



Cattedra

RELATORE

CORRELATORE

CANDIDATO

Anno Accademico

Sommario

INDICE DELLE FIGURE:	3
INTRODUZIONE	4
CAPITOLO I - Mercato energetico elettrico	7
1.1 Non-conservabilità	9
1.2 Caratteristiche del prezzo spot	11
1.2.1 Distribuzione di probabilità	11
1.2.2 Volatilità	13
1.2.3 Spikes	14
1.2.4 Stagionalità	15
1.2.5 Reversione Media	16
Capitolo 2 – Fondamentali del pricing e del modellamento	17
2.1 Introduzione dei derivati energetici	17
2.1.1 Simulazione di Monte Carlo	24
2.1.2 Mean reversion	26
2.1.3 La vita media del processo di mean reverting	27
2.1.4 Stima del tasso mean reversion	28
2.1.5 Inserimento dei pattern stagionali nel modello	29
2.1.6 Stima della volatilità tramite i dati storici	29
2.1.7 Stima della volatilità tramite il processo di mean reverting	30
2.2 Curva Forward Energetiche	33
2.3 Derivati energetici: strutture e applicazioni	36
2.3.1 Swaption energetici europei	37
2.3.2 Calendar spread option	39
2.4 Modelli per il prezzo spot	39
2.4.1 Modello a fattore singolo	39
2.4.2 Il modello a fattore singolo di Schwartz	40
2.4.3 Modello a due fattori	45
Capitolo 3 - Simulazione del modello a due fattori	48
3.1 Mercato di riferimento e approccio utilizzato	48
3.2 Le serie storiche analizzate	53
3.3 Calibrazione del modello a due fattori	55
3.4 Valutazioni di opzioni europee e calendar spread	64
Conclusione	67
Bibliografia	68

Appendice	70
Riassunto	80

INDICE DELLE FIGURE:

Figura 1 - Andamento di una distribuzione log normale (fonte: Wikipedia)	11
Figura 2 - Distribuzione leptocurtica (fonte: Okpedia).....	13
Figura 3 - effetto mean reversion in 4 diversi mercati.....	16
Figura 4 - Payoff di una Posizione Forward Lunga (Strickland & Clewlow, 2000)	18
Figura 5 - Payoff di un'opzione Call (Strickland & Clewlow, 2000).....	19
Figura 6 - Payoff di un'opzione Put (Strickland & Clewlow, 2000).....	20
Figura 7 - Terminal payoffs delle opzioni europee (Strickland & Clewlow, 2000).....	21
Figura 8 - Volatilità Smiles (Strickland & Clewlow, 2000).....	24
Figura 9 - Illustrazione di percorsi simulati GBM (fonte: Wikipedia)	25
Figura 10 - Curva forward power ITA (fonte: Wikipedia)	34
Figura 11 - Percorso del prezzo futures a seconda del livello del tasso di reversione (Strickland & Clewlow, 2000).....	42
Figura 12 - Struttura a termine della volatilità (Strickland & Clewlow, 2000).....	43
Figura 13 – Effetto della reversione media sul prezzo di un'opzione (Strickland & Clewlow, 2000)	45
Figura 14 – Prezzo futures nel modello a due fattori di Schwarz (Strickland & Clewlow, 2000).....	46
Figura 15 – Composizione interna GME ((GME), 2020)	48
Figura 16 - Prezzi day ahead sulle principali borse elettriche europee. Media annua ((GME), 2020)	50
Figura 17 - Prezzi day ahead sulle principali borse elettriche europee. Andamento mensile anni 2019-2020 ((GME), 2020)	50
Figura 18 - Frequenza di allineamento Italia-Francia e Italia-Germania. Andamento mensile anni 2019-2020 ((GME), 2020)	50
Figura 19 - Prezzi day ahead e corrispondenti quotazioni calendar baseload ((GME), 2020)	51
Figura 20 - Andamento dei volumi sul MGP ((GME), 2020).....	51
Figura 21 - Liquidità del MGP ((GME), 2020)	52
Figura 22 - Prezzi zionali. Andamento mensile anni 2019/2020 ((GME), 2020).....	52
Figura 23 - Volumi zionali su MGP (TWh). Anno 2020 ((GME), 2020)	53
Figura 24 - Vendite zionali per fonte e tecnologia (MWh medi). Anno 2020 ((GME), 2020)	53
Figura 25 - stima parametri in R.....	57
Figura 26 - Term Structure Fit.....	58
Figura 27.....	58
Figura 28 – Errore di Osservazione nei Contratti: Modello a due Fattori.....	59
Figura 29.....	60
Figura 30 – Stima dei prezzi spot e di equilibrio per i dati Futures	60
Figura 31 - Simulazione Prezzi Spot	61
Figura 32 - Simulazione Prezzi Futures	61
Figura 33 - Percorso dei prezzi Futures e Spot attesi	62
Figura 34 - Stima e osservazione del prezzo Futures dell'elettricità il 31/12/2019.....	63
Figura 35 – struttura a termine della volatilità dei Futures	64
Figura 36 – Pricing opzioni put europee e Pricing calendar spread	65

INTRODUZIONE

A partire dagli anni '90 il settore dell'energia elettrica è stato colpito da un'ondata di ristrutturazione, il cui focus si basava sull'apertura dei sistemi elettrici alla concorrenza.

Lo sviluppo di queste riforme varia da paese a paese ma in generale è stato contraddistinto da un alto tasso di crescita dovuto alla presenza di numerosi strumenti volti a limitare l'esposizione al rischio di volatilità dei prezzi nei mercati elettrici e all'entrata all'interno di questo settore di banche d'investimento, entrambi i fattori hanno determinato elevati volumi di vendita.

Accanto a questa deregolamentazione si è potuto assistere all'introduzione di mercati all'ingrosso dell'elettricità e di contratti derivati su questa, scambiati sia over the counter sia in borsa.

La non-conservabilità e la difficoltà nel trasportare l'elettricità sono le caratteristiche che incidono maggiormente nell'individuazione dei prezzi spot e dei derivati elettrici.

Riguardo la conservabilità bisogna precisare che in realtà è possibile immagazzinare l'energia elettrica, ad esempio nelle centrali idroelettriche, ma la presenza di elevati costi e insufficienze tecniche rendono l'operazione alquanto complessa.

Da questo primo tratto distintivo è spontaneo desumere che i prezzi spot siano dipendenti dalle condizioni temporali e locali della domanda e dell'offerta ma anche dalle attività commerciali. In effetti le caratteristiche proprie di ciascun territorio rendono i prezzi spot molto differenti tra di loro: ad esempio nei paesi scandinavi le basse temperature si traducono in una richiesta maggiore di elettricità, rispetto agli stati che si affacciano sul Mediterraneo, dove si fa un uso maggiore dei riscaldamenti.

La difficoltà nel conservare l'elettricità influenza anche molto la relazione tra i prezzi spot e i prezzi dei derivati, in particolare condiziona fortemente il comportamento della curva forward.

Il problema della trasportabilità invece si giustifica principalmente su due punti: da una parte eventuali perdite ne aumenterebbero il costo ma in primis vi sono dei tetti nelle capacità delle linee di trasmissione, che potrebbero rendere il trasporto non lucrativo, particolarmente difficile da svolgere in certe regioni.

Questa caratteristica dell'elettricità rende i contratti e i prezzi altamente territoriali quindi dipendenti dalle proprietà tipiche di ogni zona, come ad esempio le condizioni climatiche oppure la presenza di impianti di generazione locali e possono inoltre incidere le norme vigenti in ogni territorio.

Gli studi in questo settore sono ancora limitati: in primo luogo perché è una materia recente, in secondo luogo perché trovare delle caratteristiche comuni dell'elettricità risulta complicato. Nonostante si proceda rapidamente e vengano redatti sempre più articoli, i dubbi e le perplessità in questo settore restano elevati.

In questo elaborato mostreremo un modello per la valutazione dei contratti derivati sull'elettricità, partendo da caratteristiche generali che contraddistinguono questa commodity.

Uno strumento derivato può essere definito come “un titolo finanziario che deriva il proprio valore da un altro asset finanziario oppure da un indice detto sottostante”.

Esistono tante diverse tipologie di contratti che limitano l'esposizione al rischio di volatilità nei prezzi energetici: le tipologie più comuni sono i forward e futures.

Nei capitoli successivi per una limitata disponibilità di dati nel mercato elettrico, si farà riferimento alle due tipologie in modo indifferente, benché questi due contratti presentino differenze sia da un punto di vista di tassazione e costi di transazione sia per quanto riguarda la liquidazione giornaliera.

Nel capitolo I verranno illustrate le proprietà generali del prezzo spot e del mercato elettrico, queste caratteristiche saranno discusse e descritte facendo riferimento al settore in rapporto alla generalità dei mercati e non rispetto al singolo.

Nel capitolo II verranno trattati i fondamentali del prezzaggio delle opzioni. In particolare, l'attenzione sarà focalizzata sulla mean reversion, che cattura la propensione del prezzo a tornare a un livello di lungo termine, e il Moto Browniano Geometrico; entrambi saranno combinati in un tipico modello a due fattori per riflettere i grandi cambiamenti improvvisi tipici dei prezzi dell'elettricità. In questo capitolo saranno descritti i pattern stagionali che essendo parametri variabili, come ad esempio la volatilità, variano il loro comportamento in maniera periodica nello specifico in base alle stagioni. Il calcolo della volatilità sarà visto sia sotto un punto di vista di dati storici sia tramite il processo di mean reverting.

Per comprendere i modelli e prezzare i derivati energetici sarà necessaria l'applicazione del programma R studio, in particolare sarà utilizzato il pacchetto “NFCP”, il quale fornisce una guida per stimare parametri, effettuare previsioni e simulare i prezzi.

A metà del capitolo si svilupperà un approccio per determinare la curva forward, come arrivarci e l'importanza delle informazioni che si possono trarre da essa.

Successivamente verranno indicati i derivati energetici che saranno utilizzati nelle dimostrazioni pratiche, indicandone i loro pay-off ed elencandone anche le principali caratteristiche.

Nell'ultimo paragrafo si descriveranno i principali modelli per la determinazione del prezzo dei derivati energetici che sono formulati in termini di prezzi spot.

Nel capitolo III sarà infine messo in pratica un modello a due fattori, facendo riferimento ai dati del mercato elettrico europeo. Dal modello si ricaveranno le principali conclusioni in rapporto ai risultati ottenuti.

CAPITOLO I - Mercato energetico elettrico

Come nei più comuni mercati finanziari anche quello elettrico si basa sull'equilibrio della domanda e dell'offerta, prediligendo la concorrenza tra i partecipanti.

Nonostante questo caposaldo sia condiviso, l'energia elettrica presenta tante peculiarità tali per cui richiede un'analisi distinta.

L'elettricità può essere intesa come una merce di flusso dove la limitata conservabilità e trasportabilità ne tracciano i principali tratti distintivi.

Tra le principali commodities energetiche, oltre all'elettricità, è doveroso nominare anche il petrolio greggio e il gas naturale.

In particolare, il mercato del petrolio greggio risulta essere il più importante mercato di merci al mondo, potendo contare su una domanda globale di circa 90 milioni di barili al mondo.

I derivati scritti su questi prodotti sono contraddistinti da processi di mean reverting: a seguito di un aumento dei prezzi di una fonte energetica, si assiste ad un decremento del consumo e un aumento della produzione che porta una spinta al ribasso sui prezzi.

Viceversa, si ha una pressione al rialzo sui prezzi nel momento in cui invece i prezzi di una fonte energetica diminuiscono.

Tra le commodity energetiche sicuramente l'elettricità è quella più atipica proprio per la sua difficoltà ad essere immagazzinata; infatti, uno dei pochi metodi per contrastare questo problema si ha quando le società idroelettriche sfruttano la capacità in eccesso per pompare l'acqua in cima ai loro impianti, in modo tale da poterla utilizzare per produrre successivamente energia elettrica.

In un singolo istante e in un determinato territorio la capacità massima di fornitura di energia elettrica viene determinata dalla massima fornitura degli impianti di quella determinata regione: ad esempio, negli Stati Uniti ci sono 140 regioni dette aree di controllo, tra esse avvengono numerosi scambi di elettricità, queste transazioni nascono dal fatto che quando un'area si ritrova un eccesso di elettricità rispetto alla domanda interna, questa viene venduta ad altre aree formando così il mercato all'ingrosso di questa commodity.

La vendita comporta: sia un costo di trasmissione da una regione all'altra, costo che viene addebitato dal proprietario della linea di trasporto, sia una perdita di energia durante la trasmissione.

Si è constatato che durante l'estate l'energia elettrica sia utilizzata maggiormente, la causa principale di questa differenza tra stagione estiva ed invernale sono l'utilizzo dei condizionatori d'aria, il maggior uso innalza il prezzo in tali periodi.

L'impossibilità nel conservare questa merce rende questi aumenti di prezzo improvvisi e ne incrementa la portata tale per cui ci sono casi in cui i salti arrivano al 1000% rispetto alla media.

Negli ultimi anni questa commodity è stata al centro di una deregolamentazione ed una soppressione dei monopoli di stato favorendo la nascita di un mercato di derivati elettrici.

In genere i contratti scambiati, sia over the counter che in borsa, hanno ad oggetto la fornitura per un mese di una certa quantità di megawatt/ora in un determinato territorio, a un prezzo prefissato.

Questi scambi hanno delle formule prefissate: ad esempio, nei contratti 5 x 8 si prevede un'erogazione di 5 giorni a settimana nelle 8 ore con minore intensità, in gergo si utilizza il termine "off-peak" per indicare tale arco temporale. Un altro esempio sono i contratti on-peak, scambiati in questo caso nelle ore della giornata dove avviene un maggiore utilizzo di elettricità, tipico è il contratto 5 x 16: esso comprende i 5 giorni della settimana lavorativi nell'orario 07:00-23:00.

Alcuni aspetti che incidono sulla definizione di prezzo di questa commodity sono: la domanda anelastica da parte degli utilizzatori finali, in quanto questa commodity risulta essere un bene necessario e quindi i consumatori sono più restii a rinunciarvi o a modificarne la quantità domandata a variazioni del prezzo; l'assenza, o quasi, di ingenti riserve di elettricità, la conservazione risulta essere poco conveniente per i fornitori sia da un punto di vista economico, per gli elevati costi che richiede l'immagazzinamento, sia da un punto di vista tecnologico, in quanto il mezzo più comune di conservarla è la pila elettrica e questo strumento è limitato in termini sia di capacità contenitive che dimensionali.

Altre caratteristiche si possono riscontrare nell'attribuzione dei costi alle attività delle centrali elettriche: quest'ultime per soddisfare la domanda in ogni istante sono costrette ad utilizzare diversi combustibili per produrre l'energia elettrica, questa moltitudine di materie prime utilizzate nella fase di produzione rende difficile spartire gli eventuali costi in modo equo; infine anche le condizioni atmosferiche differenti tra regione e regione incidono sulla determinazione del prezzo determinando l'impossibilità di applicare lo stesso modello matematico a tutte le situazioni proprio a causa di queste differenze territoriali, ad esempio la temperatura di uno stato come la California risulta essere più alta rispetto a un territorio scandinavo modificandone anche il suo utilizzo.

La diversità intrinseca che proviene dai singoli territori rende difficile l'utilizzo di una metodologia comune per la comparazione tra i diversi mercati, ogni modello deve essere calibrato in base alle caratteristiche specifiche del mercato che si vuole analizzare ma lasciando inalterate le variabili che corrispondono alle caratteristiche generali dell'energia elettrica.

Nonostante ciò, negli ultimi anni sono stati condotti degli studi, i quali hanno fornito un elenco di caratteristiche comuni utili per descrivere il prezzo dell'energia elettrica che, nei successivi paragrafi, saranno discussi più nel dettaglio: distribuzione di probabilità, volatilità più accentuata rispetto ad altre commodity, picchi intraday e settimanali, la stagionalità tipica dell'energia elettrica e il fenomeno della reversione media.

1.1 Non-conservabilità

Fatta eccezione per alcuni casi, l'energia elettrica difficilmente può essere conservata.

I motivi sono molteplici: elevati costi di investimento, limiti tecnologici, limiti tecnici che impediscono di immagazzinare efficacemente l'energia elettrica.

Tra i costi d'investimento, un fattore da tenere in considerazione è quello relativo ai costi di capitali sostenuti per la realizzazione dei macchinari destinati alla produzione dell'energia elettrica: tali costi si differenziano a seconda delle tecnologie utilizzate, ad esempio le centrali che utilizzano i combustibili fossili, le centrali nucleari oppure anche le società specializzate nell'energia rinnovabile come l'energia solare o altre fonti alternative.

L'investimento iniziale più costoso, tra le tante modalità di produzione dell'energia, risulta essere attribuito alle società focalizzate nel ramo solare-termico.

Gli investimenti iniziali non sono gli unici costi per i quali il settore energetico risulta essere così oneroso; infatti, ad essi si aggiungono anche i costi operativi, ovvero tutti quei costi inerenti al funzionamento e alla manutenzione degli impianti utilizzati nella produzione.

A seconda della tecnologia utilizzata questi costi assumono una rilevanza diversa: nel caso in cui la centrale ai fini della produzione necessiti di rifornirsi di materia prima, come succede per il carbone, questi oneri appaiono particolarmente elevati; invece, nei campi in cui l'approvvigionamento non è richiesto ma solo una manutenzione periodica, come nel caso del fotovoltaico o l'eolico, questi costi si rivelano poco rilevanti.

Anche lo smaltimento delle eventuali risorse si aggiunge ai costi sostenuti da una società che fornisce energia, anche in questo caso sussiste una distinzione tra le società che producono energia rinnovabile in cui i costi sono praticamente a zero e società in cui lo smaltimento, ad esempio, di combustibili fossili richiede oneri cospicui.

Da un punto di vista di efficienza energetica prodotta, si può constatare che a fronte di elevati costi sostenuti dalle società corrisponde un'aspettativa di funzionamento molto alta al contrario di quello che succede nei settori che puntano sull'energia rinnovabile, infatti gli elevati costi sostenuti da una

centrale, ad esempio nucleare, vengono compensati dall'alta efficienza energetica prodotta mentre nel caso opposto, ad esempio nel settore eolico, questo parametro risulta essere medio-basso.

I limiti nell'immagazzinamento dell'energia elettrica derivano da limitate capacità contenitive dei più comuni recipienti dell'energia, ad esempio le batterie.

Le batterie hanno poca capienza e nel caso in cui si voglia risolvere il problema creando una gigantesca pila il problema si sposterebbe in un discorso di trasporto che date le dimensioni sarebbe poco conveniente.

Anche le centrali idroelettriche avrebbero le capacità di sviare il problema dell'immagazzinamento ma dato l'elevato impatto ambientale e gli ingenti investimenti necessari alla loro creazione rendono anche questa soluzione poco adeguata.

Recenti ricerche hanno però trovato un metodo per contrastare il problema della conservabilità: l'uso dell'idrogeno come vettore energetico.

Le principali caratteristiche dell'idrogeno sono che è a basso impatto ambientale e consente l'immagazzinamento dell'energia in grosse quantità, infatti, essendo un gas viene conservato in delle bombole ad alta pressione per poi essere ritrasformato in energia elettrica attraverso una cella a combustibile.

Questo metodo però fa sorgere due principali problemi: utilizzo di ampi spazi e elevati costi di compressione, però recenti rivelazioni hanno dimostrato la possibilità per l'idrogeno di essere assorbito all'interno di polveri metalliche a temperatura ambiente, questa pratica oltre a richiedere procedure di immagazzinamento molto più snelle, permette di conservare grosse quantità di idrogeno.

Indipendentemente dalle ultime innovazioni, in questo settore l'equilibrio tra la domanda e l'offerta è estremamente sussidiario, in quanto l'energia viene consumata nel momento in cui è scambiata.

Questo per chi la produce risulta essere un ingente problema, dovendo questi fornire l'energia in base alle richieste dell'ultimo momento e non avendo la possibilità di soddisfare la domanda con le scorte disponibili.

La domanda deve essere sempre soddisfatta, salvo in caso di blackout.

In questo contesto dove il limite spazio-temporale assume un ruolo chiave, decadono due concetti che normalmente descrivono il legame che intercorre tra i prezzi spot e quelli a termine ovvero: il costo di trasferimento e il tasso di convenienza.

Il primo misura il costo che deve essere sostenuto per trasportare un determinato tipo di bene; il secondo invece rappresenta il beneficio di disporre nel futuro del bene fisico al posto di un contratto a termine, oltre a dare chiari segnali sulla quantità disponibile nel periodo successivo.

Questi due concetti perdono di significato, non essendo l'elettricità conservabile.

1.2 Caratteristiche del prezzo spot

1.2.1 Distribuzione di probabilità

Uno dei presupposti principali del modello Black-Scholes-Merton è l'ipotesi che i prezzi delle azioni seguano una distribuzione di probabilità log normale, questa previsione deriva dal fatto che il modello non prevede che i prezzi assumono valori negativi; infatti, graficamente la curva è delimitata a sinistra dallo 0.

La distribuzione log normale è la distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria X il cui logaritmo ($\log X$) segue una distribuzione normale.

In altri termini, la distribuzione log normale è un tipo di distribuzione asimmetrica dove un'elevata presenza di valori bassi indica una coda di valori poco frequenti, ma che possono arrivare a livelli molto elevati.

La seguente figura mostra graficamente l'andamento di una distribuzione log normale:

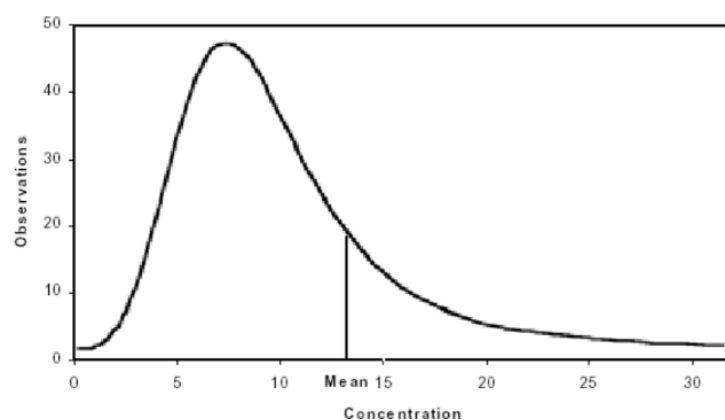


Figura 1 - Andamento di una distribuzione log normale (fonte: Wikipedia)

Nel settore elettrico questa assunzione non apparirebbe molto realistica, la deviazione della distribuzione dei rendimenti logaritmici del prezzo spot dell'elettricità risulta essere più marcata

rispetto ad altre commodity o strumenti di equity; quindi, per analizzare il percorso del prezzo spot dell'elettricità occorre tener conto della sua non-normalità distributiva dei suoi rendimenti logaritmici. Il processo di mean reversion potrebbe diminuire le mancate affinità che si hanno con la distribuzione log normale; infatti, si tratta di un processo a diffusione log normale con una varianza che non aumenta in corrispondenza del tempo, ma cresce all'inizio e si stabilizza successivamente su un determinato valore di lungo termine.

In termini matematici può essere rappresentato come segue:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \kappa(S_\infty - S_t)dt + \sigma dW_t$$

Equazione 1

Dove s_∞ è la media di lungo termine del prezzo spot, k è la forza di inversione della media, la parte sinistra rappresenta la variazione del prezzo a pronti, dall'altro lato invece il primo termine indica la derivata del prezzo spot dove è positiva qualora il prezzo spot si trova sotto la media di lungo termine e, in caso contrario, sta sopra se è negativa.

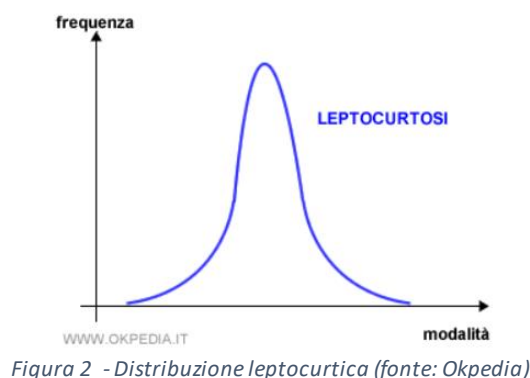
La forza con la quale nel lungo periodo si va in direzione della media è data da k , maggiore è questo fattore più elevate saranno le probabilità di avvicinarsi a s_∞ .

La curtosi riflette il grado con cui i dati sono distribuiti nelle code piuttosto che nelle zone centrali della distribuzione.

Se l'indice di curtosi è elevato significa che la distribuzione è più appuntita e code più pesanti rispetto a una distribuzione normale.

Lo studio della curtosi richiede che la distribuzione in oggetto sia simmetrica perché in caso contrario sarebbe difficile interpretarla; infatti, proprio per questa caratteristica risulta impossibile da applicarsi ad una distribuzione log normale.

Le code della distribuzione dei rendimenti logaritmici dei prezzi nel settore elettrico mostrano una curtosi maggiore di zero, chiamata anche distribuzione leptocurtica, graficamente la distribuzione viene rappresentata al centro tendente verso l'alto come nella figura sottostante:



1.2.2 Volatilità

Uno degli aspetti salienti per ciò che concerne la gestione del rischio e il prezzo delle opzioni è la volatilità.

La volatilità è la misura della variabilità dei prezzi o dei tassi di rendimento di un titolo negoziato in un mercato ufficiale.

Nei mercati organizzati la fissazione dei margini, che i trader di futures sono tenuti a sostenere, viene stabilita sul livello della volatilità delle materie prime sottostanti.

La definizione di volatilità genera diversi fraintendimenti, specialmente quando questa viene applicata ai mercati energetici. Risulta infatti di fondamentale importanza coglierne i tratti fondamentali e applicarli nel miglior modo possibile a questo settore.

Vince Kaminski, Grant Masson e Ronnie Chahal (Enron Corp) pongono il focus su due concetti chiave: in primo luogo “La volatilità può essere definita e stimata in modo significativo solo nel contesto di uno specifico processo stocastico per i prezzi”; in secondo luogo “la definizione e la misura della volatilità dovrebbero cogliere le caratteristiche chiave dei mercati energetici, come la dipendenza stagionale dal livello dei prezzi”.

É opportuno compiere una diversificazione tra l’energia elettrica e le altre attività finanziarie. Le materie prime energetiche possono essere inquadrate come input di un processo produttivo in quanto, se considerate diversamente, le loro applicazioni in un modello finanziario possono risultare fallibili nel caso in cui vi sia la presenza di richieste contingenti all’energia stessa.

Riportando un esempio un'ipotesi prevista dal GBM¹ non presume prezzi negativi, quest'ultima però viene spesso violata: infatti nella pratica i prezzi dell'offerta di elettricità possono scendere a zero, nel caso in cui i produttori prevedano di garantire la pianificazione dei loro impianti per periodi di tempo contigui, o quando il prezzo dell'elettricità diventa negativo nel caso in cui le centrali elettriche vogliano disfarsi della produzione in eccesso e non abbiano l'opportunità di conservarla.

1.2.3 Spikes

Il prezzo spot dell'energia elettrica è contraddistinto da elevati salti di breve durata, chiamati spikes. L'andamento del prezzo in questi intervalli segue un percorso non omogeneo, mostrando nel proprio percorso dei picchi improvvisi per poi riposizionarsi subito a livelli medi.

Nel documento “Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange” pubblicato nel 2000, Lucia e Schwartz individuarono nei dati raccolti dall'Elsport – Nord Pool Spot Market, dei salti che si replicavano con regolarità, in particolare ogni anno nel mese di aprile, periodo in cui le nevi si sciolgono e arriva la stagione più calda.

Oltre che con cadenza annuale, questi salti si ripetono quotidianamente e settimanalmente in particolare dove la richiesta di elettricità è maggiore, come ad esempio nelle ore lavorative. Dunque, la capacità di soddisfare la domanda da parte dei produttori viene portata ai massimi livelli.

Questa caratteristica fa desumere che il fenomeno sia ripetitivo e non occasionale e quindi necessita di essere preso in considerazione quando si parla di energia elettrica, in particolare del comportamento del suo prezzo. Questa proprietà si ricollega direttamente ai due problemi legati all'energia discussi all'inizio del capitolo, ovvero il limite alla trasportabilità e l'impossibilità di immagazzinamento.

La frequenza di questi salti può essere osservata sia da un punto di vista stagionale, che nei casi in cui l'equilibrio tra domanda e offerta viene messo in discussione come, ad esempio, quando dalle previsioni meteo si possono intravedere delle variazioni rispetto alla normalità, oppure, anche se più complessi da catturare, i guasti improvvisi dei sistemi di generazione di energia.

¹ Vedi capitolo 2, paragrafo 2.1.1

I fornitori di energia elettrica si trovano di fronte ad un ingente problema, ovvero il rischio di dover soddisfare la domanda a prezzi non convenienti. Questo è naturalmente il risultato di salti improvvisi, i quali costringono gli operatori che trasmettono energia ad accettare qualsiasi prezzo dal produttore, in quanto essi sono vincolati a fornire la materia ai consumatori finali indipendentemente dalle richieste e, soprattutto, a prezzi costanti.

A causa della loro imprevedibilità, gli spikes si posizionano al primo posto come fattore di rischio sia a livello di gestione per ciò che riguarda la loro immissione in un modello matematico finanziario.

1.2.4 Stagionalità

Benché il prezzo dell'energia elettrica presenti salti e accentuata volatilità, diversi studi hanno dimostrato come questo, da un altro punto di vista, mostri segni di prevedibilità stagionale. Questa caratteristica varia fortemente dalle condizioni dei mercati presi in analisi: ad esempio nello stato della California, il quale presenta estati molto calde e inverni con un clima mite, i consumatori finali saranno propensi ad utilizzare i condizionatori piuttosto che sistemi di riscaldamento, determinando un aumento della domanda di energia elettrica nei periodi estivi. Come precedentemente detto, questo carattere lo si può ravvisare non solo a livello stagionale bensì in maniera mensile, settimanale e giornaliera.

La stagionalità della domanda si traduce in una ciclicità di questa, nei casi in cui quest'ultima superi l'offerta un possibile equilibrio si può avere solo in due casi: utilizzando unità di produzione più costose oppure avvalendosi di fonti che richiedano una maggiore spesa.

L'incorporazione di un modello stagionale che potrebbe essere affetto da cambiamenti imprevedibili, a causa appunto sia delle condizioni meteorologiche che economiche e tecnologiche, crea il bisogno di modelli a lungo termine. Infatti, le informazioni riguardanti questo fenomeno possono essere estrapolate dai prezzi futures o forward, dai quali è possibile intravedere i modelli futuri della domanda e dell'offerta.

1.2.5 Reversione Media

Caratteristica comune tra questa commodity e le sue simili è il fenomeno della reversione media, ovvero l'oscillazione del prezzo attorno ad un valore medio.

Questo presupposto è collegato al fenomeno secondo il quale, nel lungo periodo il costo marginale di produzione sia maggiore del punto che determina l'equilibrio tra la domanda e l'offerta. Questo concetto può risultare critica in quanto, come i mercati finanziari e delle altre commodity, anche quello energetico risulta essere soggetto a continue innovazioni tecnologiche, specialmente per ciò che concerne l'ultimo periodo dove l'economia è governata dalla cosiddetta Green Economy. Inoltre, la presenza di salti nel prezzo dell'elettricità potrebbe aumentare la percezione di questo fenomeno.

Diversi studi di settore non hanno mosso particolari critiche inerenti a questo fatto, al contrario esso è stato accettato anche grazie alle serie storiche dei prezzi dell'elettricità, che hanno contribuito a confermare il fenomeno.

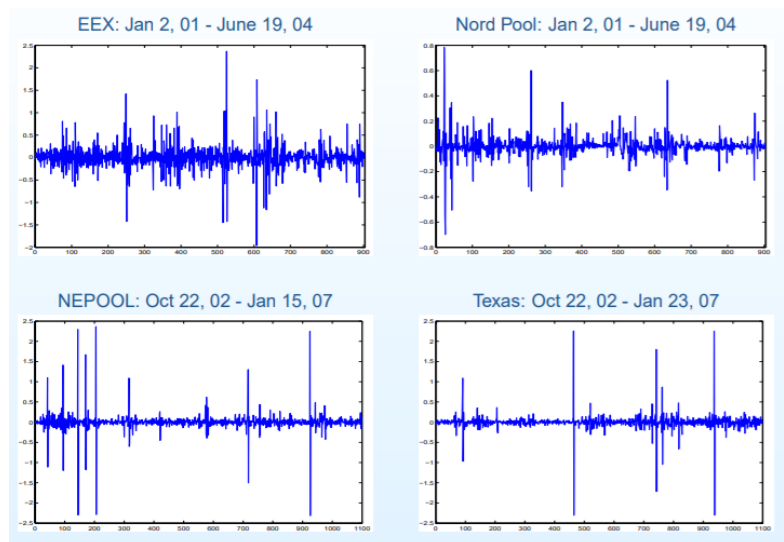


Figura 3 - effetto mean reversion in 4 diversi mercati

Le quattro figure corrispondono a quattro diversi mercati elettrici, da esse si nota l'effetto di reversione media nel lungo periodo; infatti, a seguito dei picchi il prezzo torna sempre su livelli intorno ai valori medi e questo succede in tutte le figure anche se con diversa entità.

Capitolo 2 – Fondamentali del pricing e del modellamento

2.1 Introduzione dei derivati energetici

Per titolo derivato si intende un titolo il cui payoff dipende dalla variazione del valore di un sottostante. Questi tipi di strumenti possono essere suddivisi principalmente in due macro-classi: i futures/forward e le opzioni.

I futures e i forward risultano essere caratterizzati dalle strutture più semplici tra tutto l'insieme dei derivati.

Un contratto di futures è un accordo di acquisto o di vendita di un sottostante in un tempo e prezzo concordato preventivamente. Sono caratterizzati dal fatto che sono contratti standardizzati sia in termini di scadenze future sia in termini di ammontare scambiato.

Analogamente un contratto forward è anch'esso un contratto di scambio di un ammontare fisso in una data futura ma gli accordi vengono direttamente concordati dalle due parti.

Questi due tipi di derivati sono molto simili ma presentano delle differenze, tra cui: i futures sono contratti standardizzati mentre i forward vengono negoziati tra singole istituzioni; tra i due contratti sussiste una discordanza sull'arco temporale dei flussi di cassa, i futures sono contrassegnati giornalmente passando tra la posizione lunga e corta in modo tale da riflettere la variazione giornaliera del prezzo del contratto, al contrario il flusso di cassa del forward viene risolto a scadenza.

In questo elaborato tali differenze saranno tralasciate, infatti i due contratti saranno trattati indifferentemente.

Questo tipo di contratti prevede due parti: una è chiamata posizione lunga e sta ad indicare il soggetto che si impegna a comprare l'asset a scadenza; la controparte è chiamata posizione corta per indicare il soggetto che invece è tenuto a vendere l'asset. Alla data di scadenza la posizione corta riceverà il denaro concordato, mentre quella lunga l'asset.

Il payoff del soggetto che acquista può essere rappresentato come segue: $S_T - K$, dove: T rappresenta la data di scadenza del contratto; S_T esprime il prezzo dell'asset a scadenza e K il prezzo di scambio concordato.

Il payoff della posizione lunga viene rappresentato graficamente come segue:

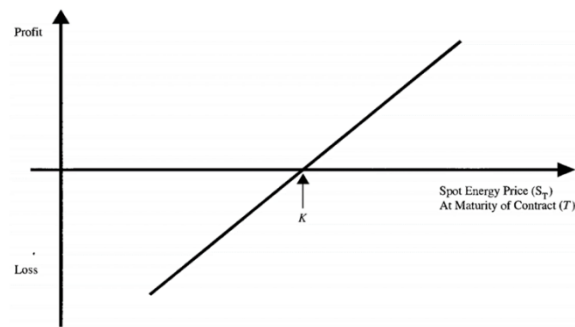


Figura 4 - Payoff di una Posizione Forward Lunga (Strickland & Clewlow, 2000)

Essendo la posizione corta la controparte di quella che acquista l'asset, il suo payoff risulta essere invertito, infatti: $-S_T + K$.

Detenere un contratto forward o future è come possedere un contratto assicurativo contro la variabilità del prezzo nel mercato spot; infatti, il soggetto titolare della posizione lunga determinando il prezzo dell'asset in anticipo si copre dalle future variazioni di prezzo.

Il prezzo del forward deve essere calcolato considerando che deve essere uguale al costo di finanziamento che occorrerebbe strutturare se si decidesse di acquistare l'asset in data odierna e tenerlo fino alla scadenza.

Matematicamente questo concetto può essere rappresentato come:

$$F = S e^{(c-\delta)(T-t)}$$

Equazione 2

La formula appena citata prende il nome di "costo di mantenimento" e F rappresenta il prezzo del contratto forward sul sottostante, il quale è scambiato al prezzo di S .

T è la data di scadenza, t è la data corrente, c sta ad indicare il costo di tenere l'asset e quindi comprensivo sia dei costi di finanziamento sia dei costi di immagazzinamento e δ indica il rendimento dei continui dividendi pagati sul sottostante.

Le opzioni rappresentano l'altro macro-argomento del mercato dei derivati, esse possono essere di due tipi: call e put. Nel primo caso si conferisce al detentore il diritto ma non l'obbligo, di acquistare l'attività a pronti entro una data determinata, la cosiddetta "data di scadenza", a un determinato prezzo (cd. Prezzo di esercizio) concordato nella data odierna. La figura 5 mostra graficamente il profitto per il titolare di tale diritto.

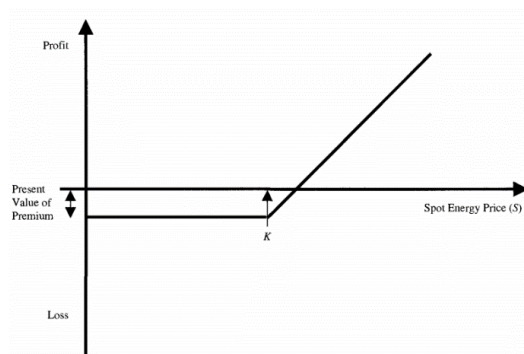


Figura 5 - Payoff di un'opzione Call (Strickland & Clewlow, 2000)

Le opzioni differiscono dai forward e i futures per quanto riguarda il pagamento; infatti, quest'ultimo deve essere adempiuto dall'acquirente comunemente alla data di stipula del contratto, questa uscita di denaro da parte del compratore è il prezzo dell'opzione o premio.

Si possono presentare due casi alla data di scadenza: uno nel caso in cui i prezzi spot siano inferiori al prezzo di esercizio concordato (k), in questa situazione l'acquirente lascerà scader l'opzione senza esercitarla, perdendo il premio e al contempo compra l'attività sul mercato spot; nel caso contrario ovvero in una situazione in cui i prezzi risultino maggiori di k , l'opzione viene esercitata acquistando il bene al prezzo concordato e il compratore realizza immediatamente un profitto dato dalla differenza tra i due prezzi meno il premio pagato all'inizio.

In altre parole, il possessore di un'opzione call ha lo stesso profitto positivo di un contratto long forward ma senza incorrere nella parte negativa ovvero la possibilità di non usufruire del diritto.

L'operazione appena descritta può essere rappresentata matematicamente tramite il seguente payoff:

$$\max(0, S - K)$$

Equazione 3

La seconda tipologia è l'opzione put, la quale conferisce a chi la possiede il diritto, ma non l'obbligo, di vendere l'attività alla scadenza o prima al prezzo d'esercizio. La figura 6 rappresenta graficamente il payoff del titolare di questa categoria di opzioni:

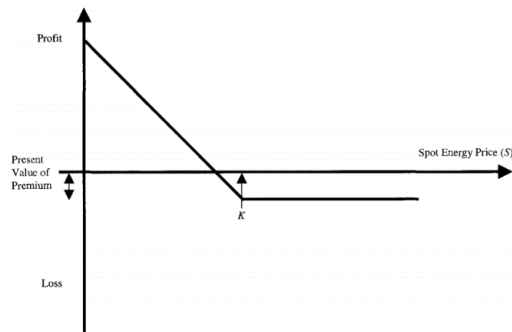


Figura 6 - Payoff di un'opzione Put (Strickland & Clewlow, 2000)

Matematicamente la figura appena mostrata può essere scritta come:

$$\max(0, k - S)$$

Equazione 4

La data presente nel contratto è nota come data di scadenza oppure la si può trovare anche sotto forma di data esercizio o strike; anche il prezzo di esercizio spesso viene indicato come strike price.

Un'altra distinzione delle opzioni riguarda la data entro cui possono essere esercitate, sotto questo ambito si distinguono tra opzioni europee e opzioni americane: le prime possono essere esercitate solo alla data di scadenza; mentre le seconde in ogni momento fino alla data di scadenza stessa.

Nei derivati si possono aprire due tipi di posizioni: una è chiamata long, ovvero quando si acquista l'opzione; l'altra short, dove invece la controparte vende (o scrive). La figura 7 mostra i quattro possibili payoff che possono venire ad esistere nel momento in cui si apre una posizione corta o lunga in opzioni call e put europee con data di scadenza T:

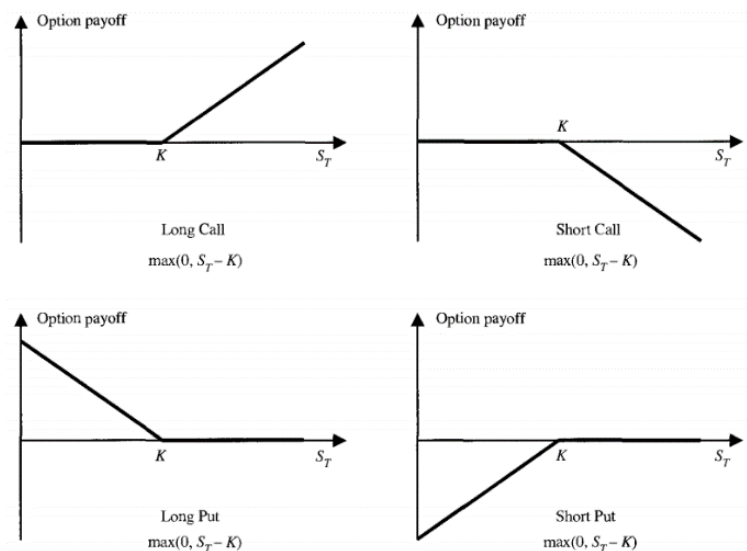


Figura 7 - Terminal payoffs delle opzioni europee (Strickland & Clewlow, 2000)

Le strutture dei derivati nel mercato elettrico sono contraddistinte da numerose differenze rispetto ad altri mercati: un po' a causa della laboriosità dei tipi di contratto esistenti nel settore e in parte per le caratteristiche descritte nel primo capitolo.

Queste differenze si riflettono sia nel tipo di derivati negoziati sia nella modellazione necessaria ad integrare il percorso evolutivo dei prezzi.

Per quanto riguarda ai tipi di contratti, nel settore energetico molti si basano sulle medie dei prezzi, ad esempio nell'elettricità si considerano le medie orarie o giornaliere; altri contratti si basano sulle procedure di produzione, le quali espongono l'azienda al differenziale di prezzo, proprio da questa necessità nascono molte varietà di opzioni spread.

Il contributo maggiore alla teoria riguardante il prezzaggio delle opzioni è stato fornito nello scorso secolo, all'inizio degli anni '70, ad opera di Fisher Black, Myron Scholes e Robert Merton.

Scholes è stato insignito nel 1997 del premio Nobel per l'economia, purtroppo Black è deceduto due anni prima non riuscendo a ricevere il premio.

L'approccio Black-Scholes-Merton (BSM) sviluppa un modo di valutare le opzioni azionarie negoziate in borsa, in particolare i dati utilizzati si riferivano alla borsa di Chicago; questo metodo

basa la propria analisi sui seguenti principi: principio di non arbitraggio, prezzi neutrali al rischio e valutazione del prezzo utilizzando metodi numerici.

L'approccio di base è quello di eliminare il rischio nella sottoscrizione dell'opzione attraverso l'acquisto e la vendita del sottostante.

La BSM azzerava il rischio favorendo un approccio neutrale ad esso tramite continui aggiustamenti nell'attività del sottostante e nell'obbligazione priva di rischio.

In alcuni mercati energetici il concetto di replicare perfettamente l'attività di un asset sottostante è infattibile, ad esempio: nel mercato dell'elettricità per alcuni motivi intrinseci ad esso, come l'impossibilità di immagazzinare la merce, è impossibile aggiustare la posizione continuamente.

Il modello BSM basa le proprie assunzioni su diverse ipotesi, tra cui: il sottostante e il derivato sono scambiati nel mercato continuamente; sono vietate le opportunità di arbitraggio; è consentita la vendita allo scoperto; assenza di costi di negoziazione; divisibilità infinita del sottostante; mancato pagamento dei dividendi; volatilità e tasso d'interesse costanti; infine, l'ipotesi più importante del modello è quella che riguarda l'evoluzione del prezzo dell'asset nel tempo, meglio conosciuto come Moto Browniano Geometrico.

Il Moto Browniano Geometrico (GBM) è un processo stocastico in tempo continuo in cui il logaritmo della quantità variabile nel tempo segue un moto browniano, in altre parole le variazioni proporzionali del prezzo dell'asset (S) deve avere costanti sia la derivata istantanea, μ , che la volatilità, σ .

Matematicamente il GBM può essere espresso dalla seguente equazione differenziale stocastica:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Equazione 5

Dove dS rappresenta l'incremento del prezzo dell'asset durante piccoli intervalli di tempo infinitesimali (dt), dz indica l'incertezza che guida il modello e rappresenta l'incremento del processo di Weiner durante gli intervalli di tempo.

Essendo in un mondo neutrale al rischio è possibile rimpiazzare la derivata μ con un tasso d'interesse privo di rischio, quindi si pone $\mu = r$.

Tutti i processi sono caratterizzati da una distribuzione dei futuri valori dell'asset, nel caso dell'equazione differenziale eq. 5 che descrive il Moto Browniano Geometrico si assume per i futuri prezzi dell'asset una distribuzione log normale.

I contenuti dell'approccio Black-Scholes-Merton possono essere discretizzati nella seguente equazione differenziale parziale, al fine di ottenere un quadro dell'evoluzione del prezzo del derivato attraverso il tempo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + rS \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = rC$$

Equazione 6

Dove C è il valore di ogni titolo derivato.

Al fine di valutare le opzioni, l'equazione 6 deve essere riformulata con delle specifiche condizioni di contorno come, ad esempio, il payoff di un'opzione; quindi, l'equazione differenziale parziale di BSM può essere riformulata al fine di calcolare un'opzione europea call come segue:

$$C(t) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2)$$

Equazione 7

Dove:

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

I vari parametri all'interno dell'equazione sono già stati descritti, per quanto riguarda $\ln(\cdot)$ rappresenta il logaritmo naturale, mentre $N(\cdot)$ è una funzione di distribuzione normale cumulativa standard. Per scontare viene utilizzato il tasso d'interesse privo di rischio in quanto per le assunzioni del modello ci si trova in un mondo neutrale al rischio.

Il parametro della volatilità nel modello BSM non viene assunto come costante ma viene integrato con il concetto della "volatilità implicita smiles".

Il concetto della volatilità smiles descrive la probabilità che la distribuzione implicita del prezzo delle opzioni sia diversa dalla distribuzione log normale implicita prevista dal modello BSM.

La figura 8 mostra graficamente il concetto di volatilità smiles in relazione allo strike price:

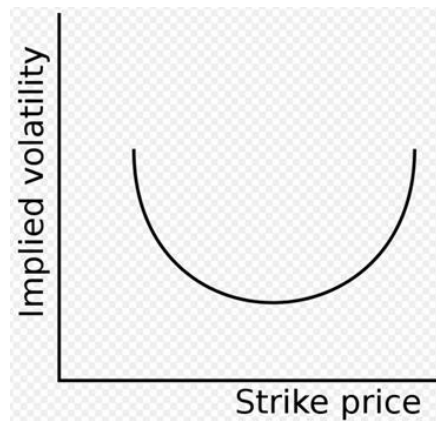


Figura 8 - Volatilità Smiles (Strickland & Clewlow, 2000)

Come si nota dalla figura 8 la variazione della volatilità dipende dallo strike price (K) e questo determina una volatilità che deve essere continuamente aggiustata in relazione alla scadenza dell'opzione, si è notato che per le scadenze lunghe il sorriso risulta essere meno pronunciato.

2.1.1 Simulazione di Monte Carlo

Ci sono alcuni casi in cui l'equazione 7 per la valutazione delle opzioni fornisce soluzioni a forma chiusa ma ci sono molte situazioni in cui questo non è possibile e quindi il modello necessita dell'utilizzo di tecniche numeriche, la più famosa di queste è la simulazione di Monte Carlo.

La simulazione di Monte Carlo fornisce delle soluzioni in quei casi in cui le sole formule analitiche non riescono; infatti, conviene utilizzarlo quando si utilizzano più fattori casuali, ad esempio opzioni con prezzi energetici multipli oppure i modelli che incorporano volatilità casuali.

Il valore odierno dell'opzione è l'aspettativa determinata scontando il suo payoff, in particolare utilizzando la simulazione di Monte Carlo è possibile fare la media di un grande numero di payoff scontati al fine di formulare questa aspettativa sul prezzo odierno del derivato.

Questo metodo ha come scopo la simulazione di tutti i possibili percorsi che il prezzo dell'asset può prendere da oggi fino alla data di scadenza.

Per arrivare a questo punto, innanzitutto bisogna prendere l'equazione 5 rappresentante il processo GBM e sostituire la derivata con la differenza tra il tasso privo di rischio (r) e il rendimento continuo (δ), come di seguito:

$$dS = (r - \delta)Sdt + \sigma Sdz$$

Equazione 8

In questo modo viene rappresentato il modello GBM neutrale al rischio in cui l'asset paga dividendi continui, discretizzando l'equazione 8 si arriva alla seguente formula:

$$x_{t+\Delta t} = x_t + (\nu \Delta t + \sigma(z_{t+\Delta t} - z_t))$$

Equazione 9

In termini di prezzo, l'equazione 9 diventa:

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp(\nu \Delta t + \sigma(z_{t+\Delta t} - z_t))$$

Equazione 10

Entrambe le equazioni con alcune modifiche possono simulare l'evoluzione del prezzo spot nel tempo, ad esempio l'eq. 10 si può riscrivere come segue:

$$S_{t_i} = S_{t_{i-1}} \exp(\nu \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \varepsilon_i)$$

Equazione 11

Dove:

$$\nu = r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2$$

Dall'equazione 11 si nota che possono essere simulati dei campioni casuali moltiplicando $\sqrt{\Delta t}$ per ε dove $\varepsilon \sim N(0,1)$.

Il periodo di tempo, $[0, T]$, che viene scelto per la simulazione viene splittato in N intervalli.

Ripetendo il processo per N volte e scegliendo in modo casuale la ε_i ogni volta si possono tracciare tutti i percorsi simulati, ad esempio la figura 9 mostra tutti i tragitti che il prezzo dell'asset potrebbe percorrere:

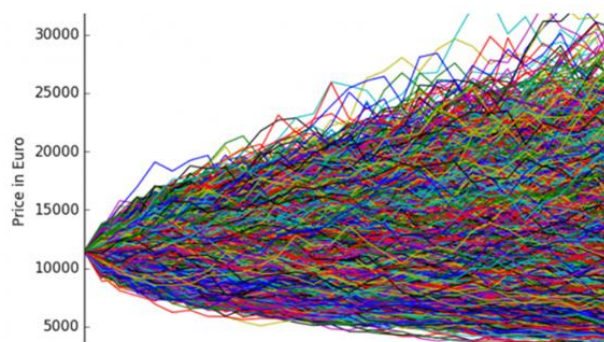


Figura 9 - Illustrazione di percorsi simulati GBM (fonte: Wikipedia)

La fine di ogni percorso simulato corrisponde al valore terminale dell'opzione (C_T) che può essere rappresentato matematicamente come segue:

$$C_{T,j} = \max(0, S_{T,j} - K)$$

Equazione 12

Il payoff viene scontato per il tasso d'interesse nel seguente modo:

$$C_{0,j} = \exp\left(-\int_0^T r_u du\right) C_{T,j}$$

Equazione 13

La media dei payoff derivanti da tutte le M simulazioni rappresenta il valore dell'opzione:

$$\hat{C}_0 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M C_{0,j}$$

Equazione 14

$\hat{C}$ è uguale a C_0 ma con l'errore incorporato per il fatto che deriva dalla media di campioni generati in modo random.

2.1.2 Mean reversion

La mean reversion risulta essere una tra le caratteristiche più importanti del prezzo spot dell'elettricità, può essere rappresentata attraverso un modello di reversione media (Schwartz, 1997) come illustrato nella seguente equazione:

$$dS = \alpha(\mu - \ln S)Sdt + \sigma Sdz$$

Equazione 15

indice:

S , variazioni proporzionali nel prezzo dell'asset;

α , tasso di reversione medio;

μ , derivata istantanea costante

σ , volatilità.

Dall'equazione è possibile dedurre che la media del prezzo spot rientri al livello di lungo termine, $\bar{S} = e^\mu$, alla velocità prevista dal tasso di revisione, presupponendo che quest'ultimo sia maggiore di zero. I possibili scenari sono due: il primo, in cui il prezzo spot si trova in un punto superiore rispetto al livello di lungo termine S e in questo caso avremo la derivata del prezzo negativa, di conseguenza questo tenderà verso S ; il secondo dove il prezzo spot sarà inferiore al livello di lungo termine, quindi con derivata positiva. Nei seguenti capitoli verrà indicato come ricavare mediante la curva forward e la volatilità, le informazioni riguardanti il livello di S a lungo termine.

L'equazione rappresentante la mean reversion del prezzo spot può essere trascritta prima in termini di logaritmo naturale con $x = \ln S$, poi discretizzata attraverso i seguenti passaggi:

A)
$$dx = \left[\alpha(\mu - x) - \frac{1}{2}\sigma^2 \right] dt + \sigma dz$$

Equazione 16

B)
$$\Delta x_i = \left[\alpha(\mu - x_i) - \frac{1}{2}\sigma^2 \right] \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} \varepsilon_i$$

Equazione 17

Rispetto alla velocità di mean reversion, gli intervalli temporali dovranno essere molto piccoli e poiché la derivata è dipendente dalla variabile x , la discretizzazione è possibile solo quando il limite tende a zero nell'arco temporale considerato.

I passaggi da seguire per delineare il percorso del prezzo spot mediante l'utilizzo del modello della mean reversion sono diversi: la stima dei parametri α , μ , σ e Δt ; a seguire, grazie alla simulazione di Monte Carlo, vengono generati ripetutamente dei numeri casuali distribuiti normalmente ε_i ; infine viene calcolato il nuovo valore di x per ogni intervallo di tempo, tracciando in questo modo il percorso del prezzo spot.

2.1.3 La vita media del processo di mean reverting

Nel processo di mean reverting una particolarità da non tralasciare, anzi di importanza quasi fondamentale, è la cosiddetta half - time, vale a dire il tempo necessario per cui il prezzo, dal suo punto attuale, arrivi a metà percorso del suo livello a lungo termine.

Per descrivere la proprietà appena citata verrà tralasciata, per il momento, la tematica delle casualità in modo tale di avere la possibilità di concentrarsi sul comportamento del ripristino medio.

La sequenza necessaria per ottenere l'half - time ha come punto d'inizio un semplice processo di mean reversion, espresso nella forma $x = \ln S$, questo si ripresenta al livello di x così come segue:

$$dx = \alpha(\bar{x} - x)dt$$

Equazione 18

Se si incorpora l'equazione con x_0 al tempo 0 e x_t al tempo t , la nuova formula si presenterà come:

$$(x_t - \bar{x}) = (x_0 - \bar{x})e^{-\alpha t}$$

Equazione 19

Da questo punto per ottenere l'half time ($t_{1/2}$), per il quale la distanza di x dal suo livello di lungo termine è la metà della distanza iniziale, si procede nel modo seguente:

$$\frac{1}{2}(x_0 - \bar{x}) = (x_0 - \bar{x})e^{-\alpha t_{1/2}}$$

$$t_{1/2} = \ln(2)/\alpha$$

Equazione

20

Da questo punto è doveroso precisare che i risultati forniti dall'equazione sono medie: solo sotto questa forma gli shock del prezzo spot arrivano, entro il tempo dato, a metà della loro deviazione dal livello di lungo termine.

2.1.4 Stima del tasso mean reversion

La stima del tasso di mean reversion del prezzo spot dell'elettricità si può calcolare considerando il processo di ritorno alla media per il logaritmo naturale del prezzo spot, così come visto nei precedenti paragrafi e discretizzarlo nel modo che segue:

$$a) \quad dx = \alpha(\bar{x} - x)dt + \sigma dz$$

Equazione 21

$$b) \quad \Delta x_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \sigma \varepsilon_t$$

Equazione 22

dove $\alpha_0 = \alpha x \Delta t$ e $\alpha_1 = -\alpha \Delta t$.

Dalla formula è possibile notare che, le osservazioni precedentemente avanzate sul prezzo spot possono essere paragonate, in presenza di rumore $\sigma\epsilon_1$, alla relazione lineare tra Δx_t e x_t ; quindi, se le osservazioni di Δx_t contro x_t retrocedono è possibile ottenere una stima di $\alpha_0 = \alpha x \Delta t$ e $\alpha_1 = -\alpha \Delta t$, in modo tale da calcolare sia l'intercetta che la pendenza della reazione lineare.

Da questo punto, grazie alla conoscenza dell'arco temporale (Δt) è possibile calcolare sia α che x .

2.1.5 Inserimento dei pattern stagionali nel modello

Dopo il prezzo la variabile più importante è la volatilità, la quale è particolarmente caratterizzata dalla stagionalità. La componente stagionale può essere incorporata in un modello attraverso due diverse modalità: come variabile casuale composta da parametri che variano nel tempo oppure come un modello che varia nel tempo.

Formalizzare la volatilità in un modello stagionale prevedibile e non casuale è possibile sostituendo il parametro di volatilità costante, σ , con una funzione del tempo, $\sigma(t)$, che ritrae la stagionalità.

Si può stimare $\sigma(t)$ utilizzando i dati storici, ad esempio avvalersi di una deviazione standard campionaria continua di 30 giorni.

Nel caso in cui invece la si assume come variabile casuale composta da variabili che variano nel tempo è facilmente implementabile attraverso l'utilizzo della simulazione di Monte Carlo: in ogni fase temporale si applica la volatilità spot appropriata al punto temporale corrente nell'equazione di simulazione spettante.

Nei mercati dell'elettricità il prezzo a pronti viene in generale osservato su base oraria o infra-oraria, questa casistica fornisce circa tra i 720 e i 1440 punti di dati al mese, essendo anche i tassi di reversione media più alti in questo settore rispetto ad altri mercati rende il calcolo più immediato, dall'altro lato tende ad aumentarne l'errore. Quindi è consigliato stimare i tassi di mean reversion stagionali su base settimanale oppure mensile.

Un metodo alternativo, ma molto complicato da utilizzare, è quello di impiegare i parametri stagionali che sono stati precedentemente estrapolati dai prezzi delle opzioni energetiche negoziate.

2.1.6 Stima della volatilità tramite i dati storici

Nel caso in cui il prezzo spot di un sottostante segua il Moto Browniano Geometrico è possibile stimare la volatilità tramite i dati storici dei rendimenti di prezzo.

La stima della volatilità viene disgregata nei seguenti passaggi:

1. innanzitutto, si calcola il rendimento del prezzo, per far ciò si fa il logaritmo naturale dell'indice del prezzo (S_t/S_{t-1}) e poi si procede con il calcolo del rendimento come $r = S_t/S_{t-1}$. L'utilizzo del logaritmo naturale permette applicazione della formula anche sui periodi di tempo relativamente lunghi in quanto il rendimento di lungo periodo risulta essere uguale alla somma dei singoli rendimenti logaritmici infra-temporali.
2. Successivamente si procede con il calcolo della deviazione standard del rendimento logaritmico.
3. Infine, si annualizza la deviazione standard per il fattore di annualizzazione il cui valore dipende dalla frequenza dei dati scelti, infatti nel caso in cui si sta parlando di dati mensili si utilizzerà $\sqrt{12}$, se è settimanale $\sqrt{52}$. Per convenzione in questa tesi si utilizzerà $\sqrt{250}$ perché 250 rappresenta i giorni effettivi in cui è disponibile la negoziazione in borsa.

Il fatto per cui la deviazione standard viene annualizzata riguarda il principio di additività della varianza; infatti, se i rendimenti di prezzo di ogni periodo sono variabili casuali indipendenti ed equamente distribuiti allora la varianza derivante dalla somma delle n variabili è uguale alla somma delle singole varianze, di seguito il concetto espresso matematicamente:

$$\sigma_{x_1+x_2+\dots+x_n}^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \dots + \sigma_{x_n}^2$$

Equazione 23

Perciò dalla formula precedente si ricava che la deviazione standard è uguale alla somma delle singole deviazioni standard moltiplicata per la radice quadrata di n .

2.1.7 Stima della volatilità tramite il processo di mean reverting

Per stimare la volatilità in un processo di mean reversion si considera inizialmente l'equazione di Ornstein-Uhlenbeck per un prezzo, S , spot o forward:

$$dS = \alpha(\bar{S} - S)dt + \sigma dz$$

Equazione 24

Se si prevede che il prezzo iniziale sia $S(0)$ allora il prezzo atteso diventa $S + (S(0) - \bar{S}) \exp(-\alpha t)$. Dal momento che il termine $\exp(-\alpha t)$ tende a 0, al crescere di t , l'aspettativa del prezzo a lungo termine volgerà a $\bar{S}$.

Il secondo termine di questa equazione potrebbe essere confuso con la parte che riguarda la diffusione nel moto browniano geometrico, ma in questo caso l'interpretazione della volatilità assume un significato diverso: ovvero nell'equazione la variazione del prezzo, dS , è valutata in dollari per unità fisiche, mentre dz è senza unità di misura; quindi, la volatilità in questo caso sarà anch'essa calcolata in dollari, a differenza di quello che succede nel modello Black-Scholes-Merton.

Un altro metodo per stimare la volatilità in un processo di mean reversion è estrapolarla dai dati storici. In caso si necessita di uno strumento che stimi in modo congiunto sia il tasso di mean reversion sia il valore della volatilità. Partendo sempre dall'equazione a inizio paragrafo e procedendo con la sua discretizzazione per rappresentare un processo auto regressivo di ordine uno, come di seguito:

Equazione 25

$$\Delta S_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t + \varepsilon_t$$

Questo $(dt \rightarrow 0)$: fa desumere che la prima equazione del paragrafo non è altro che il caso

$$S_{t+1} - S_t = \bar{S}(1 - e^{-\alpha}) + (e^{-\alpha} - 1)S_t + \nu_t$$

limite del seguente processo

Equazione 26

L'ultimo termine dell'equazione, ν_t , è normalmente distribuito con varianza fornita da:

$$\sigma_\nu^2 = \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha})$$

Equazione 27

I parametri dell'equazione Ornstein-Uhlenbeck possono essere ricavati dai coefficienti calcolati nella versione discreta della formula, come nel seguente modo:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= -\alpha_0/\alpha_1 \\ \alpha &= -\ln(1 + \alpha_1) \\ \sigma &= \sigma_\nu \sqrt{\frac{\ln(1 + \alpha_1)}{\ln(1 + \alpha_1)^2 - 1}}\end{aligned}$$

Equazione 28

Prima di proseguire con l'analisi sulla volatilità bisogna soffermarsi su due punti nei quali mediamente si riscontrano non poche problematiche, essi sono: la scelta del fattore di annualizzazione e l'uso dei dati intraday. Riguardo il primo si pone il problema di determinare un numero valido di giorni di contrattazione in un anno. Nel 1986 i due economisti French e Roll hanno confrontato la varianza dei rendimenti dei prezzi durante la settimana con quelli del weekend, gli autori sono arrivati

alla conclusione che il fine settimana corrispondeva a 1,107 giorni di negoziazione; quindi, tre giorni di weekend corrispondono a uno durante la settimana.

Questo può essere spiegato attraverso la volatilità in quanto essa è collegata alle attività di compravendita ed è noto che nel weekend questa tenda a diminuire drasticamente.

French e Roll tramite il valore ricavato dalla loro analisi sono riusciti a calcolare il fattore di annualizzazione che è pari a 266 [= $52 * (4 + 1.107)$].

Ciò nonostante, nei mercati dell'energia questa disuguaglianza durante la settimana è meno evidente a tal punto che si potrebbe sostenere che le notizie concernenti gli eventi politici e meteorologici hanno un flusso continuo durante tutto l'arco della settimana.

Una soluzione univoca per trovare un fattore di annualizzazione è quello di concordare un risultato su tutta la linea per tutte le materie prime, in questo senso Clewlow e Strickland consigliano di utilizzare il numero 250.

La seconda problematica riscontrata è inerente alla variabilità del prezzo infra-giornaliero; infatti, essendo normalmente la volatilità calcolata nei prezzi di chiusura del mercato questo porta alla perdita di informazioni molto importanti, in quanto sono disponibili informazioni più estese sulle variazioni tra il prezzo di apertura e di chiusura. In particolare, i mercati dell'elettricità sono contraddistinti da un'elevatissima volatilità dei prezzi infra-giornalieri.

Una parte fondamentale insieme al calcolo dei parametri e spesso più complicato è il processo di verifica della veridicità del modello proposto. È possibile utilizzare una grande quantità di stimatori ma non esiste uno preferito agli altri, nella prassi per essere considerato un buon strumento di stima deve presentare essenzialmente due caratteristiche: l'imparzialità e l'efficienza.

Lo stimatore di un parametro è definito come un numero casuale con media e varianza, deve essere la migliore stima possibile ovvero se $\tilde{\theta}$ è la stima del valore vero θ , allora è desiderabile che $E[\tilde{\theta} - \theta] = 0$ e congiuntamente è preferibile avere una varianza quanto più piccola possibile.

Di fronte a due possibilità è meglio una misurazione distorta ma efficiente piuttosto che una imparziale ma inefficace, questo perché saranno forniti limiti più vincolati sulla disponibilità dei valori dei parametri.

Infine, bisogna menzionare il fatto che queste proprietà sono applicabili solo a un campione finito, come spesso accade nella realtà non si conoscono le proprietà finite di uno stimatore quindi il

confronto avviene con le caratteristiche asintotiche, cioè nel limite della grande dimensione del campione, e le più importanti sono: la consistenza; la normalità asintotica e la correttezza asintotica.

L'idea di base delle proprietà asintotiche è che aumentando il campione di riferimento è possibile migliorare la stima.

Ad esempio, uno stimatore può passare da distorto a non aumentando sufficientemente il campione, per cui n (ad es. numero di osservazioni) tende all'infinito.

La correttezza asintotica si ha quando uno stimatore T di θ è asintoticamente non distorto se:

$$E_{\theta}(T_n(\mathbf{X})) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \theta$$

Si può parlare di uno stimatore consistente se:

$$T_n \xrightarrow{p} \theta$$

Per n che tende a ∞ ; quindi, più è grande il campione più è veritiera la stima.

Uno stimatore T_n è asintoticamente Normale se:

$$\sqrt{n}(T_n - \theta) \xrightarrow{d} N(0, V)$$

Se la varianza (V) è più piccola di tutti gli altri stimatori, allora T_n è considerato asintoticamente normale.

2.2 Curva Forward Energetiche

Il calcolo dei prezzi dei derivati energetici può partire da due elementi: la volatilità dei prezzi forward e una curva che descriva il percorso del prezzo dell'energia elettrica da oggi fino al futuro.

Tramite la curva forward è possibile ricavare delle informazioni riguardo il prezzo; infatti, attraverso il prezzo forward un utente potrebbe bloccare la possibilità di acquisto o di vendita dell'energia spot in un determinato periodo di tempo nel futuro al prezzo forward.

In altre parole, la curva forward è una stima del prezzo da oggi al futuro dell'energia consegnata in Italia.

Un esempio di curva forward è presentato nella figura 10:

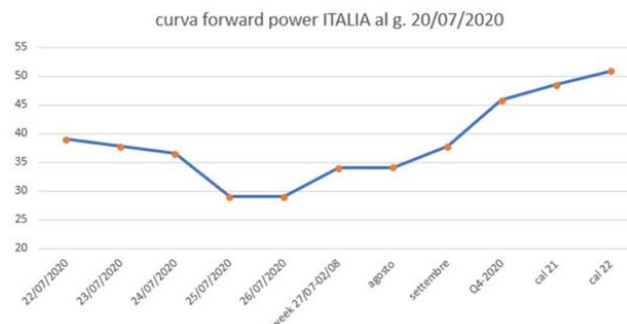


Figura 10 - Curva forward power ITA (fonte: Wikipedia)

La curva forward rappresenta di per sé l'aspettativa che hanno oggi gli operatori dei prezzi PUN (Prezzo Unico Nazionale) per i periodi avvenire.

In molti mercati il prezzo di un contratto forward può essere derivato dal prezzo spot di uno strumento, la dinamica che lega questi due prezzi viene dal fatto che il payoff che proviene dalla vendita di un forward è uguale alla situazione in cui un soggetto prenda a prestito del denaro e con esso si finanzia per acquistare uno strumento finanziario, questo asset viene tenuto fino a scadenza e dal ricavo della vendita ripaghi il finanziamento. Questo concetto può essere formulato nella seguente equazione e prende il nome di costo di trasporto:

$$F(t, s) = S(t)e^{r(s-t)}$$

Equazione 29

Nell'equazione 29 $S(t)$ è il prezzo dell'asset al tempo t , $s-t$ rappresenta la vita del forward e r è il costo del finanziamento a un tasso composto.

Qualora il prezzo di mercato del forward sia più costoso della relazione del costo di trasporto si potrebbero creare delle opportunità di arbitraggio: da un lato si prende in prestito dei fondi da investire per comprare l'asset, dall'altro si apre una posizione corta sul contratto forward, in questo modo si crea un profitto alla scadenza derivante dalla differenza tra l'ammontare di soldi che provengono dalla vendita al prezzo concordato dello strumento e il denaro che rimane dalla vendita dell'asset tenuto fino a scadenza una volta estinto il finanziamento.

La formula del costo di trasporto deve essere integrata con il costo di immagazzinamento, w , in quanto tra le ipotesi di mercato considerate vi è la possibilità per gli operatori di vendere e acquistare allo scoperto.

La formula rivisitata diventa:

$$F(t, s) = S(t)e^{(r+w)(s-t)}$$

Equazione 30

Essendo il tasso di interesse e il costo di immagazzinamento positivi la curva forward è inclinata positivamente; dunque, il prezzo a termine è maggiore di quello a breve.

Un'altra determinante della formula del costo di trasporto è il tasso di convenienza, δ , che indica che alcuni operatori al posto di aprire una posizione su un contratto futures preferiscono tenere la merce in magazzino e consumarla quando si vuole.

In altri termini il tasso di convenienza è il flusso di dividendi continui effettivi che il detentore dell'asset percepirà.

A seguito dell'integrazione dell'ultima variabile, la formula finale dell'equazione 29 viene espressa come:

$$F(t, s) = S(t)e^{(r+w-\delta)(s-t)}$$

Equazione 31

In base ai valori del tasso di convenienza e il costo di immagazzinamento la curva forward avrà un'inclinazione positiva o negativa.

Per alcune merci la curva forward non è facilmente componibile come, ad esempio, il caso dell'elettricità o del gas in quanto questi asset sono contraddistinti da forti cicli stagionali che variano anche in base al territorio in cui vengono consumati.

Nella curva forward del gas è possibile notare numerosi picchi in particolare nelle stagioni invernali in quanto la domanda di questa materia è molto alta, essendo la principale fonte per alimentare i riscaldamento.

Chiaramente quando c'è una forte presenza di cicli stagionali in diversi periodi e quindi con un margine di prezzi elevato per gli operatori del mercato si creano delle possibilità di arbitraggio.

La presenza di opportunità di arbitraggio di tipo continuo secondo Leong, attraverso il libro "The Forward Curve in the Electricity Market" del 1997, è dovuta da varie cause, tra le altre quella che più

risalta è il fatto che queste opportunità provengono da inefficienze tra il mercato forward e quello finanziario.

In ogni caso Leong specifica che per usufruire dell'arbitraggio un operatore deve essere presente contemporaneamente sia nel mercato spot sia in quello dei derivati.

Il mercato dell'elettricità è quello più intricato sotto un punto di vista della stagionalità, questo perché la sua curva forward è essenzialmente contraddistinta da due picchi durante l'anno, uno in inverno e uno in estate.

Il primo è causato dal riscaldamento mentre il secondo è dovuto all'uso dell'aria condizionata.

Il forte livello di stagionalità nel settore dell'elettricità è dovuto principalmente al fatto dell'impossibilità di immagazzinare questa materia prima; quindi, una volta prodotta deve essere immediatamente consumata.

Questa situazione comporta l'assenza di arbitraggio, in quanto quest'ultimo basa le proprie fondamenta sulla conservabilità della merce di flusso.

Un altro fattore che descrive la stagionalità dell'elettricità è il fatto che questo settore si svolge a livello regionale, comportando differenze a causa delle condizioni intrinseche di ogni territorio come, ad esempio, i metodi produzione dell'elettricità, oppure la quantità domandata e quella offerta o, ancora, le condizioni meteorologiche.

Per costruire la curva forward del mercato elettrico ci sono essenzialmente tre approcci principali: l'approccio arbitrario, l'approccio econometrico e l'approccio basato sul modellamento del prezzo spot.

In questa tesi sarà utilizzato solo l'ultimo approccio, il quale deriva i prezzi forward dall'utilizzo di fattori stocastici sottostanti come, ad esempio, i prezzi spot, il tasso di convenienza oppure il tasso di interesse.

In altri termini, questo approccio utilizza questi fattori stocastici per tracciare il percorso del prezzo spot.

2.3 Derivati energetici: strutture e applicazioni

Questa parte dell'elaborato focalizzerà l'attenzione sugli swap, tipico strumento standard over-the-counter, per poi spostare lo studio sulle opzioni esotiche, in particolare le opzioni spread. Quest'ultimo tipo di derivati presenta una struttura di payoff più complessa rispetto ai tipi standard, sono anche riconosciute con lo pseudonimo di opzioni di seconda generazione oppure "path dependent".

Un apprezzato strumento di copertura dal rischio di base sono appunto i derivati di tipo spread, Kaminski e Gibner in un articolo del 1995 che delineava le opzioni esotiche, sostenevano che “una delle ragioni principali per cui le opzioni esotiche sono state accettate nell’industria energetica è che le opzioni erano, di fatto, incorporate in molti contratti energetici molto prima che diventassero strumenti di moda di ingegneria finanziaria.

Nonostante il canale principale di scambio dei derivati sia over-the-counter, esiste un determinato numero di borse valori in cui sono presenti i prodotti energetici, tra cui: il New York Mercantile Exchange (NYMEX), in cui sono trattati futures e opzioni di tipo americano su petrolio, gas ed elettricità; il Chicago Board Options Exchange; il Sydney Futures Exchange in Australia e, infine, il Nordic Electricity Exchange.

2.3.1 Swaption energetici europei

Uno dei più conosciuti strumenti negoziati nel settore energetico sono i cosiddetti Swaps, i primi energy swap sono stati scambiati nell’ottobre del 1986 quando Chase Manhattan Bank ha fatto da controparte di Cathay Pacific Airways e Koch Industries in uno swap di prezzo indicizzato al petrolio; simili situazioni si sono avute con Citibank, Phibro Energy e Bankers Trust, tutte queste banche hanno anticipato la tendenza a questo fenomeno e sono riusciti a posizionarsi tra i principali fornitori di derivati energetici.

Lo scopo di uno Swap è bloccare un prezzo fisso per una certa quantità predeterminata ma non necessariamente costante, sono anche conosciuti come contratti per differenza (CFD) oppure anche come contratti fissi per fluttuanti.

Uno Swaption è un’opzione europea su uno scambio di energia. Ci possono essere due tipi di Swaption: payer swaption oppure receiver swaption. Nel primo caso si tratta di un’opzione call sullo swap, la quale conferisce al titolare il diritto di stipulare uno swap pagando il prezzo fisso K (prezzo di esercizio) e ricevere il prezzo spot variabile dell’energia. Nel secondo caso si tratta invece di un’opzione put sullo swap, questa dà all’acquirente il diritto di vendere lo swap o ricevere il prezzo fisso K e pagare il prezzo variabile.

Supponendo le date in cui si verificano i flussi di cassa dello swap, s_k ($k=1, \dots, m$), il payoff del payer swaption può essere formulato come segue:

$$\max\left(0, \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (F(T, s_k) - K)\right)$$

Equazione 32

L'equazione può essere riscritta in modo tale da riflettere il caso in cui il payoff non venga regolato in contanti, ovvero il titolare dell'opzione apre una nuova posizione di swap "fisico": in questa situazione i pagamenti saranno regolati alle date di riposo dello swap e quindi il payoff al tempo T deve mostrare anche questi flussi di cassa futuri, nel seguente modo:

$$\max\left(0, \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m P(T, s_k)(F(T, s_k) - K)\right)$$

Equazione 33

$P(T, s_k)$ rappresenta il valore di un'obbligazione a sconto puro con scadenza al tempo s , analizzato alla scadenza dell'opzione, se non si assume che i tassi d'interesse stocastici siano correlati al prezzo dell'energia allora il termine citato corrisponde alla funzione di sconto iniziale.

Per quanto riguarda il receiver swaption, il payoff nel caso in cui fosse regolato in contanti può essere formulato nel seguente modo:

$$Swpn(t; K, T, \{s_k\}, m) = P(t, T)E_t\left[\max\left(0, \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (F(T, s_k) - K)\right)\right]$$

Equazione 34

Mentre laddove il regolamento previsto sia fisico, l'equazione si può riformulare come segue:

$$Swpn(t; K, T, \{s_k\}, m) = P(t, T)E_t\left[\max\left(0, \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m P(T, s_k)(F(T, s_k) - K)\right)\right]$$

Equazione 35

Lo swaption può essere definito come un'opzione su un portafoglio di contratti a termine, questa locuzione deriva da una estensione della definizione di swap; sono in generale acquistati da istituzioni che, in casi di improvviso cambio di scenario, necessitano di una copertura a prezzo fisso di uno swap, infatti a seguito dell'acquisto da parte dell'istituto di uno swap con avvio a termine, esso si bloccherebbe ai prezzi di swap correnti e nel caso in cui i prezzi svoltassero verso il basso l'ente non potrebbe partecipare ai risparmi.

La soluzione di questa casistica avviene appunto attraverso l'acquisto di uno swaption: se i prezzi si muovessero favorevolmente, l'ente a seguito dell'acquisto si aggancerebbe ai prezzi swap di mercato correnti esercitando l'opzione; in caso contrario l'ente non usufruisce dell'opzione e ottiene lo swap in modo più conveniente direttamente dal mercato.

2.3.2 Calendar spread option

Una opzione molto utilizzata nel settore energetico, in particolare tra gli operatori che sono esposti alla differenza di prezzo di energie correlate oppure operatori che coprono più di un mercato, è la cosiddetta opzione spread che appunto è scritta sulla differenza tra due prezzi.

Di seguito viene descritto il payoff di un particolare tipo di questa opzione, dove questa è scritta sullo spread di due contratti futures a scadenza diversa sullo stesso strumento spot sottostante ed è chiamata Calendar Spread.

Siano $F(t, s_1)$ e $F(t, s_2)$ il prezzo corrente dei contratti futures sulla stessa energia, ad esempio il petrolio, che si perfezionano rispettivamente ai tempi s_1 e s_2 , allora il payoff alla scadenza di un'opzione call spread di tipo europeo con strike K e scadenza T ($t \leq T \leq s_1 \leq s_2$) sarà:

$$\max(0, F(T, s_1) - F(T, s_2) - K)$$

Equazione 36

Questo tipo di opzione viene principalmente utilizzata per coprirsi dalle variazioni in futuro della curva dell'energia sottostante. Infine, il valore dell'opzione al tempo t tenendo conto dell'aspettativa scontata può essere calcolato come segue:

$$\text{Calendar_Spread}(t; K, T, s_1, s_2) = P(t, T)E_t[\max(0, F(T, s_1) - F(T, s_2) - K)]$$

Equazione 37

2.4 Modelli per il prezzo spot

2.4.1 Modello a fattore singolo

Il prezzaggio delle opzioni attraverso il modello a fattore singolo necessita sia di prezzi spot che di prezzi futures, per quanto riguarda il percorso dei prezzi spot il modo migliore per determinarlo è la seguente equazione stocastica differenziale in un mondo neutrale al rischio:

$$dS = (r - \delta)Sdt + \sigma Sdz$$

Equazione 38

Dove S è il prezzo spot, r il tasso di interesse, δ è il tasso di convenienza e σ è la volatilità.

δ e r sono costanti, il tasso di convenienza sotto un punto di vista concettuale è visto come un rendimento implicito a favore del possessore del sottostante.

Il valore di un derivato (C) è invece rappresentato da un'equazione differenziale alle derivate parziali:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 C_{SS} + (r - \delta)SC_S + C_t - rC = 0$$

Equazione 39

Per il prezzaggio dei futures si può utilizzare la formula che riguarda il costo di trasporto così come descritta nel paragrafo 2.2:

$$F(t, s) = Se^{(r-\delta)(s-t)}$$

Equazione 40

La volatilità utilizzata nella formula per la valutazione dei derivati la si può sia considerare costante oppure la si può ricavare tramite l'applicazione del lemma di Itô, in cui si spiega di come la volatilità di un prezzo futures sia uguale alla volatilità di un prezzo spot:

$$\sigma_F(t, s) = \sigma$$

Equazione 41

La volatilità di un prezzo futures varia in base alla scadenza, rispetto alla volatilità di un prezzo spot tende a diminuire sempre di più con l'aumentare della scadenza.

Acquisite tutte le variabili e i prezzi, la formula per determinare un'opzione, ad esempio una call europea, è la seguente:

$$c(t, T, s) = P(t, T)[F(t, s)N(h) - KN(h - \sigma\sqrt{T-t})]$$

$$h = \frac{\ln(F(t, s)/K) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Equazione 42

Dove c è l'opzione call europea.

2.4.2 Il modello a fattore singolo di Schwartz

In questo paragrafo si descrive un modello che permette di determinare il prezzo dei derivati energetici, utilizzando come dati i prezzi spot dell'energia.

In particolare, sarà analizzato il modello a fattore singolo di Schwartz.

Il modello da utilizzare per prezzare i derivati varia in base sia alle caratteristiche del mercato di riferimento sia in base alla tipologia dei contratti su cui deve essere applicato.

La principale distinzione tra modelli avviene tramite la forma della curva di volatilità dei prezzi forward/futures.

I prezzi dell'opzione dipendono dall'integrale della variazione del prezzo forward sottostante durante l'arco temporale dell'opzione.

La scelta del modello a fattore singolo di Schwarz deriva dal fatto che in alcune situazioni dove l'integrale della variazione del prezzo si trova su una parte della curva non costante si necessita di utilizzare un modello che rifletta la regione della curva critica, in particolare questo succede per le opzioni a breve scadenza su forward a breve scadenza.

L'ipotesi che viene adottata dal modello Black & Scholes per cui la volatilità è costante non può essere assunta: infatti, si è osservato che i forward a più lunga scadenza sono meno volatili di quelli a breve. Schwartz ha introdotto un modello che tenga conto di questo fattore assumendo una dinamica per il prezzo spot di tipo mean reverting. Il processo può essere formulato come segue:

$$dS = \alpha(\mu - \lambda - \ln S)Sdt + \sigma Sdz$$

Equazione 43

Dove: α è il tasso di “mean reversion”, variabile che indica la velocità di aggiustamento del prezzo spot a tornare a dei livelli di lungo termine μ , σ indica la volatilità del prezzo spot e λ il prezzo di mercato del rischio energetico.

Se nell'equazione sopra descritta si pone $x = \ln S$ e si applica il lemma Itô (nota 1), il log price può essere espresso attraverso un processo di Ornstein-Uhlenbeck, nel seguente modo:

$$dx = \alpha(\hat{\mu} - x)dt + \sigma dz$$

Equazione 44

Dove: $\hat{\mu} = \mu - \lambda - \frac{\sigma^2}{2\alpha}$

Da questo punto si determina l'equazione differenziale che consente di determinare il prezzo di contratti cui il payoff varia in base al prezzo spot dell'energia e al tempo:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 C_{SS} + \alpha(\mu - \lambda - \ln S)SC_S + C_t - rC = 0$$

Futures e forward pricing

Date le condizioni di contorno, i prezzi futures e futures con scadenza s possono essere espressi attraverso la seguente equazione:

$$F(t, s) = \exp \left[e^{-\alpha(s-t)} \ln S + (1 - e^{-\alpha(s-t)}) \left(\mu - \lambda - \frac{\sigma^2}{2\alpha} \right) + \frac{\sigma^2}{4\alpha} (1 - e^{-2\alpha(s-t)}) \right]$$

La figura 11 mostra, da un punto di vista temporale, la velocità con cui il prezzo futures, calcolato tramite l'equazione sopra citata, torna ai livelli di lungo termine. Dal grafico si nota che a valori maggiori del tasso di “mean reversion” la curva del prezzo futures si stabilizza sui livelli medi di lungo termine in meno tempo rispetto a valori minori del tasso di “mean reversion”.

Il grafico è stato costruito adottando i seguenti parametri: presso spot (S)=110; volatilità (σ)= 0.3; lambda (λ)= 0 e infine la media è stata fissata al valore di $\ln(100)$.

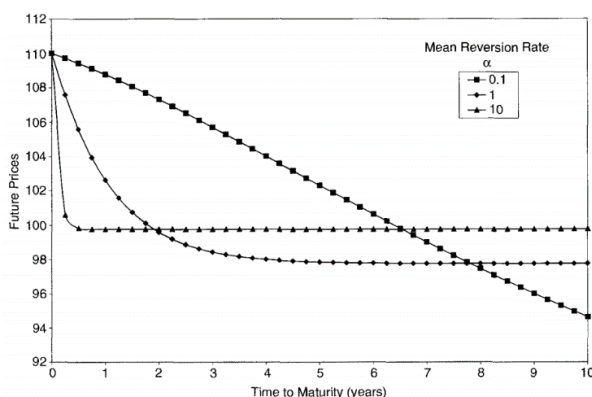


Figura 11 - Percorso del prezzo futures a seconda del livello del tasso di reversione (Strickland & Clewlow, 2000)

Per scadenze molto lunghe, tendenti all'infinito, la curva futures non risulta essere in linea con la media attesa; infatti, come si evince dalla figura 12, sarebbe opportuno aggiustare i prezzi con un ammontare che varia in base ai valori scelti per il tasso di “mean reversion” e la volatilità, quanto detto si traduce matematicamente nella seguente equazione:

$$F(t, \infty) = \exp \left[\mu - \lambda - \frac{\sigma^2}{4\alpha} \right]$$

Applicando il lemma di Itô² è possibile determinare la struttura a termine della volatilità utilizzata nel modello a fattore singolo di Schwartz, in sintesi si ottiene la seguente equazione:

$$\sigma_F(t, s) = \sigma e^{-\alpha(s-t)}$$

Equazione 48

Nella figura 12 si rappresenta l'effetto della mean reversion sulla struttura a termine della volatilità dei prezzi futures.

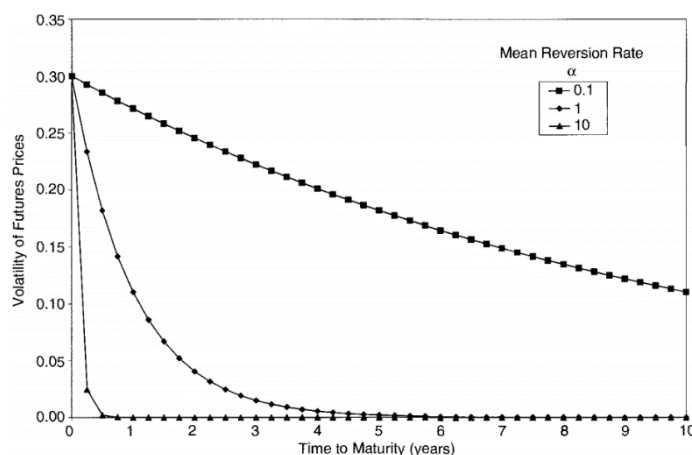


Figura 12 - Struttura a termine della volatilità (Strickland & Clewlow, 2000)

Da esso si deduce che a scadenze elevate la curva di volatilità si avvicina allo zero; infatti, anche dall'equazione 48 si nota che ad un incremento del tasso di “mean reversion” l'attenuazione della curva diventa più ripida.

Dunque la scelta di questo modello risulta più realistica quando si voglia analizzare dei dati reali rispetto all'adozione di un modello Black & Scholes proprio per questa caratteristica del modello a fattore singolo di Schwartz di catturare il percorso di un prezzo spot con volatilità non costante e caratterizzato da un ritorno alla media di lungo periodo, nonostante ciò l'utilizzo di questo modello rimane ristretto a determinate situazioni, ovvero tutte quei contratti che non prevedono scadenze lunghe perché da come si è potuto vedere dalla figura 12 la volatilità tende a zero nel lungo periodo,

² Il lemma di Itô consente di derivare la dinamica di un processo stocastico $G(t, S_t)$, ove S_t è un processo che soddisfa l'equazione:

$$dS_t = \mu(t, S_t)dt + \sigma(t, S_t)dW_t$$

Sotto opportune ipotesi sulla funzione G , $G(t, S_t)$ soddisfa:

$$dG(t, S_t) = \left(\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial S_t} \mu + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S_t^2} \sigma^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S_t} \sigma dW_t$$

dove: $\mu = \mu(t, S_t)$; $\sigma = \sigma(t, S_t)$

in particolare questo fenomeno è osservabile quando il parametro della reversione ha un valore superiore a 7 e una scadenza superiore all'anno solare.

Option pricing

L'equazione per calcolare il prezzo di un'opzione call europea con scadenza in T su un contratto futures con scadenza al tempo s determinata tramite il modello a fattore singolo di Schwartz è data da:

$$c(t, T, s) = P(t, T)[F(t, s)N(h) - KN(h - \sqrt{w})]$$

Equazione 49

Dove:
$$h = \frac{\ln(F(t, s)/K) + \frac{1}{2}w}{\sqrt{w}}$$

Nell'equazione P(t, T) rappresenta il fattore di sconto a scadenza T, F(t, s) è il prezzo del forward e, infine, w^2 è dato dall'integrale della varianza del rendimento del forward su tutto l'arco temporale dell'opzione.

w^2 è calcolato come di seguito:

$$\begin{aligned} w^2 &= \int_t^T \sigma^2 e^{-2\alpha(s-u)} du \\ &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} \left(e^{-2\alpha(s-T)} - e^{-2\alpha(s-t)} \right) \end{aligned}$$

Equazione 50

Ponendo $s=T$ l'opzione sul future si trasforma in un'opzione sull'energia spot, da questa condizione l'equazione per calcolare il prezzo dell'opzione è la seguente:

$$\begin{aligned} c(S, t, T) &= P(t, T)[F(t, T)N(h) - KN(h - \sqrt{w})] \\ h &= \frac{\ln(F(t, T)/K) + \frac{1}{2}w}{\sqrt{w}} \\ w^2 &= \frac{\sigma^2}{2\alpha} \left(1 - e^{-2\alpha(T-t)} \right) \end{aligned}$$

Equazione 51

Fornendo nel grafico 12 i seguenti parametri:

T = 3 mesi

s = 1 anno

K = 100

r = 5%

σ = 30%

Per la variabile α si utilizzano i valori 0.1, 1 e 10, in tal modo è possibile mostrare gli effetti di come la velocità del parametro di mean reversion influenza i prezzi di un'opzione call europea sui futures.

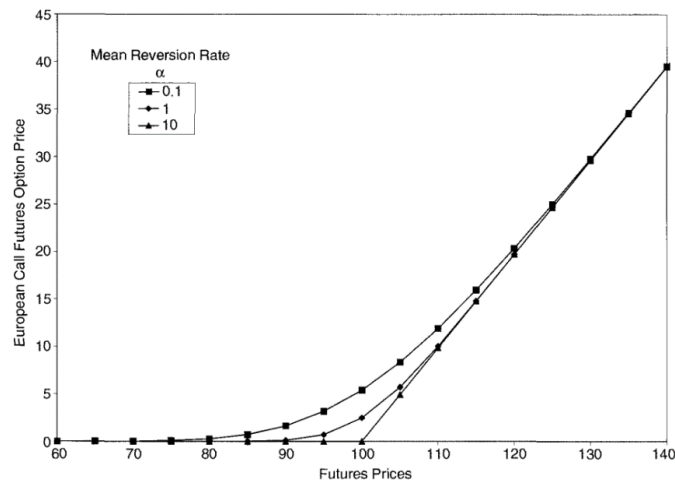


Figura 13 – Effetto della reversione media sul prezzo di un'opzione (Strickland & Clewlow, 2000)

Dal grafico è possibile notare che al crescere del tasso di mean reversion, i prezzi dell'opzione crescano in modo più veloce rispetto a valori bassi.

2.4.3 Modello a due fattori

Il problema principale di utilizzare un modello a fattore singolo risiede nel fatto che la volatilità con l'aumentare della scadenza tende a zero. Questa problematica la si può neutralizzare introducendo un secondo fattore stocastico caratterizzato da un processo che nel lungo periodo ritorni alla media.

Un'equazione di questo tipo è composta da un primo fattore in cui il prezzo spot segue un moto browniano geometrico, mentre il secondo fattore è un processo mean reverting, in termini matematici può essere rappresentato come segue:

$$d\delta = \alpha_{\delta}(\bar{\delta} - \delta)dt + \sigma_{\delta}dz_{\delta}$$

Equazione 52

$L'\alpha_{\delta}$ rappresenta figurativamente la velocità di aggiustamento ed è la volatilità del tasso di convenienza, il $\bar{\delta}$ è invece il tasso di convenienza medio di lungo termine.

Il prezzo spot e il tasso di convenienza sono collegati tra loro tramite un coefficiente di correlazione pari a $\rho_{S\delta}$ in quanto entrambi sono il risultato degli incrementi dei moti browniani.

L'unione del prezzo spot con il tasso di convenienza crea un'equazione differenziale tramite cui si può calcolare il prezzo dei derivati, come di seguito:

$$\frac{1}{2}C_{SS}S^2\sigma^2 + \frac{1}{2}C_{\delta\delta}\sigma_{\delta}^2 + C_{S\delta}S\rho_{S\delta}\sigma\sigma_{\delta} + C_S S(r - \delta) + C_{\delta}(\alpha_{\delta}(\bar{\delta} - \delta) - \lambda_{\delta}\sigma_{\delta}) + C_t = 0$$

Il simbolo λ_δ indica il prezzo di mercato del rischio per unità di tasso di convenienza, che codifica il profilo di rischio di un agente finanziario.

Schwartz nel 1997 deriva un'espressione per calcolare il prezzo futures assumendo però un tasso di interesse costante pari a r , l'espressione è così strutturata:

$$F(t, s) = S \exp \left(-\delta \frac{1 - e^{-\alpha_\delta(s-t)}}{\alpha_\delta} + A(t, s) \right)$$

$$A(t, s) = \left(r - \hat{\delta} + \frac{1}{2} \frac{\sigma_\delta^2}{\alpha_\delta^2} - \frac{\sigma \sigma_\delta \rho_{S\delta}}{\alpha_\delta} \right) (s - t) + \frac{1}{4} \sigma_\delta^2 \frac{1 - e^{-2\alpha_\delta(s-t)}}{\alpha_\delta^3}$$

$$+ \left(\hat{\delta} \alpha_\delta + \sigma \sigma_\delta \rho_{S\delta} - \frac{\sigma_\delta^2}{\alpha_\delta} \right) \frac{1 - e^{-\alpha_\delta(s-t)}}{\alpha_\delta^2}$$

$$\hat{\delta} = \bar{\delta} - \frac{\lambda_\delta}{\alpha_\delta}$$

Graficamente il prezzo di un futures nell'ambito del modello a due fattori di Schwartz che varia in base alla velocità di aggiustamento (α_δ), può essere rappresentato come segue:

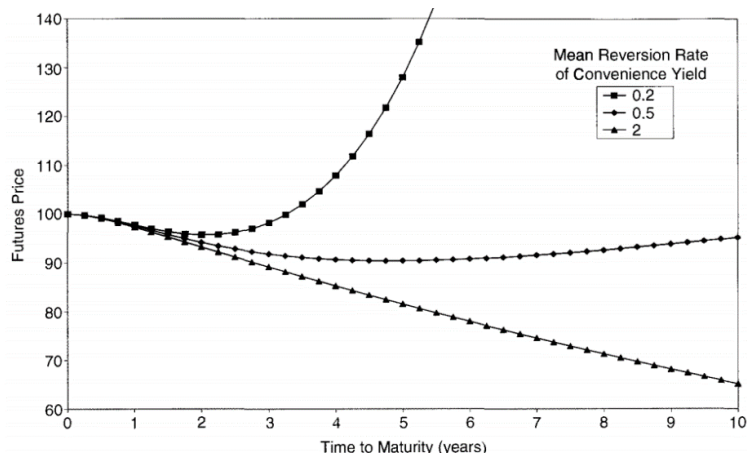


Figura 14 – Prezzo futures nel modello a due fattori di Schwarz (Strickland & Clewlow, 2000)

Come si nota dalla figura 14 a bassi valori di α_δ il prezzo tende a essere più volatile e ad allontanarsi dalla media, nel caso opposto, invece a livelli elevati, tende a diminuirne l'effetto di reversione alla media.

Tramite l'applicazione del lemma di Itô è possibile arrivare alla volatilità di un contratto futures partendo dall'equazione (54) utilizzata per calcolare il prezzo futures:

$$\sigma_F(t, s) = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_\delta^2 H_\delta(t, s)^2 - 2\sigma\sigma_\delta \rho_{S\delta} H_\delta(t, s)}$$

Equazione 55

La volatilità del prezzo futures come si nota dall 'equazione è condizionata dalla correlazione che vige tra la volatilità sia del prezzo dell'asset sia del tasso di convenienza.

A scadenze elevate, tendenti all'infinito, la volatilità del futures si posiziona su valori fissi, così come rappresentato dalla seguente equazione:

$$\sigma_F(t, \infty) = \sqrt{\sigma^2 + \frac{\sigma_\delta^2}{\alpha_\delta^2} - \frac{2\sigma\sigma_\delta \rho_{S\delta}}{\alpha_\delta}}$$

Equazione 56

Strutturando la volatilità in questo modo si riesce a smorzare il suo effetto nelle scadenze a breve termine per la presenza della reversione media e posizionarsi su valori fissi diversi dallo zero per le scadenze a lungo termine.

Dati i vari parametri, tra cui la scadenza (T), il prezzo d'esercizio (K), il prezzo futures e la volatilità è possibile calcolare il valore di un'opzione, ad esempio una call europea, in regime di modelli a due fattori attraverso la seguente formula:

$$\begin{aligned} c(t, T, s) &= P(t, T) [F(t, s)N(h) - KN(h - \sqrt{w})] \\ h &= \frac{\ln(F(t, s)/K) + \frac{1}{2}w^2}{\sqrt{w}} \\ w^2 &= \sigma^2(T - t) - \frac{2\sigma\sigma_\delta \rho_{S\delta}}{\alpha_\delta} \left((T - t) - \frac{(e^{-\alpha_\delta(s-T)} - e^{-\alpha_\delta(s-t)})}{\alpha_\delta} \right) \\ &\quad + \frac{\sigma_\delta^2}{\alpha_\delta^2} \left((T - t) - \frac{2}{\alpha_\delta} (e^{-\alpha_\delta(s-T)} - e^{-\alpha_\delta(s-t)}) + \frac{1}{2\alpha_\delta} (e^{-2\alpha_\delta(s-T)} - e^{-2\alpha_\delta(s-t)}) \right) \end{aligned}$$

Equazione 57

A differenza del modello a un fattore in cui la volatilità basava le sue fondamenta sul prezzo spot e il tempo, il modello a due fattori considera tra gli altri il coefficiente di correlazione, la velocità di ritorno alla media e anche le scadenze sia dell'opzione che del contratto futures, tutti fattori che rendono il calcolo dell'opzione più realistico.

Capitolo 3 - Simulazione del modello a due fattori

3.1 Mercato di riferimento e approccio utilizzato

Il mercato analizzato in questa tesi è il mercato elettrico italiano, i dati forniti da esso saranno utilizzati per prezzare i derivati elettrici, in particolare le opzioni put e le calendar spread, e saranno presi direttamente dalla pagina web del GME³ per quanto riguarda i prezzi spot, per i forward i dati saranno scaricati dal programma Refinitiv Workspace.

Il mercato elettrico italiano viene creato tramite il Decreto Legislativo n.79 del 16 marzo 1999 a seguito dell'adozione da parte dello stato italiano della Direttiva europea inerente alla creazione di un mercato interno sull'energia elettrica.

La gestione economica del mercato energetico all'ingrosso e l'organizzazione è stato affidato al Gestore dei Mercati Energetici Spa (GME), esso opera non solo nel mercato dell'energia elettrica ma anche del gas e dell'ambiente, conducendo lo svolgimento delle varie operazioni attraverso principi di neutralità, trasparenza, obiettività e concorrenza.

Il GME gestisce anche la piattaforma, nota come Borsa Elettrica Italiana o IPEX, in cui avviene la compravendita dell'energia elettrica all'ingrosso.

Nella figura 15 è stato rappresentato la composizione interna del GME:

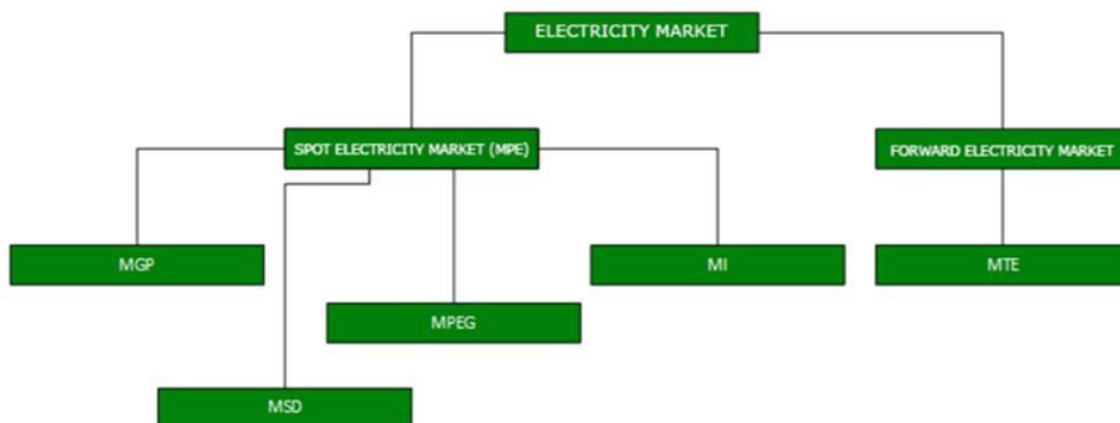


Figura 15 – Composizione interna GME ((GME), 2020)

Il GME gestisce un mercato fisico a termine (MTE), un mercato per la negoziazione continua dei prodotti giornalieri (MPEG), un mercato all'asta del giorno prima (MGP) e un mercato all'asta infragiornaliero (MI).

³ <https://www.mercatoelettrico.org/It/Default.aspx>

I dati utilizzati nell'analisi, scaricati con lo scopo di prezzare le opzioni elettriche, sono presi dal mercato del giorno prima (MGP), dentro di esso transitano le maggiori operazioni di compravendita aventi ad oggetto l'energia elettrica.

Questo mercato è contraddistinto da diverse caratteristiche, tra le quali: i blocchi energetici orari vengono scambiati per il giorno successivo; la seduta si apre alle ore 08:00 del nono giorno antecedente il giorno di consegna e si chiude alle 12:00 del giorno antecedente il giorno di consegna, gli esiti sono visibili entro le ore 12:58 del giorno prima della consegna; si tratta di un mercato all'asta e le offerte dei partecipanti vengono sottoscritte sulla base dell'ordine di merito economico e in base ai limiti di capacità di trasmissione territoriali; le offerte accettate relative alle zone rientranti nel territorio dello stato italiano sono valutate al "Prezzo Unico Nazionale" (PUN) e quest'ultimo è pari alla media dei prezzi delle zone geografiche, ponderata per le quantità acquistate in tali zone.

Il 2020 è stato un anno molto particolare, caratterizzato dall'emergenza sanitaria Covid-19 la quale ha influenzato inevitabilmente anche i mercati energetici.

L'emergenza sanitaria si è sviluppata su scala mondiale costringendo gli stati ad adottare misure e politiche di contenimento al fine di evitare la diffusione del Covid-19.

Una dei primi effetti in ambito economico di questa emergenza è stato il crollo della domanda di beni e servizi, il quale a sua volta ha determinato una riduzione della domanda anche nel mercato delle commodities, di conseguenza anche l'energia elettrica.

In questo periodo i prezzi delle commodities hanno raggiunto minimi storici e la loro stagionalità è stata attenuata o intensificata dagli effetti del Covid-19.

Questo scenario ha dimostrato come sempre più le dinamiche internazionali influiscano nella manifestazione di fenomeni locali, in particolar modo questa idea è supportata nel mercato dell'energia elettrica dove avviene un continuo ampliamento dei meccanismi europei di coupling; infatti, sempre più paesi ottengono dei benefici provenienti dall'armonizzazione degli scambi transfrontalieri.

La tendenza ribassista innescata dalla pandemia si è concentrata nei paesi con la presenza di prezzi strutturalmente più elevati, ad esempio l'Italia, consentendone un graduale allineamento con i prezzi dei paesi dell'Europa centrale.

Le misure adottate dall'Italia, tra cui gli immediati provvedimenti di lockdown, accompagnate dalla veloce espansione della prima ondata hanno portato il prezzo dell'energia elettrica ai suoi minimi storici, ovvero di 38,92 €/MWh (-26%), posizionando il suo spread sui 5/7 €/MWh dal resto dell'Europa continentale che invece si assesta su valori di 30/32 €/MWh.

L'area scandinava risulta essere contraddistinta da un crollo, infatti il prezzo sia assesta a 11€/MWh, valore di gran lunga inferiore rispetto al 2019.

I seguenti grafici mostrano i dati appena forniti:

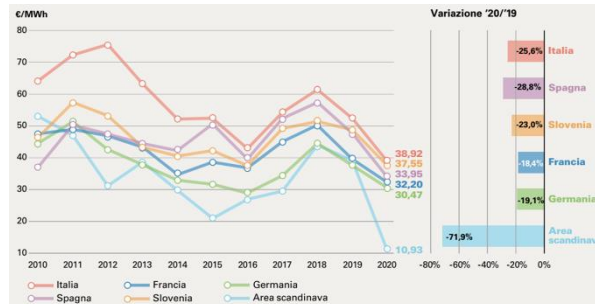


Figura 16 - Prezzi day ahead sulle principali borse elettriche europee. Media annua ((GME), 2020)

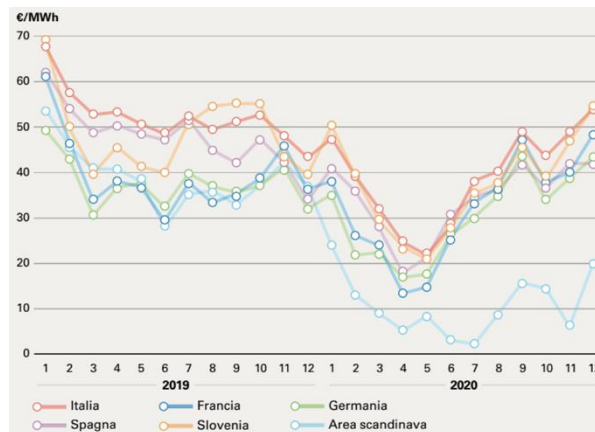


Figura 17 - Prezzi day ahead sulle principali borse elettriche europee. Andamento mensile anni 2019-2020 ((GME), 2020)

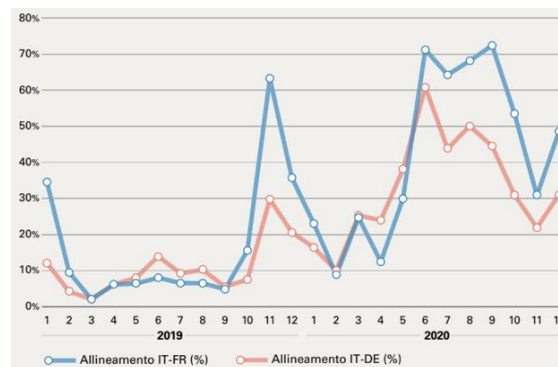


Figura 18 - Frequenza di allineamento Italia-Francia e Italia-Germania. Andamento mensile anni 2019-2020 ((GME), 2020)

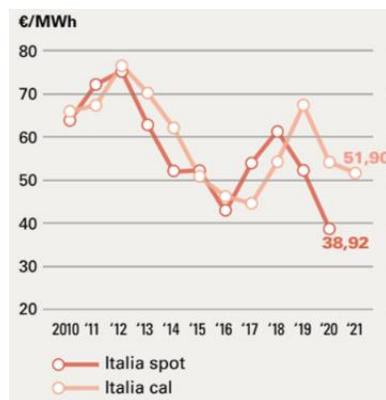


Figura 19 - Prezzi day ahead e corrispondenti quotazioni calendar baseload ((GME), 2020)

Il contesto emergenziale ha degli effetti anche sul Mercato del Giorno Prima (MGP), in particolare contribuisce a una diminuzione dei prezzi e dei volumi, i quali toccano il loro minimo storico; riduce le differenze tra le varie zone; rimodula le quote di mercato a vantaggio dell'energia rinnovabile e, infine, si riscontra un allineamento delle quotazioni con l'estero.

Queste casistiche hanno trovato il loro picco nella parte centrale dell'anno 2020, ovvero quando l'Italia ha adottato misure restrittive in modo da contenere al meglio la pandemia.

Per quanto riguarda i volumi e la liquidità si nota tramite i dati forniti da Terna, gestore della rete di trasmissione italiana, che la richiesta di energia è scesa drasticamente a 302,8 TWh (-5,3%). I motivi di questa diminuzione sono riconducibili a problemi interni al paese: buona parte collegati al decremento degli acquisti nazionali a causa della chiusura della maggior parte delle attività e delle varie misure restrittive adottate dal governo, e in minima parte alla crescita delle esportazioni.

TWh	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	Variazione '20/'19
Richiesta Terna	318,5	310,5	316,9	314,3	320,5	321,4	319,6	302,8	-5,3%
Domanda	329,8	318,2	305,3	301,5	297,4	301,6	302,3	287,2	-5,2%
con indicazione di prezzo	46,5	44,8	36,8	33,0	20,1	18,6	22,7	26,9	18,2%
rifiutata	40,6	36,0	18,1	11,7	5,2	6,0	6,4	7,0	9,2%
Acquisti	289,2	282,0	287,1	289,7	292,2	295,6	295,8	280,2	-5,5%
% su richiesta Terna	90,8%	90,8%	90,6%	92,2%	91,2%	92,0%	92,6%	92,5%	-0,3%
Offerta	532,1	511,7	500,2	502,4	489,9	507,5	503,6	496,7	-1,6%
Vendite	289,2	282,0	287,1	289,7	292,2	295,6	295,8	280,2	-5,5%
a prezzo zero	214,7	212,7	190,5	172,2	162,6	165,6	166,2	168,8	1,3%

Figura 20 - Andamento dei volumi sul MGP ((GME), 2020)

Dal punto di vista della liquidità si registra il valore più alto di sempre (74,9%, +2,8 p.p.), in virtù di una maggior tenuta delle negoziazioni di borsa.



Figura 21 - Liquidità del MGP ((GME), 2020)

Le dinamiche zonali sono state contraddistinte, come si intuisce dalla fig. 21, da un percorso comune un po' su tutte le zone, il calo dei volumi MGP viene interamente assorbito dagli acquisti nazionali ma si concentra in particolare nella zona nord dell'Italia, in quanto tessuto industriale del paese.

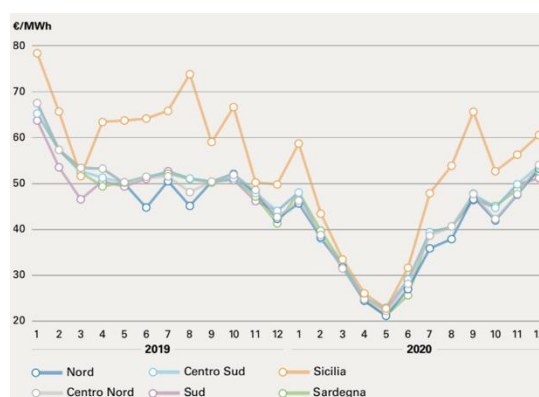


Figura 22 - Prezzi zonali. Andamento mensile anni 2019/2020 ((GME), 2020)

La riduzione dei differenziali di prezzo tra l'Italia e i principali mercati europei a causa della pandemia e la presenza di meccanismi di coupling hanno favorito la riduzione del minimo storico del saldo italiano con l'estero, fenomeno concentrato nel primo lockdown in cui si era di fronte a una diminuzione delle importazioni, ad un aumento delle esportazioni e il netto incremento delle occasioni di export.

Come si denota dalla tabella 22 la riduzione del saldo italiano con l'estero è stato pari al -7%, mentre le esportazioni hanno avuto un incremento del 26%.

Zona	Acquisti		Vendite		Offerta	Domanda		Offerte rigettate		
Nord	150,76	(-7,2%)	128,59	(-2,3%)	244,36	(+3,0%)	152,53	(-6,7%)	115,77	(+9,6%)
Centro Nord	28,91	(-6,9%)	18,66	(-4,4%)	24,74	(-9,2%)	29,61	(-7,1%)	6,08	(-21,3%)
Centro Sud	43,84	(-4,4%)	22,80	(-17,4%)	50,91	(-12,0%)	44,14	(-4,0%)	28,11	(-71%)
Sud	23,02	(-4,4%)	47,10	(-5,2%)	86,09	(+0,7%)	23,23	(-4,1%)	38,99	(+8,9%)
Sicilia	16,63	(-4,4%)	11,06	(-3,9%)	29,46	(-9,4%)	16,69	(-4,2%)	18,40	(-12,5%)
Sardegna	8,41	(-5,9%)	10,07	(-11,9%)	17,73	(-3,7%)	8,49	(-5,9%)	7,66	(+9,7%)
Esteri	8,62	(+26,2%)	41,90	(-7,4%)	43,45	(-5,9%)	12,55	(+13,8%)	1,55	(+70,9%)
Italia	280,18	(-5,5%)	280,18	(-5,5%)	496,75	(-1,6%)	287,24	(-5,2%)	216,57	(+4,0%)

0 Tra parentesi la variazione rispetto all'anno precedente

() Tra parentesi la variazione rispetto all'anno precedente

Figura 23 - Volumi zionali su MGP (TWh). Anno 2020 ((GME), 2020)

L'ultimo effetto causato dalla pandemia è stato quello di una rimodulazione delle quote di mercato, questo è stato dovuto al fatto che a fronte di una riduzione degli acquisti nazionali sono stati indirizzati in questa direzione anche i fornitori di impianti termoelettrici, i quali hanno avuto un calo delle richieste di quasi il 9%.

Da tale situazione le fonti rinnovabili ne hanno tratto beneficio in quanto hanno riscontrato una crescita, in particolare il settore idroelettrico e solare, rispettivamente +1,6% e +5,7%.

	Nord		Centro Nord		Centro Sud		Sud		Sicilia		Sardegna		Sistema Italia	
	MWh	Var	MWh	Var	MWh	Var	MWh	Var	MWh	Var	MWh	Var	MWh	Var
Fonti tradizionali	8.625	-7,8%	884	-7,4%	1.511	-23,6%	3.431	-4,9%	745	+2,8%	795	-14,0%	15.992	-8,8%
Gas	7.687	-4,2%	806	-8,3%	1.006	-19,1%	2.976	-4,8%	694	+2,6%	499	+1,5%	13.669	-5,3%
Carbone	106	-77,0%	-	-	273	-45,7%	185	-16,3%	-	-	243	-33,3%	808	-47,9%
Altre	832	-4,6%	79	+2,4%	232	+0,9%	269	+4,0%	50	+5,1%	53	-22,6%	1.515	-2,5%
Fonti rinnovabili	5.778	+6,3%	1.241	-2,1%	1.069	-5,4%	1.931	-5,7%	514	-12,1%	351	-6,4%	10.883	+0,4%
Idraulica	4.116	+6,0%	317	-6,0%	408	-11,9%	461	-11,5%	124	-12,0%	69	+6,2%	5.495	+1,6%
Geotermica	-	-	646	-1,1%	-	-	0	-	-	-	-	-	646	-1,1%
Eolica	9	-8,1%	24	-17,1%	363	-2,8%	1.091	-6,5%	280	-16,2%	190	-16,6%	1.958	-8,6%
Solare e altre	1.652	+7,2%	254	+2,4%	299	+1,5%	379	+5,3%	109	+0,4%	91	+12,1%	2.784	+5,7%
Pompaggio	237	+17,8%	-	-	15	-56,3%	-	-	0	-	0	-97,9%	252	+6,6%
Totale	14.640	-2,3%	2.125	-4,4%	2.596	-17,4%	5.362	-5,2%	1.259	-3,9%	1.146	-11,9%	27.127	-5,2%

Figura 24 - Vendite zionali per fonte e tecnologia (MWh medi). Anno 2020 ((GME), 2020)

3.2 Le serie storiche analizzate

Al fine di valutare le opzioni e i futures sarà utilizzato il linguaggio di programmazione R, specifico per l'analisi statistica dei dati. L'utilizzo di questo linguaggio è dovuto ragioni di gestione dei dati; infatti, tramite R è possibile estendere l'orizzonte temporale oltre i 250 giorni, valore che caratterizza il programma Excel.

L'analisi in questione è indirizzata verso i derivati elettrici e copre un arco temporale di 6 anni, dal 2015 al 2020; facendo uso di questo linguaggio sarà possibile lavorare i dati in modo più efficiente e inserire nell'analisi elementi caratterizzanti del modello scelto.

Nello svolgimento del modello sarà utilizzato il pacchetto R "NFCP" (N-Factor Commodity Pricing), il quale fornisce una guida per modellare, stimare parametri, effettuare previsioni probabilistiche oppure anche simulare i prezzi.

In termini matematici i modelli di prezzo delle materie prime si presentano sotto forma di equazioni differenziali stocastiche definite al fine di valutare i derivati sulle materie prime, ma anche investimenti relativi ad esse.

I parametri vengono determinati attraverso stime sulla massima verosimiglianza (MLE), partendo dai prezzi futures che in questo caso sono stati scaricati dal portale Refinitiv Workspace.

L'obiettivo è rappresentare degli esempi pratici sulla stima e l'analisi del modello di prezzo delle materie prime, in particolare l'elettricità, utilizzando la struttura del fattore N fornita dal pacchetto "NFCP".

Nei paragrafi successivi saranno riportati i dati e i calcoli relativi al case study scelto per tutti i passaggi, accompagnati dalle rappresentazioni grafiche.

La modellazione dei prezzi delle materie prime viene effettuata con l'utilizzo dei prezzi futures, il motivo di questa scelta riguarda il fatto che questo genere di prezzi contiene informazioni importanti sulle aspettative dei futuri movimenti dei prezzi.

Nei modelli a fattore N vi è la presenza di molti parametri sconosciuti, il numero di queste incognite può essere stimato attraverso la seguente formula: $0,5 (n^2 + 5N)$.

La guida del modello a fattore N descrive il percorso del prezzo di una materia prima e lo rappresenta come la somma correlata di N variabili di stato X_T .

Descritto matematicamente come segue:

$$\log(S_t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^N x_{i,t} & \text{GBM} = T \\ E + \sum_{i=1}^N x_{i,t} & \text{GBM} = F \end{cases}$$

Equazione 58

Dove la prima variabile segue un moto di tipo Browniano geometrico, mentre la seconda variabile di stato segue un processo di tipo Ornstein-Uhlenbeck, mean-reverting.

Nel settore delle materie prime, tra cui anche l'elettricità, la valutazione dei derivati avviene in un contesto neutrale al rischio, in questa versione le variabili di stato possono essere riscritte come:

$$dx_{1,t} = \begin{cases} \mu^* dt + \sigma_1 dw_{1,t} & \text{GBM = T} \\ -(\lambda_1 + \kappa_1 x_{1,t}) dt + \sigma_1 dw_{1,t} & \text{GBM = F} \end{cases}$$

$$dx_{i,t} =_{i \neq 1} -(\lambda_i + \kappa_i x_{i,t}) dt + \sigma_i dw_{i,t}$$

Equazione 59

Dove:

$$E(w_i)E(w_j) = \rho_{i,j}$$

I parametri costanti sono definiti come:

- μ = tasso di crescita a lungo termine;
- E = livello di equilibrio costante;
- κ_i = tasso di inversione della variabile di stato i ;
- σ_i = volatilità istantanea della variabile di stato i ;
- $\rho_{i,j} \in [-1, 1]$ correlazione istantanea tra le variabili di stato i e j ;
- $\mu^* = \mu - \lambda_1$ tasso di crescita a lungo termine neutrale al rischio;
- λ_i = premio per il rischio della variabile di stato i .

I valori costanti contrassegnati dall'asterisco rispecchiano l'ipotesi di neutralità al rischio.

Le variabili caratterizzate da reversione media sotto le ipotesi di neutralità al rischio si indirizzano verso un valore di equilibrio $-\frac{\lambda_i}{\kappa_i}$ ad un tasso di κ_i con la semi-vita impostata come $\frac{\log(2)}{\kappa_i}$.

3.3 Calibrazione del modello a due fattori

Le righe seguenti analizzeranno e metteranno in pratica il pacchetto "NFCP", nella stesura degli esempi si utilizzeranno i dati sull'elettricità provenienti dal mercato elettrico italiano del periodo 2015-2020.

L'intero codice del modello a due fattori è riportato in Appendice.

Il modello a breve e lungo termine di Schwartz e Smith (2000) è uno dei modelli di prezzo delle materie prime più famosi, specialmente quando si utilizzano due fattori come in questo elaborato, il primo fattore segue un Moto Browniano Geometrico mentre il secondo segue un processo di “mean reversion”.

I dati cuciti, come descritti in precedenza vengono presi per l'analisi dalla seguente tabella:

[illegible]

La sigla M indica il mese, la Q il trimestre e la Y l'anno.

Gli errori di misurazione sono stati calcolati tramite la funzione presente all'interno del pacchetto "NFCP" che consente di considerare un numero variabile di errori di misurazione raggruppando una serie di contratti futures in base alla loro scadenza.

In tal modo contratti con scadenze diverse posseggono errori diversi; infatti, per i futures che in generale sono molto diversificati, specialmente per quanto riguarda le scadenze, questo metodo si adatta particolarmente bene.

Il raggruppamento in base alla scadenza avviene attraverso l'argomento: "ME_TTM", questo sta ad indicare la maturità massima da considerare per un dato numero di errori di misurazione.

La stima dei parametri avviene tramite il metodo di massima verosimiglianza.

In R è possibile stimare i parametri in questo modo tramite la funzione "NFCP_MLE" e ottimizzare la stima è possibile utilizzare l'argomento "Domains" per impostare il limite superiore e inferiore.

In questo elaborato ho considerato tre errori di misurazione indipendenti e unici ("N_ME"=3), il primo errore copre un arco temporale che arriva a 6 mesi ("ME_TTM[1]"=0,5), il secondo considera le scadenze che vanno da 6 mesi a un anno e, infine, l'ultimo copre le scadenze che vanno da un anno a due anni.

I parametri costanti del modello sono inseriti nell'elenco "Power_2F" alla voce "estimated_parameters":

```
> print(round(rbind(`Estimated Parameter` = Power_2F$estimated_parameters,
+                 `Standard Error` = Power_2F$standard_errors),4))
```

	mu	mu_rn	lambda_2	kappa_2	sigma_1	sigma_2	rho_1_2	ME_1	ME_2	ME_3
Estimated Parameter	1.6104	-0.2666	-2.2642	0.3577	2.5132	3.2079	-0.9953	0.1306	0	0
Standard Error	0.0891	0.1260	0.0815	0.0010	0.0279	0.0452	0.0008	0.0058	0	0

Figura 25 - stima parametri in R

Come si vede dalla figura tutti i parametri e gli errori stimati sono diversi da zero con un livello di confidenza al 95%, la regolazione di questi valori modifica il grado di adattamento del modello alla struttura a termine.

Gli errori del modello sono stati riportati nella figura 26 e comprende: l'errore quadratico medio ("RMS"), la radice quadrata dell'errore quadratico medio ("RMSE"), l'errore medio e l'errore assoluto.

I risultati dei calcoli sono nella figura sottostante:

```

> print(round(t(Power_2F[["Term Structure Fit"]]),4))
      Mean Error Mean Absolute Error SD Error  RMSE
0.0833333333333333 -0.0174          0.0642  0.1153 0.1163
0.25              -0.0019          0.0496  0.0969 0.0966
0.5               0.0035          0.0235  0.0544 0.0544
1                -0.0062          0.0063  0.0238 0.0246
>
> CN_table3 <- matrix(nrow = 1, ncol = 2, dimnames = list(c("Two-Factor"), c("RMSE", "Bias")))
> CN_table3[, "Bias"] <- c(Power_2F$`Filtered Error`["Bias"])
> CN_table3[, "RMSE"] <- c(Power_2F$`Filtered Error`["RMSE"])

```

Figura 26 - Term Structure Fit

Un'altra misura sulla robustezza del modello consiste nel valutare l'errore quadratico medio (Bias) e l'RMSE sull'intero set di dati della struttura a termine piuttosto che sui singoli contratti, la figura sottostante mostra il valore della robustezza del modello con questo metodo:

	RMSE	Bias
Two-Factor	0.08127633	-0.005489179

Figura 27

L'introduzione del Bias ha determinato una riduzione dell'RMSE totale e la distorsione del set di dati disponibili.

Per conoscere i contratti con il più alto livello di errore è possibile tracciare un grafico nel quale si rappresenta l'errore nei contratti in ogni punto dell'osservazione.

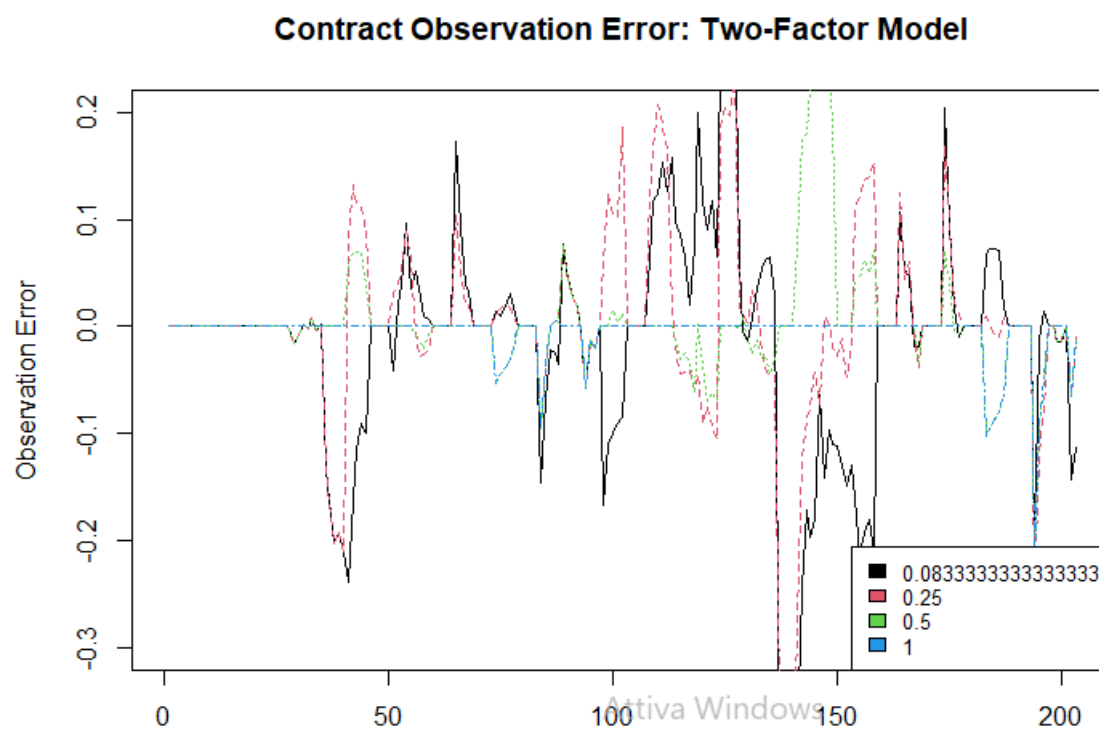


Figura 28 – Errore di Osservazione nei Contratti: Modello a due Fattori

Come si nota dalla figura 28, l'errore nei contratti a breve termine sono molto più elevati rispetto a quelli a lunga scadenza; infatti, la linea rosa e nera che corrispondono ai contratti trimestrali e mensili rispettivamente raggiungono livelli elevatissimi che toccano punte anche di -0,3. la linea blu che corrisponde ai contratti annuali ha un errore di osservazione molto limitato quasi insignificante.

Il modello a due fattori può essere scomposto in due parti: una corrisponde ai prezzi di equilibrio di lungo periodo ed è il fattore 1; l'altra ai prezzi spot di breve termine ed è pari al fattore 2.

Replicando la tabella con i dati appena descritti il risultato finale è:

	Equilibrium Price	Spot Price
1	15.12170108	6.651258
2	13.86577647	6.760312
3	16.48669688	6.678107
4	17.26824705	6.943408
5	17.51083321	7.175912
6	17.85703516	7.417327
7	17.91414397	7.599895
8	18.66528719	7.937010
9	19.29074878	8.254595
10	19.87006374	8.535403
11	17.54440881	9.245370
12	18.07547223	9.585100

Figura 29

Graficamente si può rappresentare come:

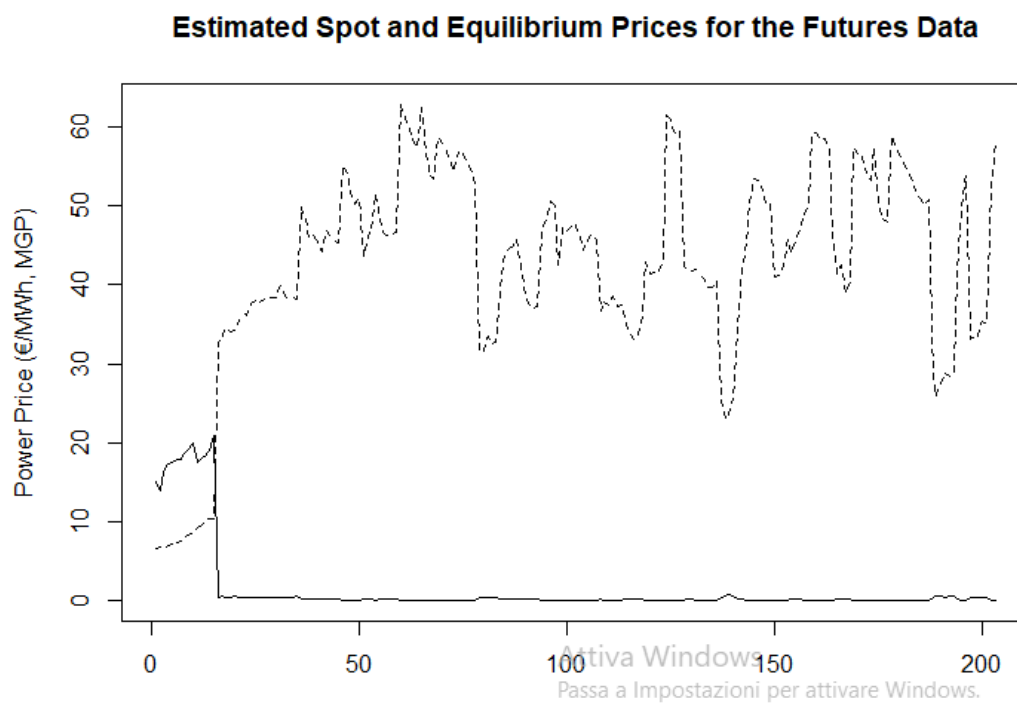


Figura 30 – Stima dei prezzi spot e di equilibrio per i dati Futures

Tramite le funzioni in R "spot_price_forecast" e "futures_price_forecast" è possibile simulare i prezzi spot e futures, i risultati dell'applicazione di tali funzioni sono mostrati nella fig. 31:

	0.1	0.5	0.9
0	57.74916	57.74916	57.74916
0.0833333333333333	43.08993	55.89453	72.50415
0.1666666666666667	38.30017	54.14079	76.53293
0.25	35.24457	52.51699	78.25417
0.3333333333333333	33.08833	51.04556	78.74829
0.4166666666666667	31.49856	49.74366	78.55700
0.5	30.30018	48.62455	78.03079
0.5833333333333333	29.38586	47.69878	77.42410
0.6666666666666667	28.68247	46.97524	76.93454
0.75	28.13642	46.46214	76.72369
0.8333333333333333	27.70652	46.16782	76.93018
0.9166666666666667	27.36079	46.10157	77.67884
1	27.07507	46.27430	79.08792
1.0833333333333333	26.83250	46.69927	81.27537
1.1666666666666667	26.62322	47.39279	84.36531
1.25	26.44369	48.37499	88.49517

Figura 31 - Simulazione Prezzi Spot

La simulazione dei prezzi spot avviene utilizzando i parametri calcolati tramite la funzione di massima verosimiglianza e quindi si tratta di valori neutrali al rischio che grazie a questa assunzione sono calcolati con un livello di precisione molto alto.

La figura sottostante rappresenta una simulazione dei prezzi futures:

	0.1	0.5	0.9
0	57.74916	57.74916	57.74916
0.0833333333333333	44.37898	57.56663	74.67313
0.1666666666666667	40.40477	57.11583	80.73843
0.25	37.88376	56.44958	84.11402
0.3333333333333333	36.05212	55.61782	85.80195
0.4166666666666667	34.61573	54.66642	86.33120
0.5	33.42339	53.63655	86.07385
0.5833333333333333	32.38345	52.56444	85.32199
0.6666666666666667	31.43389	51.48142	84.31463
0.75	30.52971	50.41421	83.24982
0.8333333333333333	29.63740	49.38527	82.29147
0.9166666666666667	28.73280	48.41333	81.57403
1	27.80033	47.51385	81.20646
1.0833333333333333	26.83271	46.69964	81.27601
1.1666666666666667	25.83027	45.98124	81.85257
1.25	24.79968	45.36750	82.99341

Figura 32 - Simulazione Prezzi Futures

Graficamente i prezzi futures e spot attesi possono essere rappresentati come segue:

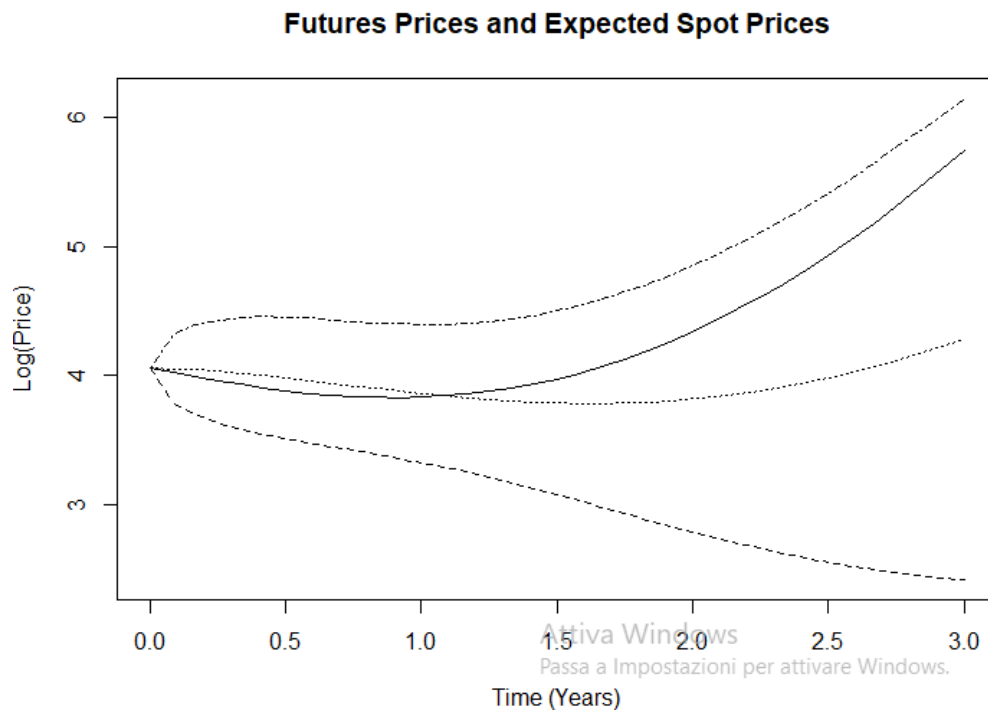


Figura 33 - Percorso dei prezzi Futures e Spot attesi

Nella figura 33 la linea tratteggiata corrisponde al percorso del prezzo Spot mentre quella continua del Futures.

La curva dei futures può essere stimata in una data particolare utilizzando il vettore di stato di stima, nella figura sottostante, ad esempio, è stata stimata la data 31/12/2019 che poi verrà confrontata con i prezzi futures osservati in quel momento.

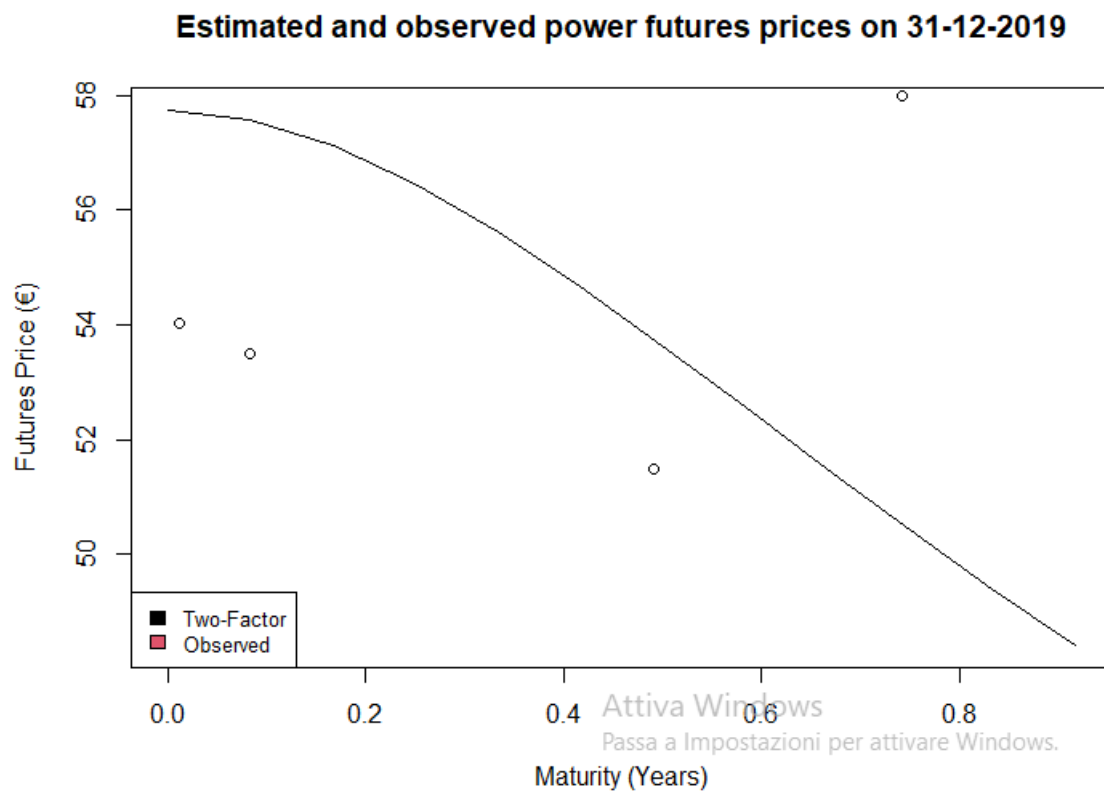


Figura 34 - Stima e osservazione del prezzo Futures dell'elettricità il 31/12/2019

Dalla Figura 34 si nota chiaramente il fenomeno della perdita di informazioni; infatti, a causa dei dati cuciti i contratti con scadenze lunghe non sono osservati e quindi causando un notevole calo di adattamento del modello.

Tramite la funzione "Tsfrit_volatility" può essere misurato la robustezza del modello a due fattori ovvero la sua capacità di abbinare la struttura a termine di volatilità dei rendimenti dei futures.

Lo svolgimento di questa funzione si presenta graficamente come segue:

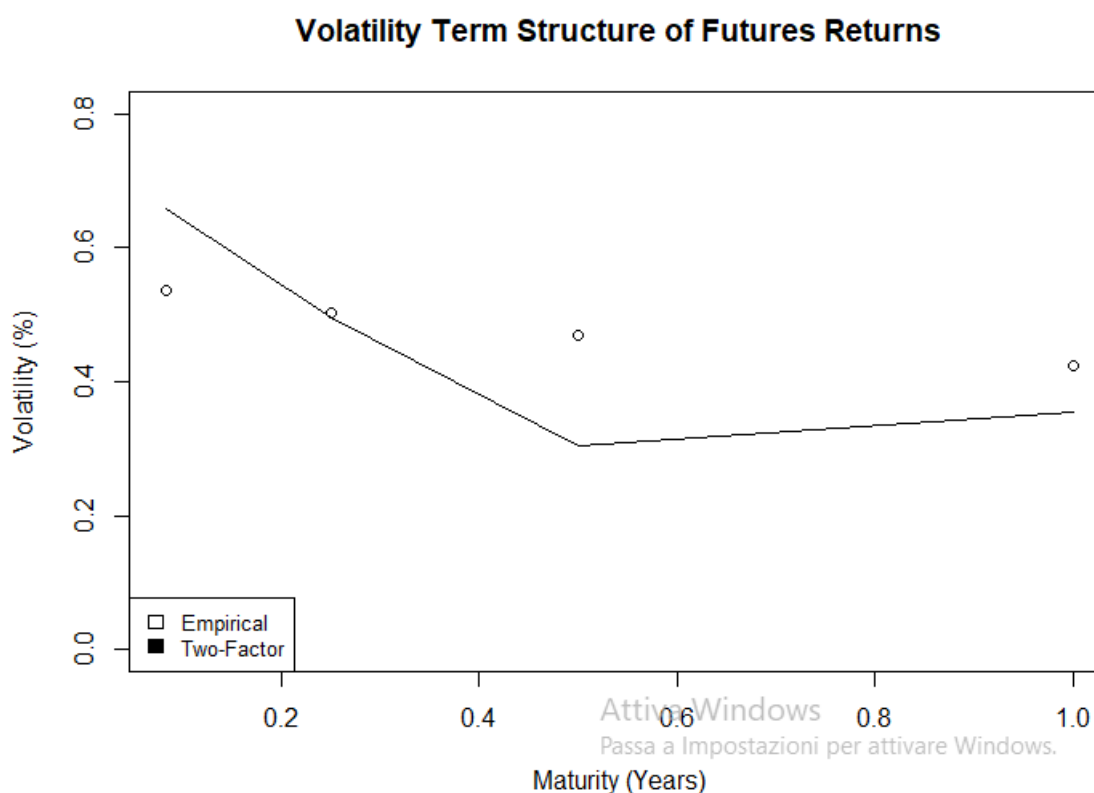


Figura 35 – struttura a termine della volatilità dei Futures

Dalla Figura 35 si nota che il modello a due fattori tende a sottovalutare la struttura a termine della volatilità dei rendimenti dei futures, questo effetto si amplifica più si va in là con gli anni.

Naturalmente rispetto a un modello a fattore singolo che segue solo un Moto Browniano Geometrico risulta essere molto più efficace ma non abbastanza, una soluzione per aumentare la robustezza del modello potrebbe essere aggiungere fattori e quindi evitare di considerare la volatilità come una funzione di deprezzamento in confronto alla scadenza di un contratto.

3.4 Valutazioni di opzioni europee e calendar spread

Il modello di prezzo dell'elettricità visto finora verrà utilizzato per il calcolo dei derivati elettrici. Tramite l'utilizzo del pacchetto "NFCP" è possibile calcolare le opzioni di tipo europeo facendo uso della funzione "European_option_value" e apportando alcune modifiche alla formula si calcoleranno anche le calendar spread, quest'ultime saranno relative a 4 diversi contratti: "3mesi vs 6mesi"; "3mesi vs 9mesi"; "3mesi vs 1anno", "6mesi vs 1anno".

I derivati sull'elettricità sui futures danno al titolare il diritto, ma non l'obbligo, di acquistare o vendere un determinato contratto futures.

Le opzioni europee si differenziano da quelle americane per il fatto che il diritto non può essere esercitato anticipatamente.

Nei seguenti esempi, il calcolo delle opzioni è stato effettuato stabilendo un prezzo d'esercizio pari a 50€, un tasso privo di rischio dell'1%, una scadenza dell'opzioni su base mensile e la scadenza dei futures è stata fatta prima a 3 mesi successivamente 6, 9 e 12 mesi.

La tabella riepilogativa dei risultati è descritta di seguito:

	two- factor_European		two- factor_calendarspread
3m	1.0114408	3m vs 6m	-2.6988345
6m	0.6610418	3m vs 9m	-0.2047743
9m	1.2162151	3m vs 1y	-2.3484354
1y	3.3598762	6m vs 1y	-2.6988345

Figura 36 – Pricing opzioni put europee e Pricing calendar spread

La calendar spread è una strategia di opzioni o futures dove si apre contemporaneamente una posizione lunga e corta sullo stesso asset sottostante ma con date di consegna diverse.

Un tipico esempio di opzioni calendario è quando un soggetto compra un futures e vende un'opzione a breve termine con lo stesso prezzo di esercizio.

Lo scopo di una calendar spread è conseguire un profitto dal passare del tempo e dall'aumento della volatilità implicita.

Per avere un payoff positivo il prezzo d'esercizio deve essere quanto più vicino al prezzo dell'attività sottostante.

Gli operatori di settore sfruttano le variazioni di volatilità e passare del tempo: infatti, a parità di condizioni, l'aumento della volatilità crea effetti positivi in quanto le opzioni a lungo termine sono più sensibili alle variazioni di questo fattore e per l'opzione a breve termine, il passare del tempo crea un impatto positivo per tutto il periodo del derivato.

La perdita massima che può avere questo tipo di operazione è la somma pagata per la strategia; infatti, poiché si tratta di uno spread di debito, l'opzione a breve ha una scadenza inferiore e ha anche un prezzo inferiore rispetto al derivato a lungo termine quindi la differenza produce un addebito netto o un costo.

Ad esempio, come riportato nella figura 36, si vende un'opzione put per 66€ e si acquista un futures per 335€, l'operazione comporta un costo netto di 269€.

Ora, per trarre profitto da questa situazione il prezzo del sottostante deve rimanere piatto fino ai primi sei mesi e quindi l'operatore avrà l'opportunità di riscuotere il premio per l'opzione venduta e sperare che il prezzo non superi la soglia di 66€, per avere un payoff positivo il prezzo deve andare al rialzo nella seconda metà dell'anno fino alla scadenza.

Si noti che se l'operatore acquistasse solo l'opzione con scadenza un anno avrebbe avuto un costo di 335€, utilizzando lo spread calendario riduce il costo dell'operazione a 269€, rendendo l'intera operazione più proficua e con un minor rischio.

Conclusione

In questo lavoro è stato analizzato un modello a due fattori per valutare i derivati dell'energia elettrica. I prezzi relativi a questa commodity presentano caratteristiche uniche che richiedono specifici strumenti quantitativi.

Il settore dell'energia elettrica è un argomento di grande dibattito tra gli studiosi proprio a causa delle sue caratteristiche.

Infatti, non potendo essere l'elettricità conservata in quantità consistenti, deve essere subito consumata.

La domanda di energia elettrica è anelastica rispetto alla quantità e varia solo in base alle condizioni climatiche o al periodo in cui essa viene richiesta.

Questi fattori hanno delle conseguenze sul prezzo spot che rispetto ad altre merci in ambito energetico, come ad esempio il petrolio, mostra una distribuzione di probabilità non normale dei rendimenti logaritmici caratterizzate da lepturcosi, un'elevata volatilità, presenza di stagionalità, improvvisi picchi e, infine, una tendenza di ritorno alla media.

Per catturare queste caratteristiche un modello a due fattori si adatta bene perché il primo fattore è caratterizzato da un Moto Browniano Geometrico mentre il secondo segue un processo di reversione alla media.

Grazie a queste assunzioni, il parametro della volatilità viene sottovalutato in minor modo rispetto a un modello a fattore singolo, naturalmente più si aggiungono fattori più la valutazione di questo parametro risulta essere robusta.

Nel descrivere il modello rappresentante il percorso del prezzo spot si è partiti dal modello Black-Scholes-Merton poi implementato con un processo di mean reversion per illustrare il comportamento del prezzo dell'energia elettrica in modo più realistico.

Nell'elaborato si è evidenziato che il comportamento dei prezzi ha dei rendimenti che sono negativamente correlati nel lungo periodo e quindi viene rifiutata l'ipotesi secondo cui il prezzo segua un percorso casuale.

Si è constatato che nel lungo periodo il prezzo torna a un livello medio di lungo termine.

Sempre nel capitolo 2 è stata descritta la curva forward che traccia il cammino del prezzo dell'energia elettrica, da essa è possibile ricavare delle informazioni molto utili tra cui la stima del prezzo dell'elettricità nel futuro.

Essendo un settore molto volatile è nata la necessità di creare degli strumenti di copertura per proteggersi proprio dal rischio di incertezza.

Per questo motivo nell'elaborato sono stati descritti due tipologie di derivati elettrici: gli swaption e i calendar spread, anche se nel mercato esiste una vastità immensa di questi strumenti.

In particolare, i calendar spread permettono di ridurre ampiamente il rischio e dall'altro lato aumentare il payoff.

Il capitolo 3 è la parte centrale dell'elaborato in cui si è calibrato il modello a due fattori per poi passare al calcolo del valore delle opzioni.

Questo capitolo è iniziato con la descrizione del mercato elettrico italiano fornendo anche le principali statistiche del 2020, dalla pagina web del GME sono stati scaricati i dati, utilizzati al fine di calibrare il modello. È stato utilizzato il pacchetto "NFCP" per calcolare le opzioni in R, da cui sono stati rimodulati i dati per omologare il modello al caso in oggetto.

Alla fine del modello si è potuto calcolare le opzioni put e anche le calendar spread, i risultati ottenuti sono stati soddisfacenti in quanto anche dai grafici si è potuto notare le caratteristiche tipiche del mercato elettrico e i risultati rispecchiavano quasi la realtà.

L'unico fattore leggermente fuorviante è stato quando si sono analizzati serie di dati più lunghe, a causa di dati mancanti i contratti sono stati cuciti tra di loro e questo ha creato una perdita di informazioni rilevante che ha prodotto dei risultati leggermente distorti.

Bibliografia

(GME). (2020). *Relazione Annuale*.

Cicchitelli. (2019). Indici di Forma.

Eydeland, A., & Geman, H. (1999). *Fundamentals of Electricity Derivatives*.

EYDELAND, A., & WOLYNIEC, K. (2003). *Energy and Power Risk Management - New Developments in Modeling, Pricing and Hedging*.

GONZALO CORTAZAR, L. N. (2006). An N-Factor Gaussian - Model of Oil Futures Price. *The journal of Futures Markets*.

Hull, J. C. (s.d.). *Opzioni, futures e altri derivati*.

Lucia, J. J., & Schwartz, E. (2000). Electricity prices and power derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange.

Modeling, Forecasting and Simulating Commodity Prices through Term Structure Estimation using Kalman Filtering: The R Package "NFCP". (s.d.).

N-Factor Commodity Pricing Through Term Structure Estimation. (s.d.).

Schwartz, E., & Smith, J. E. (2000). Short - Term Variations and Long - Term Dynamics in Commodity Prices.

Strickland, & Clewlow, L. (2000). *ENERGY DERIVATES - PRICING AND RISK MANAGEMENT*. London, England: Lacima Publications.

Pagine web:

- 1) https://www.treccani.it/enciclopedia/volatilita_%28Dizionario-di-Economia-e-Finanza%29/
- 2) <https://www.bankpedia.org/ricerca.php>
- 3) https://didattica-2000.archived.uniroma2.it/DIN/deposito/11_DIN_ANALISI_DEI_DATI_2009.pdf
- 4) <https://it.livingeconomyadvisors.com/603-what-is-the-black-scholes-merton-model>
- 5) https://it.wikipedia.org/wiki/Distribuzione_lognormale
- 6) https://www.performancetrading.it/Documents/MpMercati/MpM_cEvidenza.htm
- 7) https://www.performancetrading.it/Documents/MpMercati/MpM_cEvidenza.htm
- 8) https://web.uniroma1.it/memotef/sites/default/files/file%20lezioni/slides%20lezioni_parte%20C.pdf
- 9) https://en.wikipedia.org/wiki/Black%E2%80%93Scholes_model
- 10) https://en.wikipedia.org/wiki/Volatility_smile

- 11)<https://datascience.eu/it/matematica-e-statistica/definizione-della-simulazione-di-montecarlo/>
- 12)https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method
- 13)<https://blog.yem-energy.com/it/prezzi-spot-e-forward-o-futures-che-cos%C3%A8-la-curva-forward>
- 14)<https://www.mercatoelettrico.org/en/GME/Info/ProfiloAziendale.aspx>
- 15)<https://www.mercatoelettrico.org/en/GME/Info/ProfiloAziendale.aspx>
- 16)https://en.wikipedia.org/wiki/Italian_Power_Exchange
- 17)<https://www.investopedia.com/terms/c/calendarspread.asp>

Appendice

Di seguito il codice in R per il prezzaggio dei derivati:

```
library(NFCP)
```

```
library(zoo)
```

```
library(readxl)
```

```
library(writexl)
```

```
library(lubridate)
```

```
library(xts)
```

```
library(dplyr)
```

```
prezzi_futures_2015 <- read_excel("Prezzi Futures IDEX Power BaseLoad Italy_FINAL.xlsx",  
sheet = "2015")
```

```
prezzi_futures_2016 <- read_excel("Prezzi Futures IDEX Power BaseLoad Italy_FINAL.xlsx",  
sheet = "2016")
```

```
prezzi_futures_2017 <- read_excel("Prezzi Futures IDEX Power BaseLoad Italy_FINAL.xlsx",  
sheet = "2017")
```

```
prezzi_futures_2018 <- read_excel("Prezzi Futures IDEX Power BaseLoad Italy_FINAL.xlsx",  
sheet = "2018")
```

```
prezzi_futures_2019 <- read_excel("Prezzi Futures IDEX Power BaseLoad Italy_FINAL.xlsx",  
sheet = "2019")
```

```
prezzi_futures_2020 <- read_excel("Prezzi Futures IDEX Power BaseLoad Italy_FINAL.xlsx",  
sheet = "2020")
```

```
# Merge dei prezzi futures
```

```
prezzi_futures_final <- merge(prezzi_futures_2015,prezzi_futures_2016, by = "Data", all = T)
prezzi_futures_final <- merge(prezzi_futures_final,prezzi_futures_2017, by = "Data", all = T)
prezzi_futures_final <- merge(prezzi_futures_final,prezzi_futures_2018, by = "Data", all = T)
prezzi_futures_final <- merge(prezzi_futures_final,prezzi_futures_2019, by = "Data", all = T)
prezzi_futures_final <- merge(prezzi_futures_final,prezzi_futures_2020, by = "Data", all = T)
```

Rimuovere 29 febbraio 2016 e 2020!

```
prezzi_futures_final <- prezzi_futures_final[c(-2029,-2567),]
```

Sistemare la gestione degli NA e Rimuovere le date dal dataframe

```
prezzi_futures_final_clean <- data.frame(sapply(2:97,function(x){ifelse(prezzi_futures_final[,x] ==
"NA", NA, prezzi_futures_final[,x])}))
rownames(prezzi_futures_final_clean) = as.character(prezzi_futures_final$Data)
prezzi_futures_final_clean %>% filter_all(any_vars(!is.na(.))) -> prezzi_futures_final_clean
```

Costruire TTM dei contratti futures a disposizione

```
futures_ttm_contracts <-
data.frame(sapply(1:96,function(x){ifelse(is.na(prezzi_futures_final_clean[,x]), NA,
as.Date(row.names(prezzi_futures_final_clean))))))
futures_ttm_contracts <- data.frame(row.names(prezzi_futures_final_clean),futures_ttm_contracts)
names(futures_ttm_contracts) = names(prezzi_futures_final)
```

Esportare in EXCEL il foglio con i contratti futures e le loro date

```
write_xlsx(futures_ttm_contracts, "Futures_TTM_Contracts.xlsx")
```

Importare da excel il file con i TTM finali in frazioni d'anno

ed eliminare le righe contenenti solo NA

```
contract_maturities <- read_excel("Futures_TTM_Contracts_FINAL.xlsx", sheet =  
"TTM_yearfrac2", col_types = rep("numeric", 97))
```

```
contract_maturities <- contract_maturities[, 2:97]
```

```
row.names(contract_maturities) <- futures_ttm_contracts$Data
```

```
contract_maturities %>% filter_all(any_vars(!is.na(.))) -> contract_maturities
```

Impostare l'analisi come in NFCP

```
Futures_Italy_stitched <- stitch_contracts(futures = prezzi_futures_final_clean[1:300,],  
futures_TTM = c(1, 3, 6, 12)/12, maturity_matrix =  
contract_maturities[1:300,],
```

```
rollover_frequency = 1/12, verbose = TRUE)
```

Togliere i prezzi cuciti delle righe in cui sono presenti solo NA o valori non numerici

e le corrispondenti maturities

```
Futures_Italy_stitched$maturities =  
Futures_Italy_stitched$maturities[rowSums(is.na(Futures_Italy_stitched$prices)) !=  
ncol(Futures_Italy_stitched$prices),]
```

```
Futures_Italy_stitched$prices =  
Futures_Italy_stitched$prices[rowSums(is.na(Futures_Italy_stitched$prices)) !=  
ncol(Futures_Italy_stitched$prices),]
```

```
Futures_Italy_stitched$maturities = Futures_Italy_stitched$maturities[-113,]
```

```
Futures_Italy_stitched$prices = Futures_Italy_stitched$prices[-113,]
```

Trasforma il vettore di prezzi in numerico

```
Futures_Italy_stitched$prices = apply(Futures_Italy_stitched$prices,2,as.numeric)
```

```
# Estimate a 2 Factors model (1st GBM, 2nd mean reverting):
```

```
Power_2F <- NFCP_MLE(
```

```
## Arguments
```

```
log_futures = log(Futures_Italy_stitched$prices),
```

```
dt = 5/265,
```

```
futures_TTM= Futures_Italy_stitched$maturities,
```

```
N_factors = 2,
```

```
N_ME = 3,
```

```
ME_TTM = c(0.5, 1, 2),
```

```
print.level = 1,
```

```
hessian = TRUE)
```

```
##Print results:
```

```
print(round(rbind(`Estimated Parameter` = Power_2F$estimated_parameters,
```

```
                `Standard Error` = Power_2F$standard_errors),4))
```

```
# Information criteria
```

```
print(Power_2F$`Information Criteria`)
```

```
print(round(t(Power_2F[["Term Structure Fit"]]),4))
```

```
CN_table3 <- matrix(nrow = 1, ncol = 2, dimnames = list(c("Two-Factor"), c("RMSE", "Bias")))
```

```
CN_table3[, "Bias"] <- c(Power_2F$`Filtered Error`["Bias"])
```

```
CN_table3[, "RMSE"] <- c(Power_2F$`Filtered Error`["RMSE"])
```

```
matplot(1:203, Power_2F$V, type = 'l',
```

```
      xlab = "", ylab = "Observation Error", ylim = c(-0.3, 0.2),
```

```
      main = "Contract Observation Error: Two-Factor Model"); legend("bottomright",
```

```
colnames(Power_2F$V), col=seq_len(4), cex=0.8, fill=seq_len(4))
```

##Replicate Figure 4 of Schwartz and Smith (2000):

```
SS_figure_4 <- cbind(`Equilibrium Price` =
```

```
      exp(Power_2F$X[,1]),
```

```
      `Spot Price` =
```

```
      Power_2F$Y[, "filtered Spot"])
```

```
matplot(1:203, SS_figure_4, type = 'l',
```

```
      xlab = "", ylab = "Power Price (€/MWh, MGP)", col = 1,
```

```
      main = "Estimated Spot and Equilibrium Prices for the Futures Data")
```

Simulazione prezzi spot e componente di equilibrio di lungo periodo

a partire dai power_2f\$parameters

```
## Replicate figure 1 of Schwartz and Smith (2000):
```

```
SS_expected_spot <- spot_price_forecast(x_0 = Power_2F$x_t,  
                                         parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
                                         t = seq(0,3,1/12),  
                                         percentiles = c(0.1, 0.9))
```

```
# Simulazione prezzi futures e componente di equilibrio di lungo periodo
```

```
# a partire dai power_2f$parameters
```

```
## Replicate figure 1 of Schwartz and Smith (2000):
```

```
SS_futures_curve <- futures_price_forecast(x_0 = Power_2F$x_t,  
                                           parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
                                           futures_TTM = seq(0,3,1/12),  
                                           percentiles = c(0.1, 0.9))
```

```
## Replicate Figure 2 of Schwartz and Smith (2000):
```

```
SS_figure_2 <- cbind(SS_expected_spot[,2], SS_futures_curve)  
matplot(seq(0,3,1/12), log(SS_figure_2), type = 'l', col = 1,  
         xlab = "Time (Years)", ylab = "Log(Price)",  
         main = "Futures Prices and Expected Spot Prices")
```

Maximum Observed Maturity:

```
max_maturity <- max(contract_maturities[481,],na.rm = TRUE)
```

##Estimated Futures Prices:

Two Factor:

```
Power_TS_2F <- futures_price_forecast(x_0 = Power_2F$x_t,  
                                     parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
                                     futures_TTM = seq(0,max_maturity,1/12))
```

```
matplot(seq(0,max_maturity,1/12), Power_TS_2F, type = 'l',  
        xlab = "Maturity (Years)", ylab = "Futures Price (€)",  
        main = "Estimated and observed power futures prices on 31-12-2019");  
points(contract_maturities[481,],prezzi_futures_final_clean[481,])  
legend("bottomleft", c("Two-Factor", "Observed"),  
      col=3:4,cex=0.8,fill=c(1,2,0))
```

###Test the Volatility Term Structure Fit of the Schwartz-Smith Two-Factor Power Model:

```
V_TSFit <- TSfit_volatility(  
  parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
  futures = Futures_Italy_stitched$prices,
```

```
futures_TTM = c(1,3, 6, 12)/12,
dt = 5/265)
```

##Plot Results:

```
matplot(V_TSFit["Maturity",],V_TSFit["Theoretical Volatility",], type = 'l',
        xlab = "Maturity (Years)", ylab = "Volatility (%)",
        ylim = c(0, 0.8), main = "Volatility Term Structure of Futures Returns"); points(
        V_TSFit["Maturity",], V_TSFit["Empirical Volatility",]); legend("bottomleft",
                                c("Empirical", "Two-
Factor"),col=0:2,cex=0.8,fill=0:2)
```

Pricing opzioni

```
Option_prices <- matrix(rep(0,1), nrow = 4, ncol = 1, dimnames = list(c("3m", "6m", "9m", "1y"),
c("two-factor_European")))
```

Pricing opzioni

```
Option_calspread_prices <- matrix(rep(0,1), nrow = 4, ncol = 1, dimnames = list(c("3m vs 6m", "3m
vs 9m", "3m vs 1y", "6m vs 1y"), c("two-factor_calendarspread")))
```

Strike Price:

```
strike <- 50
```

Annual risk-free interest rate:

```
risk_free <- 0.01
```

```
# Maturity of option and future:
```

```
option <- 1/12
```

```
future <- 3/12
```

```
## Two-factor European put option value:
```

```
Option_prices[1,1] <- European_option_value(x_0 = Power_2F$x_t,  
                                             parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
                                             futures_maturity = future, option_maturity = option, K = strike, r =  
risk_free)
```

```
future <- 6/12
```

```
## Two-factor European put option value:
```

```
Option_prices[2,1] <- European_option_value(x_0 = Power_2F$x_t,  
                                             parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
                                             futures_maturity = future, option_maturity = option, K = strike, r =  
risk_free)
```

```
future <- 9/12
```

```
# Two-factor European put option value:
```

```
Option_prices[3,1] <- European_option_value(x_0 = Power_2F$x_t,  
                                             parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
                                             futures_maturity = future, option_maturity = option, K = strike, r =  
risk_free)
```

```
future <- 12/12
```

```
# Two-factor European put option value:
```

```
Option_prices[4,1] <- European_option_value(x_0 = Power_2F$x_t,  
                                             parameters = Power_2F$estimated_parameters,  
                                             futures_maturity = future, option_maturity = option, K = strike, r =  
risk_free)
```

```
Option_calspread_prices[1,1] <- Option_prices[1,1] - Option_prices[2,1]
```

```
Option_calspread_prices[2,1] <- Option_prices[1,1] - Option_prices[3,1]
```

```
Option_calspread_prices[3,1] <- Option_prices[1,1] - Option_prices[4,1]
```

```
Option_calspread_prices[4,1] <- Option_prices[2,1] - Option_prices[4,1]
```

Riassunto

Nella tesi è stato analizzato un modello a due fattori per valutare i derivati dell'energia elettrica. I prezzi relativi a questa commodity presentano caratteristiche uniche che richiedono specifici strumenti quantitativi.

Il settore dell'energia elettrica è un argomento di grande dibattito tra gli studiosi proprio a causa delle sue caratteristiche; infatti, non potendo essere l'elettricità conservata in quantità consistenti, deve essere subito consumata.

I motivi sono molteplici: elevati costi di investimento, limiti tecnologici, limiti tecnici che impediscono di immagazzinare efficacemente l'energia elettrica.

Tra i costi d'investimento, un fattore da tenere in considerazione è quello relativo ai costi di capitali sostenuti per la realizzazione dei macchinari destinati alla produzione dell'energia elettrica.

Gli investimenti iniziali non sono gli unici costi per i quali il settore energetico risulta essere così oneroso; infatti, ad essi si aggiungono anche i costi operativi, ovvero tutti quei costi inerenti al funzionamento e alla manutenzione degli impianti utilizzati nella produzione.

I limiti nell'immagazzinamento dell'energia elettrica derivano da limitate capacità contenitive dei più comuni recipienti dell'energia, ad esempio le batterie.

La domanda di energia elettrica è anelastica rispetto alla quantità e varia solo in base alle condizioni climatiche o al periodo in cui essa viene richiesta.

La domanda deve essere sempre soddisfatta, salvo in caso di blackout.

Tra le caratteristiche del prezzo spot dell'energia elettrica più comuni si individuano: distribuzione di probabilità non normale dei rendimenti logaritmici caratterizzate da lepturcosi, un'elevata volatilità, presenza di stagionalità, improvvisi picchi e, infine, una tendenza di ritorno alla media.

Questi fattori hanno delle conseguenze sul prezzo spot che rispetto ad altre merci in ambito energetico, come ad esempio il petrolio, non sono presenti in modo così accentuato.

Nel settore elettrico la deviazione della distribuzione dei rendimenti logaritmici del prezzo spot dell'elettricità risulta essere più marcata rispetto ad altre commodity o strumenti di equity; quindi, per analizzare il percorso del prezzo spot dell'elettricità occorre tener conto della sua non-normalità distributiva dei suoi rendimenti logaritmici.

Il processo di mean reversion potrebbe diminuire le mancate affinità che si hanno con la distribuzione log normale; infatti, si tratta di un processo a diffusione log normale con una varianza che non aumenta in corrispondenza del tempo, ma cresce all'inizio e si stabilizza successivamente su un determinato valore di lungo termine.

La volatilità è la misura della variabilità dei prezzi o dei tassi di rendimento di un titolo negoziato in un mercato ufficiale.

Nei mercati organizzati la fissazione dei margini, che i trader di futures sono tenuti a sostenere, viene stabilita sul livello della volatilità delle materie prime sottostanti.

Il prezzo spot dell'energia elettrica è contraddistinto da elevati salti di breve durata, chiamati spikes. L'andamento del prezzo in questi intervalli segue un percorso non omogeneo, mostrando nel proprio percorso dei picchi improvvisi per poi riposizionarsi subito a livelli medi.

Oltre che con cadenza annuale, questi salti si ripetono quotidianamente e settimanalmente in particolare dove la richiesta di elettricità è maggiore, come ad esempio nelle ore lavorative. Dunque, la capacità di soddisfare la domanda da parte dei produttori viene portata ai massimi livelli.

Questa caratteristica fa desumere che il fenomeno sia ripetitivo e non occasionale e quindi necessita di essere preso in considerazione quando si parla di energia elettrica, in particolare del comportamento del suo prezzo. Questa proprietà si ricollega direttamente a due problemi legati all'energia: il limite alla trasportabilità e l'impossibilità di immagazzinamento.

Benché il prezzo dell'energia elettrica presenti salti e accentuata volatilità, diversi studi hanno dimostrato come questo, da un altro punto di vista, mostri segni di prevedibilità stagionale.

La stagionalità della domanda si traduce in una ciclicità di questa, nei casi in cui quest'ultima superi l'offerta un possibile equilibrio si può avere solo in due casi: utilizzando unità di produzione più costose oppure avvalendosi di fonti che richiedano una maggiore spesa.

Le informazioni riguardanti questo fenomeno possono essere estrapolate dai prezzi futures o forward, dai quali è possibile intravedere i modelli futuri della domanda e dell'offerta.

Caratteristica comune tra questa commodity e le sue simili è il fenomeno della reversione media, ovvero l'oscillazione del prezzo attorno ad un valore medio nel lungo termine.

Questo presupposto è collegato al fenomeno secondo il quale, nel lungo periodo il costo marginale di produzione sia maggiore del punto che determina l'equilibrio tra la domanda e l'offerta.

La presenza di salti nel prezzo dell'elettricità potrebbe aumentare la percezione di questo fenomeno.

Per catturare queste caratteristiche un modello a due fattori si adatta bene perché il primo fattore è caratterizzato da un Moto Browniano Geometrico mentre il secondo segue un processo di mean reversion.

Grazie a queste assunzioni, il parametro della volatilità viene sottovalutato in minor modo rispetto a un modello a fattore singolo, naturalmente più si aggiungono fattori più la valutazione di questo parametro risulta essere robusta.

Nel descrivere il modello rappresentante il percorso del prezzo spot si è partiti dal modello Black-Scholes-Merton poi implementato con un processo di mean reversion per illustrare il comportamento del prezzo dell'energia elettrica in modo più realistico.

L'approccio Black-Scholes-Merton (BSM) sviluppa un modo di valutare le opzioni azionarie negoziate in borsa.

L'approccio di base è quello di eliminare il rischio nella sottoscrizione dell'opzione attraverso l'acquisto e la vendita del sottostante.

La BSM azzera il rischio favorendo un approccio neutrale ad esso tramite continui aggiustamenti nell'attività del sottostante e nell'obbligazione priva di rischio.

In alcuni mercati energetici il concetto di replicare perfettamente l'attività di un asset sottostante è infattibile, ad esempio: nel mercato dell'elettricità per alcuni motivi intrinseci ad esso, come l'impossibilità di immagazzinare la merce, è impossibile aggiustare la posizione continuamente.

Il modello BSM basa le proprie assunzioni su diverse ipotesi, tra cui: il sottostante e il derivato sono scambiati nel mercato continuamente; sono vietate le opportunità di arbitraggio; è consentita la vendita allo scoperto; assenza di costi di negoziazione; divisibilità infinita del sottostante; mancato pagamento dei dividendi; volatilità e tasso d'interesse costanti; infine, l'ipotesi più importante del modello è quella che riguarda l'evoluzione del prezzo dell'asset nel tempo, meglio conosciuto come Moto Browniano Geometrico.

Nell'elaborato si è evidenziato che il comportamento dei prezzi ha dei rendimenti che sono negativamente correlati nel lungo periodo e quindi viene rifiutata l'ipotesi secondo cui il prezzo segua un percorso casuale.

Si è constatato che nel lungo periodo il prezzo torna a un livello medio di lungo termine seguendo quindi un processo di mean reversion.

Nel capitolo 2 è stata descritta anche la curva forward che traccia il cammino del prezzo dell'energia elettrica, da essa è possibile ricavare delle informazioni molto utili tra cui la stima del prezzo dell'elettricità nel futuro.

Tramite la curva forward è possibile ricavare delle informazioni riguardo il prezzo; infatti, attraverso il prezzo forward un utente potrebbe bloccare la possibilità di acquisto o di vendita dell'energia spot in un determinato periodo di tempo nel futuro al prezzo forward.

In altre parole, la curva forward è una stima del prezzo da oggi al futuro dell'energia consegnata in Italia.

La curva forward rappresenta di per sé l'aspettativa che hanno oggi gli operatori dei prezzi PUN (Prezzo Unico Nazionale) per i periodi avvenire.

In molti mercati il prezzo di un contratto forward può essere derivato dal prezzo spot di uno strumento, la dinamica che lega questi due prezzi viene dal fatto che il payoff che proviene dalla vendita di un forward è uguale alla situazione in cui un soggetto prenda a prestito del denaro e con esso si finanzi per acquistare uno strumento finanziario, questo asset viene tenuto fino a scadenza e dal ricavo della vendita ripaghi il finanziamento.

Per alcune merci la curva forward non è facilmente componibile come, ad esempio, il caso dell'elettricità o del gas in quanto questi asset sono contraddistinti da forti cicli stagionali che variano anche in base al territorio in cui vengono consumati.

Essendo un settore molto volatile è nata la necessità di creare degli strumenti di copertura per proteggersi proprio dal rischio di incertezza.

Per questo motivo nell'elaborato sono stati descritti due tipologie di derivati elettrici: gli swaption e i calendar spread, anche se nel mercato esiste una vastità immensa di questi strumenti.

Uno dei più conosciuti strumenti negoziati nel settore energetico sono i cosiddetti Swaps.

Lo scopo di uno Swap è bloccare un prezzo fisso per una certa quantità predeterminata ma non necessariamente costante, sono anche conosciuti come contratti per differenza (CFD) oppure anche come contratti fissi per fluttuanti.

Uno Swaption è un'opzione europea su uno scambio di energia.

Lo swaption può essere definito come un'opzione su un portafoglio di contratti a termine, questa locuzione deriva da una estensione della definizione di swap; sono in generale acquistati da istituzioni che, in casi di improvviso cambio di scenario, necessitano di una copertura a prezzo fisso di uno swap, infatti a seguito dell'acquisto da parte dell'istituto di uno swap con avvio a termine, esso si bloccherebbe ai prezzi di swap correnti e nel caso in cui i prezzi svoltassero verso il basso l'ente non potrebbe partecipare ai risparmi.

Un'opzione molto utilizzata nel settore energetico, in particolare tra gli operatori che sono esposti alla differenza di prezzo di energie correlate oppure operatori che coprono più di un mercato, è la cosiddetta opzione spread che appunto è scritta sulla differenza tra due prezzi.

In particolare, i calendar spread permettono di ridurre ampiamente il rischio e dall'altro lato aumentare il payoff dell'agente finanziario.

Il capitolo 3 è la parte centrale dell'elaborato in cui si è calibrato il modello a due fattori per poi passare al calcolo del valore delle opzioni.

Il mercato analizzato in questa tesi è il mercato elettrico italiano, i dati forniti da esso saranno utilizzati per prezzare i derivati elettrici, in particolare le opzioni put e le calendar spread, e saranno presi direttamente dalla pagina web del GME per quanto riguarda i prezzi spot, per i forward i dati saranno scaricati dal programma Refinitiv Workspace.

La gestione economica del mercato energetico all'ingrosso e l'organizzazione è stato affidato al Gestore dei Mercati Energetici Spa (GME), esso opera non solo nel mercato dell'energia elettrica ma anche del gas e dell'ambiente, conducendo lo svolgimento delle varie operazioni attraverso principi di neutralità, trasparenza, obiettività e concorrenza.

Il GME gestisce un mercato fisico a termine (MTE), un mercato per la negoziazione continua dei prodotti giornalieri (MPEG), un mercato all'asta del giorno prima (MGP) e un mercato all'asta infragiornaliero (MI).

I dati utilizzati nell'analisi, scaricati con lo scopo di prezzare le opzioni elettriche, sono presi dal mercato del giorno prima (MGP), dentro di esso transitano le maggiori operazioni di compravendita aventi ad oggetto l'energia elettrica.

Il 2020 è stato un anno molto particolare, caratterizzato dall'emergenza sanitaria Covid-19 la quale ha influenzato inevitabilmente anche i mercati energetici.

L'emergenza sanitaria si è sviluppata su scala mondiale costringendo gli stati ad adottare misure e politiche di contenimento al fine di evitare la diffusione del Covid-19.

Una dei primi effetti in ambito economico di questa emergenza è stato il crollo della domanda di beni e servizi, il quale a sua volta ha determinato una riduzione della domanda anche nel mercato delle commodities, di conseguenza anche l'energia elettrica.

In questo periodo i prezzi delle commodities hanno raggiunto minimi storici e la loro stagionalità è stata attenuata o intensificata dagli effetti del Covid-19.

Questo scenario ha dimostrato come sempre più le dinamiche internazionali influiscano nella manifestazione di fenomeni locali.

La tendenza ribassista innescata dalla pandemia si è concentrata nei paesi con la presenza di prezzi strutturalmente più elevati, ad esempio l'Italia, consentendone un graduale allineamento con i prezzi dei paesi dell'Europa centrale.

Il contesto emergenziale ha degli effetti anche sul Mercato del Giorno Prima (MGP), in particolare contribuisce a una diminuzione dei prezzi e dei volumi, i quali toccano il loro minimo storico; riduce le differenze tra le varie zone; rimodula le quote di mercato a vantaggio dell'energia rinnovabile e, infine, si riscontra un allineamento delle quotazioni con l'estero.

Queste casistiche hanno trovato il loro picco nella parte centrale dell'anno 2020, ovvero quando l'Italia ha adottato misure restrittive in modo da contenere al meglio la pandemia.

Per quanto riguarda i volumi e la liquidità si nota che la richiesta di energia è scesa drasticamente, i motivi di questa diminuzione sono riconducibili a problemi interni al paese: buona parte collegati al decremento degli acquisti nazionali a causa della chiusura della maggior parte delle attività e delle varie misure restrittive adottate dal governo, e in minima parte alla crescita delle esportazioni.

La riduzione dei differenziali di prezzo tra l'Italia e i principali mercati europei a causa della pandemia e la presenza di meccanismi di coupling hanno favorito la riduzione del minimo storico del saldo italiano con l'estero, fenomeno concentrato nel primo lockdown in cui si era di fronte a una diminuzione delle importazioni, ad un aumento delle esportazioni e il netto incremento delle occasioni di export.

Al fine di valutare le opzioni e i futures sarà utilizzato il linguaggio di programmazione R, specifico per l'analisi statistica dei dati. L'utilizzo di questo linguaggio è dovuto ragioni di gestione dei dati; infatti, tramite R è possibile estendere l'orizzonte temporale oltre i 250 giorni, valore che caratterizza il programma Excel.

L'analisi in questione è indirizzata verso i derivati elettrici e copre un arco temporale di 6 anni, dal 2015 al 2020.

Nello svolgimento del modello sarà utilizzato il pacchetto R "NFCP" (N-Factor Commodity Pricing), il quale fornisce una guida per modellare, stimare parametri, effettuare previsioni probabilistiche oppure anche simulare i prezzi.

In termini matematici i modelli di prezzo delle materie prime si presentano sotto forma di equazioni differenziali stocastiche definite al fine di valutare i derivati sulle materie prime, ma anche investimenti relativi ad esse.

I parametri vengono determinati attraverso stime sulla massima verosimiglianza (MLE), partendo dai prezzi futures che in questo caso sono stati scaricati dal portale Refinitiv Workspace.

L'obiettivo è rappresentare degli esempi pratici sulla stima e l'analisi del modello di prezzo delle materie prime, in particolare l'elettricità, utilizzando la struttura del fattore N fornita dal pacchetto "NFCP".

La modellazione dei prezzi delle materie prime viene effettuata con l'utilizzo dei prezzi futures, il motivo di questa scelta riguarda il fatto che questo genere di prezzi contiene informazioni importanti sulle aspettative dei futuri movimenti dei prezzi.

La guida del modello a fattore N descrive il percorso del prezzo di una materia prima e lo rappresenta come la somma correlata di N variabili di stato X_T .

Dove la prima variabile segue un moto di tipo Browniano geometrico, mentre la seconda variabile di stato segue un processo di tipo Ornstein-Uhlenbeck, mean-reverting.

Nel settore delle materie prime, tra cui anche l'elettricità, la valutazione dei derivati avviene in un contesto neutrale al rischio.

Il modello a breve e lungo termine di Schwartz e Smith (2000) è uno dei modelli di prezzo delle materie prime più famosi, specialmente quando si utilizzano due fattori come in questo elaborato.

I dati futures sono stati ordinati in base alla scadenza. A seguito di ciò, in corrispondenza di una data vi sono un insieme di contratti con la stessa scadenza. I dati vengono tra loro cuciti tramite la funzione in R "stitch_contracts", questo passaggio viene eseguito principalmente per evitare di avere dati mancanti e inoltre grazie alla cucitura si ottiene un arco temporale omogeneo.

La perdita di informazioni si verifica perché non tutti i contratti sono osservabili all'interno di un periodo, questo fenomeno mina l'accuratezza nei contratti futures a lunga scadenza.

Per ogni anno sono stati scelti sedici contratti futures e sono stati etichettati come segue: M2, M3, M4, M5, M6, M7, M8, M9, M10, M11, M12, Q1, Q2, Q3, Q4, Y1.

La sigla M indica il mese, la Q il trimestre e la Y l'anno.

L'argomento ME_N corrisponde al numero di errori di misurazione indipendenti e varia in base al numero di contratti utilizzati per periodo di tempo.

Gli errori di misurazione sono stati calcolati tramite la funzione presente all'interno del pacchetto "NFCP" che consente di considerare un numero variabile di errori di misurazione raggruppando una serie di contratti futures in base alla loro scadenza.

In tal modo contratti con scadenze diverse posseggono errori diversi; infatti, per i futures che in generale sono molto diversificati, specialmente per quanto riguarda le scadenze, questo metodo si adatta particolarmente bene.

In R è possibile stimare i parametri in questo modo tramite la funzione "NFCP_MLE" e ottimizzare la stima è possibile utilizzare l'argomento "Domains" per impostare il limite superiore e inferiore.

In questo elaborato ho considerato tre errori di misurazione indipendenti e unici ("N_ME"=3), il primo errore copre un arco temporale che arriva a 6 mesi ("ME_TTM[1]"=0,5), il secondo considera le scadenze che vanno da 6 mesi a un anno e, infine, l'ultimo copre le scadenze che vanno da un anno a due anni.

Un'altra misura sulla robustezza del modello consiste nel valutare l'errore quadratico medio (Bias) e l'RMSE sull'intero set di dati della struttura a termine piuttosto che sui singoli contratti, l'introduzione del Bias ha determinato una riduzione dell'RMSE totale e la distorsione del set di dati disponibili.

Per conoscere i contratti con il più alto livello di errore è possibile tracciare un grafico nel quale si rappresenta l'errore nei contratti in ogni punto dell'osservazione, la figura 28 di questo elaborato mostra che l'errore nei contratti a breve termine risulta molto più elevato rispetto a quelli a lunga scadenza.

La simulazione dei prezzi spot avviene utilizzando i parametri calcolati tramite la funzione di massima verosimiglianza e quindi si tratta di valori neutrali al rischio che grazie a questa assunzione sono calcolati con un livello di precisione molto alto.

Tramite la funzione "Tsfitt_volatility" può essere misurato la robustezza del modello a due fattori ovvero la sua capacità di abbinare la struttura a termine di volatilità dei rendimenti dei futures.

Nella figura 35 della tesi è stata rappresentata, tramite il programma R studio, questa struttura a termine e si nota che il modello a due fattori tende a sottovalutare la struttura a termine della volatilità dei rendimenti dei futures, questo effetto si amplifica più si va in là con gli anni.

Naturalmente rispetto a un modello a fattore singolo che segue solo un Moto Browniano Geometrico risulta essere molto più efficace ma non abbastanza, una soluzione per aumentare la robustezza del modello potrebbe essere aggiungere fattori e quindi evitare di considerare la volatilità come una funzione di deprezzamento in confronto alla scadenza di un contratto.

Alla fine del modello si è potuto calcolare le opzioni put e anche le calendar spread.

Tramite l'utilizzo del pacchetto "NFCP" si sono prezzate le opzioni di tipo europeo facendo uso della funzione "European_option_value" e apportando alcune modifiche alla formula si sono calcolate anche le calendar spread, quest'ultime comprendono 4 diversi contratti: "3mesi vs 6mesi"; "3mesi vs 9mesi"; "3mesi vs 1anno", "6mesi vs 1anno".

I derivati sull'elettricità sui futures danno al titolare il diritto, ma non l'obbligo, di acquistare o vendere un determinato contratto futures.

Le opzioni europee si differenziano da quelle americane per il fatto che il diritto non può essere esercitato anticipatamente.

I risultati ottenuti sono stati soddisfacenti in quanto anche dai grafici si è potuto notare le caratteristiche tipiche del mercato elettrico e i risultati rispecchiavano quasi la realtà.

L'unico fattore leggermente fuorviante è stato quando si sono analizzate serie di dati più lunghe, a causa di dati mancanti i contratti sono stati cuciti tra di loro e questo ha creato una perdita di informazioni rilevante che ha prodotto dei risultati leggermente distorti.