 x (330.000-160.000)	€ 1.870.000,00	CF
Scen. Sfavorevole	11 x (220.000-160.000)	€ 660.000,00	CF
Scen. Base	11 x (260'000-160.000)	€ 1.100.000,00	CF
Prob. Risk-neutral *p*	(1,08x260.000-220.000)/(330.000-220.000)		**= 0,55**
Tassi impliciti k	(330.000x0,5+220.000x0,5) / (1+k)		**k = 5,77%**
con prob. reale q=0,5			

L'extended value del progetto viene ottenuto scontando al tasso *risk-free* i valori corrispondenti al miglior uso del terreno nei due scenari, uno favorevole e uno sfavorevole, pesati per la probabilità neutrale al rischio:

$$V = \frac{[2.280.000\ x\ 0{,}48 + 660.000\ x\ (1-0{,}48)]}{1{,}08} = 1.331.111\ euro.$$

Tra le "opportunità di prodotto", come detto, vi è anche *l'option to switch*: si analizzerà un problema legato alla valutazione dell'effettività economica degli investimenti in *real estate* commerciali, in cui le decisioni connesse all'implementazione del progetto sono associate a rischio e incertezza futuri. Nella letteratura, molti studiosi identificarono diverse tipologie di strutture edificabili, come Forys nel 2006, il quale divise il settore immobiliare in base alle funzioni d'uso e al valore dei fabbricati in: stabile a scopo ufficio, commerciale o per servizi. Essi hanno in comune l'abilità di generare entrate e di poter essere trattati come investimenti di capitale a lungo termine.[106] Nell'esempio considerato, vengono utilizzati NPV e MIRR per valutare l'economicità dell'investimento, ma, con l'obiettivo di includere rischi e incertezze, viene performata anche una ROA per il calcolo del VAN Esteso. Il progetto riguarda un centro commerciale che presenta la possibilità di essere utilizzato come *office space (OS)*, quindi un'opportunità di conversione. Si mostrano i dati calcolati per lo *shopping centre (SC)*:

Figura 3.46, Flussi di cassa e NPV del centro commerciale, *Fonte: Marek Uryniak, (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4): pp. 315-324.*

Years	Expenditures	Inflows	Expenses	Tax	Cash flow	Discount rate for r = 8%	Current value
0	8,500,00	–	–	–	–8,500,00	1.000	–8,500,00
1	–	1,088,95	546,16	–	542,79	0.926	502,58
2	–	2,471,01	830,59	–	1,640,42	0.857	1,406,39
3	–	2,165,79	765,50	–	1,400,29	0.794	1,111,59
4	–	2,144,21	845,84	246,69	1,051,68	0.735	773,01
5	–	1,866,76	710,11	219,76	936,89	0.681	637,63
6	–	2,053,44	745,62	234,30	1,059,33	0.630	667,56
7	–	2,374,52	753,07	308,07	1,313,37	0.583	766,34
8	–	2,611,97	768,14	350,33	1,493,51	0.540	806,90
9	–	2,742,57	783,50	372,22	1,586,85	0.500	793,82
10	–	2,879,70	799,17	395,30	1,685,23	0.463	780,59
NPV							–253.59

.

Il risultato del NPV è di -253,59, vi è difficoltà per il proprietario nel recuperare il capitale impiegato. Ora, si considera lo *switch* dello SC in OS all'anno 7:

Figura 3.47, Flussi di cassa e NPV derivanti dalla conversione dello SC in ufficio all'anno 7, *Fonte: Marek Uryniak, (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4): pp. 315-324.*

Years	Expenditures	Inflows	Expenses	Tax	Cash flow	Discount rate for r = 8%	Current value
7	500,00	2,669,47	753,07	364,12	1,052,28	0.583	614,00
8	–	2,936,42	768,14	411,97	1,756,31	0.540	948,88
9	–	3,230,06	783,50	464,85	1,981,71	0.500	991,35
10	–	3,391,56	799,17	492,55	2,099,84	0.463	972,63
NPV							125.62

,

[106] *Marek Uryniak, (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4): pp. 315-324.*

da cui risultano un NPV pari a 125,62 e un MIRR dell’8,2%, i quali costituiscono la base per la decisione di cambiamento. Invece, nell’ipotesi in cui la conversione avvenga in t0, i flussi di cassa netti e i rispettivi valori attuali sono:

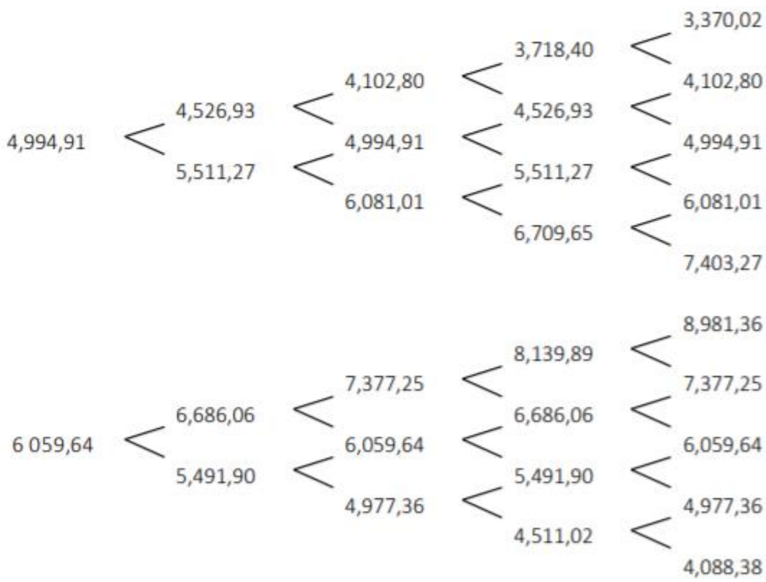
Figura 3.48, Flussi di cassa e NPV della conversione in ufficio all’anno 0, *Fonte: Marek Uryniak, (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4): pp. 315-324.*

Years	Expenditures	Inflows	Expenses	Tax	Cash flow	Discount rate for r = 8%	Current value
				Shopping centre			
1	–	2,374,52	753,07	308,07	1,313,37	0.583	766,34
2	–	2,611,97	768,14	350,33	1,493,51	0.540	806,90
3	–	2,742,57	783,50	372,22	1,586,85	0.500	793,82
4	–	2,879,70	799,17	395,30	1,685,23	0.463	780,59
NPV							4,994.91
				Office space			
0	500,00	–	–	–	–500,00	1.000	–500,00
1	–	2,669,47	753,07	364,12	1,052,28	0.583	614,00
2	–	2,936,42	768,14	411,97	1,756,31	0.540	948,88
3	–	3,230,06	783,50	464,85	1,981,71	0.500	991,35
4	–	3,391,56	799,17	492,55	2,099,84	0.463	972,63
NPV							5,559.64

.

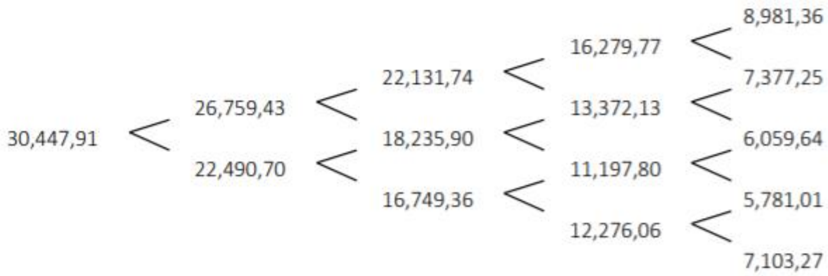
Si considera un metodo algoritmico di variazione dei *values*. Per una volatilità del 9,8%, il rialzo “u” è 1,103, il ribasso “d” è pari a 0,906, mentre rf corrisponde a 4,723%, con una probabilità di arbitraggio p = 0,721.

Figura 3.49, Benefici derivanti dallo SC (sopra) e dallo Spazio Ufficio (sotto), *Fonte: Marek Uryniak, (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4): pp. 315-324.*



Si considerano due PV(FCF) diversi al tempo 0: l’albero superiore rappresenta i benefici derivanti dal centro commerciale e quello inferiore i guadagni dello spazio ufficio. In entrambi i casi, il VA varia a seconda della componente “*up”* o *“down”* nei differenti periodi fino all’anno 4. In seguito, si opera a ritroso lungo il reticolo binomiale attraverso un processo di ottimizzazione del “prezzo” dell’investimento, includendo la facoltà di esercizio dell’opzione reale e una certa flessibilità; il valore attuale del progetto con la possibilità di *switch* da SC a OS sarà di 30.447,91 euro.

Figura 3.50, PV del Progetto con l’opzione di conversione da SC a OS, *Fonte: Marek Uryniak, (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4): pp. 315-324.*



3.3.4. Esempi Composti di Opzioni

Si considera un caso specifico di ROV di un investimento immobiliare a Praga, analizzando l’opzione di espansione, di contrazione e di abbandono del progetto; il metodo utilizzato si fonda sugli alberi binomiali. L’intenzione della compagnia è di acquistare cinque diversi appartamenti per affittarli nel lungo periodo per i prossimi otto anni e, in seguito, venderli; il loro prezzo di acquisizione è di CZK 20,15 milioni che vengono sommati a CZK 0,5 milioni, i quali rappresentano le spese legate alla transazione.[107]

[107] *Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability 10, no. 12: 4665.*

Figura 3.51, Caratteristiche delle unità immobiliari, *Fonte: Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability 10, no. 12: 4665.*

Flat	Location	Area in m^2	Price in Millions CZK	Monthly Rent in CZK
1	Křenická (Praha 10)	65	3.85	16,000
2	Pod Strání (Praha10)	65	4.63	18,000
3	Sekaninová (Praha 2)	51	3.59	14,000
4	Biskupcova (Praha 3)	54	3.89	15,000
5	Bořislavka (Praha 6)	52	4.19	15,000
	Total		20.15	78,000

I parametri di investimento e gli elementi per la ROA sono:

Figura 3.52, Parametri di investimento, *Fonte: Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability 10, no. 12: 4665.*

Description	Parameter Value
Purchased price of the flats and their equipment.	20.65 millionsCZK
Monthly flats rents without energy.	78,000 CZK
Monthly costs of the maintenance and insurance.	7500 CZK
Corporate income tax.	19% p.a.
Annual growth coefficient (inflation rate).	2% p.a.

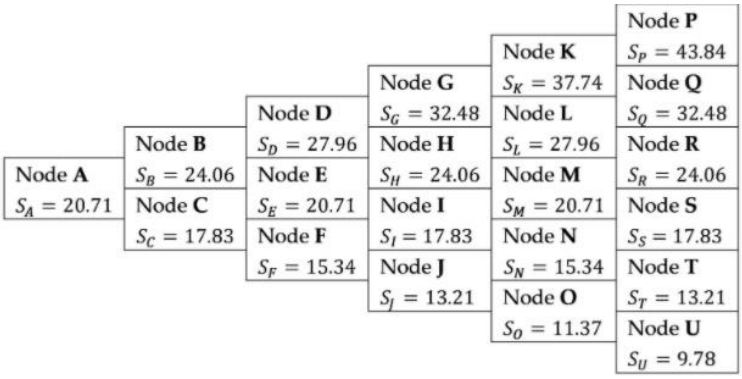
Figura 3.53, Elementi per l'analisi delle opzioni reali, *Fonte: Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability 10, no. 12: 4665.*

Option	% of Initial Investment	Amount in Millions CZK	Description
Expansion	19%	3.85×1.02^t	Additional investment.
Contraction	23%	4.6×1.02^t	Sell-off price of a single flat.
Abandonment	25%	15.11×1.02^t	Trigger value for selling off all flats.

.

Data una volatilità del 15%, *il net present value* statico del progetto è la differenza tra il valore attuale dei flussi di cassa e il capitale inizialmente investito, ossia NPV = -IN + PV(CF) = -20.650.000 + 20.707.176 = CZK 57.176. In seguito, si include la flessibilità manageriale, considerando una scadenza dell'opzione di cinque anni e un *risk-free rate* del 1,5%; invece, i prezzi di esercizio sono $3{,}85x1{,}02^t$ per l'espansione, $4{,}6x1{,}02^t$ nella contrazione e $15{,}11x1{,}02^t$ nel caso di abbandono. Partendo da un valore S_A = 20,71 milioni CZK, che rappresenta il PV(CFs) senza interventi da parte della gestione, si assumono, in seguito, movimenti *dell'underlying value* per ogni intervallo annuale. Vi può essere un rialzo $u = e^{\sigma} =$ 1,1618, o un ribasso $d = 1/u$ = 0,8607, con una probabilità nel primo caso di p = ((1+rf) -d) / (u-d) = 0,5124. Di conseguenza, $S_B = S_A$ x u, $S_I = S_E$ x d, tale che:

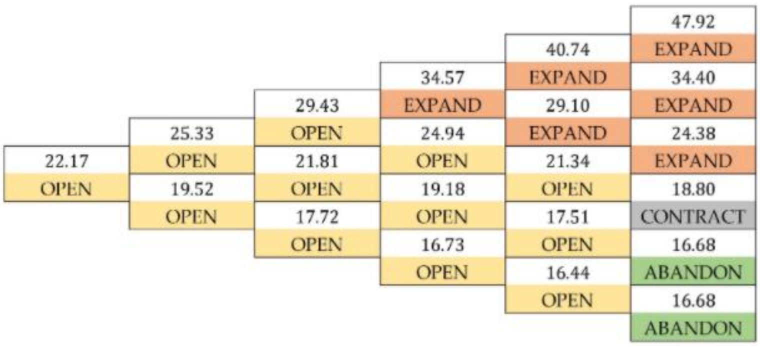
Figura 3.54, Evoluzione del PV nel progetto base, *Fonte: Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability 10, no. 12: 4665.*



.

Il progetto potrebbe presentare un grande incremento del prezzo nei cinque anni, ma anche condurre a gravi perdite. Con lo scopo di eliminare tale *drop* derivante da uno sviluppo sfavorevole e massimizzare i guadagni nel caso positivo, si sfrutta la flessibilità legata alle opzioni reali. L'evoluzione del valore attuale dei CFs è

Figura 3.55, Evoluzione del PV del Progetto se si esercitano le opzioni reali, *Fonte: Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability 10, no. 12: 4665.*



,

dove nel nodo P:

- Nel caso di espansione $PV_5(CF^E)_P = f_E$ x $S_P - P_5^E$ = 1,19 x 43,84 -3,85 x $1{,}02^5$ = 47,92 milioni;
- Nel caso di contrazione $PV_5(CF^C)_P = f_C$ x $S_P - P_5^C$ = 0,77 x 43,84 + 4,6 x $1{,}02^5$ = 38,86 milioni;

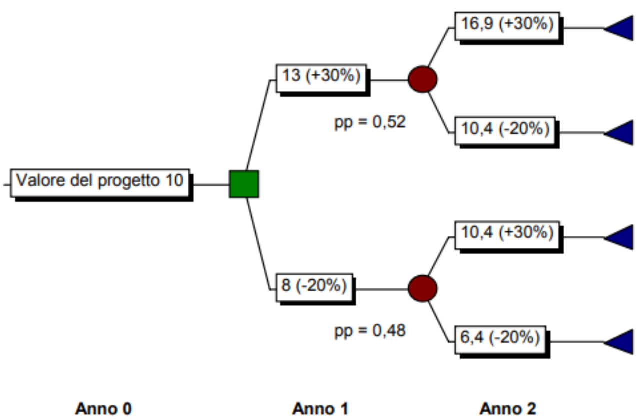
- Nel caso di abbandono $PV_5(CF^A)_P = P_5^A = 15{,}11 \times 1{,}02^5 = 16{,}68$ milioni;
- Se il progetto originale continua $PV_5(CF)_P = S_P = 43{,}84$ milioni.

Ripetendo la procedura a ritroso, si calcola il $PV(CF)^{RO}{}_A$, ossia il valore attuale dei *cash flows* in 0 (nodo A), uguale a CZK 22.168.319. In seguito, da tale risultato si deduce il *present value* dei flussi di cassa nel caso non vi sia opzione di scegliere S_A = CZK 20,71 milioni; si ottiene un *flexibility value* ROV = CZK 1.458.319. Infine, si determina il NPV Dinamico dalla combinazione delle varie tipologie di opportunità, come:

$$eNPV = NPV + ROV = 57.176 + 1.458.319 = CZK\ 1{,}52\ milioni.$$

L'esercizio delle opzioni in un investimento può essere positivo se il costo del cambiamento nell'ultimo anno attualizzato è maggiore rispetto alla spesa addizionale richiesta dalla flessibilità. Si analizzeranno diverse tipologie di *real options* in un secondo esempio composto di *property investment*: si assume un impiego di capitale di 10 milioni (C) che presenta un rendimento che oscilla tra +30% e -20% a seconda delle fluttuazioni di settore. Il progetto varrà 13 milioni nel caso di rialzo e 8 milioni in quello di ribasso, con una stessa probabilità reale del 50%; inoltre, il tasso di ritorno atteso minimo è 15% e il tasso *risk-free* è 6%.[108]

Figura 3.56, Reticolo binomiale per il valore del progetto, *Fonte: Bravi M., (2009), Incertezza nella valutazione degli investimenti immobiliari: la teoria delle opzioni reali (Real Options Theory). Aestimum, (32).*



[108] *Bravi M., (2009), Incertezza nella valutazione degli investimenti immobiliari: la teoria delle opzioni reali (Real Options Theory). Aestimum, (32).*

In t_1 il valore attuale dell'investimento è VA = (0,5*12+0,5*8)/1,15 = 9,13; deducendo le spese pari a 10 milioni, il progetto presenta un NPV negativo. Adottando un approccio neutrale al rischio, *l'expected return* può essere definito

$$r = \frac{p * r^{+30\%} + (1-p) * r^{-20\%}}{1 + r_0},$$

con $r^{+30\%}$=19,5%, $r^{-20\%}$=12%, r_0=6%, r=15%; la *pseudo-probability* viene calcolata:

$$pp = \frac{(1 + r_0) * r - r^{-20\%}}{r^{+30\%} - r^{-20\%}},$$

$$pp = \frac{1{,}06 * 15 - 12}{19{,}5 - 12} = 0{,}52.$$

Quest'ultima viene utilizzata per determinare l'equivalente certo del *cash flow*, attualizzato tramite il *risk-free rate*: VA = (13*0,52+8*0,48)/(1,06) = 10; il NPV è nullo, quindi il progetto non viene eseguito. Se vi è, invece, l'opportunità di differimento dell'investimento per un anno, si esegue il *project* nel caso di incremento dei prezzi *(call*); si rivaluta il capitale in base al ritorno minimo rf: 10+(10*6%) = 10,6. Il CF massimo è 2,4 = max (13-10,6; 0), mentre il minimo è 0 = min (8-10,6; 0), tale che il VAN strategico sarà

$$VAN_{OP1} = \frac{2{,}4 * 0{,}52 + 0{,}48 * 0}{1{,}06} = 1{,}18,$$

e se lo *static NPV* è di -0,87 = 9,13-10, si calcola il valore *dell'option to defer*:

$$VO_1 = 1{,}18 - (-0{,}87) = 2{,}05 \, milioni \ di \ euro.$$

Per quanto riguarda l'opzione di espandere in campo *real estate*, essa consiste nella costruzione di unità immobiliari aggiuntive, aumentando la scala del progetto. Si assume di estendere la produzione del 50% con un costo C^+ = 4,5 milioni (*call*):

$$V^{+30\%} = \max\left(V^{+30\%}; 1{,}5 * V^{+30\%} - C^+\right) = \max(13; 19{,}5 - 4{,}5) = 15$$

$$V^{-20\%} = \max\left(V^{-20\%}; 1{,}5 * V^{-20\%} - C^+\right) = \max(8; 12 - 4{,}5) = 8;$$

l'NPV dinamico, il quale include *l'option to expand* (esercitata in circostanze positive) *value*, sarà VAN_{OP2} = (p*$V^{+30\%}$ + (1-p)*$V^{-20\%}$)/(1+r_0) – C =

(0,52*15+0,48*8)/1,06 = 10,98-10 = 0,98. Conseguentemente, il valore dell'opzione di espansione è:

$$VO_2 = 0{,}98 - (-0{,}87) = 1{,}85.$$

In modo opposto, si può presentare l'opportunità di una diminuzione del 50% della dimensione dell'investimento, riducendo e salvando gli oneri di produzione edilizia (60% del costo totale in media) per il 40%:

$$V^{+30\%} = \max\left(V^{+30\%}; 0{,}5 * V^{+30\%} - C^{-}\right) = \max(13;\ 6{,}5 - (-2{,}4)) = 13$$

$$V^{-20\%} = \max\left(V^{-20\%}; 0{,}5 * V^{-20\%} - C^{-}\right) = \max(8;\ 4 - (-2{,}4)) = 8.$$

Di conseguenza:

$$VAN_{OP3} = \frac{p * V^{+30\%} + (1-p) * V^{-20\%}}{1 + r_0} - C$$

$$VAN_{OP3} = \frac{13 * 0{,}52 + 0{,}48 * 8}{1{,}06} - 10 = 0$$

$$VO_3 = -0{,}87.$$

L'option to contract value è pari a quello del NPV statico, e ciò conduce alla decisione di non eseguire il progetto. L'ultima possibilità descritta sarà quella di abbandono del piano base per modificare la destinazione d'uso del *real estate*, nel caso in cui l'edifico presenti una *flexibility* tale da lasciare spazio ad un processo di trasformazione.[109] In questo esempio, il valore dell'alternativa è 11 milioni, ossia 10 più 1 come spesa per la flessibilità; inoltre, i prezzi possono subire un rialzo del 15% o diminuire del 10%, mentre il tasso di sconto e del 15%. In buone circostanze, il proprietario non modifica la funzione del fabbricato, mentre opta per lo *switch* quando il mercato non reagisce positivamente:

$$V^{+} = \max\left(V^{+30\%}, V^{+23\%}\right) = \max(13; 12{,}6 - 1) = 13$$

$$V^{-} = \max\left(V^{-20\%}, V^{-5\%}\right) = \max(8; 10{,}45 - 1) = 9{,}45$$

[109] *Shen J., Pretorius F., (2013), Binomial option pricing models for real estate development. Journal of Property Investment & Finance, Vol. 31 No. 5: pp. 418-440.*

$$VAN_{OP4} = \frac{13 * 0{,}52 + 0{,}48 * 9{,}45}{1{,}06} - 10 = 0{,}65,$$

con un valore dell'opzione di conversione VO_4 = 0,65 – (-0,87) = 1,52. Tale opportunità, il cui prezzo è stato calcolato, come negli altri casi, attraverso un processo moltiplicativo binomiale, rende il progetto appena accettabile. L'incertezza influenza le fasi di sviluppo di uno stabile: per i *construction costs* la variabilità viene risolta con il passare del tempo, dato che la loro fluttuazione dipende dagli imprevisti o da una pianificazione errata; invece, l'*uncertainty* legata ai cambiamenti nei canoni di locazione, nelle tasse e nelle spese operative è maggiormente complessa. La ROT, da un punto di vista multi-periodale, può attribuire un grado di casualità alle variabili di stato, attraverso i principi dell'analisi di sensitività, superando i problemi dell'approccio "*build-up*". Piuttosto che utilizzare un indice di costo del capitale, nella ROA si opera in *un risk-neutral world (rf),* in cui si converte l'incertezza in *"asymmetric pseudo-probability".*

4. CASE STUDY: ROA DEL PROGETTO DI COSTRUZIONE IMMOBILIARE

4.1. PRESENTAZIONE DEL PROGETTO

Il progetto immobiliare, oggetto della seguente valutazione empirica, è eseguito da una società di costruzioni che, nel caso analizzato, si occupa di realizzare un edificio nella città di Pescara. Si tratta di un'operazione di acquisto del suolo e generazione del fabbricato nella zona di Piazza Duca degli Abruzzi, area semicentrale e vicina al litorale, che per tale motivo presenta prezzi di affitto e vendita alti rispetto alla media cittadina (fonte: Quotazioni Immobiliari - Agenzia delle Entrate). Questo stabile di prima fascia, quindi caratterizzato da un'elevata qualità, è diviso in cinque appartamenti di dimensione diversa per un totale di una superficie abitativa di 500 m^2: due alloggi da 100 m^2, uno da 70 m^2, uno da 80 m^2 e un attico da 150 m^2, distribuiti su tre piani. Il progetto prevede di completare i lavori in un solo anno (partendo da Gennaio 2021), affittare gli spazi per i cinque anni successivi e vendere il real estate alla fine dell'ultimo periodo. L'investimento inziale consiste nei costi di costruzione materiale, pari a 1.200 euro per m^2, e di acquisto complessivo del terreno, che corrispondo a 120.000 euro per una metratura di 800 m^2 (150 euro/m^2); gli oneri da sostenere in questa fase sono:

- Progettazione, direzione lavori, scavi, movimenti terra e fondazioni;
- Strutture, opere in cemento armato, tetto, coibentazione e isolamento;
- Murature e tavolati, intonaci e controsoffitti, pavimenti e rivestimenti;
- Infissi, opere in pietra, opere in marmo, opere in ferro, verniciature;
- Impianto idrosanitario e elettrico, spese comunali per i permessi.

Di conseguenza, l'*Investment outlay* complessivo di partenza è di 720.000 euro (1.200euro/m^2*500m^2 + 120.000 euro), finanziato da capitale di rischio per il 40% (288.000 euro Equity) e da un mutuo a 25 anni per la restante parte (60% Capitale di debito, 432.000 euro) con un tasso fisso di interesse per il prestito dell'1,23% annuo. Il *cost of debt* non è molto elevato, dato che l'immobile costituisce una garanzia per il finanziamento stesso, e sarebbe stato addirittura minore in caso di accensione di un *mortgage* di durata inferiore. Dopo un'attenta analisi di mercato, si definiscono alcune informazioni fondamentali per una valutazione, attraverso il criterio finanziario, dei flussi di cassa scontati (DCFM):

- Tasso ipotetico di crescita dei ricavi di affitto del 3% annuo (indice di aumento medio dei fitti in Italia per i prossimi 5 anni - fonte: Wall Street Italia), anche se verrà individuata una casistica particolare per quanto riguarda la locazione durante i vari lassi temporali, attraverso uno studio della "lista degli affittuari" e variazioni specifiche per il prezzo del canone. Quest'ultimo, nel primo periodo sarà di 7,10 euro per m^2 (mensile), dato definito in base al *rent value* corrente per immobili simili (nuova costruzione) che si trovano nella stessa zona (fonte: Quotazioni Immobiliari – Agenzia delle Entrate);
- Tasso ipotetico di aumento degli oneri di affitto del 2% annuo (prassi di settore), considerando che i costi nel tempo sono abbastanza costanti, si definisce l'onere operativo del primo periodo e poi vengono determinate le spese per i seguenti momenti tramite il *growth rate*;
- Prezzo di vendita corrente del fabbricato 1.200.000 euro (fonte: Quotazioni Immobiliari - Agenzia delle Entrate), in base al valore di stabili comparabili. Tuttavia, si ipotizza un aumento di vetustà annua (obsolescenza) dell'edificio del 2%, quindi alla fine del tempo di detenzione il *sale value* sarà minore. Il valore di cessione viene utilizzato anche per il calcolo del *going out cap rate* pari al 1,89%;
- Tasso di sfitto del 3%, normalmente si prende in considerazione un *vacancy rate* del 5%, tuttavia la proprietà si trova in una posizione strategica e molto ambita, per cui esso sarà inferiore.

Tabella 4.1, Ipotesi del caso di studio

Dimensione propr.	500	m2		Inv. Iniziale	€ 720.000,00	
Dimensione terreno	800	m2		Debito	€ 432.000,00	60%
				Equity	€ 288.000,00	40%
Costo costr. propr.	€ 1.200,00	euro/m2		Tasso Int. Fin.	1,23%	annuo
Costo terreno	€ 150,00	euro/m2		Periodo di Amm.	25	anni
				Tasso di Sfitto	3%	
Investimento iniziale	€ 720.000,00			Tasso cresc. ricavi	3%	
Going Out Cap Rate	1,89%			Tasso cresc. spese	2%	

4.2. DCFM PER LA VALUTAZIONE DELL'INVESTIMENTO

4.2.1. Flussi di Cassa Operativi

Nel caso analizzato vi sono differenti tipologie di *positive cash flows*: i ricavi operativi derivanti dal pagamento da parte dell'affittuario del canone di locazione per 5 anni e nell'ultimo periodo il flusso di vendita dell'immobile. Per quanto riguarda l'affitto, si determina il *rent roll* o "lista degli affittuari". Per i primi 12 pagamenti mensili il canone di mercato sarà di 7,7 euro per m^2 e aumenterà del 3% ogni anno:

1. Anno 1 = 7,7 euro
2. Anno 2 = 7,93 euro
3. Anno 3 = 8,17 euro
4. Anno 4 = 8,41 euro
5. Anno 5 = 8,67 euro
6. Anno 6 (considerato per il calcolo dell'*exit cap rate)* = 8,93 euro.

Tuttavia, il *market rent* viene applicato solo dal momento in cui non vi è la proroga del contratto di locazione. Si definisce il prezzo del rinnovo, il quale presenta una probabilità del 65%, a 9 euro per m^2 e il valore da pagare nel caso di un nuovo accordo di 11 euro per m^2. Il *weighted rent value* sarà $prob_{rinnovo}(prezzo_{rinnovo}) + (1-prob_{rinnovo})prezzo_{nuovo}$ = 65%(9) + (1-65%)(11) = 9,7. Inoltre, dato un periodo di inattività di sei mesi nel caso di sfitto temporaneo, che equivale a zero nel caso di proroga del contratto, l'*average downtime* sarà $prob_{renewal}(downtime_{renewal}) + (1-prob_{renewal})(downtime_{new})$ = 65%(0)+35%(6) = 2.

Tabella 4.2, Contratti e dati di affitto

	Nuovo	Rinnovo	*Pesato*		Probabilità di rinnovo	65%	
Canone	€ 11,00	€ 9,00	*€ 9,70*		Canone corrente	7,1	euro/m2
Downtime	6		*2*		Scadenza affitto	18	
					Inizio nuovo affitto	21	

Nel progetto in questione, per il primo anno il canone di locazione è di 7,1 euro per m^2, il prezzo corrente per fabbricati della stessa categoria nell'area di Piazza Duca (fonte: Quotazioni Immobiliari – Agenzia delle Entrate). In seguito, si considera un ipotetico periodo di "non affitto" per il mese 19 e 20 (*downtime* = 2), tale che si dovrà raggiungere un nuovo accordo con un diverso locatario: la controparte dovrà pagare a questo punto il valore di fitto di mercato, ossia 7,93 euro per m^2 (anno 2). La situazione che si definisce nel secondo lasso temporale è:

- Pagamento del primo *tenant* di 7,10 euro per m^2 per i mesi 13-18;
- Sfitto per le due mensilità 19-20;
- *Market rent* di 7,93 euro per m^2 ricevuti da parte del secondo affittuario fino al momento della vendita.

Conseguentemente, il valore in t2 è in media (7,1+7,92) /2 = 7,52 euro; invece, in t3, t4, t5, il canone fisso è di 7,93 euro per m^2. Tali inputs vengono moltiplicati per la misura dimensionale dell'edificio (500 m^2) per il calcolo del *monthly amount.*

Tabella 4.3, Canoni di locazione per m^2 e importo mensile per ogni anno

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Canone euro/m2	€ 7,10	€ 7,52	€ 7,93	€ 7,93	€ 7,93	€ 7,93
Canone mensile importo	€ 3.550,00	€ 3.757,75	€ 3.965,50	€ 3.965,50	€ 3.965,50	€ 3.965,50

L'importo del *monthly rent* viene poi moltiplicato per 12, al fine di determinare il ricavo lordo potenziale annuale. In seguito, si applica un tasso del 3% sul RLP per il calcolo del valore di sfitto, il quale nel secondo lasso temporale comprende anche l'*Absorption and Turnover Vacancy*, dato che vi sono due mesi di inattività e il cambio di locatario. Il prodotto tra tale componente, che presenta un coefficiente di 1,32, e la grandezza dell'edificio definisce un *value* di 660,92 euro per l'ATV. Infine, si va a computare il ricavo lordo effettivo come:

Ricavi Effettivi = Ricavi Potenziali – Sfitto - Absorption and Turnover Vacancy.

Tabella 4.4, Ricavi annuali del progetto

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Ricavi Potenziali Lordi	€ 42.600	€ 45.093	€ 47.586	€ 47.586	€ 47.586	€ 47.586
Absorption and Turnover Vacancy	€ 0	-€ 661	€ 0	€ 0	€ 0	€ 0
Sfitto	-€ 1.278	-€ 692	-€ 1.428	-€ 1.428	-€ 1.428	-€ 1.428
Ricavi Effettivi Lordi	€ 41.322	€ 43.740	€ 46.158	€ 46.158	€ 46.158	€ 46.158

Per quanto riguarda il flusso positivo derivante dalla cessione dello stabile, il prezzo corrente per proprietà con caratteristiche simili e nella stessa area è di 2.400 euro per m^2, per un totale di 1.200.000 euro per il fabbricato complessivo. Dato un tasso di aumento della vetustà annua del 2%, il valore di vendita all'anno 5 sarà: 1.200.000*(1-2%*5) = 1.080.000 euro.

Invece, vi sono due tipologie di *negative cash flows* nel progetto analizzato: i costi operativi, i quali sottratti ai ricavi effettivi lordi generano l'utile operativo netto, e la rata da ripagare per il prestito (considerata in seguito per il calcolo del FCFE), che dedotta dall'UON determina il flusso di cassa dopo il servizio del debito. Le *operating expenses* da sostenere nel primo anno sono:

- Assicurazione immobiliare, viene pagata 150 euro ogni 100 m^2, per un totale di 750 euro (dimensione 500 m^2);
- Spese per servizi, tra cui condominio, utenze, riscaldamento, e altri oneri di questo tipo. L'esborso è di 1.000 euro ogni 100 m^2 per un complessivo di 5.000 euro;
- Spese di gestione, per l'amministrazione della proprietà, di 5 euro per m^2, quindi 2.500 euro per l'edificio;
- Costi di manutenzione, ordinari e straordinari, di 1.500 euro per 100 m^2, complessivamente 7.500 euro.

Attraverso la detrazione di tali oneri dai REL, si definisce il reddito di esercizio lordo. A quest'ultimo viene applicata un'aliquota fiscale di 28,95% (IRES 24% + IRAP 4,95%), calcolando così l'utile operativo netto come:

$$Utile\ Op.Lordo\ =\ Ricavi\ Eff.Lordi - Spese\ Operative\ (escl.Tassazione),$$

$$Utile\ Operativo\ Netto\ =\ Utile\ Operativo\ Lordo\ (1 -\ aliquota\ fiscale).$$

Infine, le *operating expenses* aumentano ogni anno ad un tasso del 2%.

Tabella 4.5, Spese Operative Totali

UOL	€ 25.572,00	€ 27.675,21	€ 29.772,12	€ 29.444,39	€ 29.110,11	€ 28.769,15
Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Tasse Immobiliari % UOL	€ 7.403,09	€ 8.011,97	€ 8.619,03	€ 8.524,15	€ 8.427,38	€ 8.328,67
Assicurazione 100 m2	€ 750,00	€ 765,00	€ 780,30	€ 795,91	€ 811,82	€ 828,06
Spese per servizi 100 m2	€ 5.000,00	€ 5.100,00	€ 5.202,00	€ 5.306,04	€ 5.412,16	€ 5.520,40
Spese di gestione 1 m2	€ 2.500,00	€ 2.550,00	€ 2.601,00	€ 2.653,02	€ 2.706,08	€ 2.760,20
Spese di manutenzione 100 m2	€ 7.500,00	€ 7.650,00	€ 7.803,00	€ 7.959,06	€ 8.118,24	€ 8.280,61
Totale Spese Oper.	€ 23.153,09	€ 24.076,97	€ 25.005,33	€ 25.238,18	€ 25.475,68	€ 25.717,94

Tabella 4.6, Calcolo del Flusso di Cassa Operativo Netto

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Ricavi Potenziali Lordi	€ 42.600	€ 45.093	€ 47.586	€ 47.586	€ 47.586	€ 47.586
Absorption and Turnover Vacancy	€ 0	-€ 661	€ 0	€ 0	€ 0	€ 0
Sfitto	-€ 1.278	-€ 692	-€ 1.428	-€ 1.428	-€ 1.428	-€ 1.428
Ricavi Effettivi Lordi	€ 41.322	€ 43.740	€ 46.158	€ 46.158	€ 46.158	€ 46.158
Spese Operative	€ 23.153	€ 24.077	€ 25.005	€ 25.238	€ 25.476	€ 25.718
Utile Operativo Netto	€ 18.169	€ 19.663	€ 21.153	€ 20.920	€ 20.683	€ 20.440

Dal rapporto tra l'utile operativo in t6 e il valore dell'immobile in t5 viene determinato l'*outgoing cap rate*. Il reddito netto in "n+1" è diviso per tale tasso di uscita per il calcolo del prezzo di cessione all'anno 5:

$$Prezzo\ Vendita_5 = \frac{Utile\ Operativo\ Netto_6}{Exit\ Cap\ Rate}$$

$$Outgoing\ Cap\ Rate = \frac{UON6}{P.Vendita_5} = \frac{20.440}{1.080.000} = 1{,}89\%.$$

In seguito, dalla somma tra il tasso di capitalizzazione in uscita e l'indice di crescita dei ricavi, si computa il tasso di attualizzazione:

$$OG\ Cap + Revenues\ Growth\ Rate = Discount\ Rate = 1{,}89 + 3\% = 4{,}89\%;$$

viene sfruttato tale approccio in quanto il metodo "build up" è caratterizzato da elevata soggettività. Infine, si esegue un'analisi dei rendimenti sulle componenti operative complessive, considerando l'investimento iniziale totale (Debito + Equity), così da determinare gli *unlevered returns*. Le misure utilizzate a tale scopo di valutazione sono:

- NPV, ossia valore attuale netto, definito come somma dei flussi di cassa scontati per il tasso di attualizzazione (4,89%), al netto dell'esborso in t0;
- IRR, tasso interno di rendimento, cioè il *discount rate* che rende il *net present value* pari a 0, calcolato tramite la funzione "TIR.COST" di Excel.

A tal fine, le formule adoperate sono:

$$Flusso\ Operativo_t = Utile\ Operativo\ Netto_t$$

$$Flusso\ Totale_5 = Flusso\ Operativo_5 + Flusso\ Vendita_5$$

$$NPV = -Invest.Iniziale + \sum_{t=1}^{5} \frac{Flusso\ Totale_t}{(1 + Tasso\ Sconto)^t}$$

$$IRR = TIR.COST(Flussi\ Tot.Positivi\ e\ Negativi).$$

Tabella 4.7, Analisi dei rendimenti per gli FCFO

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Investimento Iniziale	-€ 720.000					
Flussi Operativi		€ 18.169	€ 19.663	€ 21.153	€ 20.920	€ 20.683
Flusso di Vendita in 5						€ 1.080.000
	-€ 720.000	€ 18.169	€ 19.663	€ 21.153	€ 20.920	€ 1.100.683
NPV Unlevered	**€ 217.640**					
IRR Unlevered	10,83%					

Il Valore Attuale Netto è 217.640 euro (rappresenta circa il 30% dell'investimento iniziale), mentre il TIR è di 10,83%.

Tabella 4.8, Analisi di Sensitività del NPV Unlevered al variare del tasso di sconto e del prezzo di vendita corrente dell'immobile

				P. Vendita Corrente		
NPV Unlevered	€ 217.640,20	€ 1.300.000,00	€ 1.250.000,00	€ 1.200.000,00	€ 1.100.000,00	€ 1.000.000,00
	7,00%	€ 196.322,43	€ 164.238,05	€ 132.153,67	€ 67.984,92	€ 3.816,16
	6,00%	€ 238.719,43	€ 205.092,81	€ 171.466,19	€ 104.212,96	€ 36.959,72
Discount rate	4,89%	€ 288.519,19	€ 253.079,69	€ 217.640,20	€ 146.761,22	€ 75.882,23
	4,00%	€ 330.992,02	€ 294.005,30	€ 257.018,58	€ 183.045,14	€ 109.071,70
	3,50%	€ 355.742,91	€ 317.854,12	€ 279.965,33	€ 204.187,74	€ 128.410,16

Tabella 4.9, Analisi di Sensitività dell'IRR Unlevered al variare dell'investimento iniziale e del prezzo di vendita corrente dell'immobile

				P. Vendita Corrente		
IRR Unlevered	10,83%	€ 1.300.000,00	€ 1.250.000,00	€ 1.200.000,00	€ 1.100.000,00	€ 1.000.000,00
	€ 820.000,00	9,50%	8,69%	7,86%	6,11%	4,24%
	€ 770.000,00	10,95%	10,13%	9,29%	7,52%	5,62%
Inv. Iniziale	€ 720.000,00	12,51%	11,68%	10,83%	9,04%	7,12%
	€ 670.000,00	14,22%	13,38%	12,51%	10,70%	8,75%
	€ 620.000,00	16,09%	15,24%	14,36%	12,52%	10,54%

4.2.2. Free Cash Flows to Equity

Come detto in precedenza, l*'Investment outlay* è di 720.000 euro:

$$Costo\ costr.per\ m^2 * Dim.propr. + Costo\ terreno\ per\ m^2 * Dim.terreno,$$

$$1.200 * 500 + 150 * 800 = 600.000 + 120.000 = 720.000\ euro.$$

Tale esborso viene finanziato per il 60% attraverso l'accensione di un mutuo a 25 anni per un prestito di 432.000 euro, rimborsato ad un tasso fisso dell'1,23%, e per la restante parte (40%) tramite capitale di rischio per un importo di 288.000 euro. Per ripagare il debito viene sviluppato un piano di ammortamento francese (rate costanti) per un periodo di 300 mesi; il costo fisso del finanziamento viene definito dalla somma tra *l'European Interest Rate Swap 25y* (0,08% nel momento della stipula, ossia Gennaio 2021) e il *mortgage spread 25y* applicato ad un investimento che presenta un *loan-to-value* dello 0,6 (1,15%) per un *cost of debt* finito del 1,23% (fonte: Il Sole 24ore). Il *monthly installment* viene calcolato attraverso la funzione "RATA" di Excel, considerando un tempo di 300 (25y*12) mensilità, un tasso per il prestito $kd_{annuale}/12$ pari allo 0,103% e un debito totale di 432.000 euro. Si definiscono le equazioni per il piano di ammortamento:

$$BOP\ Balance_t = Debito\ Residuo_{t-1}$$

$$Debito\ Residuo_t = BOP\ Balance_t - Quota\ Capitale_t$$

$$Quota\ Capitale_t = Rata_t - Quota\ Interessi_t$$

$$Quota\ Interessi_t = Debito\ residuo_{t-1} * kd_{mensile} - 1.$$

In seguito, tramite la somma delle varie quote interessi e delle diverse quote capitali ogni 12 mesi, si calcolano gli $I_{annuale}$ e i $C_{annuale}$ per i *forecasting periods* (5y = $60_{mensilità}/12$); attraverso l'addizione di queste componenti si determina la $Rata_{annuale}$ costante di 20'082 euro. Si andrà a computare il *cash flow after debt service (FCFE):*

$$Flusso\ di\ cassa\ dopo\ servizio\ del\ debito = Utile\ Operativo\ Netto - Rata.$$

Tabella 4.10, Flussi di cassa dopo il servizio del debito per i cinque anni di affitto

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Utile Operativo Netto	€ 18.169	€ 19.663	€ 21.153	€ 20.920	€ 20.683	€ 20.440
Quota Capitale	€ 14.851	€ 15.035	€ 15.221	€ 15.409	€ 15.600	
Quota Interessi	€ 5.230	€ 5.046	€ 4.860	€ 4.672	€ 4.481	
	€ 20.082	€ 20.082	€ 20.082	€ 20.082	€ 20.082	
Flusso Cassa dopo Servizio debito	-€ 1.913	-€ 418	€ 1.072	€ 839	€ 601	

Dato che le previsioni progettuali riguardano solamente cinque periodi, per i restanti anni si va a definire il debito residuo da pagare per completare il rimborso, al fine di individuare e analizzare il *leveraged return.* Considerato un prezzo di vendita in t5 di 1.080.000 euro e un *outstanding debt* in corrispondenza dello stesso lasso temporale di 355.883, dalla differenza di tali elementi si genera un Profitto Netto di Cessione$_5$ di 724.117 euro. A questo punto viene calcolato il tasso interno di rendimento *levered* (20,20%) associato ai *Free Cash Flows to Equity.*

Tabella 4.11, Valutazione della cessione

Utile Operativo Netto 6	€ 20.440
Going Out Cap Rate	1,89%
Prezzo di Vendita in 5	€ 1.080.000
Debito Residuo fine anno 5	€ 355.883
Profitto Netto di Vendita in 5	€ 724.117

Tabella 4.12, FCFE e IRR levered

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Equity	-€ 288.000					
Flusso dopo Servizio debito		-€ 1.913	-€ 418	€ 1.072	€ 839	€ 601
Profitto Netto di Vend. in 5						€ 724.117
	-€ 288.000	-€ 1.913	-€ 418	€ 1.072	€ 839	€ 724.718
IRR Levered	20,20%					

Tabella 4.13, Analisi di Sensitività del Tasso Interno di Rendimento Levered al variare del prezzo di vendita corrente dell’immobile e del rapporto debito-valore dell’investimento iniziale

				P. Vendita Corrente		
IRR Levered	20,20%	€ 1.300.000,00	€ 1.250.000,00	€ 1.200.000,00	€ 1.100.000,00	€ 1.000.000,00
	80,00%	34,18%	32,31%	30,34%	25,99%	20,97%
	70,00%	27,35%	25,77%	24,10%	20,47%	16,35%
Loan to Value	60,00%	23,04%	21,65%	20,20%	17,05%	13,53%
	55,00%	21,41%	20,10%	18,73%	15,78%	12,50%
	50,00%	20,03%	18,78%	17,49%	14,71%	11,62%

4.2.3. Indici di Profittabilità e Analisi di Scenario

Per concludere la valutazione tradizionale del progetto immobiliare in questione, si esegue un'analisi degli indici di profittabilità. Per quanto riguarda le misure finanziarie verranno determinati:

1. Rapporto Operativo;
2. Rapporto Uscite/Ricavi;
3. Rapporto Recupero Debito.

Nel primo caso, l'*operating ratio* viene calcolato come quoziente tra i costi operativi e i ricavi effettivi lordi per ogni lasso temporale.

Tabella 4.14, Ratio operativo per gli anni di locazione

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Costi Operativi	€ 23.153,09	€ 24.076,97	€ 25.005,33	€ 25.238,18	€ 25.475,68
Ricavi Effettivi Lordi	€ 41.322,00	€ 43.740,21	€ 46.158,42	€ 46.158,42	€ 46.158,42
Ratio Operativo	**56,03%**	**55,05%**	**54,17%**	**54,68%**	**55,19%**

Il secondo *report* è detto "Ratio costi/ricavi", poiché si considera la *relation* tra la somma dei flussi in uscita (spese operative + rata) e quelli positivi (REL) in "t".

Tabella 4.15, Ratio Costi/Ricavi per gli anni di locazione

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Costi Operativi	€ 23.153,09	€ 24.076,97	€ 25.005,33	€ 25.238,18	€ 25.475,68
Quota Capitale	€ 14.851,47	€ 15.035,18	€ 15.221,16	€ 15.409,44	€ 15.600,04
Quota Interessi	€ 5.230,06	€ 5.046,35	€ 4.860,38	€ 4.672,10	€ 4.481,49
Totale Uscite	€ 43.234,63	€ 44.158,51	€ 45.086,86	€ 45.319,71	€ 45.557,22
Ricavi Effettivi Lordi	€ 41.322,00	€ 43.740,21	€ 46.158,42	€ 46.158,42	€ 46.158,42
Ratio Uscite/Ricavi	**104,63%**	**100,96%**	**97,68%**	**98,18%**	**98,70%**

L'ultimo indice finanziario "guarda" al modo in cui il flusso di cassa operativo riesce a coprire il debito in ogni periodo. Il *Debt Recovery Ratio* si definisce come il rapporto tra l'utile operativo netto e la rata annuali.

Tabella 4.16, Debt Recovery Ratio per gli anni di locazione

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Utile Operativo Netto	€ 18.168,91	€ 19.663,24	€ 21.153,09	€ 20.920,24	€ 20.682,74
Rata	€ 20.081,53	€ 20.081,53	€ 20.081,53	€ 20.081,53	€ 20.081,53
Ratio Recupero Debito	**0,90**	**0,98**	**1,05**	**1,04**	**1,03**

Invece, le misure di profittabilità utilizzate sono il ROI e il ROE, ossia il ritorno sull'investimento e il rendimento del patrimonio netto. Nel primo caso il *Return on Investment* viene determinato come relazione tra l'utile operativo netto$_t$ (di ogni lasso temporale) e l'impiego monetario totale iniziale (D+E). Dall'altra parte, il *Return on Equity* si definisce come ratio tra il flusso di cassa dopo il servizio del debito in "t" e il capitale di rischio a disposizione in all'anno 0.

Tabella 4.17, ROI per i periodi previsti

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Utile Operativo Netto		€ 18.168,91	€ 19.663,24	€ 21.153,09	€ 20.920,24	€ 20.682,74
Investimento Inziale	€ 720.000,00					
ROI		**2,52%**	**2,73%**	**2,94%**	**2,91%**	**2,87%**

Tabella 4.18, ROE per i periodi previsti

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Flusso Cassa dopo Servizio debito		-€ 1.912,63	-€ 418,30	€ 1.071,56	€ 838,71	€ 601,20
Equity	€ 288.000,00					
ROE		**-0,66%**	**-0,15%**	**0,37%**	**0,29%**	**0,21%**

Infine, viene effettuata una *Scenario Analysis* in cui si prendono in considerazione un caso base, uno migliore e uno peggiore. In ogni circostanza cambiano le variabili indipendenti:

- Tasso di sconto del 4,89% nella situazione media, 4% in quella ottima e 6% nella pessima;
- Aumento vetustà annua media del 2%, 1,5% nell'*up case* e 2,5% nel *down;*
- Prezzo immobiliare corrente di 1.200.000 nella situazione standard, 1.300.000 se vi sono congiunture positive di mercato e 1.100.000 altrimenti.

Dato che

$$Prezzo\ vendita_{t5} = Prezzo\ imm._{t0}\,(1 - 5 * aum.\,vetustà\ annua),$$

si definiscono il VAN Statico e il tasso interno di rendimento nei diversi scenari:

- Situazione Base: NPV = 217.640 euro e IRR = 10,83%;
- Situazione Migliore: NPV = 357.705 euro e IRR = 13,09%;
- Situazione Peggiore: NPV = 83.663 euro e IRR = 8,47%.

Tabella 4.19, Analisi di Scenario del progetto

Riepilogo scenari				
	Valori correnti:	*Base*	*Migliore*	*Peggiore*
Celle variabili:				
Tasso di Sconto	4,89%	4,89%	4,00%	6,00%
Aum. Vetustà	2,00%	2,00%	1,50%	2,50%
P. imm. corrente	€ 1.200.000,00	€ 1.200.000,00	€ 1.300.000,00	€ 1.100.000,00
Celle risultato:				
NPV	**€ 217.640**	**€ 217.640**	**€ 357.705**	**€ 83.663**
IRR	**10,83%**	**10,83%**	**13,09%**	**8,47%**

4.3. FLESSIBILITA' E INCERTEZZA NEL PROGETTO IMMOBILIARE

4.3.1. Vendita Flessibile della Proprietà

Di seguito si opererà in un contesto dinamico, analizzando aspetti diversi del progetto attraverso l'inclusione dei concetti di flessibilità manageriale e di incertezza riguardante il valore attuale dell'investimento. Inizialmente si fa riferimento a due casi diversi, uno ottimistico e uno pessimistico, che presentano una stessa possibilità di accadimento pari al 50%. Vi sono informazioni comuni per entrambe le situazioni:

- Dimensione dell'edificio = 500 m_2;
- Tasso di Sfitto = 3%;
- Going out Cap Rate = 1,89%;
- Discount Rate = 4,89%
- Spese operative = 55% dei ricavi effettivi lordi.

Invece, le variabili che si distinguono sono:

- Circostanza positiva, canone in t1 di 8 euro per m^2 e tasso di crescita dei ricavi pari al 4%;
- Scenario negativo, *rent* al primo anno di 6 euro per m^2 e *revenues growth rate* del 2%.

Si calcola l'utile operativo netto per ogni lasso temporale tramite le equazioni:

$$Ricavi\ Potenziali\ Lordi_1 = canone\ mensile_1\ per\ m^2 * 12 * 500\ m^2$$

$$Ricavi\ Potenziali\ Lordi_t = Ricavi\ Potenziali\ Lordi_{t-1} * (1 + growth\ rate)$$

$$Sfitto_t = Ricavi\ potenziali\ lordi_t * tasso\ di\ sfitto\ del\ 3\%$$

$$Ricavi\ Effettivi\ Lordi_t = Ricavi\ Potenziali\ Lordi_t - Sfitto_t$$

$$Spese\ Operative_t = 55\% * Ricavi\ Effettivi\ Lordi_t$$

$$Utile\ Operativo\ Netto_t = Ricavi\ Effettivi\ Lordi_t - Spese\ Operative_t.$$

Tabella 4.20, UON nel caso ottimistico

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Ricavi Potenziali Lordi	€ 48.000,00	€ 49.920,00	€ 51.916,80	€ 53.993,47	€ 56.153,21	€ 58.399,34
Sfitto	€ 1.440,00	€ 1.497,60	€ 1.557,50	€ 1.619,80	€ 1.684,60	€ 1.751,98
Ricavi Effettivi Lordi	€ 46.560,00	€ 48.422,40	€ 50.359,30	€ 52.373,67	€ 54.468,61	€ 56.647,36
Spese Operative	€ 25.608,00	€ 26.632,32	€ 27.697,61	€ 28.805,52	€ 29.957,74	€ 31.156,05
Utile Operativo Netto	€ 20.952,00	€ 21.790,08	€ 22.661,68	€ 23.568,15	€ 24.510,88	€ 25.491,31

Tabella 4.21, UON nell'ipotesi pessimistica

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Ricavi Potenziali Lordi	€ 36.000,00	€ 36.720,00	€ 37.454,40	€ 38.203,49	€ 38.967,56	€ 39.746,91
Sfitto	€ 1.080,00	€ 1.101,60	€ 1.123,63	€ 1.146,10	€ 1.169,03	€ 1.192,41
Ricavi Effettivi Lordi	€ 34.920,00	€ 35.618,40	€ 36.330,77	€ 37.057,38	€ 37.798,53	€ 38.554,50
Spese Operative	€ 19.206,00	€ 19.590,12	€ 19.981,92	€ 20.381,56	€ 20.789,19	€ 21.204,98
Utile Operativo Netto	€ 15.714,00	€ 16.028,28	€ 16.348,85	€ 16.675,82	€ 17.009,34	€ 17.349,53

In seguito, si determinano i flussi positivi derivanti dalla vendita per ogni periodo (fino all'anno 5) come:

$$Flusso\ Vendita_n = \frac{Utile\ Operativo\ Netto_{n+1}}{Going\ Out\ Cap\ Rate}.$$

Inoltre, si va a computare il valore attuale dei *total cash flows*:

$$PV_n^{Tot.CFs} = \frac{Flusso\ vendita_n}{(1 + tasso\ di\ sconto)^n} + \sum_{t=1}^{n} \frac{UON_t}{(1 + tasso\ di\ sconto)^t}$$

ossia la somma tra il FCFO di esercizio, i CFs dei lassi temporali precedenti e il flusso derivante dall'alienazione dello stabile nell'anno di riferimento scontati; si ribadisce che l'*outgoing cap rate* è pari a 1,89% e il *discount rate* è 4,89%.

Il lasso temporale che presenta il *value* massimo (evidenziato) coincide con il momento migliore per effettuare l'operazione di alienazione.

Tabella 4.22, Valore attuale dei flussi di cassa nella circostanza ottima

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Flussi vendita in "n"	€ 1.151.307,96	€ 1.197.360,28	€ 1.245.254,69	€ 1.295.064,88	€ 1.346.867,47
PV (4,89%)	€ 1.117.608,89	€ 1.128.101,10	€ 1.138.504,28	€ 1.148.819,19	€ 1.159.046,58

Tabella 4.23, Valore attuale dei flussi di cassa nella circostanza pessima

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Flussi vendita in "n"	€ 846.875,57	€ 863.813,08	€ 881.089,34	€ 898.711,13	€ 916.685,35
PV (4,89%)	€ 822.375,41	€ 814.698,18	€ 807.232,47	€ 799.972,47	€ 792.912,50

Nella situazione ottima conviene vendere il fabbricato per 1.159.047 euro nel periodo 5, mentre nel caso pessimistico si cede la proprietà all'anno 1 per un prezzo pari a 822.375 euro.

Conseguentemente, si determina *l'Expected Present Value* lasso temporale di previsione come:

$$EXP(PV)_n = prob.ottima * PV_n^{caso\ ottimo} + prob.pessima * PV_n^{caso\ pessimo}.$$

Per esempio nel momento 1:

$$EXP(PV)_1 = prob.ottima * PV_1^{caso\ ottimo} + prob.pessima * PV_1^{caso\ pessimo},$$

$$EXP(PV)_1 = 0{,}5 * 1.117.609 + 0{,}5 * 822.375 = 969.992\ euro.$$

Si evidenzia il VA atteso maggiore al tempo 5.

Tabella 4.24, Valore attuale atteso dei flussi totali per ogni anno

Anno	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Valore Atteso	€ 969.992,15	€ 971.399,64	€ 972.868,38	€ 974.395,83	€ 975.979,54

Se il progetto è caratterizzato da flessibilità manageriale, la *best alternative* sarà di vendere l'immobile nell'anno 5 quando si verifica la circostanza favorevole, mentre di cederlo nel periodo 1 in presenza di congiunture negative di mercato. Si raggiunge un risultato complessivo più elevato grazie alla risoluzione dell'incertezza, quindi l'*Expected Value with flexibility* è:

$$ValoreAtteso_{con\ flex.} = prob.ottima * PV_5^{ottimo} + prob.pessima * PV_1^{pessimo}$$

$$ValoreAtteso_{con\ flex.} = 0{,}5 * 1.159.047 + 0{,}5 * 822.375 = 990.711\ euro.$$

In seguito, si effettua una valutazione complessa fondata sulla simulazione dei fattori di prezzo e dei tempi di vendita. Si considerano quattro "prove" diverse che presentano alcune ipotesi comuni:

- Canone medio mensile all'anno 1 di 7,10 euro per m^2;
- Tasso di sfitto del 3%;
- Dimensione dell'immobile di 500 m^2;

- Tasso di sconto del 4,89%;
- GO Cap Rate di 1,89%;
- Investimento iniziale pari a 720.000 euro;
- Spese operative uguali al 55% dei ricavi effettivi lordi.

Nelle varie simulazioni, i *pricing factors* seguono dei "percorsi casuali" (*random walks);* tali fattori si collocano nell'intervallo [0,62; 1,45]. Di conseguenza, il prezzo di affitto pagato mensilmente per m^2 oscilla tra 5,04 euro e 10,30 euro; esso è definito attraverso l'equazione:

$$Canone_t = Canone_{t-1} * Fattore\ Prezzo_t.$$

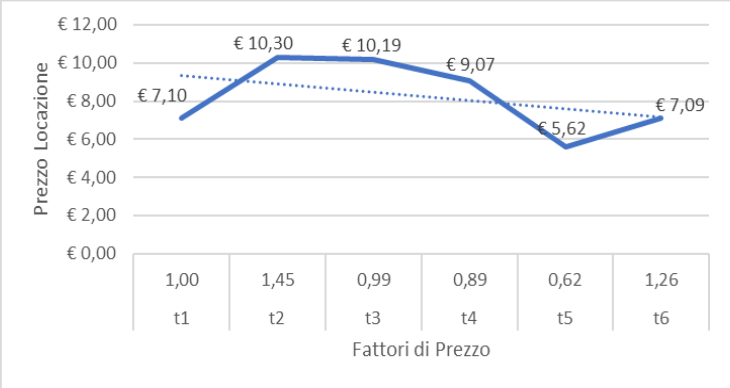
Successivamente, tale valore di locazione viene moltiplicato per la grandezza dell'edificio (500 m^2) e per le 12 mensilità, al fine di determinare i ricavi potenziali lordi annuali. Come in precedenza, si applica il tasso di sfitto del 3% sui RPL per il calcolo dei *gross effective revenues (gross potential revenues – vacancy)* e deducendo le spese operative del lasso temporale considerato si va a computare l'utile operativo netto (da t1 a t6). Il flusso di vendita in t5 è definito come l'UON_6 diviso per il tasso di capitalizzazione in uscita e dalla somma di tale valore terminale (solo all'anno 5) con gli *operating cash flows* si ottengono i flussi di cassa totali. Questi ultimi vengono scontati al tasso di attualizzazione del 4,89% e detraendo l'investimento iniziale in t0 viene determinato il valore attuale netto del progetto nelle varie circostanze in esame.

La Simulazione 1 presenta un NPV di 148.836 euro e un trend decrescente del prezzo di affitto (caratterizzato da *RW, autoregression, mean reversion).*

Tabella 4.25, Calcolo del Valore Attuale Netto del progetto nel Caso 1

Simulazione 1	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		1,00	1,45	0,99	0,89	0,62	1,26
Canone Locazione		€ 7,10	€ 10,30	€ 10,19	€ 9,07	€ 5,62	€ 7,09
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 61.770,00	€ 61.152,30	€ 54.425,55	€ 33.743,84	€ 42.517,24
Sfitto		€ 1.278,00	€ 1.853,10	€ 1.834,57	€ 1.632,77	€ 1.012,32	€ 1.275,52
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 59.916,90	€ 59.317,73	€ 52.792,78	€ 32.731,52	€ 41.241,72
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 32.954,30	€ 32.624,75	€ 29.036,03	€ 18.002,34	€ 22.682,95
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 26.962,61	€ 26.692,98	€ 23.756,75	€ 14.729,19	€ 18.558,77
Flusso Vendita in 5						€ 980.577,60	
UON + TV		€ 18.594,90	€ 26.962,61	€ 26.692,98	€ 23.756,75	€ 995.306,79	
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 148.835,85						

Figura 4.26, Variazione del canone in base ai fattori di prezzo nel Caso 1



Nella prima situazione si decidere di applicare una *IF Statement Rule* specifica, ossia di cedere l'immobile dal momento in cui il *rent* supera il valore di 8 euro per m^2, e ciò accade nel secondo periodo. Tuttavia, dato che l'UON_2 è sfruttato per il calcolo del TV_1, la *sale operation* avviene in t1. Di seguito, si definisce un maggior NPV dell'investimento in base a tali decisioni manageriali ottimali.

Tabella 4.27, Vendita condizionata nel Caso 1

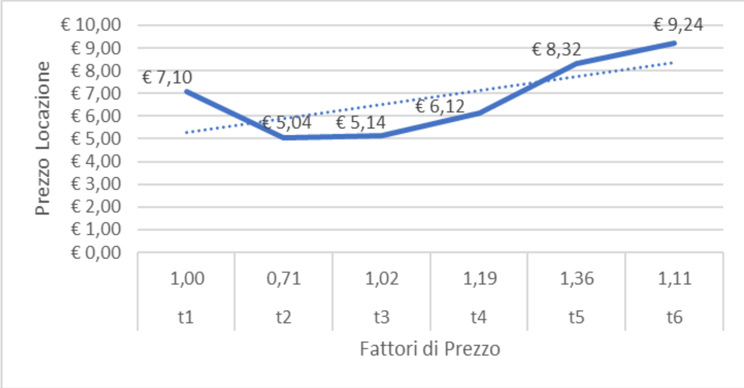
1) IF Canone > 8 --> Vendita							
Simulazione 1	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		1,00	1,45	0,99	0,89	0,62	1,26
Canone Locazione		€ 7,10	€ 10,30	€ 10,19	€ 9,07	€ 5,62	€ 7,09
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 61.770,00	€ 61.152,30	€ 54.425,55	€ 33.743,84	€ 42.517,24
Sfitto		€ 1.278,00	€ 1.853,10	€ 1.834,57	€ 1.632,77	€ 1.012,32	€ 1.275,52
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 59.916,90	€ 59.317,73	€ 52.792,78	€ 32.731,52	€ 41.241,72
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 32.954,30	€ 32.624,75	€ 29.036,03	€ 18.002,34	€ 22.682,95
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 26.962,61	€ 26.692,98	€ 23.756,75	€ 14.729,19	€ 18.558,77
Flusso Vendita (con IF)		€ 1.424.605,22					
UON + TV		€ 1.443.200,12					
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 655.883,15						

Nella Simulazione 2, il *net present value* è pari a 358.425 euro e l'andamento del canone di locazione è crescente.

Tabella 4.28, Calcolo del Valore Attuale Netto del progetto nel Caso 2

Simulazione 2	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		1,00	0,71	1,02	1,19	1,36	1,11
Canone Locazione		€ 7,10	€ 5,04	€ 5,14	€ 6,12	€ 8,32	€ 9,24
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 30.246,00	€ 30.850,92	€ 36.712,59	€ 49.929,13	€ 55.421,33
Sfitto		€ 1.278,00	€ 907,38	€ 925,53	€ 1.101,38	€ 1.497,87	€ 1.662,64
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 29.338,62	€ 29.925,39	€ 35.611,22	€ 48.431,26	€ 53.758,69
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 16.136,24	€ 16.458,97	€ 19.586,17	€ 26.637,19	€ 29.567,28
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 13.202,38	€ 13.466,43	€ 16.025,05	€ 21.794,06	€ 24.191,41
Flusso Vendita in 5						€ 1.278.185,54	
UON + TV		€ 18.594,90	€ 13.202,38	€ 13.466,43	€ 16.025,05	€ 1.299.979,60	
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 358.425,00						

Figura 4.29, Variazione del canone in base ai fattori di prezzo nel Caso 2



Nella seconda circostanza si utilizza la regola di vendita, ma in tale scenario vi è l'alienazione dello stabile se il prezzo di affitto oltrepassa il valore soglia di 7,5 euro per m^2, e ciò si verifica in t5. Di conseguenza, come detto, l'operazione si svolge in t4; tuttavia nel caso 2 non si riscontra un *optimal decision making*, poiché il VAN "condizionato" risulta inferiore rispetto al NPV del progetto base.

Tabella 4.30, Vendita condizionata nel Caso 2

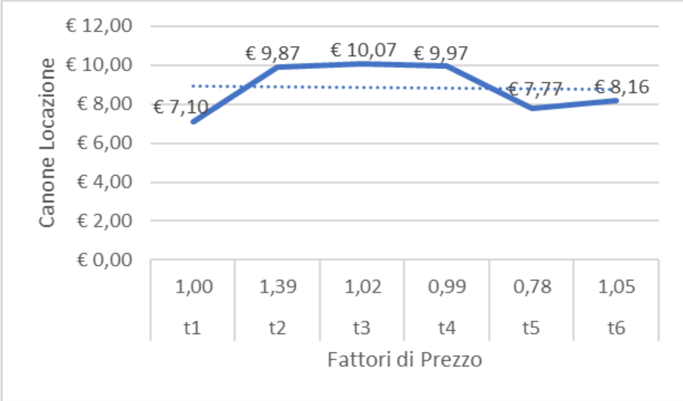
2) IF Canone > 7,5 --> Vendita							
Simulazione 2	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		1,00	0,71	1,02	1,19	1,36	1,11
Canone Locazione		€ 7,10	€ 5,04	€ 5,14	€ 6,12	€ 8,32	€ 9,24
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 30.246,00	€ 30.850,92	€ 36.712,59	€ 49.929,13	€ 55.421,33
Sfitto		€ 1.278,00	€ 907,38	€ 925,53	€ 1.101,38	€ 1.497,87	€ 1.662,64
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 29.338,62	€ 29.925,39	€ 35.611,22	€ 48.431,26	€ 53.758,69
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 16.136,24	€ 16.458,97	€ 19.586,17	€ 26.637,19	€ 29.567,28
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 13.202,38	€ 13.466,43	€ 16.025,05	€ 21.794,06	€ 24.191,41
Flusso Vendita (con IF)		€ 0,00	€ 0,00	€ 0,00	€ 1.151.518,50		
UON + TV		€ 18.594,90	€ 13.202,38	€ 13.466,43	€ 1.167.543,55		
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 285.875,25						

Per la Simulazione 3, il valore attuale netto è 271.136 euro e la *rent trend line* è leggermente inclinata negativamente.

Tabella 4.31, Calcolo del Valore Attuale Netto del progetto nel Caso 3

Simulazione 3	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		1,00	1,39	1,02	0,99	0,78	1,05
Canone Locazione		€ 7,10	€ 9,87	€ 10,07	€ 9,97	€ 7,77	€ 8,16
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 59.214,00	€ 60.398,28	€ 59.794,30	€ 46.639,55	€ 48.971,53
Sfitto		€ 1.278,00	€ 1.776,42	€ 1.811,95	€ 1.793,83	€ 1.399,19	€ 1.469,15
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 57.437,58	€ 58.586,33	€ 58.000,47	€ 45.240,37	€ 47.502,38
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 31.590,67	€ 32.222,48	€ 31.900,26	€ 24.882,20	€ 26.126,31
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 25.846,91	€ 26.363,85	€ 26.100,21	€ 20.358,16	€ 21.376,07
Flusso Vendita in 5						€ 1.129.433,33	
UON + TV		€ 18.594,90	€ 25.846,91	€ 26.363,85	€ 26.100,21	€ 1.149.791,49	
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 271.136,04						

Figura 4.32, Variazione del canone in base ai fattori di prezzo nel Caso 3



Nella terza situazione si sfrutta la *IF Statement sale rule*: il fabbricato viene ceduto quando il canone supera il *value* di 10 euro per m^2, e ciò accade in t3. Considerando che l'UON_3 è utilizzato per calcolare il TV_2, la *sale operation* avviene in t2. A seguito della posizione ottimale della direzione, si determina un *net present value* maggiore rispetto a quello derivante dall'investimento inizialmente pianificato.

Tabella 4.33, Vendita condizionata nel Caso 3

3) IF Canone > 10 --> Vendita							
Simulazione 3	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		€ 1,00	€ 1,39	€ 1,02	€ 0,99	€ 0,78	€ 1,05
Canone Locazione		€ 7,10	€ 9,87	€ 10,07	€ 9,97	€ 7,77	€ 8,16
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 59.214,00	€ 60.398,28	€ 59.794,30	€ 46.639,55	€ 48.971,53
Sfitto		€ 1.278,00	€ 1.776,42	€ 1.811,95	€ 1.793,83	€ 1.399,19	€ 1.469,15
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 57.437,58	€ 58.586,33	€ 58.000,47	€ 45.240,37	€ 47.502,38
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 31.590,67	€ 32.222,48	€ 31.900,26	€ 24.882,20	€ 26.126,31
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 25.846,91	€ 26.363,85	€ 26.100,21	€ 20.358,16	€ 21.376,07
Flusso Vendita (con IF)		€ 0,00	€ 1.392.969,16				
UON + TV		€ 18.594,90	€ 1.418.816,07				
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 587.271,34						

Infine, la Simulazione 4 presenta un VAN di 228.129 euro e un andamento appena crescente del prezzo di affitto.

Tabella 4.34, Calcolo del Valore Attuale Netto del progetto nel Caso 4

Simulazione 4	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		1,00	1,12	1,09	0,77	1,15	1,03
Canone Locazione		€ 7,10	€ 7,95	€ 8,67	€ 6,67	€ 7,68	€ 7,91
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 47.712,00	€ 52.006,08	€ 40.044,68	€ 46.051,38	€ 47.432,93
Sfitto		€ 1.278,00	€ 1.431,36	€ 1.560,18	€ 1.201,34	€ 1.381,54	€ 1.422,99
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 46.280,64	€ 50.445,90	€ 38.843,34	€ 44.669,84	€ 46.009,94
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 25.454,35	€ 27.745,24	€ 21.363,84	€ 24.568,41	€ 25.305,47
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 20.826,29	€ 22.700,65	€ 17.479,50	€ 20.101,43	€ 20.704,47
Flusso Vendita in 5						€ 1.093.948,41	
UON + TV		€ 18.594,90	€ 20.826,29	€ 22.700,65	€ 17.479,50	€ 1.114.049,84	
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 228.129,23						

Figura 4.35, Variazione del canone in base ai fattori di prezzo nel Caso 4

Nella quarta circostanza si utilizza nuovamente la regola di vendita: vi è l'alienazione della proprietà quando il *rent* oltrepassa il valore soglia di 8,5 euro per m^2, e ciò si verifica in t3. Conseguentemente, seguendo la medesima logica, l'operazione si effettua in t2, ottenendo un incremento del VAN grazie alla buona gestione manageriale.

Tabella 4.36, Vendita condizionata nel Caso 4

4) IF Canone > 8,5 --> Vendita							
Simulazione 4	*Anno*	*t1*	*t2*	*t3*	*t4*	*t5*	*t6*
Fattori Prezzo Simulati		1,00	1,12	1,09	0,77	1,15	1,03
Canone Locazione		€ 7,10	€ 7,95	€ 8,67	€ 6,67	€ 7,68	€ 7,91
Ricavi Potenziali Lordi		€ 42.600,00	€ 47.712,00	€ 52.006,08	€ 40.044,68	€ 46.051,38	€ 47.432,93
Sfitto		€ 1.278,00	€ 1.431,36	€ 1.560,18	€ 1.201,34	€ 1.381,54	€ 1.422,99
Ricavi Effettivi Lordi		€ 41.322,00	€ 46.280,64	€ 50.445,90	€ 38.843,34	€ 44.669,84	€ 46.009,94
Spese Operative		€ 22.727,10	€ 25.454,35	€ 27.745,24	€ 21.363,84	€ 24.568,41	€ 25.305,47
Utile Operativo Netto		€ 18.594,90	€ 20.826,29	€ 22.700,65	€ 17.479,50	€ 20.101,43	€ 20.704,47
Flusso Vendita (con IF)		€ 0,00	€ 1.199.419,35				
UON + TV		€ 18.594,90	€ 1.220.245,64				
Inv. Iniziale	-€ 720.000,00						
NPV	€ 406.793,21						

4.3.2. Opzione di Differire l'Investimento

Rimanendo nell'ambito della flessibilità temporale, si andrà ad analizzare la possibilità di differire l'inizio del progetto base di un anno, osservando quali siano gli effetti sul VAN. Si considerano i medesimi risultati raggiunti per gli FCFOs e per il NPV nel paragrafo "Flussi di Cassa Operativi" (ossia nello *standard project).* Si ribadiscono le ipotesi:

- Prezzo immobiliare corrente 1.200.000 euro;
- Vetustà annua 2%;
- Investimento iniziale 720.000 euro;
- Valore di cessione nel periodo t5 pari a 1.080.000 euro.

Successivamente, si definiscono i *cash flows* di esercizio per ogni periodo.

Tabella 4.37, Flussi di cassa del progetto base

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Investimento Iniziale	-€ 720.000					
Flussi Operativi		€ 18.169	€ 19.663	€ 21.153	€ 20.920	€ 20.683
Flusso di Vendita in 5						€ 1.080.000
Flussi di Cassa Totali	-€ 720.000	€ 18.169	€ 19.663	€ 21.153	€ 20.920	€ 1.100.683

Attraverso l'attualizzazione, tramite un tasso di sconto del 4,89%, degli *operating FCFs* si computa un Valore Attuale di 937.640,20 euro, il quale sarà fondamentale per la seguente analisi empirica. Al netto dell'investimento iniziale, il NPV risulta 217.640,20 euro, mentre l'IRR è 10,83%.

Per effettuare una *Real Option Valuation* si utilizzerà un primo metodo basato sull'applicazione delle formule Black&Scholes e un secondo modello fondato sul concetto di "*Tomato Garden",* ossia l'*Adapted BS& di Luehrman.* Vi sarà necessità di nuove informazioni per la definizione del valore dell'opzione di ritardare:

- Volatilità σ del PV dei flussi di cassa in Italia nel settore *Real Estate development* 17,98% (fonte: Aswath Damodaran – Damodaran Online);
- Tasso privo di rischio 0,6%, ossia indice di interesse dei Buoni Poliennali del Tesoro a 10 anni (BTP 10y) per Gennaio 2021;
- Tempo di differimento pari ad 1 anno (T);
- Volatilità Cumulata $\sigma\sqrt{T}$ uguale a 17,98%.

Si esegue un primo studio su tale tipologia di flessibilità, attraverso le equazioni di *options pricing* di Black, Scholes, Merton. Denotando il PV(FCF) dell'investimento come asset sottostante S, l'esborso in t0 quale prezzo di esercizio

K e il valore attuale del costo di iniziare il progetto nel periodo successivo come PV(K), si andranno a determinare le componenti d1 e d2.

$$d1 = \frac{\frac{S}{PV(K)}}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}$$

Ricordando che S è pari a 937.640 euro e PV(K) è uguale a 715.706 euro (investimento iniziale scontato per un anno), d1 avrà un risultato di 1,592109 e d2 sarà 1,412309. Tramite la funzione Excel "DISTRIB.NORM.ST" si determina la probabilità normale di tali valori, la quale nel primo caso è 0,944312 e nel secondo 0,921070. Infine, si definisce il NPV Dinamico (eNPV) attraverso la formula B&S per il calcolo dell'opzione call:

$$eNPV = S * N(d1) - PV(K) * N(d2) = 226.217 euro.$$

Il fatto che il VAN Dinamico sia maggiore rispetto a quello Statico-Tradizionale (217.640 euro) dimostra che la possibilità di ritardare il progetto di un anno debba essere esercitata poiché profittevole; di conseguenza, il *call option to defer value* è:

$$Valore\ Opzione\ di\ Differire\ in\ t1 = eNPV - NPV = 8.577\ euro.$$

Si tratta di un guadagno ulteriore derivante da ottime decisioni direzionali flessibili.

Di seguito, invece, viene applicato l'*Adapted BS& di Luehrman*. Inizialmente, si calcolano le due metriche fondamentali per l'utilizzo di tale approccio:

- NPV_q = S/PV(K) = 1,31
- Volatilità Cumulata = 17,98%.

Successivamente, si definisce un'approssimazione per l'opzione call di ritardare l'investimento tramite la "Price the Space Table", in cui l'eNPV viene espresso come percentuale dell'asset sottostante (PV(FCF)).

Tabella 4.38, B&S&M Value of a European call option as a percentage of underlying asset value

$\sigma\sqrt{t}$ \ NPVq	0.80	0.82	0.84	0.86	0.88	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	**1.00**	1.02	1.04	1.06	1.08
0.05	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.3	0.6	1.2	**2.0**	3.1	4.5	6.0	7.5
0.10	0.0	0.1	0.2	0.3	0.5	0.8	1.2	1.7	2.3	3.1	**4.0**	5.0	6.1	7.3	8.6
0.15	0.5	0.7	1.0	1.3	1.7	2.2	2.8	3.5	4.2	5.1	**6.0**	7.0	8.0	9.1	10.2
0.20	1.5	1.9	2.3	2.8	3.4	4.0	4.7	5.4	6.2	7.1	**8.0**	8.9	9.9	10.9	11.9
0.25	2.8	3.3	3.9	4.5	5.2	5.9	6.6	7.4	8.2	9.1	**9.9**	10.9	11.8	12.8	13.7
0.30	4.4	5.0	5.7	6.3	7.0	7.8	8.6	9.4	10.2	11.1	**11.9**	12.8	13.7	14.6	15.6
0.35	6.2	6.8	7.5	8.2	9.0	9.8	10.6	11.4	12.2	13.0	**13.9**	14.8	15.6	16.5	17.4
0.40	8.0	8.7	9.4	10.2	11.0	11.7	12.5	13.4	14.2	15.0	**15.9**	16.7	17.5	18.4	19.2
0.45	9.9	10.6	11.4	12.2	12.9	13.7	14.5	15.3	16.2	17.0	**17.8**	18.6	19.4	20.3	21.1
0.50	**11.8**	**12.6**	**13.4**	**14.2**	**14.9**	**15.7**	**16.5**	**17.3**	**18.1**	**18.9**	**19.7**	20.5	21.3	22.1	22.9
0.55	13.8	14.6	15.4	16.1	16.9	17.7	18.5	19.3	20.1	20.9	21.7	22.4	23.2	24.0	24.8
0.60	15.8	16.6	17.4	18.1	18.9	19.7	20.5	21.3	22.0	22.8	23.6	24.3	25.1	25.8	26.6
0.65	17.8	18.6	19.3	20.1	20.9	21.7	22.5	23.2	24.0	24.7	25.3	26.2	27.0	27.7	28.4
0.70	19.8	20.6	21.3	22.1	22.9	23.6	24.4	25.2	25.9	26.6	27.4	28.1	28.8	29.5	30.2
0.75	21.8	22.5	23.3	24.1	24.8	25.6	26.3	27.1	27.8	28.5	29.2	29.9	30.6	31.3	32.0
0.80	23.7	24.5	25.3	26.0	26.8	27.5	28.3	29.0	29.7	30.4	31.1	31.8	32.4	33.1	33.8
0.85	25.7	26.5	27.2	28.0	28.7	29.4	30.2	30.9	31.6	32.2	32.9	33.6	34.2	34.9	35.5
0.90	27.7	28.4	29.2	29.9	30.6	31.3	32.0	32.7	33.4	34.1	34.7	35.4	36.0	36.6	37.3

In base alle caratteristiche del progetto e al valore definito per le due componenti, il *table result* è 24,10%. Conseguentemente:

$$eNPV\ proxy = 24{,}10\% * S = 24{,}10\% * 937.640 = 225.971\ euro$$

$$Call\ Option\ to\ Defer\ Value\ t1\ proxy = eNPV\ proxy - NPV = 8.331\ euro.$$

Valgono le medesime conclusioni descritte per il modello precedente.

4.3.3. Opzioni di Scelta: Espandere o Contrarre il Progetto

Successivamente, si analizzerà l'opzione di scegliere, in condizioni di incertezza, tra la continuazione del piano base, l'espansione dell'investimento o la contrazione del progetto. Nella circostanza di esercizio dell'*option to expand*, si realizza un altro appartamento di 100 m^2, per una variazione nella grandezza totale dell'edificio che diviene di 600 m^2. Naturalmente, vi sono modifiche che riguardano le informazioni standard:

- Prezzo immobiliare corrente = valore di vendita per m^2*dimensione m^2 = 2.400*600 = 1.440.000 euro;
- Investimento iniziale = $Inv_{standard}$ + (costo costr. per m^2*dim. aggiunt. m^2) = 720.000 + (1.200*100) = 840.000 euro;
- I restanti dati rimangono invariati:
    - Tasso di sfitto 3% dei RPL;
    - Costi Operativi maggiori, data l'espansione della grandezza, e tasso di crescita delle spese del 2%;
    - Vetustà annua 2%;
    - Tasso di sconto 4,89%;
    - I canoni mensili per m^2 sono uguali, ma i ricavi potenziali lordi saranno superiori poiché l'edificio ha una superficie più ampia.

Tabella 4.39, UON del progetto con espansione

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Canone euro/m2		€ 7,10	€ 7,52	€ 7,93	€ 7,93	€ 7,93
Ricavi Potenziali Lordi		€ 51.120	€ 54.112	€ 57.103	€ 57.103	€ 57.103
Sfitto		€ 1.534	€ 1.623	€ 1.713	€ 1.713	€ 1.713
Ricavi Effettivi Lordi		€ 49.586	€ 52.488	€ 55.390	€ 55.390	€ 55.390
Assicurazione		€ 900	€ 918	€ 936	€ 955	€ 974
Spese per servizi		€ 6.000	€ 6.120	€ 6.242	€ 6.367	€ 6.495
Spese di gestione		€ 3.000	€ 3.060	€ 3.121	€ 3.184	€ 3.247
Spese di manutenzione		€ 9.000	€ 9.180	€ 9.364	€ 9.551	€ 9.742
UOL		€ 30.686	€ 33.210	€ 35.727	€ 35.333	€ 34.932
Tasse		€ 8.884	€ 9.614	€ 10.343	€ 10.229	€ 10.113
Utile Opertivo Netto		€ 21.803	€ 23.596	€ 25.384	€ 25.104	€ 24.819

Tabella 4.40, Valore Attuale del progetto con espansione

Inv. Iniz.	-€ 840.000					
Flussi Operativi		€ 21.803	€ 23.596	€ 25.384	€ 25.104	€ 24.819
Flusso Vendita						€ 1.296.000
	-€ 840.000	€ 21.803	€ 23.596	€ 25.384	€ 25.104	€ 1.320.819
PV(FCF)	€ 1.125.168					

Il valore attuale dei flussi di cassa operativi del progetto "esteso" è 1.125.168 euro, ossia il 20% maggiore rispetto al $PV(FCF)_{standard}$: 1.125.168 / 937.640 = 1,2.

Invece, nella situazione di contrazione dell'investimento si va ad eliminare la *real estate unit* da 150 m^2 per una grandezza complessiva dello stabile di 350 m^2. Le nuove informazioni considerate sono:

- Prezzo immobiliare corrente = valore di vendita per m^2*dimensione m^2 = 2.400*350 = 840.000 euro;
- Investimento iniziale = $Inv_{standard}$ - (costo costr. per m^2*riduzione dim. m^2) = 720.000 - (1.200*150) = 540.000 euro;
- I restanti dati sono immutati:
    - Tasso di sfitto 3% dei RPL;
    - Costi Operativi minori, data la contrazione della grandezza, e tasso di crescita delle spese del 2%;
    - Vetustà annua 2%;
    - Tasso di sconto 4,89%;
    - I *monthly rents* per m^2 sono identici, ma i ricavi potenziali lordi saranno inferiori poiché l'edificio ha una superficie ridotta.

Tabella 4.41, UON del progetto con riduzione

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Canone euro/m2		€ 7,10	€ 7,52	€ 7,93	€ 7,93	€ 7,93
Ricavi Potenziali Lordi		€ 29.820,00	€ 31.565,10	€ 33.310,20	€ 33.310,20	€ 33.310,20
Sfitto		€ 894,60	€ 946,95	€ 999,31	€ 999,31	€ 999,31
Ricavi Effettivi Lordi		€ 28.925,40	€ 30.618,15	€ 32.310,89	€ 32.310,89	€ 32.310,89
Assicurazione		€ 525,00	€ 535,50	€ 546,21	€ 557,13	€ 568,28
Spese per servizi		€ 3.500,00	€ 3.570,00	€ 3.641,40	€ 3.714,23	€ 3.788,51
Spese di gestione		€ 1.750,00	€ 1.785,00	€ 1.820,70	€ 1.857,11	€ 1.894,26
Spese di manut.		€ 5.250,00	€ 5.355,00	€ 5.462,10	€ 5.571,34	€ 5.682,77
UOL		€ 17.900,40	€ 19.372,65	€ 20.840,48	€ 20.611,08	€ 20.377,08
Tasse		€ 5.182,17	€ 5.608,38	€ 6.033,32	€ 5.966,91	€ 5.899,16
Utile Opertivo Netto		€ 12.718,23	€ 13.764,27	€ 14.807,16	€ 14.644,17	€ 14.477,91

Tabella 4.42, Valore Attuale del progetto con riduzione

Inv. Iniz.	-€ 540.000,00					
Flussi Operativi		€ 12.718,23	€ 13.764,27	€ 14.807,16	€ 14.644,17	€ 14.477,91
Flusso Vendita						€ 756.000,00
	-€ 540.000,00	€ 12.718,23	€ 13.764,27	€ 14.807,16	€ 14.644,17	€ 770.477,91
PV(FCF)	€ 656.348,14					

Il *present value* degli FCFOs del progetto "ridotto" è 656.348 euro, ossia il 30% in meno rispetto al $PV(FCF)_{standard}$: 656.348 / 937.640 = 0,7.

Per effettuare un'analisi delle opzioni reali di scelta (continuare, espandere, contrarre) si sfrutta l'approccio dei Reticoli Binomiali, o Alberi di Decisione, basati sul metodo definito da Cox, Ross e Rubinstein. Si utilizza la stessa volatilità

(17,98%), riguardante il valore dell'investimento, considerata per le valutazioni precedenti. Data tale componente, si identificano i due fattori di rialzo e di ribasso del *project PV* come:

$$u = e^{\sigma} = 1{,}20$$

$$d = \frac{1}{u} = 0{,}84.$$

Conseguentemente, in presenza di un tasso *risk-free* dello 0,6%, si calcola la *pseudo-probability* in un mondo neutrale al rischio:

$$pp = \frac{(1+rf)-d}{u-d} = 0{,}47,$$

$$1 - pp = 1 - 0{,}47 = 0{,}53.$$

Vi è la possibilità di esercitare l'opzione entro tre anni (stile americano), quindi si sviluppa un *binomial tree* per questo lasso temporale, in cui, ad ogni nodo, il PV(FCF) può aumentare del 20% (*up-1*) o decrescere del 16% (1-*down*).

Tabella 4.43, Lattice binomiale per il VA del progetto con una volatilità di 17,98%

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*
				VG € 1.608.031,91
			VD € 1.343.409,81	
		VB € 1.122.334,64		VH € 1.122.334,64
PRES. VALUE	VA € 937.640,20		VE € 937.640,20	
		VC € 783.339,58		VI € 783.339,58
			VF € 654.431,09	
				VL € 546.736,13

Si inizia dal $PV(FCF)_{standard}$ nel punto VA che ad ogni step può crescere o diminuire:

- VB = VA*u;
- VC = VA*d;
- VD = VB*u;
- VE = VB*d = VC*u;
- VF = VC*d;
- VG = VD*u;
- VH = VD*d = VE*u;
- VI = VE*d = VF*u;
- VL = VF*d.

L'investimento iniziale è di 720.000 euro, l'*expenditure factor* per l'espansione è pari a $1{,}02^t$ (tasso crescita costi 2%) e il fattore vetustà per la contrazione è uguale a $0{,}98^t$ (aumento "obsolescenza" 2%), dove "t" indica l'anno in questione. Si ribadisce che nel caso di *expansion* il valore del progetto aumenta del 20% grazie ad un investimento addizionale di 120.000 euro (costo costr.*dim. agg. m^2= 1.200*100), mentre in quello di *contraction* il *project value* diminuisce del 30%, tuttavia vi è un'entrata di 360.000 euro derivante dalla vendita della singola unità immobiliare per la riduzione (p. vendita corrente*rid. dim. m^2 = 2.400*150).

Il processo comincia in t3 e si opera a ritroso lungo l'albero. In questo ultimo periodo disponibile per l'esercizio del diritto, l'*open option value* (opzione di continuare lo *standard project*) è pari al valore attuale del progetto nel nodo corrispondente: per esempio, $PV(FCF)_G$ = *Open Option Value*$_G$ = 1.608.032 euro. Invece, per quanto riguarda l'opzione di espandere nello stesso step, essa sarà:

$$1{,}20 * PV(FCF)_G - (1{,}02)^3 * 120.000 = 1.802.293\ euro;$$

dove 1,20 rappresenta l'aumento del valore del progetto "esteso" rispetto a quello base e 120.000 euro è l'esborso aggiuntivo richiesto per la costruzione ulteriore di 100 m^2. Infine, l'opzione di contrarre viene calcolata come:

$$0{,}70 * PV(FCF)_G + (0{,}98)^3 * 360.000 = 1.464.451\ euro;$$

in cui 0,70 (=1-30%) esprime la diminuzione del VA dell'investimento "ridotto" rispetto al piano iniziale e 360.000 euro è il prezzo di cessione dell'appartamento da 150 m^2. Ad ogni nodo, verrà esercitata l'opportunità ottima (con valore maggiore) tra l'*option to expand, contract, continue;* nel caso G si sfrutta la possibilità di estensione che presenta un *value* pari a 1.802.293 euro. Si agisce nello stesso modo anche in tutti gli altri steps, vi sono solo alcune piccole differenze:

- Come detto, nei due fattori si tiene conto della componente tempo:
  - $1{,}02^t$ per l'espansione, che quindi varia a seconda del periodo;
  - $0{,}98^t$ per la contrazione, che cambia per l'anno in questione;
- Per determinare l'*open option* nei momenti t0, t1 e t2:
  - $Open\ Option_t = \frac{(MAX\ Nodo\ UP_{t+1} * pp) + (1-pp) * (Max\ Nodo\ DOWN_{t+1})}{(1+rf)}$.

Di conseguenza, l'opzione di continuazione è pari alla somma dei *maximum values* calcolati nei due *nodes* (superiore e inferiore) del lasso temporale successivo pesati per la loro pseudo-probabilità e poi attualizzati al tasso privo di rischio. Per esemplificazione, nel nodo D all'anno 2 (dati G up-step e H down-step in t3) il valore di proseguire con il piano iniziale sarà:

$$Open\ Option_D = \frac{(MAX\ NODO\ G*pp)+(1-pp)*(MAX\ Nodo\ H)}{(1+rf)},$$

$$Open\ Option_D = \frac{(1.802.293*0,47)+(1-0,47)*(1.219.457)}{(1+0,6\%)} = 1.485.506.$$

Invece, le altre *options* saranno (con $PV(FCF)_D = 1.343.410$):

$$Expand_D = 1,20 * PV(FCF)_D - (1,02)^2 * 120.000 = 1.487.244\ euro;$$

$$Contract_D = 0,70 * PV(FCF)_D + (0,98)^2 * 360.000 = 1.286.131\ euro.$$

Si opera nella stessa maniera per i vari nodi e tempi, definendo tutte le opzioni a disposizione in ogni situazione, tra cui si sceglierà quella ottimale (evidenziata).

Tabella 4.44, Opzione di scegliere tra espansione, contrazione, continuazione in t2 e t3

					Anno 3	*MAX*
	Anno 2	*MAX*		Nodo G EXP	€ 1.802.293,33	
Nodo D EXP	€ 1.487.243,77			Nodo G CONTR	€ 1.464.451,46	*€ 1.802.293,33*
Nodo D CONTR	€ 1.286.130,87	*€ 1.487.243,77*		Nodo G OPEN	€ 1.608.031,91	
Nodo D OPEN	€ 1.485.506,32					
				Nodo H EXP	€ 1.219.456,61	
Nodo E EXP	€ 1.000.320,24			Nodo H CONTR	€ 1.124.463,37	*€ 1.219.456,61*
Nodo E CONTR	€ 1.002.092,14	*€ 1.037.703,74*		Nodo H OPEN	€ 1.122.334,64	
Nodo E OPEN	€ 1.037.703,74					
				Nodo I EXP	€ 812.662,54	
Nodo F EXP	€ 660.469,31			Nodo I CONTR	€ 887.166,83	*€ 887.166,83*
Nodo F CONTR	€ 803.845,76	*€ 803.845,76*		Nodo I OPEN	€ 783.339,58	
Nodo F OPEN	€ 794.910,03					
				Nodo L EXP	€ 528.738,40	
				Nodo L CONTR	€ 721.544,41	*€ 721.544,41*
				Nodo L OPEN	€ 546.736,13	

Tabella 4.45, Opzione di scegliere tra espansione, contrazione, continuazione in t0 e t1

						Anno 1	*MAX*
					Nodo B EXP	€ 1.224.401,57	
		Anno 0	*MAX*		Nodo B CONTR	€ 1.138.434,25	*€ 1.242.327,63*
	Nodo A EXP	€ 1.005.168,24			Nodo B OPEN	€ 1.242.327,63	
OPTION TO CHOOSE	Nodo A CONTR	€ 1.016.348,14	*€ 1.059.746,26*				
	Nodo A OPEN	€ 1.059.746,26			Nodo C EXP	€ 817.607,50	
					Nodo C CONTR	€ 901.137,71	*€ 908.719,77*
					Nodo B OPEN	€ 908.719,77	

Il valore massimo corrente in t0 è 1.059.746 euro, dato dalla possibilità di continuazione del progetto in questo caso. La differenza tra tale risultato e il PV_A iniziale del piano base rappresenta l'*option to choose value:*

$$Val. att. opzione\ scelta = 1.059.746 - 937.640 = 122.106\ euro;$$

il NPV Dinamico sarà:

$$eNPV = ROV + NPV = 122.106 + 217.640 = 339.746\ euro.$$

Si può anche definire il "prezzo" all'anno 0 della sola opportunità di espandere l'investimento. La metodologia sfruttata è identica, ma in ogni *node* si considera l'ottimo tra l'*open option* e la possibilità di estensione.

Tabella 4.46, Opzione di espandere o continuare in t2 e t3

					Anno 3	*MAX*
	Anno 2	*MAX*		Nodo G EXP	€ 1.802.293,33	*€ 1.802.293,33*
Nodo D EXP	€ 1.487.243,77	*€ 1.487.243,77*		Nodo G OPEN	€ 1.608.031,91	
Nodo D OPEN	€ 1.485.506,32					
				Nodo H EXP	€ 1.219.456,61	*€ 1.219.456,61*
Nodo E EXP	€ 1.000.320,24	*€ 1.000.320,24*		Nodo H OPEN	€ 1.122.334,64	
Nodo E OPEN	€ 998.582,79					
				Nodo I EXP	€ 812.662,54	*€ 812.662,54*
Nodo F EXP	€ 660.469,31	*€ 668.182,17*		Nodo I OPEN	€ 783.339,58	
Nodo F OPEN	€ 668.182,17					
				Nodo L EXP	€ 528.738,40	*€ 546.736,13*
				Nodo L OPEN	€ 546.736,13	

Tabella 4.47, Opzione di espandere o continuare in t0 e t1

						Anno 1	*MAX*
					Nodo B EXP	€ 1.224.401,57	*€ 1.224.401,57*
		Anno 0	*MAX*		Nodo B OPEN	€ 1.222.698,19	
OPTION TO EXPAND	Nodo A EXP	€ 1.005.168,24	*€ 1.005.168,24*				
	Nodo A OPEN	€ 1.004.730,38			Nodo C EXP	€ 817.607,50	*€ 819.954,01*
					Nodo C OPEN	€ 819.954,01	

Il *maximum value* in t0 è 1.005.168 euro, il quale al netto del $PV_{standard}$ (937.640) rappresenta il valore dell'*option to expand* pari a 67.528 euro; di conseguenza, l'eNPV è uguale a 285.168 euro (67.528 + 217.640).

Infine, si determina il "prezzo" in t0 dell'opzione di contrarre il progetto. Ad ogni step, si decide tra la continuazione e l'opportunità di riduzione del piano iniziale.

Tabella 4.48, Opzione di contrarre o continuare in t2 e t3

					Anno 3	*MAX*
	Anno 2	*MAX*		Nodo G CONTR	€ 1.464.451,46	*€ 1.608.031,91*
Nodo D CONTR	€ 1.286.130,87	*€ 1.344.527,57*		Nodo G OPEN	€ 1.608.031,91	
Nodo D OPEN	€ 1.344.527,57					
				Nodo H CONTR	€ 1.124.463,37	*€ 1.124.463,37*
Nodo E CONTR	€ 1.002.092,14	*€ 1.002.092,14*		Nodo H OPEN	€ 1.122.334,64	
Nodo E OPEN	€ 993.156,41					
				Nodo I CONTR	€ 887.166,83	*€ 887.166,83*
Nodo F CONTR	€ 803.845,76	*€ 803.845,76*		Nodo I OPEN	€ 783.339,58	
Nodo F OPEN	€ 794.910,03					
				Nodo L CONTR	€ 721.544,41	*€ 721.544,41*
				Nodo L OPEN	€ 546.736,13	

Tabella 4.49, Opzione di contrarre o continuare in t0 e t1

						Anno 1	*MAX*
					Nodo B CONTR	€ 1.138.434,25	*€ 1.156.701,44*
		Anno 0	*MAX*		Nodo B OPEN	€ 1.156.701,44	
OPTION TO CONTRACT	Nodo A CONTR	€ 1.016.348,14	*€ 1.016.348,14*				
	Nodo A OPEN	€ 1.015.610,42			Nodo C CONTR	€ 901.137,71	*€ 901.137,71*
					Nodo C OPEN	€ 892.019,62	

Il valore massimo in t0 è 1.016.348 euro. La differenza tra tale risultato e il PV_A iniziale (937.640) del piano base conduce all'*option to contract value* pari a 78.708 euro, e al NPV Dinamico di 296.348 euro (78.708 + 217.640).

4.3.4. Opzione di Conversione da Residenza ad Ufficio

Lo studio empirico prosegue con l'analisi della *product switch option* del progetto: la residenza può essere trasformata in spazio ufficio; vi è la possibilità di conversione della destinazione d'uso dell'intero stabile. Naturalmente, vi sono modifiche che riguardano le informazioni standard:

- Canoni e prezzo di vendita maggiori del 15% rispetto al piano standard, dato che il valore dello "studio" è superiore rispetto a quello dell'abitazione;
- Ricavi potenziali lordi_{switch} pari a 1,15*(RPL_{base});
- Prezzo immobiliare corrente = valore di vendita per m^2*dimensione m^2* (1+crescita prezzi) = 2.400*500*1,15 = 1.380.000 euro;

- Investimento totale = $Inv_{standard}$ + (costo conversione per m^2*dimensione m^2) = 720.000 euro + (150 euro/m^2*500 m^2) = 720.000+75.000 = 795.000 euro;
- Il tasso di sconto di 4,89% aumenta a causa della conversione per uno *switch discount rate* del 5,64% (4,89% + 0,75%);
- I restanti dati rimangono generalmente invariati:
    - Tasso di sfitto 3% dei RPL;
    - Costi di assicurazione, per servizi, di gestione e di manutenzione immutati;
    - Oneri di tassazione maggiori, dato che l'utile operativo lordo aumenta (a causa di ricavi effettivi più ampi);
    - Tasso di crescita delle spese pari al 2%;
    - Vetustà annua 2%;
    - Flusso di vendita in t5 pari a:
        - $P.imm._{t5} = P.imm._{t0} * (1 - 5 * aum.vetustà\ annua)$.

Tabella 4.50, UON del progetto convertito

Anno	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Canone euro/m2		€ 8,17	€ 8,64	€ 9,12	€ 9,12	€ 9,12
Ricavi Potenziali Lordi		€ 48.990,00	€ 51.856,95	€ 54.723,90	€ 54.723,90	€ 54.723,90
Sfitto		€ 1.469,70	€ 1.555,71	€ 1.641,72	€ 1.641,72	€ 1.641,72
Ricavi Effettivi Lordi		€ 47.520,30	€ 50.301,24	€ 53.082,18	€ 53.082,18	€ 53.082,18
Assicurazione		€ 750,00	€ 765,00	€ 780,30	€ 795,91	€ 811,82
Spese per servizi		€ 5.000,00	€ 5.100,00	€ 5.202,00	€ 5.306,04	€ 5.412,16
Spese di gestione		€ 2.500,00	€ 2.550,00	€ 2.601,00	€ 2.653,02	€ 2.706,08
Spese di manut.		€ 7.500,00	€ 7.650,00	€ 7.803,00	€ 7.959,06	€ 8.118,24
UOL		€ 31.770,30	€ 34.236,24	€ 36.695,88	€ 36.368,16	€ 36.033,88
Tasse		€ 9.197,50	€ 9.911,39	€ 10.623,46	€ 10.528,58	€ 10.431,81
Utile Opertivo Netto		€ 22.572,80	€ 24.324,85	€ 26.072,42	€ 25.839,58	€ 25.602,07

Tabella 4.51, Valore Attuale del progetto convertito

Inv. Iniz.	-€ 795.000,00					
Flussi Operativi		€ 22.572,80	€ 24.324,85	€ 26.072,42	€ 25.839,58	€ 25.602,07
Flusso Vendita						€ 1.242.000,00
	-€ 795.000,00	€ 22.572,80	€ 24.324,85	€ 26.072,42	€ 25.839,58	€ 1.267.602,07
PV(FCF)	€ 1.049.378,33					

Il *present value* degli FCFOs del progetto "convertito" è 1.049.378 euro, ossia il 12% in più rispetto al $PV(FCF)_{standard}$: 1.049.378 / 937.640 = 1,12.

Anche in questo caso, per la *Switch ROA* si sfrutta l'approccio dei Reticoli Binomiali. Data la medesima volatilità del 17,98%, si determinano le due componenti di rialzo e di ribasso del VA dell'investimento:

$$u = e^{\sigma} = 1{,}20$$

$$d = \frac{1}{u} = 0{,}84.$$

In seguito, in presenza di un tasso privo di rischio dello 0,6%, si calcola la pseudo-probabilità:

$$pp = \frac{(1+rf)-d}{u-d} = 0{,}47,$$

$$1 - pp = 1 - 0{,}47 = 0{,}53.$$

Si può esercitare il diritto entro tre anni (opzione americana) e si sviluppa un albero di decisione per questo lasso temporale; in ogni nodo, il PV(FCF) può aumentare del 20% o decrescere del 16%. In questa fase, i risultati sono identici ai precedenti.

Tabella 4.52, Lattice binomiale per il VA del progetto con una volatilità di 17,98%

Anno	0	1	2	3
				VG € 1.608.031,91
			VD € 1.343.409,81	
		VB € 1.122.334,64		VH € 1.122.334,64
PRES. VALUE	VA € 937.640,20		VE € 937.640,20	
		VC € 783.339,58		VI € 783.339,58
			VF € 654.431,09	
				VL € 546.736,13

Si considerano l'investimento iniziale di 720.000 euro e il fattore di conversione pari a $1{,}0075^t$ (variazione tasso di sconto 0,75%), in cui "t" indica l'anno in questione. Nel caso di *switch*, il valore del progetto incrementa del 12% grazie ad un esborso ulteriore di 75.000 euro (costo convers. per m^2 * dim.m^2 = 150*500). La procedura comincia in t3 e si agisce a ritroso lungo il reticolo; nell'ultimo periodo disponibile per l'esercizio del diritto, l'*open option value* è pari al *project PV* nel nodo corrispondente: $PV(FCF)_G$ = *Open Option Value*$_G$ = 1.608.032 euro. Invece, il valore dell'opzione di conversione nello stesso step sarà:

$$1{,}12 * PV(FCF)_G - (1{,}0075)^3 * 75.000 = 1.722.960\ euro.$$

Si deciderà di sfruttare l'opportunità, tra lo *switch* e la continuazione, che presenta il valore massimo: per esempio, in G sarà l'*option to change* pari a 1.722.960 euro. Si agisce in maniera analoga nelle altre situazioni, ma con attenzione al fatto che:

- Il fattore $1{,}0075^t$ tiene conto della componente tempo;
- L'*open option* in t0, t1, t2, è determinata come
  - $Open\ Option_t = \frac{(MAX\ Nodo\ UP_{t+1} * pp)+(1-pp)*(Max\ Nodo\ DOWN_{t+1})}{(1+rf)}$.

Nel secondo anno si avrà:

$$Open\ Option_D = \frac{(MAX\ NODO\ G * pp)+(1-pp)*(MAX\ Nodo\ H)}{(1+rf)},$$

$$Open\ Option_D = \frac{(1.722.960*0{,}47)+(1-0{,}47)*(1.179.383)}{(1+0{,}6\%)} = 1.427.261\ euro.$$

Nello stesso step, l'opzione di prodotto è (con $PV(FCF)_D$ =1.343.410):

$$Switch_D = 1{,}12 * PV(FCF)_D - (1{,}0075)^2 * 75.000 = 1.427.374\ euro.$$

Si opera nella stessa maniera per i vari nodi e periodi, e si sceglie l'opportunità ottimale (evidenziata) tra la continuazione del progetto base e la conversione.

Tabella 4.53, Opzione di convertire o continuare in t2 e t3

					Anno 3	*MAX*
	Anno 2	*MAX*		Nodo G Switch	€ 1.722.960,11	*€ 1.722.960,11*
Nodo D Switch	€ 1.427.374,09	*€ 1.427.374,09*		Nodo G OPEN	€ 1.608.031,91	
Nodo D OPEN	€ 1.427.260,58					
				Nodo H Switch	€ 1.179.382,53	*€ 1.179.382,53*
Nodo E Switch	€ 973.249,12	*€ 973.249,12*		Nodo H OPEN	€ 1.122.334,64	
Nodo E OPEN	€ 973.135,60					
				Nodo I Switch	€ 799.989,60	*€ 799.989,60*
Nodo F Switch	€ 656.290,11	*€ 662.239,16*		Nodo I OPEN	€ 783.339,58	
Nodo F OPEN	€ 662.239,16					
				Nodo L Switch	€ 535.190,23	*€ 546.736,13*
				Nodo L OPEN	€ 546.736,13	

Tabella 4.54, Opzione di convertire o continuare in t0 e t1

						Anno 1	*MAX*
		Anno 0	*MAX*		Nodo B Switch	€ 1.180.520,22	*€ 1.180.520,22*
OPTION TO SWITCH	Nodo A Switch	€ 974.378,33	*€ 975.847,57*		Nodo B OPEN	€ 1.180.407,55	
	Nodo A OPEN	€ 975.847,57					
					Nodo C Switch	€ 801.127,28	*€ 804.138,36*
					Nodo C OPEN	€ 804.138,36	

Il *maximum value* in t0 è 975.848 euro, il quale al netto del $PV_{standard}$ (937.640) rappresenta il valore dell'*option to switch* pari a 38.208 euro; di conseguenza, l'eNPV è uguale a 255.848 euro (38.208 + 217.640).

4.4. ROA COMPLESSA: FUZZY, MONTE-CARLO E DATAR-MATHEWS

4.4.1. Metodo Fuzzy Payoff: Opzione di Abbandonare il Progetto

Si effettuerà una valutazione delle opzioni reali attraverso il concetto di logica e numeri sfocati e l'utilizzo del modello di Profitto Fuzzy. In particolare, si andrà ad analizzare l'*option to abandon* nell'investimento immobiliare in questione, quindi si identificano alcune informazioni di base a tale scopo:

- Tasso privo di rischio (rf) uguale a 0,6%;
- Tempo di scadenza dell'opportunità di 3 anni (stile americano);
- Prezzo corrente della proprietà di 1.200.000,00 euro;
- Fattore di vetustà annua che corrisponde a $0,98^t$, lo stesso elemento considerato per l'opzione di contrarre il progetto;
- Entrata derivante dall'abbandono pari a 1.200.000,00 * $0,98^t$, che varia a seconda del periodo; mentre nell'*option to contract* la possibilità "put" era di vendere un singolo appartamento, qui si cede l'edificio intero.

Dato che si sta operando in un contesto di incertezza, la prima variabile da inquadrare è la volatilità (σ=17,98%): si considera un range di valori per tale componente, definito da una varianza della deviazione standard del 5%(var_σ), tale che essa sia compresa nell'intervallo [12,98%; 22,98%]. Di conseguenza, si determina una distribuzione triangolare per la *volatility* del VA(FCFO):

1. Caso Medio, σ_{medio} = 17,98%;
2. Caso Ottimistico, $\sigma_{ottimo} = \sigma_{medio}$ (1+ var_σ) = 17,98%*(1+5%) = 18,88%;
3. Caso Pessimistico, $\sigma_{pessimo} = \sigma_{medio}$ (1- var_σ) = 17,98%*(1-5%) = 17,08%.

Successivamente, si calcolano i fattori di rialzo e ribasso, nonché le pseudo-probabilità fuzzy per ogni scenario:

- Situazione 1 media
    - $u_{fuzzy1} = e^{\sigma medio} = e^{17,98\%} = 1,197$;
    - $d_{fuzzy1} = 1/u_{fuzzy1} = 0,835$;
    - $ppu_{fuzzy1} = \frac{(1+rf)-d_{fuzzy1}}{u_{fuzzy1}-d_{fuzzy1}} = 47,18\%$;
    - $ppd_{fuzzy1} = 1-ppu_{fuzzy1} = 1-47,18\% = 52,82\%$;

- Situazione 2 ottima
    - $u_{fuzzy2} = e^{\sigma ottimo} = e^{18,88\%} = 1,208$;
    - $d_{fuzzy2} = 1/u_{fuzzy2} = 0,828$;
    - $ppu_{fuzzy2} = \frac{(1+rf)-d_{fuzzy2}}{u_{fuzzy2}-d_{fuzzy2}} = 46,87\%$;
    - $ppd_{fuzzy2} = 1\text{-}ppu_{fuzzy2} = 1\text{-}46,87\% = 53,13\%$;
- Situazione 3 pessima
    - $u_{fuzzy3} = e^{\sigma pessimo} = e^{17,08\%} = 1,186$;
    - $d_{fuzzy3} = 1/u_{fuzzy3} = 0,843$;
    - $ppu_{fuzzy3} = \frac{(1+rf)-d_{fuzzy3}}{u_{fuzzy3}-d_{fuzzy3}} = 47,49\%$;
    - $ppd_{fuzzy3} = 1\text{-}ppu_{fuzzy3} = 1\text{-}47,49\% = 52,51\%$.

Come si può notare, si tratta di una valutazione di reticoli sfocati, che segue la stessa procedura vista per gli alberi binomiali, ma include la logica fuzzy. Conseguentemente, ad ogni step il PV (FCF) può aumentare grazie all'elemento "*up*" o diminuire per quello *"down",* tuttavia tali componenti sono diverse nelle differenti circostanze della distribuzione, e per questo motivo in ogni nodo si raggiungeranno tre risultati, uno per ognuna delle casistiche. Dato il *present value* dei flussi di cassa pari a 937.640,20 euro nel punto A_0, nel primo periodo esso sarà:

- $VB_{fuzzy1} = VA*u_{fuzzy1}$ = 937.640,20 * 1,197 = 1.122.334,64 euro;
- $VB_{fuzzy2} = VA*u_{fuzzy2}$ = 937.640,20 * 1,208 = 1.132.469,92 euro;
- $VB_{fuzzy3} = VA*u_{fuzzy3}$ = 937.640,20 * 1,186 = 1.112.290,07 euro;
- $VC_{fuzzy1} = VA*d_{fuzzy1}$ = 937.640,20 * 0,835 = 783.339,58 euro;
- $VC_{fuzzy2} = VA*d_{fuzzy2}$ = 937.640,20 * 0,828 = 776.328,92 euro;
- $VC_{fuzzy3} = VA*d_{fuzzy3}$ = 937.640,20 * 0,843 = 790.413,55 euro.

Si applica lo stesso procedimento per t_2 e t_3.

Tabella 4.55, Reticolo PV fuzzy per i periodi t0 e t1

				Anno 1	
			Fuzzy 1	*Fuzzy 2*	*Fuzzy 3*
	Anno 0	VB	€ 1.122.334,64	€ 1.132.469,92	€ 1.112.290,07
PRES. VALUE	VA € 937.640,20				
		VC	€ 783.339,58	€ 776.328,92	€ 790.413,55

Tabella 4.56, Reticolo PV Fuzzy per i periodi t2 e t3

Anno 2	*Fuzzy 1*	*Fuzzy 2*	*Fuzzy 3*
VD	€ 1.343.409,81	€ 1.367.782,77	€ 1.319.471,15
VE	€ 937.640,20	€ 937.640,20	€ 937.640,20
VF	€ 654.431,09	€ 642.769,57	€ 666.304,18

Anno 3	*Fuzzy 1*	*Fuzzy 2*	*Fuzzy 3*
VG	€ 1.608.031,91	€ 1.651.990,65	€ 1.565.242,89
VH	€ 1.122.334,64	€ 1.132.469,92	€ 1.112.290,07
VI	€ 783.339,58	€ 776.328,92	€ 790.413,55
VL	€ 546.736,13	€ 532.187,73	€ 561.682,25

Per calcolare il valore dell'opzione, si inizia ad agire in t3 e poi si opera a ritroso lungo l'albero. In questo ultimo periodo disponibile per l'esercizio del diritto, l'*open option value* è pari al valore attuale del progetto nel *node* corrispondente:

- $PV(FCF)_{Gfuzzy1}$ = *Open Option Value*$_{Gfuzzy1}$ = 1.608.032 euro;
- $PV(FCF)_{Gfuzzy2}$ = *Open Option Value*$_{Gfuzzy2}$ = 1.651.991 euro;
- $PV(FCF)_{Gfuzzy3}$ = *Open Option Value*$_{Gfuzzy3}$ = 1.565.243 euro.

Per quanto riguarda l'opzione di abbandonare nello stesso step, essa sarà: $Abandon_{Gfuzzy1}$ = $Abandon_{Gfuzzy2}$ = $Abandon_{Gfuzzy3}$ = $1.200.000*0,98^3$ = 1.129.430, pari al prezzo di vendita moltiplicato per l'elemento obsolescenza dell'anno 3; per tale lasso temporale, di conseguenza, l'*option to abandon value* sarà uguale per i vari nodi G, H, I, L nei casi fuzzy 1, fuzzy 2, fuzzy 3. Invece, si determina l'*open option* nei momenti t0, t1 e t2 come:

$$Open\ Option_t = \frac{(MAX\ Nodo\ UP_{t+1} * pp) + (1-pp) * (Max\ Nodo\ DOWN_{t+1})}{(1+rf)},$$

considerando nella computazione le variabili e gli inputs corrispondenti allo scenario sfocato in esame. Per esemplificazione, nel nodo D in t2 (dati G up-step e H down-step in t3) il valore di proseguire con il piano iniziale sarà:

$$Open_{Df1} = \frac{(MAX\ NODO\ G_{f1} * ppu_{f1}) + (1-ppu_{f1}) * (MAX\ Nodo\ H_{f1})}{(1+rf)} = 1.347.136\ euro,$$

$$Open_{Df2} = \frac{(MAX\ NODO\ G_{f2} * ppu_{f2}) + (1-ppu_{f2}) * (MAX\ Nodo\ H_{f2})}{(1+rf)} = 1.367.783\ euro,$$

$$Open_{Df3} = \frac{(MAX\ NODO\ G_{f3} * ppu_{f3}) + (1-ppu_{f3}) * (MAX\ Nodo\ H_{f3})}{(1+rf)} = 1.328.418\ euro.$$

Dall'altra parte, l'opzione di abbandono corrisponde a: $Abandon_{Dfuzzy1}$ = $Abandon_{Dfuzzy2}$ = $Abandon_{Dfuzzy3}$ = $1.200.000*0,98^2$ = 1.152.480 euro; essa sarà uguale per tutti i *nodes* del momento 2 (D, E, F). Si opera nella stessa maniera anche per t0 e t1, definendo tutte le opportunità a disposizione in ogni situazione, tra cui si sceglierà quella ottimale (evidenziata).

Tabella 4.57, Opzione fuzzy di continuare o abbandonare in t3

		Anno 3	
	Fuzzy 1	*Fuzzy 2*	*Fuzzy 3*
Open VG	€ 1.608.031,91	€ 1.651.990,65	€ 1.565.242,89
Abandon VG	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40
Max VG	€ 1.608.031,91	€ 1.651.990,65	€ 1.565.242,89
Open VH	€ 1.122.334,64	€ 1.132.469,92	€ 1.112.290,07
Abandon VH	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40
Max VH	€ 1.129.430,40	€ 1.132.469,92	€ 1.129.430,40
Open VI	€ 783.339,58	€ 776.328,92	€ 790.413,55
Abandon VI	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40
Max VI	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40
Open VL	€ 546.736,13	€ 532.187,73	€ 561.682,25
Abandon VL	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40
Max VL	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40	€ 1.129.430,40

Tabella 4.58, Opzione fuzzy di continuare o abbandonare in t2

		Anno 2	
	Fuzzy 1	*Fuzzy 2*	*Fuzzy 3*
Open VD	€ 1.347.135,67	€ 1.367.782,77	€ 1.328.418,21
Abandon VD	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00
Max VD	€ 1.347.135,67	€ 1.367.782,77	€ 1.328.418,21
Open VE	€ 1.122.694,23	€ 1.124.110,48	€ 1.122.694,23
Abandon VE	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00
Max VE	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00
Open VF	€ 1.122.694,23	€ 1.122.694,23	€ 1.122.694,23
Abandon VF	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00
Max VF	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00	€ 1.152.480,00

Tabella 4.59, Opzione fuzzy di continuare o abbandonare in t1

		Anno 1	
	Fuzzy 1	*Fuzzy 2*	*Fuzzy 3*
Open VB	€ 1.236.890,65	€ 1.245.925,22	€ 1.228.657,47
Abandon VB	€ 1.176.000,00	€ 1.176.000,00	€ 1.176.000,00
Max VB	€ 1.236.890,65	€ 1.245.925,22	€ 1.228.657,47
Open VC	€ 1.145.606,36	€ 1.145.606,36	€ 1.145.606,36
Abandon VC	€ 1.176.000,00	€ 1.176.000,00	€ 1.176.000,00
Max VC	€ 1.176.000,00	€ 1.176.000,00	€ 1.176.000,00

Tabella 4.60, Opzione fuzzy di continuare o abbandonare in t0

				Anno 0	
			Fuzzy 1	*Fuzzy 2*	*Fuzzy 3*
		Open VA	€ 1.197.540,92	€ 1.201.567,27	€ 1.193.842,88
OPT. TO ABANDON		*Abandon VA*	€ 1.200.000,00	€ 1.200.000,00	€ 1.200.000,00
		Max VA	€ 1.200.000,00	€ 1.201.567,27	€ 1.200.000,00

I valori massimi in t_0 sono [1.200.000; 1.201.567; 1.200.000] che corrispondono in questo periodo alle opzioni [abbandonare; continuare; abbandonare]. Tali *values*, al netto dell'investimento base (720.000), rappresentano i fuzzy NPV dinamici:

$$eNPV_{fuzzy1} = MaxVA_{fuzzy1} - I = 1.200.000 - 720.000 = 480.000;$$

$$eNPV_{fuzzy2} = MaxVA_{fuzzy2} - I = 1.201.567 - 720.000 = 481.567;$$

$$eNPV_{fuzzy3} = MaxVA_{fuzzy3} - I = 1.200.000 - 720.000 = 480.000.$$

Per la computazione dell'eNPV medio sfocato, in primis si va a determinare quale sia l'area del triangolo di distribuzione:

- Lato $fuzzy_1 = 1$, rappresenta la media;
- Lato $fuzzy_2 = eNPV_{fuzzy2} - eNPV_{fuzzy1} = 1.567$;
- Lato $fuzzy_3 = eNPV_{fuzzy1} - eNPV_{fuzzy3} = 0$.

Conseguentemente:

a) $superficie_{1,2} = (lato\ fuzzy_1 * lato\ fuzzy_2)/2 = 784$;
b) $superficie_{1,3} = (lato\ fuzzy_1 * lato\ fuzzy_3)/2 = 0$;

esse sono fondamentali per definire i pesi λ, ossia la funzione di appartenenza fuzzy:

- $Adesione_{fuzzy1} = 1$;
- $Adesione_{fuzzy2} = 784/(784+0) = 1$;
- $Adesione_{fuzzy3} = 0/(784+0) = 0$, quindi non viene considerato.

Infine, l'*expected dynamic NPV fuzzy* viene calcolato come media pesata di $eNPV_{fuzzy1}$ ed $eNPV_{fuzzy2}$, poi si trova l'*option to abandon value:*

$$E(eNPV\ fuzzy) = \frac{(1 * eNPV_{fuzzy1} + 1 * eNPV_{fuzzy2})}{2} = 480.784\ euro,$$

$$Abandon_{t0} = E(eNPV\ fuzzy) - NPV_{base} = 480.784 - 217.640 = 263.144\ euro.$$

4.4.2. Simulazione Monte Carlo per il VAN dell'Investimento

Seguirà un'analisi empirica fondata sull'utilizzo del software Oracle Crystal Ball, strumento di simulazione, previsione e decisione, spesso sfruttato proprio con il fine di ottimizzare le scelte manageriali. Si effettua una *Monte Carlo simulation* di 2000 prove per il Valore Attuale Netto, ma precedentemente vengono definite le varie ipotesi del modello. Per i flussi in entrata si considera una distribuzione triangolare (minimo, medio, massimo), mentre quelli in uscita sono fissi; inoltre, il tasso di sconto segue una distribuzione normale con media 4,89% (*discount rate* base) e deviazione standard dello 0,5%. La volatilità dei CFs è sempre pari a 17,98% e viene usata per il calcolo dei flussi positivi ottimi e pessimi:

- *Cash Inflow maximum* = CF_{base} (1+volatilità) = CF_{base} (1+17,98%);
- *Cash Inflow minimum* = CF_{base} (1-volatilità) = CF_{base} (1-17,98%).

Tabella 4.61, Flussi di cassa base (medi)

	Anno 0	Anno 1	Anno 2	Anno 3	Anno 4	Anno 5
Flussi in Entrata (Distrib. Triang.)		€ 41.322,00	€ 43.740,21	€ 46.158,42	€ 46.158,42	€ 1.126.158,42
Flussi in Uscita	€ 720.000,00	€ 23.153,09	€ 24.076,97	€ 25.005,33	€ 25.238,18	€ 25.475,68
Flusso di Cassa Netto	-€ 720.000,00	€ 18.168,91	€ 19.663,24	€ 21.153,09	€ 20.920,24	€ 1.100.682,74

Tabella 4.62, Flussi di cassa in entrata massimi e minimi

	Anno 0	Anno 1	Anno 2	Anno 3	Anno 4	Anno 5
Flussi Entrata Ottimi		€ 48.751,70	€ 51.604,70	€ 54.457,70	€ 54.457,70	€ 1.328.641,70
Flussi Entrata Pessimi		€ 33.892,30	€ 35.875,72	€ 37.859,14	€ 37.859,14	€ 923.675,14

Definiti tali estremi, si impostano nel software le *distribution assumptions:*

- Distr. Triang. $FCF_t^{+} = [FCF_t^{+,pessimo}; FCF_t^{+,base}; FCF_t^{+,ottimo}]$
- Distr. Norm. Tasso attualizzazione r = Norm (4,89%; 0,5%).

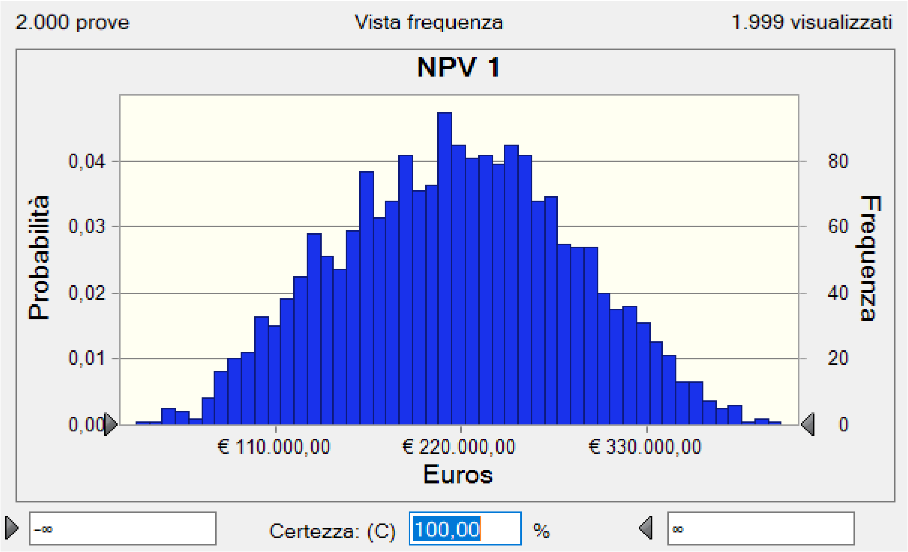
A questo punto, inizia la simulazione, i cui risultati verranno confrontati con il NPV statico del progetto standard (217.640).

Tabella 4.63, NPV statico del progetto base (medio-standard)

Progetto Base	Anno 0	Anno 1	Anno 2	Anno 3	Anno 4	Anno 5
Flussi in Entrata		€ 41.322,00	€ 43.740,21	€ 46.158,42	€ 46.158,42	€ 1.126.158,42
Flussi in Uscita	€ 720.000,00	€ 23.153,09	€ 24.076,97	€ 25.005,33	€ 25.238,18	€ 25.475,68
Flusso di Cassa Netto	-€ 720.000,00	€ 18.168,91	€ 19.663,24	€ 21.153,09	€ 20.920,24	€ 1.100.682,74
Discount Rate	4,89%					
NPV	€ 217.640,21					

Trials Results

Figura 4.64, Simulazione NPV con probabilità al 100%



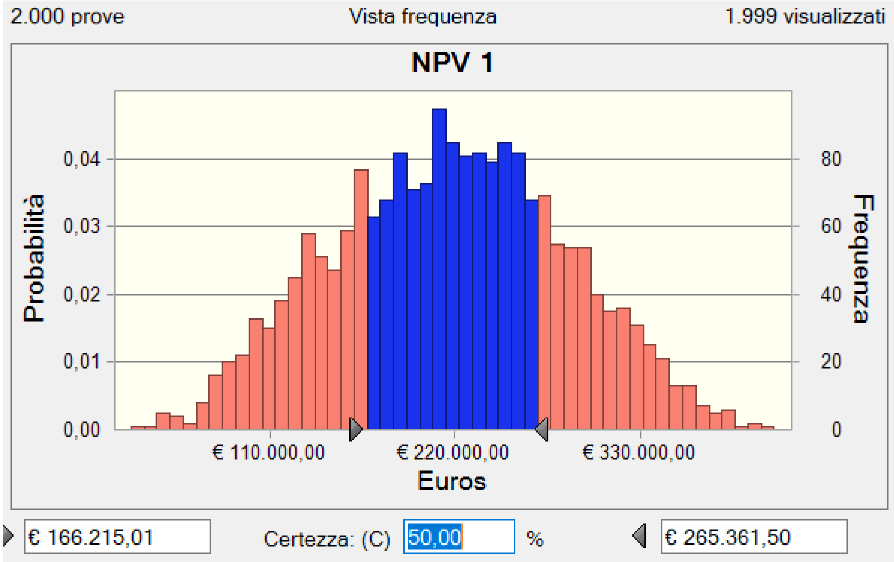
<u>Statistiche</u>

Tabella 4.65, Statistiche per la simulazione NPV

Prove	2000
Caso Base	€ 217.640,20
Media	€ 216.636,52
Mediana	€ 217.674,58
Dev. Stand.	€ 68.744,84
Varianza	€ 4.725.852.726,20
Spostamento	0,0035
Curtosi	2,49
Coeff. Variazione	0,3173
Minimo	€ 27.591,08
Massimo	€ 422.205,22
Errore stand. media	€ 1.537,18

Di conseguenza, si giunge a importanti risvolti tramite il test Monte Carlo: l'intero intervallo (con probabilità 100%) è compreso tra 27.591,08 euro e 422.205,22 euro, la media è pari a 216.636,52 euro (poco distante dal *base case*) e il suo errore standard dopo 2000 prove è 1.537,18 euro. Se si considera una *likelihood* inferiore, per esempio del 50%, i valori estremi cambiano, come si nota nel seguente grafico.

Figura 4.66, Simulazione NPV con probabilità al 50%



L'insieme dei valori possibili diviene maggiormente ristretto (area blu).

Nella successiva figura si mostra l'approssimazione Beta per le previsioni (100%).

Figura 4.67, Beta proxy per i valori previsti

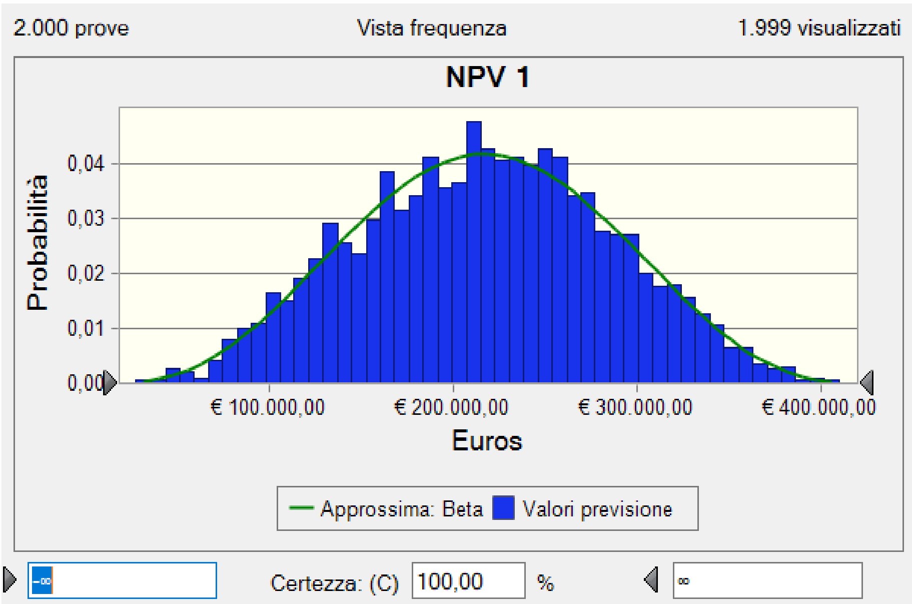


Tabella 4.68, Dati numerici Beta proxy della simulazione NPV

Media	€ 216.636,52
Mediana	€ 216.584,47
Dev. Stand.	€ 68.727,65
Varianza	€ 4.723.489.799,84
Spostamento	0,0035
Curtosi	2,49
Coeff. Variazione	0,3172
Minimo	€ 1.933,34
Massimo	€ 432.659,28

In seguito, si fa riferimento ai *forecasted NPV values* per percentili.

Tabella 4.69, Percentili per la simulazione NPV

0%	€ 27.591,08
10%	€ 124.641,13
20%	€ 154.636,13
30%	€ 177.814,58
40%	€ 198.618,33
50%	€ 217.659,55
60%	€ 236.342,92
70%	€ 254.821,55
80%	€ 276.678,68
90%	€ 307.401,07
100%	€ 422.205,22

Infine, si valuta la correlazione e il contributo a varianza di flussi e tasso.

Figura 4.70, Analisi di sensibilità: correlazione di flussi e tasso

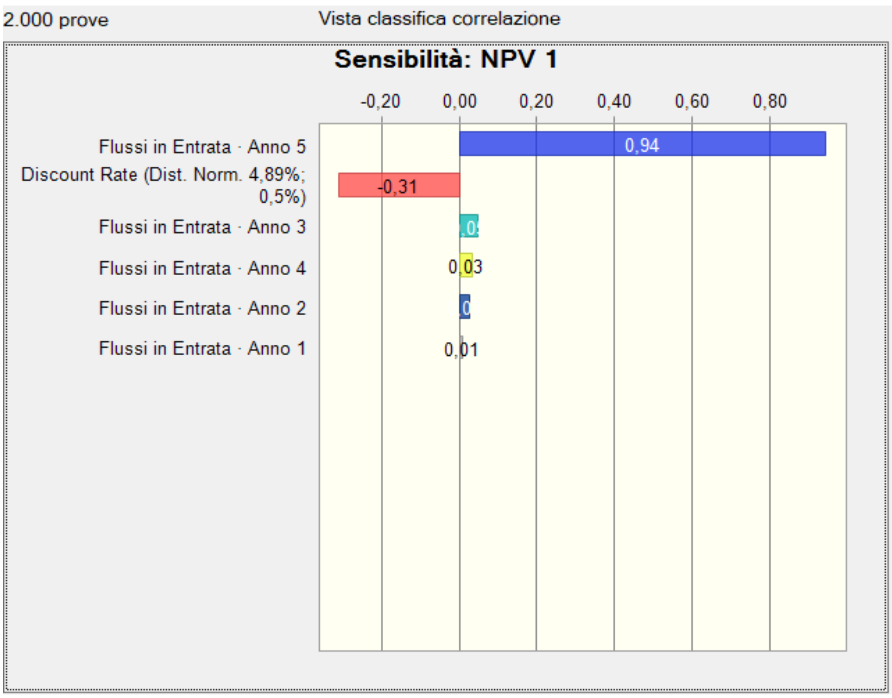
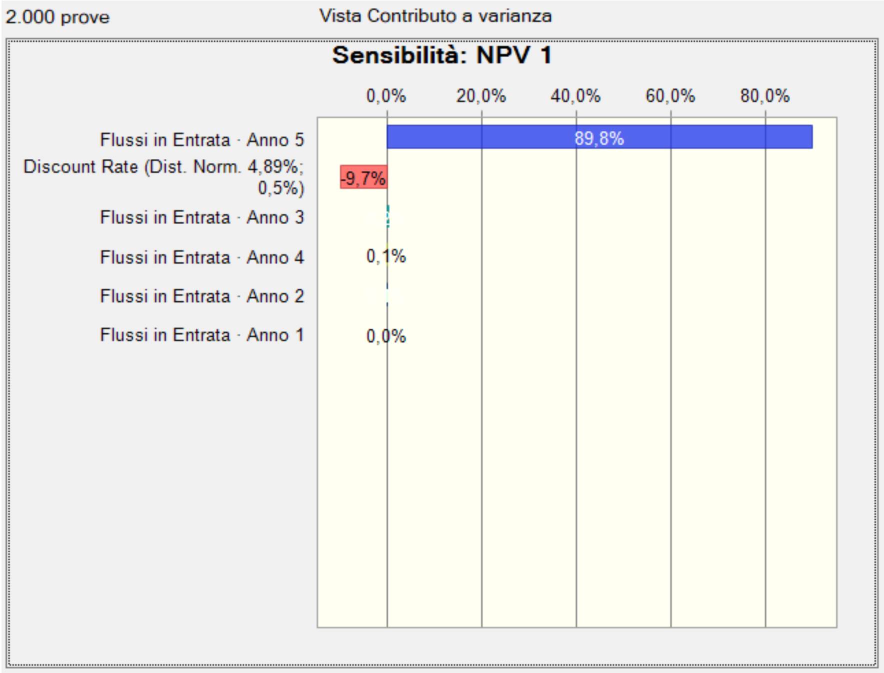


Figura 4.71, Analisi di sensibilità: contributo a varianza di flussi e tasso



In entrambe le tipologie di *sensitivity analysis*, il flusso di cassa in t5 (p.vendita$_5$ + UON$_5$) ha una grande influenza positiva all'interno modello, sulla *correlation* nel primo caso e sulla *variance* nel secondo. Dall'altra parte, il tasso di attualizzazione presenta un peso medio negativo; invece, i restanti CFs sono quasi irrilevanti.

4.4.3. Valutare l'Espansione del Progetto tramite il Metodo Datar-Mathews

L'ultimo studio condotto riguarda la valutazione tramite il metodo Datar-Mathews dell'opzione reale di espandere il progetto, così da poter comparare il risultato ottenuto con le conclusioni raggiunte attraverso l'analisi dell'*expand option* con i reticoli binomiali. Si tratta di un modello distante dalla metodologia degli alberi che, però, riprende alcuni concetti e aspetti dell'approccio fuzzy. Anche in questo caso, si opera sui flussi di cassa e sulla loro distribuzione triangolare, per poi effettuare una simulazione Monte Carlo per il calcolo del valore dell'opzione. Tra le informazioni essenziali, si considerano i CFs standard che verranno poi confrontati con gli FCFO derivanti dall'investimento di estensione, per la computazione delle entrate e delle uscite nette.

Tabella 4.72, Flussi di cassa base (medi) del progetto standard

Progetto Standard	*Anno 0*	*Anno 1*	*Anno 2*	*Anno 3*	*Anno 4*	*Anno 5*
Flussi in Entrata		€ 41.322,00	€ 43.740,21	€ 46.158,42	€ 46.158,42	€ 1.126.158,42
Flussi in Uscita	€ 720.000,00	€ 23.153,09	€ 24.076,97	€ 25.005,33	€ 25.238,18	€ 25.475,68

Tabella 4.73, Flussi di cassa del progetto di espansione

Progetto Expand	*Anno 0*	*Anno 1*	*Anno 2*	*Anno 3*	*Anno 4*	*Anno 5*
Flussi in Entrata		€ 49.586,40	€ 52.488,25	€ 55.390,10	€ 55.390,10	€ 1.351.390,10
Flussi in Uscita	€ 840.000,00	€ 27.783,71	€ 28.892,37	€ 30.006,39	€ 30.285,81	€ 30.570,82

I flussi di cassa del progetto di espansione sono i medesimi utilizzati nell'*option binomial tree valuation* per la stessa opportunità. Conseguentemente, come in precedenza, si decide di realizzare un'unità immobiliare aggiuntiva di 100 m^2, per una grandezza totale del fabbricato di 600 m^2. Le informazioni utili sono:

- Prezzo immobiliare corrente = valore di vendita per m^2*dimensione m^2 = 2400*600 = 1.440.000 euro;
- Investimento iniziale = $Inv_{standard}$ + (costo costr. per m^2*dim. aggiunt. m^2) = 720.000 + (1.200*100) = 840.000 euro;
- Valore di cessione in t5 = P.imm.corrente * (1-vetustà*5) = 1.440.000 (1-2%*5) = 1.296.000 euro;
- Costi Operativi maggiori, data l'estensione della grandezza, e tasso di crescita delle spese del 2%;
- I canoni mensili per m^2 sono quelli del *base case*, ma i ricavi potenziali lordi saranno superiori poiché l'edificio ha una superficie più ampia.

Si determinano benefici e costi netti derivanti dalla comparazione delle possibilità:

$$Net\ Benefits = Cash\ Inflows_{expand} - Cash\ Inflows_{standard}$$

$$Net\ Costs = Cash\ Outflows_{expand} - Cash\ Outflows_{standard}.$$

Tabella 4.74, Benefici e esborsi netti (medi) di esercizio dell'opzione

Valori per DMM	*Anno 0*	*Anno 1*	*Anno 2*	*Anno 3*	*Anno 4*	*Anno 5*
Benefici (distrib. Triang.)		€ 8.264,40	€ 8.748,04	€ 9.231,68	€ 9.231,68	€ 225.231,68
Costi (distrib. Triang.)	€ 120.000,00	€ 4.630,62	€ 4.815,40	€ 5.001,06	€ 5.047,63	€ 5.095,14

Tali guadagni e esborsi sono associati alla posizione di esercizio del diritto. Per queste componenti si definisce una distribuzione triangolare [minimo; medio; massimo], operando come nel paragrafo precedente:

- *Net Benefits max* = Ben.Netto$_{medio}$ (1+vol.) = Ben.Netto$_{medio}$ (1+17,98%);
- *Net Benefits min* = Ben.Netto$_{medio}$ (1-vol.) = Ben.Netto$_{medio}$ (1-17,98%);
- *Net Costs max* = Costo Netto$_{medio}$ (1+vol.) = Costo Netto$_{medio}$ (1+17,98%);
- *Net Costs min* = Costo Netto$_{medio}$ (1-vol.) = Costo Netto$_{medio}$ (1-17,98%).

Tabella 4.75, Benefici e esborsi netti massimi e minimi di esercizio dell'opzione

	Anno 0	*Anno 1*	*Anno 2*	*Anno 3*	*Anno 4*	*Anno 5*
Ben. Max		€ 9.750,34	€ 10.320,94	€ 10.891,54	€ 10.891,54	€ 265.728,34
Ben. Min		€ 6.778,46	€ 7.175,14	€ 7.571,82	€ 7.571,82	€ 184.735,02
Costi Max	€ 141.576,00	€ 5.463,21	€ 5.681,21	€ 5.900,25	€ 5.955,19	€ 6.011,25
Costi Min	€ 98.424,00	€ 3.798,03	€ 3.949,59	€ 4.101,87	€ 4.140,07	€ 4.179,03

La particolarità dell'approccio Datar-Mathews è che si considera un livello di rischio differente per le due categorie di componenti: gli elementi positivi vengono scontati al wacc, mentre quelli negativi al *risk-free rate.*[110] Dati un *cost of capital* di 4,89% e un tasso privo di rischio rf dello 0,6%, accade che:

$$VA(wacc;\ Benefici\ medi) = 208.835\ euro$$

$$VA(rf; Costi\ medi) = 144.146\ euro$$

$$MAX(VA_{ben} - VA_{cost}; 0) = 64.689\ euro.$$

In seguito, si impostano le ipotesi per i test:

- *Net Benefits Triangular Distr. [min, average, max];*
- *Net Costs Triangular Distr. [min, average, max];*
- *Wacc Normal Distr. (4,89%; 0,5%);*
- *Risk-free Normal Distr. (0,6%; 0,1%).*

Infine, viene effettuata una simulazione Monte Carlo di 2000 prove (attraverso il software Oracle Crystal Ball), allo scopo di determinare il valore dell'opzione di espandere tramite il DMM:

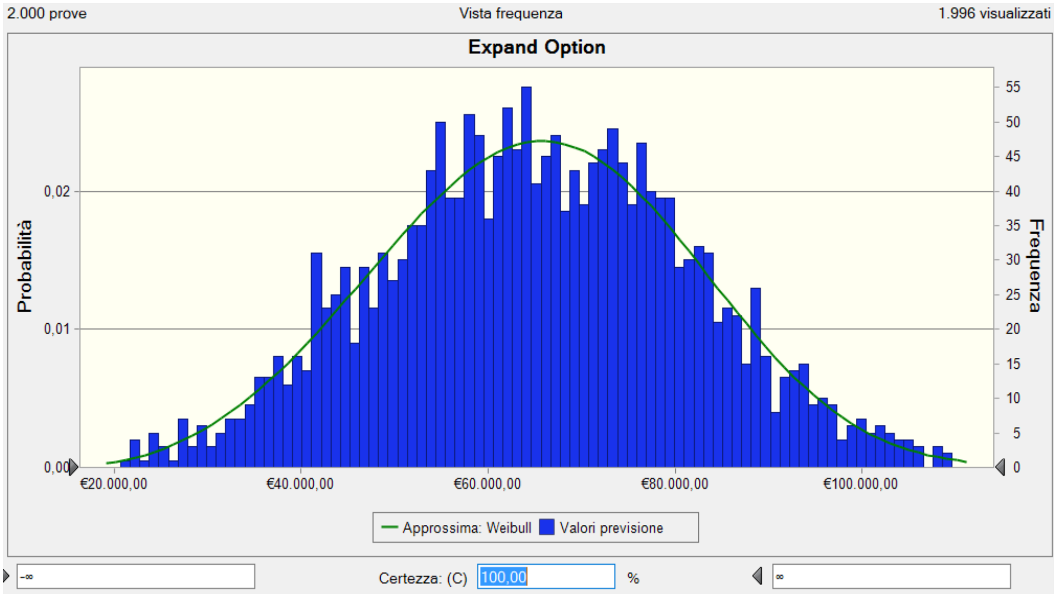
$$Expand_0^{DMM} = Average[MAX(PV_{ben} - PV_{cost}; 0)] = 65.021{,}81\ euro;$$

[110] *Kozlova M., Collan M., Luukka P., (2016), Comparison of the Datar-Mathews Method and the Fuzzy Pay-Off Method through Numerical Results. Panos Pardalos.*

l'*option to expand value* sarà pari al valore atteso (media) del massimo tra la differenza dei valori attuali (positivi e negativi) e zero. In questo contesto, i benefici e i costi netti, nonché i tassi usati per l'attualizzazione seguono delle *random walks.*

Trials Results

Figura 4.76, Simulazione del Valore dell'Opzione di Espandere con probabilità al 100% (e Beta proxy)



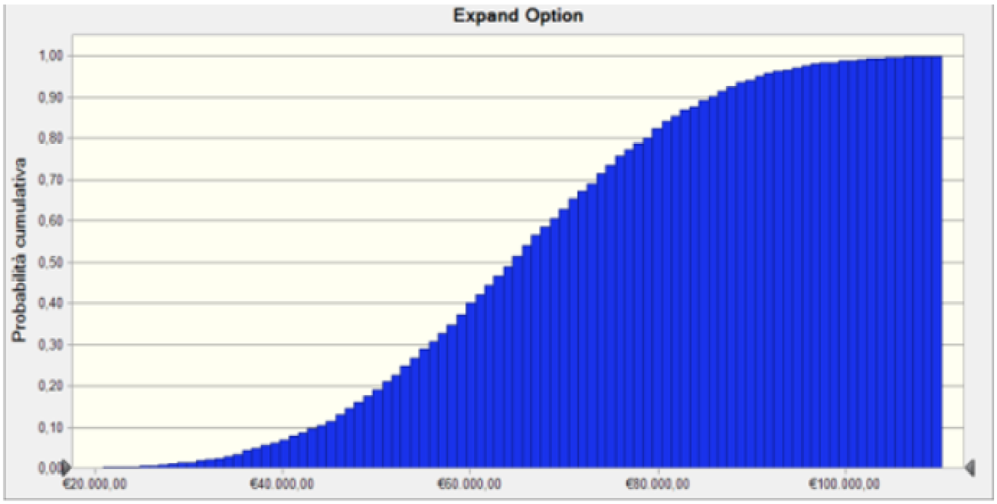
<u>Statistiche</u>

Tabella 4.77, Statistiche di simulazione per il Valore dell'Opzione di Espandere

Prove	2000
Caso Base	€ 64.689,00
Media	€ 65.021,81
Mediana	€ 64.941,07
Dev. Stand.	€ 16.135,91
Varianza	€ 260.367.468,92
Spostamento	0,0152
Curtosi	2,72
Coeff. Variazione	0,2482
Minimo	€ 17.261,84
Massimo	€ 113.652,43
Errore stand. media	€ 360,81

L'intervallo intervallo per il valore dell'*option to expand* è compreso (con probabilità 100%) tra 17.261,84 euro e 113.652,43 euro, la media è pari a 65.021,81 euro e il suo errore standard è 360,81 euro.

Figura 4.78, Simulazione del Valore dell'Opzione di Espandere per frequenza cumulata



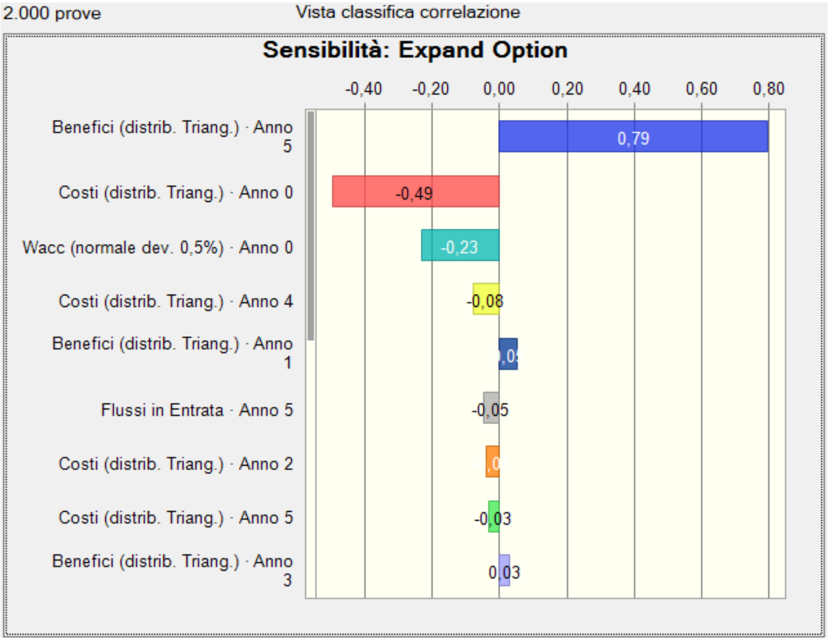
Invece, i *forecasted option values* per percentile sono:

Tabella 4.79, Percentili per la simulazione del Valore dell'Opzione di Espandere

0%	€ 17.261,84
10%	€ 43.944,07
20%	€ 51.127,32
30%	€ 56.223,65
40%	€ 60.538,06
50%	€ 64.937,63
60%	€ 69.161,13
70%	€ 73.941,81
80%	€ 79.288,64
90%	€ 85.945,28
100%	€ 113.652,43

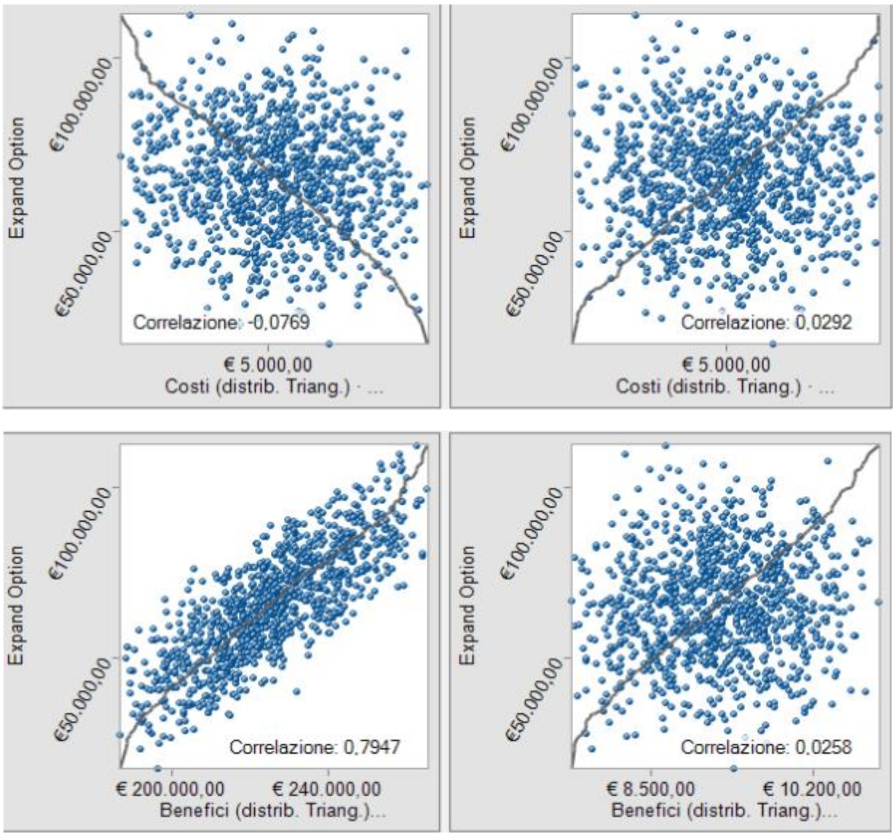
In seguito, si svolge un'analisi di sensibilità: ci si riferisce al modo in cui benefici, costi e tassi influenzino il "prezzo" dell'opportunità, attraverso uno studio sulla loro correlazione e sul contributo a varianza.

Figura 4.80, Analisi di sensibilità: correlazione di flussi e tassi significativi



Si nota una *correlation* positiva con l'opzione per quanto riguarda i benefici, mentre è negativa nel caso dei costi e del tasso di sconto; essa è maggiormente significativa per quanto riguarda il FCF^+ in t5, il FCF^- in t0 e il wacc.

Figura 4.81, Esempi di grafici a dispersione per la correlazione dei flussi con l'opzione



CONCLUSIONI

L’analisi empirica svolta dimostra quanto la presenza di opzioni reali incorporate in un progetto sia preziosa da un punto di vista del suo valore complessivo. Una gestione attiva e dinamica da parte del management, il quale utilizza le nuove informazioni per assumere posizioni flessibili di decisione e cambiamenti di strategia, permette un pieno sfruttamento delle potenzialità associate all’investimento.

Nel caso in esame, l’esercizio di *call options* come espansione, scelta, conversione e differimento conduce a maggiori profitti, e permette di giungere, di conseguenza, ad un eNVP dinamico superiore rispetto al valore attuale netto tradizionale; allo stesso modo, si ottengono importanti “utili”, data la possibilità di limitare le perdite del progetto tramite le opportunità put, come l’opzione di contrarre o di abbandonare. Per lo studio in questione, sono state adoperate diverse tecniche di *real options pricing*, metodologie di valutazione che conducono a risultati simili tra loro. Si è dimostrato da un punto di vista concettuale, e con esempio pratico, che esistono ampi “margini di manovra” e diverse possibilità nei progetti immobiliari, nonostante essi siano caratterizzati da un alto grado di irreversibilità. Per il *real estate case study* sono state delineate diverse categorie di opportunità di esercizio del diritto nel corso dell’investimento: costruire unità aggiuntive all’interno dei fabbricati, cedere alcuni appartamenti o l’intero edificio, ritardare la realizzazione per un certo tempo oppure modificare la destinazione d’uso dello stabile.

Il *Real Estate project* in esame prevede un impiego di capitale di 720.000 euro per la realizzazione di un edificio di cinque appartamenti per un totale di 500 m^2 abitabili, affittati per cinque anni e ceduti alla fine dell’ultimo lasso temporale; effettuando valutazione classica tramite il *Discounted Cash Flows Method* risulta un VAN del piano base di 217.640 euro. Successivamente, l’analisi prosegue con l’inclusione del concetto di incertezza nell’investimento in questione; si considera, inizialmente, la possibilità di vendita della proprietà sia nella situazione in cui si verifichino risvolti positivi di mercato, che in presenza di congiunture sfavorevoli. Il valore del progetto aumenta quando la direzione si dimostra flessibile circa l’operazione di cessione. Quest’ultima si concretizza nel primo periodo se le circostanze sono negative oppure nell'ultimo anno in una situazione favorevole, poiché essi rappresentano i momenti ottimali di alienazione nei due casi ipotizzati. In tal modo, il NPV nel contesto dinamico descritto è di 270.711 euro, risultato maggiore rispetto al VAN dell'investimento standard.

In seguito, vengono effettuate quattro simulazioni in Microsoft Excel, in cui i canoni di locazione variano a seconda dei fattori di prezzo (che seguono dei percorsi casuali) e in base al *rent* del periodo precedente. Si considerano possibilità flessibili di vendita, ma attraverso lo sfruttamento della *Sale IF Statement Rule*, per la quale vi è l'alienazione dello stabile quando il prezzo di affitto per m^2 è superiore rispetto ad un dato valore soglia. Dall'analisi risulta che nel 75% dei casi la "regola di cessione" conduce ad un VAN del progetto superiore in confronto al NPV statico.

Successivamente, si effettua la ROA per l'investimento: in primis, si valuta l'opzione di differire l'esecuzione del piano di un anno tramite il metodo *Adapted Black & Scholes*. L'*investment outlay* viene scontato per il primo periodo al tasso privo di rischio allo scopo di definire gli input fondamentali per l'applicazione delle formule B&S. Determinati il valore attuale per l'impiego di capitale e il PV dei flussi di cassa del progetto, si calcola l'*option to defer value* pari a 8.577 euro attraverso le equazioni BSM; in seguito, si computa anche un risultato approssimativo per la RO di 8.331 euro derivante dalla "*Price the Space Table"*, la quale esprime il prezzo dell'opzione call come percentuale dell'asset sottostante. In entrambi i casi si ottiene un eNPV dinamico, che corrisponde rispettivamente a 226.217 euro e 225.971 euro, maggiore rispetto al VAN standard.

Nel paragrafo successivo, si svolge un'analisi riguardante l'*option to choose* tra la continuazione del piano base, l'espansione o la contrazione della scala dell'investimento. Tale facoltà può essere sfruttata nei primi tre periodi e viene valutata tramite il metodo dei Reticoli Binomiali. In ogni step, il *present value* del progetto, calcolato attraverso il DCFM, può aumentare del 20% o diminuire del 16%; inoltre, in ogni nodo si determina quale sia l'opzione che presenta un maggior valore in confronto alle altre e che, di conseguenza, viene esercitata. Nel caso dell'*option to expand* è richiesto un investimento addizionale di 120.000 euro per la costruzione di un appartamento aggiuntivo da 100 m^2, mentre con l'*option to* *contract* vi è un "risparmio di costo" di 360.000 euro dato che l'unità immobiliare da 150 m^2 viene ceduta; nella prima situazione il VA del progetto incrementa del 20% rispetto al piano standard, mentre nella seconda si riduce del 30%. Tramite un processo di ottimizzazione applicato ad ogni step, considerando il valore delle diverse tipologie di opzioni in ogni nodo, il "prezzo attuale" dell'opportunità di scegliere è pari a 122.106 euro; dalla somma di tale componente con il VAN definito attraverso il DCFM (217.640 euro) si determina l'eNPV pari a 339.746 euro. Invece, analizzando singolarmente le opportunità, l'*option to expand value* risulta di 67.528 euro con un VAN dinamico di 285.168 euro, mentre l'*option to contract value* è pari a 78.708 euro e conduce ad un eNPV di 296.348 euro.

Lo stesso approccio viene utilizzato per lo studio dell'opzione di conversione della residenza in spazio ufficio; quest'ultimo può essere affittato e ceduto a prezzi maggiori del 15% rispetto ai canoni e al valore di alienazione di un'abitazione. Tuttavia, lo *switch investment* richiede un esborso addizionale di 75.000 euro per la trasformazione (150 euro/m^2) e porta ad un incremento del tasso di sconto che diviene pari a 5,64%; dall'altra parte, il PV del progetto di conversione (1.049.378 euro) risulta superiore del 12% rispetto a quello del piano base (937.640 euro). Attraverso l'ottimizzazione e attualizzazione del reticolo binomiale, si determina l'*option to switch value* pari a 38.208 euro e il VAN dinamico è di 255.848 euro.

Invece, per definire il valore dell'opzione reale di abbandonare l'investimento entro i primi tre anni si utilizza il metodo degli Alberi Decisionali Sfocati. Tale opportunità consiste nella vendita dell'intero edificio per un prezzo pari a $1.200.000*0,98^t$ euro, in cui il secondo elemento rappresenta la componente tempo in base al periodo di riferimento. Data una volatilità dei flussi di cassa del progetto pari a 17,98% e una varianza della stessa del 5%, il range di valori possibili per la deviazione standard è [12,98%; 22,98%]; di conseguenza, si delinea una situazione diversa per ciascuno di questi tre *volatility values*, ognuna caratterizzata da differenti fattori di rialzo e di ribasso del PV del piano. Si effettua il processo di massimizzazione del reticolo, attraverso il confronto in ogni nodo tra la possibilità di continuazione del progetto e la facoltà di alienazione dello stabile. Date le tre diverse circostanze, l'eNPV fuzzy risulta rispettivamente di (480.000 euro; 481.567 euro; 480.000 euro). Considerato un coefficiente di adesione uguale a 1 nei casi medio e ottimo, ma di 0 in quello pessimo, il VAN dinamico sfocato medio è di 480.784 euro, e di conseguenza l'*option to abandon value* è pari a 263.144 euro.

Infine, l'opzione di espansione viene valutata tramite un approccio complesso, ossia il modello Datar-Mathews; nello studio in questione, è stato usato il software Oracle Crystal Ball per effettuare la Simulazione Monte Carlo, che costituisce la base del DMM. Come in precedenza, la possibilità di estensione richiede un investimento aggiuntivo di 120.000 euro per realizzare un'unità immobiliare addizionale da 100 m^2; le conseguenze di tale cambiamento sono: l'aumento dei ricavi di locazione, del prezzo di vendita dell'immobile e degli oneri. In seguito, si determinano i benefici, associati ai *Cash Inflows,* e i costi netti dell'operazione, legati ai *Cash Outflows,* derivanti dalla sottrazione tra flussi di espansione e *CFs standard.* La caratteristica fondamentale dell'approccio Datar-Mathews è il fatto che gli elementi positivi vengono attualizzati al tasso di sconto (4,89%), mentre quelli negativi al *risk-free rate (0,6%);* di conseguenza, il VA dei *net benefits* risulta pari a 208.835 euro, mentre il PV dei *net costs* è uguale a 144.146 euro; la differenza tra i valori attuali rappresenta l'oggetto della simulazione necessaria per il calcolo del prezzo dell'opzione di espandere. Infatti, tramite Oracle si ipotizza una distribuzione triangolare (min, medio, max) per le componenti di cassa, in base ad una volatilità del 17,98%, e si definisce una distribuzione normale per i due indici di sconto. Quindi, vengono effettuate 2000 prove Monte Carlo, per la determinazione dell'*option to expand value* pari a 65.021,81 euro, che corrisponde al valore medio dei risultati simulati.

Si nota come, in ciascuna situazione analizzata, le varie tipologie di RO incorporate nel piano o che derivano da cambiamenti dell'ambiente esterno conducano ad un VA del progetto superiore rispetto a quello statico-standard, in un contesto gestionale dinamico. Conseguentemente, l'investimento che già risulta profittevole da un punto di vista della valutazione tradizionale, presenta un guadagno maggiormente elevato dal momento in cui vengono considerati i diversi scenari futuri, si applica la ROT e si effettua la ROA; ciò avviene con il trascorrere del tempo grazie all'acquisizione di informazioni aggiuntive, alla risoluzione delle incertezze ed anche grazie alla flessibilità manageriale.

BIBLIOGRAFIA

1. Amram M., Kulatilaka N., (1999), Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Harvard Business School Press, Boston, MA.
2. Čirjevskis A., Tatevosjan E., (2015), Empirical Testing of Real Option in the Real Estate Market. Procedia Economics and Finance, Vol. 24, pp: 50-59.
3. Balducci D., (2006), La valutazione dell'azienda. Edizioni Fag Milano, nona edizione.
4. Bini M., Guatri L., (2007), La valutazione delle aziende. Egea.
5. Black F., Scholes M., (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, Vol. 81, pp: 637-654.
6. Bodie Z., Kane A., Marcus A. J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition, International Edition.
7. Brandão L., Dyer J., (2005), Decision analysis and real options: A discrete time approach to real option valuation. Ann. Oper. Res., 135(1), pp: 21–39.
8. Bravi M., (2009), Incertezza nella valutazione degli investimenti immobiliari: la teoria delle opzioni reali (Real Options Theory). Aestimum, 32.
9. Caballero R. J., Pindyck R. S., (1992), Uncertainty, investment, and industry evolution. National Bureau of Economic Research.
10. Cabanes A. M., De Egana A. H., Romero A., (2020), Real option analysis. The viability of real estate projects. Investment Management and Financial Innovations, 17(4), pp: 271-284.
11. Carlsson C., Fuller R., (2003), A fuzzy approach to real option valuation. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 139, pp: 297-312.
12. Collan M., Fuller R., Mezei J., (2009), A Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences, Research Article.
13. Copeland T., (2010), From Expected Cash Flows to Real Options. Multinational finance journal, quarterly publication of the Multinational Finance Society, 14, pp: 1–27.

14. Copeland T., Antikarov V., (2001). Real Options: A Practitioner's Guide, W.W. Norton & Company, New York.
15. Damodaran A., (2005), The Promise and Peril of Real Options. NYU Working Paper.
16. Lander D. M., Pinches G. E., (1998), Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. The Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, pp: 537-567.
17. Dias M. A. G., (2000), Real Option Evaluation: Optimization under Uncertainty with Genetic Algorithms and Monte Carlo Simulation. Working paper, Dept. of Electrical Engineering, PUC-Rio, Brazil.
18. Dixit A. K., Pindyck R. S., (1995), The options approach to capital investment. Real Options and Investment under Uncertainty-classical Readings and Recent Contributions. MIT Press, Cambridge, 6.
19. Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability, 12.
20. Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell, first edition.
21. Hoesli M., Morri G., (2010), Investimento immobiliare: mercato, valutazione, rischio e portafogli. Ulrico Hoepli Editore.
22. Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River-New Jersey, Pearson Education, sixth edition.
23. Cox J. C., Ross S. A., Rubinstein M., (1979), Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, Vol.7, pp: 229-263.
24. Benjamin J. D., Sirmans G. S., Zietz E. N., (2001), Returns and Risk on Real Estate and Other Investments: More Evidence. Journal of Real Estate Portfolio Management, Vol.7, pp: 183-214.
25. Kester W., (2001), Today's options for tomorrow's growth. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp: 33–46.

26. Kozlova M., Collan M., Luukka P., (2016), Comparison of the Datar-Mathews Method and the Fuzzy Pay-Off Method through Numerical Results. Panos Pardalos.
27. Kulatilaka N., Trigeorgis L., (1994), The general flexibility to switch: Real options revisited. International Journal of Finance, 6, pp: 778–798.
28. Bulan L., Mayer C., Somerville C. T., (2009), Irreversible investment, real options, and competition: Evidence from real estate development. Journal of Urban Economics, Vol. 65, pp. 237-251.
29. Longstaff F. A., Schwartz E. S., (2001), Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach. The Review of Financial Studies, 14, pp: 113–147.
30. Lucius D. I., (2001), Real options in real estate development. Journal of Property Investment & Finance, Vol. 19 (1), pp: 73-78.
31. Luehrman T., (1998), Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers. Harvard Business Review 76, 4, pp: 51–67.
32. Luehrman T., (2001), Strategy as a portfolio of real options. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp: 385–404.
33. Brandão L., Dyer J. S., Hahn W. J., (2005), Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. Decision Analysis 2, Vol. 2, pp: 69-88.
34. Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.
35. Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.
36. Uryniak M., (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4), pp: 315-324.
37. Marques N., Bastian-Pinto C., Brandão L., (2020), A Tutorial for Modeling Real Options Lattices from Project Cash Flow. Journal of Contemporary Administration.

38. Martzoukos S. H., Trigeorgis L., (1999), General multi-stage capital investment problems with multiple uncertainties. Working paper, University of Cyprus.
39. Morano P., Tajani F., Manganelli B., (2014), An application of Real Option Analysis for the assessment of operative flexibility in the urban redevelopment. Wseas Transactions on Business and Economics.
40. Moreno M., Navas J. F., (2001), On the robustness of Least-squares Monte Carlo (LSM) for pricing American derivatives. Working paper.
41. Morri G., (2019), Commercial Property Valuation: Methods and Case Studies. Wiley, first edition.
42. Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea.
43. Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.
44. Mun J., (2003), Real Options Analysis Course: Business Cases and Software. Wiley Finance.
45. O'Brien J. P., Folta T. B., Johnson D. R., (2003), A real options perspective on entrepreneurial entry in the face of uncertainty. Managerial and Decision Economics, 24(8), pp: 515-533.
46. Boyle P., (1977), Options: A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics, Vol. 4, pp: 323-338.
47. Boyle P., (1988), A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables. Journal of financial and quantitative analysis, Vol. 23.
48. Pomykacz M., Olmsted C., (2013), Options in Real Estate Valuation. The Appraisal journal, 81(3).
49. Rivoli P., Salorio E., (1996), Foreign direct investment and investment under uncertainty. Journal of International Business Studies, 27(2), pp: 335-357.
50. Merton R. C., (1973), Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, pp: 141-183.
51. Rocha K., Salles L., Alcaraz Garcia F. A., Sardinha J. A., Texeira J. P., (2007), Real estate and real options. Emerging Markets, 8, pp: 67-79.

52. Majd S., Pindyck S. R., (1987), Time to build, option value, and investment decisions. Journal of Financial Economics, Vol. 18, pp: 7-27.
53. Shen J., Pretorius F., (2013), Binomial option pricing models for real estate development. Journal of Property Investment & Finance, Vol. 31(5), pp: 418-440.
54. Titman S., (1985), Urban Land Prices Under Uncertainty. The American Economic Review, Vol. 75, pp: 505-514.
55. Titman S., Martin J. D., (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.
56. Trigeorgis L., (1995), Real options in capital investment: Models, strategies, and applications. Greenwood Publishing Group.
57. Trojanek M., Trojanek R., (2012), Profitability of investing in residential units: the case of real estate market in Poland in the period from 1997 to 2011. Actual Problems of Economics, Vol. 2, pp: 73-83.
58. Vimpari J., Junnila S., (2014), Value of waiting – option pricing as a tool for residential real estate fund divestment management. Property Management, Vol. 32(5), pp: 400-414.
59. Williams J., (1993), Equilibrium and options on real assets. The Review of Financial Studies, Vol. 6, pp: 825–850.
60. Williams J., (1991), Real estate development as an option. The Journal of Real Estate Finance and Economics, Vol. 4, pp: 191–208.
61. Wolski R., (2017), Risk and Return in the Real Estate, Bond and Stock Markets. Real Estate Management and Valuation, Vol. 25, pp: 15-22.
62. Huimin Y., Pretorius F., (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42(4), pp: 829–868.

Tesi di LAUREA MAGISTRALE

Dipartimento di IMPRESA E MANAGEMENT

Cattedra di OPERAZIONI STRAORDINARIE E VALUTAZIONE D'AZIENDA

TITOLO

"REAL OPTIONS & REAL ESTATE"

RELATORE

Prof. Eugenio Pinto

CANDIDATO

Emanuele Ivone

Matr. 716641

CORRELATORE

Prof. Alessandro Musaio

Anno Accademico 2020-2021

Introduzione

Secondo il criterio finanziario classico, un investimento viene valutato attraverso il metodo *Discounted Cash Flows* per il calcolo del Valore Attuale Netto del progetto tramite l'attualizzazione dei flussi di cassa derivanti dallo stesso. Tuttavia, tale approccio viene abbandonato tra gli anni '70 e '90, per lasciare spazio alla cosiddetta *Real Options Theory (ROT).* Quest'ultima si fonda su una nuova concezione di incertezza, la quale inizia ad essere giudicata positivamente in quanto fonte di opportunità: possibilità e minacce vengono considerate come opzioni reali, dato che in un contesto aleatorio l'investitore affronta il rischio di perdite potenziali, ma potrebbe ottenere maggiori guadagni. La *Real Options Analysis (ROA)* si basa su due presupposti fondamentali, quali: la concezione dinamica del tempo, data la facoltà di acquisizione di informazioni aggiuntive, e le potenzialità associate alla flessibilità del management. Tali fattori conducono ad un processo di creazione e distruzione delle opzioni reali, il quale influenza il valore complessivo del progetto, considerando la capacità della direzione di reagire agli stimoli e agli eventi esterni all'azienda. In un contesto dinamico, l'abilita principale consiste nel saper ottimizzare le operazioni con il trascorrere del tempo, dal momento in cui vi siano maggiori informazioni e l'incertezza venga risolta.

Lo studio empirico svolto consiste nella valutazione di un investimento immobiliare di costruzione tramite la ROA. Dato che la ROT rappresenta l'estensione della teoria delle opzioni finanziarie al mondo delle decisioni di impresa, nel primo capitolo vengono descritte le caratteristiche principali e i metodi di pricing degli strumenti derivati asimmetrici; inoltre, in tale sezione vi è un'introduzione alla *project valuation* e alla differenza tra NPV statico e dinamico. In seguito, nella seconda parte vengono presentate le varie tipologie di opzioni reali e si discutono le tecniche di analisi utilizzate per determinare il valore delle stesse. Successivamente, il terzo capitolo riguarda la valutazione dei *property investments*, con un focus sul mercato in esame e sui rischi e che caratterizzano il settore; vengono presentate situazioni pratiche in campo immobiliare, partendo da uno studio tradizionale sugli indici di profittabilità e sui flussi di cassa scontati multi-periodali, per giungere all'utilizzo flessibile delle RO. Infine, nell'ultima sezione, si disamina il *case study* riguardante un progetto di costruzione edile; quest'ultimo è valutato, in primis, tramite un approccio classico che consiste in report finanziari, di performance e DCFM. In seguito, si svolge un'analisi in base all'incertezza associata all'investimento in questione, considerando le varie opzioni reali esercitabili, tramite i metodi *Adapted Black & Scholes* e Reticoli Binomiali; nell'ultimo paragrafo, si effettua, invece, una ROA Complessa attraverso il modello Fuzzy Payoff, la Simulazione Monte Carlo e l'approccio Datar-Mathews.

1. Le Opzioni e la Valutazione di Progetto

Le opzioni sono strumenti finanziari che conferiscono al titolare il diritto di acquistare (Call) o vendere (Put) una specifica quantità di asset ad una determinata data di scadenza, o entro tale, e ad un prestabilito prezzo di esercizio; un soggetto eserciterà tale facoltà solo se ne potrà trarre convenienza economica. Le opzioni possono essere utilizzare per prendere posizioni corte o lunghe sugli indici di mercato o su singoli titoli, beneficiando di un eventuale rialzo o ribasso dei prezzi dei suddetti. Quando si tratta di una call, l'esercizio avverrà solo se il prezzo del sottostante sarà superiore allo *strike price,* viceversa in caso di una put. Inoltre, le opzioni finanziarie possono essere distinte in europee, se permettono al possessore di sfruttare il diritto esattamente alla scadenza del contratto, oppure americane, quando il titolare può usufruirne in ogni momento fino a tale data. Il prezzo pagato all'acquisto dello strumento derivato rappresenta il premio che non è restituibile all'investitore, dato che gli concede la facoltà descritta, e che viene incassato dal venditore; esso sarà influenzato da *asset* e *strike price,* vita residua, tasso di interesse, dividendi e volatilità.

Definite le caratteristiche e le determinanti principali dell'*option value,* si analizzeranno i diversi modelli per "prezzare le opzioni". Essi sono continui nel caso in cui il valore dell'asset subisce cambiamenti frequenti, oppure discreti se le variazioni avvengono in momenti temporali precisi. L'approccio più diffuso nell'ambito della prima categoria è quello di Black-Scholes-Merton, il quale si basa su una formula matematica per il calcolo del valore di non arbitraggio di un'opzione di tipo europeo, in cui si assume che il processo stocastico che descrive l'evoluzione del prezzo nel tempo sia un moto browniano geometrico. B&S derivarono tale metodo partendo dalla costruzione di un portafoglio privo di rischio costituito da unità dell'asset e dell'opzione; inoltre, ipotizzarono che il cambiamento percentuale del valore del sottostante in un periodo di tempo breve segua una distribuzione log-normale. Dato che il prezzo dell'opzione e dello stock sono legati alla stessa fonte di incertezza, ossia l'*asset value,* in un *risk-neutral world* il ritorno atteso del sottostante è il tasso privo di rischio e il payoff del derivato viene scontato per lo stesso indice. Le formule di Black & Scholes per il calcolo dei prezzi al tempo zero di opzioni call (c) e put europee (p) su titoli che non pagano dividendi sono:

$$c = S_0 N(d1) - Ke^{-rT}N(d2) \qquad p = Ke^{-rT}N(-d2) - S_0 N(-d1)$$

$$d1 = \frac{ln\left(\frac{S0}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}.$$

N(x) è la funzione di distribuzione di probabilità cumulativa per una normale standardizzata, S_0 il valore attuale dell'asset, *K* lo *strike price*, *r* il *risk-free rate*, σ la volatilità dello *stock price* e *T* il tempo per la scadenza del diritto.

La seconda metodologia analizzata sarà quella del Modello Binomiale, un approccio in tempo discreto che è stato elaborato da Cox, Ross e Rubinstein. Il metodo CRR assume che, in ogni intervallo di tempo, il prezzo del sottostante possa avere solamente due risultati, uno per l'incremento e l'altro per la riduzione (*up e down*); si indica con *p* la probabilità di aumento, e con *1-p* la possibilità contraria di decremento. Si utilizzano i cosiddetti Alberi Binomiali, diagrammi che rappresentano le differenti "*random walks*" che il prezzo dell'azione può seguire durante la vita dell'opzione; ad ogni step, vi è una data possibilità di rialzo o ribasso dello *stock price* per una certa quantità percentuale (*u* o *d).* Si suppone, quindi, che il derivato scada al tempo T e che durante la sua esistenza il valore del sottostante si muova da S_0 ad un livello superiore S_u, dove u >1, oppure verso il basso a S_d, con d<1. Allo stesso modo, *l'option payoff* è f_u in condizioni favorevoli e f_d in circostanze negative; di conseguenza, dato il tasso privo di rischio *r,* nel caso di albero binomiale ad uno-step il prezzo corrente f_0 dell'opzione risulta:

$$f_0 = e^{-rT}[p * fu + (1-p) * fd]$$

$$p = \frac{e^{rT}-d}{u-d} \qquad u = e^{\sigma\sqrt{T}} \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{T}}.$$

L'ultimo approccio analizzato per *l'option pricing* è la Simulazione Monte Carlo, che assume un ambiente neutrale al rischio e in cui si generano una serie di possibili andamenti del prezzo del sottostante per calcolare il valore di un'opzione. Alla base di questo modello stocastico vi è la generazione di numeri casuali e l'utilizzo di un algoritmo che permetta di creare un campione di valori coerenti con il possibile andamento dell'*asset price (S)*, così da ottenere il *payoff* atteso e scontarlo al tasso *risk-free*. Per simulare il percorso di S, si divide la vita dell'opzione in N brevi intervalli di lunghezza Δt e si definisce l'equazione:

$$S(t+\Delta t) - S(t) = \hat{\mu} S(t)\Delta t + \sigma S(t)\epsilon\sqrt{\Delta t},$$

in cui S(t) denota il valore di S al tempo t, ε è un campione random, μ rappresenta il ritorno atteso e σ la volatilità. Ciò, permette di calcolare il prezzo di S al tempo T partendo dal suo valore inziale:

$$\mathrm{S(T)} = S(0)\exp\left[\left(\hat{\mu} - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma\epsilon\sqrt{T}\right].$$

La media dei *payoffs* è scontata al tasso *risk-free* per ottenere una stima dell'*option value*. Come si può notare, i metodi MC sono particolarmente utili nella valutazione di opzioni con molteplici fonti di incertezza.

Le tecniche di *pricing* descritte verranno sfruttate, con opportuni adattamenti, nell'ambito della ROA. L'approccio che si utilizzerà per l'analisi empirica successiva sulla valutazione degli investimenti immobiliari sarà quello dell'eNPV Strategico, o Valore Attuale Netto Dinamico. Per tale motivo, in primis verrà definito il concetto di VAN Standard, calcolato tramite il *Discounted Cash Flow Method*. Questo approccio viene utilizzato per la valutazione di un business, un progetto o *assets* finanziari. La formula del VAN è:

$$VAN_0 = -CF_0 + \sum_{t=1}^{N} \frac{CF_t}{(1+r)^t},$$

dove CF_t e *r* rappresentano rispettivamente il *cash flow* al tempo *t* e il tasso di sconto; dal momento in cui il Valore attuale netto è maggiore di zero, il progetto viene accettato. Il *value* del piano è dato dalla somma di *Equity* e Debito. Esso dipende dai CFs: $PFCF = NOPAT + D/A - \Delta WC - CAPEX$, dove NOPAT è il profitto operativo netto dopo le tasse, D/A l'ammortamento, ΔWC la variazione di capitale circolante netto e Capex la *capital expenditure.* Nel DCFM, il *present value* dell'investimento è determinato attraverso l'attualizzazione dei flussi di cassa al costo opportunità del capitale Wacc:

$$wacc = k_d(1-T)w_d + k_e w_e,$$

dove w_d e w_e sono i pesi del debito e dell'*equity*, T è l'aliquota di tassazione, k_d e k_e rappresentano costo del debito e del capitale proprio.

Lo svantaggio del DCFM e del VAN Standard è l'ipotesi di un ambiente statico o passivo. Conseguentemente, l'approccio che si utilizzerà principalmente in questa valutazione degli investimenti immobiliari sarà l'Analisi delle Opzioni Reali, la quale considera sia la "*shareholder value creation*" che la "*managerial flexibility*", e porta una soluzione al problema riguardante il costo del capitale. In questo contesto, gli investimenti e i *cash flows* sono contingenti al modo in cui il futuro evolve, dato che, con nuove occasioni di business, si può sviluppare una nuova strategia, per cui l'incertezza diviene opportunità. Nella ROA si valutano anche le decisioni della direzione, le quali conducono all'incremento della flessibilità (dell'option premium), e che risultano nell'aumento del valore del progetto, riducendo le perdite o aumentando i profitti. L'eNPV Dinamico è determinato:

eNPV STRATEGICO = NPV STATICO + PREMIO DELL'OPZIONE,

dove il VAN strategico è definito di "espansione", quello statico rappresenta la gestione passiva, mentre *l'option premium* è il valore delle opzioni derivanti dall'azione del management attivo e dagli effetti di interazione di competizione, sinergia e dipendenza interprogetto.

2. Le Opzioni Reali

La teoria delle *Opzioni Reali* consente di attribuire un valore al concetto di opportunità, elaborando l'incertezza in modo non convenzionale, ossia considerando la stessa sotto un aspetto positivo e negativo. L'opzione reale è il diritto di conseguire un vantaggio derivante da una possibilità in un ambiente caratterizzato da *uncertainty*, e in virtù di quest'ultima è possibile attribuire un premio all'attesa o al differimento di una decisione, in quanto in tal modo è possibile acquisire nuove informazioni. La ROT (real options theory) è un metodo di valutazione e di gestione degli investimenti strategici in presenza di flessibilità: chi si espone all'incertezza affronta il rischio di perdite potenziali, ma può anche incorrere in maggiori guadagni. Il successo di un'azienda dipende anche dalla capacità di reagire agli stimoli dell'ambiente esterno, attraverso la creazione e la distruzione di opzioni attive e passive che influenzano il valore dell'impresa. Conseguentemente, la ROA applica tecniche di valutazione delle opzioni nelle decisioni di *budgeting* del capitale. *L'option* in questo caso darà il diritto di intraprendere determinate iniziative di business (attività reali) come contrarre, organizzare, abbandonare, espandere o rinviare il progetto. Secondo la ROT, incertezza e rischi conducono ad informazioni di valore, tramite cui i manager possono apportare le dovute correzioni durante il corso del piano attraverso cambiamenti nelle decisioni e nelle strategie.

Come detto in precedenza, la valutazione tradizionale aziendale presenta delle limitazioni, poiché si basa sull'analisi dei flussi di cassa attesi e dei tassi di sconto, ma fallisce nel considerare la miriade di opzioni associate agli investimenti. La prima tipologia illustrata è l'*option to defer*, la quale fornisce alla direzione flessibilità per quanto riguarda il momento di avviamento di un progetto e, per questo, rappresenta un'Opzione *Call* in stile Americano. Il valore attuale dei flussi di cassa attesi assume, quindi, un ruolo simile al sottostante nelle opzioni finanziarie; il mantenimento in vita dell'*option*, comportando un ritardo nell'effettuazione dell'*investment*, può comunque determinare una perdita di valore con effetto assimilabile alla distribuzione di un dividendo nei derivati asimmetrici. Inoltre, la decisione di eseguire il progetto comporta un costo analogo al prezzo di esercizio di un'opzione tradizionale. Attraverso la tattica di differimento, l'impresa può troncare il rischio di ribasso, grazie ad una riduzione dei costi poiché il management non eseguirà mai una "cattiva" strategia, e allo stesso tempo proteggere il potenziale di rialzo del *project value*. Il prezzo dell'*option to abandon* è: Max $(V\text{-}I_1;0)$, dove V rappresenta il PV(CF) e I_1 il costo iniziale in t1.

Per quanto riguarda l'*Option to Expand*, in molti casi le imprese effettuano un investimento perché ciò permette di intraprenderne altri o di entrare in nuovi mercati in futuro. La società decide di eseguire il progetto se il valore attuale dei flussi di cassa attesi in quel momento è maggiore rispetto al "*cost of entering the market*". In alcuni casi, le aziende hanno l'opzione di immettersi nei settori per stages; questa strategia riduce un rialzo potenziale del valore dell'investimento, ma allo stesso tempo protegge l'impresa dal "*downside risk*", poiché essa ad ogni "nodo" può decidere se continuare e raggiungere lo step successivo. In altre parole, uno standard *project* può "cambiare forma" fino a divenire una serie di opzioni di estensione; la direzione ha quindi l'occasione di esercitare la facoltà qualora le condizioni si rivelassero favorevoli. Nel modificare la scala delle operazioni, per catturare un CF aggiuntivo (x% di V) si effettua un investimento addizionale di espansione I_E: $Investment\ opportunity = V + \max\ (x\% * V - I_E, 0)$.

In seguito, vi è l'Opzione di Abbandonare un progetto quando i flussi di cassa non raggiungono le aspettative. Si suppone che "V" sia il valore residuo di un *project* se esso continua fino alla fine, e "L" il valore della sua liquidazione nello stesso momento temporale. Considerando una durata dell'investimento di "n" anni, il *payoff* derivante dall'opzione di uscita sarà: 0 se V > L, oppure L-V se V ≤ L.

Si fa riferimento ad *un'american put option*. Si assume che con un impiego di capitale nel settore immobiliare non ci si aspetti di perdere valore con il passare del tempo, ma in un mondo reale vi potrebbe essere una decrescita man mano che l'edificio "invecchia". In generale, lo scopo principale è quello di lasciare il progetto, se vi è l'opportunità, limitando così almeno parzialmente le perdite, poiché si tratta di un investimento che ad un certo punto si rivela svantaggioso. Si tratta di un'opzione sul valore corrente V del piano, con prezzo di esercizio dato dalla "miglior alternativa d'uso" A: $V + \max\ (A - V, 0) = \max\ (V, A)$.

Invece, l'*option to contract* consente di diminuire le dimensioni del progetto per far fronte a nuove condizioni di mercato; quando le circostanze sono sfavorevoli la direzione potrà ridurre la scala delle operazioni (*put option*), le quali potrebbero essere interrotte parzialmente o in toto per salvare parte dei costi di investimento pianificati. In seguito, di altro tipo è la *Switching Option*, la quale fornisce il diritto di spostarsi verso nuovi sets di condizioni operative di business. Le opzioni di conversione del prodotto riguardano la variazione dell*'output mix* in base al valore delle diverse alternative. Infine, si può considerare l'*option to choose*, la quale implica che il management abbia flessibilità nella scelta tra differenti possibilità.

Le tipologie di opportunità presentate vengono valutate attraverso metodi particolari di *pricing.* Si analizzerà per primo il modello *Adapted B&S* di Luehrman, il quale produce output quantitativi che possono essere utilizzati ripetutamente in diversi *projects*. Al fine di determinare il valore delle opzioni reali, si sfrutteranno la "*B&S option-pricing table*" oppure le formule di Black&Scholes. Il VAN e il prezzo dell'opzione reale divergono quando la decisione di investimento può essere differita, poiché ciò porta alla nascita di due fonti di valore addizionali. Il primo è *NPVq*, il quale si può ottenere impiegando capitale in seguito piuttosto che ora: $NPVq = \frac{S}{PV(X)}$, dove *S* è il *project value* e *PV(X)* il valore attuale dell'esborso iniziale. Il secondo fattore è la Volatilità Cumulata, legata al fatto che, mentre si attende, il prezzo dell'*asset* può cambiare; si quantifica il livello di incertezza associata ai CFs attraverso la misura più comune di dispersione: la varianza σ^2. In particolare, si parla di "*cumulative variance*", dato che essa viene moltiplicata per il numero di intervalli: $\sigma^2 t$. Ora, conoscendo le nuove metriche dell'opzione *call*, NPV_q e $\sigma\sqrt{t}$, si possiedono le informazioni utili per valutare il piano come una *European option*. Grazie a queste due componenti sugli assi, si può utilizzare la tavola "*Price the Space B&S*", la quale esprime il prezzo di un'opportunità *call* come percentuale del valore del progetto. Si riscrivono le equazioni B&S come:

$$\frac{C}{S} = N(d1) - \frac{N(d2)}{NPVq}, \quad d1 = \frac{\ln[\text{NPVq}]}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2}, \quad d2 = d1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Un secondo approccio riguarda il metodo dei Reticoli Binomiali, il quale si focalizza sull'uso degli alberi ricombinati di decisione per modellare l'incertezza e valutare la flessibilità manageriale. Il modello Lattice proposto da Cox, Ross e Rubinstein nel 1979 viene implementato per prezzare le opzioni finanziarie; per tale motivo, questa metodologia richiede delle modifiche per poter essere utilizzata nell'ambito delle *real options*: Copeland e Antikarov proposero di considerare i flussi di cassa come dividendi. Il metodo CRR consente di calcolare il prezzo di un'opzione di tipo americano; per la sua implementazione, si considera il derivato di un *asset* che ha un prezzo corrente S_0 e volatilità σ, e ad ogni step il *value* del sottostante viene moltiplicato per una variabile random che può risultare in due valori, *u* oppure *d*. Se *p* è la probabilità neutrale al rischio e *r* il *riskfree rate*:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \qquad d = \frac{1}{u}, \qquad p = \frac{(1+r)^{\Delta t} - d}{u - d},$$

dove *u* e *d* sono rispettivamente i moltiplicatori *up* e *down* degli step lattice. Nell'ultimo periodo "n", rappresentante il momento di scadenza, le opzioni, che definiscono un procedimento di massimizzazione, possono essere esercitate sui valori di S_n ad ogni nodo. In seguito, ci si muove al lasso temporale precedente (*n-1*), e si ripete l'ottimizzazione per ogni step, ma questa volta tenendo presente anche del valore di continuazione, che consiste nel *present value* dei futuri nodi attesi scontati al tasso privo di rischio e pesati dalle probabilità *p* e (*1-p*). Si assume che il progetto sia il sottostante e che il suo "prezzo di mercato" sia il valore attuale dell'investimento stesso (V_0); Copeland e Antikarov definiscono questo presupposto come *Market Asset Disclaimer (MAD*). L'approccio binomiale consente alle opzioni reali di essere esercitate per induzione retroattiva o massimizzazione all'indietro di V lungo i nodi reticolari. Quando si raggiungerà il punto iniziale, si avrà un prezzo del progetto aumentato dall'esercizio ottimale delle RO, che può essere chiamato "*expanded present value*" (V_0*), ossia: $V_0^* = V_0 + RO$.

Infine, vi sono modelli per professionisti: verranno presentati il *Datar-Mathews* e il *Fuzzy Payoff*, i quali sfruttano la programmazione dinamica per l'analisi. Il DM *real option valuation method* si basa sulla simulazione Monte Carlo per catturare l'incertezza in progetti di investimento. Il modello generato include importanti variabili (che influenzano il profitto) per i costi e per i ricavi che insieme formano le basi per il calcolo dei flussi di cassa annuali in entrata e in uscita, i quali poi verranno scontati tramite tassi separati. Il metodo può essere inteso come un'estensione dell'approccio Monte Carlo multiscenario del VAN con aggiustamento per l'avversione al rischio e per il processo decisioniale economico; si attualizza la distribuzione degli utili operativi per l'indice di mercato *R*, e la *distribution* dell'investimento con il *risk-free rate r*. Dunque, il *value* dell'opzione reale sarà il valore atteso massimo della differenza tra le due distribuzioni scontate oppure zero. Il modello DM è vantaggioso dato che non richiede la determinazione di sigma (incertezza) o S_0 (prezzo corrente del progetto); inoltre, si evita il requisito della conversione in valori *risk-neutral* e la "restrizione log-normale".

Invece, il Fuzzy Payoff Method si basa su diverse previsioni di flussi di cassa definite dal management. Dagli NPV di scenario viene generata una distribuzione sfocata di profitto per il progetto e, di conseguenza, si determina *l'option value.* Un *fuzzy number* è una generalizzazione di un valore reale regolare, nel senso che non si riferisce ad un singolo numero, ma piuttosto ad un insieme connesso di valori possibili, dove ognuno ha il proprio peso tra 0 e 1, determinato da una funzione di appartenenza; i calcoli di questo tipo consentono l'incorporazione dell'incertezza sui parametri. Il valore dell'opzione reale da una distribuzione *fuzzy pay-off* (triangolare o trapezoidale) viene definito utilizzando tre o quattro scenari di flussi di cassa, quali: minimo (risultato più basso possibile), massimo (il più alto) e uno o due "migliori stime" (probabilità maggiore di accadimento). Il *real option value* è il possibile valore medio degli NPV *fuzzy* maggiori di zero moltiplicato per l'area positiva del VAN sfocato, tutto diviso per la superficie totale del NPV *fuzzy* (positiva + negativa). Mentre il DM si basa sulla teoria della probabilità, il FPOM si fonda su quella della possibilità: l'incertezza viene trattata in maniera dissimile.

3. Valutazione degli Investimenti Immobiliari

La *Real Options Analysis* può essere utilizzata per la valutazione dei progetti immobiliari. Principalmente, vi sono due motivazioni che spingono l'attore economico ad acquisire un possedimento urbano: vantaggi derivanti dal "consumo" della proprietà, oppure assicurarsi un flusso di entrate future considerando, quindi, l'esborso come un investimento. I soggetti che impiegano capitale nel settore *real estate* comprano un immobile per raggiungere due benefici possibili: un flusso di ricavo derivante dallo sfruttamento dello stabile produttivo in un certo periodo e il profitto risultante dall'aumento di valore nel tempo (*capital gains).*

Il *Real Estate Market*, per varie ragioni, non è perfetto e presenta connotazioni simili a strutture monopolistiche (o oligopoli). La motivazione principale è l'eterogeneità tra le proprietà. L'imperfezione di tale mercato deriva anche dalla mancanza di trasparenza nei meccanismi di generazione dei prezzi, data la difficoltà nell'ottenere informazioni complete sulle transazioni. L*'investment value* in tale settore misura l'importanza per il titolare dei flussi in entrata che lo stabile produrrà in futuro; esso riflette le ipotesi che l'investitore assume riguardo: l'abilità dell'immobile di generare reddito, il periodo di detenzione più probabile, il prezzo di vendita finale, la tassazione e gli strumenti di finanziamento disponibili. Le operazioni di *property investment* possono essere distinte in tre tipologie principali:

- Progetti di sviluppo, in cui il terreno e l'edificio costituiscono il prodotto che viene venduto all'utilizzatore finale;
- Proprietà *income-producing*, i benefici economici sono rappresentati dai canoni futuri al netto delle spese operative;
- *Trading operations*, i fabbricati sono venduti in un breve periodo di tempo per ottenere una plusvalenza.

Il processo di analisi si basa sull'adattamento delle tecniche di *capital budgeting* a questo contesto e sulle varie tipologie di rischio caratteristiche del settore. Il *capital market risk* è associato alla variazione degli *interest rates* e, di conseguenza, al tasso privo di rischio e al *risk premium* degli investimenti immobiliari. Il *liquidity risk* genera un trade-off tra la vendita dello stabile e il suo prezzo: non vi è una definizione di "tempo normale" per la cessione del fabbricato. Si considera, in seguito, il *financial structure risk* legato al ricorso al debito e alla conseguente possibilità di insolvenza. Dato che tale passività ha priorità rispetto all'*equity*, il denaro a disposizione per remunerare quest'ultimo è residuale, con un effetto leva che diventa tanto maggiore quanto è più alto il prestito da restituire. L'indebitamento permette di eseguire progetti anche se non si dispone dei fondi necessari, migliorando il rendimento del capitale impiegato e sfruttando il vantaggio derivante dai benefici fiscali. Il livello di *leverage* è misurato dalla relazione tra *equity* e valore totale della proprietà. Invece, *l'economic risk* dipende da fattori esterni, come per esempio: perdite di credito sugli affitti, la posizione dell'edificio, la volatilità del mercato. In seguito, il rischio tecnico deriva dalle caratteristiche interne del bene, come la destinazione specifica o le connotazioni di qualità dell'immobile. L'ultima tipologia di incertezza è quella normativa, che riguarda gli aspetti amministrativi, fiscali, contrattuali, autorizzativi e legislativi.

Lo studio di efficienza economica di un investimento immobiliare inizia con la valutazione e il confronto di costi e ricavi generati dallo stesso, per la determinazione dei flussi di cassa tramite il DCFM. Gli elementi attivi di un *cash flow* generico in questo contesto sono le entrate derivanti dalla locazione e il valore di recupero dell'investimento alla fine del periodo di detenzione. Per stimare il reddito lordo di una proprietà in uso servono informazioni riguardanti il canone, l'esistenza di arretrati nel pagamento degli affitti e il volume di sfitto. In seguito, si va a performare l'analisi sui parametri che influenzano il costo del reddito operativo netto, il quale può variare a seconda del tipo di immobile o in base alle diverse aree del paese; in particolare, gli esborsi considerati sono: gestione, spese per servizi, assicurazione, manutenzione e tasse. Un altro flusso in entrata positivo è rappresentato dal probabile prezzo di vendita del *real estate* alla fine del periodo di detenzione; esso si basa sulla previsione della relazione utile operativo netto-*market price*. Il valore della proprietà è il quoziente tra il *net operating income* dell'ultimo anno di investimento e il tasso di capitalizzazione. Infine, se l'investitore decide di utilizzare un prestito per finanziarie parzialmente l'acquisto dello stabile, allora si dovrà inserire una rata annuale di ammortamento del debito, la quale sarà sottratta dall'utile netto operativo per definire i *free cash flows to equity* annuali.

Il DCFM si basa sulla formula del *Present Value*, definito come la somma dei CFs attualizzati tramite un appropriato *discount rate*. Come tasso di riferimento può essere usato il costo marginale del capitale, o approccio "*cost as capital opportunity*", concetto basato sul guadagno massimo che chi investe può raggiungere impiegando i fondi in progetti alternativi caratterizzati dalla stessa esposizione rischiosa. I CFs sono destinati a remunerare e rimborsare tutti i fornitori di "ricchezza", quindi sia creditori che azionisti; di conseguenza, il tasso di sconto utilizzato per attualizzare i FCFO può essere identificato come *weighted average cost of capital (wacc),* il quale dipende da costi e pesi delle due forme di capitale. *Il cost of debt* K_d esprime l'onere corrente richiesto dal mercato per finanziare immobili simili a quello valutato, operazioni in cui il collaterale è il fabbricato stesso; tale indice è suddiviso in due componenti: tasso base (*Swap Interest Rate)* e margine richiesto dalle banche, ossia lo *spread* che gli istituti applicano al prestito per l'acquisto della proprietà. Dall'altra parte, il *cost of equity* K_e rappresenta il ritorno totale richiesto dagli investitori per impiegare il loro denaro in *real estate* simili in termini di rischio; viene stimato sulla base di due elementi: *risk-free rate* (ritorno dei Titoli di Stato a 5 o 10 anni) e *risk premium,* che varia a seconda dell'abilità dell*'investor* di accettare il pericolo di fallimento. Alternativamente, il *discount rate r* può essere definito come somma tra il tasso di crescita dei ricavi *g* e il tasso di capitalizzazione *going-out cap rate y,* definendo la formula: $r=g+y$.

Gli scenari futuri dei flussi di cassa influenzano il PV derivato con il DCFM. Attraverso un'analisi di queste situazioni si può cogliere il valore "nascosto" della flessibilità, rivelando opportunità o pericoli per il management e conducendo ad una revisione del prezzo dell'asset o del pro forma originale. Per tale scopo, si può sfruttare una "*distribution of future outcomes*", derivante da una simulazione in cui il dominio è l'intervallo di tutti i possibili risultati, mentre la frequenza (densità) rappresenta la probabilità relativa ad ogni valore. Tale procedura è fondamentale per avere le informazioni per un'analisi quantitativa sull'investimento, includendo variabili come prezzi, costi, domanda, rendimenti, tassi di crescita. La simulazione potrà assistere la direzione nelle decisioni e nella gestione dell'incertezza per le opportunità immobiliari, grazie alle sue caratteristiche principali: focus vasto, velocità e campionamento. In primis, si determinano i fattori di prezzo, i quali forniscono un modo per riflettere l'*uncertainty* nel tempo all'interno del DCF pro forma e che permettono di incorporare le possibilità di accadimento dei parametri rilevanti, come i ricavi. *Il pricing factor* (PF) è un "ratio" che moltiplica il singolo flusso di cassa originale (caso base) per giungere al *cash flow* futuro per un dato scenario: *Future scenario cash flow outcome = (unbiased pro forma cash flow) x (pricing factor).* Si delinea un processo stocastico, dato che l'incremento casuale di prezzo dipende dal suo livello precedente.

Come detto, i progetti immobiliari che presentano un certo grado di flessibilità sono analizzati tramite l'approccio *Real Options.* Infatti, nel *real estate investment* l'incertezza è di particolare interesse, poiché dovuta, per esempio, al processo di sviluppo e al ciclo di vita del bene, i quali complicano la previsione del valore. Nell'ambito dei progetti di costruzione edile, gli immobili sono costituiti dal terreno, il quale consiste nel sito e nella posizione, e dalla struttura, ossia l'edificio che genera valore. La differenza sta nel fatto che in un *development project* si crea un gap temporale, poiché si ricevono i flussi in entrata solo dopo che lo stabile viene completato, quindi vi è un "*time-to-build*" tra la decisione di esecuzione e l'ottenimento dei profitti. In un certo senso, il terreno può essere inteso come un'opzione call sullo sviluppo immobiliare, in cui il sottostante è il valore dell'edificio completo e il prezzo di esercizio il costo di costruzione.

In seguito, si fa riferimento a tipologie di flessibilità riguardanti la scala dimensionale o il tipo di *real estate* che il *development project* produce (opzioni di prodotto). In generale, l'opzione di espansione riflette l'abilità del proprietario di aggiungere una quantità di spazio al fabbricato rispetto al "piano base". Si tratta di *un'option* offensiva, la quale permette di ottenere vantaggi se si verificano circostanze migliori rispetto a quelle attese dal *real estate market*. Vi può essere un'estensione orizzontale o verticale: nel primo caso si fa riferimento alla costruzione di più strutture su terreni addizionali, mentre nel secondo di piani in altezza. Per quanto riguarda, invece, la flessibilità "*product mix*" consiste nell'opzione di cambiare i tipi di prodotti in corso di esecuzione; è chiamata anche *switching option*. Si tratta di una possibilità di conversione dei fabbricati in *estate* di altro tipo, a seconda del processo di realizzazione o della destinazione d'uso. Questa categoria di opportunità è sia offensiva che difensiva perché spinge la curva *target* verso maggiori profitti, ma allo stesso tempo permette di evitare risultati al ribasso. Dall'altro lato vi sono le opzioni sulla tempistica, tra cui la facoltà di differire, riguardante la decisione del proprietario terriero sul momento di inizio del progetto; si tratta di una *call option* sulla costruzione dell'*asset:* esecuzione dell'investimento in condizioni di rialzo oppure attesa in casi negativi. Vi sono dei *tools* fondamentali per ottenere il valore della flessibilità nell'ambito del *real estate management;* per esempio si possono affiancare alla tradizionale analisi DCF due aggiunte metodologiche:

- Estensione dell'orizzonte temporale di previsione, così da poter definire il momento ottimo di vendita immobiliare;

- *IF Statements*, ossia “vincoli” che consentono di automatizzare il processo di *decision-making* della direzione quando si verificano le condizioni pre-specificate per una gestione attiva e di intervento.

In tal modo si può includere l’incertezza, la quale influenza le fasi di sviluppo di uno stabile: per i *construction costs* la variabilità viene risolta con il passare del tempo, dato che la loro fluttuazione dipende da una pianificazione errata; invece, l’*uncertainty* legata ai cambiamenti nei canoni di locazione, nelle tasse e nelle spese operative è maggiormente complessa.

4. Case Study: ROA del Progetto di Costruzione Immobiliare

Il progetto immobiliare, oggetto della seguente valutazione empirica, è eseguito da una società di costruzioni che, nel caso analizzato, si occupa di realizzare un edificio nella città di Pescara; si tratta di un’operazione di acquisto del suolo e generazione del fabbricato. Questo stabile di prima fascia è diviso in cinque appartamenti di dimensione diversa per un totale di una superficie abitativa di 500 m^2. Il progetto prevede di completare i lavori in un solo anno, affittare gli spazi per i cinque anni successivi e vendere il *real estate* alla fine dell’ultimo periodo. Si considera un impiego di denaro di 720.000 euro, finanziato da capitale di rischio per il 40% (288.000 euro Equity) e da un mutuo a 25 anni per la restante parte (60% Capitale di debito, 432.000 euro) con un tasso fisso di interesse per il prestito dell’1,23% annuo. Dopo un’attenta analisi di mercato, si definiscono alcune informazioni fondamentali per una valutazione, attraverso il criterio finanziario, dei flussi di cassa scontati (DCFM):

- Tasso ipotetico di crescita dei ricavi di affitto del 3% annuo. Il canone nel primo periodo sarà di 7,10 euro per m^2 (mensile);
- Tasso ipotetico di aumento degli oneri di affitto del 2% annuo;
- Prezzo di vendita corrente del fabbricato 1.200.000 euro;
- Aumento vetustà annua (obsolescenza) dell’edificio del 2%;
- *Going out cap rate* pari al 1,89%;
- Tasso di sfitto del 3%.

L'importo del *monthly rent* (per i 500 m^2) viene poi moltiplicato per 12, al fine di determinare il ricavo lordo potenziale annuale; in seguito, si applica un tasso del 3% sul RLP per il calcolo del valore di sfitto. Infine, si va a computare il ricavo lordo effettivo come: Ricavi Effettivi = Ricavi Potenziali – Sfitto. Per quanto riguarda il flusso positivo derivante dalla cessione dello stabile, dato un tasso di aumento della vetustà annua del 2%, il valore di vendita all'anno 5 sarà: 1.200.000*(1-2%*5) = 1.080.000 euro. Invece, le *operating expenses* da sostenere nel primo anno sono (per l'intero edificio): assicurazione immobiliare di 750 euro, spese per servizi pari a 5.000 euro, oneri di gestione di 2.500 euro e costi di manutenzione pari a 7.500 euro. Attraverso la detrazione di tali oneri dai REL, si definisce il reddito di esercizio lordo. A quest'ultimo viene applicata un'aliquota fiscale di 28,95%, calcolando così l'utile operativo netto come:

$$Utile\ Op.Lordo\ =\ Ricavi\ Eff.Lordi - Spese\ Operative\ (escl.Tassazione),$$

$$Utile\ Operativo\ Netto\ =\ Utile\ Operativo\ Lordo\ (1-\ aliquota\ fiscale).$$

In seguito, dalla somma tra il tasso di capitalizzazione in uscita e l'indice di crescita dei ricavi, si computa il tasso di attualizzazione:

$$OG\ Cap + Revenues\ Growth\ Rate = Discount\ Rate = 1{,}89 + 3\%\ =\ 4{,}89\%.$$

I flussi di cassa vengono scontati per l'indice di riferimento e il Valore Attuale Netto del progetto, dedotto dell'esborso iniziale, risulta di 217.640 euro.

Successivamente, l'analisi prosegue con l'inclusione del concetto di incertezza nell'investimento in questione; si considera la possibilità di vendita della proprietà sia nella situazione in cui si verifichino risvolti positivi di mercato (primo canone di 8 euro per m^2 e tasso di crescita del 4%), che in presenza di congiunture sfavorevoli (affitto in t_1 di 6 euro per m^2 e *growth rate* del 2%). Il valore del progetto aumenta quando la direzione si dimostra flessibile circa l'operazione di cessione. Quest'ultima si concretizza nel primo periodo per 822.375 euro se le circostanze sono negative oppure nell'ultimo anno per 1.159.047 euro in una situazione favorevole, poiché essi rappresentano i momenti ottimali di alienazione nei due casi ipotizzati. In tal modo, il NPV nel contesto dinamico descritto è di 270.711 euro, risultato maggiore rispetto al VAN dell'investimento standard.

In seguito, vengono effettuate quattro simulazioni in Microsoft Excel, in cui i canoni di locazione variano a seconda dei fattori di prezzo (che seguono dei percorsi casuali) e in base al *rent* del periodo precedente. Si considerano possibilità flessibili di vendita, ma attraverso lo sfruttamento della *Sale IF Statement Rule,* per la quale vi è l'alienazione dello stabile quando il prezzo di affitto per m^2 è superiore rispetto ad un dato valore soglia. Dall'analisi risulta che nel 75% dei casi la "regola di cessione" conduce ad un VAN del progetto superiore in confronto al NPV statico.

Successivamente, si effettua la ROA per l'investimento: in primis, si valuta l'opzione di differire l'esecuzione del piano di un anno tramite il metodo *Adapted Black & Scholes*. L'*investment outlay* (720.00 euro) viene scontato per il primo periodo al tasso privo di rischio (0,6%) allo scopo di definire gli input fondamentali per l'applicazione delle formule B&S. Si determina il valore attuale per l'impiego di capitale che risulta pari a 715.706 euro, il PV dei flussi di cassa del progetto uguale a 937.640 euro e la volatilità cumulata del 17,98%; si calcola l'*option to defer value* pari a 8.577 euro attraverso le equazioni BSM. In seguito, si computa anche un risultato approssimativo per la RO di 8.331 euro derivante dalla "*Price the Space Table",* la quale esprime il prezzo dell'opzione call come percentuale (24,10%) dell'asset sottostante. Nei due casi si ottiene un eNPV, corrispondente rispettivamente a 226.217 euro e 225.971 euro, maggiore rispetto al VAN standard.

Nel paragrafo successivo, si svolge un'analisi riguardante l'*option to choose* tra la continuazione del piano base, l'espansione o la contrazione della scala dell'investimento. Tale facoltà può essere sfruttata nei primi tre periodi e viene valutata tramite il metodo dei Reticoli Binomiali. In ogni step, il *present value* del progetto, calcolato attraverso il DCFM, può aumentare del 20% con una pseudo-probabilità pari a 0,47 o diminuire del 16% con *probability* inversa; inoltre, in ogni nodo si determina quale sia l'opzione che presenta un maggior valore in confronto alle altre e che, di conseguenza, viene esercitata. Nel caso dell'*option to expand* è richiesto un investimento addizionale di 120.000 euro per la costruzione di un appartamento aggiuntivo da 100 m^2, mentre con l'*option to contract* vi è un "risparmio di costo" di 360.000 euro dato che l'unità immobiliare da 150 m^2 viene ceduta; nella prima situazione il VA del progetto incrementa del 20% rispetto al piano standard, mentre nella seconda si riduce del 30%. Nell'anno di scadenza del diritto (t_3), l'*open option value* (opzione di continuare) è pari al valore attuale nel nodo corrispondente; invece, l'opzione di espandere nello stesso step sarà:

$$1{,}20 * PV(FCF)_{nodo} - (1{,}02)^3 * 120.000\ euro.$$

Infine, l'opzione di contrarre viene calcolata come:

$$0{,}70 * PV(FCF)_{nodo} + (0{,}98)^3 * 360.000\ euro.$$

In ogni nodo, verrà esercitata l'opportunità ottima (con valore maggiore) tra l'*option to expand, contract, continue*. Si agisce nello stesso modo anche in tutti gli altri steps, vi sono solo alcune piccole differenze:

- Nei due fattori si tiene conto della componente tempo:
    - $1{,}02^t$ per l'espansione, che quindi varia a seconda del periodo;
    - $0{,}98^t$ per la contrazione, che cambia per l'anno in questione;
- Per determinare l'*open option* nei momenti t0, t1 e t2:
    - $Open\ Option_t = \frac{(MAX\ Nodo\ UP_{t+1} * pp) + (1-pp) * (Max\ Nodo\ DOWN_{t+1})}{(1+rf)}$.

Il valore massimo corrente in t_0 è 1.059.746 euro. La differenza tra tale risultato e il PV_A iniziale del piano base rappresenta l'*option to choose value:*

$$Val. att. opzione\ scelta = 1.059.746 - 937.640 = 122.106\ euro;$$

il NPV Dinamico sarà:

$$eNPV = ROV + NPV = 122.106 + 217.640 = 339.746\ euro.$$

Invece, analizzando singolarmente le possibilità, l'*option to expand value* risulta di 67.528 euro con un VAN dinamico di 285.168 euro, mentre l'*option to contract value* è pari a 78.708 euro e conduce ad un eNPV di 296.348 euro.

Lo stesso approccio viene utilizzato per lo studio dell'opzione di conversione della residenza in spazio ufficio; quest'ultimo può essere affittato e ceduto a prezzi maggiori del 15% rispetto ai canoni e al valore di alienazione di un'abitazione. Tuttavia, lo *switch investment* richiede un esborso addizionale di 75.000 euro per la trasformazione (150 euro/m^2) e porta ad un incremento del tasso di sconto che diviene pari a 5,64%; dall'altra parte, il PV del progetto di conversione (1.049.378

euro) risulta superiore del 12% rispetto a quello del piano base (937.640 euro). Si considera un fattore di *switch* pari a $1{,}0075^t$ (variazione *discount rate* 0,75%), in cui "t" indica l'anno in questione. La procedura comincia in t3 e si agisce a ritroso lungo il reticolo; nell'ultimo periodo disponibile per l'esercizio del diritto, l'*open option value* è pari al *project PV* nel nodo corrispondente. Invece, il valore dell'opzione di *switch* nello stesso step sarà:

$$1{,}12 * PV(FCF)_{nodo} - (1{,}0075)^3 * 75.000\ euro.$$

Si opera nella stessa maniera per i vari nodi, e si sceglie l'opportunità ottimale tra la continuazione del progetto base e la conversione. Il *maximum value* in t_0 è 975.848 euro, il quale al netto del $PV_{standard}$ (937.640) rappresenta il valore dell'*option to switch* pari a 38.208 euro; di conseguenza, l'eNPV è di 255.848 euro.

Invece, per definire il "prezzo" dell'opzione reale di abbandonare l'investimento entro i primi tre anni si utilizza il metodo degli Alberi Decisionali Sfocati. Tale opportunità consiste nella vendita dell'intero edificio per un prezzo pari a $1.200.000*0{,}98^t$ euro, in cui il secondo elemento rappresenta la componente tempo in base al periodo di riferimento. Data una volatilità dei flussi di cassa del progetto pari a 17,98% e una varianza della stessa del 5%, il range di valori possibili per la deviazione standard è [12,98%; 22,98%]; di conseguenza, si delinea una situazione diversa per ciascuno di questi tre *volatility values,* ognuna caratterizzata da differenti fattori di rialzo e di ribasso del PV del piano:

- Caso Medio, σ_{medio} = 17,98%: $u_{fuzzy1} = e^{17,98\%}$ = 1,197 con prob.47,18%;
- Caso Ottimo, σ_{ott} = 17,98%*(1+5%) = 18,88%: u_{fuzzy2} = 1,208 prob.46,87%;
- Caso Pessimo, $\sigma_{pess.}$=17,98%*(1-5%) = 17,08%: u_{fuzzy3}=1,186 prob.47,49%.

Come si può notare, si tratta di una valutazione di reticoli sfocati, che segue la stessa procedura vista per gli alberi binomiali, ma include la logica fuzzy. Conseguentemente, ad ogni step il PV (FCF) può aumentare grazie all'elemento "*up"* o diminuire per quello *"down";* tuttavia, tali componenti sono diverse nelle differenti circostanze della distribuzione, e per questo motivo in ogni nodo si raggiungeranno tre risultati, uno per ognuna delle casistiche. Si inizia ad agire in t3 e poi si opera a ritroso lungo l'albero; in questo ultimo periodo disponibile per l'esercizio del diritto, l'*open option value* è pari al valore attuale del progetto nel *node* corrispondente. Per quanto riguarda l'opzione di abbandonare nello stesso step, essa sarà: $Abandon_{Gfuzzy1}$ = $Abandon_{Gfuzzy2}$ = $Abandon_{Gfuzzy3}$ = $1.200.000*0{,}98^3$. Dato un tasso privo di rischio di 0,6%, nei momenti t0, t1 e t2:

$$Open\ Option_t = \frac{(MAX\ Nodo\ UP_{t+1} * pp) + (1-pp) * (Max\ Nodo\ DOWN_{t+1})}{(1+rf)},$$

considerando nella computazione le variabili e gli inputs corrispondenti allo scenario sfocato in esame. Si lavora nella stessa maniera nei vari steps, scegliendo l'opportunità ottimale tra la continuazione e l'uscita. Date le tre diverse circostanze, l'eNPV fuzzy risulta rispettivamente di (480.000 euro; 481.567 euro; 480.000 euro). Considerato un coefficiente di adesione uguale a 1 nei casi medio e ottimo, ma di 0 in quello pessimo, il VAN dinamico sfocato medio è di 480.784 euro, e di conseguenza l'*option to abandon value* è pari a 263.144 euro.

Infine, l'opzione di espansione viene valutata tramite un approccio complesso, ossia il modello Datar-Mathews; nello studio in questione, è stato usato il software Oracle Crystal Ball per effettuare la Simulazione Monte Carlo, che costituisce la base del DMM. Come in precedenza, la possibilità di estensione richiede un investimento aggiuntivo di 120.000 euro per realizzare un'unità immobiliare addizionale da 100 m^2; le conseguenze di tale cambiamento sono: l'aumento dei ricavi di locazione, del prezzo di vendita dell'immobile e degli oneri. In seguito, si determinano i benefici, associati ai *Cash Inflows,* e i costi netti dell'operazione, legati ai *Cash Outflows,* derivanti dalla sottrazione tra flussi di espansione e *CFs standard.* La caratteristica fondamentale dell'approccio Datar-Mathews è il fatto che gli elementi positivi vengono attualizzati al tasso di sconto (4,89%), mentre quelli negativi al *risk-free rate (0,6%).* Di conseguenza, il VA dei *net benefits* risulta pari a 208.835 euro, mentre il PV dei *net costs* è uguale a 144.146 euro; la differenza tra i valori attuali rappresenta l'oggetto della simulazione necessaria per il calcolo del prezzo dell'opzione di espandere. Infatti, tramite Oracle si ipotizza una distribuzione triangolare (min, medio, max) per le componenti di cassa, in base ad una volatilità del 17,98%, e si definisce una distribuzione normale per i due indici di sconto:

- *Net Benefits Triangular Distr. [min, average, max];*

- *Net Costs Triangular Distr. [min, average, max];*
- *Wacc Normal Distr. (4,89%; 0,5%);*
- *Risk-free Normal Distr. (0,6%; 0,1%).*

Dunque, vengono effettuate 2000 prove Monte Carlo, per la determinazione dell'*option to expand value* pari a 65.021,81 euro, che corrisponde al valore atteso (media) del massimo tra la differenza dei VA (positivi e negativi) e zero.

Conclusioni

L'analisi empirica svolta dimostra quanto la presenza di opzioni reali incorporate in un progetto sia preziosa da un punto di vista del suo valore complessivo. Una gestione attiva e dinamica da parte del management, il quale utilizza le nuove informazioni per assumere posizioni flessibili di decisione e cambiamenti di strategia, permette un pieno sfruttamento delle potenzialità associate all'investimento.

Nel caso in esame, l'esercizio di *call options* come espansione, scelta, conversione e differimento conduce a maggiori profitti, e permette di giungere, di conseguenza, ad un eNVP dinamico superiore rispetto al valore attuale netto tradizionale; allo stesso modo, si ottengono importanti "utili", data la possibilità di limitare le perdite del progetto tramite le opportunità put, come l'opzione di contrarre o di abbandonare. Per lo studio in questione, sono state adoperate diverse tecniche di *real options pricing,* metodologie di valutazione che conducono a risultati simili tra loro. Si è dimostrato da un punto di vista concettuale, e con esempio pratico, che esistono ampi "margini di manovra" e diverse possibilità nei progetti immobiliari, nonostante essi siano caratterizzati da un alto grado di irreversibilità. Per il *real estate case study* sono state delineate diverse categorie di opportunità di esercizio del diritto nel corso dell'investimento: costruire unità aggiuntive all'interno dei fabbricati, cedere alcuni appartamenti o l'intero edificio, ritardare la realizzazione per un certo tempo oppure modificare la destinazione d'uso dello stabile.

Si nota come, in ciascuna situazione analizzata, le varie tipologie di RO incorporate nel piano o che derivano da cambiamenti dell'ambiente esterno conducano ad un

VA del progetto superiore rispetto a quello statico-standard, in un contesto gestionale dinamico. Conseguentemente, l'investimento che già risulta profittevole da un punto di vista della valutazione tradizionale, presenta un guadagno maggiormente elevato dal momento in cui vengono considerati i diversi scenari futuri, si applica la ROT e si effettua la ROA; ciò avviene con il trascorrere del tempo grazie all'acquisizione di informazioni aggiuntive, alla risoluzione delle incertezze ed anche grazie alla flessibilità manageriale.

Bibliografia

1. Amram M., Kulatilaka N., (1999), Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Harvard Business School Press, Boston, MA.
2. Čirjevskis A., Tatevosjan E., (2015), Empirical Testing of Real Option in the Real Estate Market. Procedia Economics and Finance, Vol. 24, pp: 50-59.
3. Balducci D., (2006), La valutazione dell'azienda. Edizioni Fag Milano, nona edizione.
4. Bini M., Guatri L., (2007), La valutazione delle aziende. Egea.
5. Black F., Scholes M., (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, Vol. 81, pp: 637-654.
6. Bodie Z., Kane A., Marcus A. J., (2014), Investments. McGrawHill, 10th Edition, International Edition.
7. Brandão L., Dyer J., (2005), Decision analysis and real options: A discrete time approach to real option valuation. Ann. Oper. Res., 135(1), pp: 21–39.
8. Bravi M., (2009), Incertezza nella valutazione degli investimenti immobiliari: la teoria delle opzioni reali (Real Options Theory). Aestimum, 32.
9. Caballero R. J., Pindyck R. S., (1992), Uncertainty, investment, and industry evolution. National Bureau of Economic Research.

10. Cabanes A. M., De Egana A. H., Romero A., (2020), Real option analysis. The viability of real estate projects. Investment Management and Financial Innovations, 17(4), pp: 271-284.
11. Carlsson C., Fuller R., (2003), A fuzzy approach to real option valuation. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 139, pp: 297-312.
12. Collan M., Fuller R., Mezei J., (2009), A Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences, Research Article.
13. Copeland T., (2010), From Expected Cash Flows to Real Options. Multinational finance journal, quarterly publication of the Multinational Finance Society, 14, pp: 1–27.
14. Copeland T., Antikarov V., (2001). Real Options: A Practitioner’s Guide, W.W. Norton & Company, New York.
15. Damodaran A., (2005), The Promise and Peril of Real Options. NYU Working Paper.
16. Lander D. M., Pinches G. E., (1998), Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. The Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, pp: 537-567.
17. Dias M. A. G., (2000), Real Option Evaluation: Optimization under Uncertainty with Genetic Algorithms and Monte Carlo Simulation. Working paper, Dept. of Electrical Engineering, PUC-Rio, Brazil.
18. Dixit A. K., Pindyck R. S., (1995), The options approach to capital investment. Real Options and Investment under Uncertainty-classical Readings and Recent Contributions. MIT Press, Cambridge, 6.
19. Durica M., Guttenova D., Pinda L., Svabova L., (2018), Sustainable Value of Investment in Real Estate: Real Options Approach. Sustainability, 12.
20. Geltner D., De Neufville R., (2018), Flexibility and Real Estate Valuation under Uncertainty: A Practical Guide for Developers. Wiley Blackwell, first edition.
21. Hoesli M., Morri G., (2010), Investimento immobiliare: mercato, valutazione, rischio e portafogli. Ulrico Hoepli Editore.

22. Hull J. C., (2005), Options, futures and other derivatives. Upper Saddle River-New Jersey, Pearson Education, sixth edition.
23. Cox J. C., Ross S. A., Rubinstein M., (1979), Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, Vol.7, pp: 229-263.
24. Benjamin J. D., Sirmans G. S., Zietz E. N., (2001), Returns and Risk on Real Estate and Other Investments: More Evidence. Journal of Real Estate Portfolio Management, Vol.7, pp: 183-214.
25. Kester W., (2001), Today's options for tomorrow's growth. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp: 33–46.
26. Kozlova M., Collan M., Luukka P., (2016), Comparison of the Datar-Mathews Method and the Fuzzy Pay-Off Method through Numerical Results. Panos Pardalos.
27. Kulatilaka N., Trigeorgis L., (1994), The general flexibility to switch: Real options revisited. International Journal of Finance, 6, pp: 778–798.
28. Bulan L., Mayer C., Somerville C. T., (2009), Irreversible investment, real options, and competition: Evidence from real estate development. Journal of Urban Economics, Vol. 65, pp. 237-251.
29. Longstaff F. A., Schwartz E. S., (2001), Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach. The Review of Financial Studies, 14, pp: 113–147.
30. Lucius D. I., (2001), Real options in real estate development. Journal of Property Investment & Finance, Vol. 19 (1), pp: 73-78.
31. Luehrman T., (1998), Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers. Harvard Business Review 76, 4, pp: 51–67.
32. Luehrman T., (2001), Strategy as a portfolio of real options. IN Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions, E. Schwartz & L. Trigeorgis, eds, The MIT Press, Cambridge, MA, pp: 385–404.

33. Brandão L., Dyer J. S., Hahn W. J., (2005), Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems. Decision Analysis 2, Vol. 2, pp: 69-88.
34. Manganelli B., (2013), La valutazione degli Investimenti immobiliari. Franco Angeli.
35. Manganelli B., (2015), Real Estate Investing. Market Analysis, Valuation Techniques, and Risk Management. Springer International Publishing.
36. Uryniak M., (2019), Evaluation of the economic effectiveness of investments in commercial real estate using the switch option. Investment Management and Financial Innovations, 16(4), pp: 315-324.
37. Marques N., Bastian-Pinto C., Brandão L., (2020), A Tutorial for Modeling Real Options Lattices from Project Cash Flow. Journal of Contemporary Administration.
38. Martzoukos S. H., Trigeorgis L., (1999), General multi-stage capital investment problems with multiple uncertainties. Working paper, University of Cyprus.
39. Morano P., Tajani F., Manganelli B., (2014), An application of Real Option Analysis for the assessment of operative flexibility in the urban redevelopment. Wseas Transactions on Business and Economics.
40. Moreno M., Navas J. F., (2001), On the robustness of Least-squares Monte Carlo (LSM) for pricing American derivatives. Working paper.
41. Morri G., (2019), Commercial Property Valuation: Methods and Case Studies. Wiley, first edition.
42. Morri G., Benedetto P., (2017), Valutazione Immobiliare. Egea.
43. Mun J., (2002), Real Options Analysis: Tools and techniques for valuing strategic investments and decision. John Wiley & Sons.
44. Mun J., (2003), Real Options Analysis Course: Business Cases and Software. Wiley Finance.
45. O'Brien J. P., Folta T. B., Johnson D. R., (2003), A real options perspective on entrepreneurial entry in the face of uncertainty. Managerial and Decision Economics, 24(8), pp: 515-533.

46. Boyle P., (1977), Options: A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics, Vol. 4, pp: 323-338.
47. Boyle P., (1988), A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables. Journal of financial and quantitative analysis, Vol. 23.
48. Pomykacz M., Olmsted C., (2013), Options in Real Estate Valuation. The Appraisal journal, 81(3).
49. Rivoli P., Salorio E., (1996), Foreign direct investment and investment under uncertainty. Journal of International Business Studies, 27(2), pp: 335-357.
50. Merton R. C., (1973), Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, pp: 141-183.
51. Rocha K., Salles L., Alcaraz Garcia F. A., Sardinha J. A., Texeira J. P., (2007), Real estate and real options. Emerging Markets, 8, pp: 67-79.
52. Majd S., Pindyck S. R., (1987), Time to build, option value, and investment decisions. Journal of Financial Economics, Vol. 18, pp: 7-27.
53. Shen J., Pretorius F., (2013), Binomial option pricing models for real estate development. Journal of Property Investment & Finance, Vol. 31(5), pp: 418-440.
54. Titman S., (1985), Urban Land Prices Under Uncertainty. The American Economic Review, Vol. 75, pp: 505-514.
55. Titman S., Martin J. D., (2015), Valuation: The Art and Science of Corporate Investment Decisions. Pearson, third edition.
56. Trigeorgis L., (1995), Real options in capital investment: Models, strategies, and applications. Greenwood Publishing Group.
57. Trojanek M., Trojanek R., (2012), Profitability of investing in residential units: the case of real estate market in Poland in the period from 1997 to 2011. Actual Problems of Economics, Vol. 2, pp: 73-83.
58. Vimpari J., Junnila S., (2014), Value of waiting – option pricing as a tool for residential real estate fund divestment management. Property Management, Vol. 32(5), pp: 400-414.
59. Williams J., (1993), Equilibrium and options on real assets. The Review of Financial Studies, Vol. 6, pp: 825–850.

60. Williams J., (1991), Real estate development as an option. The Journal of Real Estate Finance and Economics, Vol. 4, pp: 191–208.
61. Wolski R., (2017), Risk and Return in the Real Estate, Bond and Stock Markets. Real Estate Management and Valuation, Vol. 25, pp: 15-22.
62. Huimin Y., Pretorius F., (2014), Demand Uncertainty, Development Timing and Leasehold Land Valuation: Empirical Testing of Real Options in Residential Real Estate Development. Real estate economics, 42(4), pp: 829–868.