

Dipartimento di Economia e Management

Cattedra Finanza Aziendale

IL CAPITAL ASSET PRICING MODEL: L'EVOLUZIONI E LE CRITICHE

RELATORE

Prof. Raffaele Oriani

CANDIDATO

Claudio Gargiulo

MATRICOLA

236071

ANNO ACCADEMICO 2020/2021

INDICE

1 L'EVOLUZIONE DELLA MODERN PORTFOLIO THEORY	3
1.1 Introduzione della Modern Portfolio Theory.....	3
1.2 Il modello di selezione del portafoglio di Markowitz.....	7
1.2.1 Il Rischio, la covarianza e la correlazione all'interno di un portafoglio	8
1.2.2 Il trade off rischio/rendimento.....	14
1.2.3 La frontiera efficiente	16
1.3 L'evoluzione verso il Capital Asset Pricing Model	20
2 IL CAPITAL ASSET PRICING MODEL.....	25
2.1 Presupposti, assunzioni e derivazione del CAPM	25
2.2 Tipologie di rischio.....	31
2.2.1 Il rischio sistematico (β).....	31
2.2.2 Il rischio specifico	34
2.3 La Security Market Line	36
2.4 Test empirici effettuati sul CAPM	39
2.5 Alcune estensioni del CAPM: ICAMP e il CCAMP.....	50
3 IL MODELLO DI FAMA E FRENCH E L'ARBITRAGE PRICING MODEL	55
3.1 I modelli multifattoriali	55
3.2 Il modello a tre fattori di Fama e French.....	60
3.2.1 Test effettuati sul modello a tre fattori di Fama e French	65
3.2.2 Le critiche al modello di Fama e French.....	67
3.3 L'Arbitrage Pricing Theory	70
BIBLIOGRAFIA	76

1 L'EVOLUZIONE DELLA MODERN PORTFOLIO THEORY

1.1 Introduzione della Modern Portfolio Theory

Una delle più significanti ed innovative teorie economiche nel campo della finanza e degli investimenti è senz'altro la Modern Portfolio Theory, sviluppata per la prima volta dal premio Nobel Harry Markowitz nel suo celebre lavoro "Portfolio Selection" pubblicato nel 1952.

I fondamenti di questa teoria sono stati ampliati in seguito dal vincitore del premio Nobel, William Sharpe, noto per la formulazione del Capital Asset Pricing Model nel 1964. La Modern Portfolio Theory rappresenta un quadro d'investimento per la selezione e la costruzione di portafogli d'investimento basati sulla massimizzazione dei rendimenti attesi del portafoglio e la simultanea minimizzazione del rischio d'investimento ⁽¹⁾.

Harry Markowitz ha promosso negli anni '50 una serie di modifiche sulle considerazioni del prezzo delle azioni. Uno dei dogmi, infatti, affermato per la prima volta nel 1939 da Richard Hicks, sulla considerazione che i rendimenti previsti includono un certo margine per il rischio, è stato modificato da Markowitz nella prospettiva che la capitalizzazione dei rendimenti previsti dei titoli dovrebbe variare con il rischio ⁽²⁾.

(1) Fabozzi, F., Gupta, F., & Markowitz, H. (2002, Fall). The legacy of modern portfolio theory. *Journal of Investing*.

(2) Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection.

Una delle novità più importanti introdotte dal modello di Markowitz, fu la sua descrizione dell'impatto sulla diversificazione del portafoglio da parte del numero di titoli all'interno del medesimo e delle loro relazioni di covarianza. ⁽³⁾

La svolta dal punto di vista finanziario introdotta da Markowitz risiede nel fatto che le caratteristiche di rendimento e rischio di un singolo titolo, devono essere giudicate e valutate in base a come incidano sul portafoglio complessivo dell'investitore.

Nel 1958 l'economista James Tobin nel suo celebre saggio "Liquidity Preference as Behavior Toward Risk" ha sviluppato i concetti introdotti dai lavori di Markowitz. In particolare, il modello di Tobin suggerisce che gli investitori, indipendentemente dai propri livelli di avversione al rischio, mantengano i portafogli azionari nelle stesse proporzioni finché non vengano a mutare le aspettative riguardo al futuro ⁽⁴⁾.

Un'altra teoria dei mercati dei capitali che si è sviluppata come evoluzione dei modelli sopra citati, è il Capital Asset Pricing Model (CAPM) elaborata da Sharpe, Lintner e Mossin. Il modello in parola ha fornito un'importante novità nella teoria dell'equilibrio dei mercati dei capitali, permettendo ai

(3) Megginson, W. (1996). A historical overview of research in finance. *Journal of Finance*, 39(2), 323-346.

(4) Tobin, J, 1958, "Liquidity Preference as Behavior Toward Risk"

singoli investitori di valutare in maniera migliore i titoli in funzione del rischio sistematico.

La componente del rischio, nella Modern Portfolio Theory, può essere misurata attraverso diverse formulazioni matematiche e ridotta tramite un'accurata diversificazione di portafoglio che mira a selezionare un insieme di attività finanziarie, che nel complesso presentano fattori di rischio inferiori rispetto all'investimento in qualsiasi attività presa singolarmente. L'obiettivo della diversificazione è quello di massimizzare i rendimenti attesi e minimizzare il rischio investendo in diversi titoli ed attività che reagiscono in maniera diversa allo stesso evento.

Quando la correlazione tra le attività è imperfetta, il risultato è l'effetto della diversificazione che rappresenta un'importante strategia d'investimento, in quanto la riduzione del rischio può essere realizzata senza compromettere i rendimenti ⁽⁵⁾.

Markowitz sostiene che la diversificazione, però, non può eliminare tutti i rischi, in quanto quest'ultimi si dividono in: rischio sistematico e rischio non sistematico.

(5)Hight, G., (2010, May). Diversification effect: Isolating the effect of correlation on portfolio risk. *Journal of Financial Planning*.

Il rischio non sistematico è quella parte del rischio che può essere diversificata ed eliminata, ⁽⁶⁾ e rappresenta rischi che sono unici per una particolare azienda, come ad esempio il rating di una società, scioperi aziendali e notizie stampa negative su un business o un'azienda.

Dunque, il rischio in parola può essere significativamente diminuito tramite un'accurata diversificazione, ma dato che i rendimenti dei diversi titoli sono correlati almeno in una certa misura, il rischio non sistematico non potrà mai essere completamente eliminato (indipendentemente da quanti asset sono presenti all'interno di un portafoglio) ⁽⁷⁾.

Il rischio sistematico invece è quella parte del rischio che non può essere ridotta tramite una diversificazione a livello di portafoglio, in quanto deriva da fattori esterni, come inflazione o periodi di recessione, che colpiscono il mercato nel suo complesso.

Possiamo dunque affermare che la Modern Portfolio Theory è composta dalla teoria di selezione del portafoglio introdotta da Markowitz nel 1952, e dai lavori successivi di Sharpe sulla formazione dei prezzi delle attività finanziarie, ovvero il Capital Asset Pricing Model.

(6) Frantz, P., & Payne, R. (2009). *Corporate finance*. Chapter 2. London: University of London Press.

(7) McClure, B. (2010). *Modern portfolio theory*

Tuttavia, mentre la teoria di Markowitz è una teoria normativa, ovvero una teoria che descrive una norma di comportamento che gli investitori dovrebbero seguire nella costruzione di un portafoglio ⁽⁸⁾, il CAPM è invece considerata una teoria positiva, vale a dire una teoria che ipotizza come gli investitori si debbano o non debbano comportare.

Nel complesso queste teorie forniscono un quadro teorico per l'identificazione e la misurazione del rischio di investimento e le relazioni che intercorrono tra rendimento atteso e rischio.

1.2 Il modello di selezione del portafoglio di Markowitz

Il premio Nobel Harry Markowitz dimostrò che in certe condizioni, la selezione del portafoglio di un investitore, può essere ridotta attraverso il bilanciamento su due dimensioni, ovvero il rendimento atteso e la varianza di un portafoglio.

Attraverso la diversificazione vi è una potenziale riduzione del rischio, dunque il rischio del portafoglio (misurato con la varianza o deviazione standard) dipenderà dalla varianza dei singoli titoli e dalle covarianze degli

(8) Fabozzi, F., Gupta, F., & Markowitz, H. (2002, Fall). The legacy of modern portfolio theory. *Journal of Investing*.

(9) McClure, B. (2010). Modern portfolio theory

(10) Markowitz, H. (1952).

stessi ⁽⁹⁾. I presupposti alla base del modello di Markowitz sono i seguenti ⁽¹⁰⁾:

1. Gli investitori sono avversi al rischio e cercano di minimizzare la componente del rischio e massimizzare il rendimento atteso su un titolo.
2. I mercati sono efficienti e assorbono le informazioni rapidamente, tempestivamente e perfettamente.
3. Tutti gli investitori hanno libero accesso ad informazioni eque e corrette su tutti i titoli.
4. Tutti gli investitori vogliono massimizzare il rendimento atteso che ottengono dai loro investimenti in asset.
5. I rendimenti delle attività sono delle variabili distribuite normalmente, ovvero seguono una distribuzione gaussiana.

1.2.1 Il Rischio, la covarianza e la correlazione all'interno di un portafoglio

Il rischio finanziario può essere definito come la deviazione dei rendimenti attesi durante un particolare periodo di tempo.

La teoria di selezione di portafoglio di Markowitz sostiene, però, che l'aspetto essenziale relativo al rischio di un'attività, non è il rischio dell'attività isolata, bensì il contributo di ogni attività al rischio aggregato e complessivo del portafoglio ⁽¹¹⁾.

Markowitz ha definito il rischio in termini di una nota misura statistica, ovvero la varianza, la quale è una misura delle dispersioni dei possibili risultati di una variabile attorno al valore atteso. La varianza, associata ad una distribuzione di rendimenti, misura la ristrettezza in cui la distribuzione è raggruppata intorno al rendimento atteso.

La formula della varianza è la seguente (Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments", Mcgraw-hill)

$$\text{var}(R_i) = p_1[r_1 - E(R_i)]^2 + p_2[r_2 - E(R_i)]^2 + \dots + p_N[r_N - E(R_i)]^2 \quad 1.1$$

Dalla varianza, espressa in unità quadrate, è possibile ricavare la deviazione standard, la quale è la radice quadrata della varianza:

$$\text{SD}(R_i) = \sqrt{\text{var}(R_i)} \quad 1.2$$

Vi sono due critiche sull'uso della varianza come misura per il rischio.

La varianza, misurando la dispersione di un rendimento di un titolo intorno al suo rendimento atteso, considera la possibilità di rendimenti

(11) Royal Swedish Academy of Sciences. (1990).

superiori ed inferiori al medesimo, con la problematica che gli investitori non considerano, possibili rendimenti al di sopra del rendimento atteso, come un risultato sfavorevole. A causa di questa situazione, molti economisti hanno sostenuto che i misuratori del rischio finanziario non dovrebbero considerare i rendimenti al di sopra del rendimento atteso. Markowitz, avendo riconosciuto questa limitazione, ha suggerito l'introduzione di un'altra misura del rischio di ribasso, ovvero la semi-varianza: un misuratore del rischio che non tiene conto dei rendimenti superiori al valore atteso. Tuttavia, a causa delle problematiche insite nel calcolo di questa misura di rischio, Markowitz decise di utilizzare solo la varianza.

La seconda critica è che la varianza rappresenta solo una misura di come i rendimenti variano attorno al valore atteso. Tuttavia, quando una distribuzione di probabilità non è simmetrica attorno al proprio valore atteso, bisognerebbe aggiungere alla varianza una misura statistica dell'asimmetria di una distribuzione.

Le osservazioni di numerosi analisti indicano che la varianza di portafoglio diminuisce all'aumentare del numero dei titoli all'interno del medesimo

(12).

(12) Frantz, P., & Payne, R. (2009). *Corporate finance*.

Dunque, la varianza e la deviazione standard misurano la variabilità dei titoli, tuttavia se si vuole conoscere la relazione tra i rendimenti di più titoli, è necessario misurare la loro covarianza o correlazione.

La covarianza è una misura statistica che misura l'interrelazione tra i rendimenti di due titoli.

Se due titoli sono correlati positivamente fra loro, la covarianza sarà positiva e viceversa, mentre se sono correlati negativamente, la covarianza sarà negativa ⁽¹³⁾. Markowitz sostiene, quindi, che è necessario evitare di investire in titoli con elevate covarianze tra loro ⁽¹⁴⁾.

Un'altra misura da tenere in considerazione è il coefficiente di correlazione, il quale svolge un ruolo di particolare importanza per la costruzione di un portafoglio e la scelta dei titoli.

Prendendo in considerazione solo due titoli, il titolo A e il titolo B, il coefficiente di correlazione analizza la relazione tra gli andamenti dei rendimenti del titolo A e i rendimenti del titolo B, permettendo di intuire se i rendimenti delle due attività variano in tandem o in opposizione.

(13) Ross, S. Westerfield, R. & Jaffe, J. (2002). Capital market theory: An overview. *Corporate finance*

(14) Markowitz, 1952, p.89

La formula del coefficiente di correlazione è la seguente (Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments", McGraw-hill):

$$\rho = \frac{Cov(r_A, r_B)}{\sigma_A \sigma_B} \quad 1.3$$

Mentre la covarianza è significativa perché influenza il rischio di portafoglio, i coefficienti di correlazione sono più utili, in quanto standardizzano la covarianza ⁽¹⁵⁾.

Le coppie di portafoglio con valori del coefficiente di correlazione più bassi suggeriscono meno rischi rispetto alle coppie con valori più grandi ⁽¹⁶⁾.

Il coefficiente di correlazione è un numero puro e può variare da +1 a -1.

Esaminiamo i vari casi estremi:

- I. $\rho = -1$: In questo caso la correlazione tra le attività è perfettamente negativa e permette di eliminare completamente il rischio, in quanto all'aumentare di un titolo, l'altro diminuisce di eguale intensità. È un caso non realizzabile nella realtà.

(15) Gibson, R.C. (2004). The rewards of multiple-asset-class investing." *Journal of Financial Planning*

(16) Hight, G., (2010, May). Diversification effect: Isolating the effect of correlation on portfolio risk. *Journal of Financial Planning*.

- II. $-1 < \rho < 0$: In questo secondo caso la correlazione si dice negativa e permette di eliminare una buona parte del rischio, in quanto all'aumentare del rendimento di un titolo, l'altro diminuisce con un'intensità però minore. Ad esempio, se il coefficiente di correlazione di due attività A e B è -0.80 e il titolo A aumenta del 3% , allora il titolo B diminuisce del $2,4\%$.
- III. $0 < \rho < 1$: Nel caso in questione la correlazione si dice positiva, in quanto all'aumentare del rendimento di un titolo, l'altro aumenta ma in misura minore.
- IV. $\rho = +1$: In questa ultima situazione la correlazione si dice perfettamente positiva e l'investitore non ottiene alcun beneficio in termini di diversificazione, in quanto i due titoli hanno un andamento identico in termini di rendimenti.

È logico intuire che un portafoglio ben diversificato deve avere al suo interno attività decorrelate tra di loro (in termini di rendimenti) per permettere all'investitore di ottenere una sostanziale riduzione del rischio.

1.2.2 Il trade off rischio/rendimento

Nel paragrafo precedente si è discusso sul concetto di rischio che può essere rappresentato da due misure: la varianza e la deviazione standard.

L'altro parametro di fondamentale importanza, da valutare, oltre al rischio, è il rendimento atteso del portafoglio, ovvero la media ponderata del rendimento atteso di ogni singolo titolo del medesimo, così espresso in formula:

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2) + \dots + w_G E(R_G) \quad 1.4$$

Il calcolo del rendimento atteso è il primo passo nel modello di selezione del portafoglio proposto da Harry Markowitz.

Per prevedere i rendimenti attesi dei titoli all'interno del portafoglio, si esamina spesso la performance storica dei medesimi, in quanto il rendimento atteso può essere semplicemente visto come la media storica del rendimento di un'azione in un determinato periodo di tempo ⁽¹⁷⁾.

Tuttavia, lo svantaggio evidente di utilizzare la performance storica dei rendimenti per prevederne l'andamento futuro (il rendimento atteso), risiede nell'incertezza del periodo di tempo su cui campionare il titolo ⁽¹⁸⁾.

(17) Benniga, S. (2006). Statistics for portfolios. *Principles of Finance with Excel*

(18) Fabozzi, F., Gupta, F., & Markowitz, H. (2002, Fall). The legacy of modern portfolio theory. *Journal of Investing*.

Vi sono infatti delle problematiche sulla scelta della lunghezza dell'orizzonte temporale oggetto del campionamento, ma allo stesso tempo è ragionevole supporre che soltanto dopo che un titolo abbia sperimentato un lungo record di performance sana e costante, la performance storica del mercato può essere considerata come una metodologia corretta per la performance futura del titolo ⁽¹⁹⁾.

Per quanto concerne il concetto di trade off rischio – rendimento, quest'ultimo si riferisce ad un principio di base proposto da Markowitz, secondo cui più l'investimento è rischioso, maggiore sarà il rendimento richiesto dagli investitori.

In generale, gli investitori razionali investiranno in un titolo rischioso solo se il rendimento previsto è sufficientemente alto da compensarli per aver assunto il rischio ⁽²⁰⁾.

Il rischio, come evidenziato precedentemente, rappresenta la possibilità che il rendimento effettivo di un investimento sia diverso da quello previsto. È tipicamente misurato dalla deviazione standard, la quale se alta si traduce in un rischio maggiore e in un rendimento potenziale più elevato. Se gli investitori sono disposti a sopportare questo rischio, si aspetteranno

(19) Fabozzi, F., Gupta, F., & Markowitz, H. (2002, Fall). The legacy of modern portfolio theory. *Journal of Investing*

(20) Ross, S. Westerfield, R. & Jaffe, J. (2002). Capital market theory: An overview. *Corporate finance*

di guadagnare un premio per il rischio (inteso come il rendimento in eccesso rispetto ad un tasso risk free).

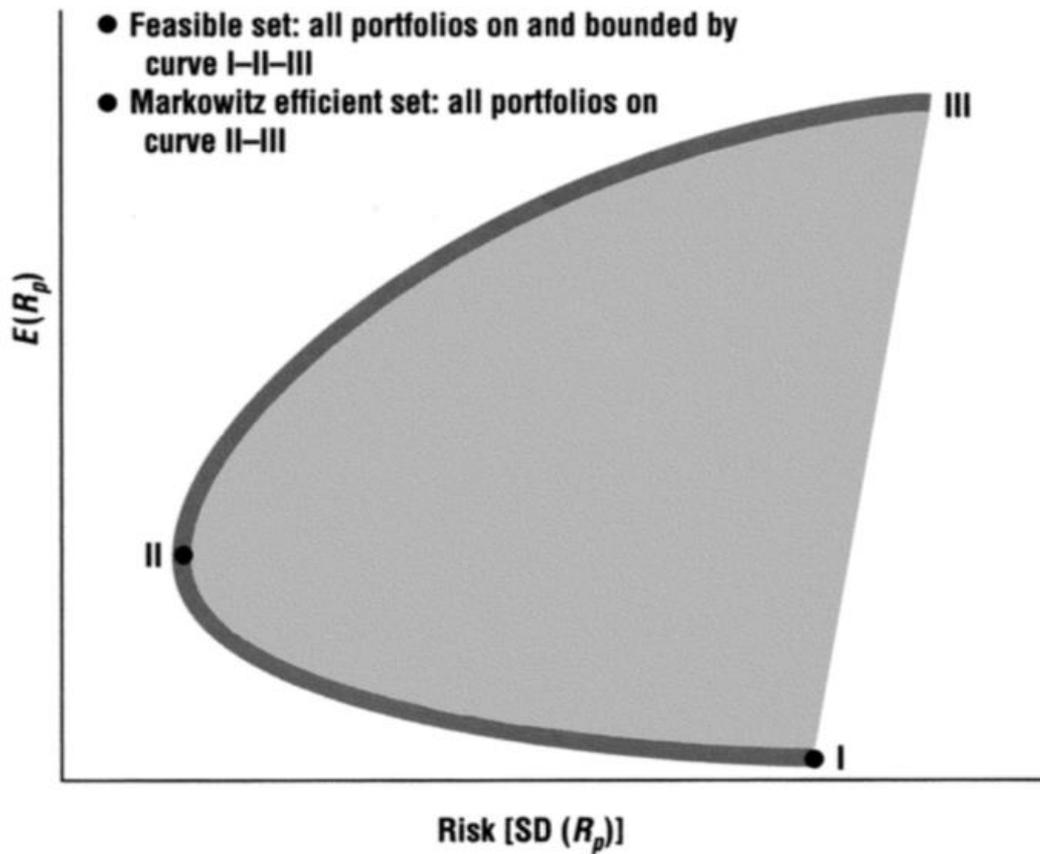
Ovviamente il trade off rischio - rendimento evidenzia solo la possibilità di un maggiore rendimento per gli investimenti e non la garanzia di un maggiore rendimento.

1.2.3 La frontiera efficiente

Il trade off rischio – rendimento è evidenziato dalla frontiera efficiente, la quale rappresenta la migliore combinazione di titoli all'interno di un portafoglio, descrivendo la relazione tra rendimenti attesi e rischiosità/volatilità del portafoglio medesimo.

Infatti, vi sono due tipi di portafogli finanziari che gli investitori possono costruire: portafogli fattibili e portafogli efficienti.

Un portafoglio fattibile è un portafoglio che un investitore può costruire date le attività disponibili, mentre un portafoglio efficiente è quello che restituisce il più alto rendimento atteso di tutti i portafogli fattibili con lo stesso rischio.



La figura sopra indicata mostra l'insieme efficiente delineato da Markowitz, in quanto tutti i portafogli che si trovano dal punto II al punto III dominano quelli dell'area ombreggiata. L'insieme efficiente in parola è denominato frontiera efficiente.

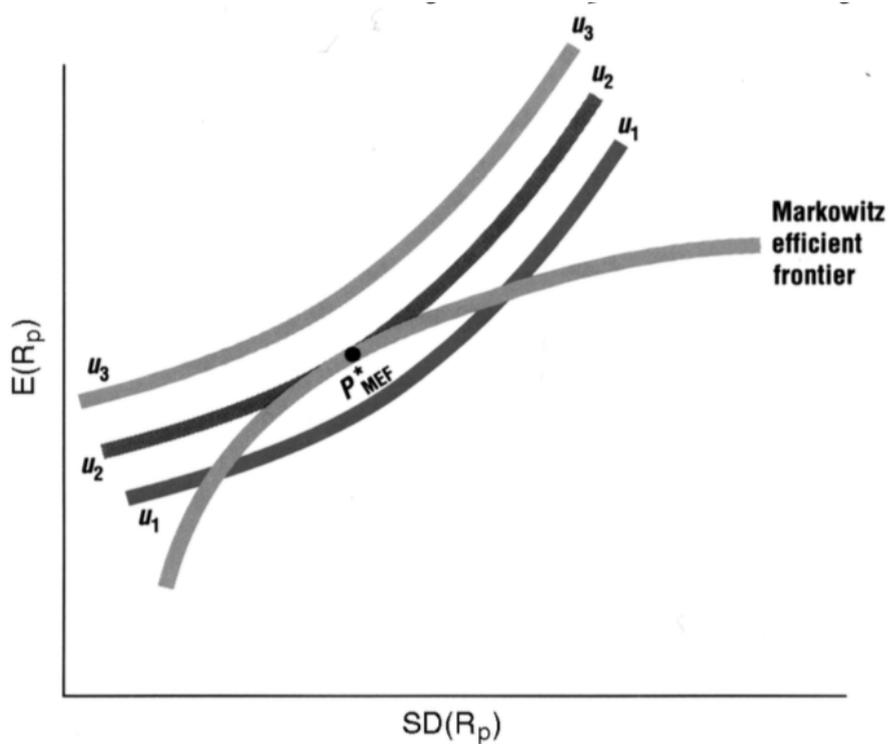
Come evidenziato precedentemente, i portafogli efficienti di Markowitz presentano un trade off rischio – rendimento, in quanto spostandosi da

sinistra verso destra sulla frontiera efficiente, il rischio e il rendimento atteso aumentano.

Il migliore portafoglio da tenere fra tutti quelli compresi nella frontiera efficiente è denominato portafoglio ottimale, il quale dipende dalla preferenza/utilità dell'investitore nei confronti del trade off rischio – rendimento. La preferenza in parola può essere espressa in termini di una funzione di utilità, la quale è un'espressione matematica che assegna un valore a tutte le scelte possibili, esprimendo le preferenze dell'entità economiche rispetto al rischio percepito e al rendimento atteso.

La curva di indifferenza indica quindi tutte le combinazioni di rischio e rendimento atteso che restituiscono lo stesso livello di utilità.

Volendo l'investitore arrivare alla curva di indifferenza più alta ottenibile, data la frontiera efficiente di Markowitz, il portafoglio ottimale è rappresentato dal punto in cui una curva di indifferenza è tangente alla frontiera efficiente, come mostrato di seguito:



$u_1, u_2, u_3 =$ indifference curves with $u_1 < u_2 < u_3$
 P_{MEF}^* = optimal portfolio on Markowitz efficient frontier

Dunque, il portafoglio ottimale è dato dal punto di intersezione in questione e rappresenta il più alto rendimento atteso sull'investimento possibile per una data quantità di rischio ⁽²¹⁾.

(21) McClure, B. (2010). Modern portfolio theory: Why it's still hip

1.3 L'evoluzione verso il Capital Asset Pricing Model

Il Capital Asset Pricing Model (CAPM) è un modello finanziario sviluppato negli anni '60 dello scorso secolo dagli economisti Sharpe, Treynor, Lintner e Mossin ⁽²²⁾, che mette in relazione il tasso di rendimento di un titolo con il suo rischio sistematico, rappresentato dal beta (β).

Ad oggi è uno dei modelli di valutazione più impiegato nei diversi campi della finanza.

Il Capital Asset Pricing Model si fonda sul concetto che non tutti i rischi dovrebbero influenzare i prezzi delle attività. A tal fine, un rischio che può essere diversificato se tenuto all'interno di un portafoglio con altri titoli, non può definirsi un rischio.

Il Capital Asset Pricing Model è stato formulato in un contesto in cui le basi teoriche del processo decisionale in condizioni di incertezza erano relativamente nuove. Teorie in questo campo vennero formulate nei lavori di von Neumann e Morgenstern (1944) e Savage (1954).

Per quanto riguarda le teorie di portafoglio che mostrano come gli investitori possano costruire portafogli al fine di ottenere una

(22) Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments"

combinazione ottimale di rischio – rendimento, non furono sviluppate fino ai primi anni 50 con i lavori di Harry Markowitz e Roy (1952).

Infatti, come evidenziato precedentemente, il Capital Asset Pricing Model si basa sul modello di scelta del portafoglio elaborato da Markowitz. Questo modello presuppone che gli investitori si preoccupino solo del rischio (espresso in termini di varianza) e del rendimento. Per questo motivo, gli investitori scelgono portafoglio media-varianza efficienti che minimizzano la varianza del portafoglio, dato il rendimento atteso e massimizzano quest'ultimo data la varianza.

Dunque, il modello di portafoglio fornisce una condizione algebrica sui pesi delle attività nei portafogli efficienti in termini di varianza – media. Il Capital Asset Pricing Model trasforma questa dichiarazione algebrica in una previsione verificabile sulla relazione tra rischio e rendimento atteso ⁽²³⁾.

Sharpe (1964) e Lintner (1965) aggiungono due ipotesi chiave al modello di Markowitz per identificare un portafoglio che deve essere mediamente efficiente, ovvero ⁽²⁴⁾:

(23) e (24) Fama E. F, French K. *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*, p.26

- Ogni investitore ha aspettative omogenee circa il futuro, ovvero dati i prezzi di mercato delle attività in $t-1$, gli investitori concordano sulla distribuzione congiunta dei rendimenti delle attività da $t-1$ a t .
- Esiste un'attività risk free uguale per tutti e con accesso senza limitazioni di quantità.

Gli articoli di Sharpe (1964) , Treynor (1961), Lintner (1965) e Mossin (1966) studiano le implicazioni dell'equilibrio competitivo nel mercato dei titoli per la misurazione e il prezzo del rischio. I loro studi e le loro analisi mostrano come il rischio totale di un'attività, misurato con la varianza, possa essere decomposto in una componente che è correlata con i portafogli efficienti con varianza media e una componente che non è correlata con quei portafogli ⁽²⁵⁾. La prima componente richiede un premio per il rischio (in quanto non diversificabile), a differenza della seconda.

Sharpe si riferisce alle due componenti come rischio sistematico e rischio non sistematico, mentre Treynor si riferisce a queste due componenti come rischi non assicurabili e rischi assicurabili ⁽²⁶⁾

(25) e (26) N.Jewczyn, Theory and Portfolios

Il Capital Asset Pricing Model è un'estensione del modello di Markowitz, in quanto ha introdotto l'aggiunta dell'asset risk free al portafoglio efficiente per la valutazione dei singoli titoli ⁽²⁷⁾.

Sharpe, Lintner e Mossin dimostrarono che era possibile identificare un portafoglio di attività rischiose, che ogni investitore razionale può detenere, se è possibile prestare e prendere in prestito al tasso risk free. Il portafoglio in parola è denominato portafoglio di tangenza, in quanto è il punto tangente tra la retta del rendimento risk free e la frontiera efficiente delle attività rischiose.

La linea in questione include tutte le possibilità di investimento ottimali, in quanto fornisce il più alto trade off rischio rendimento, misurato dal rapporto di Sharpe, ovvero ⁽²⁸⁾:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{E(R_p) - r_f}{\sigma_p}$$

La peculiarità del Capital Asset Pricing Model è che offre delle previsioni potenti e piacevoli su come misurare il rischio e la relazione tra rendimento atteso e rischio ⁽²⁹⁾.

(27) Mayor, H. (2008). *Investments: An introduction*

(28) Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments"

(29) Fama E. F, French K. *The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence*

Questo modello è ampiamente utilizzato in applicazioni, quali la stima del costo del capitale per le aziende e la valutazione delle performance dei portafogli.

Tuttavia, i risultati empirici del modello sono abbastanza scarsi da invalidare il modo in cui viene utilizzato nelle applicazioni. I problemi empirici in parola possono riflettere fallimenti teorici, o semplicemente il risultato di molte ipotesi semplificative e difficoltà nell'implementazione di test validi del modello.

2 IL CAPITAL ASSET PRICING MODEL

2.1 Presupposti, assunzioni e derivazione del CAPM

Il Capital Asset Pricing Model (CAPM), come evidenziato precedentemente, è un modello finanziario sviluppato negli anni '60 dello scorso secolo dagli economisti Sharpe, Treynor, Lintner e Mossin, che mette in relazione il tasso di rendimento di un titolo con il suo rischio sistematico, rappresentato dal beta (β).

Esso è un modello di equilibrio statico utilizzato nella valutazione di attività finanziarie, il quale individua il rendimento di equilibrio che un titolo dovrebbe ragionevolmente restituire in relazione al suo grado di rischio.

È un modello fondato su diverse ipotesi, che qui di seguito si illustrano ⁽³⁰⁾:

1. Tutti gli investitori sono razionali e avversi al rischio.
2. Gli investitori sono price taker, e quindi nessun investitore può con le proprie azioni influenzare i prezzi del mercato.
3. Tutti i dati e le informazioni rilevanti per poter compiere un'analisi di un titolo, sono pubblicamente disponibili senza costi a tutti gli investitori.
4. Gli investitori scambiano i titoli senza costi di transazione.
5. Gli investitori possono prestare e prendere a prestito quantità illimitate di denaro al tasso d'interesse risk free.

(30) Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments"

6. I mercati dei titoli sono perfettamente competitivi e ugualmente redditizi per tutti gli investitori.
7. Le operazioni finanziarie di acquisto e vendita di titoli possono essere effettuate in unità infinitamente divisibili.
8. Non vi sono tasse sui rendimenti degli investitori.
9. L'orizzonte temporale uniperiodale adottato è uguale per tutti gli investitori.

Possiamo affermare che il CAPM è fondato su ipotesi che ignorano le complessità del mondo reale e molte delle quali possono essere definite irrealistiche, come ad esempio la numero 5 (Gli investitori possono prestare e prendere a prestito quantità illimitate di denaro al tasso d'interesse risk free) che prospetta un'ipotesi del tutto irrealizzabile nel mondo reale, ove si consideri che gli investitori individuali non possono, ad esempio, prendere a prestito o prestare denaro allo stesso tasso del governo degli Stati Uniti o della Germania. Tuttavia, le assunzioni sopra indicate, anche se irrealistiche, ci permettono di poter analizzare in maniera più semplificata il CAPM e stimolano importanti intuizioni sulla natura dell'equilibrio nei mercati azionari.

Applicando le ipotesi sopra illustrate, ciascun investitore potrà realizzare la stessa frontiera efficiente, in quanto ogni investitore si relazionerà con le stesse attività rischiose ed avrà anche le stesse aspettative in termini di rischio e rendimento atteso.

Ogni investitore j ($j=1,\dots,M$) massimizza, pertanto, la sua utilità attesa scegliendo un portafoglio ottimale, selezionando i pesi ottimali per ogni attività, ovvero ⁽³¹⁾:

$$\begin{aligned}
 \max_{\{x_i\}_{i=1}^N} E [U^j(R_p)] &= \max_{\{x_i\}_{i=1}^N} U^j \left(\mu_p - \frac{1}{2} z_j \sigma_p^2 \right) \\
 &= \max_{\{x_i\}_{i=1}^N} \left(\mu_p - \frac{1}{2} z_j \sigma_p^2 \right) \\
 &= \max_{\{x_i\}_{i=1}^N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \mu_i - \frac{1}{2} z_j \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N x_i x_k \sigma_{ik} \right)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

La funzione di Lagrange per risolvere questo problema può essere ottenuta come segue:

$$L_j = \sum_{i=1}^N x_i \mu_i - \frac{1}{2} z_j \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N x_i x_k \sigma_{ik} + \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^N x_i \right) \tag{2.2}$$

(31) Dumas, Allaz, 1996, p.61-78

Le condizioni del primo ordine per un massimo sono date da:

$$\frac{\partial L_j}{\partial x_i} = \mu_i - z_j \sum_{k=1}^N x_k \sigma_{ik} - \lambda = 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad 2.3$$

$$\frac{\partial L_j}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{i=1}^N x_i = 0 \quad 2.4$$

Risolvendo le equazioni sopra indicate per μ_i si ottiene:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \lambda + a_j \sum_{k=1}^N x_k \sigma_{ik} = \lambda + z_j \text{Cov} \left[R_i, \sum_{k=1}^N x_k R_k \right] \\ &= \lambda + z_j \text{Cov} [R_i, R_p] = \lambda + z_j \sigma_{ip}. \end{aligned} \quad 2.5$$

Con $\sigma_{ip} = 0$ troviamo che $\mu_i = \lambda$, quindi possiamo interpretare λ come il rendimento atteso di un asset che non è correlato con il portafoglio di mercato, ovvero come il tasso di rendimento privo di rischio (r).

$$\mu_i = r + z_j \sigma_{ip} \quad 2.6$$

Dall'equazione sopra indicata si può facilmente notare che il rendimento atteso dipende linearmente dalla covarianza dell'asset con il portafoglio di mercato.

La covarianza di un'attività può essere interpretata come la parte del rischio sistematico che deriva da un'attività individuale ⁽³²⁾:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N x_i \sigma_{ip} &= \sum_{i=1}^N x_i \text{Cov}[R_i, R_p] = \text{Cov} \left[\sum_{i=1}^N x_i R_i, R_p \right] \\ &= \text{Cov}[R_p, R_p] = \text{Var}[R_p] = \sigma_p^2. \end{aligned} \quad 2.7$$

L'equazione 2.6 è valida per tutte le attività e quindi per qualsiasi portafoglio, poiché l'equazione per un portafoglio può essere ottenuta moltiplicando con i pesi appropriati e successivamente sommandoli in modo da poter applicare l'equazione medesima anche al portafoglio di mercato, il quale rappresenta anche il portafoglio rischioso ottimale ⁽³³⁾:

$$\mu_p = r + z_j \sigma_p^2 \quad 2.8$$

Risolvendo per z_j ed inserendo nell'equazione 2.6 si ottiene la formulazione del Capital Asset Pricing Model, ovvero:

$$\mu_i = r + (\mu_p - r) \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p^2}$$

Definendo $\beta_i = \frac{\sigma_{ip}}{\sigma_p^2}$, possiamo riscrivere l'equazione come:

$$\mu_i = r + \beta(\mu_p - r) \quad (34) \quad 2.9$$

dove,

μ_i : Rendimento atteso del titolo

r : Tasso Risk Free

β : Rischio sistematico del titolo

μ_p : Rendimento portafoglio di mercato

$(\mu_p - r)$: Premio per il rischio, ovvero l'incentivo per investire su un titolo rischioso.

Il CAPM afferma il principio secondo cui, il rendimento atteso di qualsiasi titolo è una funzione di tre variabili, vale a dire: il beta atteso, il rendimento atteso del mercato e il tasso privo di rischio.

2.2 Tipologie di rischio

Il rischio totale può essere diviso in due tipologie di rischio: il rischio specifico di un'azienda e il rischio di mercato ⁽³⁵⁾. Il rischio specifico è denominato anche rischio diversificabile, in quanto può essere ridotto mediante un'accurata diversificazione, mentre il rischio di mercato non può essere diversificato. Infatti, il rischio che rimane anche dopo un'ampia diversificazione è denominato il rischio di mercato, il quale è attribuibile a fonti di mercato ⁽³⁶⁾.

2.2.1 Il rischio sistematico (β)

Il rischio sistematico (beta) è una misura della rischiosità sistematica di un titolo, vale a dire la variazione attesa del rendimento del titolo per ogni variazione di un punto percentuale del rendimento del mercato. Esso è quindi una misura data dalla relazione tra il rendimento di un investimento e il rendimento del mercato ⁽³⁷⁾.

(35) Keown, Martin, Petty, Scott, 2005, p.192

(36) Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments"

(37) Keown, Martin, Petty, Scott, 2005, p.199

Il rischio sistematico è un elemento fondamentale da tenere in considerazione anche in un'ottica di analisi di un titolo, in quanto a fronte di un determinato valore che può assumere questa variabile, ne conseguono alcune rilevanti implicazioni, ovvero:

- $\beta > 1$: il titolo ha un rischio sistematico maggiore del portafoglio di mercato, vale a dire che le azioni con un beta maggiore di 1 tendono ad amplificare i movimenti del mercato.
- $\beta = 1$: il titolo ha lo stesso rischio sistematico del portafoglio di mercato, dunque un suo inserimento all'interno di quest'ultimo, non aumenterebbe, ne diminuirebbe, il rischio sistematico del portafoglio.
- $0 < \beta < 1$: il rendimento atteso del titolo è soggetto a minori variazioni rispetto al portafoglio di mercato. Titoli con queste caratteristiche tendono ad assorbire i movimenti del mercato.

Esaminate le caratteristiche del titolo, a seconda del rischio sistematico, possiamo ad analizzare le determinanti del beta, ovvero:

1. **Ciclicità dei ricavi rispetto al ciclo economico:** Un titolo con un beta elevato, è un titolo di un'azienda che mostra un'elevata ciclicità dei ricavi, ovvero un titolo che in presenza di un ciclo economico sfavorevole tende a contrarre i ricavi in misura più consistente rispetto alla media del mercato. Un esempio di titolo ciclico può essere rappresentato dai titoli riferiti a beni non necessari, come il turismo, mentre i titoli anticiclici sono quelli riferiti ai beni alimentari, i quali rappresentano un bene necessario.

2. **Struttura operativa:** In presenza di una leva operativa più elevata vi è una maggiore variazione riscontrata nell' EBIT in presenza di una variazione percentuale unitaria dei ricavi.

Alla curva ascensionale della leva operativa, corrisponde dunque la crescita del rischio sistematico (ovvero il beta) delle attività della società, e il grado di leva operativa dipende dall'organizzazione e dalla struttura dei costi, ovvero quanto maggiore è l'incidenza dei costi fissi sui costi variabili, tanto maggiore sarà la leva operativa.

3. **Leva finanziaria:** Il ricorso all'indebitamento genera costi fissi di natura finanziaria che portano ad una variazione più forte del risultato netto in presenza di una variazione del risultato operativo.

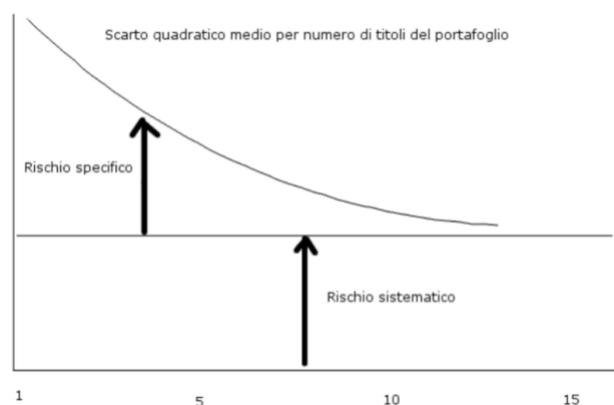
I primi due aspetti riguardano le caratteristiche del tipo di attività che l'impresa svolge e quindi impattano, in primis, sul rischio delle attività d'impresa, le quali si ripercuotono sulle azioni indirettamente. È un rischio dell'attivo ed impatta sul rischio sistematico dei progetti d'investimento. Per quanto riguarda il terzo aspetto, quest'ultimo è relativo all'equity, ed impatta direttamente sul rischio delle azioni partendo dalle passività.

2.2.2 Il rischio specifico

Il rischio che può essere eliminato dalla diversificazione è denominato rischio specifico o rischio idiosincratco, in quanto è proprio dei singoli titoli

(38).

Questo rischio potendo essere eliminato, non influenza sui rendimenti attesi di un titolo e dipende dall'andamento della gestione aziendale di un'impresa, come ad esempio la solidità finanziaria e le prospettive future della stessa.



Dalla figura sopra indicata si può intuire, a prima vista, la netta differenza dell'effetto della diversificazione nei confronti del rischio specifico e del rischio sistematico.

L'asse verticale mostra la varianza del rendimento del portafoglio, mentre l'asse orizzontale rappresenta il numero dei titoli.

All'aumentare dei titoli all'interno di un portafoglio, il rischio specifico tende a diminuire per via della diversificazione all'interno del portafoglio, vista la presenza di molte imprese. Al contrario il rischio sistematico è presente e non diminuisce all'aumentare dei titoli nel portafoglio

finanziario, in quanto si riferisce a quel particolare rischio comune a tutti i titoli, vale a dire il rischio di mercato.

La diversificazione permette dunque di non sostenere entrambi i rischi, ma solo quello sistematico.

Alcuni studi empirici hanno dimostrato che un portafoglio composto da circa 20 azioni di società scelte a caso, avrà solo il rischio sistematico da sostenere, mentre il rischio non sistematico (rischio specifico) verrà eliminato ⁽³⁹⁾.

2.3 La Security Market Line

La Security Market Line è una retta che rappresenta dal punto di vista grafico il Capital Asset Pricing Model evidenziandone i differenti livelli del rischio sistematico stimati rispetto al rendimento atteso dell'intero mercato.

Nella Security Market Line, l'asse x rappresenta il rischio, in questo caso in termini di beta (rischio sistematico), mentre l'asse y indica il rendimento atteso.

(39) Fabozzi, F., Gupta, F., & Markowitz, H. (2002)

La Security Market Line aiuta gli investitori a determinare le condizioni di equilibrio dello scambio delle attività ⁽⁴⁰⁾, in quanto ogni individuo porta sul mercato le sue attuali partecipazioni dei vari beni, nell'ottica di uno scambio delle attività.

Un concetto molto importante in termini della suddetta retta è rappresentato dal beta, ovvero dal rischio sistematico, il quale rappresenta quel rischio, come evidenziato nelle pagine precedenti, che non può essere diversificato attraverso un'accurata diversificazione a livello di portafoglio.

Come evidenziato precedentemente, se il beta assume un valore pari ad 1, allora il titolo ha lo stesso rischio sistematico del portafoglio di mercato, viceversa, se assume un valore superiore ad 1, allora il titolo ha un rischio sistematico maggiore della media di mercato.

Vediamo ora la formula, fornendo una rappresentazione grafica della Security Market Line:

La Formula è la seguente: $E(r_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f)$ ⁽⁴¹⁾

(40) Mossin, 1966

(41) Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments"

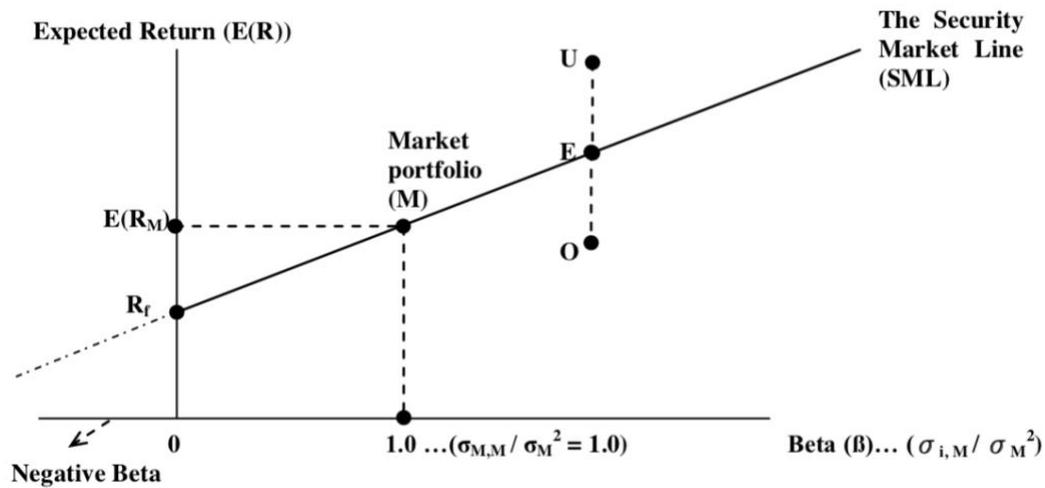


Figura modificata da Reilly e Brown (2003)

La figura sopra indicata rappresenta graficamente la relazione rischio sistemico – rendimento atteso, descritta dalla Security Market Line (SML).

Quando il mercato dei capitali è in equilibrio, tutte le attività devono essere tracciate sulla SML e offrire dei rendimenti attesi giustificati dai rispettivi livelli di rischio sistemico.

Nel caso in cui un'attività si dovesse trovare al di sopra della SML, l'attività in parola è sottovalutata, in quanto offre rendimenti più elevati di quelli attesi in base alla sua esposizione al rischio sistemico. D'altra parte, un'attività è sopravvalutata se è tracciata al di sotto della SML, in

quanto offre rendimenti inferiori a quelli attesi sempre in base alla sua esposizione al rischio sistematico, ovvero il beta.

Se si considerano due asset U e O che offrono dei rendimenti diversi con lo stesso valore di beta, gli investitori compreranno l'asset U (rendimento maggiore) e venderanno l'asset O. Le attività di trading effettuate dagli investitori faranno salire il prezzo dell'attività U e ridurranno il prezzo dell'attività O, con la conseguenza che il rendimento dell'attività U diminuirà, mentre il rendimento dell'attività O aumenterà.

Tali operazioni e questo processo porteranno le attività medesime U ed O allo stesso prezzo di equilibrio al punto F ⁽⁴²⁾.

2.4 Test empirici effettuati sul CAPM

Il Capital Asset Pricing Model, come esaminato precedentemente, è basato su molte assunzioni ed ipotesi, che non sono compatibili con la realtà fattuale. Non sorprende, quindi, che la validità del modello sia stata messa in dubbio sin dall'inizio e sottoposta a numerosi test.

(42) Kathleen Hodnett, Heng-Hsing Hsieh, Capital Market Theories: Market Efficiency Versus Investor Prospects

I primi test empirici di verifica del Capital Asset Pricing Model furono effettuati da Sharpe nel 1966 e da Jensen nel 1967 sui fondi comuni di investimento aperti. Per quanto riguarda il test effettuato da Sharpe, questi esaminò la relazione rischio – rendimento di 34 fondi comuni di investimento aperti, utilizzando come misura del rischio la deviazione standard.

I risultati che ottenne Sharpe furono in linea con i postulati del Capital Asset Pricing Model, in quanto i fondi comuni più rischiosi registravano delle performance più alte rispetto a quelle dei fondi meno rischiosi, con una correlazione tra rendimento e deviazione standard significativa.

Jensen, invece, effettuò un'indagine empirica su un campione di 115 fondi comuni aperti nel periodo che va dal 1945 al 1964 utilizzando come misura per il rischio il beta ⁽⁴³⁾.

Jensen esaminò l'abilità dei gestori dei fondi ad ottenere dei rendimenti più alti rispetto al livello di rischio con l'obiettivo di verificare la relazione insita nel CAPM.

Il risultato del test compiuto da Jensen è la conferma della relazione rischio

(43) M. Jensen, "The Performance of Mutual Funds in The Period 1945-1964", in *Journal of Finance*, Vol.23, n.2 1967, pp. 389-416.

rendimento insita nel CAPM e la validità del beta come misuratore del rischio.

I test compiuti da Sharpe e da Jensen, se da un lato avvaloravano la relazione lineare tra il rischio e il rendimento, dall'altro però non verificarono uno degli assunti principali e più criticati alla base del CAPM, ovvero la possibilità da parte di ciascun investitore di prestare e prendere a prestito denaro al tasso privo di rischio.

Per tale motivo, Black nel 1972 studiò una variante al modello originario del CAPM, che denominò lo "Zero Beta Model" ⁽⁴⁴⁾. In questo modello, Black sostituì l'attività risk free con un'altra attività non correlata al mercato, modificando la formula originale del CAPM nella seguente:

$$E(R) = R_z + \beta_i (E(R_m) - R_z)^{(45)}$$
2.10

Per poter verificare empiricamente il Capital Asset Pricing Model, si dovrà quindi ricorrere al market model, che considera, nell'analisi del rischio, un campione della popolazione con all'interno un elemento di disturbo (ϵ) residuo della campionatura.

(44) F. Black, "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", in *Journal of Business*, n.45, July 1972, pp. 444-455.

(45) Cochrane, John, 2004, *Asset Pricing - Revised Edition*, Princeton University Press

A tal fine, nel 1972 Black, Jensen e Scholes, condussero un test empirico, attraverso la costruzione di una serie di portafogli finanziari con differenti beta.

Gli autori selezionarono, all'interno del campione, tutti i titoli quotati al NYSE, dopodiché stimarono i beta mediante un'analisi di regressione fra i rendimenti storici degli asset e una proxy del portafoglio di mercato ed infine, sulla base dei beta, selezionarono i titoli e li raggrupparono all'interno di 10 portafogli ⁽⁴⁶⁾.

Nel test empirico in parola Black, Jensen e Scholes utilizzarono sul piano metodologico sia le regressioni *time series* per verificare la validità del modello di mercato in ciascun periodo, sia le regressioni *cross section* per verificare la relazione lineare tra beta e rendimenti ⁽⁴⁷⁾.

Nel complesso ottennero risultati coerenti con gli assunti ed i postulati alla base del Capital Asset Pricing Model.

(46) e (47) F. Black, M. C. Jensen, Scholes M., "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Test" in M. C. Jensen, *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger, New York 1972, pp. 79-121.

Un ulteriore test empirico fu compiuto da Fama e MacBeth nel 1973 con l'obiettivo di esaminare la relazione rendimento medio e il rischio dei titoli mediante un'analisi *cross section* dei titoli quotati al NYSE per il periodo che va dal 1926 al 1968.

Questa analisi parte dalla stima dei beta dei titoli (prendendo in considerazione i rendimenti mensili aggiustati) per passare successivamente alla costruzione ed allo studio dell'andamento di 20 portafogli, attraverso la seguente equazione ⁽⁴⁸⁾:

$$R_{pt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_p + \gamma_{2t}\beta_p^2 + \gamma_{3t}\sigma_p + \eta_{pt}$$

L'obiettivo di Fama e MacBeh, inoltre, era anche quello di verificare se il modello remunerasse il rischio specifico σ_p , che stando al CAPM non dovrebbe essere remunerato.

I risultati che ottennero gli autori furono soddisfacenti da una parte per la presenza del trade off positivo fra il rischio ed il rendimento e dall'altra dal fatto che i coefficienti β_p^2 e σ_p risultarono prossimi allo zero, e quindi più coerenti con il CAPM zero beta che con il modello originale.

Una delle critiche più note nei confronti del CAPM è stata quella evidenziata dall'economista Richard Roll.

(48) E.F. Fama, J.D. Macbeth, "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests", in *Journal of Political Economy*, May-June 1973, pp. 607-636.

Infatti, nell'articolo "A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory", l'autore fornisce un'eccellente revisione matematica dell'insieme efficiente ed una critica dettagliata ai primi test.

Roll, nel suo studio, sostiene che i precedenti metodi osservati per testare il CAPM non sono corretti e non vi è nessuna possibilità futura di testare il modello, a meno che non si conosca il vero portafoglio di mercato, il quale deve contenere tutti gli asset investibili (come ad esempio gli immobili, le materie prime, le opere d'arte e più in generale qualsiasi asset con valore di mercato) ⁽⁴⁹⁾.

Nel CAPM il portafoglio realmente diversificato è una delle variabili chiave del modello in parola, tuttavia, ciò che suggerisce Roll, è che è impossibile creare o osservare un portafoglio di mercato veramente diversificato.

Dunque, tale portafoglio di mercato non è osservabile, e le persone, nello stimare il rendimento attraverso il CAPM, utilizzano un indice azionario come proxy per il vero portafoglio di mercato. Tuttavia, è stato dimostrato, nel corso degli anni, che l'applicazione di tale indicatore statistico può portare a false inferenze sulla validità del CAPM,

(49) R.Roll "A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory"

ed è stato evidenziato che a causa dell'inosservabilità del vero portafoglio di mercato, il CAPM potrebbe non essere testabile empiricamente (come sostenuto da Richard Roll).

Sul tema, Stambaugh ha testato il CAPM utilizzando una serie di portafogli di mercato che includono, oltre alle azioni ordinarie statunitensi, azioni privilegiate, societarie e governative, immobili ed altri beni di consumo durevoli. L'autore evidenzia che i test del CAPM non sono sensibili all'estensione della proxy del mercato oltre le azioni comuni, in quanto la volatilità dei rendimenti del mercato espanso è dominata dalla volatilità dei rendimenti azionari ⁽⁵⁰⁾. Giova, tuttavia, evidenziare che le proxy di mercato di Stambaugh sono limitate alle attività statunitensi e dunque non tengono conto degli asset internazionali.

Per concludere si deve tener presente che tutta la questione della non esaustiva specificazione rispetto alle proxy inefficienti del portafoglio di mercato, evidenziata da Richard Roll, è stata ampiamente ignorata e non presa in considerazione fino ai risultati ottenuti da Fama e French nel 1992, i quali hanno evidenziato l'inefficienza del beta ⁽⁵¹⁾.

(50) Stambaugh, Robert F. 1982. "On The Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis." *Journal of Financial Economics*

(51) Fama, Eugene F. and Kenneth R. French. 1992. "The Cross-Section of Expected Stock Returns." *Journal of Finance*.

Banz ha fornito la prima e vera obiezione al potere esplicativo del beta attraverso uno studio che fece uso della seguente formula ⁽⁵²⁾:

$$r_p = \gamma_0 + \gamma_1 b_p + \gamma_2 \beta_p + \varepsilon_p$$

dove,

β_p rappresenta l'effetto dimensione

γ_0 rappresenta il rendimento atteso su un'attività con beta zero

γ_1 rappresenta il premio per il rischio per sopportare un'unità di rischio beta

b_p rappresenta la stima del beta per il portafoglio p

γ_2 rappresenta il premio per il rischio per il rischio dimensione

ε_p rappresenta un termine di disturbo casuale

Stando al CAPM, il valore γ_2 non dovrebbe essere statisticamente diverso da 0, in quanto non esistono altre variabili esplicative. Tuttavia, lo studio di Banz ha dimostrato che esiste una relazione statisticamente significativa, poiché, per quanto riguarda il beta, è stato dimostrato che l'effetto dimensione spiega più variazioni trasversali del beta ⁽⁵³⁾.

(52) e (53) Banz, R.W. (1981), "The Relationship Between Return and market Value of Common Stocks,"

Successivamente, Fama e French hanno studiato i ruoli congiunti del beta di mercato, la dimensione, il rapporto utili/prezzo, il leverage e il rapporto book-to-market equity nella sezione trasversale dei rendimenti azionari medi per le azioni NYSE, Amex e NASDAQ nel periodo 1963-1990, e sono arrivati alla conclusione che il beta non ha quasi nessun potere esplicativo, mentre la combinazione di dimensione e book-to-market equity, cattura la variazione trasversale dei rendimenti medi delle azioni ⁽⁵⁴⁾.

Dunque, per concludere, possiamo affermare che vi sono tre prospettive di critica nei confronti del CAPM.

La prima prospettiva, guidata da Roll e Ross, misconosce completamente il CAPM e non lo ritiene valido sia dal punto vista teorico che empirico. Entrambi gli autori sostengono che il CAPM a fattore singolo, non è applicabile quando i rendimenti dell'indice sono utilizzati come previsione del rendimento del mercato e che il vero portafoglio di mercato non è realmente osservabile.

La seconda prospettiva non rifiuta categoricamente il CAPM, ma sostiene che sono presenti nell'elaborazione di questa teoria delle evidenti anomalie e che il beta di mercato non è l'unico fattore predittivo (come evidenziato invece nel CAPM) dei rendimenti attesi.

(54) Fama, Eugene F. and Kenneth R. French. 1992. The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*

A tal fine, ritengono questi autori, che devono essere inclusi nel CAPM una serie di altri fattori, come la dimensione, il rapporto book-to-market equity, il rapporto prezzo/utili ed il momentum.

Sulla questione, come sarà evidenziato più specificamente nel capitolo successivo, Fama e French hanno dimostrato che nel periodo 1963-1990 la correlazione tra i rendimenti delle azioni e il rispettivo beta era molto scarsa, mentre quella riferita alle dimensioni delle società ed il rapporto book-to-market equity era maggiore ⁽⁵⁵⁾. L'effetto book-to-market è un importante indicatore dei rendimenti attesi come evidenziato da Statman (1980) e Fama e French (1996), i quali affermano che esiste una relazione significativa e negativa tra il rapporto in parola ed i rendimenti attesi ⁽⁵⁶⁾.

Lavori successivi effettuati da Fama e French, Banz, Basu e Reinganum suggeriscono inoltre che il beta ed il premio per il rischio storico hanno poco a che fare con i rispettivi valori attesi e che l'eterogeneità delle aspettative nei rendimenti cross-section, volatilità, covarianze e rendimenti di mercato è la ragione per cui ha poco senso parlare di un CAPM aggregato di mercato ⁽⁵⁷⁾.

(55) Fama, E. and K. French (1992), "The Cross-Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance*

(56) Statman, Dennis. 1980. "Book Values and Stock Returns." *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers*.

(57) Basu, S. (1983), "The Relationship Between Earnings Yield, Market Value and the Return for NYSE Common Stocks ; Banz, R.W. (1981), "The Relationship Between Return and market Value of Common Stocks,"; Reinganum, M. R (1981), "Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values; Fama, E. and K. French (1992), "The Cross-Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance*

Più specificamente, Basu, muovendo le mosse dal presupposto che in un mercato efficiente i prezzi delle attività riflettono pienamente le informazioni disponibili in modo rapido e imparziale, ha eseguito una ricerca avente lo scopo di determinare empiricamente il rapporto di correlazione tra la performance d'investimento delle azioni e i rispettivi rapporti P/E. L'autore rileva, inoltre, che quando le azioni sono ordinate in base al rapporto guadagno/prezzo, quelle con un maggiore E/P hanno rendimenti futuri attesi più elevati di quanto previsto dal CAPM ⁽⁵⁸⁾.

Banz, invece, nel suo studio evidenzia i problemi legati all'utilizzazione del CAPM, in quanto nota che quando le azioni sono ordinate in base alla capitalizzazione di mercato, i rendimenti delle azioni piccole sono maggiori di quelli previsti dal CAPM ⁽⁵⁹⁾.

Infine, Stattman e Rosenberg, hanno dimostrato che i rendimenti medi trasversali delle azioni statunitensi erano positivamente correlati ai rispettivi rapporti book-to-market, in quanto, dalla ricerca effettuata, è emerso che le azioni con un elevato rapporto B/M hanno rendimenti che non sono catturati dal proprio beta di mercato ⁽⁶⁰⁾.

(58) Basu, S. (1977), "Investment Performance of Common Stocks in Relation to their Price-Earnings Ratios: A Test of Efficient Market Hypothesis

(59) Banz, R.W. (1981), "The Relationship Between Return and market Value of Common Stocks,"

(60) Statman, M. (1981), "Betas compared: Merrill Lynch vs. Value Line,"

La terza prospettiva, invece, cerca di superare le debolezze teoriche del CAPM, attraverso l'elaborazione di numerose versioni modificate del CAPM, come ad esempio lo Zero-Beta CAPM sviluppato da Black nel 1972.

2.5 Alcune estensioni del CAPM: ICAMP e il CCAMP

Nel corso della storia si è formato un ampio dibattito sull'effettiva applicazione del Capital Asset Pricing Model e allo stesso tempo sono state formulate delle estensioni di questo modello.

Fra queste varianti meritano particolare attenzione il Consumption Capital Asset Pricing Model (CCAPM) e l'Intertemporal Capital Asset Pricing Model (ICAPM).

L'ICAPM è un modello a fattori lineari con ricchezza e variabili di stato che prevedono cambiamenti nella distribuzione dei rendimenti o del reddito futuri ⁽⁶¹⁾.

Esso è un'estensione del Capital Asset Pricing Model introdotta dal premio Nobel Robert Merton nel 1973 che postula un comportamento più

(61) Cochrane, John, 2004, *Asset Pricing - Revised Edition*, Princeton University Press

realistico da parte dei consumatori, finalizzato alla protezione dei loro investimenti nei confronti delle incertezze del mercato.

Il modello di Merton, con opportunità di investimento stocastiche, afferma che l'eccesso di rendimento atteso su qualsiasi attività è dato da una versione "multi-beta" del CAPM con il numero di beta uguale ad uno più il numero di variabili di stato necessarie per descrivere le caratteristiche rilevanti dell'insieme di opportunità di investimento per gli investitori ⁽⁶²⁾.

Tuttavia, essendo queste variabili di stato non facilmente identificabili, questa estensione intertemporale, non è molto trattabile né per i test empirici né nel processo decisionale finanziario.

La principale differenza tra l'ICAPM e il CAPM sono le variabili di stato aggiuntive che prendono in considerazione il fatto che gli investitori si coprono contro le carenze nel consumo o cambiamenti nel futuro del set di opportunità d'investimento.

Il modello in questione, infatti, presuppone che gli investitori siano interessati a massimizzare la loro utilità di consumo attesa nel corso della propria vita e che inoltre siano in condizione di poter negoziare in modo continuo. Merton nel formulare tale modello, ha affermato che gli investitori agiscono sulla base delle condizioni attuali e future del mercato

(62) Breeden D.T., "An Intertemporal Asset Pricing Model With Stochastic Consumption And Investment Opportunities", 1979

per coprire il loro rischio di investimento e che a tal fine dovrebbero prendere in considerazione variabili come l'inflazione, opportunità lavorative e futuri rendimenti del mercato azionario ⁽⁶³⁾. Gli investitori quindi, stando a quanto affermato da Merton, hanno interesse a coprirsi da possibili shock economici del mercato finanziario che verosimilmente possono diminuire l'utilità attesa del loro consumo ⁽⁶⁴⁾.

La più forte implicazione all'interno del modello è che per realizzare il rendimento atteso sono richiesti più beta. Inoltre, Merton afferma che il numero dei beta è pari a uno, vale a dire il fattore di mercato ampio, più variabili aggiuntive che possono influenzare allo stesso tempo sia le opportunità d'investimento che le preferenze di consumo degli investitori.

Il Consumption Capital Asset Pricing Model (CCAPM), invece, è un'estensione del Capital Asset Pricing Model formulato dai professori Robert Lucas e Douglas Breeden.

L'aspetto principale del CCAPM è che l'eccesso di rendimento atteso su qualsiasi attività rischiosa dovrebbe essere proporzionale alla sua utilità marginale nel consumo.

(63) e (64) Merton, Robert (1973). "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model"

Questa teoria si concentra sulla sensibilità dei rendimenti ai cambiamenti nella spesa di consumo reale, in termini di struttura dei rischi sistematici e dei rispettivi rendimenti in eccesso. Dunque, i titoli con maggiore sensibilità dei rendimenti ai movimenti della spesa per consumi reali hanno più rischi sistematici e dovrebbero avere rendimenti in eccesso più elevati ⁽⁶⁵⁾.

Il CCAPM utilizza l'utilità marginale del consumo per misurare l'effetto del rischio sui rendimenti delle attività, invece di avvalersi di una misura indiretta del rischio come la covarianza del rendimento azionario con il rendimento dell'indice di mercato ⁽⁶⁶⁾. L'utilità che discende dal CCAPM risiede nello stimare il cambiamento del rendimento del mercato azionario in relazione alla crescita dei consumi. A differenza del CAPM che prende in considerazione solo i rendimenti delle attività di un unico periodo, il CCAPM fornisce una struttura per comprendere la variazione dei rendimenti delle attività finanziarie in molti periodi di tempo. Il CAPM, inoltre, si basa sul rendimento del portafoglio di mercato, mentre il CCAPM si basa sul consumo aggregato.

La formula del CCAPM è la seguente:

$$R_i = R_f + \beta_c (R_m - R_f) \quad (67)$$

2.11

(65) Breeden, D. T., Litzenberger, R. H and Jia, T. (2015). Consumption- Based Asset Pricing, Part 1: Classic Theory and Tests, Measurement Issues and Limited Participation. *Annual Review of Financial Economics*, 7, 35-83.

(66) Bishop, 2001

(67) Cochrane, John, 2004, *Asset Pricing - Revised Edition*, Princeton University Press

dove,

R_i è il rendimento atteso di un titolo

R_f è il tasso risk free

β_c è il beta di consumo

R_m è il rendimento del portafoglio di mercato

I test empirici iniziali condotti sul CCAPM non hanno prodotto molto consenso sulla sua validità.

Hansen e Singleton (1983) e Mehra e Prescott (1985) hanno respinto il modello sulla base dei test effettuati, mentre Chen, Roll e Ross (1986) non hanno trovato alcun fattore di consumo significativo prezzato in presenza di altri fattori (come ad esempio la produzione industriale e le coperture dell'inflazione) ⁽⁶⁸⁾.

Studi successivi hanno mostrato un supporto teorico più forte nei confronti del CCAPM. Campbell e Cochrane (2000) hanno prodotto un modello empiricamente trattabile con l'approccio della formazione delle abitudini (usando "un'abitudine esterna"), riuscendo ad adattare molti aspetti dei dati empirici sui rendimenti delle azioni e obbligazioni in relazione alla crescita del consumo reale ⁽⁶⁹⁾.

(68) Chen, N., Roll, R. and Ross, S. A. (1986). Economic Forces and the Stock Market, *Journal of Business* 59(3)

(69) Campbell, J. Y. and Cochrane, J. H. (2000). Explaining the Poor Performance of Consumption-Based Asset Pricing Models. *Journal of Finance* 55(6)

3 IL MODELLO DI FAMA E FRENCH E L'ARBITRAGE PRICING MODEL

3.1 I modelli multifattoriali

Abbiamo visto che il Capital Asset Pricing Model indica che il rendimento atteso di un titolo dipende solo dalla sensibilità del suo rendimento al rendimento di mercato, ovvero il beta (il rischio sistematico).

Tuttavia, vi è la prova che il beta di mercato non è una misura sufficiente a descrivere il rendimento atteso. A tal riguardo, vi sono una serie di variabili che rilevano nel calcolo del rendimento atteso. Esse sono la capitalizzazione di mercato di una società, la leva finanziaria, il rapporto utili/prezzo e il rapporto book-to-market-equity ⁽⁷⁰⁾.

Inoltre, Chen, Roll e Ross e Fama e French hanno evidenziato come il CAPM consegua scarsi risultati nella competizione con le alternative multifattoriali, le quali a tal fine dovrebbero essere prese in considerazione nelle applicazioni di ricerca che richiedono stime dei rendimenti attesi ⁽⁷¹⁾.

(70) Banz, R. W. "The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks." *Journal of Financial Economics*, 9 (1981)

Basu, S. "The Relationship between Earnings Yield, Market Value, and Return for NYSE Common Stocks: Further Evidence." *Journal of Financial Economics*, 12 (1983)

Bhandari, L. C. "Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence." *Journal of Finance*, 43 (1988)

(71) Chen, N.-F.; R. Roll; and S. A. Ross. "Economic Forces and the Stock Market." *Journal of Business*, 59 (1986)
Fama, E. F., and K. R. French Multifactor Explanations of Asset-Pricing Anomalies." *Journal of Finance*, 51 (1996)

Un modello multifattoriale, infatti, è un modello finanziario che impiega più fattori nei suoi calcoli per spiegare i fenomeni dei mercati e i prezzi di equilibrio delle attività.

I riscontri empirici che hanno messo in dubbio la validità del CAPM nello spiegare il rischio e la variazione dei rendimenti medi delle azioni nel corso degli anni, ha spinto i ricercatori ad incorporare più fonti di rischio sistematico nei modelli di prezzo delle attività.

Vi sono numerosi fattori che sono stati utilizzati dagli autori per esaminare la variazione dei rendimenti medi delle azioni, tuttavia possiamo affermare che i modelli multifattoriali sono classificati in tre tipologie: i modelli macroeconomici, modelli fondamentali e fattori statistici.

Per quanto concerne i modelli macroeconomici, i fattori sono da ricercare nelle variabili macroeconomiche, le quali spiegano i rendimenti medi delle azioni ⁽⁷²⁾.

Diversi autori hanno utilizzato i fattori macroeconomici nei loro modelli.

Cochrane ha assunto i rendimenti degli investimenti fisici come fattore macroeconomico nel modello di asset pricing basato sugli investimenti ⁽⁷³⁾,

(72) DeFusco, R., McLeavey, D., Pinto, J., and Runkle, D. (2015) *Quantitative investment analysis*

(73) Cochrane, J.H. (1996) 'A cross-sectional test of an investment-based asset pricing model', *Journal of Political Economy*

mentre Chen, Roll e Ross hanno assunto i tassi d'interesse, l'inflazione prevista e inattesa e la produzione industriale per esaminare il rendimento delle azioni e determinare le fonti di rischio prezzate ⁽⁷⁴⁾.

I fattori nei modelli fondamentali, invece, sono attribuiti delle azioni o delle società che spiegano la variazione trasversale nei rendimenti medi delle azioni ⁽⁷⁵⁾. Fama e French hanno usato la capitalizzazione di mercato (ovvero la dimensione) e il book equity-to-market equity ratio nel loro modello di asset pricing ⁽⁷⁶⁾.

Altri fattori comuni utilizzati sono il rapporto prezzo/utigli, il rendimento degli utili, il rendimento dei dividendi e la leva finanziaria.

Il rapporto prezzo/utigli viene definito come il rapporto tra il prezzo delle azioni e l'ultimo guadagno per azione, dal quale si evince quanto gli investitori sono disposti a pagare per i guadagni della società ⁽⁷⁷⁾.

Il rendimento degli utili, invece, è il rapporto tra gli ultimi dodici mesi di utili per azione e il prezzo corrente di mercato, e viene impiegato per determinare se un'attività è sopravvalutata o sottovalutata ⁽⁷⁸⁾.

(74) Chen, N.F., Roll, R. and Ross, S.A. (1986) 'Economic forces and the stock market', *Journal of business*

(75) DeFusco, R., McLeavey, D., Pinto, J., and Runkle, D. (2015) *Quantitative investment analysis*

(76) Fama, E.F. and French, K.R. (1993) 'Common risk factors in the returns on stocks and bonds', *Journal of Financial Economics*

(77) Gottwald, R. (2012) 'The use of the P/E ratio to stock valuation', *Grant Journal*

(78) Mitchell, C. (2019) *Earnings yield*

Infine, i modelli statistici sono utilizzati sui rendimenti azionari storici per identificare i fattori persistenti ⁽⁷⁹⁾. Il modello in questione elabora ipotesi minime ed uno degli svantaggi principali risiede nel tentativo di porre in relazione un fattore statistico con un significato economico, che nella realtà fattuale può non essere realizzabile o il più delle volte può apparire di difficile interpretazione ⁽⁸⁰⁾.

Uno dei modelli multifattoriali più noto ed utilizzato nella ricerca empirica è quello proposto da Fama e French, i quali identificano il rendimento di un'azione o portafoglio, come espressione di una funzione lineare del:

- Premio per il rischio di mercato, ovvero l'eccesso di rendimento sul portafoglio di mercato
- Premio per il rischio di dimensione, ovvero il premio guadagnato dai titoli piccoli meno quelli grandi. Il premio in questo caso è dovuto all'alto rischio, alla minore flessibilità finanziaria e alla natura meno diversificata delle azioni delle società piccole.
- Premio per il rischio di valore o di crescita, ovvero il premio guadagnato dai titoli con un alto rapporto BE/ME meno titoli a basso rapporto BE/ME.

(79) Connor, G. (1995) 'The three types of factor models: A comparison of their explanatory power', *Financial Analysts Journal*

(80) DeFusco, R., McLeavey, D., Pinto, J., and Runkle, D. (2015) *Quantitative investment analysis*

Dunque, secondo il modello a tre fattori di Fama e French, tutti i portafogli formati hanno beta vicini ad 1 sul portafoglio di mercato, ed a tal fine, questo modello dimostra che il beta di mercato spiega la differenza di rendimento medio tra azioni ed obbligazioni.

Tuttavia, il modello in questione non spiega alcuna relazione con i rendimenti passati a breve termine.

Infatti, Jegadeesh e Titman hanno evidenziato che i rendimenti azionari statunitensi mostrano un “momentum”, vale a dire che le azioni che hanno ottenuto delle buone performance nell’ultimo anno, tendono a continuare lo stesso trend ottimale.

Pertanto, Fama e French (2015) hanno aggiunto due nuovi fattori, ovvero l’investimento e la redditività, per costruire un modello a 5 fattori al fine di misurare gli effetti della dimensione aziendale, valutazione, redditività e modello di investimento nei rendimenti medi delle azioni.

Un altro modello multifattoriale popolare è l’Arbitrage Pricing Theory (APT) di Ross (1976), il quale fornisce previsioni esatte dei rendimenti attesi solo per portafogli perfettamente diversificati, ovvero portafogli nei quali i rendimenti sono completamente catturati dai fattori di rischio comuni nei rendimenti.

Ross sviluppò l'APT come modello alternativo in grado di superare le carenze del CAPM, pur mantenendo i suoi ideali di base.

L'APT ha introdotto dei modelli multifattoriali di valutazione dei prezzi delle attività e dei derivati, per aiutare la comprensione della variazione trasversale dei rendimenti delle attività.

Il modello si basa sull'idea che solo alcune influenze sistematiche condizionano i rendimenti medi a lungo termine dei titoli. A tal fine tale modello, presenta vari fattori di rischio con numerose misure di rischio sistematico e con una relazione di arbitraggio molto maggiore rispetto ad una condizione di equilibrio ⁽⁸¹⁾.

3.2 Il modello a tre fattori di Fama e French

Il modello a tre fattori di Fama e French muove le mosse dai crescenti riscontri empirici che hanno evidenziato la non corretta applicabilità nella realtà fattuale del CAPM nell'ambito dei rendimenti realizzati.

Pertanto, Fama e French hanno studiato i ruoli congiunti del beta di mercato, la dimensione, il rapporto utili/prezzo, il leverage e il rapporto book-to-market equity nella sezione trasversale dei rendimenti azionari

(81) Ibrahim Alshomaly; Ra'ed Masa'deh " The Capital Assets Pricing Model & Arbitrage Pricing Theory: Properties and Applications in Jordan"

medi per le azioni NYSE, Amex e NASDAQ nel periodo 1963-1990, arrivando alla conclusione che il beta non ha quasi nessun potere esplicativo, mentre la combinazione di dimensione e book-to-market equity, cattura la variazione trasversale dei rendimenti medi delle azioni (82).

Fama e French, dunque, prendendo spunto dal lavoro di Basu e Banz, sviluppano il modello a tre fattori nel quale assume rilevanza, oltre al beta, la dimensione della società, il rapporto book-to-market ed il premio per il rischio dato dalla differenza tra il rendimento del mercato ed il tasso risk free, come evidenziato di seguito:

$$E(R_i) - R_f = \alpha_i + b_i [E(R_m) - R_f] + s_i E(SMB) + h_i E(HML) + \varepsilon_i$$

dove, b_i , s_i , h_i indicano le pendenze delle regressioni time-series, mentre SMB (Small Minus Big) e HML (High Minus Low) indicano rispettivamente il fattore dimensione e il fattore valore contabile/valore di mercato. Più specificamente, SMB rappresenta il premio guadagnato dai titoli piccoli meno quelli grandi, ovvero il fattore che misura l'eccesso di rendimento

(82) Fama, E.F. and French, K.R. (1993) 'Common risk factors in the returns on stocks and bonds', *Journal of Financial Economics*

dei titoli piccoli rispetto a quelli grandi. Esso è un premio dovuto all'alto rischio, alla minore flessibilità finanziaria ed alla natura meno diversificata delle azioni delle piccole imprese e rappresenta il premio che compensa gli investitori che investono in queste società. Più nel dettaglio è la differenza (ogni mese) tra la media semplice dei rendimenti dei tre portafogli di azioni piccole e la media semplice dei rendimenti dei tre portafogli di azioni grandi ⁽⁸³⁾.

Mentre, HML rappresenta il premio guadagnato dai titoli con un alto rapporto BE/ME meno i titoli a basso rapporto BE/ME ed indica il fattore che quantifica l'extra rendimento delle azioni con un alto rapporto BE/ME. HML, dunque, rappresenta il portafoglio inteso a simulare il fattore di rischio nei rendimenti relativi al book-to-market equity. Più nel dettaglio, è la differenza (ogni mese) tra la media semplice dei rendimenti dei due portafogli ad alto rapporto BE/ME e la media dei rendimenti dei due portafogli a basso rapporto BE/ME ⁽⁸⁴⁾.

I titoli, nel modello a tre fattori di Fama e French, vengono classificati per dimensione e per book-to-market equity.

Per quanto riguarda la classificazione per dimensione, i titoli vengono

(83) e (84) Fama, E.F., and French, K.R., (1992), "The Cross-Section of Expected Stock Returns", *The Journal of Finance*

suddivisi in due gruppi, ovvero titoli a piccola capitalizzazione e titoli a grande capitalizzazione. I titoli a grande capitalizzazione sono i titoli al di sopra del valore mediano di capitalizzazione del mercato, mentre i titoli a piccola capitalizzazione si trovano al di sotto. Per la classificazione per rapporto book-to-market equity, i titoli anche qui vengono suddivisi in due gruppi. I titoli a basso BE/ME sono quelli al di sotto della mediana del BE/ME e vengono denominati come titoli "growth", mentre quelli ad alto BE/ME sono quelli superiori alla mediana e sono denominati come titoli "value". Banz ha evidenziato che le azioni con una minore capitalizzazione di mercato (ovvero le azioni piccole) tendono ad avere rendimenti medi più alti⁽⁸⁵⁾, mentre le azioni value hanno rendimenti medi più alti delle azioni growth⁽⁸⁶⁾.

Infatti, possiamo affermare che i titoli di società di maggiori dimensioni dovrebbero risultare meno rischiosi, e di conseguenza meno redditizi, a differenza delle società con minore dimensione, le quali risultano più redditizie e rischiose. Ciò induce l'investitore a richiedere un premio maggiore per investire in quest'ultime a compensazione del rischio maggiore.

(85) Banz, R. W. "The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks." *Journal of Financial Economics*, 9 (1981)

(86) Fama, E.F. and French, K.R. (1993) 'Common risk factors in the returns on stocks and bonds', *Journal of Financial Economics*

Nel documento "The Cross-Section of Expected Stock Returns", Fama e French documentano che la dimensione e il book-to-market equity sono legati ai fondamenti economici. I due autori, nel testo, evidenziano che le aziende ad alto rapporto BE/ME (ovvero un basso prezzo delle azioni rispetto al valore contabile) tendano ad avere bassi guadagni sulle attività, i quali persistono per almeno 5 anni prima e dopo la misurazione del book-to-market equity ⁽⁸⁷⁾.

Fama e French, per testare la validità del modello, utilizzano un campione comprendente i titoli del NYSE per il periodo 1963-1990, aggregando quest'ultimi in 25 portafogli formati in base a 5 livelli di dimensione e BE/ME ed utilizzano la stessa procedura impiegata da Black, Jensen e Scholes.

Dal test in questione, questi autori, rilevano che le intercette sono quasi sempre differenti da zero e che i coefficienti di determinazione (R^2) assumono valori maggiori del 90% ⁽⁸⁸⁾.

Fama e French ,inoltre, intuiscono, come evidenziato precedentemente, che il beta non è direttamente legato ai rendimenti dei portafogli, mentre, da un lato, prendendo in considerazione il fattore dimensione, notano che

(87) Fama, E.F., and French, K.R., (1992), "The Cross-Section of Expected Stock Returns", *The Journal of Finance*

(88) Fama, E.F. and French, K.R. (1993) 'Common risk factors in the returns on stocks and bonds', *Journal of Financial Economics*

all'aumentare di essa, i rendimenti diminuiscono, dall'altro, assumendo come riferimento il rapporto BE/ME, notano che un aumento dell'indicatore comporta maggiori rendimenti.

Fama e French concludono che, in condizioni di efficienza dei mercati, la maggior parte delle anomalie empiriche riscontrabili, possono essere spiegate attraverso il modello a tre fattori e che il beta non può essere ritenuta l'unica variabile (come previsto nel CAPM) in grado di catturare il rischio sistematico ⁽⁸⁹⁾.

3.2.1 Test effettuati sul modello a tre fattori di Fama e French

Come evidenziato precedentemente, il modello a tre fattori di Fama e French è uno dei modelli multifattoriali più noti ed utilizzati nella ricerca empirica. A tale riguardo, sono stati effettuati numerosi test empirici volti a verificare la veridicità del modello in parola.

Connor e Sehgal hanno effettuato un test di verifica del modello sul mercato azionario indiano, attraverso la raccolta di dati sui fattori di mercato, sulle dimensioni e sul valore di mercato, riscontrando che i rendimenti medi sono spiegati dall'esposizione di questi fattori, e pervenendo alla conclusione che tale modello può trovare concreta

(89) Fama E.F., French K.R., "Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies", in *Journal of Finance*, Vol. 51, n.1, 1996

applicazione al mercato azionario indiano ⁽⁹⁰⁾.

Al-Mwalla e Karasneh, attraverso uno studio effettuato sul mercato azionario di Amman in Giordania, hanno evidenziato che non vi sono prove a sostegno del CAPM, in quanto quest'ultimo non è in grado (stando a questi autori) di prevedere la variazione dei rendimenti tra i diversi portafogli. Tuttavia, essi hanno ravvisato dei risultati positivi per il modello a tre fattori di Fama e French, affermando che questo modello possiede un potere esplicativo superiore rispetto al CAPM ⁽⁹¹⁾.

Aksu e Onder hanno confrontato il CAPM e il modello a tre fattori di Fama e French in uno studio effettuato sulle aziende non finanziarie scambiate nell'ISE durante il periodo 1993-1997 sulla borsa di Istanbul. I due autori rilevano che il modello a tre fattori di Fama e French ha un potere esplicativo maggiore degli altri modelli, sulla variazione dei rendimenti azionari, e concludono che il suddetto modello appare più efficiente del CAPM nel fornire la spiegazione dei rendimenti azionari.

Anche Alves nel 2013 tenta di confrontare l'affidabilità del CAPM e del modello di Fama e French prendendo in considerazione i premi locali, internazionali e globali attraverso una ricerca con campioni di aziende di

(90) Connor, G. and Sehgal, S. (2001) 'Tests of the Fama and French Model in India'

(91) Al-Mwalla, M. and Karasneh, M. (2011) 'Fama and French three factor model: Evidence from emerging market', *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences*

dieci paesi dell'UEM nel periodo 1990-2003. Dallo studio di Alves, il modello di Fama e French è preferito al CAPM per le piccole imprese e quelle ad alto rapporto BE/ME ⁽⁹²⁾.

Aguenaou, Abrache e El Kadiri nel 2011 e Duc Hong Vo nel 2015 hanno affermato che il modello a tre fattori non è completamente valido nel mercato azionario marocchino ed australiano, in quanto la ricerca ha rilevato che nel mercato azionario marocchino, le azioni ad alto rapporto BE/ME superano quelle a basso rapporto BE/ME e che le imprese a piccola capitalizzazione hanno un premio di dimensione negativo.

Trinh, Karki e Ghimire hanno esaminato nel 2016 la validità del modello a tre fattori di Fama e French, attraverso uno studio sui rendimenti azionari FTSE100 durante il periodo 2009-2013. Gli autori hanno evidenziato che il modello a tre fattori di Fama e French è superiore al CAPM ed il premio al rischio di mercato è il fattore dominante tra i tre fattori ⁽⁹³⁾.

3.2.2 Le critiche al modello di Fama e French

Il modello a tre fattori di Fama e French ha ottenuto un alto grado di sostegno ed attenzione nei circoli accademici, tuttavia non sono mancate

(92) Alves, P. (2013) 'The Fama French Model or the Capital Asset Pricing Model: International Evidence', *The International Journal of Business and Finance Research*

(93) Trinh, V.Q., Karki, D. and Ghimire, B., 2016. Systematic risk determinants of stock returns after financial crisis: Evidence from United Kingdom. *Journal of Finance and Investment Analysis*

,nel corso della storia, diverse critiche al modello dei due autori.

Black evidenzia che il modello in parola non è costruito sulla teoria, bensì sul data mining che ha portato ad una stima imprecisa del rendimento atteso ⁽⁹⁴⁾.

L'evidenza empirica formulata da Black è stata anche fortemente sostenuta da altri autori, come Kothari, Shanken e Sloan, i quali hanno contestato i dati utilizzati nel modello di Fama e French, in quanto influenzati dal c.d bias di sopravvivenza , che sta ad indicare un tipo di difetto di selezione del campione di ricerca ⁽⁹⁵⁾.

Daniel e Titman hanno dimostrato che usando i dati mensili delle azioni sul NYSE, AMEX e NASDAQ nel periodo 1963-1993, il modello a tre fattori di Fama e French non viene supportato. I due autori sostengono che il premio di rendimento sulle azioni a piccola capitalizzazione e ad alto rapporto BE/ME, non è il risultato dei co-movimenti delle azioni e delle variabili extra, e concludono che sono le caratteristiche di queste aziende a spiegare la variazione trasversale dei rendimenti azionari e non il caricamento del fattore (come sostenuto da Fama e French) ⁽⁹⁶⁾. Nel corso

(94) Black, F. (1993) 'Estimating expected return', *Financial Analysts Journal*

(95) Kothari, S.P., Shanken, J. and Sloan, R.G. (1995) 'Another look at the cross-section of expected stock returns', *The Journal of Finance*

(96) Daniel, K. and Titman, S. (1997) 'Evidence on the characteristics of cross-sectional variation in stock returns', *The Journal of Finance*

degli anni sono state formulate anche delle critiche ai due fattori utilizzati nel modello di Fama e French, noti come la dimensione ed il book-to-market equity. Berk sostiene che la dimensione non deriva da una cattiva specificazione del CAPM, ma è soltanto una conseguenza del rischio economico.

L'autore evidenzia che se due aziende hanno le stesse dimensioni al tempo t e gli stessi flussi di cassa attesi al tempo $t+1$, l'azienda con il rischio più elevato avrà un valore di mercato più basso in quel periodo ⁽⁹⁷⁾.

Lakonishok, invece, sostiene che le azioni ad alto book-to-market (ovvero le azioni value) non presentano rendimenti medi più alti delle azioni growth, come ricompensa per aver sopportato un rischio maggiore, bensì come il risultato di un mispricing sistematico da parte degli investitori ingenui, i quali tendono ad estrapolare la crescita degli utili passati nel futuro, portando ad una sottovalutazione delle azioni value e ad una sovravalutazione delle azioni growth ⁽⁹⁸⁾.

(97) Berk, J. (1995) "A Critique of Size-Related Anomalies," *Review of Financial Studies*

(98) Lakonishok, J., Shleifer, A. & Vishny, R. (1994) "Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk," *Journal of Finance*

3.3 L'Arbitrage Pricing Theory

Il Capital Asset Pricing Model e L'Arbitrage Pricing Theory (APT) sono due modelli elaborati al fine di misurare scientificamente il potenziale delle attività di generare un rendimento o una perdita. Entrambi fanno parte della MPT e si basano sull'ipotesi di efficienza dei mercati, secondo cui i prezzi dei titoli riflettono pienamente tutte le informazioni disponibili ⁽⁹⁹⁾.

L'APT è stato introdotto da Ross nel 1976 come un modello alternativo al CAPM, in grado di superare le debolezze ed i problemi intrinseci al CAPM, pur mantenendo il messaggio di fondo insito in questo modello.

L'APT rappresenta una valida alternativa in quanto concorda perfettamente con l'intuizione posta alla base del CAPM, che, come evidenziato precedentemente, afferma che i tassi di rendimento dei titoli, sono linearmente correlati a un singolo fattore comune (il tasso di rendimento del portafoglio di mercato). L'elemento distintivo dei due modelli si identifica nell'assunto dell'APT, secondo il quale il tasso di rendimento di qualsiasi titolo è una funzione lineare di k fattori, e non presuppone che il mercato sia in equilibrio, ma dipende essenzialmente dalla condizione di assenza di possibilità di arbitraggi. L'APT richiede meno ipotesi e più realistiche del CAPM ed il suo potere esplicativo è

(99) Fama, E.F., 1965, Random Walks in Stock Market Price, Financial Analysts Journal

potenzialmente migliore poichè è un modello multifattoriale, che permette ad un'attività di avere non solo una, ma molteplici misure di rischio sistematico. Ogni misura cattura la sensibilità dell'attività al corrispondente fattore positivo. Se il modello multifattoriale regge esattamente e le attività non hanno rischio specifico, la legge del prezzo unico implica che il rendimento atteso di qualsiasi attività sia solo una funzione lineare del rendimento atteso delle altre attività. Inoltre, L'APT non dipende da un portafoglio efficiente (come il CAPM) e non è vincolato ad un periodo a funzioni di utilità ad eccezione delle ipotesi di monotonicità e concavità ⁽¹⁰⁰⁾. Ross affermò che l'allora corrente teoria moderna del portafoglio si basava sul fatto che la maggior parte del rischio assunto dagli investitori, quando quest'ultimi sono inclini a diversificare i loro portafogli di investimento, era probabilmente attribuibile a fattori macroeconomici ⁽¹⁰¹⁾. Dunque, Ross, poiché era in grado di utilizzare i sostituti delle attività nell'applicazione del suo modello, stabilì che, data la parità di prezzo dei sostituti nel portafoglio, la caratteristica principale dell'APT risiedeva nella considerazione che il rendimento di ogni titolo era in possesso delle restrizioni "generate dal modello" ⁽¹⁰²⁾.

(100) Roll, R., & Ross, S. (1980). An empirical investigation of the arbitrage pricing theory.

(101) Chen, Nai-Fu; Roll, Richard; Ross, Stephen A. (1986). "Economic Forces and the Stock Market"

(102) Ross, Stephen (1976). "The arbitrage theory of capital asset pricing". *Journal of Economic Theory*

Pertanto, Ross notò che i rendimenti dei titoli, quando erano limitati dal modello, erano influenzati da vari fattori macroeconomici, denominati dallo stesso autore come “influenze sistemiche”. Quest’ultime sono da ricercarsi nei cambiamenti della produzione industriale (PNL degli Stati Uniti) ⁽¹⁰³⁾, nell’inflazione, nei prezzi relativi a breve termine e nelle variazioni della curva di rendimenti in “consumo e prezzi del petrolio” ⁽¹⁰⁴⁾. Dunque, nel modello di Stephen Ross il rendimento di un’azione dipende in primis da fattori macroeconomici ed al tempo stesso da fenomeni di disturbo.

Per quanto riguarda i primi, questi fattori non possono essere eliminati tramite un’accurata diversificazione di portafoglio (come il sistematico nel CAPM), mentre i secondi, che derivano da eventi specifici dell’impresa, possono essere diversificati. Ne consegue che il premio per il rischio atteso deriva solamente dai fattori macroeconomici di rischio. Possiamo dunque affermare che uno degli argomenti a favore dell’APT rispetto al CAPM, sta nella maggiore generalità dell’APT, realizzata attraverso la presenza di meno ipotesi semplificative. Infatti, rispetto alle ipotesi poste alla base del CAPM, solo due sono necessarie per l’APT, ovvero ⁽¹⁰⁵⁾.

(103) Chen, Nai-Fu; Roll, Richard; Ross, Stephen A. (1986). "Economic Forces and the Stock Market"

(104) Ross, Stephen (1976). "The arbitrage theory of capital asset pricing". *Journal of Economic Theory*

(105) Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments"

1. Gli investitori sono avversi al rischio e preferiscono un rendimento maggiore ad un rendimento minore.
2. I mercati dei capitali, in cui non vi sono costi di transazione, tasse e restrizioni sulle vendite allo scoperto, sono perfettamente competitivi e senza attrito.

Oltre alle ipotesi mutate dal CAPM, di cui si è fatto cenno sopra, l'APT ha un postulato proprio, che risiede nell'assioma secondo cui tutti gli investitori hanno aspettative omogenee, e che le proprietà stocastiche dei rendimenti delle attività siano coerenti con una struttura lineare di k fattori.

Ross evidenziò che le due principali differenze fra CAPM e APT sono le seguenti ⁽¹⁰⁶⁾:

1. L'APT è più utile del CAPM per effetto dell'uso di molteplici fattori, invece di un solo fattore utilizzato dal CAPM.
2. L'APT è una rappresentazione della consistenza di una mancanza di profitti dovuta all'arbitraggio in diversi equilibri di mercato, in quanto un equilibrio di mercato sarebbe stato distinto dal fattore di

(106) Ross, Stephen (1976). "The arbitrage theory of capital asset pricing". *Journal of Economic Theory*

3. rendimento di un asset e dalle aspettative di rendimento di un'attività.

Sono stati effettuati inoltre notevoli test empirici per confrontare e verificare l'effettiva applicazione dell'APT e del CAPM.

In uno studio condotto da Dhankar e Paavola sui mercati azionari indiani, è stato riscontrato che l'APT fornisce migliori indicazioni ed avvertimenti del rischio di attività e stime sul tasso di rendimento richiesto rispetto al CAPM, il quale, invece, impiega solo il beta come rischio di mercato. Stando sempre a Paavola, l'APT fornisce quindi una descrizione più esaustiva dei rendimenti rispetto al CAPM.

Anche Berry ha affermato che il modello APT riesce a spiegare in maniera più completa i rendimenti azionari rispetto al CAPM.

Passiamo ora ad enunciare le problematiche e le criticità del modello in parola.

Gilles e Leroy hanno evidenziato che l'APT non fornisce delle importanti informazioni sui prezzi, in quanto non comprende nessuna chiara restrizione, e per tale motivo viene considerato, secondo i due autori, un modello troppo generico ⁽¹⁰⁷⁾.

(107) Gilles C. and Leroy, (1990), "Cointegration for market forecast in the Spanish stock market"

Dhrymes ha notato che una debolezza del modello si riscontra nel fatto che il numero dei fattori significativi, che caratterizzano questo modello, aumenta proporzionalmente all'aumentare del numero dei titoli da analizzare.

Paavola ha sottolineato che una delle caratteristiche più insoddisfacenti dell'APT risiede nella considerazione che tale modello, non identifica i fattori rilevanti ed il loro numero ottimale. Inoltre, l'ATP non risulta supportato da tutte le evidenze e basi teoriche che caratterizzano il Capital Asset Pricing Model nella descrizione del comportamento degli investitori.

BIBLIOGRAFIA

Al-Mwalla, M. and Karasneh, M. (2011) 'Fama and French three factor model: Evidence from emerging market', European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences

Alves, P. (2013) 'The Fama French Model or the Capital Asset Pricing Model: International Evidence', The International Journal of Business and Finance Research

Banz, R.W. (1981), "The Relationship Between Return and market Value of Common Stocks,"

Basu, S. (1977), "Investment Performance of Common Stocks in Relation to their Price-Earnings Ratios: A Test of Efficient Market Hypothesis

Basu, S. (1983), "The Relationship Between Earnings Yield, Market Value and the Return for NYSE Common

Benniga, S. (2006). Statistics for portfolios. Principles of Finance with Excel

Berk, J. (1995) "A Critique of Size-Related Anomalies," Review of Financial Studies

Bhandari, L. C. "Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence." Journal of Finance, 43 (1988)

Black, F. (1993) 'Estimating expected return', Financial Analysts Journal

Black, F "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", in Journal of Business, n.45, July 1972, pp. 444-455.

Black, F., M. C. Jensen, Scholes M., "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Test" in M. C. Jensen, Studies in the Theory of Capital Markets, Praeger, New York 1972, pp. 79-121.

Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2005) "Investments"

Breeden D.T., "An Intertemporal Asset Pricing Model With Stochastic Consumption And Investment Opportunities", 1979

Breeden, D. T., Litzenberger, R. H and Jia, T. (2015). Consumption- Based Asset Pricing, Part 1: Classic Theory and Tests, Measurement Issues and Limited Participation. Annual Review of Financial Economics, 7, 35-83.

Campbell, J. Y. and Cochrane, J. H. (2000). Explaining the Poor Performance of Consumption-Based Asset Pricing Models. Journal of Finance 55(6)

Chen, N., Roll, R. and Ross, S. A. (1986). Economic Forces and the Stock Market, Journal of Business 59(3)

Cochrane, J.H. (1996) 'A cross-sectional test of an investment-based asset pricing model', Journal of Political Economy

Cochrane, John, 2004, Asset Pricing - Revised Edition, Princeton University Press

Connor, G. (1995) 'The three types of factor models: A comparison of their explanatory power', Financial Analysts Journal

Connor, G. and Sehgal, S. (2001) 'Tests of the Fama and French Model in India'

Daniel, K. and Titman, S. (1997) 'Evidence on the characteristics of cross-sectional variation in stock returns', The Journal of Finance

DeFusco, R., McLeavey, D., Pinto, J., and Runkle, D. (2015) Quantitative investment analysis

Fabozzi, F., Gupta, F., & Markowitz, H. (2002, Fall). The legacy of modern portfolio

theory. Journal of Investing.

Fama E. F, French K. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence

Fama, E.F., 1965, Random Walks in Stock Market Price, Financial Analysts Journal

F. Fama, J.D. Macbeth, "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests", in Journal of Political Economy, May-June 1973, pp. 607-636.

Fama, E. and K. French (1992), "The Cross-Section of Expected Stock Returns," Journal of Finance

Fama, E.F. and French, K.R. (1993) 'Common risk factors in the returns on stocks and bonds', Journal of Financial Economics

Fama E.F., French K.R., "Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies", in Journal of Finance, Vol. 51, n.1, 1996

Frantz, P., & Payne, R. (2009). Corporate finance. Chapter 2. London: University of London Press.

Gibson, R.C. (2004). The rewards of multiple-asset-class investing." Journal of Financial Planning

Gilles C. and Leroy, (1990), "Cointegration for market forecast in the Spanish stock market"

Gottwald, R. (2012) 'The use of the P/E ratio to stock valuation', Grant Journal

Hight, G., (2010, May). Diversification effect: Isolating the effect of correlation on portfolio risk. Journal of Financial Planning.

Ibrahim Alshomaly; Ra'ed Masa'deh " The Capital Assets Pricing Model & Arbitrage Pricing Theory: Properties and Applications in Jordan"

Jensen, M. "The Performance of Mutual Funds in The Period 1945-1964", in Journal of

Finance, Vol.23, n.2 1967, pp. 389-416.

Kathleen Hodnett, Heng-Hsing Hsieg, Capital Market Theories: Market Efficiency Versus Investor Prospects

Kothari, S.P., Shanken, J. and Sloan, R.G. (1995) 'Another look at the cross-section of expected stock returns', The Journal of Finance

Krause A, An Overview of Asset Pricing Models, 2001

Lakonishok, J., Shleifer, A. & Vishny, R. (1994) "Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk," Journal of Finance

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection.

Mayor, H. (2008). Investments: An introduction

McClure, B. (2010). Modern portfolio theory

Meggison, W. (1996). A historical overview of research in finance. Journal of Finance, 39(2), 323-346.

Merton, Robert (1973). "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model"

Mossin, J.,1966,"Equilibrium in a Capital Asset Market"

N.Jewczyn, Theory and Portfolios

Reinganum, M. R (1981), "Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical

Anomalies Based on Earnings Yields and Market Values

R.Roll "A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory"

Roll, R., & Ross, S. (1980). An empirical investigation of the arbitrage pricing theory

Ross, Stephen (1976). "The arbitrage theory of capital asset pricing". *Journal of Economic Theory*

Ross, S. Westerfield, R. & Jaffe, J. (2002). *Capital market theory: An overview. Corporate finance*

Stambaugh, Robert F. 1982. "On The Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis." *Journal of Financial Economics*

Statman, Dennis. 1980. "Book Values and Stock Returns." *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers.*

Statman, M. (1981), "Betas compared: Merrill Lynch vs. Value Line,"

Tobin, J, 1958, "Liquidity Preference as Behavior Toward Risk"

Trinh, V.Q., Karki, D. and Ghimire, B., 2016. Systematic risk determinants of stock returns after financial crisis: Evidence from United Kingdom. *Journal of Finance and Investment Analysis*
