

Dipartimento di Economia e Finanza

Cattedra Computational Tools for Finance

Il Moto Geometrico Browniano applicato al Goal Based Investing

Prof. Valerio Marchisio

RELATORE

Prof. Sara Biagini

CORRELATORE

Raffaele Grella Matr. 706231

CANDIDATO

Anno Accademico 2020/2021

INDICE

INTRODUZIONE.....	3
CAPITOLO 1 Moto Browniano.....	6
1.1 Processi stocastici.....	6
1.2 Processi aleatori indipendenti.....	9
1.3 Processi stocastici stazionari.....	10
1.4 Random Walk.....	13
1.5 Moto Browniano (Processo di Wiener).....	16
1.6 Processo di Wiener “generalizzato”.....	18
1.7 Moto Geometrico Browniano.....	19
1A.1 Media di fase.....	22
1A.2 White Noise.....	24
CAPITOLO 2 Goal Based Investing (GBI).....	27
2.1 Introduzione.....	27
2.2 Dalla piramide dei bisogni di Maslow al Wealth allocation Framework di Chhbra	28
2.3 Il modello di portafoglio.....	31
2.4 Avversione al rischio	
2.5 Caratteri principali della Portfolio Scenario Optimization (PSO).....	34
CAPITOLO 3 Implementazione del Moto Geometrico Browniano all’interno della GBI.....	44
3.1 Descrizione algoritmo.....	44
3A.1 Esempio di una simulazione con S&P 500.....	47
3.2 Simulazione dei titoli tramite GBI.....	51
3.3 Conclusioni.....	71

Introduzione

Alla base di questo studio vi è l'analisi dei processi stocastici, in particolare del Moto Geometrico Browniano. Le motivazioni che mi hanno spinto ad approfondire tale tema hanno una duplice natura.

L'interesse nei confronti dei modelli stocastici è stato influenzato sicuramente dal corso di "Computational Tools for Finance", il quale mi ha permesso di entrare in contatto con i vari modelli presentati all'interno del corso. Questo interesse è stato a sua volta incentivato dall'esperienza vissuta durante il mio tirocinio universitario presso GWA Investement sulla quale ho deciso di sviluppare il mio lavoro.

Nel primo Capitolo della tesi vengono analizzati i Processi Stocastici analizzando tutte le loro componenti e le loro caratteristiche. In particolare, ci si sofferma nell'analizzare il Random Walk, il processo di Wiener e il *moto Browniano*. Il primo rappresenta il più semplice dei processi stocastici e viene utilizzato come modello per studiare fenomeni variabili come l'andamento dei mercati finanziari, mentre il secondo è un processo che viene utilizzato per descrivere il moto delle particelle di polline con il quale si notò una somiglianza tra il moto delle particelle e l'andamento dei titoli di Borsa.

Il moto Browniano prende il nome dallo scozzese Robert Brown (1773-1858) il quale nel 1827 osservò al microscopio il movimento delle particelle di polline sospese nell'acqua. Notò che le particelle si muovevano di continuo in modo casuale e imprevedibile.

Nel 1905 il fisico Albert Einstein diede un'interpretazione molecolare al fenomeno osservato in precedenza da Robert Brown. Egli mostrò come il movimento delle particelle fosse descrivibile matematicamente ipotizzando che i continui spostamenti casuali delle particelle erano causati dagli scontri che esse facevano con le molecole di acqua.

Il moto Browniano oggi è uno strumento matematico utilizzato prevalentemente nell'ambito della teoria della probabilità. La teoria matematica che lo descrive è utilizzata per modellizzare un insieme molto vasto di fenomeni, spesso molto diversi da quelli fisici. Ad esempio, viene utilizzato per descrivere l'andamento dei prezzi dei titoli finanziari, la diffusione delle popolazioni di animali, di batteri, l'evoluzione di una malattia... Nel campo dei mercati finanziari un importante e significativo contributo lo diede il matematico statistico Louis Jean Baptist Bachelier [1] il quale per primo ipotizzò nel 1900, all'interno della sua tesi di dottorato "*Theorie de la speculation*", il cosiddetto movimento "*random walk*" dei prezzi delle azioni, addirittura anticipando le successive teorie di Einstein e Wiener.

Bachelier presuppone che i mercati siano in grado di annullare il rischio finanziario affermando che in un mercato ideale la variazione odierna dei prezzi non viene influenzata dalla variazione dei prezzi rilevata nel giorno precedente, denotando una caratteristica di indipendenza.

Qualora nel corso del periodo di investimento, i valori dei titoli dovessero subire fluttuazioni improvvise, queste sarebbero dovute ai fattori di irrazionalità celermente corrette dal mercato che lima queste imperfezioni e frizioni tra i titoli.

Nel secondo Capitolo viene presentato la Goal Based Investing (GBI). Questo nuovo modello d'investimento rappresenta il processo di svolta nell'industria del "wealth management". L'obiettivo del "wealth management" è quello di aiutare le famiglie, e più in generale gli individui, a fare le scelte d'investimento, e possibilmente anche le scelte di beni reali (acquisto di un immobile), nel modo più ragionevole possibile. Mentre le Fintech si posizionano in gran parte come rivoluzionari nella personalizzazione degli investimenti, spesso si affidano a metodi di costruzione del portafoglio semplificati che sembrano incompleti rispetto alle moderne tecniche di gestione del rischio, e possono condurre a rappresentazioni incoerenti delle performance potenziali del portafoglio.

Ogni investimento finanziario comporta un livello di rischio, lo scopo è quello di capire qual è la metodologia migliore per identificarlo e misurarlo. Questo modello utilizza processi stocastici adeguati in funzione dei differenti profili d'investimento del cliente.

Nel terzo capitolo vi illustrato il codice utilizzato per generare le simulazioni per la previsione dell'andamento dei vari assets.

Infine, vengono effettuate delle simulazioni su dei titoli selezionati in precedenza in modo da verificare quale di questi si adatta meglio alle esigenze dell'investitore e in funzione della propria tolleranza al rischio. Queste simulazioni vengono fatte per ogni tipologia di portafoglio presente nella GBI (sicuro, di crescita e aspirazionale)

1 Moto Browniano

In questo capitolo andremo a dare la definizione di Moto Browniano, anche chiamato processo di Wiener, analizzando tutte le componenti che lo caratterizzano. Si tratta sicuramente del più importante modello di processo stocastico a tempo continuo con incrementi indipendenti e stazionari.

1.1 Processi stocastici

Definizione 1.1 *Un processo stocastico $\{X(t, r)\}_{t \in T}$ è una famiglia di variabili aleatorie indicizzate con un parametro $t \in T$ (tempo). Se $T \subseteq \mathbb{R}$ il processo è detto a tempo continuo, se $T \subseteq \mathbb{Z}$ è detto a tempo discreto; r individua una particolare realizzazione del processo stocastico.*

Associando all'insieme delle realizzazioni una misura di probabilità si ottiene la nozione di *processo stocastico*:

- Se l'insieme delle realizzazioni $\{r_1, \dots, r_m\}$ è finito, si associa ad ogni realizzazione r_i la sua probabilità $p(r_i)$:

$$p(r_i) = \Pr[r_i]$$

$$\text{vale che } 0 \leq p(r_i) \leq 1 \text{ e } \sum_{i=1}^m p(r_i) = 1$$

- Se l'insieme delle realizzazioni è infinito, γ individua una particolare realizzazione nel continuo, si può considerare la probabilità $dP(t, \gamma)$ che un segnale preso a caso abbia al tempo t un valore compreso tra γ e $\gamma + d\gamma$:

$$dP(t, \gamma) = \Pr[\gamma \leq f(t, r) \leq \gamma + d\gamma] .$$

$$\text{anche nel continuo vale che } \int_{-\infty}^{+\infty} dP(t, \gamma) = 1 .$$

Ora andremo ad analizzare un semplice esempio di processo stocastico a tempo continuo:

Esempio 1.1

il processo è il seguente:

$$X(t, r) = r \sin \omega_0 t, \text{ con } r \text{ uniformemente distribuito in } [0, 1]$$

Tutte le realizzazioni ottenute sono sinusoidi di frequenza ω_0 e differiscono per l'ampiezza r .
La Figura 1 mostra due realizzazioni del processo.

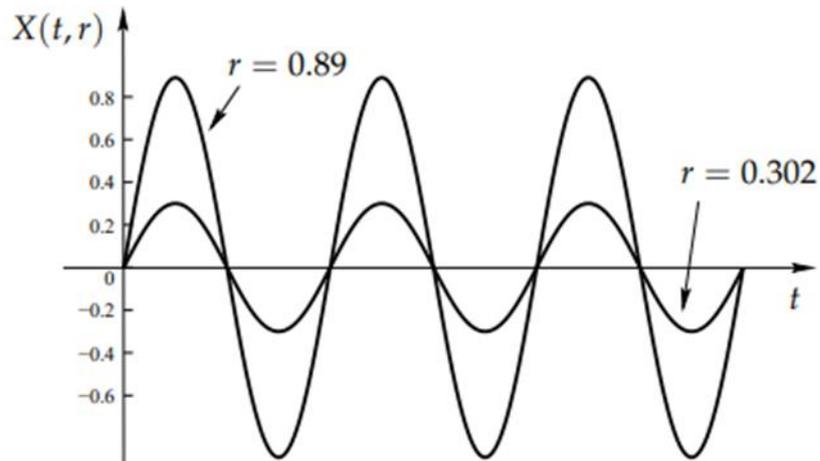


Figura 1.1 : Due realizzazioni distinte del processo $X(t,r) = r \sin\omega_0 t$, con $r = 0.89$ e $r = 0.302$.

Andando ad inserire nel processo precedente una variabile aleatoria $N(t)$ avente distribuzione gaussiana con media 0 e varianza 0.01 otteniamo:

$$Y(t,r) = r \sin\omega_0 t + N(t).$$

La figura 1.2 illustra la realizzazione del processo appena descritto.

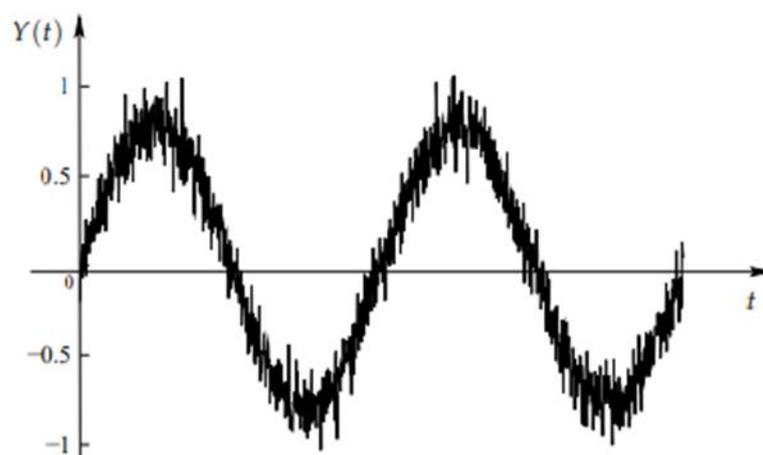


Figura 1.2 Realizzazione del processo $Y(t,r) = r \sin\omega_0 t + N(t)$. La variabile $N(t) \sim \mathcal{N}(0, 0.01)$.

Un processo stocastico può essere visto in due modi diversi:

1. Nel primo caso fissiamo la realizzazione r_0 , $x(t, r_0) = X(t, r_0)$ risulta essere un segnale deterministico; viene infatti utilizzata la lettera minuscola $x(t, r_0)$ per denotare il segnale corrispondente ad una data realizzazione. L'insieme delle realizzazioni è chiamato *spazio delle fasi* o *spazio degli stati*.

La Figura 1.3 presenta un esempio di processo illustrando alcune differenti realizzazioni

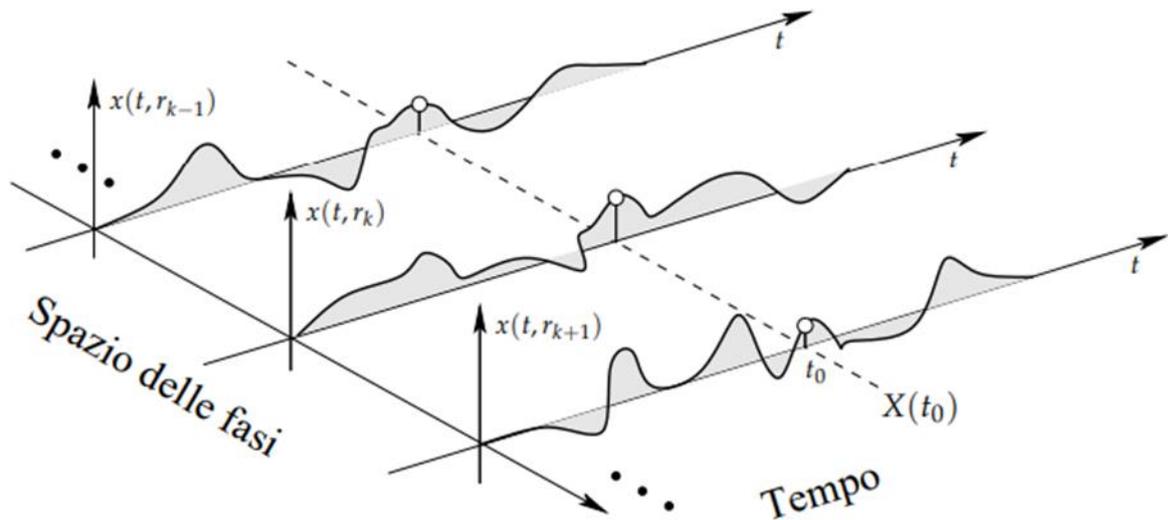


Figura 1.3

2. Nel secondo caso fissiamo il tempo t_0 , $X(t_0, r)$ risulta essere una variabile aleatoria. Nella figura 1.3 possiamo vedere i valori che assume la v.a. X al tempo t_0 . Per ogni valore di t possiamo calcolare il valore atteso $E[X(t)]$ della variabile aleatoria $X(t)$ che chiameremo *media di fase*. La media di fase è una funzione $M_x(t)$ di t . Richiamando la definizione di valore atteso, nel caso di realizzazioni discrete, in cui $p(r)$ è la probabilità che si verifichi la realizzazione r , allora:

$$E [X(t)] = \sum_r X(t, r)p(r)$$

Se le realizzazioni sono un insieme continuo e

$$dP(t, \gamma) = f_X(t, \gamma) d\gamma = \Pr\{\gamma \leq X(t, r) < \gamma + d\gamma\},$$

allora:

$$E [X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma f_X(t, \gamma) d\gamma$$

Esempio 1.2

Come esempio reale possiamo utilizzare il valore delle azioni di Google in istanti di tempo definiti (ad es. nel momento di chiusura delle contrattazioni). In questo modo riusciamo a cogliere entrambe le situazioni analizzate in precedenza:

- Come abbiamo visto nel primo caso, possiamo osservare una realizzazione singola (ad es. in un anno), già avvenuta o che può potenzialmente accadere, di dimensione m , ovvero un vettore di valori x_1, x_2, \dots, x_m , su cui calcolare la media o la varianza temporale.
- O, come visto nel secondo caso, fissando $t = t_0$, possiamo avere informazioni sul valore atteso o sulla deviazione standard della variabile $X(t_0)$ caratterizzata dalla funzione di densità di probabilità $f_X(t_0, x)$.

1.2 Processi aleatori indipendenti

Definizione 1.2 *due processi aleatori $X(t)$ e $Y(s)$ sono detti indipendenti se, per ogni t e s , la distribuzione di probabilità congiunta delle variabili aleatorie $X(t)$ e $Y(s)$ risulta fattorizzata come segue:*

$$F_{XY}(t, s; \gamma_1, \gamma_2) = F_X(t; \gamma_1)F_Y(s; \gamma_2).$$

Si dimostra, inoltre, che se due processi sono indipendenti sono anche *non correlati*. La funzione di correlazione fattorizza in questo modo:

$$R_{XX}(t, s) = E [X(t)Y(s)] = E [X(t)] E [Y(s)]$$

Occorre precisare che i processi indipendenti non sono correlati, mentre non è vero il contrario.

1.3 Processi stocastici stazionari

Definizione 1.3. *Un processo stocastico $X(t)$ è detto stazionario (in senso lato) se la media e la funzione di autocorrelazione sono tempo invarianti:*

Come abbiamo visto nella sezione precedente il valore atteso come altri parametri statistici dipendono in generale dall'istante di osservazione. In molte applicazioni, tuttavia, non ha senso specificare esattamente l'istante in cui ha inizio l'osservazione del fenomeno. Questo è dovuto al fatto che un processo aleatorio stazionario presenta delle caratteristiche in larga parte indipendenti dal tempo.

In questa sezione forniremo la definizione del concetto di invarianza dei parametri statistici rispetto al tempo di osservazione mediante la nozione di stazionarietà di un processo stocastico.

Diremo che un processo stocastico $X(t)$ è stazionario in senso stretto se tutti i suoi parametri statistici sono tempo-invarianti. Ciò significa che per ogni $t_1 < t_2 < \dots < t_n \in T, n \in \mathbb{N}$ e $\tau \in \mathbb{R}$:

Dove n rappresenta l'ordine della distribuzione e τ un intervallo di tempo molto piccolo

$$\Pr[X(t_1) \leq x_1, \dots, X(t_n) \leq x_n] = \Pr[X(t_1 + \tau) \leq x_1, \dots, X(t_n + \tau) \leq x_n].$$

Dall'espressione precedente ci si accorge che i processi $X(t)$ e $X(t + \tau)$ hanno la stessa caratterizzazione statistica, per cui non ha più senso l'inizio dei tempi di osservazione.

Di fatto la proprietà d'invarianza ci dice che la famiglia di distribuzioni associata ad un processo stazionario dipende solamente dalle differenze dei tempi di osservazione e non da un istante di riferimento t_0 . Segue che media, varianza e autocorrelazione sono tempo-invarianti.

Un esempio di processo stazionario a tratti e non stazionario nel complesso si può osservare dalla figura 1.4: le statistiche come la media e la varianza non cambiano all'interno dei due blocchi ma cambiano nel confronto dei due blocchi.

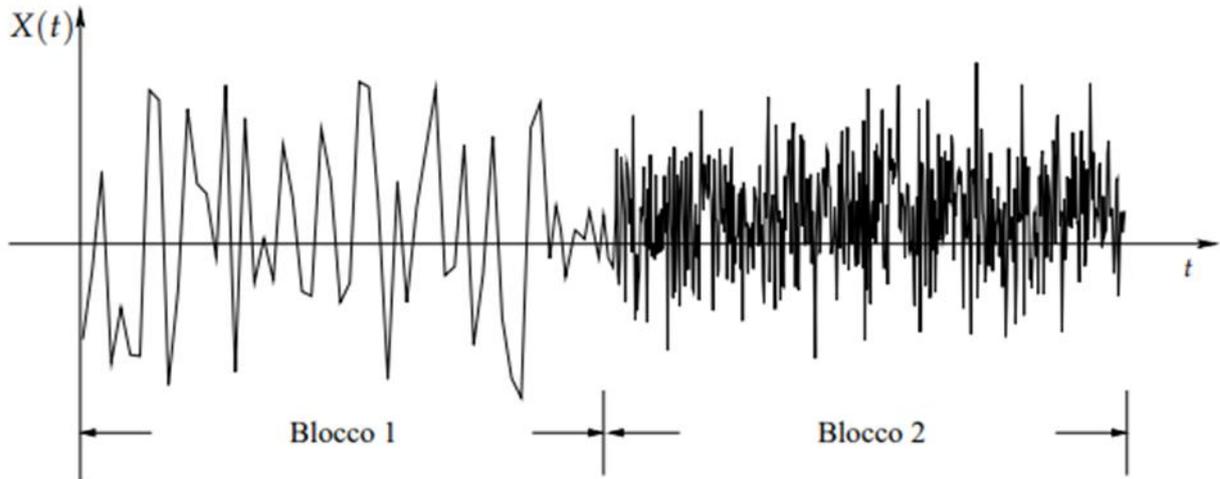


Figura 1.4 processo stazionario a blocchi

La nozione di stazionarietà a cui faremo riferimento sarà una nozione definita “*debole*” perché farà riferimento solo alle distribuzioni di ordine due.

Formalmente si richiede che:

$$F_X(t_1, t_2; \gamma_1, \gamma_2) = F_X(t_1 + \tau, t_2 + \tau; \gamma_1, \gamma_2).$$

Per ogni valore di t_1, t_2 e τ . Ponendo $\tau = -t_1$ si ottiene

$$F_X(t_1, t_2; \gamma_1, \gamma_2) = F_X(0, t_2 - t_1; \gamma_1, \gamma_2).$$

Così facendo si fa dipendere la distribuzione dalla differenza degli istanti di osservazione.

Di conseguenza la media di fase diviene

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma f_X(t, \gamma) d\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma f_X(0, \gamma) d\gamma = M_X,$$

rendendola quindi costante e indipendente dal tempo. Per l'autocorrelazione, presi due istanti di tempo t e $t + \tau$, si ha:

$$\begin{aligned} R_{XX}(t, t + \tau) &= E[X(t)X(t + \tau)] = \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} \gamma_1 \gamma_2 f_X(t, t + \tau; \gamma_1, \gamma_2) d\gamma_1 d\gamma_2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} \gamma_1 \gamma_2 f_X(0, \tau; \gamma_1, \gamma_2) d\gamma_1 d\gamma_2 \\ &= R_{XX}(\tau), \end{aligned}$$

la quale dimostra che in caso di stazionarietà del secondo ordine, la funzione di autocorrelazione dipende solamente dalla differenza dei tempi di osservazione.

Questi due risultati costituiscono la forma “debole” di stazionarietà richiesta nella maggior parte delle applicazioni. In definitiva possiamo scrivere

$$E[X(t)] = M_X = \text{costante}$$

$$E[X(t_1)X(t_2)] = R_{XX}(t_1 - t_2),$$

il valore atteso del processo aleatorio fornisce, per ogni istante t , la media statistica della variabile $X(t)$ dando informazioni sul valore medio delle realizzazioni in un certo istante. Come abbiamo visto in precedenza, in un processo stocastico stazionario la media è costante per ogni t .

L'autocorrelazione fornisce invece informazioni sulla media del prodotto dei campioni all'interno dello stesso processo in due istanti di tempo prefissati.

In un processo stazionario, quindi, la media di fase risulta indipendente dal tempo, mentre l'autocorrelazione dipende solo dalla differenza $\tau = t_1 - t_2$. In altre parole, le proprietà dell'autocorrelazione di un processo stazionario restano invariate in media, e quindi non dipendono dall'intervallo temporale su cui vengono calcolate.

Prendendo in esame il processo stazionario in Figura 1.5 e considerando due blocchi di dimensione N , il valore atteso e l'autocorrelazione estratte dai due blocchi saranno mediamente le stesse, indipendentemente dalla distanza temporale tra i due blocchi.

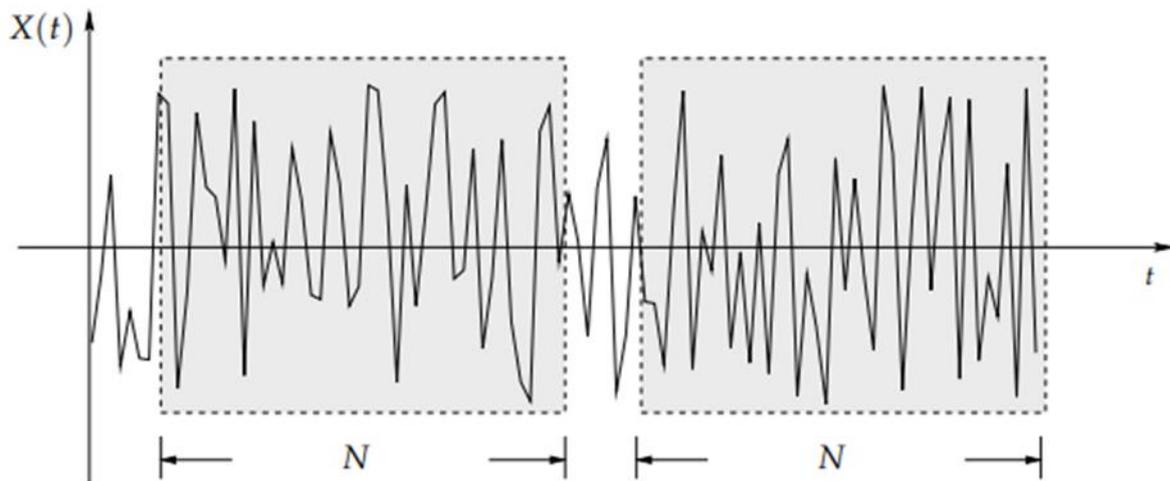


Figura 1.5....

Analogamente diremo che due processi stocastici $X(t)$ e $Y(t)$ sono *congiuntamente stazionari* (in senso lato) se sono stazionari in senso lato e se la funzione di cross-correlazione è tempo-invariante:

$$E [X(t) Y (t + \tau)] = R_{XY}(\tau), \quad \text{per ogni } t \text{ e } \tau.$$

1.4 Random Walk

L'ultimo concetto che andiamo a descrivere prima di introdurre il Moto Browniano è quello di *Random Walk*, anche chiamato *cammino casuale*. Rappresenta l'esempio più semplice dei processi stocastici. Il problema del *Random Walk* fu posto per la prima volta dal matematico Karl Pearson, nel 1905, in una lettera a *Nature*, una delle più antiche e prestigiose riviste scientifiche. La soluzione a tale problema fu fornita nella stessa rivista [3] dal fisico Lord Rayleigh, il quale aveva affrontato lo stesso problema studiando la sovrapposizione di onde sonore di uguale frequenza e ampiezza ma con fasi casuali.

Il *Random Walk* (o RW) essendo un processo in cui ogni passo ha una direzione casuale, viene utilizzato come modello per studiare fenomeni variabili come l'andamento dei mercati finanziari.

I RW sono classificati in RW a tempo continuo o RW a tempo discreto e possono essere studiati su una linea, su un piano o in più dimensioni. Il numero di teste osservate in una serie di lanci di moneta indipendenti rappresenta un esempio di RW discreto, mentre il moto Browniano rappresenta un RW a tempo continuo. Se prendiamo il caso di RW definito su una sola dimensione, quindi su una linea, il cammino è semplicemente definito come una serie casuale di passi rivolti in alto o in basso come si vede in Figura 1.6. Mentre, come possiamo osservare nella Figura 1.7, se il RW è definito in due dimensioni, il cammino avviene su un piano e le componenti Δx e Δy sono casuali e possono essere estratte da opportune distribuzioni statistiche.

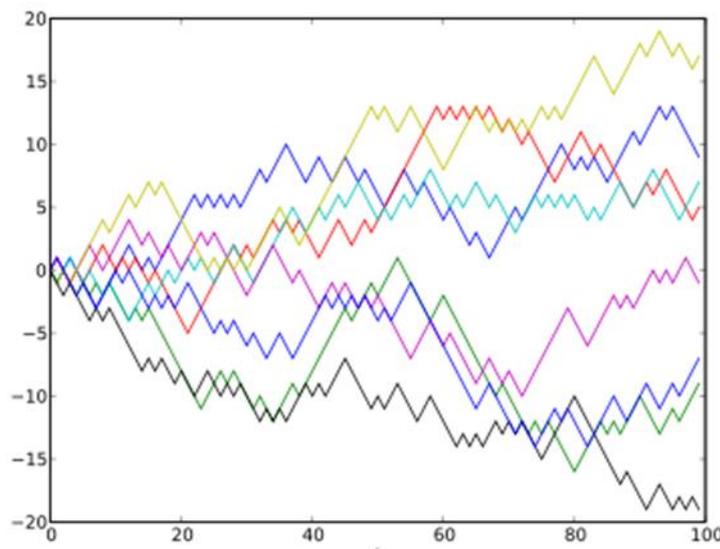


Figura 1.6 esempio di otto RW in una dimensione.

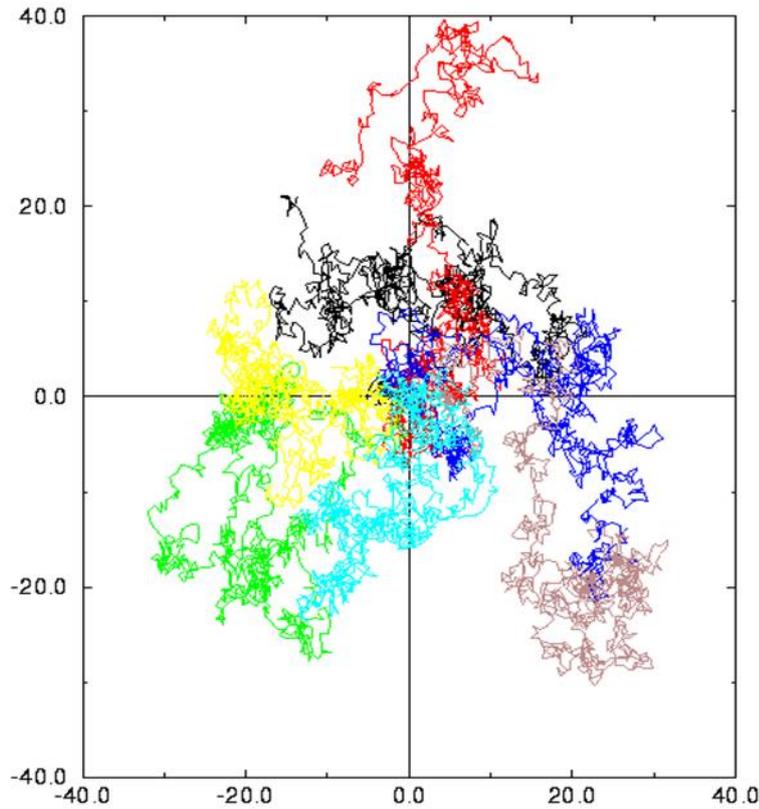


Figura 1.6 esempio di otto RW in due dimensioni.

Dal punto di vista matematico, un RW può essere definito come segue:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

dove:

$\varepsilon \sim \phi(0,1)$ e ϕ rappresenta una distribuzione Gaussiana

In questo processo il valore della variabile y al tempo t sarà uguale al valore di y al tempo $t-1$ più un termine ε_t chiamato *white noise*. Il *rumore bianco* o *white noise* è un processo stocastico stazionario in senso debole ed è caratterizzato da una media nulla e una varianza costante. La funzione di densità di probabilità è Gaussiana e non presenta correlazione per tempi differenti. In sintesi, in un processo di rumore bianco i valori di variabili casuali misurate ad un tempo t sono completamente scorrelati da quelli misurati ad un tempo t' con $t' \neq t$, cioè non vi è memoria del passato.

Il RW viene definito un processo non stazionario, e viene classificato in base alle caratteristiche che possiede.

Uno dei più utilizzati è il RW con *drift*, il quale presenta una direzione di movimento a cui il processo tende nel tempo.

In questo caso il RW è formato da una parte deterministica e da una casuale e può essere definito come segue:

$$y_t = y_{t-1} + a + \varepsilon_t$$

Dove a viene definito come termine di *drift*. Nella Figura 1.8 possiamo osservare in rosso un RW con *drift* di 0.5 e in nero un semplice *white noise*.

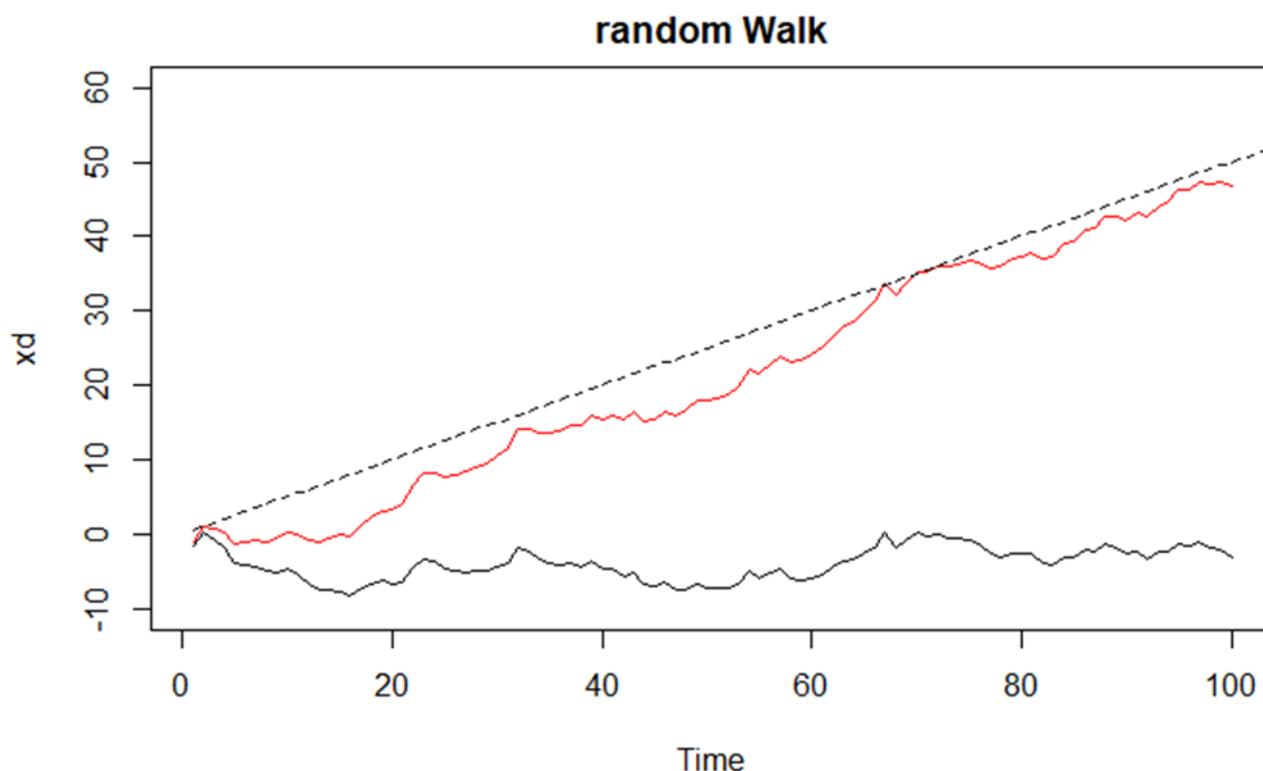


Figura 1.8 rappresentazione di un RW con *drift* e di un *white noise*.

Dalla figura si vede bene come il RW con *drift* segua la semiretta segmentata.

I RW con *drift* vengono spesso utilizzati per studiare la dinamica dei prezzi delle azioni.

In Figura 1.9 è riportato un esempio dell'andamento dell'indice azionario Dow Jones nel periodo compreso tra il 1789 e il 2016 dalla quale si nota un'evidente somiglianza con la simulazione di RW con *drift* presente nella figura precedente.

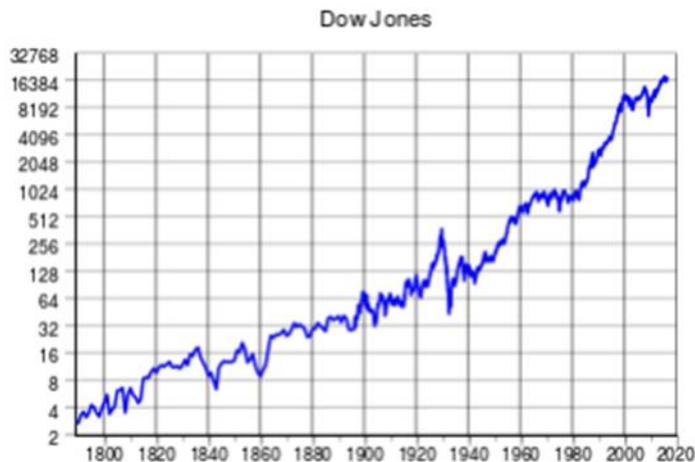


Figura 1.9 andamento dell'indice azionario Dow Jones.

Possiamo descrivere l'andamento del prezzo di un titolo azionario in questo modo:

$$S_t = S_{t-1} + \mu + \varepsilon_t$$

Dove μ indica il termine di *drift* che esprime il rendimento atteso del titolo. Questa componente implica che la media degli incrementi sia diversa da zero e porta al concetto di non stazionarietà. Il termine ε_t implica che gli incrementi siano indipendenti e distribuiti con media zero e varianza unitaria. Ciò significa che gli incrementi sono non correlati.

1.5 Moto Browniano (processo di Wiener)

Il moto Browniano rappresenta l'esempio per eccellenza di un fenomeno assolutamente casuale. Nel 1827 il botanico scozzese Robert Brown notò, mentre studiava al microscopio le particelle di polline immerse in acqua, il moto continuo e irregolare di tali particelle. Dopo circa 80 anni Einstein [4] fornì una spiegazione fisica di tale fenomeno. Il Moto Browniano è dovuto al moto incessante delle molecole di fluido che colpiscono continuamente le particelle di polline facendo sì che queste si muovano in modo casuale. Si deve al matematico Norbert Wiener [5], nel 1923, una prima formulazione matematica del moto browniano, noto anche come processo di Wiener. È molto interessante notare che anche il mondo dei mercati finanziari può essere associato a un Moto Browniano. Si notò una somiglianza tra il moto della particella di polline e l'andamento dei titoli di

Borsa, per cui si applicò la stessa teoria anche nell'ambito finanziario e ci si accorse che riusciva a modellizzare molto bene l'andamento dei prezzi nei mercati.

L'idea di partenza fu quella che l'andamento casuale del prezzo dipendesse dal comportamento degli agenti che comprano e vendono e questo fa sì che il prezzo del titolo si muova in modo irregolare a causa della mancata compensazione tra domanda e offerta.

In un processo di Wiener la variazione di media per unità di tempo è definita come *drift rate* mentre la varianza per unità di tempo come *variance rate*. Nel caso in cui il processo avesse *drift rate* pari a zero, il valore atteso della variabile in un qualsiasi istante di tempo futuro sarebbe uguale al suo valore corrente poiché $E[\varepsilon_t] = 0$.

Mentre considerare un *variance rate* pari a uno vuol dire che la varianza della variabile, in un intervallo di tempo T è uguale a T . Per cui il cambiamento subito dalla variabile è assolutamente casuale. Una variabile z che segue un processo di Wiener deve soddisfare le seguenti proprietà:

1. La variazione Δz in un piccolo intervallo di tempo Δt è:

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad \text{dove } \varepsilon \sim \phi(0,1).$$

2. I valori di Δz per due qualsiasi intervalli di tempo, Δt , differenti sono indipendenti. Quest'ultima proprietà si ricava dal momento che Δz segue una distribuzione normale con $\mu(\Delta z) = 0$, $\sigma(\Delta z) = \sqrt{\Delta t}$ e $\sigma^2(\Delta z) = \Delta t$.

Si supponga che z cambi di valore durante un periodo di tempo, chiamato T , abbastanza lungo. Pertanto $\Delta z = z(T) - z(0)$. La variazione Δz può essere scritta come la somma dei cambiamenti in z negli N piccoli intervalli di tempo di lunghezza Δt , ovvero:

$$N = \frac{T}{\Delta t}$$

$$\Delta z = z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

Dove $\varepsilon_i \sim \phi(0,1)$. Come detto nella seconda proprietà del processo di Wiener si ha che gli ε_i sono indipendenti l'uno dall'altro. Segue che $([z(T) - z(0)])$ è distribuita normalmente con $\mu([z(T) - z(0)]) = 0$, $\sigma([z(T) - z(0)]) = \sqrt{T}$ e $\sigma^2([z(T) - z(0)]) = N\Delta t = T$.

Generalmente nel caso in cui i piccoli cambiamenti tendano verso lo zero si utilizza la seguente notazione

$$dx = a dt$$

che sta ad indicare appunto che $\Delta x = a\Delta t$ nel limite in cui $\Delta t \rightarrow 0$. Indicando, quindi, con dz un processo di Wiener si intende che questo ha le stesse proprietà definite sopra per Δz nel limite $\Delta t \rightarrow 0$.

1.6 Processo di Wiener “generalizzato”

Dopo aver introdotto il processo di Wiener nella sua forma più nota, ovvero quello con *drift* nullo e varianza unitaria, andiamo ad analizzare il processo nella sua forma più “generale”.

Un processo di questo tipo, per una qualsiasi variabile x espresso in termini di dz può essere definito con la seguente relazione:

$$dx = a dt + b dz$$

dove a e b sono delle costanti. Ora andiamo ad analizzare tutti i termini che compongono l'equazione. Il termine $a dt$ specifica che x ha un valore atteso di *drift rate* pari ad a per unità di tempo. Per cui se non dovessimo considerare il termine $b dz$ l'equazione diventerebbe:

$$\frac{dx}{dt} = a$$

Integrando rispetto al tempo si ha:

$$x = x_0 + at$$

Dunque, al variare del tempo T la variabile x aumenterà della quantità aT .

Ora consideriamo il termine $b dz$. Questo termine è la componente stocastica del processo, anche chiamato rumore. La quantità di rumore è b volte un processo di Wiener. Quindi x avrà un *variance rate* per unità di tempo pari a b^2 . Considerando, invece, un piccolo intervallo di tempo Δt , la variazione Δx del valore di x è dato dalla seguente relazione:

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad \text{dove } \varepsilon \sim \phi(0,1).$$

Dato che la prima componente è costante e la seconda con $\varepsilon \sim \phi(0,1)$ segue una distribuzione normale standard, allora anche Δx segue una distribuzione normale standard con $\mu(\Delta x) = a\Delta t$, $\sigma(\Delta x) = b\sqrt{\Delta t}$ e $\sigma^2(\Delta x) = b^2\Delta t$.

Dato T un qualsiasi intervallo di tempo, si avrà che $\mu(x) = aT$, $\sigma(x) = b\sqrt{T}$ e infine $\sigma^2(x) = b^2T$. Per cui possiamo concludere che un processo di Wiener generalizzato ha un valore atteso di *drift rate* pari ad a e un *variance rate* pari a b^2 .

1.7 Moto Geometrico Browniano

Come abbiamo già detto in precedenza il Moto Browniano è stato applicato in vari campi, tra cui quello economico e finanziario. La “*versione*” più utilizzata nel campo della finanza è quella di Moto Geometrico Browniano. In particolare, per descrivere l’andamento dei prezzi, si assume un atteso e costante *drift rate*, o in termini finanziari possiamo chiamarlo *rendimento atteso*, e un costante valore di *variance rate*. Indicando con S il prezzo al tempo t allora il valore atteso di *drift rate* in S deve essere μS per qualche parametro costante μ . Questo significa che in un piccolo intervallo di tempo, Δt , la variazione attesa in S è $\mu S \Delta t$. Il parametro μ è definito come il tasso di rendimento atteso sul prezzo.

Volendo eliminare il processo di Wiener dz e porlo uguale a 0, non ci sarebbe incertezza sul valore futuro dell’azione, pertanto si avrebbe:

$$\Delta S = \mu S \Delta t$$

Se consideriamo $\Delta t \rightarrow 0$, allora:

$$dS = \mu S dt \quad (1)$$

Integrando in un intervallo di tempo tra 0 e T si ottiene:

$$S_t = S_0 e^{\mu T}$$

Dove con S_0 e S_t è indicato rispettivamente il prezzo al tempo 0 e al tempo T . l’equazione dimostra come il prezzo, in assenza di incertezza, aumenti continuamente ad un tasso dato da μ per unità di

tempo. Quando si considerano i mercati reali occorre però considerare l'incertezza. Questa considerazione porta ad inserire la componente stocastica $\sigma S dz$ all'interno dell'equazione (1).

Si giunge pertanto alla seguente equazione differenziale stocastica:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (2)$$

Che può anche essere scritta:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (3)$$

Che implica l'equivalente discreto di Eulero:

$$S_{t+\Delta t} = S_t + \mu S_t \Delta t + \sigma S_t \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Segue:

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp \left\{ \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \right\} \quad (4)$$

Il parametro moltiplicativo μ (*drift*) rappresenta il tasso di rendimento atteso del prezzo di un titolo. La variabile σ esprime la volatilità del prezzo dell'investimento. La variabile σ^2 è definita come la *variance rate*. In un mondo neutrale dal rischio, μ è uguale al tasso risk-free.

Con le equazioni (2) e (3) abbiamo assunto che i prezzi dei titoli seguissero un processo continuo nel tempo. In realtà non è corretto utilizzare delle variabili continue per descrivere l'andamento dei prezzi poiché questi sono limitati a valori discreti e inoltre i cambiamenti si osservano quando i mercati sono aperti e non durante tutto l'arco della giornata.

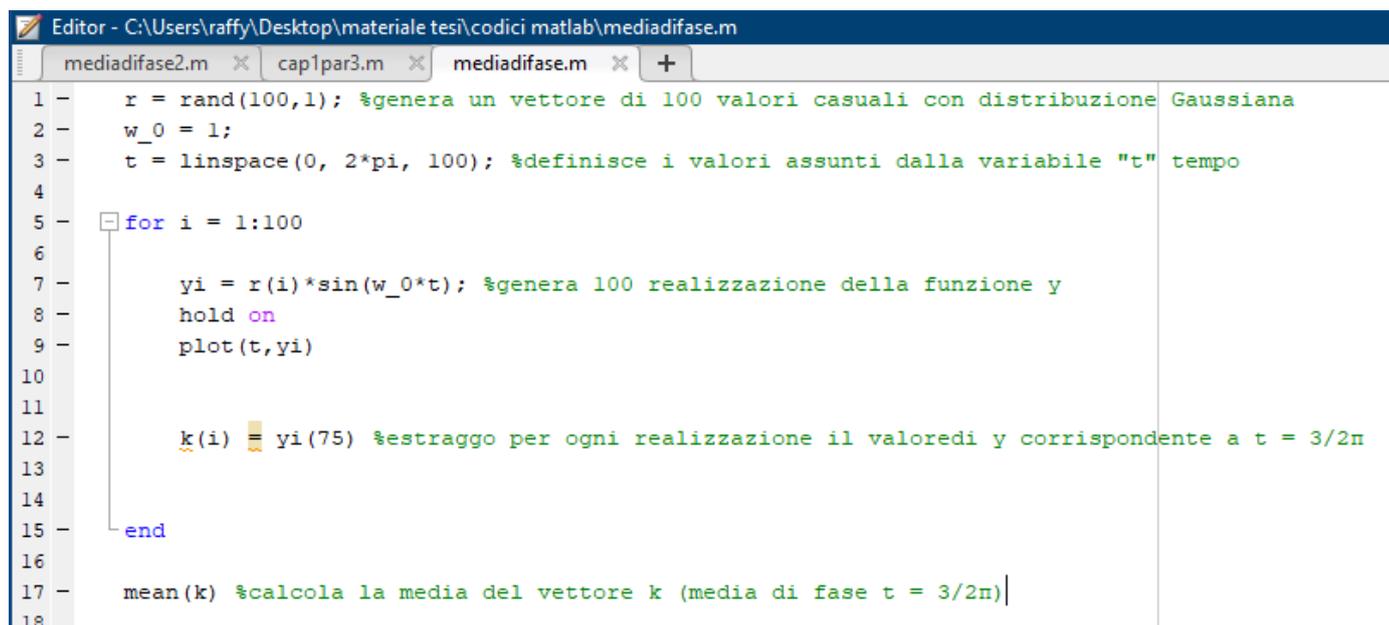
L'equazione (4) appena trovata risulta di fondamentale importanza per le applicazioni del moto browniano geometrico in ambito finanziario, soprattutto grazie al tipo di distribuzione probabilistica di cui è caratterizzata, la lognormale, la quale permette l'esclusione di valori di Y_t negativi.

La variazione $S_{t+\Delta t}$ rappresenta il cambiamento del prezzo S in un piccolo intervallo di tempo Δt , ε segue una distribuzione normale standard e il parametro μ rappresenta il tasso di rendimento atteso per unità di tempo. Analizzando l'equazione (4) si può vedere che il primo termine $\mu - \frac{1}{2} \sigma^2$ rappresenta la componente deterministica del processo mentre il secondo termine $\sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ rappresenta la componente stocastica.

Appendice 1A

1A.1 media di fase

In questa sezione, con l'utilizzo di Matlab, andremo a vedere un esempio di *media di fase* discussa nel paragrafo 1.1.



```
Editor - C:\Users\raffy\Desktop\materiale tesi\codici matlab\mediadifase.m
mediadifase2.m x cap1par3.m x mediadifase.m x +
1 - r = rand(100,1); %genera un vettore di 100 valori casuali con distribuzione Gaussiana
2 - w_0 = 1;
3 - t = linspace(0, 2*pi, 100); %definisce i valori assunti dalla variabile "t" tempo
4
5 - for i = 1:100
6
7 -     yi = r(i)*sin(w_0*t); %genera 100 realizzazione della funzione y
8 -     hold on
9 -     plot(t,yi)
10
11
12 -     k(i) = yi(75) %estraggo per ogni realizzazione il valore di y corrispondente a t = 3/2π
13
14
15 - end
16
17 - mean(k) %calcola la media del vettore k (media di fase t = 3/2π)
18
```

Figura 1A.2 codice media di fase per la funzione $y = r \sin \omega_0 t$

Con l'aiuto di questo codice vado a generare 100 realizzazioni della funzione $y = r \sin \omega_0 t$, Figura 2A, le quali differiscono per ampiezza r , e successivamente vado a calcolare la *media di fase* per

$$t = \frac{3\pi}{2}, t = \frac{\pi}{2}, t = \pi.$$

Nella tabella seguente possiamo vedere 10 simulazioni per i tre tempi differenti della *media di fase* della variabile $X(t_0, r)$.

$t = \frac{\pi}{2}$	$t = \pi$	$t = \frac{3\pi}{2}$
0.4785	0.0170	-0.5025
0.4863	0.0175	-0.5177
0.5203	0.0159	-0.5097
0.4938	0.0157	-0.5256
0.4780	0.0164	-0.5303
0.4838	0.0158	-0.5401
0.4722	0.0168	-0.4907
0.4750	0.0160	-0.4474
0.4820	0.0164	-0.5074
0.4893	0.0159	-0.5104

Tabella 1A simulazioni del valore atteso della variabile $X(t_0, r)$

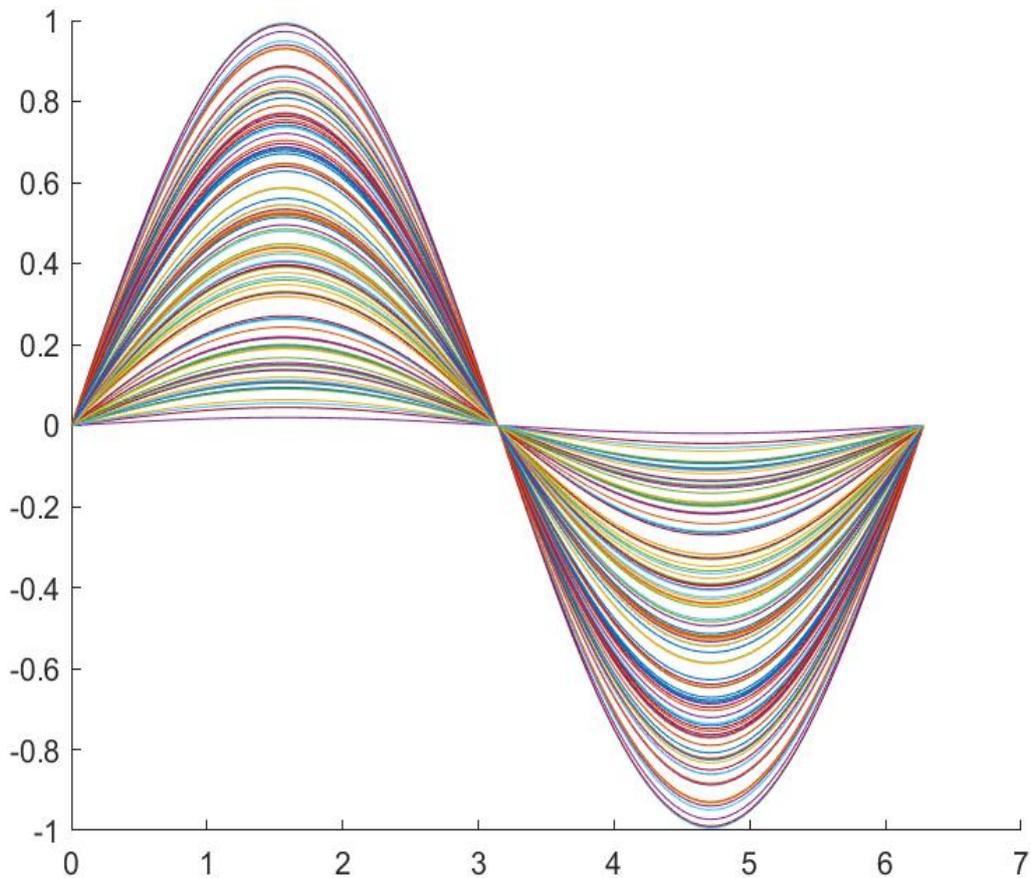


Figura 1A.2 simulazione di 100 realizzazioni della funzione $y = r \sin \omega_0 t$

Molto più semplicemente si può calcolare la media di ogni realizzazione $y = r \sin\omega_0 t$, il quale valore, essendo la funzione y una senoide è sempre molto vicino allo zero.

1A.2 White Noise

Come abbiamo già visto all'interno del paragrafo 1.4 un RW è un processo stocastico stazionario debole la cui densità di probabilità gaussiana non presenta correlazione nel tempo.

Ora con l'utilizzo di Matlab andremo a verificare se effettivamente possiede le due proprietà di processo stazionario debole. Prima andremo a verificare se *la media di fase* è costante per ogni t , successivamente andremo a vedere che non c'è correlazione temporale tra i valori.

```

Editor - C:\Users\raffy\Desktop\materiale tesi\codici matlab\mediadifase2.m
mediadifase2.m x cap1par3.m x mediadifase.m x mediadirealizzazione.m x +
1 %genera una matrice 1000x1000 di valori casuali con distribuzione Gaussiana
2 - r = randn(1000,1000);
3 %estrae il vettore colonna '200
4 - t = r(:,200);
5 %calcola la media del vettore (media di fase di un White Noise Gaussiano)
6 - mean(t)
7 |
    
```

Figura 1A.3 *media di fase di un white noise*

In questo semplice codice eseguo 1000 realizzazioni di un processo *white noise* e successivamente calcolo la *media di fase al tempo* $t = 200$.

Nella tabella seguente riporterò 5 simulazioni per tre tempi differenti $t = 200, t = 500, t = 700$.

t = 200	t = 500	t = 700
-0.0426	0.0327	0.0084
0.0590	0.0427	-0.0021
0.0159	0.0223	0.0690
-0.0073	0.0133	-0.0219
0.0193	0.0279	0.0318

Tabella 1A.2

Come possiamo vedere dalla Tabella 1A.2 i valori sono tutti molto vicini allo zero, per cui *la media di fase* è costante per ogni t . La prima proprietà della stazionarietà debole è verificata nel *White Noise Gaussiano*.

```

Editor - C:\Users\raffy\Desktop\materiale tesi\codici matlab\cap1par3.m
mediadifase2.m x cap1par3.m x mediadifase.m x mediadirealizzazione.m x +
1 - r = randn(1,100); %genera un vettore di 100 valori casuali con distribuzione Gaussiana
2 - r1 = randn(1,100);
3
4 - y = r; |
5 - y1 = r1;
6 - subplot(2,2,1)
7 - plot(y) %grafica i valori del vettore y = r
8 - title('rumore bianco 1')
9 - subplot(2,2,2)
10 - plot(y1) %grafica i valori del vettore y1 = r1
11 - title('rumore bianco 2')
12 - subplot(2,2,3)
13 - autocorr(y) %calcola l'autocorrelazione dei valori di y1
14 - title('autocorr rumore bianco 1')
15 - subplot(2,2,4)
16 - autocorr(y1) %calcola l'autocorrelazione dei valori di y1
17 - title('autocorr rumore bianco 2')

```

Figura 1A.3 codice autocorrelazione di due *white noise*

Con questo codice plottiamo due processi di rumore bianco gaussiano e andiamo a verificare se è presente autocorrelazione all'intero di essi o se sono indipendenti nel tempo.

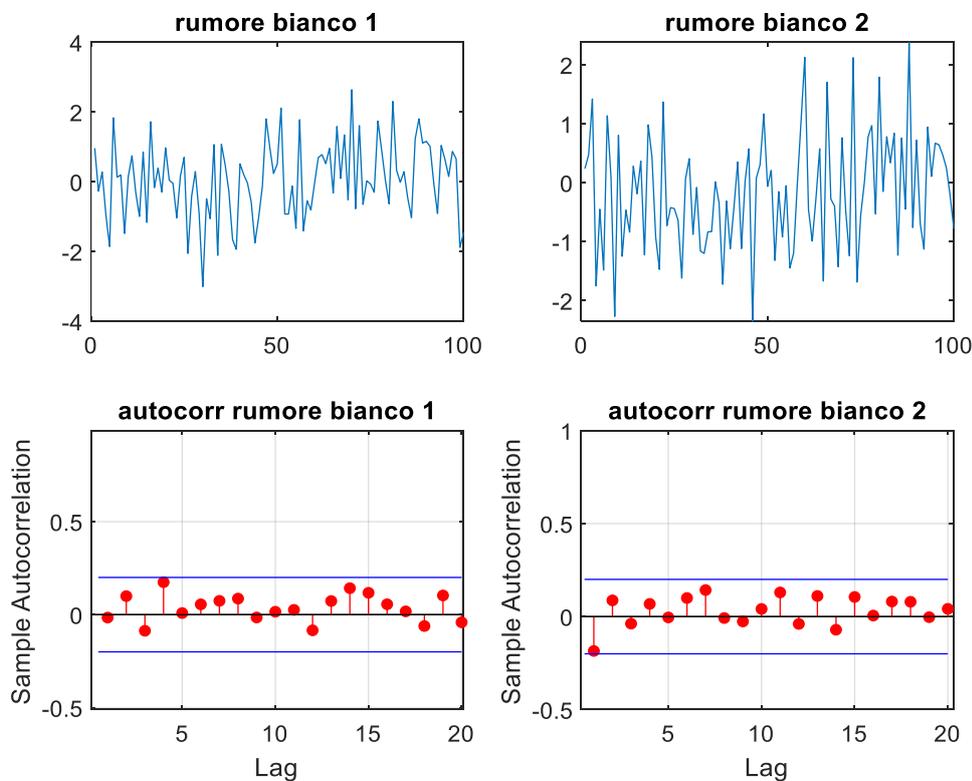


Figura 1A.4 processi di rumore bianco gaussiano e autocorrelazione

Dalla Figura 1A.4 si vede chiaramente come i singoli processi sono completamente *scorrelati* nel tempo per cui anche la seconda proprietà è verificata. Possiamo concludere che un *processo white noise Gaussiano* è un processo stazionario *debole*.

2 Goal Based Investing (GBI)

In questo capitolo ci concentreremo sulla Goal Based Investing, il quale rappresenta il processo di svolta all'interno dell'industria del “*wealth management*”.

I principi di questo approccio orientato a centralizzare la figura del cliente derivano dalla teoria delle aspettative e dalla teoria dei bisogni. Il riconoscimento dei valori personali, gli obiettivi multipli di investimento, le differenti priorità degli individui, gli orizzonti temporali variabili, e i differenti profili di rischio ci permettono di identificare la componente fondamentale del valore aggiunto, e dell'esperienza personalizzata d'investimento.

2.1 Introduzione

L'obiettivo del “*wealth management*” è quello di aiutare le famiglie, e più in generale gli individui, a fare le scelte d'investimento, e possibilmente anche le scelte di beni reali (acquisto di un immobile), nel modo più ragionevole possibile. Ogni investimento finanziario comporta un livello di rischio, lo scopo è quello di capire qual è la metodologia migliore per identificarlo e misurarlo. Volendo fare un confronto ad oggi con gli anni del “*Boom*” nel dopo guerra, quando la moderna teoria del portafoglio di Markowitz fu formulata, i prodotti d'investimento sono diventati più complessi e i mercati hanno raggiunto dei maggiori livelli di volatilità e di rischio di contagio tra i Paesi. Questo ha posto una sfida per tutti i consulenti finanziari e gestori di portafoglio, non solo nel breve periodo ma soprattutto a lungo termine. Diventa sempre più difficile per gli esperti di finanza quantitativa riuscire a risolvere matematicamente tutte le incognite relative agli investimenti finanziari. Nessun algoritmo d'investimento riesce a prevedere con certezza le dinamiche dei mercati finanziari. Questo spiega perché la modellizzazione del portafoglio rappresenta solo un punto di partenza per il processo decisionale e ha bisogno di essere completato con altre informazioni in modo da creare un più bilanciato programma d'investimento. Purtroppo, la cattiva gestione dell'emotività è una delle maggiori cause riguardante la tendenza degli individui a non seguire le strategie d'investimento prese ex-ante soprattutto quando l'andamento degli investimenti non rispecchia le aspettative iniziali. I

mercati finanziari e soprattutto gli investitori privati non sono governati da regole o da leggi, ma dall'interesse personale, dall'avidità e dalla paura.

John Coates [6] ha fornito un interessante punto di vista riguardo le cause biologiche dietro al comportamento finanziario degli individui, il quale porta a bolle speculative o *crush* di mercato. Ha spiegato cosa succede a livello ormonale nel corpo delle persone quando interagiscono con attività rischiose. Coates ha rilevato che il comportamento degli umani, all'interno dei mercati finanziari, segue il loro andamento biologico per cui l'interazione tra le persone rappresenta una delle maggiori forze che causano i fallimenti di mercato. Questo avviene sia a livello macro all'interno di grandi società o organizzazioni, ma anche a livello micro tramite conversazioni periodiche tra il consulente e i suoi clienti.

Dunque, le ambizioni individuali, le paure, e le loro stime connesse alla probabilità che esse si realizzino, sono il focus principale della GBI e sostituiscono la classica fase di conversazione tra cliente e consulente per la scelta dei rischi e dei rendimenti attesi riguardanti l'investimento. La moderna teoria del portafoglio MPT ha dominato la gestione dei portafogli dagli anni 50' fino ad oggi. La MPT è un modello di diversificazione del portafoglio, il quale assume l'esistenza di un'unica frontiera efficiente che identifica l'allocazione ottima per un dato livello di rendimento o di rischio su un singolo orizzonte d'investimento. Questa teoria ad oggi potrebbe risultare limitata poiché gli individui presentano diversi obiettivi, diverse attitudini per il rischio e diversi orizzonti d'investimento.

2.2 Dalla piramide dei bisogni di Maslow al Wealth Allocation Framework di Chhbra

Abraham H. Maslow [7] nel 1943 formulò un modello motivazionale dello sviluppo umano basato su una "gerarchia di bisogni", cioè una serie di bisogni disposti gerarchicamente in base alla quale la soddisfazione dei bisogni più elementari è la condizione per fare emergere i bisogni di ordine superiore. Alla base della piramide ci sono i bisogni essenziali alla sopravvivenza mentre salendo verso il vertice si incontrano i bisogni più immateriali. La teoria di Maslow è il punto di partenza per una successiva analisi sul comportamento degli individui nel campo finanziario e anche in campo psicologico e dunque sullo sviluppo della Goal Based Investing. Le esigenze personali sono organizzate come in Figura 2.1:

- i bisogni **FISIOLOGICI**: fame, sete, sonno, termoregolazione, ecc. Sono i bisogni connessi alla sopravvivenza fisica dell'individuo. Sono i primi a dover essere soddisfatti a causa dell'istinto di autoconservazione;
- i bisogni di **SICUREZZA**: protezione, tranquillità, prevedibilità, soppressione preoccupazioni e ansie, ecc. Devono garantire all'individuo protezione e tranquillità;
- i bisogni di **APPARTENENZA**: essere amato e amare, far parte di un gruppo, cooperare, partecipare, ecc.; Questa categoria rappresenta l'aspirazione di ognuno di noi a essere un elemento della comunità;
- i bisogni di **STIMA**: essere rispettato, approvato, riconosciuto, ecc. L'individuo vuole sentirsi competente e produttivo;
- i bisogni di **AUTOREALIZZAZIONE**: realizzare la propria identità in base ad aspettative e potenzialità, occupare un ruolo sociale, ecc. Si tratta dell'aspirazione individuale a essere ciò che si vuole essere sfruttando le nostre facoltà mentali e fisiche.

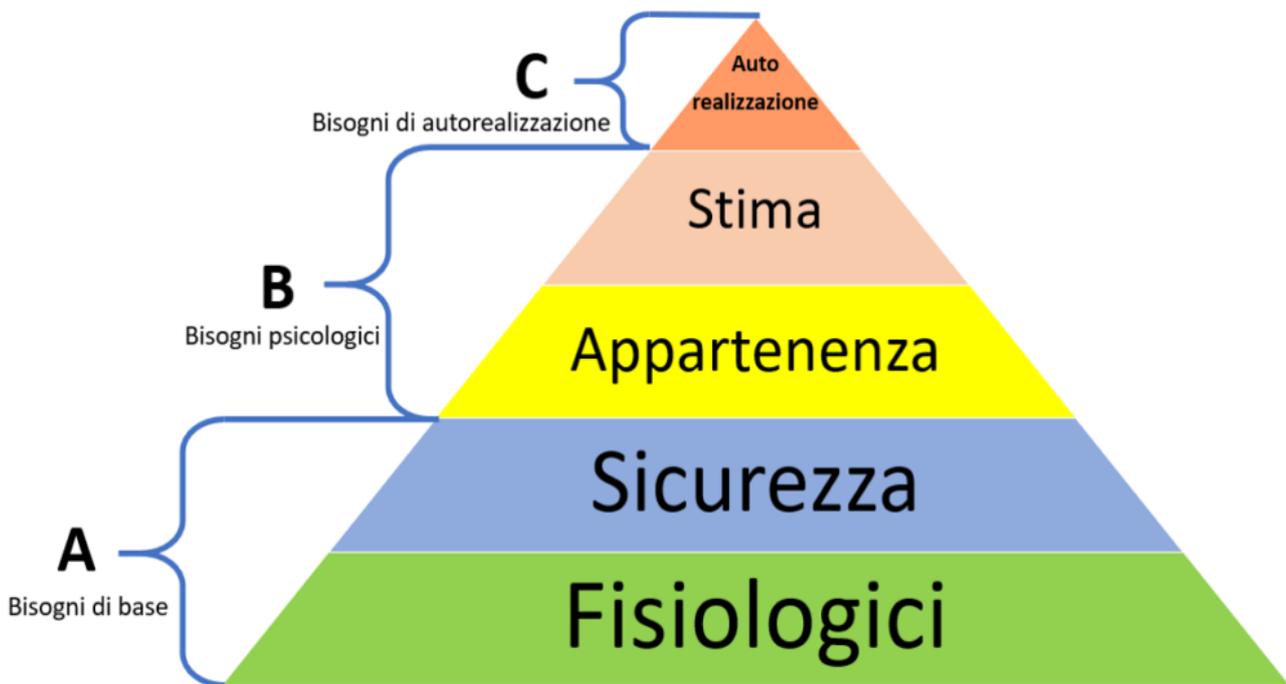


Figura 2.1 Piramide dei bisogni di Maslow.

Più avanti Shefrin e Statman [8] nel 2000 concentrarono le loro ricerche sull'idea che gli individui abbiano più obiettivi, simile all'idea di Maslow riguardante i bisogni, e che ogni individuo associ ad ogni obiettivo un differente profilo di rischio.

Successivamente Cahhbra [9] nel 2005 organizza gli obiettivi degli investitori in tre grandi fasce:

- **OBIETTIVI ESSENZIALI:** idealmente corrispondono ai bisogni fisiologici e di sicurezza, e riguardano la costruzione di un portafoglio che protegge l'investimento da ogni tipologia di rischio, in modo da mantenere i bisogni di base e avere una protezione in caso di gravi problemi di salute o per qualsiasi altra necessità.
- **OBIETTIVI DI CRESCITA:** si riferiscono al raggiungimento di una stabilità personale e familiare con la possibilità di una crescita costante del proprio tenore di vita.
- **OBIETTIVI ASPIRAZIONALI:** questi fanno riferimento agli obiettivi di autorealizzazione, come ad esempio espandere la propria attività imprenditoriale oppure acquistare una villa di lusso. Ovviamente per poter raggiungere tali obiettivi gli individui devono essere consapevoli del fatto che potrebbero andare incontro a consistenti perdite.

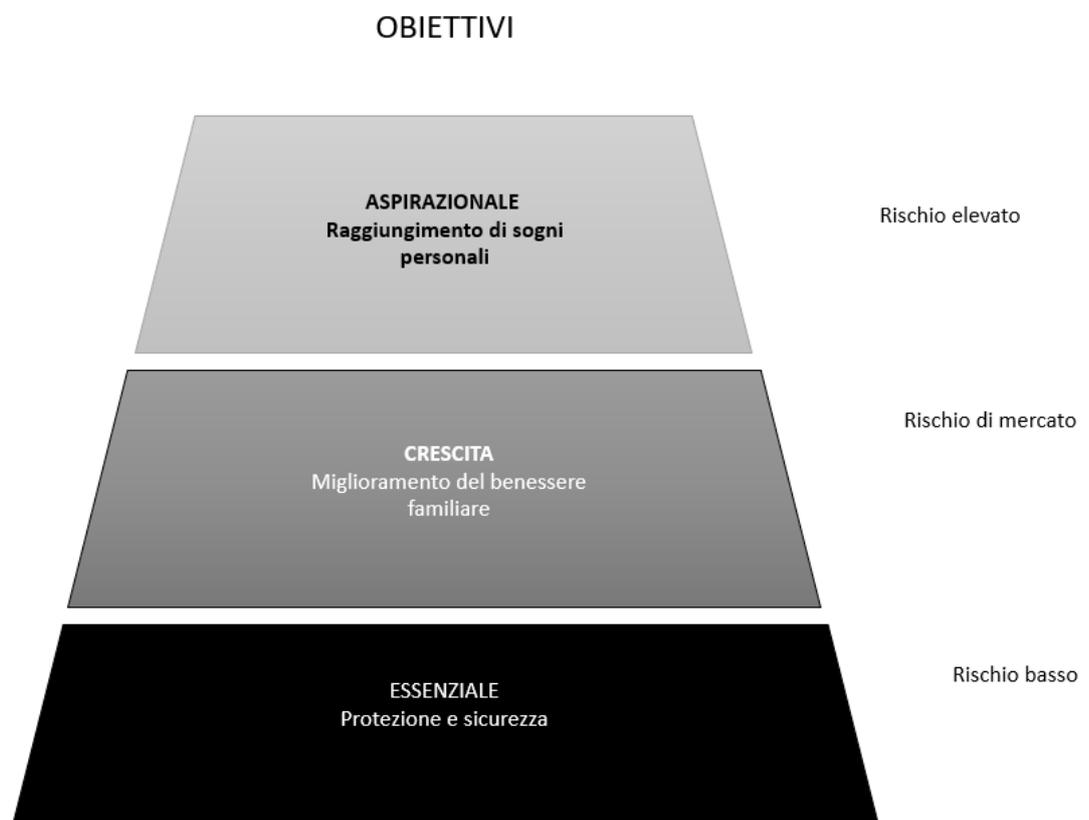


Figura 2.2 Wealth Allocation Framework di Chhabra.

La chiave della GBI è quella di isolare l'investitore con i suoi obiettivi fondamentali dalle dinamiche dei mercati finanziari, garantire loro un'ottima probabilità di raggiungere gli obiettivi di crescita e inoltre permettere di avere alcune opportunità di raggiungere gli obiettivi aspirazionali.

Infine, ogni obiettivo è associato a differenti tipi di rischio.

- **BASSO RISCHIO (liquidità, prima casa, risparmio pensionistico...):** attività orientate alla protezione e al mantenimento dei bisogni fondamentali, in modo da garantire quei *cashflows* necessari a evitare una brusca riduzione dei propri standard di vita.
- **RISCHIO DI MERCATO (titoli azionari, fondi d'investimento...):** il quale deriva da investimenti orientati al miglioramento del benessere cercando comunque di stare al passo con l'incremento del costo della vita.
- **RISCHIO ELEVATO (private equity, impresa di famiglia):** questa ultima tipologia degli investimenti dà la possibilità di generare un elevato aumento di capitale ma anche delle perdite importanti.

2.3 Il modello di portafoglio

La GBI ha come scopo quello di personalizzare l'esperienza d'investimento del soggetto identificando i portafogli ottimi rispetto a questi quattro postulati:

- Gli investitori hanno obiettivi multipli
- Esibiscono differenti priorità
- Hanno orizzonti temporali differenti
- Sono potenzialmente tutti caratterizzati da differenti avversità al rischio

Gli obiettivi possono essere assegnati a dei target quantitativi in termini di valore di *assets* desiderato o di rendimento entro un periodo di tempo, i quali sono condizionati dall'ammontare d'investimento iniziale e da eventuali contribuzioni periodiche. Definire un portafoglio ottimo per ogni obiettivo, con flussi di cassa in entrata e in uscita, diventa molto complesso per un portafoglio che utilizza il moderno modello di Markovitz.

Ovviamente per poter utilizzare la GBI bisogna utilizzare tecniche finanziarie molto più avanzate rispetto a quelle che utilizza la moderna teoria di portafoglio, MPT. Facendo un confronto tra i due approcci la GBI:

- Cambia la misura del rischio, introduce il criterio di probabilità di raggiungere o meno un determinato obiettivo.

- Inserisce nel modello di portafoglio un meccanismo multiperiodale, in cui l'importanza del raggiungimento dell'obiettivo è pari a quella del tempo impiegato a raggiungerlo.
- Facilita la simulazione di prodotti reali all'interno del portafoglio per migliorare la gestione del rischio.
- Simula e ottimizza il portafoglio considerando flussi di cassa in uscita e in entrata.

Sironi [10] nel 2015 ha cercato di affrontare i problemi descritti in precedenza tramite la Probabilistic Scenario Optimization (PSO), in modo tale da poter utilizzare la GBI tramite la simulazione dei fattori di rischio e l'analisi di scenario. Mentre l'approccio tradizionale consiste nel definire un portafoglio rischioso considerando come parametri la volatilità, i rendimenti attesi e i quantili delle loro distribuzioni (VAR), quello che invece sembra rilevante per gli individui non è la minimizzazione di un livello arbitrario di perdite ma la minimizzazione delle probabilità di non raggiungere i propri obiettivi.

Poiché nella maggior parte dei casi si assume che i rendimenti del portafoglio si distribuiscano secondo una normale, nel modello Media-Varianza possiamo vedere una semplice distribuzione normale dei rendimenti così da identificare la probabilità associata ad ogni rendimento, Figura 2.3.

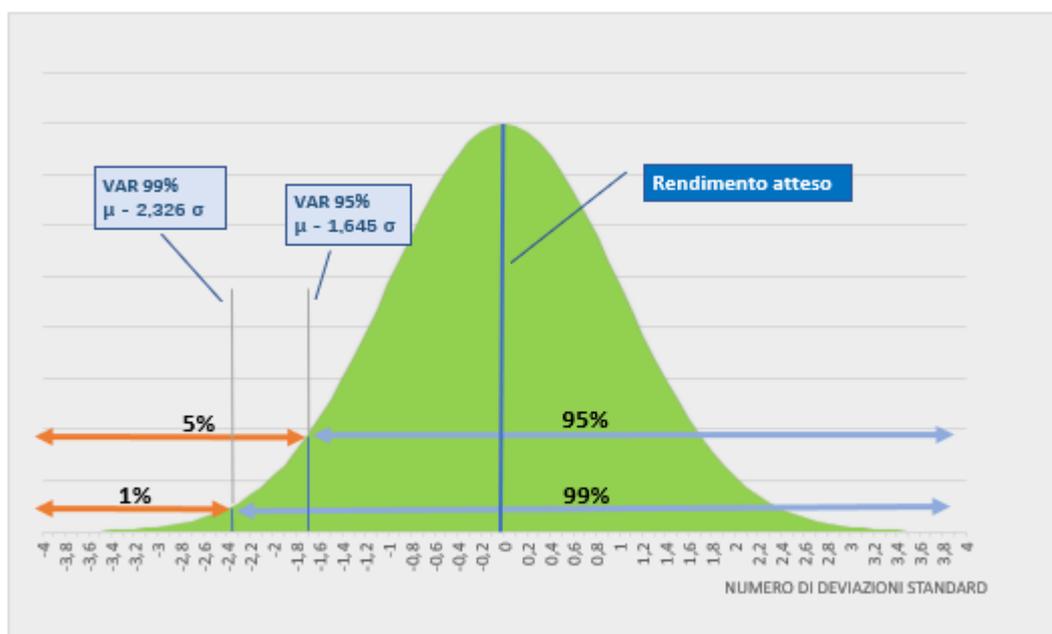


Figura 2.3: Distribuzione normale del rendimento di un portafoglio.

Il portafoglio ottimo è quel portafoglio che con un determinato periodo di tempo ci produce il rendimento target minimizzando la probabilità di insuccesso.

Sironi, nel 2015, ha dato una nuova definizione di portafoglio ottimo, ovvero quel portafoglio che dà la massima probabilità di successo durante un orizzonte temporale, vincolato da un limite

di rischio multiperiodale, il quale può essere espresso tramite un VAR sui vari orizzonti di tempo, Figura 2.4. L'essenza di ogni processo di *decision-making* è data dall'unione di tre elementi: rischio di portafoglio, ambizioni personali e orizzonte d'investimento. Gli obiettivi, dunque, assumono un significato rilevante solo se viene stabilito un limite massimo e un limite minimo per l'orizzonte temporale d'investimento in modo da poter valutare la loro effettiva realizzazione.

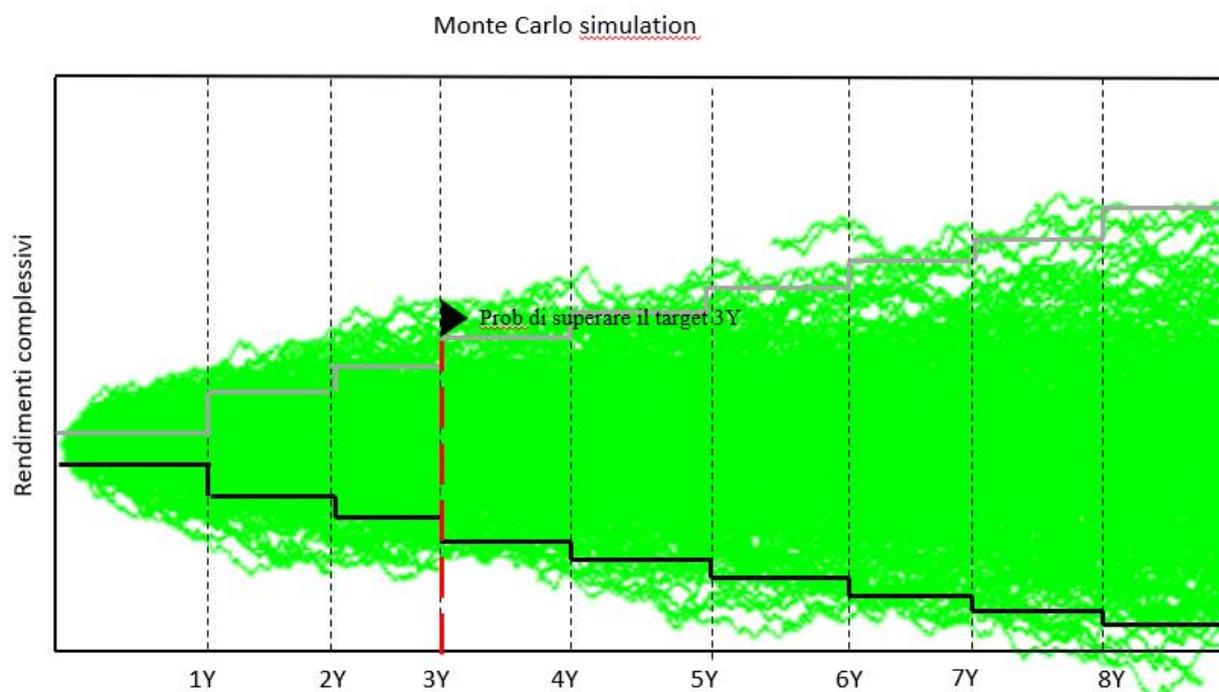


Figura 2.4: Monte Carlo simulation e rendimenti target

2.4 Avversione al rischio

Il profilo di rischio è il risultato di un processo di investigazione volto a identificare quali sono gli investimenti più adeguati per l'individuo, dunque qual è il rischio massimo che il cliente può tollerare.

La tolleranza al rischio per un individuo è data dalla combinazione di elementi soggettivi e oggettivi, chiamati *risk capacity* e *risk aversion*, la combinazione di entrambi porta l'individuo alla percezione del rischio finanziario.

Risk aversion riguarda la tolleranza alle perdite, è il fattore soggettivo che riguarda la propensione dell'individuo di assumere dei rischi. È il risultato delle caratteristiche psicologiche ed emotive.

Risk capacity, invece, riguarda il fattore oggettivo, come ad esempio il patrimonio personale dell'individuo. È la capacità di sostenere delle perdite legate all'investimento senza mettere a rischio gli obiettivi essenziali.

Spesso per capire l'avversione al rischio di un individuo bisogna guardare alle esperienze di vita e al contesto sociale in cui il soggetto lavora e svolge la sua vita privata. È ben noto che dopo una flessione del mercato l'investitore è più restio nell'investire in titoli azionari poiché la memoria della recente perdita è ancora viva e dunque influenza il suo comportamento. Inoltre, è molto importante considerare anche le esperienze passate, come ad esempio la condizione sociale da giovane, o eventuali crisi di mercato, le quali sicuramente lasciano un segno nella mente dell'individuo.

L'approccio tradizionale della Moderna Teoria di Portafoglio assume che gli investitori sono disposti a sopportare un rischio extra solo se gli viene offerta la possibilità di ricevere dei rendimenti più elevati adeguati al rischio assunti. Non si fa mai riferimento riguardo il collegamento tra livello di rischio e ambizioni dell'individuo. Di fatto la Goal Basing Investing ha innovato la definizione di rischio, introducendo la probabilità di fallire o raggiungere un obiettivo come l'elemento chiave per il processo di *asset allocation*. Questo dà la possibilità di avere un'*asset allocation* adeguata, non solo riguardo l'avversione a rischio dell'individuo, ma anche nei confronti degli obiettivi specifici posti ragionevolmente dall'investitore confrontati con il rischio che è disposto a sopportare. Ovviamente, rispetto all'approccio tradizionale, per ottenere tutte le informazioni necessarie, c'è bisogno di un ampio confronto tra il cliente e il consulente finanziario o Robo-Advisor.

2.5 Caratteri principali della Portfolio Scenario Optimization (PSO)

La PSO è un approccio incentrato attorno al rischio e creato per facilitare gestione del portafoglio tramite la GBI. La probabilità di raggiungere il target di un investimento diventa la variabile chiave della funzione obiettivo, la quale massimizza il rendimento entro un vincolo di rischio e di tempo. l'analisi di portafoglio non si riduce a un problema di ottimizzazione di Media-Varianza, ma propone una valutazione di tutti gli strumenti finanziari utilizzando tecniche di simulazione stocastiche. Le variabili di mercato reali possono essere simulate e gli investimenti possono essere replicati tramite una rivalutazione di tutti i *pay-offs*, condizionati ai vari perturbamenti di mercato, in questo modo l'utilizzo degli *stress test* può essere usato per avere

una visione riguardo la criticità o le possibilità che offre il mercato e quindi modellare in base a questo i vari portafogli ottimi. Tutti gli strumenti finanziari possono essere simulati congiuntamente in modo da entrar a far parte della costruzione, ribilanciamento o analisi di un portafoglio.

La PSO è un processo *step-by-step* in cui vengono filtrati i titoli secondo un criterio legato alla misurazione della probabilità, come è illustrato in Figura 2.5. Il risultato finale è dato da un *asset-allocation* che ci permette di avere la massima probabilità di raggiungere il nostro obiettivo di investimento, considerando le restrizioni fornite e il limite massimo di rischio sopportato.

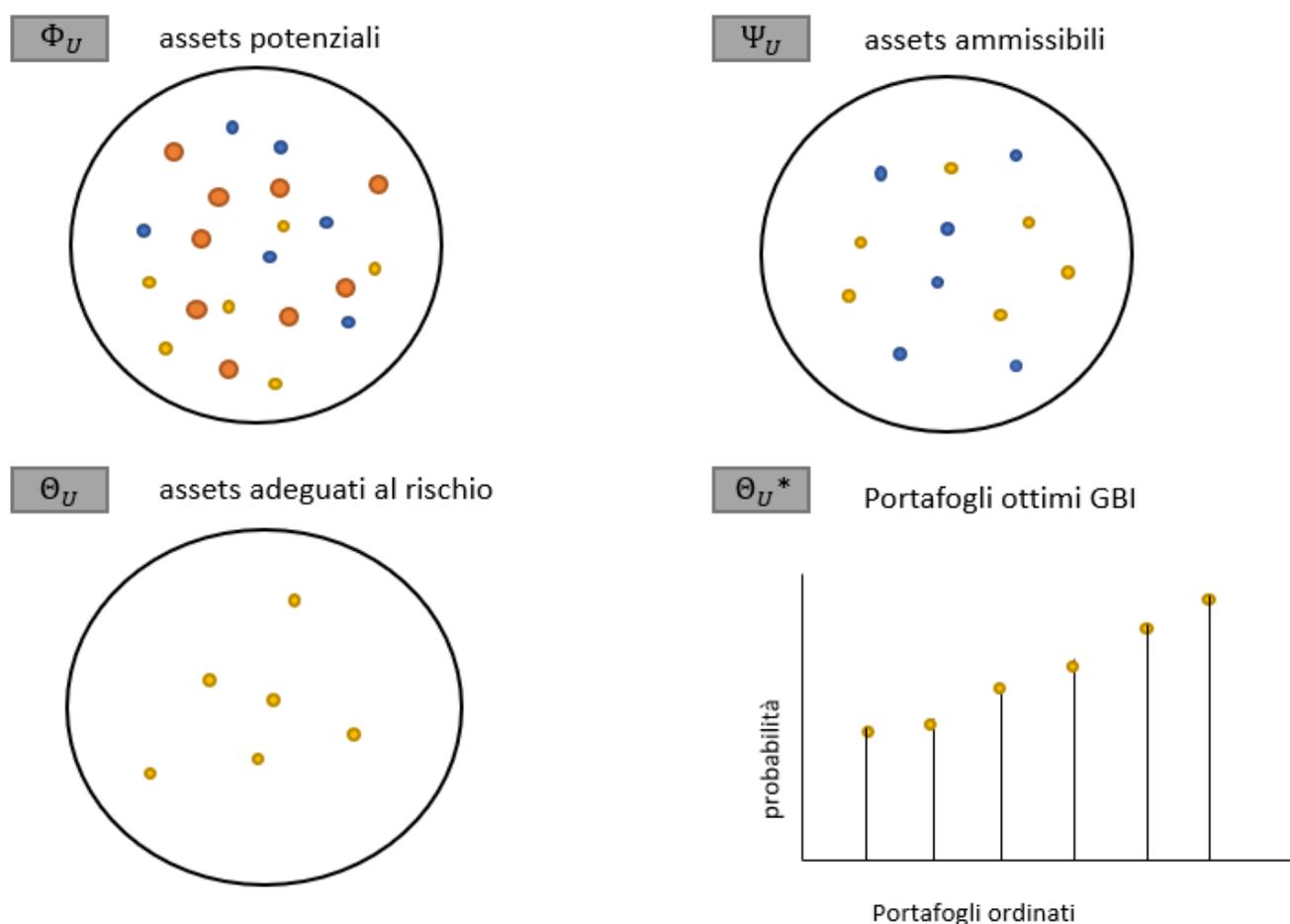


Figura 2.5: processo della PSO

Le nuove metodologie di *risk management* hanno lo scopo di riportare le stime dell'incertezza riguardo al rischio-rendimento dei vari prodotti finanziari. Tali stime richiedono la realizzazione di migliaia di scenari stocastici, riguardati le differenti evoluzioni dei fattori di rischio dei mercati, in modo da cercare di ottenere il valore più corretto possibile dei vari strumenti finanziari.

Questo processo richiede diversi step:

- Definizione del problema di ottimizzazione: selezione di tutti gli investimenti possibili, indicazione dei vincoli di allocazione, scelta del profilo di rischio-rendimento per decidere gli obiettivi di investimento e i limiti di rischio sopportati.
- Generazione dello spazio dei rendimenti possibili simulando l'andamento nel tempo dei vari titoli, condizionatamente agli scenari probabilistici.
- Generazione di uno spazio composto da *asset-allocation* ammissibili ridotti dal profilo di rischio dell'investitore.
- Misura della probabilità e ordinamento dei portafogli: ottimizzazione della funzione obiettivo e rappresentazione grafica dei portafogli risultanti e delle loro caratteristiche, ordinati secondo la probabilità di raggiungere l'obiettivo d'investimento nel tempo.

2.5.1 Profili di rischio e rendimento

Come abbiamo visto in precedenza il processo inizia con l'elicitazione del profilo di rischio-rendimento da parte dell'investitore, il quale è una combinazione dell'avversione a rischio e dei suoi obiettivi di investimento. Chiaramente, mentre l'avversione a rischio può essere facilmente misurata con tecniche statistiche, come ad esempio i quantili di perdita della distribuzione, l'ambizione invece non è facilmente misurabile. Quindi, il modello di portafoglio deve massimizzare la probabilità di raggiungere gli obiettivi cercati, rispettando il profilo di rischio scelto dall'investitore.

Ad esempio, nella Figura 2.6 viene mostrato il caso di un profilo piuttosto avverso al rischio, disposto però ad accettare nel breve periodo un livello di rischio un po' più elevato. Invece nel lungo periodo vuole proteggere con totale sicurezza il proprio capitale.

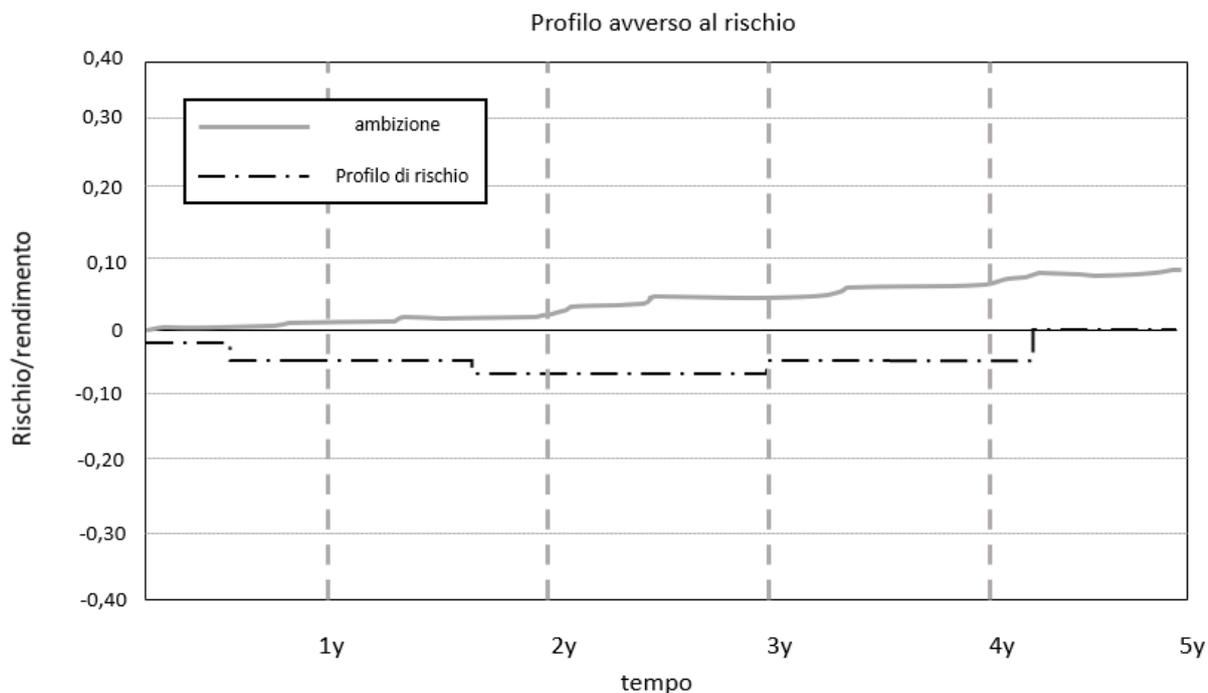


Figura 2.6: Esempio di un profilo avverso al rischio.

Nella Figura 2.7, invece, vediamo il caso di un individuo tollerante al rischio. Questa metodologia è tanto sensibile al profilo di rischio quanto al livello di ambizione dell'individuo.

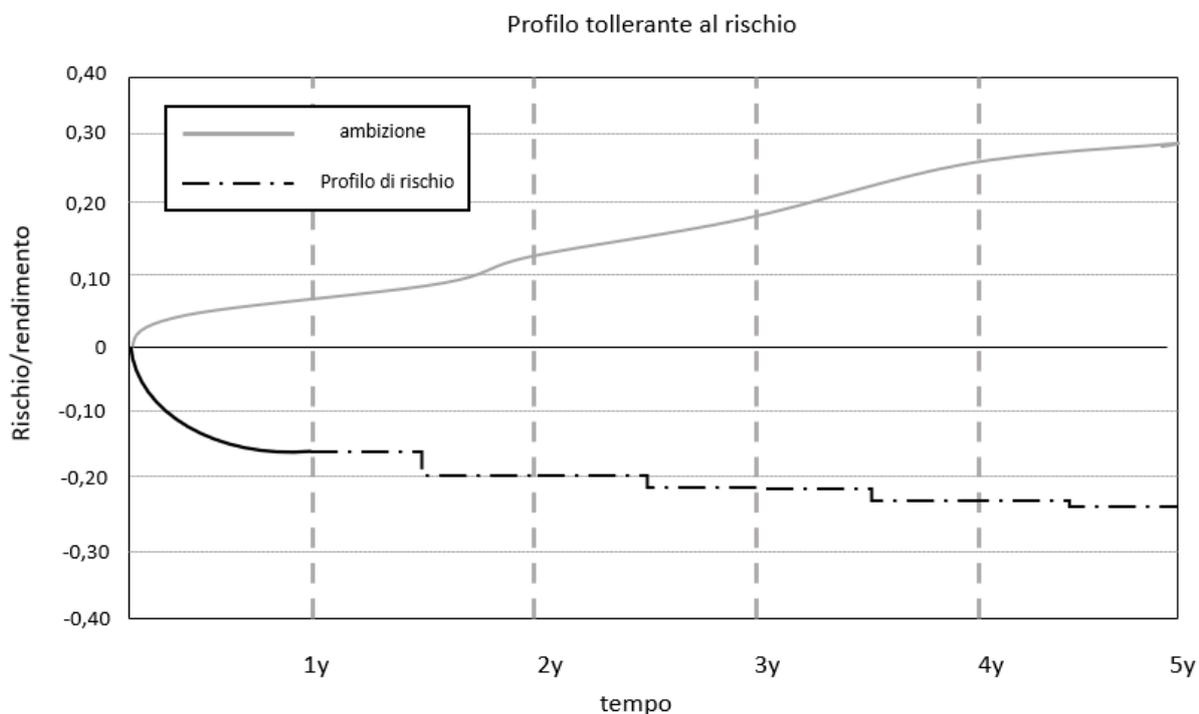


Figura 2.7: Esempio di un profilo tollerante al rischio.

Una volta che l'investitore ha elicitato il suo profilo di rischio, può stabilire le sue ambizioni in funzione della condizione dei mercati e dei livelli di volatilità di essi.

Dato un asset che rispetta un certo profilo di rischio, maggiore è il livello di ambizione dell'individuo, minore sarà la probabilità di raggiungere l'obiettivo prefissato. Chiaramente, esistono diversi assets che offrono lo stesso profilo di rischio ed hanno un'elevata probabilità di raggiungere il target obiettivo. La PSO permette la verifica ed eventualmente la modifica in diversi periodi dei livelli di rischio, dei vincoli e della funzione obiettivo, in modo da adattarsi alle preferenze del cliente.

2.5.2 Generazione di Scenari

La PSO è basata sulla valutazione degli strumenti finanziari, utilizzando la simulazione Monte Carlo per stimare i fattori di rischio (inflazione attesa, prezzi delle azioni, struttura a termine dei tassi d'interesse...). Nella Figura 2.7 lo scenario h rappresenta un potenziale stato in un dato periodo di tempo, con una serie definita di fattori di rischio che assumono dei valori potenzialmente diversi rispetto alla valutazione iniziale. Una simulazione H è una sequenza nel tempo di scenari $h \in H$ che modella la potenziale evoluzione di determinati fattori di rischio ad ogni punto t lungo tutto l'orizzonte d'investimento Γ . Il set di tutte le simulazioni di scenario H è chiamato S . L'incertezza misurata su tutte le simulazioni di scenario è chiamata rischio. Condizionatamente allo stato di tutti i fattori di rischio in ogni scenario futuro, si possono riprezzare tutti gli strumenti finanziari e tracciare i loro *cashflows* in modo da stimare come i loro rendimenti contribuiscono alle performance del portafoglio.

Scenario set (3 simulazioni, 8 scenari)

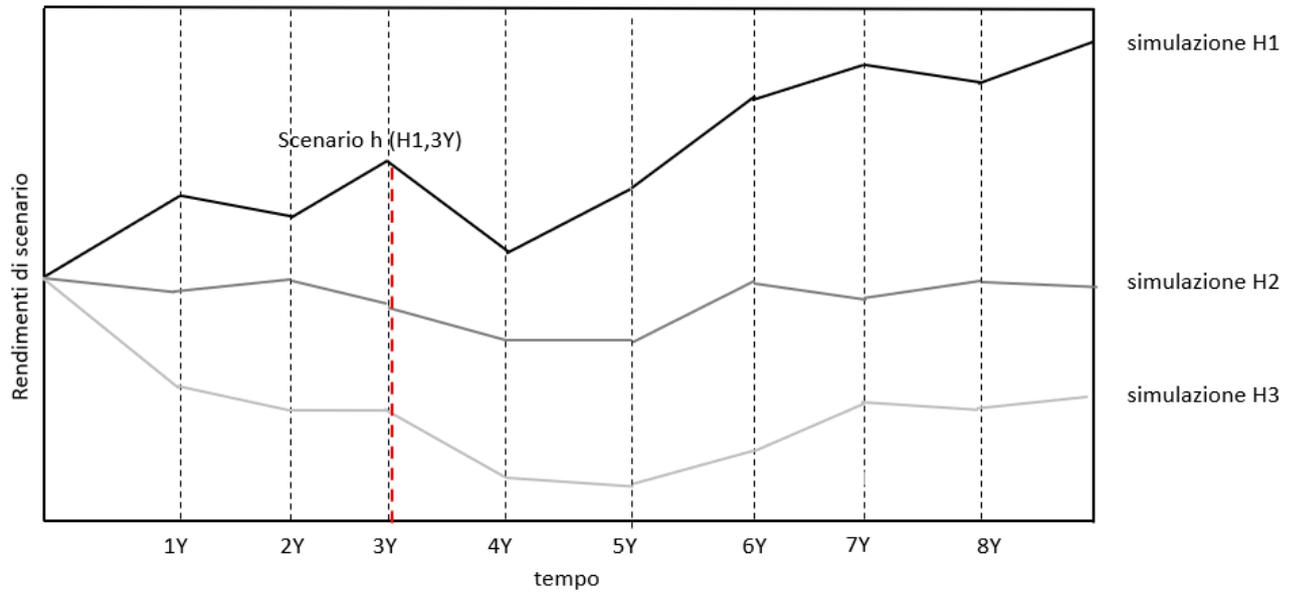


Figura 2.7: Esempio di scenario set

Si può utilizzare una simulazione Monte Carlo per ogni elemento di Ψ_U . Questo rappresenta lo spazio futuro dei rendimenti potenziali di ogni asset, Figura 2.4.

2.5.3 Assets potenziali e assets ammissibili

Lo scopo della PSO è quello di analizzare le funzioni di densità dei rendimenti potenziali di tutti gli assets ammissibili, i quali devono rispettare i vincoli e le preferenze del cliente. Chiamiamo $V_{U,H,t}$ l'ammontare di capitale iniziale che può essere investito nel tempo utilizzando infinite opportunità indicate con U, al tempo $t = 0$ lo scenario di base è $H = 0$. Φ_U indica lo spazio di tutti gli assets possibili. Chiameremo $w_{j,0,0}$ (j rappresenta il numero di asset all'interno di U) i pesi corrispondenti agli elementi di Φ_U i quali rimarranno costanti per tutta la durata della simulazione, dal momento che solo il valore degli asset può cambiare:

$$\Phi_U : V_{U,H,t} = \sum_{j \in U} V_{j,H,t} w_{j,0,0}$$

Per costruire Ψ_U , l'insieme degli assets ammissibili, il quale è un sottoinsieme di Φ_U , conforme con i vincoli allocativi imposti, possiamo anche aggiungere investimenti o spostare denaro all'interno di assets già esistenti in modo da far variare gli afflussi e i deflussi di capitali nel tempo (flussi di reddito, dividendi, investimenti immobiliari), secondo le esigenze

dell'investitore. Per cui i pesi possono variare secondo delle definite regole di bilanciamento. Ad esempio, l'ammontare investito in una particolare categoria A del portafoglio U può essere limitato inferiormente o superiormente, in base alla quantità di asset che vogliamo avere di quella particolare categoria:

$$a \leq \sum_{j \in A} \frac{V_{j,0,0} w_{j,0,0}}{V_{U,0,0}} \leq b$$

2.5.4 Asset adeguato al rischio

Θ_U è il sottospazio di Ψ_U degli Assets simulati i quali sono vincolati ai limiti di rischio definiti. Il limite di rischio può essere imposto come un vincolo inferiore, in modo che la misura di rischio del titolo simulato, ad esempio il VAR, ricada all'interno del confine predeterminato per quel periodo, Figura 2.8.

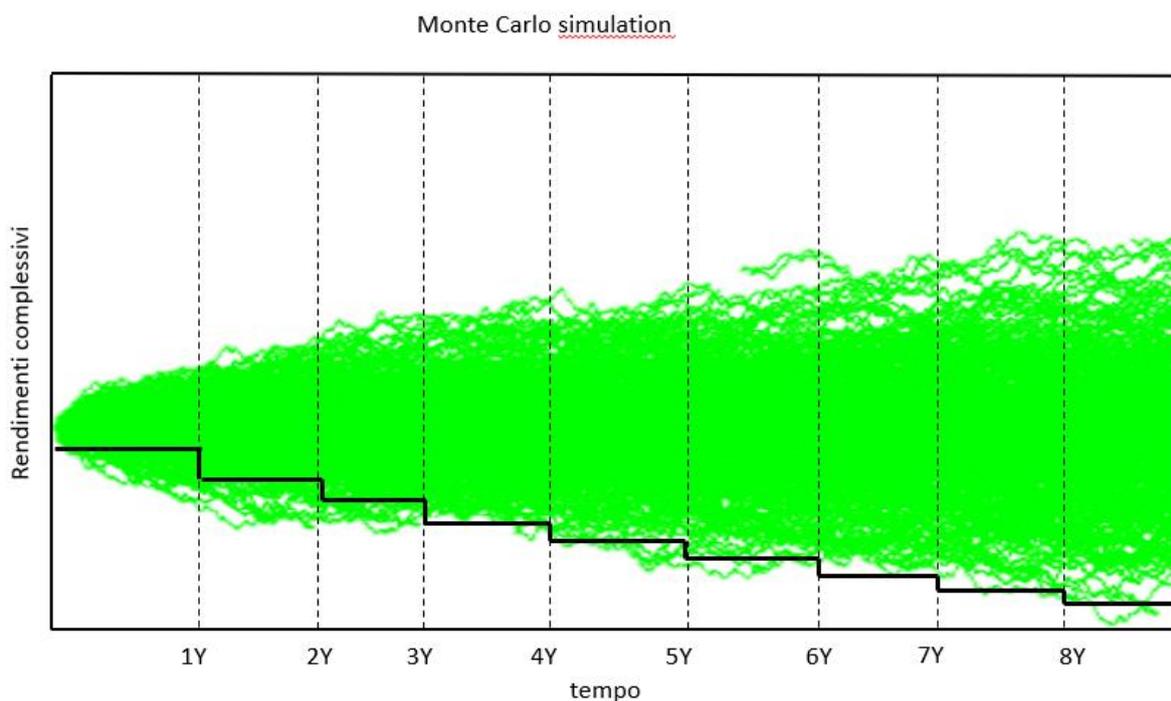


Figura 2.8: Monte Carlo simulation con vincolo di rischio

Per un dato intervallo di confidenza $1 - \alpha$, λ_T^L rappresenta la funzione del rischio su orizzonte d'investimento Γ :

$$\lambda_T^L : \{\lambda_t \mid t \in \Gamma\}$$

Alla funzione di rischio possiamo applicare un vincolo $\xi_{U,S,t}^\alpha$ il quale rappresenta il quantile α dell'investitore applicabile ai suoi rendimenti di portafoglio $R_{U,H,t}$.

$$\xi_{U,S,t}^\alpha \leq \lambda_F^L \forall t \in \Gamma$$

Questo vuol dire che il quantile sinistro $\xi_{U,S,t}^\alpha$ del portafoglio ottimo per ogni periodo t , con un intervallo di confidenza $1 - \alpha$, deve essere contenuto all'interno della funzione di rischio dell'investitore λ_F^L .

2.5.5 Funzione obiettivo: massimizzazione delle probabilità

Come abbiamo visto il percorso obiettivo inizia con uno spazio Φ_U di allocazioni potenziali quasi casuali, successivamente viene ridotto al sottospazio Ψ_U composto dai titoli ammissibili, per arrivare infine ad un insieme di titoli Θ_U adeguati al rischio. La funzione obiettivo può ora essere impostata sulle proprietà rischio-rendimento dei titoli contenuti in Θ_U .

La Figura 2.4 mostra una Monte Carlo simulation dove in grigio è descritto il livello di ambizione λ_F^A e in nero il livello di rischio sopportato dall'investitore nei differenti periodi di tempo.

Dunque, si ha la necessità di avere un'informazione che determina il livello obiettivo ad ogni unità di tempo. Questo può essere raggiunto introducendo un sistema K tale che ogni vettore di $k \in K$ assegna un peso positivo ad ogni $t \in \Gamma$.

L'ottimizzazione avviene tramite la costruzione di opportune tecniche che vanno al di là degli scopi della tesi.

Funzione obiettivo: massimizza la probabilità rispettando le ambizioni o i rendimenti target dipendenti dal tempo λ_F^A , soggetti a uno schema di pesi multiperiodale espresso su un orizzonte Γ e che comprende tutti gli elementi Θ_U , tale che:

$$\Theta_{U,S,\Gamma}^* : \max_{\Theta} \left\{ \sum_{t \in \Gamma} k_t P_{U,S,t}(R > \lambda_F^A) \right\}$$

I Robo-Advisor sono in grado di calcolare le performance nel tempo e vedere se gli obiettivi d'investimento sono ancora raggiungibili o devono essere modificati a causa di cambiamenti improvvisi del mercato, Figura 2.9. Possono calcolare la probabilità minima di raggiungere il target obiettivo per ogni unità di tempo e verificare ex-ante ed ex-post la conformità di entrambe le strategie e le tattiche di *asset allocation* con i profili di rischio e di ambizione dell'investitore.

Questo ci permette di anticipare la necessità di una revisione attiva dell'asset allocation, nel caso in cui l'investimento renda più delle aspettative, oppure nel caso in cui il mercato si rivela sfavorevole alle strategie prese e l'investimento abbia delle performance negative. Un ulteriore valore aggiunto della PSO riguarda la possibilità di gestire vari problemi senza la necessità di ricalibrare tutto il set di input della simulazione, ad esempio possiamo ridefinire l'orizzonte temporale, il time step, i vincoli di allocazione, le ambizioni dei clienti, o i livelli di avversione al rischio e lavorare sulla stessa distribuzione stocastica dei rendimenti dei singoli prodotti.

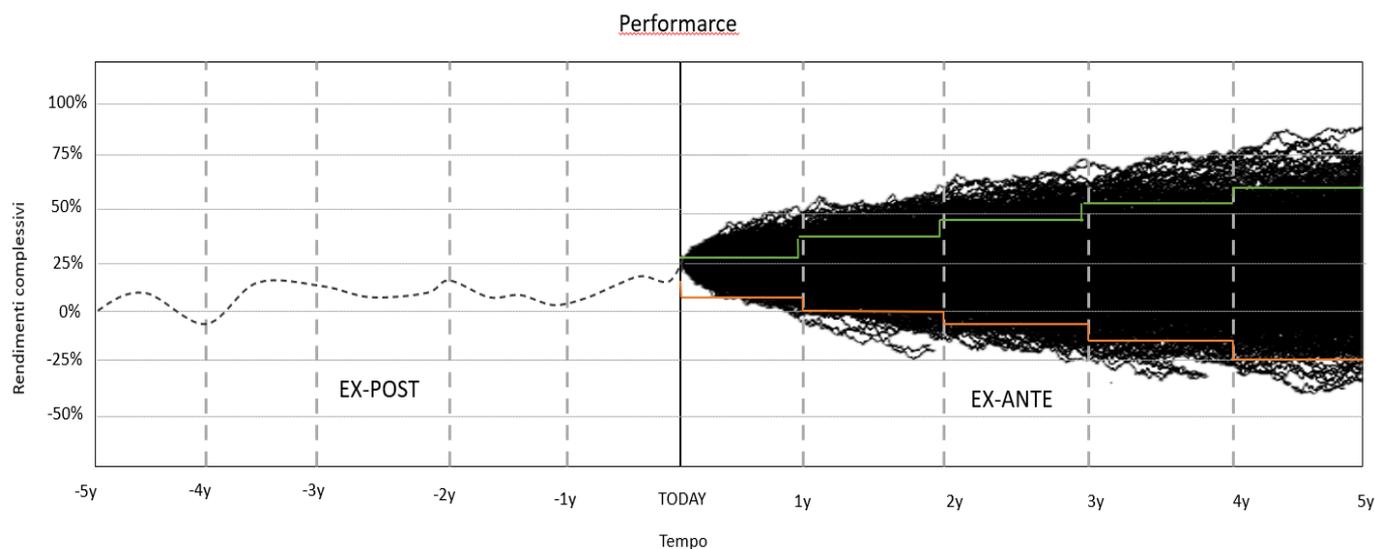


Figura 2.9: Esempio fi GBI performance.

2.5.6 conclusioni

La PSO è un framework basato su una grande quantità di simulazioni che abbracciano molti problemi di ottimizzazione in termini di:

- Timeline discretization;
- Definizione del limite di rischio (VAR, Worst Case, ES) ;
- Definizione delle ambizioni (rendimenti attesi, valore degli asset, flusso di reddito);
- Definizione della funzione obiettivo (probabilità massima di raggiungere gli obiettivi di rendimento, probabilità massima di ottenere una rendita annuale);
- Diverse combinazioni di ambizioni, avversione al rischio, e timeline discretization.

In particolare, il framework è studiato appositamente per l'analisi di stress test dell'investimento e si basa sull'analisi di scenario. I cicli economici possono essere comodamente modellizzati nel

tempo in modo da testare la robustezza dell'investimento e le eventuali ipotesi di ribilanciamento.

3 Implementazione del Moto Geometrico Browniano all'interno della GBI

In questo Capitolo inizialmente andrò a spiegare come è stato costruito l'algoritmo e in che modo lavora, successivamente eseguirò delle simulazioni per studiare l'andamento dei portafogli d'investimento presi in considerazione verificandone la compatibilità con i profili di rischio dei diversi investitori.

3.1 Descrizione algoritmo

Per scrivere l'algoritmo relativo al Moto Geometrico Browniano ho utilizzato la funzione *def* di Python che mi permette di definire una funzione in modo tale da poter essere richiamata ogni volta che c'è bisogno di utilizzarla. La funzione utilizza come input gli argomenti che gli vengono assegnati durante la chiamata e li elabora secondo le istruzioni che gli vengono assegnate al suo interno.

In questo Paragrafo analizzerò le righe di codice più significative.

```
def GeometricBrownianMotion(IndexAtTimeZero, ExpectedReturn, Sigma, TimeSteps, NumberOfIteration, Time):
```

Figura 3.1: definizione della funzione.

dalla Figura 3.1 vediamo il nome che viene assegnato alla funzione e tra parentesi gli input che bisogna utilizzare per elaborare le istruzioni che contiene al suo interno.

Il primo dato di input, “*IndexAtTimeZero*”, non è altro che il prezzo di mercato del titolo al tempo $T = 0$. È il punto di partenza da cui andiamo a sviluppare ogni simulazione.

Il secondo dato è l’ “*ExpectedReturn*”, ovvero il rendimento atteso in un anno. Il valore atteso del rendimento di un portafoglio di attività finanziarie è semplicemente la media ponderata dei rendimenti delle singole attività che compongono il portafoglio. Questo parametro rappresenta, come viene spiegato nel Paragrafo 1.4, il *drift rate*, ovvero la variazione media del portafoglio per unità di tempo.

La deviazione standard o *volatility* annuale della variabile è definita da “*Sigma*”. Viene calcolata attraverso la deviazione standard sulla serie storica dei prezzi del portafoglio e misura l’intensità delle variazioni subite da un titolo in un determinato periodo di tempo. In altre parole, la volatilità indica la variazione percentuale del valore di un titolo o un portafoglio, è una misura dell’intensità dell’oscillazione del suo valore e dunque rappresenta il maggior *driver* relativo al rischio di un investimento. È molto importante conoscere la propensione al rischio dell’investitore in modo tale da scegliere una volatilità adeguata per il suo portafoglio d’investimento. Una descrizione più dettagliata della *volatility* o *variance rate* viene fornita nei paragrafi 1.5 e 1.7.

Il “*TimeStep*” è il numero di scenari contenuti all’interno di ogni simulazione.

“*NumberOfIteration*” è il dato di input che ci permette di scegliere quante simulazioni generare per il portafoglio d’investimento preso in considerazione.

Infine, come ultimo parametro di input, riscontriamo il tempo di durata di ogni simulazione espresso in anni, “*Time*”.

Dopo aver introdotto la funzione e descritto tutti i parametri contenuti al suo interno andiamo a vedere in che modo lavora.

```
S = np.zeros((TimeSteps+1,NumberOfIteration))
```

Figura 3.2: inizializzazione della variabile S

Nella Figura 3.2 inizializzo la variabile “S” creando una matrice di zeri il cui numero di righe è dato dal numero di scenari di cui è composta ogni simulazione e il numero di colonne è dato, invece, dal numero di simulazioni che ho scelto di generare.

Questo comando serve per creare una matrice in cui inserire i valori generati da ogni simulazione.

```
for t in range(1, TimeSteps+1):
    z = np.random.standard_normal(NumberOfIteration)
    S[t] = S[t-1] * np.exp((ExpectedReturn - 0.5 * Sigma ** 2) * dt + Sigma * math.sqrt(dt) * z)
```

Figura 3.3: ciclo *for* Moto Geometrico Browniano.

All'interno della Figura 3.3 è mostrato il cuore dell'algoritmo. Il ciclo *for*, nei comuni linguaggi di programmazione, è una struttura di controllo iterativa che determina l'esecuzione di una porzione di programma ripetuta per un certo numero di volte. In questo caso il numero delle volte in cui si ripete l'istruzione è definito dal parametro di input "*TimeStep*" descritto in precedenza.

Nella seconda riga di codice inizializzo la variabile "z" ponendola uguale a una stringa di valori di lunghezza "*NumberOfIteration*". I valori che compaiono all'interno di questa stringa sono estratti casualmente da una distribuzione normale standard. Come descritto nel Paragrafo 1.5 l'inserimento di questa componente stocastica permette al processo di assumere un andamento casuale in modo tale da riuscire a modellizzare l'andamento dei prezzi nei mercati.

L'ultima riga del ciclo *for* descrive esattamente il Moto Geometrico Browniano già analizzato nel Paragrafo 1.7. Infatti, osservando l'equazione presente nel codice si vede come corrisponde all'equazione (4) del Paragrafo 1.7 in cui il primo termine $\mu - \frac{1}{2}\sigma^2$ rappresenta la componente deterministica del processo mentre il secondo termine $\sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}$ rappresenta la componente stocastica.

```
for i in range(years):
    ret = ret * ((1 + expectedReturn) )
    var = indexAtTimeZero + indexAtTimeZero*(expectedReturn-Sigma*1.65*math.sqrt(1+i))
    for j in range(daysPerYear):
        ySimPos.append(ret)
        ySimNeg.append(var)
```

Figura 3.4: Calcolo vincolo positivo e negativo

infine, dopo aver mostrato in che modo l'algoritmo calcola le simulazioni utilizzando il Moto Geometrico Browniano, nella Figura 3.4, vediamo i vincoli che ho utilizzato per effettuare una prima selezione dei titoli ammissibili da inserire all'interno del portafoglio dell'investitore a seconda delle sue esigenze.

Nella prima riga del codice è presente un ciclo *for* che si ripete per il numero di anni che vengono presi in considerazione.

Nella seconda e terza riga calcolo il vincolo positivo, ovvero l'obiettivo di rendimento, e il vincolo negativo. Per quanto riguarda il primo utilizzo la capitalizzazione composta in modo tale da vedere quante simulazioni di quelle effettuate raggiungono o oltrepassano il rendimento obiettivo.

Nel secondo, invece, utilizzo il VAR annuo al 5% calcolato per ogni anno relativo alla durata delle simulazioni.

```
for i in range(years):
    numCurvesPos = 0
    numCurvesNeg = 0

    day = (daysPerYear - 1) * (i+1) # Calcola la posizione sull'array dell'ultimo giorno dell'i-esimo anno

    for j in range(numberOfCurves):
        value = yGeometric[day, j]

        if value >= ySimPos[day]:
            numCurvesPos += 1
        elif value < ySimNeg[day]:
            numCurvesNeg += 1

    probValuePos = numCurvesPos / numberOfCurves * 100
    probValueNeg = numCurvesNeg / numberOfCurves * 100
```

Figura 3.5: Conteggio del numero di curve che oltrepassano i due vincoli.

Nella Figura 3.5 sono riportate le righe di codice in cui vengono calcolate il numero di curve che oltrepassano i due vincoli e la relativa probabilità di superarle per ogni anno.

Nel primo ciclo *for* vengono ripetuti il numero di anni in modo tale da eseguire il calcolo della probabilità alla fine di ogni anno solare.

Nel secondo ciclo *for*, indentato al primo, vengono imposte le condizioni con l'utilizzo del comando *if* per cui una curva deve essere conteggiata al di sopra del vincolo di rendimento obiettivo al o al di sotto del vincolo negativo dettato dal VAR al 5%.

Infine, il calcolo della probabilità viene fatto utilizzando una semplice proporzione dove al numeratore troviamo il numero di curve che superano i vincoli ad ogni anno fratto il numero di curve totali.

Nell'Appendice 3A.1 viene mostrato un esempio di simulazione utilizzando l'indice S&P 500.

Appendice 3A

3A.1 Esempio di una simulazione con S&P 500

In questa sezione viene mostrato un esempio di simulazione utilizzando i valori di S&P presi dal sito “altroconsumo FINANZA”.

```
years = 5
daysPerYear = 252
expectedReturn = 0.1555
indexAtTimeZero = 439.44
numberOfCurves = 10000
Sigma = 0.1513
```

Figura 3A.1: Valori di input

Nella Figura 3A.1 vengono mostrati i valori di input assegnati all’algoritmo.

L’ *expectedReturn* è un valore di Benchmark del rendimento annuo a 5 anni, il *Sigma*, allo stesso modo è un Benchmark della volatilità annua.

Nella Figura 3A.3 viene mostrato il grafico con le diecimila simulazioni effettuate sia con valori nominali che con valori percentuali e i relativi vincoli.

Nella Figura 3A.2 vediamo i valori di output prodotti dall’algoritmo.

Il primo valore è il vincolo positivo calcolato utilizzando la capitalizzazione del tasso di rendimento atteso. Il secondo e terzo valore indicano il numero di curve che oltrepassano il valore obiettivo e il valore percentuale sul totale delle curve.

Per quanto riguarda il vincolo negativo, come già abbiamo visto nel Paragrafo 3.1, viene utilizzato il VAR al 5% relativo ad ogni anno, successivamente vengono conteggiate le curve che oltrepassano verso il basso questo vincolo e infine viene fatto il valore percentuale sul totale delle curve.

I valori di output vengono generati ad ogni anno per il numero di anni per cui si vuole effettuare una simulazione d’investimento.

Questa simulazione ha dato buoni valori di output perché al di là del primo anno abbiamo una bassissima probabilità di scendere al di sotto del VAR al 5% durante l’arco dei 5 anni e un buon 50% di probabilità di raggiungere o superare il target obiettivo.

```
### Anno 1 ###
# Vincolo positivo: 507.77292
Numero curve che superano il vincolo positivo: 5000
Valore percentuale: 50.0%
# Vincolo negativo: 398.0689212
Numero curve sotto il vincolo negativo: 534
Valore percentuale: 5.34%

### Anno 2 ###
# Vincolo positivo: 586.73160906
Numero curve che superano il vincolo positivo: 5022
Valore percentuale: 50.22%
# Vincolo negativo: 352.62803705047827
Numero curve sotto il vincolo negativo: 84
Valore percentuale: 0.84%

### Anno 3 ###
# Vincolo positivo: 677.96837426883
Numero curve che superano il vincolo positivo: 5043
Valore percentuale: 50.43%
# Vincolo negativo: 317.7600202849249
Numero curve sotto il vincolo negativo: 23
Valore percentuale: 0.22999999999999998%

### Anno 4 ###
# Vincolo positivo: 783.392456467633
Numero curve che superano il vincolo positivo: 4983
Valore percentuale: 49.830000000000005%
# Vincolo negativo: 288.36492240000007
Numero curve sotto il vincolo negativo: 3
Valore percentuale: 0.03%

### Anno 5 ###
# Vincolo positivo: 905.2099834483499
Numero curve che superano il vincolo positivo: 5017
Valore percentuale: 50.17%
# Vincolo negativo: 262.46732127964464
Numero curve sotto il vincolo negativo: 0
Valore percentuale: 0.0%
```

Figura 3A.2: Valori di output.

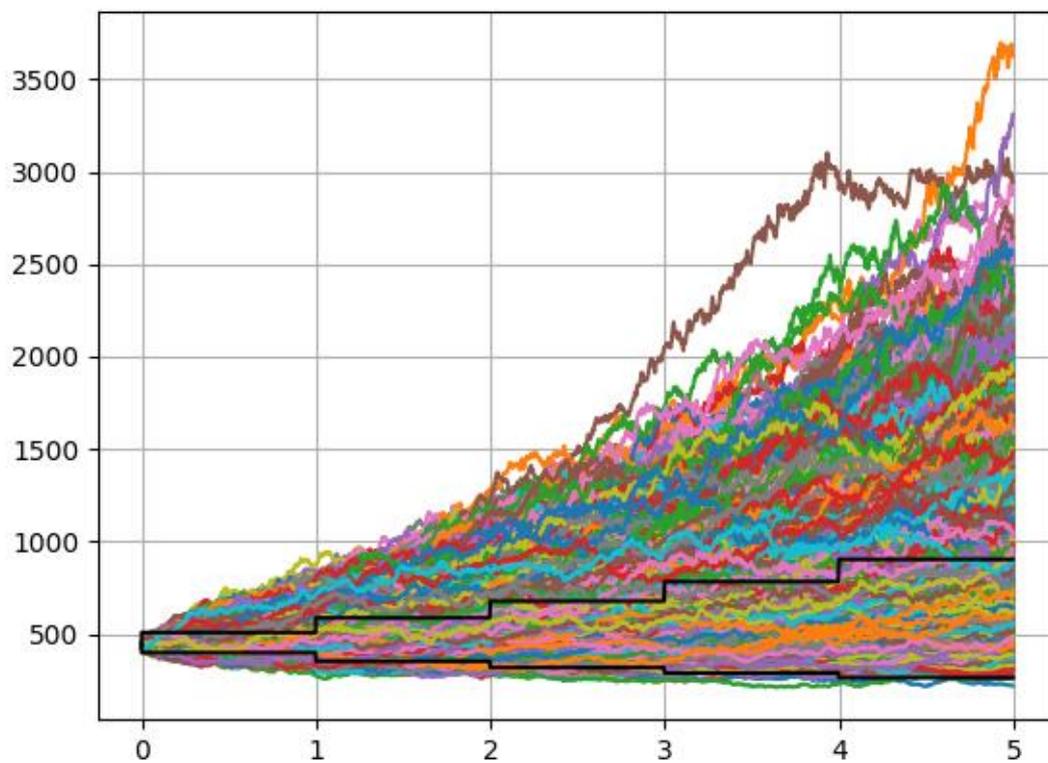
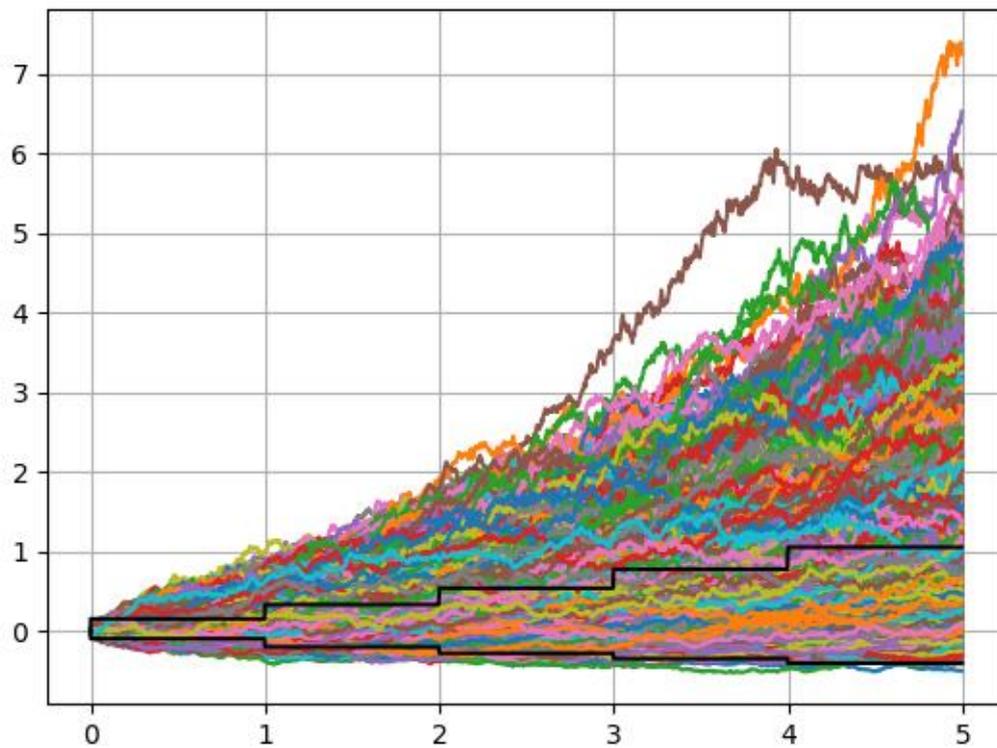


Figura 3A.3: grafico delle simulazioni con valori percentuali e nominali

3.2 simulazioni dei titoli tramite GBI

Come abbiamo visto all'interno del Capitolo 2, la GBI organizza gli obiettivi degli investitori in tre grandi fasce: gli obiettivi essenziali, gli obiettivi di crescita e gli obiettivi aspirazionali. Ognuno di questi obiettivi, ovviamente, ha un rischio associato differente.

A differenza della moderna teoria di portafoglio di Markovitz, la quale assume l'esistenza di un'unica frontiera efficiente che identifica l'allocatione ottima per un dato livello di rendimento o di rischio su un singolo orizzonte d'investimento, la GBI ci permette di selezionare i titoli per un portafoglio secondo gli obiettivi dell'investitore, la sua avversione a rischio e secondo l'orizzonte temporale a cui vuole far riferimento.

In questo paragrafo andremo a selezionare i titoli per i portafogli di diverse tipologie di investitori eseguendo diverse simulazioni e tenendo conto della loro avversione al rischio e di tre orizzonti temporali di riferimento: 5 anni, 10 anni, 20 anni.

Per quanto riguarda i vincoli di rischio e di rendimento utilizzati nelle simulazioni, sono stati presi da due investitori di riferimento in modo tale che uno rispecchi un profilo avverso al rischio e uno meno avverso.

I dati utilizzati per generare le simulazioni sono stati presi dal sito "altroconsumo FINANZA".

3.2.1 simulazione di titoli per gli obiettivi essenziali

Gli obiettivi essenziali corrispondono ai bisogni fisiologici e di sicurezza, e riguardano la costruzione di un portafoglio che protegge l'investimento da ogni tipologia di rischio, in modo da mantenere i bisogni di base e avere una protezione in caso di necessità.

Per questa tipologia di obiettivi l'avversione al rischio non viene considerata differente tra gli investitori perché devono essere titoli estremamente sicuri con un grado di rischio praticamente nullo.

In questo caso la differenza riguardo l'avversione al rischio degli investitori la notiamo sulla porzione di patrimonio che il singolo investitore vuole investire in questa tipologia di titoli. Per cui le simulazioni verranno effettuate utilizzando un solo standard di rischio-rendimento.

Secondo la teoria della GBI descritta nel secondo capitolo i titoli per la costruzione del portafoglio vengono scelti effettuando delle simulazioni tramite un processo stocastico, in questo caso il Moto Geometrico Browniano, il quale permette di discriminare o meno un asset a seconda del profilo di rischio-rendimento scelto dall'investitore. Per semplicità di reperimento dei dati ho scelto dei fondi pensioni, anche se questi non

sono asset di investimento, per cui non si può acquistare e liquidare una posizione come con qualsiasi altro fondo, però rispecchiano perfettamente l'andamento di quelli che dovrebbero essere gli asset presenti nel portafoglio degli "obiettivi essenziali".

I fondi pensione hanno dei limiti di investimento, per questo motivo ritengo che questa tipologia di fondo sia ottima per essere utilizzata come driver di investimento per il portafoglio degli "obiettivi essenziali".

Fino al 50% del patrimonio del fondo può essere investito in Titoli di Debito e di Capitale, negoziati in mercati regolamentati di Europa, Canada, Stati Uniti e Giappone (titoli emessi dai soggetti residenti o meno nei Paesi OCSE); non più del 20% del patrimonio del fondo può essere in Titoli di Debito e Capitale non negoziati nei mercati regolamentati di questi Paesi, purchè emessi da soggetti ivi residenti; non più del 5% del patrimonio può essere investito in titoli di Debito e Capitale emessi dai soggetti diversi dai Paesi non aderenti all'OCSE o a uno degli organismi internazionali cui appartiene almeno un Paese dell'UE.

Quindi, fino al 5% può essere investito in titoli non OCSE, e non più del 20% in titoli OCSE over the counter. Ovviamente i titoli emessi dai Paesi non OCSE e negoziati nei mercati non regolamentati, aderenti o meno, sono considerati a maggior rischio rispetto ai titoli emessi e negoziati in mercati regolamentati dell'OCSE.

Al fine di mostrare il procedimento di selezione di titoli adeguati per questa tipologia di portafoglio ho scelto otto tipologie di fondo pensione e ho svolto le simulazioni per ogni asset in tre tempi diversi: 5 anni, 10 anni, 20 anni.

Per ogni asset vengono effettuate diecimila simulazioni in modo da avere un campione sufficientemente attendibile.

Chiaramente questo tipo di lavoro viene svolto per centinaia di asset ma per fornire degli esempi sul procedimento di selezione 8 titoli riescono a rendere bene il concetto.

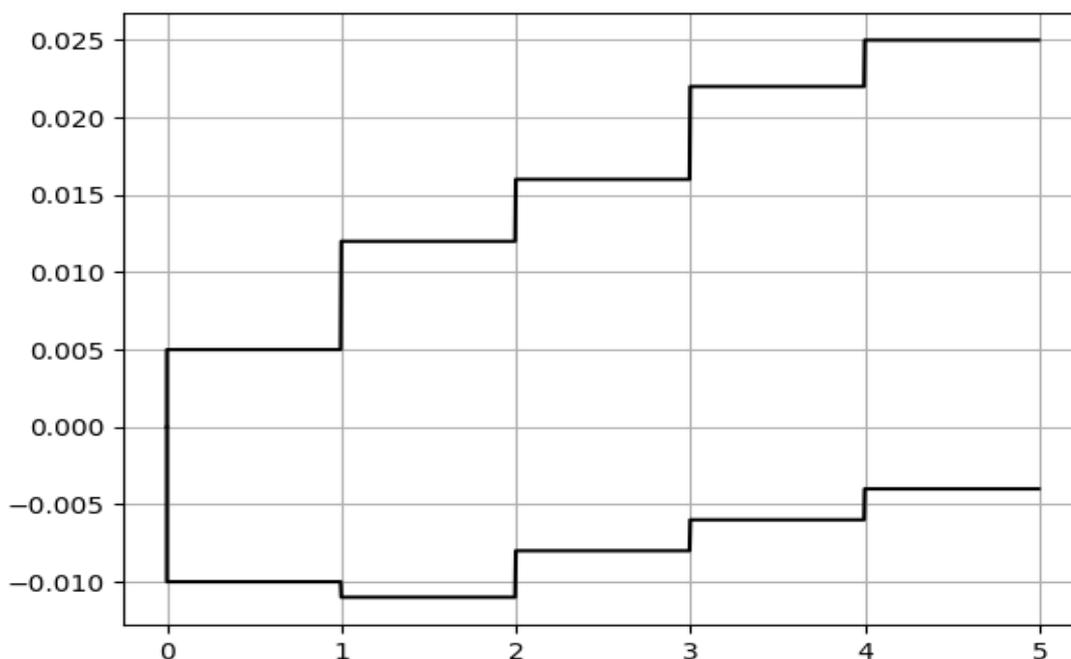


Figura 3.6: profilo rischio-rendimento per asset sicuri a 5 anni.

Nella Figura 3.6 viene mostrato il profilo di rischio-rendimento a 5 anni calcolato in percentuale. Come possiamo notare il vincolo di rischio a seguito dei primi due anni tende a convergere verso il rendimento nullo. Questo perché la tolleranza negli ultimi anni di riportare una perdita su questa tipologia di investimento è molto bassa, per cui ci si aspetta che gli asset quantomeno riescano a mantenere il capitale d'investimento iniziale con una piccolissima tolleranza sulla sua eventuale diminuzione dovuta comunque alla durata non troppo elevata dell'investimento.

	agrifondo garanzia		allianz insieme obbligazionario		arco garantito		aureo bilanciato		aviva garantito		axa comparto prudente		aviva bilanciato		eurorisparmio	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	68,8	0,19	73,4	0,47	67,6	0,2	89	6,5	65,12	2,29	77,19	1,05	83,4	7,12	57,46	0,2
2	68,28	0,06	76,08	0,27	66,3	0,13	95,4	2,88	66,42	1,6	82,4	0,49	90,8	3,16	48,92	0,08
3	78,05	0,09	84,31	0,25	75,76	0,16	95,2	1,55	73,63	1,95	89,8	0,4	95,5	1,65	58,8	0,04
4	80,05	0,06	86,7	0,13	77,11	0,11	97,16	0,98	75,24	1,79	92,1	0,3	97,18	1,02	57,4	0,04
5	87,5	0,05	91,5	0,11	84,25	0,06	98,55	0,48	81,1	1,48	95,35	0,15	98,7	0,46	67,5	0,06

Figura 3.7: valori simulazione a 5 anni.

Nella Figura 3.7 vengono riportati i valori delle simulazioni degli 8 asset eseguiti per 5 anni.

Il simbolo in verde “ % >= ” indica la percentuale di curve che superano o raggiungono il rendimento obiettivo per ogni singolo anno, invece, il simbolo in rosso “ % < ” indica la percentuale di curve che si trovano al di sotto del vincolo di rischio.

Vedendo i valori, i titoli migliori per questo tipo di investimento sono “Agrifondo Garanzia” e “Eurorisparmio” perché entrambi presentano, per quasi tutto l’arco dei 5 anni, percentuali al di sotto del vincolo di rischio molto basse. Questo è fondamentale proprio per la natura dell’investimento, ovvero quella di avere un portafoglio privo da ogni rischio che assicuri il mantenimento di bisogni fisiologici e di sicurezza.

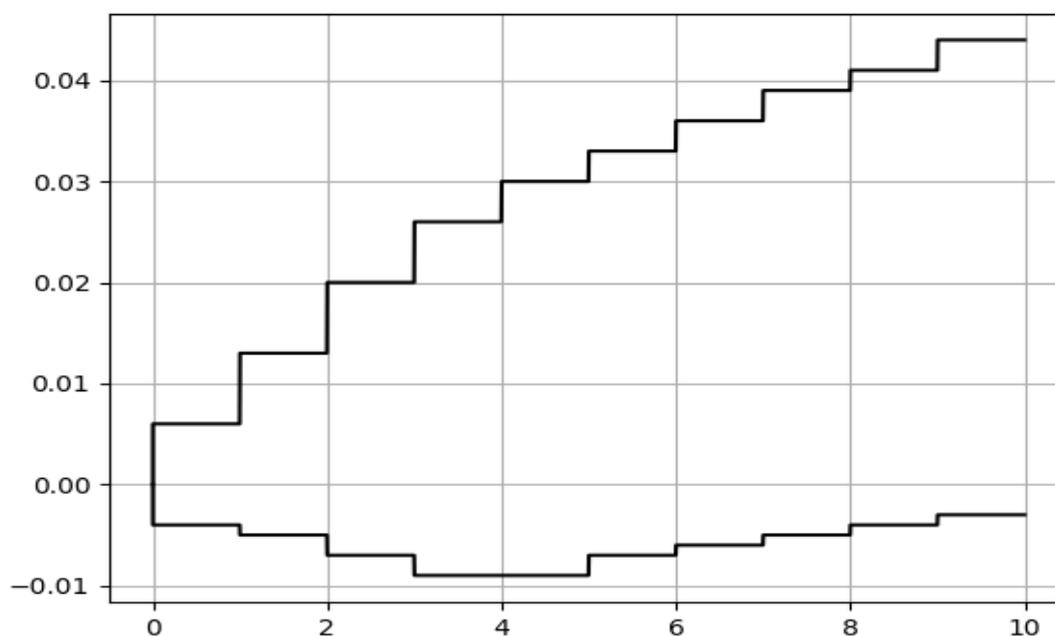


Figura 3.8: profilo rischio-rendimento per asset sicuri a 10 anni.

Il profilo di rischio-rendimento in Figura 3.8 è leggermente diverso da quello precedente perché presenta una tolleranza al rischio meno accentuata nel corso degli anni. Questo è dovuto al fatto che da un investimento a 10 anni ci si aspetta una maggiore sicurezza.

	agrifondo garanzia		allianz insieme obbligazionario		arco garantito		aureo bilanciato		aviva garantito		axa comparto prudente		aviva bilanciato		eurorisparmio	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	54,34	4,22	61,38	6,32	50,9	4,8	79,2	12,3	56,47	9,29	71	4,44	80,02	12,21	42,01	3,75
2	52,18	1,93	64,46	2,4	47,25	2,07	86,8	5,8	57,38	4,97	75,39	1,53	87,82	5,53	33,96	1,46
3	60,76	0,54	72,89	0,87	55,4	0,75	92,1	2,6	63,85	2,34	84,36	0,48	92,9	2,7	40,29	0,54
4	59,12	0,16	73,41	0,28	53,01	0,24	95,2	2,1	64,15	1,2	86,61	0,14	95,28	1,3	34,6	0,18
5	71,4	0,09	83,05	0,16	66,02	0,12	96,2	1,15	73,8	0,67	92,69	0,05	97,33	0,73	48,02	0,14
6	78,66	0,09	88,72	0,09	73,8	0,04	97,3	0,64	79,33	0,44	95	0,03	98,5	0,4	56,8	0,09
7	84,1	0,06	91,75	0,06	79,2	0,08	98,96	0,43	84	0,35	97,72	0,02	99	0,2	64,41	0,08
8	88,07	0,05	94,46	0,03	83,7	0,03	99,1	0,22	87,3	0,29	98,72	0,02	99,4	0,18	70,23	0,08
9	91,46	0,02	96,59	0,02	88,03	0,02	99,3	0,11	90,68	0,2	99,2	0,01	99,4	0,13	77,19	0,03
10	93,3	0,03	97,6	0,01	90,6	0,04	99,46	0,08	92,51	0,15	99,5	0,01	99,65	0,06	80,7	0,01

Figura 3.9: valori simulazione a 10 anni.

Da questi valori si nota subito che nei primi due anni la percentuale di curve che stanno al di sotto del vincolo di rischio sono decisamente più alte rispetto alla simulazione precedente dovuti a una tolleranza inferiore da parte dell'investitore. Di contro, chi fa un investimento a 10 anni è disposto comunque a mantenerlo per un lungo periodo dove i valori migliorano in modo netto in tutte le simulazioni qui presenti. In questo caso gli asset più performanti sono "allianz insieme obbligazionario" e "axa comparto prudente". Entrambi presentano un'elevata probabilità di raggiungere il rendimento obiettivo e una bassa probabilità di trovarsi al di sotto del vincolo di rischio.

L'andamento di asset come "aviva bilanciato" potrebbe trarre in inganno perché vedendo come si conclude l'investimento al termine dei 10 anni si hanno ottimi valori. Per questa tipologia d'investimento però bisogna considerare bene anche l'andamento nel corso degli anni perché non ci si può permettere di perdere del denaro dato che rappresentano comunque una risorsa da utilizzare in caso di qualsiasi necessità.

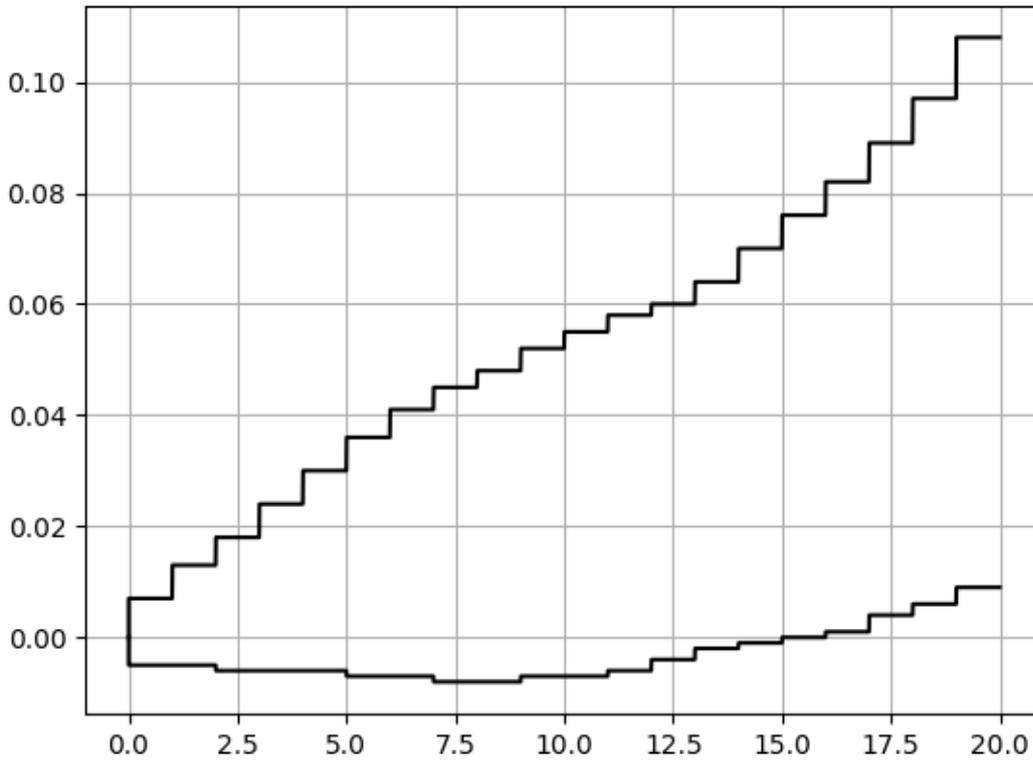


Figura 3.10: profilo rischio-rendimento per asset sicuri a 20 anni.

Per il profilo rischio-rendimento a 20 anni notiamo subito che il vincolo inferiore dal decimo anno in poi tende ad avere un rendimento positivo. Il motivo per cui anche il vincolo relativo al rischio presenta dei rendimenti positivi dipende dall'inflazione. Per un investimento di lungo periodo è importante tenerne conto e richiedere dunque un rendimento minimo che tenga conto anche di questo nel corso degli anni. Il rendimento obiettivo, invece, cresce maggiormente dal dodicesimo anno in poi perché come sappiamo la curva dei tassi d'interesse tendenzialmente è crescente per cui ci si attende che i titoli seguano questo andamento.

	agrifondo garanzia		allianz insieme obbligazionario		arco garantito		aureo bilanciato		aviva garantito		axa comparto prudente		aviva bilanciato		eurorisparmio	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	53,26	4,5	62,23	6,04	55,08	3,4	73,46	14,9	56,6	7,97	68	6,03	74,3	14,99	42,7	2,37
2	59,5	2,76	69,72	3,4	60,09	2,4	81,6	9,04	62,6	5,13	77,12	2,71	82,74	9,1	44	1,63
3	66,17	1,34	75,78	1,52	66,05	0,99	87,07	5,22	69	2,9	84,27	1,29	89,77	5,46	48,9	0,66
4	68,76	0,67	79,47	0,78	69,03	0,66	89,83	3,47	71,4	1,68	87,06	0,72	93,84	2,26	49,5	0,31
5	71,15	0,36	82,42	0,48	69,92	0,36	92,7	2,21	73,6	1,04	89,92	0,27	95,17	1,35	49,8	0,18
6	73,15	0,19	85,17	0,22	72,5	0,09	94,35	1,39	75,8	0,53	91,83	0,12	96,57	0,88	52,3	0,1
7	76,53	0,08	87,87	0,14	75,94	0,03	95,82	0,98	79,1	0,32	93,8	0,04	97,36	0,57	52,4	0,06
8	81,23	0,05	90,82	0,1	80,4	0,01	97,03	0,57	82,4	0,21	95,89	0,02	98,14	0,33	57,6	0,02
9	85,2	0,03	92,99	0,04	85,11	0,01	98,03	0,42	86,5	0,18	97,34	0	98,64	0,25	64,4	0,01
10	87,7	0,02	94,5	0,03	87,94	0,01	98,45	0,25	88,7	0,12	98,1	0	99,1	0,13	72,5	0
11	90,12	0,02	95,91	0,04	90,7	0,01	98,82	0,18	90,6	0,09	98,7	0	99,59	0,06	81,7	0
12	92,28	0	96,94	0,01	92,94	0	99,18	0,13	92,3	0,03	99,19	0	99,6	0,02	83,7	0
13	94,16	0,01	97,98	0,03	94,87	0	99,46	0,08	94,3	0,05	99,5	0	99,7	0,02	82,8	0
14	95,4	0,01	98,24	0,02	95,57	0	99,51	0,05	95,1	0,05	99,6	0	99,78	0,03	82,3	0
15	95,4	0,01	98,26	0	95,74	0	99,64	0,03	95,6	0,03	99,65	0	99,8	0,01	82	0
16	95,3	0,01	98,42	0	95,91	0	99,8	0,03	95,6	0,02	99,71	0	99,9	0,02	80,5	0
17	95,6	0,01	98,54	0	96,07	0	99,77	0,01	95,8	0,01	99,74	0	99,92	0,02	78,7	0
18	95,1	0,01	98,66	0	96,13	0	99,9	0,01	95,8	0,01	99,83	0	99,93	0,02	72,8	0
19	94,1	0,01	98,5	0	95,95	0	99,89	0,01	95,8	0,02	99,82	0	99,92	0,01	70,6	0
20	94,7	0,01	98,64	0	96,17	0	99,84	0,01	96,1	0,02	99,85	0	99,93	0,02	68,8	0

Figura 3.11: valori simulazione a 20 anni.

Infine, nella Figura 3.11 vengono riportati i valori della simulazione a 20 anni.

I due titoli che presentano i valori migliori sono gli stessi della simulazione a 10 anni. Quello che si nota in questa simulazione è il valore decrescente della percentuale di curve sopra il rendimento obiettivo del titolo “eurorisparmio”. Questo è dovuto al fatto che questo titolo ha una rischiosità molto ridotta ma di conseguenza ha anche un rendimento molto modesto, per cui non è in grado di mantenere un rendimento tale da raggiungere facilmente il rendimento obiettivo nel lungo periodo.

3.2.2 simulazione di assets per gli obiettivi di crescita

Gli obiettivi di crescita si riferiscono al raggiungimento di una stabilità personale e familiare con la possibilità di una crescita costante del proprio tenore di vita.

Per la selezione di titoli per questa tipologia di portafoglio ho preso due investitori con profili di rischio differenti. Il primo più avverso al rischio quindi con un rendimento obiettivo più moderato e il secondo con un’avversione al rischio meno accentuata e dunque con un rendimento obiettivo maggiore. Come esempio ho selezionato sempre otto tipologie di fondo differenti:

- Aberdeen Global-Emerging MKts composto dal 92% di quote azionarie e dall’ 8% di liquidità.

- Aberdeen Global Mkts Bond composto dal 97% di obbligazioni e dal 3% di liquidità.
- AcomeA euroobbligazionario composto dal 99% di obbligazioni e dal restante 1% in liquidità.
- AcomeA patr. Dinamico composto dal 40% di azioni, 50% obbligazioni e 10% di liquidità.
- Allianz convertible bond composto dal 30% di azioni, 40% obbligazioni e 30% di liquidità.
- Allianz european equity dividend composto dal 97% di azioni e 3% di liquidità.
- Amundi eurocorporate composto dal 99% di obbligazioni e dall'1% di liquidità.

Come si vede dalla composizione dei vari fondi alcuni hanno una composizione prevalentemente obbligazionaria, per cui sono più sicuri, altri invece hanno una composizione mista e altri ancora hanno una composizione prevalentemente azionaria, per cui son più rischiosi.

Ho scelto dei fondi con tre composizioni differenti in modo tale da avere una buona varietà di strategie di investimento diverse e vedere quindi quali sono quelli che soddisfano meglio le esigenze di un investitore più avverso rispetto a uno meno avverso.

In questo paragrafo capiremo grazie alle simulazioni quali di questi titoli sono più adatti per essere inseriti all'interno del portafoglio per questa tipologia di investimento in funzione dei vincoli di rischio-rendimento scelti dagli investitori e in funzione della durata dell'investimento stesso.

Come abbiamo già fatto per il portafoglio di obiettivi essenziali iniziamo vedendo, dalla Figura 3.13 e 3.14, i profili di rischio-rendimento per un investimento di 5 anni.

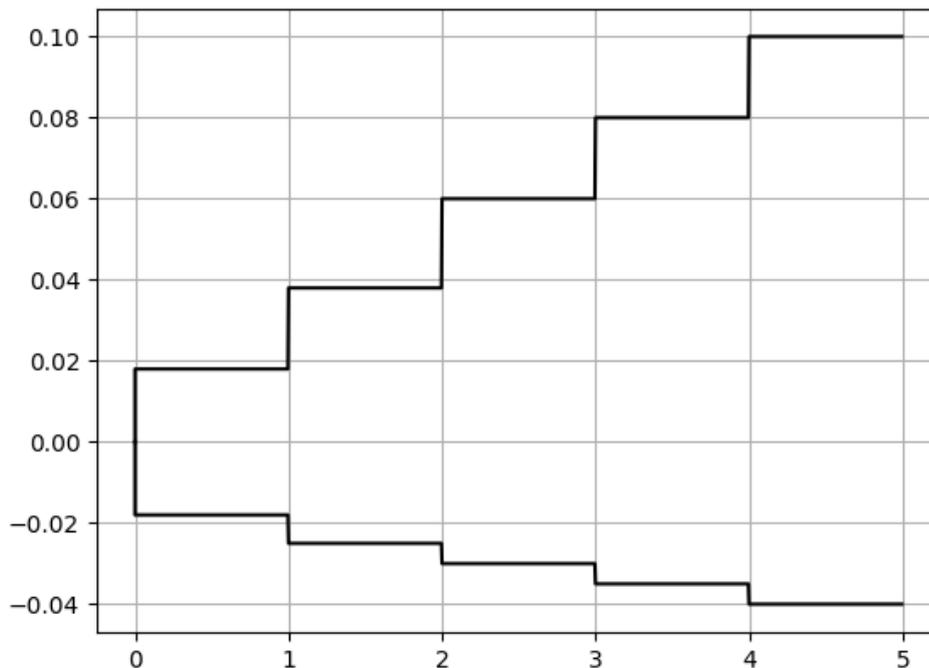


Figura 3.13: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 5 anni.

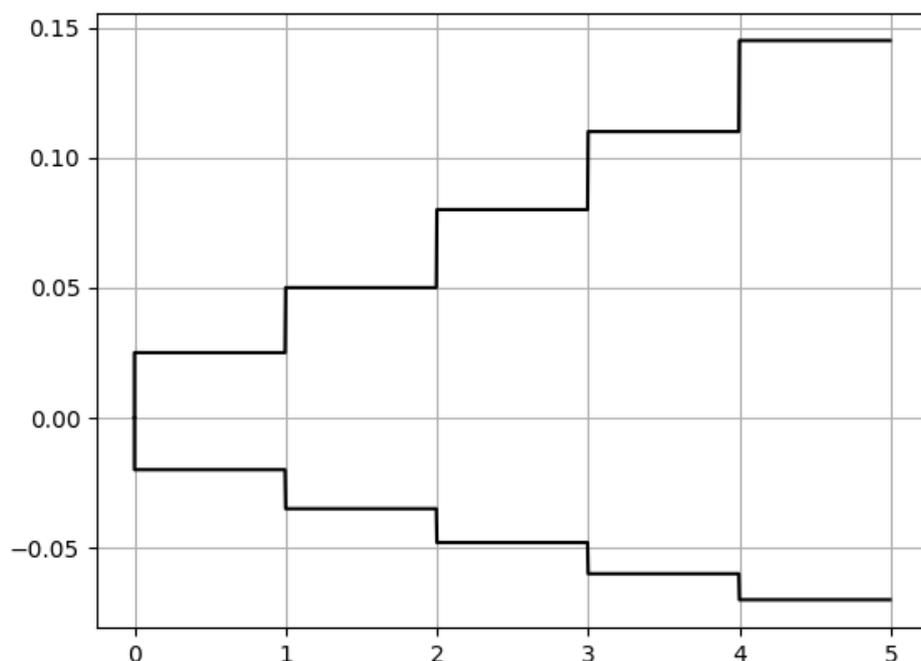


Figura 3.14: Profilo rischio-rendimento investitore non avverso al rischio a 5 anni.

Nelle due Figure successive vediamo i risultati delle simulazioni per entrambi i profili.

	Aberdeen emerging mkts		Aberdeen global Mkts		acomeA eurobligaz		acomeA patr. Dinamico		allianz convert bond		allianz EU equity dividen		allianz little dragons		amundi eurocorporate	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	68	22,07	71,1	13,28	70,6	18,25	67,73	23,87	62,1	17,07	73,1	21,57	69,67	23,61	65,93	13,11
2	75,2	15,47	77,9	8,3	77,1	13,51	74,26	18,43	66,1	13,52	80	14,93	76,61	17,08	71,97	9,1
3	79,62	11,3	82,56	4,6	81,1	8,95	78,89	13,11	68,1	9,58	84,5	10,43	81,17	12,16	75,33	5,52
4	83,04	8,1	85,65	2,61	84,2	6,1	82,4	9,59	69,8	6,6	88,4	7,04	84,57	9,04	78,42	3,69
5	85,6	6,1	87,64	2,1	86,6	4,4	85,13	7,31	71,2	5	90,4	5,235	86,74	7,29	79,8	2,19

Figura 3.15: valori simulazione a 5 anni profilo avverso

	Aberdeen emerging mkts		Aberdeen global Mkts		acomeA eurobligaz		acomeA patr. Dinamico		allianz convert bond		allianz EU equity dividen		allianz little dragons		amundi eurocorporate	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	63,23	21,58	60,6	12,72	63,6	18,48	64,05	22,6	49,8	17,01	67,4	24,46	64,07	25,06	54,09	12,04
2	69,05	13,78	66,14	6,46	68,7	10,97	70,05	15,82	51,2	9,83	73,9	16,33	71	16,63	56,87	6,1
3	71,78	9,39	68	3,13	72,2	6,84	73,47	10,8	48,8	6,2	77,3	12,12	74,41	12,18	56,37	3,1
4	75,14	6,61	69,9	1,79	74,9	4,26	76,42	7,84	48,4	4,22	80,9	8,97	77,42	9,53	56,24	2,06
5	76,48	4,76	70,56	1,15	76,4	3,36	78,51	6,11	45,7	3,13	83,7	6,69	79,31	7,43	55,26	1,16

Figura 3.16: valori simulazione a 5 anni profilo non avverso

Osservando le due tabelle si nota subito una grande differenza tra le percentuali di rendimento obiettivo raggiunte dai titoli composti prevalentemente da quote obbligazionarie. Questo è dovuto al fatto che i fondi obbligazionari, avendo un rendimento inferiore rispetto a quelli misti o azionari, soddisfano molto meno il

profilo meno avverso. L'esempio più indicativo si può vedere nei valori del titolo "amundi eurocorporate": questa tipologia di asset soddisfa sufficientemente i vincoli del profilo più avverso e ovviamente meno quelli del profilo non avverso che richiede una probabilità di raggiungere il suo rendimento obiettivo sicuramente maggiore.

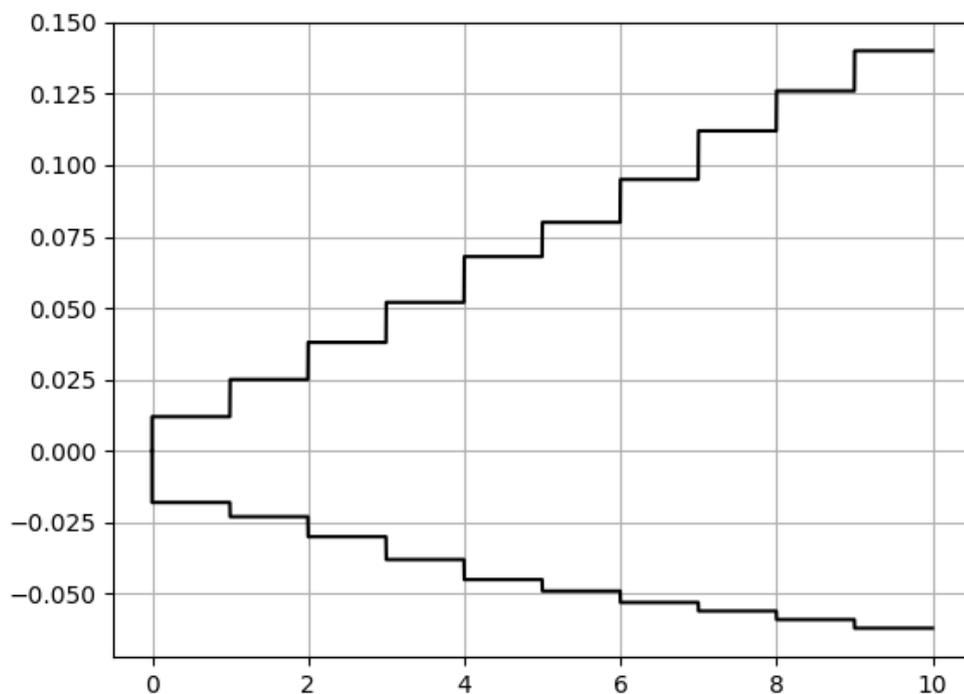


Figura 3.17: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 10 anni.

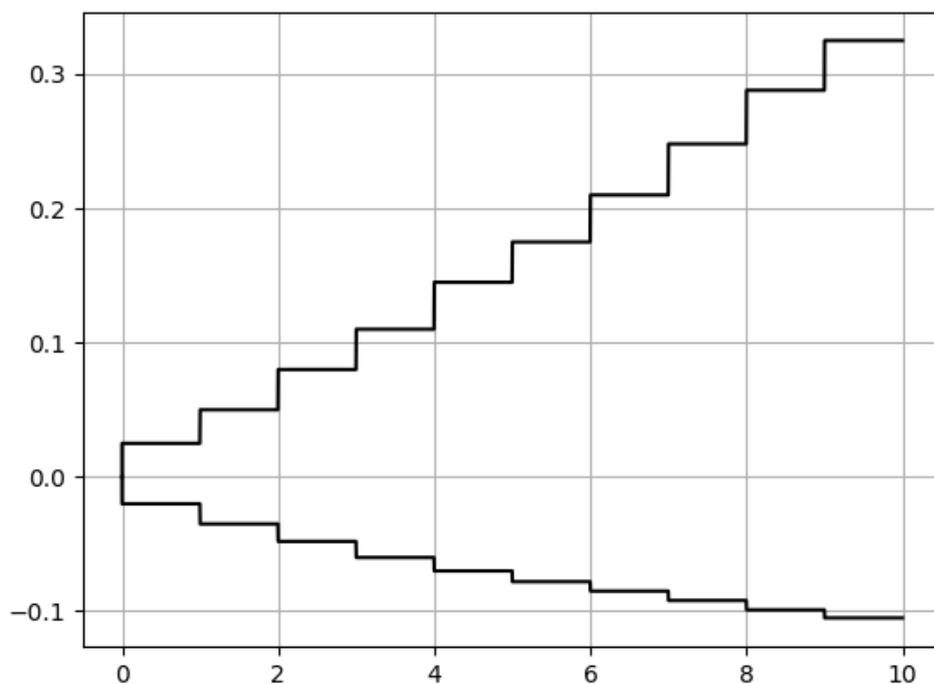


Figura 3.18: Profilo rischio-rendimento investitore non avverso al rischio a 10 anni.

	Aberdeen emerging mkts		Aberdeen global Mkts		acomeA euroobligaz		acomeA patr. Dinamico		allianz convert bond		allianz EU equity dividen		allianz little dragons		amundi eurocorporate	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	69,19	21,02	66,25	19,7	69,4	19,17	67,91	23,9	69,8	17,63	70,6	23,79	68,01	24,86	64,62	14,6
2	75,97	15,09	72,02	13,65	75,9	13,2	74,9	17,08	65,4	12,83	77,5	17,49	74,61	18,09	69,98	9,79
3	80,27	10,87	76,21	10,43	80,1	9,2	79,75	12,29	68,4	9,54	82,1	12,87	79,85	13,25	74,72	6,66
4	83,13	7,72	79,14	7,63	83,3	6,55	82,98	9,29	70,8	6,9	85,4	9,53	82,65	10,67	77,81	4,12
5	85,3	6,21	81,41	5,31	85,9	4,52	84,85	7,06	72	4,95	87,9	7,24	84,82	8,3	79,86	2,79
6	87,86	4,74	83,47	4,25	88,3	3,63	87,1	5,71	77,1	4,1	89,7	5,84	87,22	6,7	81,91	1,91
7	89,82	3,78	84,57	3,35	90	2,63	89,28	4,32	78,4	3,23	91,7	4,68	88,78	5,46	83,8	1,32
8	91,14	2,97	86,28	2,35	92,5	1,83	90,1	3,5	79,6	2,87	92,9	3,85	90,58	4,31	85,18	0,98
9	92,05	2,23	87,7	1,98	93,8	1,49	92,16	2,9	79,6	2,28	93,7	3,14	91,9	3,53	86,7	0,79
10	92,7	1,65	89,09	1,12	94,6	1,23	93,16	2,22	81	1,81	94,7	2,86	93,33	2,78	87,72	0,55

Figura 3.19: valori simulazione a 10 anni profilo avverso.

	Aberdeen emerging mkts		Aberdeen global Mkts		acomeA euroobligaz		acomeA patr. Dinamico		allianz convert bond		allianz EU equity dividen		allianz little dragons		amundi eurocorporate	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	61,8	24,91	61,24	12,61	63,5	18,43	64,13	23,28	51,1	16,5	67,2	29,91	65,81	23,28	54,37	12,01
2	65,84	17,86	66,57	5,72	68,8	11,21	69,9	14,77	50,9	9,87	73,8	16,49	71,54	16,43	56,85	5,7
3	68,65	13,46	68,56	2,78	72	7,1	73,85	10,65	50,4	6,15	78,4	11,7	75,09	11,81	55,42	3,18
4	71,16	10,7	69,66	1,71	74,7	4,43	76,69	7,9	48,4	4,33	81,5	8,68	78,35	8,79	56,27	1,63
5	72,47	8,25	70,74	1,04	76,4	3,09	78,51	5,96	45,8	3,15	83,8	6,83	80,17	6,85	54,48	0,91
6	73,96	6,71	73,5	0,69	78,8	2,16	80,84	4,37	45,9	2,29	86,3	4,97	82,43	5,4	55,64	0,54
7	75,72	5,4	74,53	0,38	80,2	1,63	82,71	3,36	45	1,44	87,7	3,98	83,67	4,67	55,21	0,38
8	76,65	4,7	75,1	0,24	81,5	1,17	83,99	2,6	44,1	1,02	89	3	85,61	3,44	54,42	0,25
9	77,83	3,88	75,48	0,12	82,5	0,76	85,35	2,01	42,4	0,79	90,4	2,42	86,98	2,65	53,79	0,16
10	78,85	3,35	77,02	0,04	83,5	0,51	86,46	1,42	41,8	0,64	91,4	2,07	88,2	2,17	53,37	0,08

Figura 3.20: valori simulazione a 10 anni profilo non avverso.

Nelle simulazioni a 10 anni le differenze ovviamente sono ancora più marcate. Il titolo che presenta i valori migliori per il primo profilo rimane il fondo obbligazionario “amundi eurocorporate”, il quale presenta ottime probabilità di raggiungere il rendimento obiettivo ed è l’unico titolo che rimane sotto l’1% di probabilità di stare al di sotto del vincolo di rischio. Lo stesso non si può dire per il secondo profilo. Per questo investitore i titoli più performanti sono: “AcomeA euroobbligazionario”, e “allianz equity dividend”. Il primo è un fondo obbligazionario che presenta buoni valori anche per il profilo meno avverso al rischio mentre il secondo è un fondo azionario.

Infine, possiamo notare che il titolo “allianz convert bond” pur avendo una volatilità piuttosto ridotta presenta comunque dei pessimi valori anche per il profilo meno avverso perchè il rendimento altrettanto modesto non permette al titolo di incrementare sufficientemente il suo valore, per cui le simulazioni che presentano valori negativi nei primi anni difficilmente migliorano nel tempo.

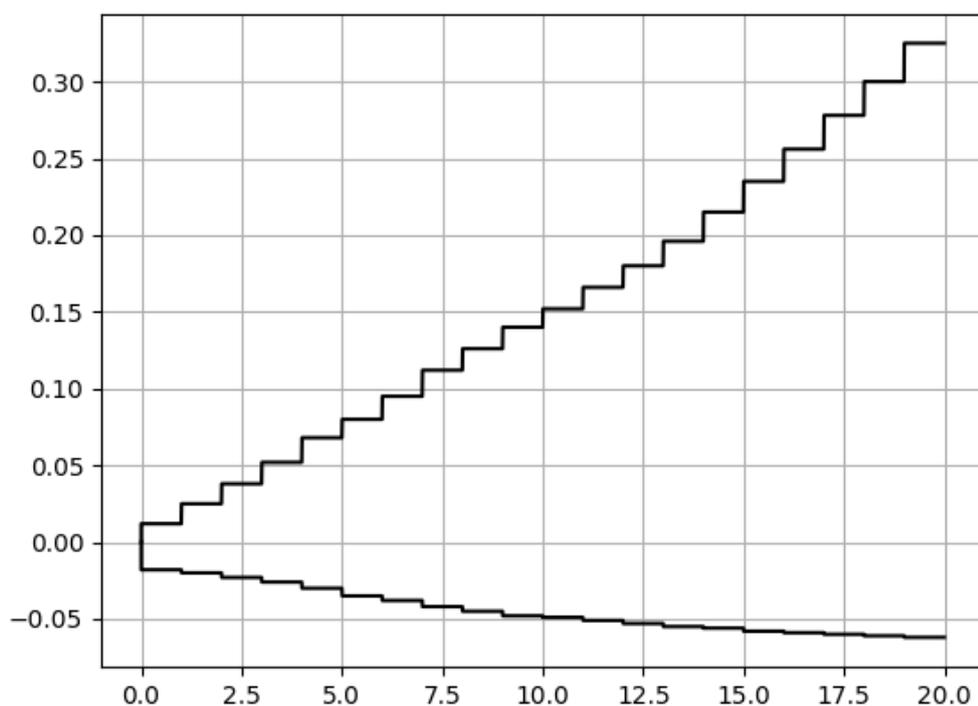


Figura 3.21: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 20 anni.

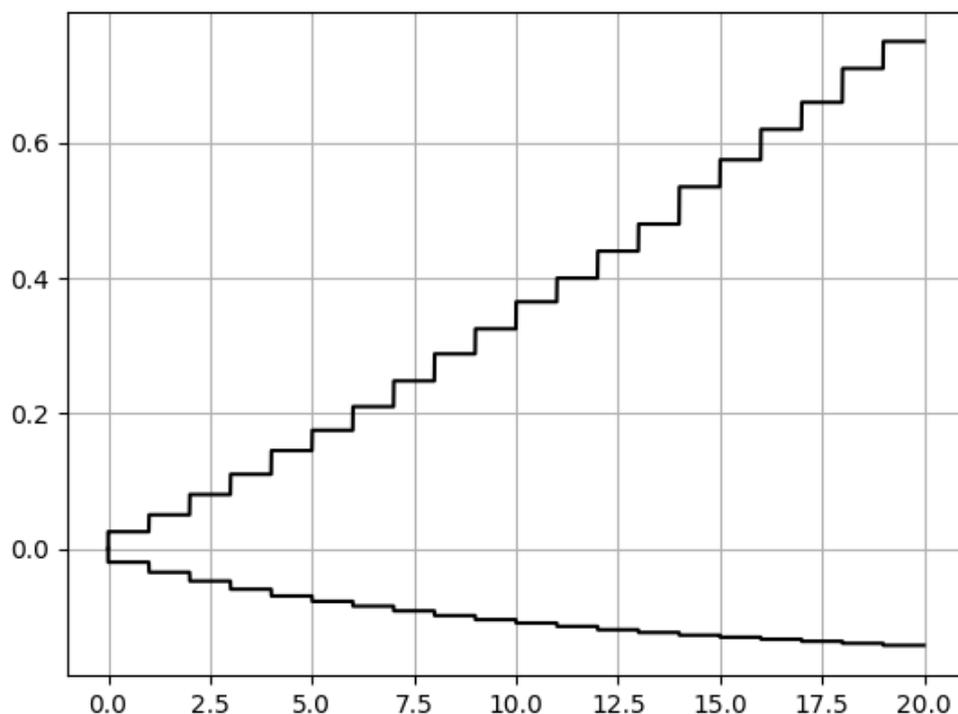


Figura 3.22: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 20 anni.

	Aberdeen emerging mkts		Aberdeen global Mkts		acomeA euroobligaz		acomeA patr. Dinamico		allianz convert bond		allianz EU equity dividen		allianz little dragons		amundi eurocorporate	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	64,8	26,56	70,45	13,42	69,6	18,49	69,64	23,64	61,6	17,72	67,1	27,67	69,84	23,41	65,58	13,99
2	69,78	21,8	77,94	8,32	76,3	13,29	74,65	18,14	65,7	13,76	73,6	21,6	77,19	16,83	70,97	9,55
3	74,63	17,57	82,83	5,1	81,5	9,34	79,23	13,66	68,7	11,21	77,8	17,16	81,69	12,85	75,55	6,83
4	77,39	14,49	85,99	3,33	83,9	7	82,69	10,48	71,1	8,68	81,4	13,88	84,78	10,07	78,14	4,65
5	79,65	11,79	88,59	2,13	86,1	5,27	84,83	7,97	72	7,43	83,5	11,46	87,28	7,48	79,94	3,15
6	82,15	10,14	90,61	1,28	88,5	3,98	87,5	6,2	73,8	5,3	86,2	9,53	89,42	5,93	82,31	2,21
7	83,44	8,62	92,23	0,86	90,2	3	89,47	4,95	75,6	4,54	87,7	7,82	91,09	4,7	83,91	1,56
8	84,73	7,07	93,49	0,57	91,6	2,06	90,9	4,06	76,4	3,45	89,4	6,46	92,38	3,73	85,61	1,15
9	86,14	5,55	94,74	0,45	92,9	1,73	91,67	3,26	78	2,74	90,6	5,66	93,42	3,11	87,39	0,86
10	87,51	4,79	95,55	0,29	94	1,28	92,85	2,62	78,7	2,22	92	4,7	94,45	2,34	88,48	0,65
11	90,13	3,96	96,24	0,27	95	1,05	94,12	2,16	80,5	1,76	93,1	4,05	95,53	1,72	89,8	0,45
12	91,03	3,65	96,77	0,19	95,9	0,67	94,94	1,84	81,8	1,64	94,2	3,35	96,35	1,32	90,86	0,29
13	91,93	3	97,21	0,11	96,5	0,5	95,54	1,6	83	1,14	94,7	2,71	96,83	1,17	91,85	0,24
14	92,62	2,71	97,71	0,06	97	0,48	95,97	1,2	83,8	1,17	95,5	2,27	97,27	1,02	92,57	0,15
15	93,35	2,27	98,04	0,05	97,1	0,37	96,34	1,01	84,3	0,91	95,8	1,952	97,53	0,91	92,69	0,15
16	93,94	2,03	98,29	0,02	97,4	0,27	96,74	0,91	84,5	0,77	96,3	1,69	97,89	0,73	93,39	0,09
17	94,42	1,63	98,6	0,03	97,7	0,16	97,2	0,69	85	0,61	96,6	1,39	98,13	0,58	94,06	0,09
18	94,69	1,48	98,65	0,03	97,8	0,13	97,49	0,53	85,5	0,51	96,8	1,19	98,42	0,5	94	0,069
19	96,57	1,41	98,71	0,04	98,1	0,12	97,69	0,43	85,5	0,42	97,2	1,19	98,53	0,33	94,28	0,05
20	96,56	1,19	98,99	0,02	98,4	0,08	98,22	0,33	85,8	0,37	97,5	1,03	98,72	0,21	94,32	0,01

Figura 3.23: valori simulazione a 20 anni profilo avverso.

	Aberdeen emerging mkts		Aberdeen global Mkts		acomeA eurobligaz		acomeA patr. Dinamico		allianz convert bond		allianz EU equity dividen		allianz little dragons		amundi eurocorporate	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	61,68	25,22	61,99	12,6	63,4	18,52	63,43	23,11	50,3	17,31	66,8	24,4	65,01	23,89	54,15	12,3
2	65,2	18,16	67,49	6,34	59,2	10,48	69,63	15,82	51	10,52	73,9	16,7	70,63	16,32	57,34	6,13
3	68,08	13,89	68,67	3,08	72,7	6,81	72,66	11,08	50	7,07	78	11,93	74,55	12,35	56,3	3,03
4	70,14	11,16	70,57	1,96	75,3	4,47	75,6	8,18	48,4	4,66	80,8	9,03	77,35	8,98	56,16	1,79
5	71,93	8,99	71,44	1,06	76,9	2,9	77,24	5,99	46,3	3,3	83,7	7	79,25	7,26	55,8	1,03
6	73,9	7,09	73,34	0,67	79,1	2,11	79,66	4,87	46,6	2,41	86,2	5,09	81,72	5,68	56,33	0,69
7	75,18	5,66	74,32	0,46	80,1	1,45	81,46	3,66	46	1,97	87,7	4,1	83,54	4,48	56,34	0,4
8	76,14	4,82	75,36	0,21	81,4	0,98	83,13	2,94	44,6	1,5	88,7	3,15	84,92	3,07	55,82	0,19
9	77,19	3,81	75,82	0,14	82,7	0,77	84,37	2,27	42,7	1,04	90,2	2,5	86,16	2,75	54,9	0,15
10	78,18	3,39	76,53	0,1	84	0,38	85,72	1,79	42,3	0,75	91,2	1,94	87,4	2,36	55,08	0,11
11	79,61	2,9	77,46	0,1	84,9	0,36	86,35	1,63	41,5	0,65	92,1	1,81	88,18	1,97	57,45	0,09
12	81,04	2,28	79,11	0,09	85,9	0,33	87,57	1,13	41,6	0,52	92,9	1,21	89,42	1,5	55,27	0,05
13	82,27	1,99	79,95	0,07	86,7	0,26	88,41	0,92	40,7	0,44	93,9	1,04	90,49	1,1	55,41	0,05
14	83,17	1,61	80,91	0,02	87,9	0,15	89,52	0,8	41	0,36	94,8	0,88	91,07	1	55,97	0,01
15	83,22	1,4	80,67	0,02	88	0,14	89,79	0,65	39	0,29	95,3	0,69	91,94	0,74	54,63	0
16	84,26	1,24	81,73	0,01	88,9	0,12	91,39	0,52	39,2	0,24	95,8	0,5	92,36	0,74	55,11	0
17	85,22	1,13	82,35	0,01	90	0,06	92,27	0,35	38,7	0,22	96,3	0,4	93,24	0,61	56	0
18	85,78	0,92	83,33	0,01	90,6	0,05	92,58	0,31	39,8	0,16	96,7	0,33	93,96	0,43	55,96	0
19	86,57	0,8	84,42	0,01	91,1	0,05	93,44	0,25	39,2	0,16	96,7	0,23	94,55	0,37	56,52	0
20	87,2	0,76	85,67	0,01	91,9	0,04	94,23	0,23	39,7	0,12	97,5	0,18	94,97	0,36	56,25	0

Figura 3.24: valori simulazione a 20 anni profilo non avverso.

Nel lungo periodo si nota subito che i valori sono sensibilmente migliorati per entrambi i profili.

In questa situazione il titolo che presenta i valori migliori per il profilo non avverso non è più “Amundi eurocorporate”, che comunque mantiene ottime performance, ma è “Aberdeen global Mkts bond” un fondo obbligazionario che ha un rendimento e una volatilità leggermente superiore ad “Amundi eurocorporate”. Per quanto riguarda il profilo non avverso al rischio i valori migliori rimangono quelli di “Allianz EU equity dividind” a cui si aggiunge anche un altro fondo azionario “Allianz little dragons”. Il fondo “AcomeA eurobligazionario” ha probabilità di trovarsi al di sotto del vincolo di rischio praticamente nulle ma allo stesso tempo non raggiunge gli obiettivi di rendimento con la stessa probabilità dei due fondi precedentemente menzionati.

3.2.3 Simulazione di assets per gli obiettivi aspirazionali

Gli obiettivi aspirazionali fanno riferimento all’autorealizzazione, come ad esempio acquistare una villa di lusso, l’auto dei propri sogni o anche espandere la propria attività imprenditoriale.

Chiaramente per poter raggiungere tali obiettivi bisogna essere consapevoli del fatto che si può andare incontro a perdite consistenti, superiori al 20% del capitale investito, specialmente nei primi anni.

Come abbiamo già fatto per gli obiettivi di crescita, selezioniamo otto asset per verificare quali di questi sono più adatti per i diversi orizzonti temporali in funzione dei vincoli di rischio-rendimento dell'investitore. Anche in questo caso faremo un confronto tra un investitore avverso al rischio e uno non avverso. Per questa tipologia di portafoglio ho scelto dei fondi piuttosto rischiosi, ovvero fondi che investono in mercati emergenti e nelle nuove tecnologie.

Investire nei mercati emergenti presenta dei rischi maggiori rispetto all'investimento in mercati più sviluppati. Questi Paesi, come l'India, la Corea, la Cina danno meno garanzie perchè essendo in una fase di grande crescita e trasformazione economica non offrono le stesse sicurezze che offrono i mercati Occidentali, però allo stesso tempo hanno delle potenzialità di crescita enormi. Il ragionamento per l'investimento in nuove tecnologie è analogo a quello fatto in precedenza.

Negli ultimi 10 anni c'è stata una forte spinta alla digitalizzazione che, grazie anche all'utilizzo sempre più massivo e mirato dell'analisi dei dati, sta alimentando un'innovazione dirompente, razionalizzando processi obsoleti e creando nuove possibilità. Negli ultimi decenni il nostro modo di vivere era già stato modificato dai nuovi sviluppi. Attualmente, la crisi del COVID-19 ha notevolmente accelerato il processo digitale.

Questo fattore rappresenta un punto a favore anche per l'investimento nei Paesi emergenti dato che la maggior parte della produzione di semilavorati e prodotti finiti, utilizzati in tutto il mondo, legati alla tecnologia proviene da Paesi come la Corea del Sud, l'India, Taiwan ecc.

La varietà dei sottosettori tecnologici e la predominanza della tecnologia nella vita quotidiana sono importanti motivazioni che portano ad attribuire a questo settore un ruolo centrale nei portafogli degli investitori.

Ovviamente esiste un'enorme gamma di fondi azionari che si focalizzano su questo settore.

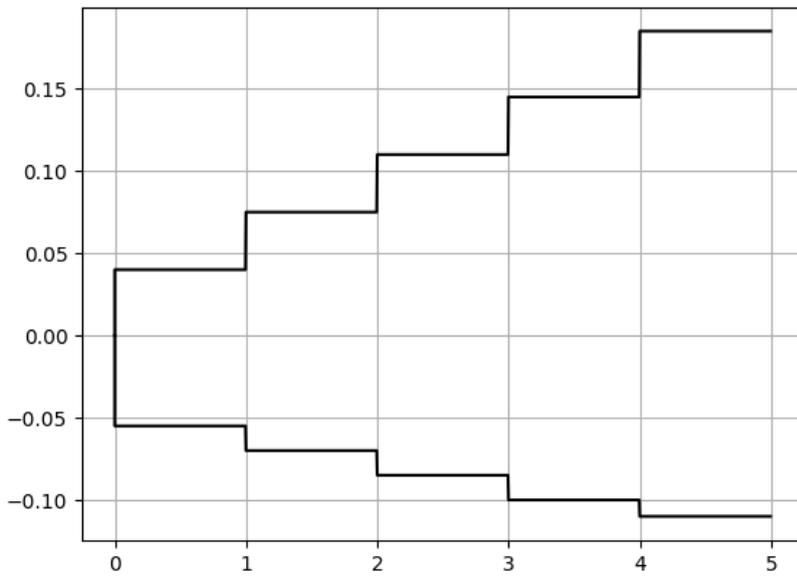


Figura 3.25: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 5 anni.

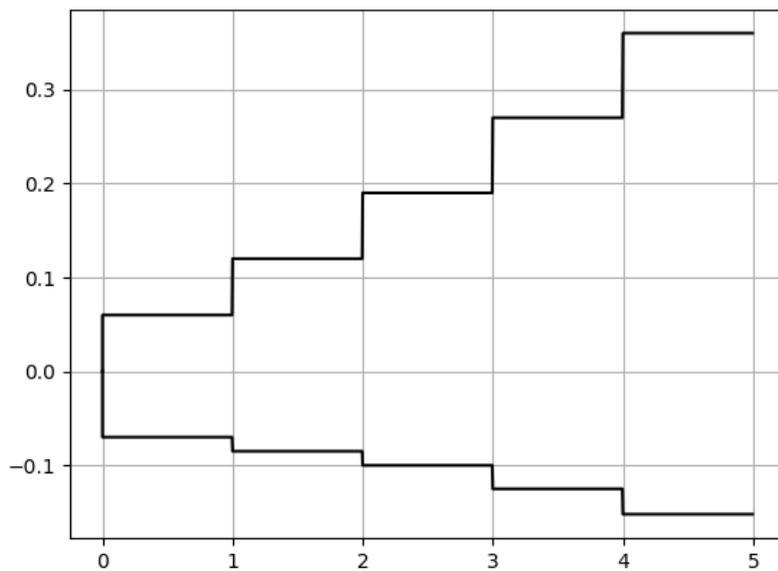


Figura 3.26: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 5 anni.

	AXA emerging mkts		BMO emergin markets eq		Allianz global Hi tech		GS china equity		LeG cyber security		templeton Bric A		Robeco Indian equity		Raiffen Russland EUR	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	60,85	12,83	60,8	11,46	67,47	22,52	67,5	16,32	69,81	18,67	62,39	18,47	66,75	16,32	67,72	19,93
2	66,45	9,04	66,29	8,07	74,09	16,93	74,06	11,16	76,73	12,87	68,78	13,17	74,3	11,07	74,96	13,25
3	70,15	6,18	69,92	5,4	78,53	12,7	78,86	7,52	82,09	8,53	73,35	9,46	78,35	8,03	79,28	9,79
4	73,8	4,38	73,63	3,66	82	9,78	82,96	5,14	85,79	6,14	76,47	7,48	82,26	5,4	82,8	7,1
5	76,29	2,96	76,3	2,63	84,96	7,96	85,22	3,91	88,39	4,61	78,71	5,63	84,54	3,96	85,83	4,93

Figura 3.27: valori simulazione a 5 anni profilo avverso.

	AXA emerging mks		BMO emergin maarkets eq		Allianz global Hi tech		GS china equity		LeG cyber security		templeton Bric A		Robeco Indian equity		Raiffen Russland EUR	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	54,56	9,98	52,14	9,85	65,69	20,52	62,22	14,7	65,02	18,42	57,35	16,66	61,58	13,78	64,5	18,09
2	56,44	7,39	53,94	7,4	71,63	15,29	67,53	10,48	70,61	13,52	60,64	12,95	67,19	10,33	70,26	12,97
3	56,69	5,2	53,66	5,39	75,54	11,26	70,94	7,07	74,31	10,41	62,08	9,96	70,17	7,27	74,33	8,91
4	56,79	3,11	53,38	3,11	78,38	8,32	72,25	4,96	76,53	7,31	63,65	7,19	72,54	5,04	77,69	6,49
5	55,87	2,03	52,25	1,91	81,14	6,12	74,11	3,19	78,56	5,22	63,97	5,21	73,63	3,2	80,01	4,35

Figura 3.28: valori simulazione a 5 anni profilo non avverso.

Come per gli obiettivi di crescita anche per gli obiettivi aspirazionali notiamo che dai valori della simulazione ci sono degli asset più compatibili con un profilo di rischio piuttosto che con un altro.

In questo caso quelli che presentano i valori migliori per il profilo più avverso sono “GS China equity” e “Robeco Indian Equity”. Invece per il profilo più avverso quello che rispecchia meglio gli obiettivi dell’investitore è “raiffen Russland EUR”. La maggior parte degli altri assets, per questa tipologia di profilo, non raggiunge sufficientemente l’obiettivo di rendimento richiesto.

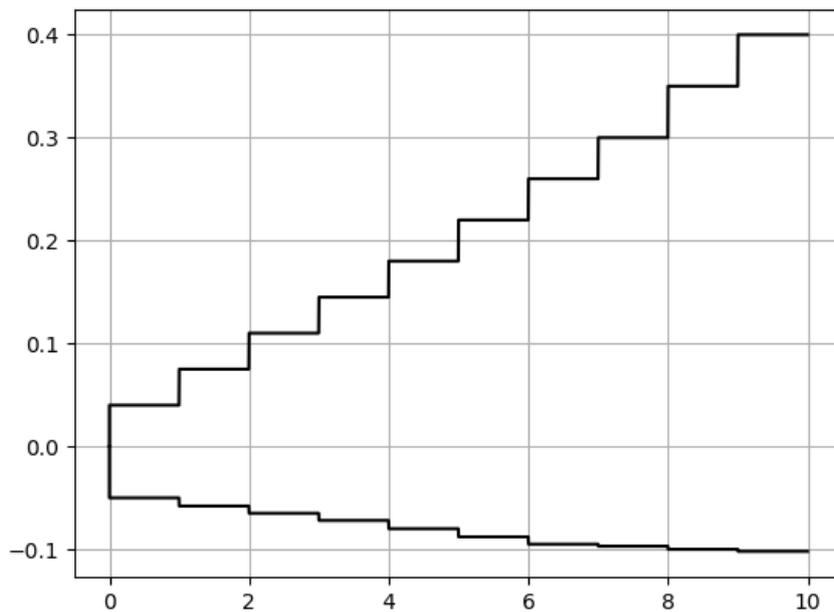


Figura 3.29: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 10 anni.

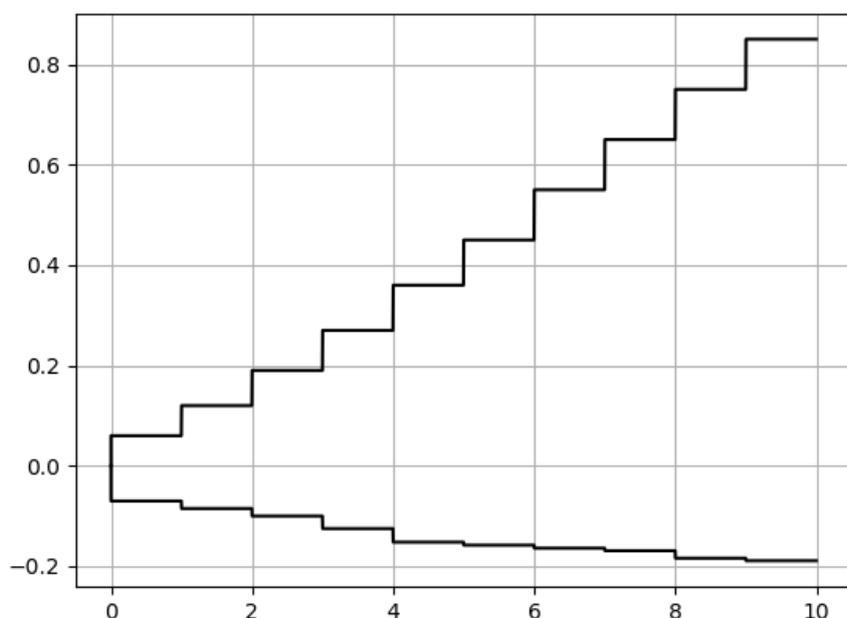


Figura 3.30: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 10 anni.

	AXA emerging mkts		BMO emergin maarkets eq		Allianz global Hi tech		GS china equity		LeG cyber security		templeton Bric A		Robeco Indian equity		Raiffen Russland EUR	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	60,97	13,56	61,01	12,52	67,1	22,92	67,31	16,75	68,31	22,11	62,3	19,12	65,23	17,81	68,33	21,78
2	67,33	9,74	66,43	9,04	74,35	17,22	74,06	11,87	73,1	16,5	68,89	14,78	73,27	12,83	74,82	17
3	71,37	7,26	71,29	6,8	79,07	13,13	78,84	8,32	82,28	12,95	73,07	11,41	78,17	9,28	79,94	13
4	74,66	5,22	74,12	5,1	82,34	10,38	82,66	6,37	85,84	10,43	76,71	8,61	81,58	6,79	83,4	10,19
5	77,08	3,92	76,84	3,91	85,46	8,34	85,51	4,64	88,58	7,85	79,26	6,84	84,21	5,04	86,37	8,04
6	79,4	3	79,3	2,92	87,31	6,65	87,67	3,39	91,16	5,94	81,7	5,23	85,54	3,87	88,22	6,03
7	80,94	2,05	81,15	2,26	89,09	5,48	89,76	2,64	92,59	4,93	83,72	4,07	88,39	3,05	90,27	4,95
8	82,85	1,6	82,66	1,76	90,62	4,33	91,28	1,9	93,99	3,42	85,3	3,28	90,13	2,3	91,56	4,06
9	84,13	1,34	83,76	1,51	91,95	3,49	92,04	1,54	94,77	2,87	86,41	2,8	91,16	1,57	92,93	3,62
10	85,11	1,01	84,14	1,05	92,9	2,84	92,97	1,26	95,8	2,29	87,3	2,27	92,12	1,2	93,89	2,65

Figura 3.31: valori simulazione a 10 anni profilo avverso.

	AXA emerging mkts		BMO emergin maarkets eq		Allianz global Hi tech		GS china equity		LeG cyber security		templeton Bric A		Robeco Indian equity		Raiffen Russland EUR	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	53,77	9,77	51,33	10,26	64,9	20,79	60,12	15,43	64,75	19,22	58,42	15,24	59,67	15,8	64,6	18,15
2	56,08	7,22	53,16	7,38	71,15	14,91	65,69	11,01	70,66	13,41	62,32	11,69	64,49	11,32	70,05	13,3
3	56,75	5,15	53,56	5,25	75,11	11,67	67,81	8,27	74,89	9,71	64,38	8,81	66,92	8,59	74,63	6,94
4	56,18	3,17	52,4	3,21	78,16	5,6	69,39	5,36	77,52	6,73	64,75	6,32	68,39	6,2	76,32	6,94
5	55,87	1,82	52,23	2,05	82,46	6,54	70,96	3,9	79,66	6,72	65,9	4,29	69,03	4,49	78,34	4,74
6	56,04	1,45	51,94	1,45	82,46	5,07	72,72	3,12	81,52	4,1	67,05	3,54	70,64	3,73	81,52	3,53
7	55,77	1,01	51,69	1,19	84,28	3,94	73,89	2,3	83,31	3,17	68,54	2,94	71,78	3,08	82,8	2,97
8	56,38	0,82	51,28	0,85	86	3,16	75,33	1,79	84,87	2,54	69,65	2,27	73,38	2,45	84,1	2,38
9	57,13	0,65	51,94	0,53	87,87	2,51	76,84	1,27	86,74	1,99	70,78	1,78	74,54	1,94	86	1,73
10	57,7	0,51	53,23	0,46	88,97	2,05	78,52	0,98	87,94	1,69	72,42	1,34	75,83	1,49	86,98	1,25

Figura 3.32: valori simulazione a 10 anni profilo non avverso.

Probabilmente con un orizzonte temporale a 10 anni i titoli più adatti per entrambi i profili sono quelli scelti in precedenza. Anche se un investitore ancora più attento e più avverso al rischio potrebbe scegliere “AXA emerging mkts” e “BMO emerging markets eq” perché comunque raggiungono con una buona probabilità il rendimento richiesto e soprattutto nel corso degli anni hanno delle percentuali inferiori di oltrepassare il vincolo di rischio rispetto ai già citati “GS China equity” e “Robeco Indian Equity”.

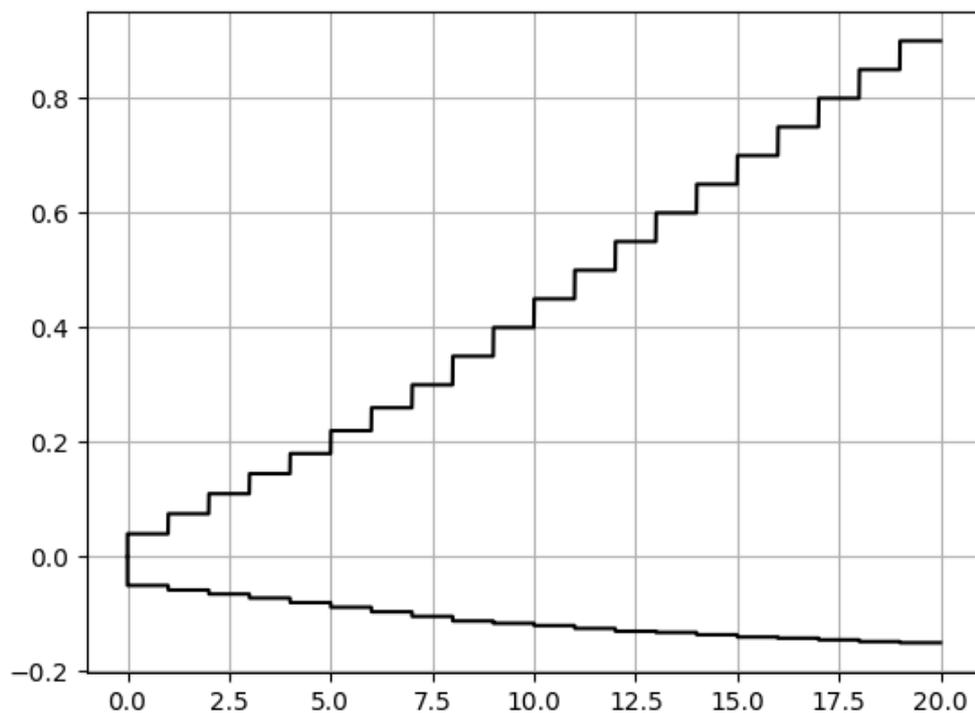


Figura 3.33: Profilo rischio-rendimento investitore avverso al rischio a 20 anni.

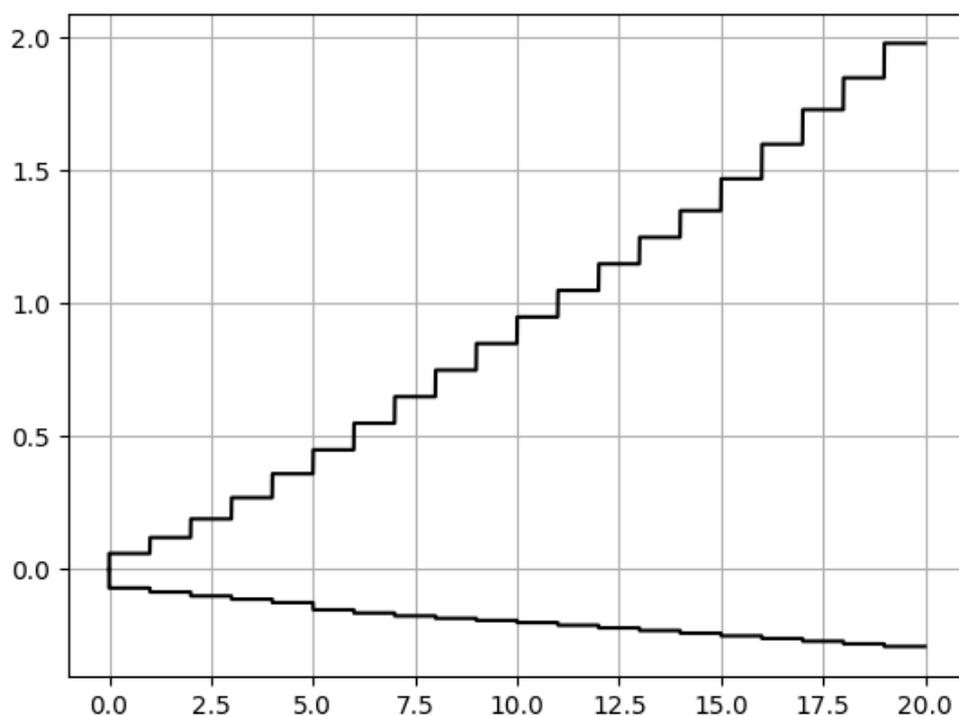


Figura 3.34: Profilo rischio-rendimento investitore non avverso al rischio a 20 anni.

	AXA emerging mkts		BMO emergin maarkets eq		Allianz global Hi tech		GS china equity		LeG cyber security		templeton Bric A		Robeco Indian equity		Raiffen Russland EUR	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	59,64	14,32	59,76	12,55	67,42	22,93	66,42	17,11	65,93	22,32	61,68	19,95	65,22	18,27	65,22	18,28
2	66,05	10,33	64,89	9,43	74,39	17,16	73,44	12,11	73,1	17,1	67,58	15,52	72,72	12,64	72,72	12,64
3	69,96	7,63	69,84	6,95	78,77	13,37	78,74	8,54	78,21	12,5	72,07	12,21	77,14	9,2	77,14	9,2
4	73,75	5,97	72,63	4,76	82,54	10,24	82,1	6,3	81,47	9,66	74,7	9,16	80,71	7,1	80,71	7,1
5	76,03	4,12	75,94	3,53	85,28	7,8	85,02	4,72	84,38	7,43	77,74	7,51	83,07	5,18	83,07	5,18
6	77,95	3,2	78,06	2,54	87,6	6,16	87,07	3,65	86,78	5,7	79,97	5,7	85,57	3,86	85,67	3,86
7	79,97	2,42	80,21	1,93	89,39	4,9	88,6	2,46	88,73	4,85	81,85	4,73	87,64	3,1	87,64	3,54
8	82,05	1,83	82,03	1,49	90,86	4,02	90,25	1,8	90,13	3,98	83,43	3,76	89,16	90,94	89,16	2,98
9	82,92	1,51	83	1,15	92,09	3,13	91,62	1,54	90,23	3,23	84,42	3,23	90,94	1,76	90,94	2,56
10	84,72	1,21	83,91	0,89	93,23	2,46	92,46	1,15	92,21	2,62	85,31	2,55	91,74	1,38	91,74	2,23
11	85,65	0,85	84,68	0,56	94,15	2,07	93,38	0,91	93,12	1,98	86,16	2,28	92,69	0,97	92,69	1,99
12	86,67	0,7	85,92	0,45	95	1,51	94,13	0,8	94,13	1,56	87,62	1,88	93,62	0,83	93,62	1,54
13	87,7	0,54	87,25	0,46	95,7	1,31	94,89	0,62	94,75	1,31	88,39	1,46	94,28	0,63	94,28	1,28
14	88,23	0,4	88	0,36	96,46	1,09	95,88	0,29	95,19	1,09	89,37	1,26	94,86	0,5	94,86	1,1
15	89,11	0,31	89,18	0,3	96,78	0,89	96,54	0,26	95,71	0,91	90,4	1,03	95,58	0,29	95,58	0,89
16	90,28	0,2	89,58	0,21	97,14	0,73	96,91	0,21	96,27	0,65	91,05	0,79	96,09	0,24	96,09	0,63
17	91,31	0,14	90,53	0,18	97,47	0,6	97,26	0,21	96,98	0,61	91,83	0,8	96,66	0,169	96,66	0,6
18	92,03	0,12	91,32	0,14	97,81	0,5	97,47	0,19	97,24	0,46	92,56	0,59	97,04	0,15	97,04	0,41
19	92,67	0,09	92,41	0,08	98,03	0,37	97,8	0,15	97,59	0,38	92,9	0,53	97,39	0,11	97,39	0,33
20	93,28	0,1	93,11	0,09	98,28	0,3	98,06	0,14	97,86	0,27	93,21	0,49	97,91	0,09	97,71	0,25

Figura 3.35: valori simulazione a 20 anni profilo avverso.

	AXA emerging mkts		BMO emergin maarkets eq		Allianz global Hi tech		GS china equity		LeG cyber security		templeton Bric A		Robeco Indian equity		Raiffen Russland EUR	
ANNI	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <	% >=	% <
1	53,62	9,89	52,44	9,7	67,08	19,12	60,7	15,35	64,88	18,74	57,25	16,3	58,29	16,9	64,83	17,74
2	56,56	6,99	54,04	6,72	73,45	13,87	67,75	11,19	70,85	13,46	61,23	12,58	62,44	13	70,55	12,3
3	56,98	4,88	54,86	4,82	77,28	10,24	68,15	7,79	75,19	9,45	63,58	9,74	64,13	9,78	75,2	8,68
4	56,4	3,04	54,43	3,5	79,81	7,79	69,89	5,75	77,51	7,36	65,02	7,53	66	7,17	77,29	6,5
5	55,36	2,54	53,28	2,55	82,2	6,06	71,61	4,38	81,14	4,26	65,27	5,72	66,79	5,97	79,9	5,19
6	56,41	1,81	52,69	1,68	84,21	4,56	72,53	3,19	83,16	3,34	66,29	4,25	67,33	4,82	81,9	3,79
7	56,3	1,29	52,35	1,23	86,02	3,47	73,63	2,32	83,16	3,34	67,51	3,37	68,84	3,57	83,25	2,75
8	56,48	1,08	52,34	0,95	87,45	2,6	74,7	1,87	84,67	2,6	68,13	2,51	70,35	2,69	84,33	2,12
9	56,87	0,78	53,02	0,75	88,71	1,96	76,63	1,3	86,09	2,09	68,92	1,78	71,69	2,25	86,38	1,5
10	58,58	0,51	53,42	0,53	90,23	1,6	78,39	1,05	87,46	1,6	70,45	1,54	73,03	1,9	87,35	1,23
11	59,41	0,39	54,66	0,43	91,65	1,27	79,99	0,94	88,91	1,25	72,09	1,49	74,44	1,55	88,79	1,1
12	60,8	0,27	56,68	0,33	92,58	0,95	81,46	0,76	90,14	0,82	72,95	1,18	75,92	1,06	90,25	0,79
13	62,51	0,2	57,8	0,22	93,39	0,76	82,74	0,53	91,38	0,76	74,72	0,95	77,37	0,93	91,28	0,66
14	64,43	0,17	59,55	0,19	94,1	0,64	83,72	0,46	92,21	0,54	76,17	0,67	78,77	0,77	92,36	0,54
15	66,52	0,11	61,44	0,15	94,86	0,56	85,36	0,38	93,04	0,58	77,49	0,45	80,39	0,61	93,27	0,49
16	67,67	0,05	62,23	0,04	95,34	0,4	86,1	0,24	93,8	0,4	78,02	0,34	81,2	0,49	93,99	0,41
17	68,66	0,02	63,2	0,02	96,02	0,35	87,03	0,21	94,37	0,31	79,1	0,24	82,3	0,38	94,65	0,33
18	70,15	0,02	63,95	0,04	96,45	0,26	87,82	0,09	95	0,24	79,94	0,2	83,27	0,32	95,19	0,22
19	70,89	0,01	65,16	0,02	96,45	0,2	88,77	0,12	95,67	0,2	81,23	0,13	84,66	0,22	95,53	0,13
20	71,41	0,01	66,23	0,02	97,17	0,21	89,73	0,08	95,94	0,17	82,22	0,16	85,53	0,21	95,99	0,13

Figura 3.36: valori simulazione a 20 anni profilo non avverso.

Come capita sempre con le simulazioni con l'orizzonte temporale a vent'anni i valori migliorano sensibilmente, soprattutto dopo il decimo anno. Il discorso fatto per il profilo più avverso nella simulazione a dieci anni vale anche per questa simulazione, invece per il profilo meno avverso, insieme agli altri e due già citati per gli orizzonti temporali più brevi, possiamo inserire "Allianz global Hi Tech", un titolo che nelle simulazioni precedenti aveva fornito delle percentuali di superamento della soglia del rischio più elevate rispetto ai titoli scelti, ma che grazie a un orizzonte temporale così lungo riesce ad avere dei valori percentuali ottimi.

3.3 Conclusioni

Giunti alla conclusione di questo lavoro di tesi possiamo trarre diverse conclusioni riguardanti questo modello per la selezione di un portafoglio.

I lati positivi come abbiamo visto sono molteplici. Sicuramente è un modello estremamente flessibile perché permette di scegliere l'orizzonte temporale di riferimento, gli obiettivi che l'investimento deve raggiungere, e infine consente di inserire i vincoli imposti dall'investitore con le relative probabilità di successo e insuccesso. Il modello permette inoltre di creare tre tipologie di portafoglio (sicuro, di crescita, aspirazionale) in base a quelle che sono le esigenze dell'investitore. Un altro grande punto a favore è quello di riuscire a simulare i

valori anno per anno in modo da avere un'idea di come si evolverà l'investimento nel corso degli anni e questo ci permette anche di determinare quali sono gli assets più adeguati per ogni tipologia di portafoglio.

Facendo un confronto con la Moderna Teoria di portafoglio di Markovitz sicuramente questo modello permette una maggiore personalizzazione dell'investimento in base a quelle che sono le preferenze e l'avversione al rischio del cliente.

Di contro, è un modello che richiede molte più informazioni da parte dell'investitore, per cui è difficile creare un modello standardizzato anche se con le tecnologie e soprattutto con la grande mole di dati facilmente reperibili al giorno d'oggi questo problema può essere facilmente risolto.

Un secondo problema è che le simulazioni richiedono una grande potenza computazionale, per cui per eseguirle sulla grandissima quantità di asset che ci sono ci vorrebbero dei computer molto potenti. Ma sono sicuro che anche questo problema con la tecnologia di oggi non sia impossibile da risolvere.

Infine, vorrei dare un input su quello che potrebbe essere il proseguo di questo lavoro in modo tale da riuscire a concludere la costruzione di un portafoglio con gli asset selezionati dal nostro modello.

Come descritto nel paragrafo 2.5.5 sarebbe molto interessante creare una funzione obiettivo che riesca, partendo dai titoli selezionati, ad assegnare i pesi per ogni titolo scelto, per quella determinata tipologia di portafoglio.

Le tecniche di ottimizzazione stocastica sono molte, utilizzare una di queste ci permetterebbe di ordinare i portafogli creati in funzione della probabilità di raggiungere l'obiettivo cercato. Questo passaggio rappresenta l'ultimo step della PSO, Figura 2.5.

La probabilità di raggiungere il target di un investimento deve essere la variabile chiave della funzione obiettivo, la quale massimizza il rendimento entro un vincolo di rischio e di tempo.

L'implementazione di una di queste tecniche di ottimizzazione offre un grande vantaggio per l'investitore perché gli permette di selezionare il portafoglio che ha la probabilità più elevata di raggiungere il suo target obiettivo nel periodo di tempo selezionato.

Di contro, scegliere un modello di ottimizzazione non è affatto semplice perché deve essere sufficientemente flessibile in modo tale da adattarsi ai vincoli di tempo selezionati dall'investitore, oltre al fatto che deve essere in grado di ordinare i vari portafogli composti con gli asset selezionati tramite le simulazioni, in funzione della probabilità di raggiungere gli obiettivi selezionati.

Bibliografia

- [1] L. Bachelier. *Theorie de la speculation*
- [2] B. Mandelbrot. *The Misbehavior of Markets: A Fractal View of Financial Turbulence*
- [3] K. Pearson, J. W. S. Rayleigh. *The problem of the random walk, Nature, 72(1865;1866;1867), (1905).*
- [4] A. Einstein. *On the movement of small particles suspended in a stationary liquid required by the molecular-kinetic theory of heat, Annalen der Physik, 17, 549- 560, (1905)*
- [5] N. Wiener. *I am a mathematician. The later life of a prodigy* , Doubleday, Garden City, New York, 1956
- [6] John Coates. *The Hour Between Dog and Wolf: Risk-taking, Gut Feelings and the Biology of Boom and Bust 2013*
- [7] Abraham H. Maslow. *A Theory of Human Motivation*
- [8] Shefrin And Statemen. *Meir(2000) Behaviour Portfolio Theory, Journal of Financial and quantitative Analysis.*
- [9] Chhabra. *Beyond Markovitz: a comprehensive Wealth Allocation Framework for individual investor, the Journal of wealth management.*
- [10] P. Sironi. *Modern Portfolio Management: From Markowitz to Probabilistic Scenario Optimisation,2015*
- [11] “altroconsumo FINANZA”, <https://www.altroconsumo.it/finanza>.