

Dipartimento

Di Impresa e Management

Cattedra di Matematica Finanziaria

Mutui a tasso fisso ed a tasso variabile: un confronto con focus sui
parametri di indicizzazione

Prof.ssa Gabriella Foschini

Relatore

Lorenzo Romanzi 241021

Candidato

Anno accademico 2022/2023

Indice:

Introduzione	6
1 I mutui a tasso fisso	8
1.1 Definizione di mutuo	8
1.2 Definizione di piano di rimborso	8
1.3 I mutui a tasso fisso	9
1.3.1 Piani di ammortamento	9
1.3.1.1 Ammortamento a quote capitale prefissate	10
1.3.1.2 Ammortamento a rate prefissate	12
1.3.1.3 Piano di rimborso in unica soluzione	15
1.3.1.4 Piano di rimborso del tipo mutuo puro	17
2 I mutui a tasso variabile	20
2.1 Indicizzazione	20
2.2 Parametri di indicizzazione	21
2.2.1 EURIBOR	21
2.2.2 LIBOR	23
2.2.3 SOFR	24
2.2.4 Tasso BCE	25
2.2.5 Valute Estere	26
2.2.6 CMT	26
2.2.7 MTA	27
2.3 Tipologie di Mutui indicizzati	27
2.3.1 Mutui perfettamente indicizzati	28
2.3.2 Mutui indicizzati con spread	29
2.3.3 Mutui Capped rate	29
2.4 Valutazione dei Mutui indicizzati	30
2.4.1 Tecnica del congelamento delle quote capitali	30
2.4.1.1 Applicazione ai mutui perfettamente indicizzati	31
2.4.1.2 Applicazione ai mutui indicizzati con spread	33
2.4.1.3 Applicazione ai mutui Capped rate	35
2.4.2 Tecnica dell'adeguamento della rata	38
2.4.2.1 Applicazione ai mutui perfettamente indicizzati	38
2.4.2.2 Applicazione ai mutui indicizzati con spread	40
2.4.1.3 Applicazione ai mutui Capped rate	41
2.5 I mutui a tasso misto	42
2.5.1 Mutui a tasso misto bilanciato	42
2.5.2 Mutui a tasso misto con opzione	43
3 Confronto mutui a tasso fisso e variabile	45
3.1 La doppia prospettiva: mutuante e mutuatario	45
3.2 Rischio e Rendimento	46

3.2.1 Avversione e minimizzazione del rischio	46
3.3 Confronto tra parametri di indicizzazione	47
3.3.1 Metriche di valutazione	47
3.3.1.1 Varianza, scarto quadratico medio e range	48
3.3.1.2 Skewness e kurtosis.....	50
3.3.2 Confronto EURIBOR – LIBOR.....	51
3.3.3 Confronto LIBOR – SOFR	52
3.3.4 Confronto CMT – MTA	52
3.4 Confronto tra mutui a tasso fisso e variabile.....	53
3.4.1 Confronto di rischio.....	53
3.4.1.1 Rischi finanziari generali	53
3.4.1.1.1 Rischio di insolvenza della controparte	54
3.4.1.1.2 Rischio normativo	54
3.4.1.1.3 Rischio politico	55
3.4.1.2 Rischi mutui a tasso fisso	55
3.4.1.3 Rischi mutui a tasso variabile.....	56
3.4.2 Confronto di rendimento	56
3.4.2.1 Metriche di valutazione del rendimento	57
3.4.2.2 Rendimento mutui a tasso fisso	57
3.4.2.3 Rendimento mutui a tasso variabile.....	58
Conclusioni	60
Bibliografia.....	61
Sitografia	61

Introduzione

Il contratto di mutuo ha origine nel diritto romano, prima nel contratto di *mutuum* poi all'interno del contratto di mutuo feneratizio, che al contrario del primo prevedeva una prima forma di interesse come remunerazione della cosa fungibile, o capitale, data a prestito. Il contratto di mutuo ha subito grandissimi cambiamenti ed evoluzioni dalla sua origine nel diritto romano fino ad oggi, ma gli elementi alla base dello stesso non sono mai cambiati. Il tasso di interesse, il capitale prestato e la modalità di rimborso del prestito, che oggi è definita piano di ammortamento, hanno caratterizzato i mutui in passato e li caratterizzano ancora adesso.

Uno dei principali punti di svolta nell'ambito dei mutui è avvenuto nella prima metà degli anni Settanta del secolo scorso quando, per la prima volta, la *Savings and loan association* della California (USA) ha iniziato a concedere mutui ipotecari a tasso variabile. Da quel momento in poi i mutui a tasso variabile, il cui tasso di interesse varia a seconda dei parametri di riferimento, sono diventati una prassi bancaria diffusa in tutto il mondo ed in molti Paesi il numero dei mutui erogati con la formula del tasso variabile ha superato di gran lunga quelli erogati con la formula, più tradizionale, del tasso fisso.

A partire dagli anni duemila l'ingegneria finanziaria e la diminuzione degli standard per la valutazione del merito creditizio, hanno determinato, non solo un allargamento dei crediti concessi, ma anche l'introduzione di numerose modalità di rimborso e varianti sia dei mutui a tasso fisso che, soprattutto, a tasso variabile.

L'ultimo rapporto sui mutui dell'Agenzia delle Entrate ha evidenziato l'importanza del mercato dei mutui nel contesto italiano che conta oltre 78 miliardi di Euro di finanziamenti attraverso i mutui ed oltre 808 mila immobili coinvolti come garanzie ipotecarie. I dati mostrano che, nonostante negli ultimi anni ci sia stata una tendenza alla disintermediazione del credito ed all'aumento delle operazioni di finanziamento attraverso lo *Shadow banking system*, i mutui rivestono ancora un ruolo centrale nell'erogazione del credito, soprattutto nel contesto italiano in cui i mercati finanziari non sono sviluppati come altrove.

L'importanza dei mutui e le innovazioni che li hanno coinvolti negli ultimi anni, giustificano la redazione di un'analisi completa ed organica delle tipologie di mutuo e delle loro caratteristiche con particolare riguardo al confronto tra mutui a tasso fisso e variabile. Questo è l'obiettivo di questa trattazione, che è suddivisa in tre capitoli, all'interno dei quali saranno discussi in maniera approfondita gli aspetti sopra evidenziati nella prospettiva matematica e finanziaria. Ogni argomento sarà sviluppato sia da un punto di vista teorico che pratico attraverso esempi numerici con l'obiettivo di rendere l'elaborato più aderente alla realtà e più esplicativo possibile.

Il primo capitolo affronterà il tema dei mutui a tasso fisso, le parti che compongono un contratto di mutuo e le tipologie di ammortamento più diffuse ed utilizzate.

Il secondo capitolo svilupperà il tema dei mutui a tasso variabile e quello dell'indicizzazione e dei parametri di indicizzazione oltre che alle tecniche di costruzione di un piano di ammortamento per questa tipologia di mutuo. L'indicizzazione è, indubbiamente, l'invenzione più importante e rivoluzionaria nel contesto dei mutui

degli ultimi cinquanta anni per questo motivo una parte importante della trattazione ha ad oggetto questo argomento. All'interno di questo capitolo sarà presentato anche il tema dei mutui a tasso misto, punto di incontro tra la tipologia a tasso variabile e quella a tasso fisso.

Infine, il terzo capitolo presenterà il confronto sia tra i diversi parametri di indicizzazione che tra i mutui a tasso fisso ed a tasso variabile. Attraverso l'utilizzo di serie storiche e strumenti statistici l'obiettivo è quello di analizzare nel dettaglio gli andamenti degli elementi oggetto del confronto, sia sotto il profilo del rischio che sotto quello del rendimento, per individuare comportamenti simili o differenze rilevanti.

1 I mutui a tasso fisso

1.1 Definizione di mutuo

Il mutuo è il contratto con il quale una parte, detta mutuante, consegna all'altra, detta mutuataria, una determinata quantità di danaro o di altre cose fungibili, e l'altra si obbliga a restituire altrettante cose della stessa specie e qualità nelle quantità e modalità prestabilite¹. Dal punto di vista finanziario il mutuo rientra nella categoria delle operazioni finanziarie complesse, sotto il profilo dei flussi di cassa, tale operazione prevede in generale²:

$$\{A, -R_1, -R_2, -R_3, \dots, -R_t, \} / \{0, 1, 2, 3, \dots, t\}$$

Dove:

A: ammontare del prestito inizialmente contratto. Il segno positivo indica che si tratta di un afflusso di denaro;

R_t : importo della rata di rimborso del prestito al tempo m . Il segno negativo indica che si tratta di un esborso di denaro;

t : tempo nel quale avviene il rimborso dell'ultima rata.

1.2 Definizione di piano di rimborso

Il fulcro del contratto di mutuo è nel piano di rimborso dello stesso, che viene definito come la modalità attraverso la quale il mutuatario si impegna a restituire al mutuante l'ammontare di denaro A preso a prestito. Affinché il prestito sia rimborsabile ed il numero m delle rate sia finito, è necessario che ciascuna rata sia maggiore dell'interesse prodotto dal capitale nell'intervallo di tempo considerato. Tale condizione si verifica solamente se ogni rata R_t è formata da due quote: una quota interesse (I_t) ed una capitale (C_t). Dal punto di vista contabile, la quota capitale contribuisce unicamente alla riduzione del debito contratto inizialmente (operazione di natura finanziaria/patrimoniale), mentre la quota interesse contribuisce unicamente alla remunerazione del capitale (operazione economica)³. Condizioni necessarie risultano pertanto essere:

$$R_t = C_t + I_t$$

$$C_t \wedge I_t \geq 0$$

$$t = 1, 2, 3, \dots, m$$

Dove:

R_t : rata al tempo t ;

C_t : quota capitale;

I_t : quota interesse.

¹ Art. 1813 C.C.I

² Castellani, G., De Felice, M. and Moriconi, F., 2005. Manuale di finanza. Tomo 1. Bologna: Il Mulino, pp.63-65.

³ Crenca, C., Fersini, P., Melisi, G., Olivieri, G. and Pelle, M., 2018. Elementi di matematica finanziaria. Milano: Pearson

La composizione della rata R_t , suddivisa nelle due quote di interesse e capitale, determina la modalità di rimborso del prestito e di conseguenza il piano di ammortamento previsto per il mutuo.

1.3 I mutui a tasso fisso

Un mutuo viene definito a tasso fisso se la quota interesse I_t è calcolata utilizzando un tasso di interesse costante per tutta la durata del mutuo. Essendo possibile determinare la quota di interesse all'inizio della stipulazione del mutuo e non essendoci variazioni nel suo importo, la variabilità dell'importo della rata R_t dipende interamente dalla quota capitale C_t . L'ammontare di quest'ultima dipende a sua volta dal piano di ammortamento prescelto, tale selezione può portare la rata R_t ad essere: costante, decrescente oppure crescente.

1.3.1 Piani di ammortamento

Come indicato in precedenza il piano di rimborso o piano di ammortamento è un elemento essenziale della struttura di un mutuo. Con riguardo ai mutui a tasso fisso possiamo distinguere quattro differenti tipologie di piani di ammortamento:

Ammortamento a quote di capitale prefissate;

Ammortamento a rate prefissate;

Piano con rimborso in unica soluzione;

Piano di ammortamento del tipo mutuo puro.

Per ogni tipologia di piano di rimborso è possibile costruire una specifica tabella di ammortamento in cui sono definiti per ogni scadenza temporale, anno per anno oppure mese per mese a seconda dello scadenziario, gli elementi necessari alla caratterizzazione dell'operazione di mutuo analizzata. In particolare, gli elementi riportati sono:

t : tempo

R_t : rata al tempo t ;

C_t : quota capitale al tempo t ;

I_t : quota interesse al tempo t ;

S_t : debito residuo al tempo t ;

A : ammontare preso a prestito inizialmente.

Al fine di rendere l'analisi di ogni tipologia di ammortamento più chiara, sarà sviluppata dapprima la tabella generale di ammortamento e successivamente sarà proposto un esempio numerico.

1.3.1.1 Ammortamento a quote capitale prefissate

La tipologia di ammortamento a quote di capitale prefissate prevede che le quote capitale siano fissate prima della stipulazione del mutuo. Le quote capitale possono essere definite secondo qualsiasi criterio, nel caso in cui esse siano dello stesso ammontare per tutta la durata del mutuo si definisce tale tipologia di rimborso piano di ammortamento italiano. Quest'ultimo si configura quindi come una sottocategoria di ammortamento a quote capitali costanti, la sua diffusione e popolarità deriva dalla semplicità del calcolo della composizione della rata. Dalla condizione iniziale di uguaglianza delle quote capitale segue necessariamente che:

$$C_t \equiv C \equiv \frac{A}{n}$$

Di conseguenza il debito residuo S_t decresce con andamento lineare secondo una progressione aritmetica con primo termine $A_t - C$ e ragione $-C$. Essendo il tasso di interesse costante ed il debito residuo decrescente in maniera lineare dato che la quota di interesse è funzione lineare del debito residuo, allora anche le rate decresceranno linearmente⁴.

$$I_t = i \cdot S_{t-1}$$

Dove:

i_t : tasso fisso predeterminato per il piano di ammortamento.

Di importanza fondamentale è la condizione di equità finanziaria che prevede che la somma dei valori attuali delle rate coincida con il debito iniziale, in quanto l'operazione di mutuo deve essere, dal punto di vista finanziario, equa⁵. Ne consegue pertanto che:

$$\sum_{t=1}^n R_t \cdot v^t = A$$

Dove

v^t : fattore di attualizzazione della rata al tempo t .

Altrettanto importante è la condizione di chiusura del piano di ammortamento. Quest'ultima richiede che la sommatoria delle quote capitale coincida con il debito iniziale, o, in altre parole, che il debito residuo alla scadenza sia pari a zero:

$$\sum_{t=1}^n C_t = A$$

Definiti tutti gli elementi teorici preliminari si può sviluppare la tabella di ammortamento generale che prevede l'utilizzo di cinque colonne nelle quali saranno riportate rispettivamente: il tempo t , la quota capitale C_t , la quota interesse I_t , la rata R_t ed infine il debito residuo S_t .

⁴Castellani, G., De Felice, M. and Moriconi, F., 2005. Manuale di finanza. Tomo 1. Bologna: Il Mulino, pp.63-65.

⁵Broverman, S., 2019. *Matematica Finanziaria*. 1st ed. Milano: Egea.

t	C_t	I_t	R_t	S_t
0				$S_0 = A$
1	$C_1 = A/n$	$I_1 = S_0 \cdot i$	$R_1 = C_1 + I_1$	$S_1 = S_0 - C_1$
2	$C_2 = A/n$	$I_2 = S_1 \cdot i$	$R_2 = C_2 + I_2$	$S_2 = S_1 - C_2$
...
n-1	$C_{n-1} = A/n$	$I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i$	$R_{n-1} = C_{n-1} + I_{n-1}$	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$
n	$C_n = A/n$	$I_n = S_{n-1} \cdot i$	$R_n = C_n + I_n$	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$

Tabella 1: Tabella generale ammortamento italiano

La tabella di ammortamento viene sviluppata utilizzando un processo ricorsivo intuibile dalla relazione fondamentale di ogni tipologia di mutuo:

$$S_t = S_{t-1} - C_t$$

Al tempo t_0 viene contratto il mutuo per un ammontare iniziale pari ad A , in questa data il debito residuo S_0 è esattamente uguale all'importo A . Non essendo previste altre operazioni finanziarie al tempo t_0 sia la quota capitale che la quota interesse (e di conseguenza la rata poiché data dalla somma delle due) risultano essere pari a zero. La determinazione delle quote capitale per tutto il periodo di ammortamento, come detto in precedenza, può essere effettuata a priori all'inizio della stipula del mutuo. Questo consente di affermare che tutte le quote capitale hanno un importo pari ad A/n . Definito ciò si può iniziare ad utilizzare il metodo ricorsivo per determinare gli importi successivi a partire dalla quota di interesse I_1 che è uguale al prodotto del debito residuo in 0, cioè l'ammontare preso a prestito A , ed il tasso di interesse prescelto i , in altre parole $I_1 = S_0 \cdot i$. Determinata la quota interesse e nota la quota capitale si può calcolare la rata R_1 come somma delle due componenti $R_1 = C_1 + I_1$. Infine, il debito residuo può essere calcolato come differenza tra il debito residuo nel periodo precedente e la quota capitale del periodo attuale, cioè $S_1 = S_0 - C_1$. Il processo è di tipo ricorsivo poiché effettuati tutti i calcoli per il periodo 1 si può procedere allo stesso modo per le restanti righe fino alla fine del periodo considerato. Da notare che la condizione di chiusura è rappresentata nell'ultima riga della colonna del debito residuo che deve necessariamente essere uguale a zero per poter verificare tale condizione.

Di seguito viene sviluppato un caso pratico che prevede l'ammortamento italiano di un mutuo di importo pari a 100.000 € per un periodo di tempo di 10 anni con un tasso annuo del 6%.

t	C _t	I _t	R _t	S _t
0				100.000,00 €
1	10.000,00 €	6.000,00 €	16.000,00 €	90.000,00 €
2	10.000,00 €	5.400,00 €	15.400,00 €	80.000,00 €
3	10.000,00 €	4.800,00 €	14.800,00 €	70.000,00 €
4	10.000,00 €	4.200,00 €	14.200,00 €	60.000,00 €
5	10.000,00 €	3.600,00 €	13.600,00 €	50.000,00 €
6	10.000,00 €	3.000,00 €	13.000,00 €	40.000,00 €
7	10.000,00 €	2.400,00 €	12.400,00 €	30.000,00 €
8	10.000,00 €	1.800,00 €	11.800,00 €	20.000,00 €
9	10.000,00 €	1.200,00 €	11.200,00 €	10.000,00 €
10	10.000,00 €	600,00 €	10.600,00 €	0,00 €

Tabella 2: Esempio ammortamento italiano

Va osservato, come evidenziato in precedenza, che sia la quota di interesse che la rata sono decrescenti, mentre rimane costante la quota capitale. La condizione di chiusura è rispettata in quanto all'anno dieci il debito residuo è pari a zero, allo stesso tempo la condizione di equità finanziaria è rispettata in quanto la somma dei valori attuali delle rate è pari al debito iniziale.

1.3.1.2 Ammortamento a rate prefissate

La tipologia di ammortamento a rate prefissate prevede che le rate siano fissate prima della stipulazione del mutuo, mentre variano le quote interesse e capitale. Le rate possono essere definite secondo qualsiasi criterio, nel caso in cui esse siano dello stesso ammontare per tutta la durata del mutuo si definisce tale tipologia di rimborso piano di ammortamento francese. Quest'ultima tipologia di piano di ammortamento è molto apprezzata nella prassi poiché prevede un flusso regolare di pagamenti. Il piano di ammortamento francese rappresenta quindi una sottocategoria dei piani di ammortamento a rate prefissate, dalla condizione iniziale di uguaglianza delle rate, segue necessariamente che la condizione di equità finanziaria risulta essere⁶:

$$R \sum_{t=1}^m v^t = A$$

Dalla quale può essere ricavato agevolmente l'importo R della rata del mutuo con ammortamento francese:

$$R = \frac{A}{\sum_{t=1}^m v^t}$$

In alternativa, utilizzando il concetto di rendita unitaria, la rata di un mutuo con ammortamento francese può essere scritta come:

$$R = \frac{A}{a_{n|i}}$$

⁶Crenca, C., Fersini, P., Melisi, G., Olivieri, G. and Pelle, M., 2018. Elementi di matematica finanziaria. Milano: Pearson

Dove:

a_n : valore attuale di una rendita immediata e posticipata di importo unitario, per n periodi e con tasso di interesse i .

Dato che le rate sono costanti e le quote interesse sono decrescenti, poiché funzioni lineari del debito residuo che è decrescente, allora le quote capitali saranno necessariamente crescenti. In particolare, le quote capitali sono crescenti in progressione geometrica di ragione $1 + i$. Tale ragione dipende dal fatto che il rapporto tra ogni quota capitale e la successiva è sempre pari ad $1 + i$. È possibile dimostrare questa relazione a partire dalla relazione principale dell'ammortamento francese $R_t = R_{t+1}$. Questa relazione può essere riscritta come segue scomponendo la rata in ogni periodo in quota capitale e quota interesse⁷:

$$C_t + I_t = C_{t+1} + I_{t+1}$$

A sua volta, la quota interesse può essere espressa in funzione del debito residuo:

$$C_t + i \cdot Dr_{t-1} = C_{t+1} + i \cdot Dr_t$$

Inoltre, il debito residuo può essere riscritto in funzione delle quote capitali:

$$C_t + (C_t + C_{t+1} + C_{t+2} + \dots + C_n) \cdot i = C_{t+1} + (C_{t+1} + C_{t+2} + C_{t+3} + \dots + C_n) \cdot i$$

Questa equazione può essere riscritta come segue:

$$C_t + C_t \cdot i + (C_{t+1} + C_{t+2} + \dots + C_n) \cdot i = C_{t+1} + (C_{t+1} + C_{t+2} + C_{t+3} + \dots + C_n) \cdot i$$

Semplificando da entrambi i lati i termini tra parentesi moltiplicati per i si ottiene:

$$C_t + C_t \cdot i = C_{t+1}$$

Da cui si ottiene:

$$C_t \cdot (1 + i) = C_{t+1}$$

Da cui si può ottenere la relazione tra ogni quota capitale e la successiva:

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = (1 + i)$$

Definiti tutti gli elementi teorici preliminari si può sviluppare la tabella di ammortamento generale in maniera analoga a quanto fatto per il piano di ammortamento italiano.

t	C_t	I_t	R_t	S_t
0				$S_0 = A$
1	$C_1 = R - I_1$	$I_1 = S_0 \cdot i$	R	$S_1 = S_0 - C_1$
2	$C_2 = R - I_2$	$I_2 = S_1 \cdot i$	R	$S_2 = S_1 - C_2$
...
n-1	$C_{n-1} = R - I_{n-1}$	$I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i$	R	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$
n	$C_n = R - I_n$	$I_n = S_{n-1} \cdot i$	R	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$

Tabella 3: Tabella generale ammortamento francese

⁷ Crenca, C., Fersini, P., Melisi, G., Olivieri, G. and Pelle, M., 2018. Elementi di matematica finanziaria. Milano: Pearson

La tabella di ammortamento viene sviluppata utilizzando lo stesso processo ricorsivo utilizzato nel caso dell'ammortamento italiano con alcune accortezze legate al fatto che nel caso dell'ammortamento francese ad essere costante è la rata e non la quota capitale. Partendo dalla stessa relazione iniziale analizzata nel caso dell'ammortamento italiano:

$$S_t = S_{t-1} - C_t$$

Questa equazione può essere riscritta come segue per far emergere la relazione tra debito residuo S_t e la rata R_t :

$$S_t = S_{t-1} - R_t + I_t$$

In questa equazione è possibile scomporre la quota interesse nel prodotto tra tasso di interesse e debito residuo S_{t-1} :

$$S_t = S_{t-1} + i \cdot S_{t-1} - R_t$$

Per arrivare alla relazione che lega debito residuo al tempo t e $t-1$ alla rata al tempo t , che rappresenta l'elemento certo nell'analisi dell'ammortamento francese, si procede attraverso un raggruppamento parziale:

$$S_t = S_{t-1} \cdot (1 + i) - R_t$$

Al tempo t_0 viene contratto il mutuo per un ammontare iniziale pari ad A , in questa data il debito residuo S_0 è esattamente uguale all'importo A . Non essendo previste altre operazioni finanziarie al tempo t_0 la rata e la quota interesse risultano essere pari a zero, inoltre poiché la quota capitale è calcolata come differenza tra le due anche essa risulta pari a zero. La determinazione delle rate per tutto il periodo di ammortamento, come detto in precedenza, può essere effettuata a priori all'inizio della stipulazione del mutuo. Questo consente di affermare che tutte le rate hanno un importo pari ad $\frac{A}{\sum_{t=1}^m v^t}$. Definito ciò si può iniziare ad utilizzare il metodo ricorsivo per determinare gli importi successivi a partire dalla quota di interesse I_1 che è uguale al prodotto del debito residuo in 0, cioè l'ammontare preso a prestito A , ed il tasso di interesse prescelto i , in altre parole $I_1 = S_0 \cdot i$. Determinata la quota interesse e nota la rata costante R si può calcolare la quota capitale C_1 come differenza delle due componenti $C_1 = R_1 - I_1$. Infine, il debito residuo può essere calcolato come differenza tra il debito residuo nel periodo precedente e la quota capitale del periodo attuale, cioè $S_1 = S_0 - C_1$. Il processo è di tipo ricorsivo poiché effettuati tutti i calcoli per il periodo 1 si può procedere allo stesso modo per le restanti righe fino alla fine del periodo considerato. Da notare che, come nel caso dell'ammortamento italiano, anche nel caso di quello francese la condizione di chiusura è rappresentata nell'ultima riga della colonna del debito residuo che deve necessariamente essere uguale a zero per poter verificare tale condizione.

Di seguito viene sviluppato un caso pratico che prevede l'ammortamento francese di un mutuo di importo pari a 100.000 € per un periodo di tempo di 10 anni con un tasso annuo del 6%.

t	C _t	I _t	R _t	S _t
0				100.000,00 €
1	7.586,80 €	6.000,00 €	13.586,80 €	92.413,20 €
2	8.042,00 €	5.544,79 €	13.586,80 €	84.371,20 €
3	8.524,52 €	5.062,27 €	13.586,80 €	75.846,68 €
4	9.036,00 €	4.550,80 €	13.586,80 €	66.810,68 €
5	9.578,15 €	4.008,64 €	13.586,80 €	57.232,53 €
6	10.152,84 €	3.433,95 €	13.586,80 €	47.079,68 €
7	10.762,01 €	2.824,78 €	13.586,80 €	36.317,67 €
8	11.407,74 €	2.179,06 €	13.586,80 €	24.909,93 €
9	12.092,20 €	1.494,60 €	13.586,80 €	12.817,73 €
10	12.817,73 €	769,06 €	13.586,80 €	0,00 €

Tabella 4: Esempio ammortamento francese

Va osservato, come evidenziato in precedenza, che la quota di interesse è decrescente, la rata è costante ed infine la quota capitale è crescente. La condizione di chiusura è rispettata in quanto all'anno dieci il debito residuo è pari a zero. Allo stesso tempo, anche la condizione di equità finanziaria è rispettata in quanto la somma dei valori attuali delle rate è pari al debito iniziale.

1.3.1.3 Piano di rimborso in unica soluzione

Questa tipologia di ammortamento non prevede il rimborso progressivo del debito A, ma tale rimborso avviene in un'unica soluzione alla scadenza t del debito. Questa tipologia di ammortamento viene definita di tipo *bullet* oppure del tipo *zero coupon bond*. In questo piano di ammortamento tutte le rate ad eccezione dell'ultima sono pari a zero, mentre l'ultima rata è pari a:

$$R_t = A \cdot (1 + i)^t$$

La particolarità di questo piano di rimborso sta nel fatto che essendo le quote di interesse positive, poiché proporzionali al debito residuo, ma essendo le rate intermedie uguali a zero, allora le quote capitali devono essere necessariamente negative. Questo determina il fatto che, diversamente dalle tipologie di ammortamento considerate in precedenza, il debito residuo non è decrescente, ma all'opposto, cresce dell'ammontare della quota interesse maturata, ma non pagata nelle scadenze intermedie.

Definiti tutti gli elementi teorici preliminari si può sviluppare la tabella di ammortamento generale in maniera analoga a quanto fatto per il piano di ammortamento italiano e per quello francese.

t	C_t	I_t	R_t	S_t
0				$S_0 = A$
1	$C_1 = -I_1$	$I_1 = S_0 \cdot i$	0	$S_1 = S_0 \cdot (1 + i)^1$
2	$C_2 = -I_2$	$I_2 = S_1 \cdot i$	0	$S_2 = S_0 \cdot (1 + i)^2$
...
n-1	$C_{n-1} = -I_{n-1}$	$I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i$	0	$S_{n-1} = S_0 \cdot (1 + i)^{(n-1)}$
n	$C_n = S_0 \cdot (1 + i)^{(n-1)}$	$I_n = S_{n-1} \cdot i$	$R_n = C_n + I_n = S_0 \cdot (1 + i)^n$	$S_n = S_0 \cdot (1 + i)^n - R_n$

Tabella 5: Tabella generale piano di rimborso unico

La tabella di ammortamento viene sviluppata utilizzando lo stesso procedimento ricorsivo utilizzato nei casi precedenti con alcune accortezze legate al fatto che nel caso dell'ammortamento a rimborso unico la rata ha un importo pari a zero per tutta la durata del mutuo tranne che per l'ultimo periodo.

Al tempo t_0 viene contratto il mutuo per un ammontare iniziale pari ad A , in questa data il debito residuo S_0 è esattamente uguale all'importo A . Non essendo previste altre operazioni finanziarie al tempo t_0 la rata e la quota interesse risultano essere pari a zero, inoltre poiché la quota capitale è calcolata come differenza tra le due anche essa risulta pari a zero. La determinazione delle rate per tutto il periodo di ammortamento, come detto in precedenza, può essere effettuata a priori all'inizio della stipula del mutuo. Questo consente di affermare che tutte le rate hanno un importo pari a zero tranne nell'ultimo periodo dove $R_t = A \cdot (1 + i)^t$. Definito ciò, si può iniziare ad utilizzare il metodo ricorsivo per determinare gli importi successivi a partire dalla quota di interesse I_1 che è uguale al prodotto del debito residuo in 0, cioè l'ammontare preso a prestito A , ed il tasso di interesse prescelto i , in altre parole $I_1 = S_0 \cdot i$. Determinata la quota interesse e noto che la rata è pari a zero è possibile calcolare la quota capitale C_1 come differenza delle due componenti $C_1 = R_1 - I_1$. Essendo $R_1 = 0$ allora $C_1 = -I_1$. Infine, il debito residuo può essere calcolato come differenza tra il debito residuo nel periodo precedente e la quota capitale del periodo attuale, cioè $S_1 = S_0 - C_1$, essendo la quota capitale negativa il valore del debito residuo aumenta. Quest'ultimo può essere calcolato anche considerando la capitalizzazione composta del debito iniziale per ogni periodo successivo. Il processo è di tipo ricorsivo poiché effettuati tutti i calcoli per il periodo 1 si può procedere allo stesso modo per le restanti righe fino alla fine del periodo considerato. Da notare che, come nei casi citati in precedenza, anche nel caso piano a rimborso unico la condizione di chiusura è rappresentata nell'ultima riga della colonna del debito residuo che deve necessariamente essere uguale a zero per poter verificare tale condizione.

Di seguito viene sviluppato un caso pratico che prevede l'ammortamento con piano di rimborso unico per un mutuo di importo pari a 100.000 € per un periodo di tempo di 10 anni con un tasso annuo del 6%.

t	C _t	I _t	R _t	S _t
0				100.000,00 €
1	-6.000,00 €	6.000,00 €	0,00 €	106.000,00 €
2	-6.360,00 €	6.360,00 €	0,00 €	112.360,00 €
3	-6.741,60 €	6.741,60 €	0,00 €	119.101,60 €
4	-7.146,10 €	7.146,10 €	0,00 €	126.247,70 €
5	-7.574,86 €	7.574,86 €	0,00 €	133.822,56 €
6	-8.029,35 €	8.029,35 €	0,00 €	141.851,91 €
7	-8.511,11 €	8.511,11 €	0,00 €	150.363,03 €
8	-9.021,78 €	9.021,78 €	0,00 €	159.384,81 €
9	-9.563,09 €	9.563,09 €	0,00 €	168.947,90 €
10	168.947,90 €	10.136,87 €	179.084,77 €	0,00 €

Tabella 6: Esempio piano di rimborso unico

Va osservato che la quota di interesse è crescente, la condizione di chiusura è rispettata in quanto all'anno dieci il debito residuo è pari a zero. Allo stesso tempo, anche la condizione di equità finanziaria è rispettata in quanto la somma dei valori attuali delle rate è pari al debito iniziale.

1.3.1.4 Piano di rimborso del tipo mutuo puro

Questa particolare tipologia di piano di rimborso prevede il pagamento delle quote di interesse in ogni periodo t , mentre il rimborso del capitale preso a prestito in t_0 , A , viene effettuato in unica soluzione alla scadenza t . Questa tipologia di piano di ammortamento ricalca il flusso rateale di un *coupon bond*. L'unicità di questa modalità di ammortamento sta nel fatto che il debito residuo è costante fino alla fine del piano di ammortamento e diventa pari a zero alla scadenza. In ogni istante la rata del mutuo è nota ed è, ad eccezione dell'ultimo periodo, pari a:

$$R_t = A \cdot i$$

Nell'ultimo periodo invece la rata è uguale a:

$$R_n = A \cdot i + A$$

Che è possibile riscrivere come:

$$R_n = A \cdot (1 + i)$$

Definiti tutti gli elementi teorici preliminari si può sviluppare la tabella di ammortamento generale in maniera analoga a quanto per le altre modalità di ammortamento.

t	C_t	I_t	R_t	S_t
0				$S_0 = A$
1	0	$I_1 = A \cdot i$	$R_1 = A \cdot i$	$S_1 = A$
2	0	$I_2 = A \cdot i$	$R_2 = A \cdot i$	$S_2 = A$
...
n-1	0	$I_{n-1} = A \cdot i$	$R_{n-1} = A \cdot i$	$S_{n-1} = A$
n	$C_n = A$	$I_n = A \cdot i$	$R_n = A \cdot (1+i)$	$S_n = A - A = 0$

Tabella 7: Tabella generale ammortamento mutuo puro

La tabella di ammortamento viene sviluppata utilizzando lo stesso procedimento ricorsivo utilizzato nei casi precedenti con alcune accortezze legate al fatto che nel caso dell'ammortamento del tipo mutuo puro la quota capitale ha un importo pari a zero per tutta la durata del mutuo tranne che per l'ultimo periodo.

Al tempo t_0 viene contratto il mutuo per un ammontare iniziale pari ad A , in questa data il debito residuo S_0 è esattamente uguale all'importo A . Non essendo previste altre operazioni finanziarie al tempo t_0 la rata e la quota interesse risultano essere pari a zero, inoltre poiché la quota capitale è calcolata come differenza tra le due anche essa risulta pari a zero. La determinazione delle rate per tutto il periodo di ammortamento, come detto in precedenza, può essere effettuata a priori all'inizio della stipula del mutuo. Questo consente di affermare che tutte le rate hanno un importo pari a $R_t = A \cdot i$, tranne nell'ultimo periodo dove $R_t = A \cdot (1+i)$. Definito ciò si può iniziare ad utilizzare il metodo ricorsivo per determinare gli importi successivi a partire dalla quota di interesse I_1 che è uguale al prodotto del debito residuo in 0, cioè l'ammontare preso a prestito A , ed il tasso di interesse prescelto i , in altre parole $I_1 = S_0 \cdot i$. Determinata la quota interesse e noto che la rata è pari a zero è possibile calcolare la quota capitale C_1 come differenza delle due componenti $C_1 = R_1 - I_1$. Essendo $R_1 = A \cdot i$ allora $C_1 = 0$. Infine, il debito residuo può essere calcolato come differenza tra il debito residuo nel periodo precedente e la quota capitale del periodo attuale, cioè $S_1 = S_0 - C_1$, essendo la quota capitale pari a zero allora il debito residuo rimane pari ad A per tutta la durata del piano di ammortamento tranne che alla scadenza. Il processo è di tipo ricorsivo poiché effettuati tutti i calcoli per il periodo 1 si può procedere allo stesso modo per le restanti righe fino alla fine del periodo considerato. Da notare che, come nei casi citati in precedenza, anche nel caso piano di rimborso del tipo mutuo puro la condizione di chiusura è rappresentata nell'ultima riga della colonna del debito residuo che deve necessariamente essere uguale a zero per poter verificare tale condizione.

Di seguito viene sviluppato un caso pratico che prevede l'ammortamento con piano di rimborso del tipo mutuo puro per un mutuo di importo pari a 100.000 € per un periodo di tempo di 10 anni con un tasso annuo del 6%.

t	C_t	I_t	R_t	S_t
0				100.000,00 €
1	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
2	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
3	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
4	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
5	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
6	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
7	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
8	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
9	0,00 €	6.000,00 €	6.000,00 €	100.000,00 €
10	100.000,00 €	6.000,00 €	106.000,00 €	0,00 €

Tabella 8: Esempio ammortamento mutuo puro

Si osservi che la quota di interesse, la quota capitale, la rata ed il debito residuo sono costanti per tutta la durata del piano di ammortamento tranne che alla scadenza. La condizione di chiusura è rispettata in quanto all'anno dieci il debito residuo è pari a zero. Allo stesso tempo, anche la condizione di equità finanziaria è rispettata in quanto la somma dei valori attuali delle rate è pari al debito iniziale.

2 I mutui a tasso variabile

Un mutuo viene definito a tasso variabile se la quota interesse I_t non è calcolata utilizzando un tasso di interesse costante per tutta la durata del mutuo. In questo frangente il mutuo presenta un elemento di variabilità in più rispetto al caso del mutuo a tasso fisso perché la variabilità del tasso di interesse durante la vita del mutuo non permette di determinare la quota di interesse all'inizio della stipulazione del mutuo. La maggiore aleatorietà del rimborso rende quindi impossibile la definizione di un piano di ammortamento a quote capitale o rate costanti come invece previsto per i mutui a tasso fisso. La denominazione di un mutuo “a tasso variabile” può essere ingannevole. In realtà il punto fondamentale non è che il tasso di interesse sia variabile, ma piuttosto che non sia noto al momento della stipula del contratto di mutuo. Il fatto che il tasso di interesse non sia noto, non rende, infatti, impossibile la costruzione di un piano di ammortamento anche per i mutui a tasso variabile⁸. Al contrario, tale operazione è sempre possibile e sarà parte centrale di questa trattazione. Ovviamente non è possibile utilizzare le stesse tecniche proposte per i mutui a tasso fisso, ma esse rappresentano comunque un solido punto di partenza per la determinazione dell'ammortamento dei mutui a tasso variabile.

2.1 Indicizzazione

Con il termine indicizzazione si intende il meccanismo finanziario che lega il rendimento del capitale di un'attività finanziaria all'andamento di un determinato indice di mercato⁹. Lo scopo dell'indicizzazione è quello di fornire un riparo dall'incertezza nominale, ma non da quella reale¹⁰. Essa dovrebbe consentire agli agenti economici di concentrarsi sulle quantità reali, ma il suo utilizzo potrebbe anche introdurre altrettante rigidità reali. L'indicizzazione consente infatti una maggiore flessibilità dal momento che il costo del mutuo indicizzato varia a seconda dell'andamento del mercato, ma può agire sia a favore che a sfavore del mutuatario. In passato, sia aumenti improvvisi dei tassi di interesse che decrementi degli stessi, hanno spiazzato i contraenti di questa tipologia di prodotto finanziario. Questa evidenza reale è la motivazione principale per la quale il mutuo indicizzato è indicato principalmente per i mutuatari che prevedono di rimborsare il prestito attraverso attività finanziarie legate all'andamento del mercato come il mutuo stesso. L'indicizzazione può essere anche vista come un meccanismo atto ad evitare le divergenze tra il tasso di interesse reale *ex post* ed *ex ante* in presenza di un'elevata inflazione¹¹. L'inflazione può essere analizzata in due circostanze: quella in cui è perfettamente anticipata e quella in cui non lo è. L'inflazione è perfettamente anticipata se alla data in cui viene effettuata l'analisi, l'indice di variazione dei prezzi, che è la misura operativa dell'inflazione, è correttamente previsto per tutto l'arco temporale interessato dall'analisi¹². Nel caso dell'inflazione perfettamente anticipata, l'indicizzazione è ininfluente poiché se è possibile prevedere perfettamente il valore

⁸ Angelini, F. and Herzel, S., 2019. *La valutazione dei titoli a tasso variabile*. Perugia: Università di Perugia, pp. 1-25.

⁹ Borsaitaliana.it. 2022. Indicizzazione - Glossario Finanziario - Borsa Italiana.

¹⁰ Drèze, J., 1993. *Moneta e incertezza: inflazione, interesse, indicizzazione*. Roma: Edizioni dell'elefante.

¹¹ Ragazzi, G. (1976). L'indicizzazione come correttivo delle distorsioni causate dall'inflazione anche se prevista. *Giornale Degli Economisti e Annali Di Economia*, 35(11/12), 673–681

¹² Laidler, D. (1978). I costi dell'inflazione anticipata. *Rivista Internazionale Di Scienze Sociali*, 49 (Anno 86)(2), 215–230.

dell'inflazione futura, dato un qualsiasi tasso di interesse, è sempre possibile calcolare un tasso fisso equivalente che tenga conto dell'effetto inflattivo all'inizio della stipula del mutuo. Nel secondo caso, più aderente alla realtà, dove l'inflazione non è perfettamente anticipata, allora l'indicizzazione diventa uno strumento fondamentale per evitare che l'inflazione riduca il valore reale del mutuo e che si verifichino conseguenze negative sull'economia reale come la contrazione del credito¹³.

2.2 Parametri di indicizzazione

I mutui a tasso variabile vengono definiti indicizzati, in virtù della definizione indicata nel paragrafo precedente, poiché la quota interesse I_t può variare a seconda dell'andamento del mercato oppure di un indice di mercato. In questa tipologia di prodotto finanziario il ruolo centrale è svolto, quindi, dal parametro di indicizzazione che è l'indice di riferimento utilizzato per il calcolo del tasso di interesse del mutuo.

Data l'importanza del parametro di indicizzazione i mutui variabili o indicizzati vengono classificati e distinti proprio in virtù di quest'ultimo. Nonostante, in linea teorica, sia possibile far variare il tasso di interesse in base a qualsiasi indice, la prassi bancaria più diffusa prevede l'utilizzo dei seguenti parametri di indicizzazione:

EURIBOR;

LIBOR;

SOFR;

Tasso BCE;

Valute estere;

CMT;

MTA.

Il meccanismo di indicizzazione è indipendente dall'indice scelto e funziona in maniera analoga per ogni parametro; tuttavia, dato che essi non variano allo stesso modo, il coefficiente di correlazione degli indici indicati è diverso da 1, i risultati ottenuti selezionando ciascuno di essi saranno differenti.

2.2.1 EURIBOR

EURIBOR è una sigla che sta per *Euro Interbank Offered Rate* ed è il parametro di indicizzazione più utilizzato nei mutui a tasso variabile nel continente europeo. Questo tasso viene calcolato come la media dei tassi di interesse offerti dalle banche di primaria importanza attive nel mercato monetario sui depositi interbancari a termine¹⁴. Sebbene il concetto di banca di primaria importanza non sia universalmente ed univocamente definito, è possibile affermare che nel novero delle banche di primaria importanza rientrano gli istituti di

¹³ Modigliani, F., 1976. Alcune implicazioni economiche dell'indicizzazione delle attività finanziarie con particolare riguardo ai mutui ipotecari. *Giornale Degli Economisti e Annali Di Economia*, 35(1/2), 1–30.

¹⁴ Borsaitaliana.it. 2022. Euribor, cos'è e a cosa serve - Borsa Italiana.

credito con elevata affidabilità nei depositi a breve termine, con un alto grado di attività nel mercato monetario ed ampio accesso alle operazioni di mercato aperto nell'Eurozona¹⁵.

L'EURIBOR viene calcolato come media semplice dei tassi indicati da ogni banca facente parte di un panel selezionato di banche primarie (19 in tutto), gli unici accorgimenti riguardano l'esclusione dal calcolo dei tassi rientranti nel 15% più alto della distribuzione e nel 15% più basso della distribuzione (utilizzo della media troncata) e l'arrotondamento del risultato a tre cifre decimali. Tali accorgimenti vengono utilizzati per evitare anomalie di calcolo dovute a tassi troppo distanti dalla media e dalla mediana e per impedire manipolazioni dell'EURIBOR da parte di singoli istituti di credito.

È importante precisare che non esiste un unico tasso EURIBOR, ma ne esiste uno per ogni scadenza dei depositi sul mercato interbancario. Ne consegue che l'EURIBOR è calcolato ad 1 settimana, 1 mese, 3 mesi, 6 mesi e 12 mesi. In passato era disponibile il dato riferito anche all'EURIBOR a 2 settimane, 2 mesi e 9 anni, dato lo scarso utilizzo, a partire dal 1° dicembre 2018 il calcolo con queste scadenze non viene più effettuato. Il tasso EURIBOR utilizzato nei mutui a tasso variabile come punto di partenza per il calcolo della quota di interesse I_t è quello con scadenza 1-3 mesi.

Di seguito si riporta la tabella contenente l'andamento dell'indice EURIBOR a dodici mesi, da notare l'andamento relativamente stabile del tasso con un massimo del 0,543% registrato nel 2019 ed un minimo dello -0,499 % fatto registrare nel 2022. Non essendo ancora terminato l'anno 2022 alla data di scrittura di questo testo, il valore relativo a tale anno è frutto di una proiezione a dodici mesi.

Data di riferimento	Media EURIBOR 12 Mesi
02/01/13	0,543%
02/01/14	0,555%
02/01/15	0,323%
04/01/16	0,058%
02/01/17	-0,083%
02/01/18	-0,186%
02/01/19	-0,121%
02/01/20	-0,248%
04/01/21	-0,502%
03/01/22	-0,499%

Tabella 9: Media tasso EURIBOR a 12 mesi degli ultimi dieci anni¹⁶

La tabella 9 mette evidenza il fatto che a partire dal 2017 il tasso EURIBOR ha mostrato un valore negativo. Tale circostanza, apparentemente sorprendente ed indubbiamente poco comune, ha come prima conseguenza finanziaria nell'ammortamento di un mutuo che la quota interesse è negativa. Tutto ciò, indipendentemente dalla tipologia di ammortamento, comporta una diminuzione dell'ammontare della rata di importo pari alla

¹⁵ Taboga, M., 2014. What Is a Prime Bank? A Euribor-OIS Spread Perspective. International Finance

¹⁶ Euribor-rates.eu. 2022. Euribor 12 mesi

quota interesse. In questa situazione si inverte la relazione costo – rendimento della quota di interesse per il mutuante ed il mutuatario. In condizioni normali, con tassi di interesse positivi, la quota interesse rappresenta un costo per il mutuatario ed il rendimento del capitale concesso in prestito per il mutuante. Al contrario, con tassi di interesse negativi, il rapporto si inverte: la quota di interesse diventa un elemento di rendimento per il mutuatario, che quindi gode di una diminuzione della rata e del capitale da restituire, ed allo stesso tempo si trasforma in un elemento di costo per il mutuante, che non solo subisce una perdita per la mancanza del rendimento, ma anche il capitale che deve essere rimborsato subisce una diminuzione.

L'andamento negativo del tasso EURIBOR è dipeso sostanzialmente da due fattori economici e finanziari.

Il primo è l'enorme utilizzo del *Quantitative easing* e delle politiche monetarie non convenzionali da parte della BCE che hanno determinato un enorme afflusso di liquidità nel mercato bancario. Tale liquidità, destinata in origine al supporto dell'economia reale, è stata dirottata dal mercato bancario verso i mercati finanziari causando un eccesso di domanda di attività finanziarie a basso rischio. L'eccesso di domanda, non supportato ad un adeguato aumento dell'offerta, infine, ha determinato la riduzione dei tassi di interesse interbancari e dell'EURIBOR stesso.

La seconda determinate dei tassi di interesse negativi è l'aspettativa ribassista sui tassi di interesse di lungo periodo da parte degli analisti finanziari. La prospettiva di un futuro ancor più negativo ha reso i tassi attuali ancora più appetibili soprattutto quelli a breve termine. Tutto ciò ha determinato un'ulteriore diminuzione dei tassi di interesse interbancari.

2.2.2 LIBOR

LIBOR è una sigla che sta per *London Interbank Offered Rate* ed è il parametro di indicizzazione più utilizzato per i mutui a tasso variabile e per i contratti derivati al di fuori del continente europeo. Similmente al tasso EURIBOR, il LIBOR è calcolato come media dei tassi interbancari a breve termine, ma il panel selezionato coinvolge in media solamente le 16 più grandi banche attive nel mercato monetario di Londra (ufficialmente il numero può oscillare tra 6 e 18, ma nel recente passato la media si è attestata intorno al 16). Il calcolo di questo tasso si basa su 5 valute differenti: Dollaro americano, Euro, Sterlina inglese, Yen e Franco svizzero, inoltre sono considerate sette scadenze temporali: overnight, 1 settimana, 1 mese, 2 mesi, 3 mesi, 6 mesi e 12 mesi. In totale, di conseguenza, vengono calcolati 35 differenti tassi LIBOR ogni giorno. Il più utilizzato per l'indicizzazione dei mutui a tasso variabile è il LIBOR a 3 mesi espresso in Dollari americani (3M-USD).

Il LIBOR, come l'EURIBOR, è calcolato attraverso la media troncata che prevede l'esclusione dei percentili della distribuzione dei tassi rispettivamente più alti e più bassi, solitamente vengono scartati i 4 più alti ed i 4 più bassi.

Nell'estate del 2012 è stato scoperto che sette istituti di credito tra i più grandi al mondo: Citigroup, Ubs, Royal Bank of Scotland, Deutsche Bank, Hsbc, Jp Morgan e Barclays avevano deliberatamente manipolato il valore del LIBOR per ottenere rendimenti e profitti maggiori¹⁷. A seguito di questo scandalo è stato messo in

¹⁷ Maisano, L., 2015. Scandalo Libor, il conto dell'avidità. [online] Il Sole 24 ORE.

discussione, non solo il metodo di calcolo dell'indice, ma il suo stesso utilizzo. La conseguenza diretta di tale discussione è stata la scelta da parte degli Stati Uniti e della Gran Bretagna di introdurre il tasso SOFR che a partire dall'ottobre 2020 ha iniziato a sostituire effettivamente il tasso LIBOR nei contratti derivati e che lo sostituirà definitivamente in tutti i prodotti finanziari a partire dal 2023 (stima).

Di seguito si riporta la tabella contenente l'andamento dell'indice LIBOR a dodici mesi quotato in Dollari, da notare l'andamento estremamente variabile del tasso, soprattutto se comparato all'indice EURIBOR, con un valore massimo del 3% registrato nel 2019 ed un minimo dello 0,340 % fatto registrare appena due anni dopo nel 2021.

Data di riferimento	Media LIBOR 12M-USD
02 /01/13	0,84250 %
02/01/14	0,58260 %
02/01/15	0,63280 %
04/01/16	1,16925 %
03/01/17	1,68900 %
02/01/18	2,10933 %
02/01/19	3,00200 %
02/01/20	1,99488 %
04/01/21	0,34063 %
04/01/22	0,60300 %

Tabella 10: Media tasso LIBOR a 12 mesi in dollari¹⁸

2.2.3 SOFR

SOFR è una sigla che sta per *Secured Overnight Financing Rate*, è il tasso nato per sostituire il LIBOR negli Stati Uniti e nel Regno Unito, il suo utilizzo è pertanto analogo al predecessore, mentre le modalità di calcolo sono state completamente rinnovate per evitare nuovi scandali finanziari.

La differenza più evidente tra SOFR e LIBOR sta nel fatto che il primo è calcolato sulla base dei tassi realmente utilizzati per le transazioni interbancarie e non su delle stime come avveniva per il secondo¹⁹. Inoltre, il tasso in questione, a differenza del LIBOR, è overnight ed è completamente garantito poiché si basa sui dati delle transazioni realmente effettuate piuttosto che sui tassi di prestito stimati dagli istituti di credito coinvolti nel calcolo.

Il tasso SOFR viene calcolato giornalmente a partire dal 2018 dalla *Federal Reserve Bank* (FED) di New York, anche in questo caso è prevista una media ponderata troncata che esclude il primo e l'ultimo 25% dei tassi utilizzati realmente. Di conseguenza per la determinazione del SOFR viene utilizzato il 50% centrale della distribuzione dei tassi.

Di seguito si riporta la tabella contenente l'andamento dell'indice SOFR a dodici mesi quotato in dollari, è evidente l'andamento estremamente variabile del tasso, soprattutto se comparato all'indice LIBOR di cui

¹⁸ Media, T., 2022. Tasso di interesse LIBOR per il dollaro americano a 12 mesi. Global-rates.com.

¹⁹ Indriawan, I., Jiao, F. and Tse, Y., 2021. The SOFR and the Fed's influence over market interest rates. Economics Letters, 209

dovrebbe prendere il posto. Il tasso SOFR presenta infatti un massimo del 3,15% contro il 3% del LIBOR entrambi registrati del 2019. Allo stesso tempo il SOFR presenta minimo dello 0,05 % contro lo 0,340% del LIBOR registrati entrambi nel 2021.

Data di riferimento	Media SOFR 12M-USD
02/04/ 18	1,80 %
02/01/19	3,15 %
02/01/20	1,54 %
04/01/21	0,10 %
03/01/22	0,05 %

Tabella 11: Media tasso SOFR a 12 mesi in dollari²⁰

2.2.4 Tasso BCE

Il Tasso BCE è il tasso al quale la Banca Centrale Europea (BCE) concede i prestiti alle banche che operano all'interno dell'Unione Europea, anche in questo caso, come in quelli dell'EURIBOR, LIBOR e SOFR, si tratta di un tasso interbancario. La differenza maggiore rispetto agli esempi precedenti è data dal fatto che il Tasso BCE è fissato in maniera autonoma ed indipendente dalla Banca Centrale Europea e non è calcolato come la media di tassi. Il suo valore è stabilito secondo le logiche che governano la politica monetaria della Banca Centrale Europea ed è considerato generalmente il tasso più stabile. In Italia è possibile indicizzare un mutuo al Tasso BCE a partire dal 2009, tale possibilità è stata introdotta a seguito degli squilibri finanziari dovuti alla crisi dei mutui *sub-prime* del 2008-2009.

Di seguito è riportata la tabella contenente l'andamento del tasso BCE nel periodo tra il 2011 ed il 2016. A partire dall'ultima data riportata il tasso BCE è stato fissato pari a zero. L'andamento del tasso segue l'indirizzo della politica monetaria dettata dalla BCE ed il suo valore è coerente con l'andamento macroeconomico generale.

Data di riferimento	Tasso BCE
07/04/11	1,250%
07/07/11	1,500%
03/11/11	1,250%
08/12/11	1,000%
05/07/12	0,750%
02/05/13	0,500%
07/11/13	0,250%
05/06/14	0,150%
04/09/14	0,050%
10/03/16	0,000%

Tabella 12: Tabella andamento tasso BCE²¹

²⁰ Media, T., 2022. Tassi SOFR attuali e storici. Global-rates.com.

²¹ Euribor-rates.eu. 2022. Il tasso di interesse della BCE, tasso refi.

2.2.5 Valute Estere

È possibile indicizzare un mutuo ad una valuta estera, in questo frangente il mutuatario dovrà rimborsare le quote capitale e quelle interesse in una valuta differente rispetto a quella del Paese in cui contrae il mutuo. L'elemento di variabilità è dato dal tasso di cambio tra la valuta in cui è contratto il mutuo e quella alla quale il mutuo è indicizzato. Il caso più comune in Italia è quello dei mutui indicizzati al Franco svizzero (CHF) che tradizionalmente è considerato tra le valute più stabili in assoluto e quindi presenta un rischio di cambio molto basso²². Negli ultimi anni questa tipologia di mutuo è stata oggetto di un ampio dibattito giuridico che ha coinvolto anche la Corte di Cassazione in quanto alcuni mutui indicizzati al Franco svizzero includevano una clausola di doppia conversione della valuta che successivamente è stata ritenuta nulla.

Di seguito si riporta la tabella contenente l'andamento degli ultimi dieci anni del tasso di cambio tra Franco svizzero (CHF) ed Euro (€). Si può notare che l'andamento del tasso di cambio è stato abbastanza regolare con un massimo di 1,23106 Franchi svizzeri per Euro registrato nel 2013 ed un minimo di 1,06786 Franchi svizzeri per Euro nel 2015.

Anno di riferimento	CHF per 1€
2012	1,20528
2013	1,23106
2014	1,21462
2015	1,06786
2016	1,09016
2017	1,1117
2018	1,1550
2019	1,1124
2020	1,0705
2021	1,0811

Tabella 13: Tabella andamento tasso di cambio CHF/€²³

2.2.6 CMT

CMT è una sigla che sta per *Constant Maturity Treasury*, questo indice rappresenta il rendimento interpolato ad un anno dei più recenti titoli del tesoro americano messi all'asta a scadenze differenti. Il CMT è calcolato su base annua ed è utilizzato nell'indicizzazione dei mutui del tipo *Hybrid ARM (Adjustable Rate Mortgage)* che prevedono sia una componente fissa che una variabile.

Di seguito è riportata la tabella del tasso medio CMT mensile per dieci anni dal 2012 al 2022. Da notare l'alta volatilità del tasso che passa dal massimo del 2,332% medio nel 2018 al minimo dello 0,104% nel 2021.

²² Cdn.raiffeisen.it. 2022. Mutuo a tasso indicizzato in valuta estera.

²³ Tassidicambio.bancaditalia.it. 2022. Tassi di Cambio - Banca d'Italia.

Anno di riferimento	Media Tasso CMT mensile per anno di riferimento
2012	0,175%
2013	0,132%
2014	0,121%
2015	0,322%
2016	0,614%
2017	1,201%
2018	2,332%
2019	2,053%
2020	0,379%
2021	0,104%
2022	0,963%

Tabella 14: Tabella media tasso CMT mensile per anno di riferimento²⁴

2.2.7 MTA

MTA è una sigla che sta per *Monthly Treasury Average*, ed è calcolato come media mobile (*moving average*) a dodici mesi dei tassi annuali dei *Treasury Bonds* americani. L'indice MTA si basa quindi sulle stime a dodici mesi del CMT; tuttavia, poiché è possibile dimostrare che l'indice MTA è meno volatile del CMT, allora in molte circostanze l'indice MTA è preferito al CMT per indicizzare i mutui.

Di seguito è riportata la tabella del tasso medio MTA mensile per dieci anni dal 2012 al 2022. Va osservata l'alta volatilità del tasso che passa dal massimo del 2,369% medio nel 2019 al minimo dello 0,117% nel 2021.

Anno di riferimento	Media Tasso MTA mensile per anno di riferimento
2012	0,158%
2013	0,156%
2014	0,120%
2015	0,204%
2016	0,490%
2017	0,880%
2018	1,805%
2019	2,369%
2020	1,139%
2021	0,117%
2022	0,228%

Tabella 15: Tabella media tasso MTA mensile per anno di riferimento²⁵

2.3 Tipologie di Mutui indicizzati

I mutui a tasso variabile possono essere classificati sulla base dell'indice utilizzato (si veda paragrafo precedente) oppure in base alle modalità con le quali è costruita la quota di interesse I_t . Seguendo questo

²⁴ U.S. Department of the Treasury. 2022. Interest Rate Statistics.

²⁵ Nasdaq.com. 2022. 12-Month Treasury Average (MTA).

secondo criterio, in questa trattazione saranno analizzate tre tipologie differenti di mutui indicizzati in ordine crescente di complessità:

Mutui perfettamente indicizzati;

Mutui indicizzati con spread;

Mutui *Capped Rate*.

2.3.1 Mutui perfettamente indicizzati

Un mutuo perfettamente indicizzato è un mutuo nel quale le quote interesse I_t di ogni rata R_t sono cedole indicizzate riferite al nominale S_t pari al debito residuo dopo il pagamento della rata precedente²⁶. Il mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato è rappresentato, quindi, da un flusso di pagamenti aleatori, dati dalla sommatoria di una parte nota all'inizio della stipulazione, la quota capitale C_t , ed una variabile e nota solo dopo il pagamento della rata precedente e dopo l'individuazione del tasso di riferimento.

Se si considera lo scadenziario:

$$t = \{t_0, t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$$

Dove:

t_0 : data di inizio di operazione di mutuo;

t_n : data di rimborso dell'ultima quota capitale ed interesse del mutuo.

La quota di interesse I_t è calcolata sulla base della struttura dei tassi rilevati nel periodo:

$$t = [t_{(k-1)}; t_k]$$

Al tempo t_0 la quota interesse I_1 non è nota poiché il tasso con il quale sarà calcolata è il tasso periodale $r_1(t_0, t_1)$. All'istante t_1 il tasso sarà noto e la cedola sarà calcolata sulla base di tale tasso.

La valutazione del mutuo può avvenire in due condizioni distinte:

$$\text{se } t < t_0$$

Allora nessuna rata è ancora nota e di conseguenza il flusso rateale del mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato è equivalente ad un titolo a cedola nulla che paga il proprio debito iniziale alla data t_0 di inizio del mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato²⁷.

$$\text{se } t_0 < t < t_1$$

Allora il flusso rateale del mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato è equivalente ad un titolo a cedola nulla che paga il proprio debito iniziale più la prima quota interesse alla data di pagamento della prima rata del mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato²⁸.

In ogni caso il mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato è equo dal punto di vista finanziario perché ad ogni pagamento della rata R_t il valore residuo S del mutuo è uguale al flusso rateale residuo del mutuo.

²⁶ Pacati, C., 2001. Contratti indicizzati a tassi di interesse. 1st ed. [e-book] Siena: Università degli Studi di Siena.

²⁷ Pacati, C., 2001. Contratti indicizzati a tassi di interesse. 1st ed. [e-book] Siena: Università degli Studi di Siena.

²⁸ Pacati, C., 2001. Contratti indicizzati a tassi di interesse. 1st ed. [e-book] Siena: Università degli Studi di Siena.

2.3.2 Mutui indicizzati con spread

Il contratto di mutuo può prevedere oltre al tasso variabile anche uno *spread* σ che per definizione si considera maggiore di zero. Quest'ultimo rappresenta un costo aggiuntivo che il mutuante somma al tasso variabile per aumentare l'onerosità del mutuo a carico del mutuatario. La prassi bancaria prevede uno *spread* medio del 1,6% sui mutui indicizzati all'EURIBOR, ma tale valore può cambiare a seconda dell'indice utilizzato e della tipologia del mutuo posto in essere.

Dal punto di vista finanziario un mutuo indicizzato con *spread* può essere scomposto nella somma di due flussi finanziari distinti: da un lato un mutuo perfettamente indicizzato senza *spread* e dall'altro un insieme di pagamenti noti pari al prodotto dello *spread* e del debito residuo al tempo considerato (σS_t). Effettuando questa scomposizione la valutazione di un mutuo a tasso variabile con *spread* può essere effettuata in maniera analoga a quella del mutuo perfettamente indicizzato, con l'unica accortezza che la quota interesse ad ogni istante t :

$$I_t = S_{t-1} \cdot i_{(t-1;t)} + S_{t-1} \cdot \sigma$$

2.3.3 Mutui Capped rate

Un mutuo a tasso variabile viene definito *Capped rate* se presenta un limite massimo (*Cap*) che il tasso variabile può raggiungere. L'introduzione di un *cap* γ rappresenta quindi una limitazione alla variabilità del contratto di mutuo e protegge il mutuatario da eventuali andamenti anomali del tasso di interesse. Nel caso in cui il tasso di interesse periodale sia superiore al *cap*, la quota di interesse è calcolata sulla base del *cap*, viceversa, nel caso in cui il tasso di interesse di mercato sia al di sotto della soglia stabilita dal *cap* γ , il calcolo della quota di interesse sarà effettuato utilizzando tale tasso. Nella prassi bancaria consolidata l'introduzione del *cap* γ , che riduce la variabilità del tasso di interesse, viene bilanciata introducendo uno *spread* σ maggiore rispetto al caso di un mutuo indicizzato senza *cap*. Dal punto di vista finanziario l'introduzione del *cap* consente di calcolare a priori alla data di inizio del mutuo l'importo massimo che il mutuatario sarà tenuto a pagare. Tale importo corrisponde alla circostanza in cui il tasso di mercato sia stabilmente pari o superiore a γ per tutta la durata del mutuo e che quindi il tasso di interesse utilizzato per il calcolo della quota interesse sia esattamente quello massimo stabilito dal *cap*. Permangono tutti gli elementi di aleatorietà dovuti alla presenza del tasso variabile che non consentono l'esatta determinazione di tutte le quote interesse al momento dell'inizio del mutuo. Per la valutazione finanziaria dei mutui *Capped rate* sono valide tutte le osservazioni espresse per il mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato con l'unica differenza che:

$$i_t = \begin{cases} r_{(t-1;t)} + \sigma & \text{se } r_{(t-1;t)} + \sigma_t < \gamma \\ \gamma & \text{se } r_{(t-1;t)} + \sigma_t \geq \gamma \end{cases}$$

Dove:

γ : *cap rate* prestabilito;

σ : *spread* prestabilito;

$r_{(t-1;t)}$: tasso di mercato rilevato sulla base dell'indice prestabilito;

i_t : tasso di interesse con cui viene effettuato il calcolo della quota di interesse.

La formula esplicitata in precedenza può essere riscritta in forma ridotta attraverso l'utilizzo della funzione minimo:

$$i_t = \text{Min}\{r_{(t-1;t)} + \sigma ; \gamma\}$$

Le due formule sono del tutto equivalenti in quanto dal punto di vista strettamente matematico:

$$\text{Min}\{X;Y\} = \begin{cases} X & \text{se } X \leq Y \\ Y & \text{se } X > Y \end{cases}$$

Il vantaggio dato dall'utilizzo della formula minimo sta nel fatto che essa è facilmente applicabile all'interno di un foglio di calcolo al contrario della formula estesa.

2.4 Valutazione dei Mutui indicizzati

I mutui a tasso variabile possono essere valutati solamente alla scadenza del prestito quando tutta la struttura dei tassi è nota. Per sviluppare un piano di ammortamento che possa essere definito equo dal punto di vista finanziario si possono utilizzare due tecniche distinte²⁹:

Tecnica del congelamento delle quote capitali;

Tecnica di adeguamento della rata.

Entrambe le modalità di valutazione sopra citate possono essere considerate equivalenti in quanto basate sul cambiamento degli impieghi a seguito delle modifiche del tasso di interesse³⁰.

Come nel caso dei mutui a tasso fisso è possibile costruire una tabella di ammortamento in cui sono definiti per ogni scadenza temporale, anno per anno oppure mese per mese a seconda dello scadenario, gli elementi necessari alla caratterizzazione dell'operazione di mutuo analizzata. La differenza sostanziale, nel caso dei mutui a tasso variabile, sta nel fatto che tale operazione non può essere realizzata a priori, ma solamente di scadenza intermedia in scadenza intermedia ogni qual volta un nuovo tasso di interesse si rivela fino alla scadenza finale quando tutta la struttura dei tassi sarà nota e sarà possibile completare la valutazione.

2.4.1 Tecnica del congelamento delle quote capitali

Questa tecnica prevede di utilizzare come punto di partenza la rata al tempo t_1 che è nota al tempo t_0 al quale viene stipulato il mutuo. Con tale rata viene redatto un piano di ammortamento equivalente del tipo francese come se il tasso fisso fosse quello del primo periodo $i_{(0;1)}$, grazie a questa assunzione è possibile calcolare tutte le quote capitali. Queste ultime rimarranno fisse per tutta la durata del mutuo, mentre la quota di interesse

²⁹ Crenca, C., Fersini, P., Melisi, G., Olivieri, G. and Pelle, M., 2018. *Elementi di matematica finanziaria*. Milano: Pearson

³⁰ Crenca, C., Fersini, P., Melisi, G., Olivieri, G. and Pelle, M., 2018. *Elementi di matematica finanziaria*. Milano: Pearson

varierà a seconda del tasso di interesse e sarà nota solamente all'istante prima della scadenza³¹. Anche la rata sarà ignota della parte della quota di interesse.

2.4.1.1 Applicazione ai mutui perfettamente indicizzati

Il caso più generale e semplice da analizzare è quello di un mutuo perfettamente indicizzato poiché non sono presenti elementi accessori come *spread* o *cap*. La fase iniziale di costruzione della tabella di ammortamento, come indicato in precedenza, prevede lo sviluppo di un piano di ammortamento francese. Questa fase è come per tutte e tre le tipologie di mutuo a tasso variabile considerate: perfettamente indicizzato, indicizzato con *spread* ed indicizzato con *cap rate*.

t	C_t	I_t	R_t	S_t
0	0	0	0	$S_0 = A$
1	$CF_1 = R \cdot v^n$	$I_1 = S_0 \cdot i$	R	$S_1 = S_0 - C_1$
2	$CF_2 = R \cdot v^{n-1}$	$I_2 = S_1 \cdot i$	R	$S_2 = S_1 - C_2$
...
n-1	$CF_{n-1} = R \cdot v^2$	$I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i$	R	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$
n	$CF_n = R \cdot v^1$	$I_n = S_{n-1} \cdot i$	R	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$

Tabella 16: Tabella generale ammortamento francese equivalente

Il punto di partenza è lo sviluppo di un piano di ammortamento francese che ha come ammontare iniziale quello del mutuo a tasso variabile, stessa durata, ed utilizzi come tasso di interesse quello del primo periodo $i_{(0;1)}$. Definite le rate e le quote di interesse sarà possibile determinare le quote capitale del mutuo a tasso fisso che saranno le stesse del mutuo a tasso variabile, a questo punto si può sviluppare la tabella di ammortamento per il mutuo a tasso variabile. Da notare che a differenza delle altre tabelle proposte in precedenza per i mutui a tasso fisso in questa è stata inserita anche una colonna per la struttura dei tassi di interesse i_t .

t	C_t	I_t	R_t	S_t	$i_{(t-1; t)}$
0				$S_0 = A$	
1	$C_1 = CF_1$	$I_1 = S_0 \cdot i_1$	$R_1 = C_1 + I_1$	$S_1 = S_0 - C_1$	$i(0;1)$
2	$C_2 = CF_2$	$I_2 = S_1 \cdot i_2$	$R_2 = C_2 + I_2$	$S_2 = S_1 - C_2$	$i(1;2)$
...
n-1	$C_{n-1} = CF_{n-1}$	$I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i_{n-1}$	$R_{n-1} = C_{n-1} + I_{n-1}$	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$	$i(n-2; n-1)$
n	$C_n = CF_n$	$I_n = S_{n-1} \cdot i_n$	$R_n = C_n + I_n$	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$	$i(n-1; n)$

Tabella 17: Tabella generale tecnica congelamento delle quote capitale applicata ai mutui perfettamente indicizzati

³¹Modigliani, F. (1976). Alcune implicazioni economiche dell'indicizzazione delle attività finanziarie con particolare riguardo ai mutui ipotecari. *Giornale Degli Economisti e Annali Di Economia*, 35(1/2), 1-30

Anche questa tabella prevede l'utilizzo di un metodo ricorsivo poiché effettuati tutti i calcoli per il periodo 1 si può procedere allo stesso modo per le restanti righe fino alla fine del periodo considerato. È fondamentale sottolineare che, come nei casi citati in precedenza, anche nel caso del mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato analizzato con la tecnica del congelamento delle quote capitale la condizione di chiusura è rappresentata nell'ultima riga della colonna del debito residuo che deve necessariamente essere uguale a zero per poter verificare tale condizione.

Per presentare un esempio numerico di un mutuo a tasso variabile valutato con questa tecnica si è scelto di considerare un mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato al tasso LIBOR.

Data di riferimento	Media LIBOR 12M-USD
02 /01/13	0,84250 %
02/01/14	0,58260 %
02/01/15	0,63280 %
04/01/16	1,16925 %
03/01/17	1,68900 %
02/01/18	2,10933 %
02/01/19	3,00200 %
02/01/20	1,99488 %
04/01/21	0,34063 %
04/01/22	0,60300 %

Tabella 18: Tabella andamento LIBOR 12M-USD per mutuo perfettamente indicizzato

Si specifica che nella prassi bancaria, questa scelta non sia plausibile in quanto la quasi totalità dei mutui indicizzati è della tipologia con *spread* oppure con *cap rate*. Tale scelta si ritiene giustificabile alla luce della finalità accademica di questa analisi. La durata del mutuo è di 10 anni e l'importo preso a prestito è pari a 100.000\$³².

t	C _t	I _t	R _t	S _t
0				\$ 100.000,00
1	\$ 9.626,71	\$ 842,50	\$ 10.469,21	\$ 90.373,29
2	\$ 9.707,81	\$ 761,40	\$ 10.469,21	\$ 80.665,48
3	\$ 9.789,60	\$ 679,61	\$ 10.469,21	\$ 70.875,88
4	\$ 9.872,08	\$ 597,13	\$ 10.469,21	\$ 61.003,81
5	\$ 9.955,25	\$ 513,96	\$ 10.469,21	\$ 51.048,56
6	\$ 10.039,12	\$ 430,08	\$ 10.469,21	\$ 41.009,44
7	\$ 10.123,70	\$ 345,50	\$ 10.469,21	\$ 30.885,74
8	\$ 10.208,99	\$ 260,21	\$ 10.469,21	\$ 20.676,74
9	\$ 10.295,00	\$ 174,20	\$ 10.469,21	\$ 10.381,74
10	\$ 10.381,74	\$ 87,47	\$ 10.469,21	\$ 0,00

Tabella 19: Esempio ammortamento francese da cui determinare le quote capitali

³² Dato che si è scelto di utilizzare il LIBOR 12M-USD l'importo preso a prestito è espresso in dollari americani e non in euro.

t	C _t	I _t	R _t	S _t	i _(t-1;t)
0				\$ 100.000,00	
1	\$ 9.626,71	\$ 842,50	\$ 10.469,21	\$ 90.373,29	0,84250%
2	\$ 9.707,81	\$ 526,51	\$ 10.234,33	\$ 80.665,48	0,58260%
3	\$ 9.789,60	\$ 510,45	\$ 10.300,05	\$ 70.875,88	0,63280%
4	\$ 9.872,08	\$ 828,72	\$ 10.700,79	\$ 61.003,81	1,16925%
5	\$ 9.955,25	\$ 1.030,35	\$ 10.985,60	\$ 51.048,56	1,68900%
6	\$ 10.039,12	\$ 1.076,78	\$ 11.115,90	\$ 41.009,44	2,10933%
7	\$ 10.123,70	\$ 1.231,10	\$ 11.354,80	\$ 30.885,74	3,00200%
8	\$ 10.208,99	\$ 617,56	\$ 10.826,55	\$ 20.676,74	1,99949%
9	\$ 10.295,00	\$ 70,43	\$ 10.365,44	\$ 10.381,74	0,34063%
10	\$ 10.381,74	\$ 62,60	\$ 10.444,34	\$ 0,00	0,60300%

Tabella 20: Esempio mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato con la tecnica del congelamento delle quote capitale

2.4.1.2 Applicazione ai mutui indicizzati con spread

La particolarità dei mutui indicizzati con *spread* è data dalla possibilità di scomporre la quota interesse in due parti, una di importo certo, quella legata allo *spread*, ed una variabile, quella legata al tasso variabile con il quale avviene l'indicizzazione. La costruzione della tabella di ammortamento generale per questa tipologia di mutuo è analoga a quanto fatto per il mutuo perfettamente indicizzato con l'unica accortezza della scomposizione della quota di interesse. Per brevità si è scelto di non riportare nuovamente la tabella di ammortamento del mutuo francese a tasso fisso equivalente, ma si procederà direttamente con la costruzione della tabella generale di ammortamento data questa nozione per assodata.

t	C _t	I _t		R _t	S _t	i _(t-1;t)
		$Q1I_t = S_{t-1} \cdot \sigma$	$Q2I_t = S_{t-1} \cdot i_t$			
0					$S_0 = A$	
1	$C_1 = CF_1$	$Q1I_1 = S_0 \cdot \sigma$	$Q2I_1 = S_0 \cdot i_1$	$R_1 = C_1 + I_1$	$S_1 = S_0 - C_1$	$i(0;1)$
2	$C_2 = CF_2$	$Q1I_2 = S_1 \cdot \sigma$	$Q2I_2 = S_1 \cdot i_2$	$R_2 = C_2 + I_2$	$S_2 = S_1 - C_2$	$i(1;2)$
...
n-1	$C_{n-1} = CF_{n-1}$	$Q1I_{n-1} = S_{n-2} \cdot \sigma$	$Q2I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i_{n-1}$	$R_{n-1} = C_{n-1} + I_{n-1}$	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$	$i(n-2; n-1)$
n	$C_n = CF_n$	$Q1I_n = S_{n-1} \cdot \sigma$	$Q2I_n = S_{n-1} \cdot i_n$	$R_n = C_n + I_n$	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$	$i(n-1; n)$

Tabella 21: Tabella generale tecnica congelamento delle quote capitale applicata ai mutui indicizzati con *spread*

Come si può osservare la quota di interesse è stata scomposta nelle due componenti denominate $Q1I_t$ che rappresenta la componente certa che dipende dallo *spread* e $Q2I_t$ che invece dipende completamente dal tasso di interesse variabile considerato. Anche questa tabella di ammortamento si sviluppa sulla base di un procedimento ricorsivo, nota la prima riga e la struttura dei tassi di interesse, è possibile determinare tutte le altre righe fino alla fine del piano di ammortamento.

Il caso pratico, sviluppato di seguito, prevede l'ammortamento di un mutuo a tasso variabile indicizzato al tasso EURIBOR. La durata del mutuo è di 10 anni e l'importo preso a prestito è pari a 100.000€. Lo *spread*

considerato è pari al 6% annuo, il tasso complessivo risulta quindi essere pari al 6% più il tasso EURIBOR annuale. Sebbene per una rappresentazione più realistica sarebbe stato meglio utilizzare il tasso mensile, data la durata molto estesa del piano di ammortamento, per una lettura più chiara e per facilitare il confronto con i mutui a tasso fisso si è preferito optare per tassi annuali.

Data di riferimento	Media Euribor 12 Mesi	6% + EURIBOR
02/01/13	0,543%	6,543%
02/01/14	0,555%	6,555%
02/01/15	0,323%	6,323%
04/01/16	0,058%	6,058%
02/01/17	-0,083%	5,917%
02/01/18	-0,186%	5,814%
02/01/19	-0,121%	5,879%
02/01/20	-0,248%	5,752%
04/01/21	-0,502%	5,498%
03/01/22	-0,499%	5,501%

Tabella 22: Tabella andamento EURIBOR 12 mesi ultimi 10 anni³³

Da notare con particolare attenzione l'andamento dell'EURIBOR 12 mesi. Negli ultimi sei anni il tasso è stato negativo, questo ha determinato una diminuzione e non un aumento della rata di interesse del mutuo a tasso variabile.

t	C _t	I _t	R _t	S _t
0				100.000,00 €
1	7.395,47 €	6.543,00 €	13.938,47 €	92.604,53 €
2	7.879,36 €	6.059,11 €	13.938,47 €	84.725,17 €
3	8.394,91 €	5.543,57 €	13.938,47 €	76.330,26 €
4	8.944,19 €	4.994,29 €	13.938,47 €	67.386,07 €
5	9.529,40 €	4.409,07 €	13.938,47 €	57.856,67 €
6	10.152,91 €	3.785,56 €	13.938,47 €	47.703,76 €
7	10.817,22 €	3.121,26 €	13.938,47 €	36.886,54 €
8	11.524,99 €	2.413,49 €	13.938,47 €	25.361,55 €
9	12.279,07 €	1.659,41 €	13.938,47 €	13.082,49 €
10	13.082,49 €	855,99 €	13.938,47 €	0,00 €

Tabella 23: Esempio ammortamento francese da cui determinare le quote capitali

³³ Euribor-rates.eu. 2022. Euribor 12 mesi

t	C _t	I _t		R _t	S _t	i _(t-1;t)
		Q1I _t	Q2I _t			
0					100.000,00 €	
1	7.395,47 €	6.000,00 €	543,00 €	13.938,47 €	92.604,53 €	0,543%
2	7.879,36 €	5.556,27 €	513,96 €	13.949,59 €	84.725,17 €	0,555%
3	8.394,91 €	5.083,51 €	273,66 €	13.752,08 €	76.330,26 €	0,323%
4	8.944,19 €	4.579,82 €	44,27 €	13.568,27 €	67.386,07 €	0,058%
5	9.529,40 €	4.043,16 €	-55,93 €	13.516,64 €	57.856,67 €	-0,083%
6	10.152,91 €	3.471,40 €	-107,61 €	13.516,70 €	47.703,76 €	-0,186%
7	10.817,22 €	2.862,23 €	-57,72 €	13.621,72 €	36.886,54 €	-0,121%
8	11.524,99 €	2.213,19 €	-91,48 €	13.646,70 €	25.361,55 €	-0,248%
9	12.279,07 €	1.521,69 €	-127,32 €	13.673,45 €	13.082,49 €	-0,502%
10	13.082,49 €	784,95 €	-65,28 €	13.802,15 €	0,00 €	-0,499%

Tabella 24: Esempio mutuo a tasso variabile con la tecnica del congelamento delle quote capitale

È importante mettere in luce che le quote capitale sono crescenti poiché dipendenti dall'ammortamento francese, mentre non vi è linearità nell'andamento della quota di interesse e di conseguenza anche nella rata. Del resto, tale imprevedibilità rappresenta la caratteristica principale dei mutui a tasso variabile. Inoltre, la negatività del tasso di interesse considerato in alcuni anni, determina una riduzione della quota di interesse e non un aumento. È importante rimarcare questo aspetto, poiché spesso si è portati a credere al luogo comune secondo il quale l'indicizzazione possa agire solamente a svantaggio del debitore, in realtà come evidenzia questo caso pratico, tale luogo comune è del tutto infondato.

2.4.1.3 Applicazione ai mutui *Capped rate*

L'applicazione della tecnica del congelamento della quota capitale ai mutui *capped rate* avviene in maniera analoga a quanto fatto per i mutui con *spread*, la differenza sostanziale sta nel fatto che la presenza del *cap rate*, richiede l'utilizzo della funzione minimo per determinare quale tasso di interesse utilizzare per il calcolo della quota interesse. Per facilitare la chiarezza espositiva, nell'elaborazione della tabella di ammortamento generale per i mutui a tasso variabile *capped rate* non si terrà conto della suddivisione della quota interesse in Q1I_t e Q2I_t come invece fatto per i mutui variabili con *spread*, il lettore tenga in considerazione che tale suddivisione può sempre essere effettuata anche in questa circostanza con le dovute accortezze. Inoltre, come nel caso dei mutui a tasso variabile con *spread* si omette la costruzione del mutuo a tasso fisso francese equivalente necessario per il calcolo delle quote capitali.

t	C_t	I_t	R_t	S_t	$i_{(t-1;t)}$
0				$S_0 = A$	
1	$C_1 = CF_1$	$I_1 = S_0 \cdot \text{Min}(i_1 + \sigma; \gamma)$	$R_1 = C_1 + I_1$	$S_1 = S_0 - C_1$	$i(0;1)$
2	$C_2 = CF_2$	$I_2 = S_1 \cdot \text{Min}(i_2 + \sigma; \gamma)$	$R_2 = C_2 + I_2$	$S_2 = S_1 - C_2$	$i(1;2)$
...
n-1	$C_{n-1} = CF_{n-1}$	$I_{n-1} = S_{n-2} \cdot \text{Min}(i_{n-1} + \sigma; \gamma)$	$R_{n-1} = C_{n-1} + I_{n-1}$	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$	$i(n-2; n-1)$
n	$C_n = CF_n$	$I_n = S_{n-1} \cdot \text{Min}(i_n + \sigma; \gamma)$	$R_n = C_n + I_n$	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$	$i(n-1; n)$

Tabella 25: Tabella generale ammortamento mutuo a tasso variabile capped rate con tecnica del congelamento delle quote capitale

La quota di interesse è determinata attraverso la funzione minimo, come evidenziato nel paragrafo dedicato a questa tipologia di mutuo a tasso variabile, l'utilizzo di tale funzione è particolarmente vantaggioso nel caso in cui la determinazione del valore numerico venga effettuato attraverso un foglio di calcolo. Anche questa tabella di ammortamento si sviluppa sulla base di un procedimento ricorsivo, nota la prima riga e la struttura dei tassi di interesse, è possibile determinare tutte le altre righe fino alla fine del piano di ammortamento.

Il caso pratico, sviluppato di seguito, è analogo a quello presentato per il mutuo a tasso variabile con *spread* con l'aggiunta di un *cap rate* pari al 6,5%. Si tratta quindi dell'ammortamento di un mutuo a tasso variabile indicizzato al tasso EURIBOR. La durata del mutuo è di 10 anni e l'importo preso a prestito è pari a 100.000€. Lo *spread* considerato è pari al 6% annuo ed il tasso complessivo risulta quindi essere pari al 6% più il tasso EURIBOR annuale.

t	C_t	I_t	R_t	S_t
0				100.000,00 €
1	7.410,47 €	6.500,00 €	13.910,47 €	92.589,53 €
2	7.892,15 €	6.018,32 €	13.910,47 €	84.697,38 €
3	8.405,14 €	5.505,33 €	13.910,47 €	76.292,24 €
4	8.951,47 €	4.959,00 €	13.910,47 €	67.340,77 €
5	9.533,32 €	4.377,15 €	13.910,47 €	57.807,45 €
6	10.152,98 €	3.757,48 €	13.910,47 €	47.654,47 €
7	10.812,93 €	3.097,54 €	13.910,47 €	36.841,54 €
8	11.515,77 €	2.394,70 €	13.910,47 €	25.325,77 €
9	12.264,29 €	1.646,17 €	13.910,47 €	13.061,47 €
10	13.061,47 €	849,00 €	13.910,47 €	0,00 €

Tabella 26: Esempio ammortamento francese da cui determinare le quote capitali

t	C _t	I _t	R _t	S _t	i _(t-1;t)
0				100.000,00 €	
1	7.410,47 €	6.500,00 €	13.910,47 €	92.589,53 €	0,543%
2	7.892,15 €	6.018,32 €	13.910,47 €	84.697,38 €	0,555%
3	8.405,14 €	5.355,42 €	13.760,55 €	76.292,24 €	0,323%
4	8.951,47 €	4.621,78 €	13.573,26 €	67.340,77 €	0,058%
5	9.533,32 €	3.984,55 €	13.517,87 €	57.807,45 €	-0,083%
6	10.152,98 €	3.360,93 €	13.513,91 €	47.654,47 €	-0,186%
7	10.812,93 €	2.801,61 €	13.614,53 €	36.841,54 €	-0,121%
8	11.515,77 €	2.119,13 €	13.634,89 €	25.325,77 €	-0,248%
9	12.264,29 €	1.392,41 €	13.656,70 €	13.061,47 €	-0,502%
10	13.061,47 €	718,51 €	13.779,98 €	0,00 €	-0,499%

Tabella 27: Esempio ammortamento mutuo a tasso variabile capped rate con tecnica del congelamento delle quote capitale

A parità di importo da ammortizzare, durata del mutuo, *spread* ed indice di riferimento, in altre parole se l'unico elemento di differenza tra due mutui è dato dalla presenza del *cap rate*, come nei due esempi citati in precedenza, è possibile isolare gli effetti dell'introduzione del *cap rate* analizzando le differenze nell'ammontare delle quote di interesse a parità di scadenza.

t	I _t Capped Rate	I _t spread	Differenza
0			
1	6.500,00 €	6.543,00 €	-43,00 €
2	6.018,32 €	6.070,23 €	-51,91 €
3	5.355,42 €	5.357,17 €	-1,76 €
4	4.621,78 €	4.624,09 €	-2,30 €
5	3.984,55 €	3.987,23 €	-2,68 €
6	3.360,93 €	3.363,79 €	-2,86 €
7	2.801,61 €	2.804,50 €	-2,90 €
8	2.119,13 €	2.121,71 €	-2,59 €
9	1.392,41 €	1.394,38 €	-1,97 €
10	718,51 €	719,67 €	-1,16 €

Tabella 28: Differenze quote interesse mutuo capped rate e con spread ammortizzati con tecnica delle quote capitali costanti

La tabella 28 illustra come solamente nei periodi 1 e 2 sia presente una notevole differenza tra le quote interesse nel mutuo *capped rate* e nel mutuo con *spread*. Tali periodi sono gli unici in cui il tasso complessivo, *spread* più tasso variabile, supera il *cap rate* prestabilito e di conseguenza nel mutuo *capped rate* viene utilizzato il *cap rate* invece che il tasso variabile. Le differenze osservabili in tutti gli altri periodi sono minime e sono dovute al fatto che il periodo 1 è utilizzato per il congelamento delle quote capitali, ma poiché nel secondo esempio proposto il tasso complessivo supera il *cap rate*, viene utilizzato quest'ultimo e non il tasso variabile più *spread* per la determinazione delle quote capitale prese come riferimento. L'esempio proposto ha una valenza prettamente accademica volta a dimostrare in quali circostanze l'utilizzo del *cap rate* ha un effetto tangibile sul costo del mutuo, quest'ultimo rappresentato dalla quota interesse. Una rappresentazione più

realistica avrebbe dovuto prevedere *spread* iniziali differenti poiché la minor variabilità connessa alla presenza del *cap rate* deve essere necessariamente bilanciata da una maggiore onerosità per il mutuatario.

2.4.2 Tecnica dell'adeguamento della rata

Questa tecnica, così come quella del congelamento delle quote capitale, si basa sull'utilizzo del piano di ammortamento francese come punto di partenza, ma a differenza del metodo del congelamento delle quote capitale, questa metodologia prevede la rivalutazione ed il conseguente adeguamento della rata ad ogni scadenza intermedia. In t_1 noto il debito residuo, il numero di periodi n a scadenza ed il tasso di interesse $i_{(0;1)}$ è possibile calcolare la rata del mutuo francese equivalente:

S_0 : A ;

i : $i_{(0;1)}$;

t : n .

$$R_{t1} = \frac{A}{a_{n|i(0;1)}}$$

In t_2 sarà possibile ripetere lo stesso procedimento, infatti, il nuovo debito residuo sarà pari alla differenza tra debito iniziale e la quota capitale della prima rata R_1 , ed allo stesso tempo sarà noto il tasso di interesse $i_{(1;2)}$. Conoscendo anche il numero di periodi rimanenti alla scadenza ($n-1$) è possibile determinare la rata del nuovo piano di rimborso francese con le seguenti caratteristiche:

S_1 : $S_0 - C_1$;

i : $i_{(1;2)}$;

t : $n - 1$.

$$R_{(n-1)} = \frac{S_0 - C_1}{a_{n-1|i(1;2)}}$$

Anche in questo caso, come nei precedenti è possibile costruire una tabella generale di rimborso per i mutui a tasso variabile ammortizzati con la tecnica dell'adeguamento della rata.

2.4.2.1 Applicazione ai mutui perfettamente indicizzati

Il caso del mutuo perfettamente indicizzato è il più semplice da analizzare poiché, come affermato nel paragrafo dedicato a tale tipologia di mutuo, non prevede elementi che ne aumentano la complessità come *spread* o *cap rate*. L'unico elemento da tenere in considerazione è la variabilità del tasso di interesse e la struttura che ne deriva.

T	C_t	I_t	R_t	S_t	$i_{(t-1;t)}$
0				$S_0 = A$	
1	$C_1 = R_1 - I_1$	$I_1 = S_0 \cdot i_1$	$R_1 = \frac{S_0}{a_n i(0;1)}$	$S_1 = S_0 - C_1$	$i(0;1)$
2	$C_2 = R_2 - I_2$	$I_2 = S_1 \cdot i_2$	$R_2 = \frac{S_1}{a_{n-1} i(1;2)}$	$S_2 = S_1 - C_2$	$i(1;2)$
...
n-1	$C_{n-1} = R_{n-1} - I_{n-1}$	$I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i_{n-1}$	$R_{n-1} = \frac{S_{n-2}}{a_2 i(n-1;n-2)}$	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$	$i(n-2; n-1)$
n	$C_n = R_n - I_n$	$I_n = S_{n-1} \cdot i_n$	$R_n = \frac{S_{n-1}}{a_1 i(n-1;n)}$	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$	$i(n-1; n)$

Tabella 29: Tabella generale ammortamento mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato tecnica dell'adeguamento della rata

Anche questa tabella prevede l'utilizzo di un metodo ricorsivo poiché effettuati tutti i calcoli per il periodo 1 si può procedere allo stesso modo per le restanti righe fino alla fine del periodo considerato. Va osservato che, come nei casi già analizzati, anche nel caso del mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato analizzato con la tecnica dell'adeguamento della rata, la condizione di chiusura è rappresentata nell'ultima riga della colonna del debito residuo che deve necessariamente essere uguale a zero per poter verificare tale condizione.

Per presentare un esempio numerico di un mutuo a tasso variabile valutato con questa tecnica, come nel caso precedente, si è scelto di considerare un mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato al tasso LIBOR 12M-USD. La durata del mutuo è di 10 anni e l'importo preso a prestito è pari a 100.000\$.

t	C_t	I_t	R_t	S_t	$i_{(t-1;t)}$
0				\$ 100.000,00	
1	\$ 9.626,71	\$ 842,50	\$ 10.469,21	\$ 90.373,29	0,843%
2	\$ 9.809,74	\$ 526,51	\$ 10.336,25	\$ 80.563,56	0,583%
3	\$ 9.849,51	\$ 509,81	\$ 10.359,32	\$ 70.714,04	0,633%
4	\$ 9.753,14	\$ 826,82	\$ 10.579,97	\$ 60.960,90	1,169%
5	\$ 9.739,52	\$ 1.029,63	\$ 10.769,15	\$ 51.221,38	1,689%
6	\$ 9.821,12	\$ 1.080,43	\$ 10.901,55	\$ 41.400,26	2,109%
7	\$ 9.895,49	\$ 1.242,84	\$ 11.138,32	\$ 31.504,77	3,002%
8	\$ 10.294,38	\$ 629,93	\$ 10.924,32	\$ 21.210,39	1,999%
9	\$ 10.587,16	\$ 72,25	\$ 10.659,41	\$ 10.623,22	0,341%
10	\$ 10.623,22	\$ 64,06	\$ 10.687,28	\$ -	0,603%

Tabella 30: Esempio ammortamento mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato tecnica dell'adeguamento della rata

Come nell'esempio dell'ammortamento di un mutuo a tasso variabile perfettamente indicizzato analizzato con la tecnica del congelamento delle quote capitale, anche in questo frangente, l'utilizzo del tasso LIBOR per l'indicizzazione perfetta rende la quota interesse poco significativa. Resta valida l'osservazione fatta in

precedenza, ovvero che nella prassi bancaria l'indicizzazione perfetta non è utilizzata, mentre si è soliti utilizzare *spread* e *cap rate*.

2.4.2.2 Applicazione ai mutui indicizzati con spread

L'ammortamento dei mutui indicizzati con spread passa attraverso la scomposizione della quota interesse nella componente certa, $Q1I_t$ che è calcolata sulla base dello *spread* σ e nella componente variabile $Q2I_t$ che è calcolata sulla base della struttura dei tassi variabili. L'utilizzo delle rendite unitarie, necessario al calcolo della tabella di ammortamento tramite la tecnica dell'adeguamento della rata, utilizza come argomento del tasso di interesse la somma del tasso variabile e dello *spread* che in questo modo formano il tasso complessivo di riferimento.

t	C_t	I_t	R_t	S_t	$i_{(t-1;t)}$	
0		$Q1I_t = S_{t-1} \cdot \sigma$	$Q2I_t = S_{t-1} \cdot i_t$	$S_0 = A$		
1	$C_1 = R_1 - I_1$	$Q1I_1 = S_0 \cdot \sigma$	$Q2I_1 = S_0 \cdot i_1$	$R_1 = \frac{S_0}{a_{n 1+\sigma}}$	$S_1 = S_0 - C_1$	$i(0;1)$
2	$C_2 = R_2 - I_2$	$Q1I_2 = S_1 \cdot \sigma$	$Q2I_2 = S_1 \cdot i_2$	$R_2 = \frac{S_1}{a_{n-1 i_2+\sigma}}$	$S_2 = S_1 - C_2$	$i(1;2)$
...
n-1	$C_{n-1} = R_{n-1} - I_{n-1}$	$Q1I_{n-1} = S_{n-2} \cdot \sigma$	$Q2I_{n-1} = S_{n-2} \cdot i_{n-1}$	$R_{n-1} = \frac{S_{n-2}}{a_2 i_{n-2}+\sigma}$	$S_{n-1} = S_{n-2} - C_{n-1}$	$i(n-2; n-1)$
n	$C_n = R_n - I_n$	$Q1I_n = S_{n-1} \cdot \sigma$	$Q2I_n = S_{n-1} \cdot i_n$	$R_n = \frac{S_{n-1}}{a_1 i_{n-1}+\sigma}$	$S_n = S_{n-1} - C_n = 0$	$i(n-1; n)$

Tabella 31: Tabella generale ammortamento mutuo a tasso variabile con spread tecnica dell'adeguamento della rata

Come ogni tabella di ammortamento presente in questo testo, anche quest'ultima prevede l'utilizzo di un metodo ricorsivo, nota la prima riga e la struttura dei tassi di interesse è possibile calcolare tutto il piano di ammortamento fino alla scadenza del mutuo analizzato.

Il caso pratico, sviluppato di seguito, è analogo a quello presentato nel caso dell'ammortamento di un mutuo a tasso variabile con *spread* utilizzando la tecnica del congelamento delle quote capitale. Esso prevede l'ammortamento di un mutuo a tasso variabile indicizzato al tasso EURIBOR. La durata del mutuo è di 10 anni e l'importo preso a prestito è pari a 100.000€. Lo *spread* considerato è pari al 6% annuo, il tasso complessivo risulta quindi essere pari al 6% più il tasso EURIBOR annuale.

t	C _t	I _t		R _t	S _t	i _(t-1;t)
		Q1I _t	Q2I _t			
0					100.000,00 €	
1	7.395,47 €	6.000,00 €	543,00 €	13.938,47 €	92.604,53 €	0,543%
2	7.875,44 €	5.556,27 €	513,96 €	13.945,66 €	84.729,09 €	0,555%
3	8.461,95 €	5.083,75 €	273,67 €	13.819,37 €	76.267,14 €	0,323%
4	9.070,03 €	4.576,03 €	44,23 €	13.690,29 €	67.197,11 €	0,058%
5	9.653,71 €	4.031,83 €	-55,77 €	13.629,76 €	57.543,40 €	-0,083%
6	10.245,97 €	3.452,60 €	-107,03 €	13.591,55 €	47.297,42 €	-0,186%
7	10.831,22 €	2.837,85 €	-57,23 €	13.611,83 €	36.466,20 €	-0,121%
8	11.482,28 €	2.187,97 €	-90,44 €	13.579,81 €	24.983,93 €	-0,248%
9	12.157,75 €	1.499,04 €	-125,42 €	13.531,36 €	12.826,18 €	-0,502%
10	12.826,18 €	769,57 €	-64,00 €	13.531,75 €	0,00 €	-0,499%

Tabella 32: Esempio ammortamento mutuo a tasso variabile con spread tecnica dell'adeguamento della rata

È interessante notare come, nonostante sia il metodo delle quote capitale congelate, che quello dell'adeguamento delle rate, siano finanziariamente equi, a parità di struttura dei tassi di interesse e di *spread* siano presenti numerose differenze nella composizione delle rate.

2.4.1.3 Applicazione ai mutui *Capped rate*

Nel caso dei mutui *capped rate* valgono le stesse considerazioni effettuate in precedenza per i mutui con *spread* valutati con la tecnica dell'adeguamento della rata, con l'aggiunta della considerazione che la variabilità del mutuo è limitata dalla presenza del *cap rate*.

t	C _t	I _t	R _t	S _t	i _(t-1;t)
0				S ₀ = A	0
1	C ₁ = R ₁ - I ₁	I ₁ = S ₀ · Min(i ₁ + σ; γ)	$R_1 = \frac{S_0}{a_n \text{Min}(i_1 + \sigma; \gamma)}$	S ₁ = S ₀ - C ₁	i ₁ = i(0;1)
2	C ₂ = R ₂ - I ₂	I ₂ = S ₁ · Min(i ₂ + σ; γ)	$R_2 = \frac{S_1}{a_{n-1} \text{Min}(i_2 + \sigma; \gamma)}$	S ₂ = S ₁ - C ₂	i ₂ = i(1;2)
...
n-1	C _{n-1} = R _{n-1} - I _{n-1}	I _{n-1} = S _{n-2} · Min(i _{n-1} + σ; γ)	$R_{n-1} = \frac{S_{n-2}}{a_2 \text{Min}(i_{n-1} + \sigma; \gamma)}$	S _{n-1} = S _{n-2} - C _{n-1}	i _{n-1} = i(n-2; n-1)
n	C _n = R _n - I _n	I _n = S _{n-1} · Min(i _n + σ; γ)	$R_n = \frac{S_{n-1}}{a_1 \text{Min}(i_n + \sigma; \gamma)}$	S _n = S _{n-1} - C _n = 0	i _n = i(n-1; n)

Tabella 33: Tabella generale ammortamento mutuo a tasso variabile *capped rate* tecnica dell'adeguamento della rata

Per la costruzione della tabella di ammortamento è necessario l'utilizzo contemporaneo sia della funzione minimo, per tenere in considerazione della variabilità limitata della tipologia di mutuo considerata, sia dell'utilizzo delle rendite unitarie, descritte in precedenza, per il calcolo della rata di un mutuo a tasso fisso francese equivalente.

Analogamente al caso dell'utilizzo della tecnica del congelamento delle quote capitale, si propone un esempio pratico di ammortamento di un mutuo a tasso variabile indicizzato al tasso EURIBOR. La durata del mutuo è

di 10 anni e l'importo preso a prestito è pari a 100.000€. Lo *spread* considerato è pari al 6% annuo ed il tasso complessivo risulta quindi essere pari al 6% più il tasso EURIBOR annuale. Il *cap rate* è fissato al 6,5%.

t	C_t	I_t	R_t	S_t	$i_{(t-1;t)}$
0				100.000,00 €	
1	7.410,47 €	6.500,00 €	13.910,47 €	92.589,53 €	0,543%
2	7.892,15 €	6.018,32 €	13.910,47 €	84.697,38 €	0,555%
3	8.458,78 €	5.355,42 €	13.814,20 €	76.238,60 €	0,323%
4	9.066,64 €	4.618,53 €	13.685,17 €	67.171,96 €	0,058%
5	9.650,10 €	3.974,56 €	13.624,66 €	57.521,86 €	-0,083%
6	10.242,14 €	3.344,32 €	13.586,46 €	47.279,72 €	-0,186%
7	10.827,17 €	2.779,57 €	13.606,74 €	36.452,56 €	-0,121%
8	11.477,98 €	2.096,75 €	13.574,73 €	24.974,58 €	-0,248%
9	12.153,20 €	1.373,10 €	13.526,30 €	12.821,38 €	-0,502%
10	12.821,38 €	705,30 €	13.526,68 €	0,00 €	-0,499%

Tabella 34: Esempio ammortamento mutuo a tasso variabile *capped rate* tecnica dell'adeguamento della rata

2.5 I mutui a tasso misto

Il mutuo a tasso misto è una tipologia di mutuo intermedia tra quella a tasso variabile e quella a tasso fisso. Un mutuo viene definito a tasso misto se è possibile passare, durante l'ammortamento, da un tasso fisso ad uno variabile, e viceversa, nel calcolo della quota interesse I_t . La variabilità del mutuo, rispetto ai casi precedenti, è incrementata dalla possibilità di modificare arbitrariamente il tasso di interesse da parte del mutuatario che in questo modo può ridurre la rischiosità del mutuo. Per compensare la minore aleatorietà, dovuta alla diminuzione del rischio di tasso, il mutuatario concede uno *spread* σ maggiore al mutuante. Una strategia che si è rivelata efficace negli ultimi anni, per i contraenti del mutuo, è quella di iniziare il piano di ammortamento con il tasso variabile per beneficiare di una rata R_t di importo minore e successivamente di valutare la possibilità di cambiare il tasso di interesse a seconda dell'andamento del mercato³⁴. Esistono due tipologie di mutui a tasso misto:

Mutuo a tasso misto bilanciato;

Mutuo a tasso misto con opzione.

2.5.1 Mutui a tasso misto bilanciato

Un mutuo a tasso misto bilanciato prevede che la rata di interesse I_t sia calcolata con un tasso di interesse uguale alla media ponderata tra un tasso fisso ed un tasso variabile. Sia i pesi della ponderazione che i valori del tasso fisso che il parametro di indicizzazione sono scelti al momento della stipulazione del mutuo. Questa tipologia di prodotto finanziario è divenuta desueta negli ultimi anni. In ogni caso, la quota di interesse I_t è calcolata come:

³⁴ Bnl.it. 2022. Mutuo a tasso misto.

$$I_t = [wr_t + (1-w)i_{(t-1;t)}]S_{t-1}$$

Dove:

w: peso attribuito al tasso fisso;

r_t : tasso fisso selezionato;

1- w: peso attribuito al tasso variabile;

$i_{(t-1;t)}$: tasso di interesse variabile tra il tempo $t - 1$ e t ;

S_{t-1} : debito residuo al tempo $t - 1$.

I pesi della ponderazione sono stabiliti in maniera del tutto arbitraria sulla base dell'importanza che il singolo soggetto attribuisce alla componente con tasso fisso ed a quella con tasso variabile. Nella prassi bancaria le percentuali di ponderazioni più utilizzate per w e 1-w sono: 50-50%, 30-70% e 70-30%.

I risultati di questa tipologia di mutuo sono stati piuttosto negativi negli ultimi anni e questo ha portato ad un progressivo abbandono di questa tipologia di tasso misto in favore di un aumento dell'utilizzo di mutui a tasso misto con opzione. I risultati negativi di questa tipologia di mutuo sono imputabili al fatto che nel lungo periodo le variazioni dei tassi tendono ad annullarsi e che nel breve periodo la presenza di una componente variabile può determinare forti oscillazioni. Queste ultime, seppur minori di quelle di un mutuo a tasso variabile in quanto bilanciate dalla presenza di una componente a tasso fisso, rendono comunque difficile la gestione della rata di questa tipologia di mutuo al pari di un mutuo a tasso variabile.

2.5.2 Mutui a tasso misto con opzione

Un mutuo a tasso misto con opzione è un contratto di mutuo che inizia con un tasso fisso oppure variabile, ma che consente, entro determinate scadenze oppure senza alcun vincolo, al mutuatario di cambiare il tasso di interesse con cui avviene il calcolo della quota di interesse I_t passando da un tasso fisso ad uno variabile o viceversa. L'opzione può essere di due tipologie: direttamente inserita all'interno del contratto di mutuo oppure a sé stante.

Nel primo caso il passaggio da un tasso all'altro avviene senza il pagamento di costi aggiuntivi, ma tale opzione può essere esercitata solamente entro determinate scadenze, generalmente a 2,3,5 anni dalla data di stipulazione del mutuo, inoltre, all'interno del mutuo è incluso uno spread maggiore per tenere in considerazione del costo dell'opzione.

Nel secondo caso, ad ogni passaggio da un tasso all'altro, il mutuatario dovrà riconoscere un prezzo al mutuante, generalmente se l'opzione è a sé stante può essere esercitata in un arco temporale molto più ampio rispetto al primo caso oppure senza vincoli temporali.

Il passaggio da un tasso all'altro può essere effettuato più volte durante la vita del mutuo, tuttavia, tali modifiche al tasso di interesse, non sempre si rivelano vantaggiose per il mutuatario. Ogni volta che viene esercitata l'opzione per modificare il tasso di interesse, l'intero piano di ammortamento viene ricalcolato per

tenere in considerazione di tale variazione. Nel caso in cui il mutuatario non esercitasse l'opzione, allora il piano di ammortamento rimarrebbe lo stesso.

A seguito del declino della tipologia di mutuo a tasso misto bilanciato, quella con opzione risulta essere la tipologia di mutuo a tasso misto più diffusa.

3 Confronto mutui a tasso fisso e variabile

Il confronto tra mutui a tasso fisso e mutui a tasso variabile è uno dei temi centrali di questa trattazione. Prima di affrontare la comparazione diretta tra le due tipologie di mutuo, è importante paragonare i diversi parametri di indicizzazione e di conseguenza le differenti tipologie di indicizzazione che è possibile attuare. Tale approfondimento è necessario poiché la variabilità dei mutui indicizzati dipende interamente dai parametri considerati, ogni indice ha una propria variabilità ed andamento, pertanto, una loro analisi preliminare si rende necessaria per valutare il profilo del rischio legato ai mutui a tasso variabile.

Una nozione finanziaria fondamentale da rimarcare inizialmente è che rischio e rendimento di un'attività finanziaria sono direttamente correlati: ad un maggiore livello di rischio deve necessariamente corrispondere un maggiore rendimento delle attività finanziarie e viceversa. I mutui sono un'attività finanziaria e pertanto devono aderire a tale assunto. Nel corso del capitolo saranno definiti in maniera più approfondita sia il concetto di rischio finanziario che quello di rendimento finanziario, dalla natura di tale relazione si comprende facilmente perché è necessaria un'analisi di entrambe le metriche per valutare in maniera completa i mutui a tasso fisso ed a tasso variabile.

3.1 La doppia prospettiva: mutuante e mutuatario

Il mutuo, che sia a tasso variabile o a tasso fisso, non rappresenta unicamente un'attività finanziaria, ma al contrario, dal punto di vista giuridico, esso è anche un contratto tra due parti: il mutuante ed il mutuatario. I due soggetti giuridici hanno interessi ed obbiettivi differenti che vengono conciliati all'interno del contratto di mutuo.

Il rendimento dell'attività esiste solamente nella prospettiva del mutuante, la stessa componente, vista nella prospettiva del mutuatario è un elemento di costo di segno negativo.

Sul lato dei rischi, similmente a quanto osservato per il rendimento, esistono differenze notevoli sia dal punto di vista del grado di avversione al rischio sia sul grado di tolleranza del rischio. Inoltre, allargando la trattazione va osservato che il profilo del rischio è esteso dai problemi di selezione avversa ed azzardo morale che coinvolgono il mutuo in quanto contratto tra due parti. Tali aspetti esulano da questa trattazione, che si concentrerà principalmente sull'analisi del rendimento e del rischio nella prospettiva del mutuante salvo alcuni casi in cui saranno valutate entrambe le prospettive.

Un primo esempio delle divergenze negli obbiettivi delle due parti è dato dalle aspettative sull'andamento dei tassi di interesse nei mutui a tasso variabile. Un aumento dei tassi di interesse determina un aumento del rendimento del mutuo per il mutuante, ma allo stesso tempo, tale incremento, determina un aumento di costo di pari importo per il mutuatario. Viceversa, una diminuzione dei tassi di interesse determina una diminuzione di costo per il mutuatario ed un'uguale diminuzione di rendimento per il mutuante. L'esempio proposto sarà ampliato in seguito, ma è sufficiente per delineare la complessità e l'ambivalenza delle dinamiche che coinvolgono i mutui nelle due prospettive di mutuante e mutuatario.

3.2 *Rischio e Rendimento*

Il rischio ed il rendimento sono due aspetti fondamentali dell'analisi delle attività finanziarie. In generale il rendimento di un'attività finanziaria è dato dal rapporto tra l'incremento del valore dell'asset finanziario (differenza tra il valore finale e quello iniziale) ed il valore iniziale dell'asset stesso³⁵. Nei contratti di mutuo il rendimento è legato al tasso di interesse, di conseguenza i mutui a tasso fisso hanno un rendimento noto alla stipulazione del contratto e pari, in percentuale, al tasso di interesse, mentre nei mutui a tasso variabile il rendimento dipende dall'andamento della struttura dei tassi di interesse e non è noto alla stipula del contratto. Al contrario, il rischio finanziario può essere definito come la variabilità o l'incertezza legata ai rendimenti degli asset finanziari. La variabilità non è necessariamente una condizione negativa in quanto può influenzare anche positivamente il rendimento dell'attività finanziaria³⁶. Nello specifico il rischio viene considerato una forma di incertezza tenue e più facile da controllare in quanto può essere espresso in termini numerici e probabilistici³⁷. Più avanti nel capitolo saranno discussi gli specifici rischi legati alle diverse tipologie di mutuo e quelli legati ai parametri di indicizzazione.

3.2.1 *Avversione e minimizzazione del rischio*

Si consideri un evento aleatorio come il lancio di una moneta non truccata che paga 100€ nel caso in cui esca testa e 0€ nel caso opposto in cui esca croce. Entrambi gli eventi sono equiprobabili, di conseguenza il valore atteso di questa lotteria è 50€.

$$\text{Valore Atteso} = 100€ \cdot 50\% + 0€ \cdot 50\% = 50€$$

Un individuo è avverso al rischio se preferisce ottenere con certezza 50€ rispetto a partecipare alla lotteria con identico valore atteso poiché attribuisce maggiore utilità al valore certo rispetto che all'utilità di partecipare alla lotteria. In generale gli agenti economici vengono definiti avversi al rischio se preferiscono un ammontare certo rispetto ad una quantità aleatoria³⁸. Se al contrario l'individuo preferisse la partecipazione alla lotteria rispetto all'equivalente certo allora l'individuo sarebbe propenso al rischio. Infine, nel caso in cui fosse indifferente alla scelta tra la partecipazione alla lotteria e l'equivalente certo l'individuo verrebbe definito neutrale al rischio.

Questa definizione è fondamentale in quanto, l'idea secondo la quale gli agenti economici siano avversi al rischio è la più diffusa in ambito economico data la semplicità delle implicazioni che ne derivano. Dalla teoria dell'avversione al rischio deriva l'idea di minimizzazione del rischio stesso, l'obiettivo principale degli agenti economici è quello di mantenere il più alto possibile il livello del rendimento degli asset finanziari riducendo al minimo il livello di rischio. È importante specificare che nella realtà l'avversione al rischio è una misura soggettiva legata al livello di tolleranza dello stesso ed alla ricchezza dell'agente economico che può essere o

³⁵ Treccani.it. 2022. *rendimento* in "Dizionario di Economia e Finanza".

³⁶ Consob.it. 2022. *Rischio e rendimento*

³⁷ Castellani, G., De Felice, M. and Moriconi, F., 2005. Manuale di finanza. Tomo 1. Bologna: Il Mulino, pp.79-81.

³⁸ Treccani.it. 2022. *avversione al rischio* nell'Enciclopedia Treccani.

meno in grado di sostenere determinate soglie di rischio, per questo motivo esistono prodotti finanziari differenti che sono destinati a soggetti con specifiche esigenze finanziarie e patrimoniali³⁹.

3.3 Confronto tra parametri di indicizzazione

All'interno del capitolo 2 sono già stati elencati e descritti i principali parametri attraverso i quali può essere indicizzato un mutuo. Ogni parametro viene calcolato attraverso modalità e criteri differenti, pertanto, anche le modalità di indicizzazione e gli eventuali correttivi variano a seconda dell'indice, di conseguenza un confronto più ampio ed esaustivo dovrebbe tenere in considerazione ogni possibile combinazione di indice, modalità di indicizzazione ed eventuali elementi accessori del mutuo che ne limitano la variabilità. L'idea alla base del confronto tra i diversi parametri di indicizzazione è quella di mostrare le caratteristiche di ogni parametro, la variabilità e l'andamento nelle serie storiche per poter analizzare nel modo più corretto possibile i rischi connessi all'indicizzazione dei mutui con quello specifico parametro senza esplorare ogni singola possibilità.

3.3.1 Metriche di valutazione

L'andamento e la struttura dei parametri di indicizzazione per il periodo 2012-2022 sono stati già riportati nel corso del capitolo 2. A partire dai tali dati è possibile analizzare le distribuzioni come una generica serie storica di natura statistica. Per tale analisi si è scelto di utilizzare metriche di origine statistica, ma comunemente applicate all'analisi finanziaria. Le metriche selezionate sono:

Valore medio;

Varianza;

Scarto quadratico medio;

Range;

Skewness;

Kurotsis.

La figura 35 mostra l'andamento dei tassi considerati nel periodo 2012-2022 che rappresenta il punto di partenza per l'analisi ed il confronto dei parametri di indicizzazione.

³⁹ Guiso, L. and Paiella, M., 2001. Risk Aversion, Wealth and Background Risk. *SSRN Electronic Journal*,.

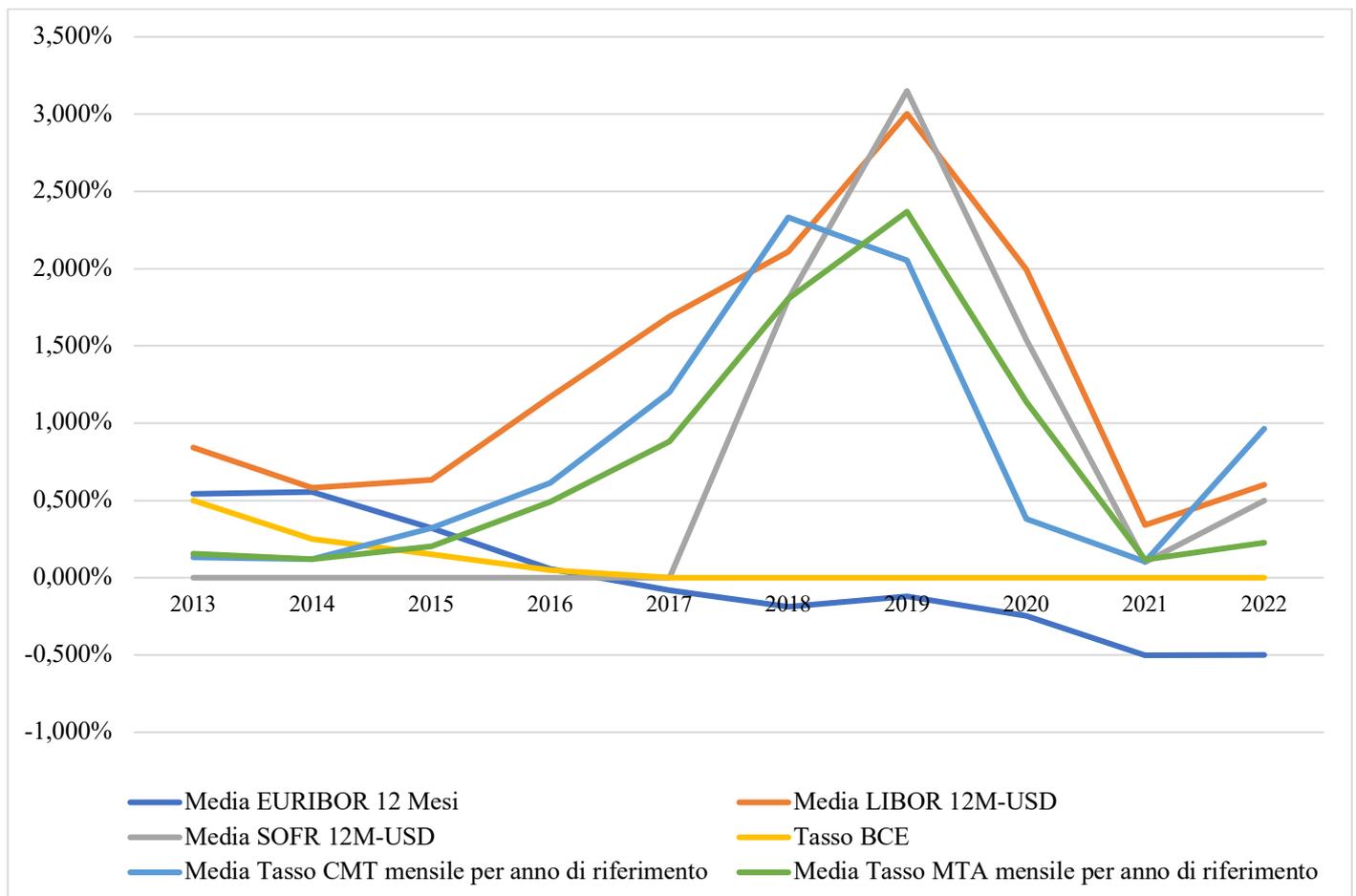


Figura 35: Grafico andamento dei parametri di indicizzazione considerati nel periodo 2012 – 2022

Come è possibile osservare dalla figura 35, l'andamento dei parametri di indicizzazione è altamente variegato, alcuni hanno un andamento lineare, altri hanno un andamento campanulare con massimi e minimi relativi. L'analisi delle metriche statistiche si rende necessaria proprio in virtù delle numerose differenze presenti nelle distribuzioni di valore dei diversi parametri.

3.3.1.1 Varianza, scarto quadratico medio e range

In statistica la varianza è un indice di dispersione dalla media che viene calcolato come la media del quadrato degli scarti dal valore medio della distribuzione del parametro analizzato⁴⁰.

$$\sigma_x^2 = E[(X - E[X])^2]$$

Dove:

$E[X]$: valore medio;

In finanza, invece, la varianza, pur essendo calcolata esattamente allo stesso modo, viene interpretata come la dispersione o la distanza dei rendimenti garantiti da un'attività finanziaria rispetto alla media dei rendimenti stessi⁴¹. La varianza è un indicatore di rischio dell'attività finanziaria, un valore elevato di tale metrica indica

⁴⁰ Monti, A., 2008. *Introduzione alla statistica*. Napoli: Edizioni scientifiche italiane.

⁴¹ Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A., 2022. *Essentials of investments*. New York: McGraw-Hill LLC.

un'incertezza elevata rispetto al rendimento medio dell'attività finanziaria. Questa osservazione rispecchia a pieno la definizione di rischio di un'attività finanziaria esposta in precedenza.

Lo scarto quadratico medio, più comunemente noto come *standard deviation*, è calcolato come la radice quadrata della varianza, viene considerato una misura del rischio più attendibile in quanto ha la stessa unità di misura del valore atteso e di conseguenza rende possibile il confronto con quest'ultimo.

Il *range* rappresenta la differenza tra il valore massimo e minimo della distribuzione, esso è un indice della variabilità massima che il tasso può raggiungere. Il *range* è una misura indicativa e meno accurata dello scarto quadratico medio e della varianza, ma è utile a valutare i valori estremanti della distribuzione dei parametri considerati.

La tabella 36 riassume le statistiche relative ai valori del valore medio, della varianza, dello scarto quadratico medio e del *range* sulle serie storiche annuali per gli indici citati nel capitolo 2.

	EURIBOR 12M	LIBOR 12M-USD	SOFR 12M-USD	Tasso BCE	Tasso CMT	Tasso MTA
Valore Medio	-0,0160%	1,2966%	1,4180%	0,1056%	0,8221%	0,7509%
Range	1,0570%	2,6614%	3,0500%	0,5000%	2,2275%	2,2520%
Varianza	0,0015%	0,0075%	0,0144%	0,0003%	0,0066%	0,0063%
Scarto quadratico medio	0,3839%	0,8678%	1,1980%	0,1722%	0,8118%	0,7952%

Tabella 36: Tabella valore medio, range, varianza e scarto quadratico medio per i parametri di indicizzazione considerati⁴²

Dall'analisi della tabella 36 si osserva immediatamente che il valore medio del tasso EURIBOR è negativo a differenza di tutti gli altri tassi che sono invece positivi. Tutto ciò comporta che a differenza della maggior parte dei tassi un'indicizzazione all' EURIBOR nel periodo considerato (2012-2022) avrebbe determinato una riduzione del costo del debito e non un suo aumento. Ovviamente tale osservazione deve essere tenuta in considerazione con le dovute cautele. In primo luogo, perché, come descritto nel capitolo 2, la maggior parte dei mutui indicizzati prevede uno *spread* e non un'indicizzazione pura al tasso di riferimento. In secondo luogo, perché, molti contratti di mutuo a tasso variabile prevede anche una clausola di tasso minimo, *floor*, e di conseguenza le variazioni negative di tasso di interesse hanno un impatto più limitato. Il tasso che presenta il maggior valore medio è il SOFR che presenta anche la maggior variabilità, tali osservazioni sono perfettamente in linea con quanto previsto dalla teoria rischio-rendimento enunciata in precedenza. Da sottolineare che il SOFR è il tasso che presenta lo storico di dati più ristretto in quanto calcolato solamente a partire dal 2018. Il numero ridotto di osservazioni può spiegare parzialmente il valore medio e la varianza elevati. Interessante notare anche che il tasso BCE presenta la minor varianza ed un valore medio molto basso, tali valori rispecchiano l'utilizzo del tasso in chiave macroeconomica da parte della BCE che ne influenza l'andamento.

⁴² Si osservi che è stato omissso il tasso di cambio CHF presente nell'elenco fornito all'interno del capitolo 2, le valutazioni su tale indice sono rimandate al paragrafo 3.4.1.3.

3.3.1.2 Skewness e kurtosis

Skewness e *kurtosis* sono due misure statistiche molto utilizzate in finanza per valutare l'andamento di una distribuzione di valori.

La prima indica la tendenza di una distribuzione ad essere simmetrica o asimmetrica rispetto alla media ed il grado di sbilanciamento rispetto al valore medio. Ovviamente il mutuante preferisce utilizzare un indice con *skewness* elevata in quanto una distribuzione asimmetrica verso destra indica una maggiore tendenza della distribuzione a tassi di interesse sistematicamente più elevati del valore medio. All'opposto il mutuatario preferisce una distribuzione con una *skewness* ridotta in quanto una distribuzione asimmetrica verso sinistra indica una maggiore tendenza della distribuzione a tassi di interesse sistematicamente più bassi del valore medio⁴³. La *skewness* di una distribuzione può essere calcolata come segue:

$$\text{Skewness} = \frac{n}{(n-1) \cdot (n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X - E[X]}{\sigma_X} \right)^3$$

Dove:

n: numero di osservazioni del parametro;

E[X]: valore medio del parametro;

σ_X : deviazione standard della distribuzione.

La seconda misura la grandezza delle code della distribuzione rispetto a quelle di una distribuzione normale ed indica la probabilità di esiti estremi. A differenza della *skewness*, la *kurtosis* non specifica se i risultati estremi saranno positivi o negativi, ma solo se ci saranno o meno ed in che misura. In questo senso, non è possibile affermare se mutuante e mutuatario preferiranno a priori una distribuzione con un basso o elevato grado di *kurtosis*, ma sicuramente essa è un buon indicatore della variabilità del parametro di indicizzazione e fondamentale come metro di confronto⁴⁴. La *kurtosis* di una distribuzione può essere calcolata come segue:

$$\text{Kurtosis} = \left\{ \frac{n \cdot (n+1)}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X - E[X]}{\sigma_X} \right)^4 \right\} - \frac{3 \cdot (n-1)^2}{(n-2) \cdot (n-3)}$$

Dove:

n: numero di osservazioni del parametro;

E[X]: valore medio del parametro;

σ_X : deviazione standard della distribuzione.

	EURIBOR 12M	LIBOR 12M-USD	SOFR 12M-USD	Tasso BCE	Tasso CMT	Tasso MTA
<i>Skewness</i>	0,3776	0,8369	0,5308	1,8387	1,0639	1,2227
<i>Kutosis</i>	-1,0118	-0,2145	-0,2628	3,1286	-0,1441	0,4223

Tabella 37: Tabella *skewness* e *kutosis* per i parametri di indicizzazione considerati

⁴³ Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A., 2022. *Essentials of investments*. New York: McGraw-Hill LLC.

⁴⁴ Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A., 2022. *Essentials of investments*. New York: McGraw-Hill LLC.

Tutti i tassi considerati presentano una *skewness* positiva, questo significa che tutte le distribuzioni hanno più probabilità di presentare un risultato estremo positivo piuttosto che uno negativo. Tutti i tassi tranne il tasso BCE ed il tasso MTA presentano una *kurtosis* negativa, questo indica che la distribuzione è relativamente piatta. L'elevato valore sia della *kurtosis* che della *skewness* della distribuzione del tasso BCE può essere influenzato dal fatto che i valori del tasso per gli ultimi sei anni sono pari a zero.

Di seguito si propongono tre confronti bilaterali di particolare importanza. La scelta di questi confronti deriva dalle caratteristiche comuni, dalla sostituibilità e dall'utilizzo dei parametri di indicizzazione selezionati ed esposti nel capitolo 2.

Confronto EURIBOR – LIBOR;

Confronto LIBOR – SOFR;

Confronto CMT – MTA.

3.3.2 Confronto EURIBOR – LIBOR

I tassi EURIBOR e LIBOR sono molto simili in quanto entrambi sono tassi interbancari e seguono le stesse modalità di calcolo. Inoltre, nella pratica bancaria, i tassi sopracitati sono tra i più diffusi per i mutui indicizzati.

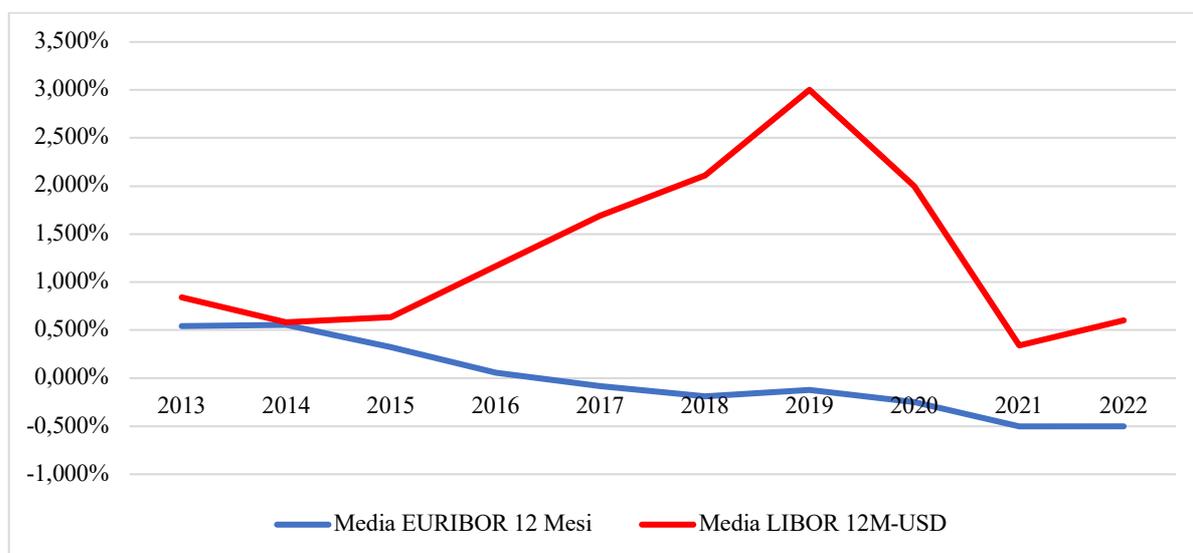


Tabella 38: Grafico confronto EURIBOR 12M – LIBOR 12M

È facile osservare come tali parametri presentino caratteristiche molto differenti; nonostante tale evidenza, è importante sottolineare che le modalità di indicizzazione dei mutui ai due tassi non sono le stesse e pertanto la variabilità di un mutuo indicizzato all'EURIBOR ed uno al LIBOR non dipende interamente dall'andamento del tasso utilizzato. L'EURIBOR ha un andamento lineare e discendente, mentre il LIBOR ha un andamento campanulare con un massimo assoluto. È evidente che il tasso LIBOR ha una variabilità nettamente superiore al tasso EURIBOR che invece ha avuto un andamento molto più stabile nel periodo di tempo considerato.

Maggiore volatilità significa maggior rischio, ma allo stesso tempo, per via della relazione diretta rischio rendimento ad essa è associata un maggior ritorno.

3.3.3 Confronto LIBOR – SOFR

Nei sotto paragrafi dedicati a LIBOR e SOFR sono stati evidenziati gli avvenimenti che hanno determinato la nascita del tasso SOFR a partire da quello LIBOR. Dal momento che il SOFR sostituirà il LIBOR dal 2023 (stima) un confronto tra i due tassi è inevitabile. Si osservi che il confronto è influenzato dal fatto che il SOFR viene calcolato a solamente partire dal 2018, di conseguenza lo storico di dati a disposizione per tale confronto risulta essere fortemente limitato.

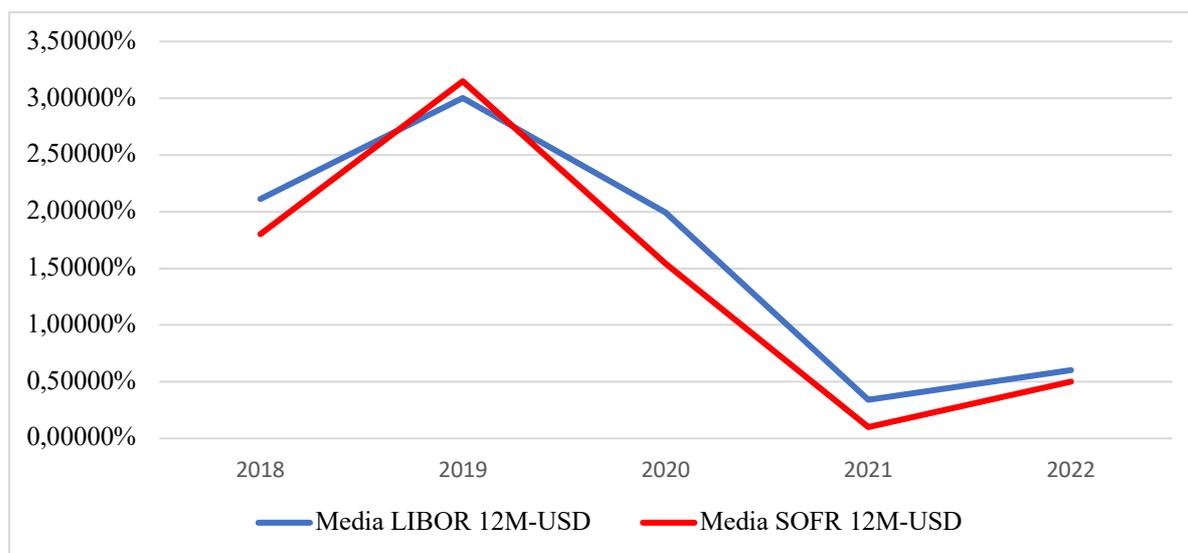


Tabella 39: Grafico confronto LIBOR 12M – SOFR 12M

Il numero ridotto di dati non consente un'analisi accurata, in ogni caso è evidente la maggior volatilità del tasso SOFR rispetto al LIBOR, tale differenza è pienamente attribuibile alle rinnovate modalità di calcolo utilizzate per il SOFR. Va, comunque, osservato che i tassi seguono un andamento simile nonostante lievi variazioni sia in positivo che in negativo del SOFR rispetto al LIBOR.

3.3.4 Confronto CMT – MTA

L'ultimo confronto bilaterale proposto riguarda i tassi CMT ed MTA molto utilizzati nel mercato americano dei mutui ipotecari a tasso variabile.

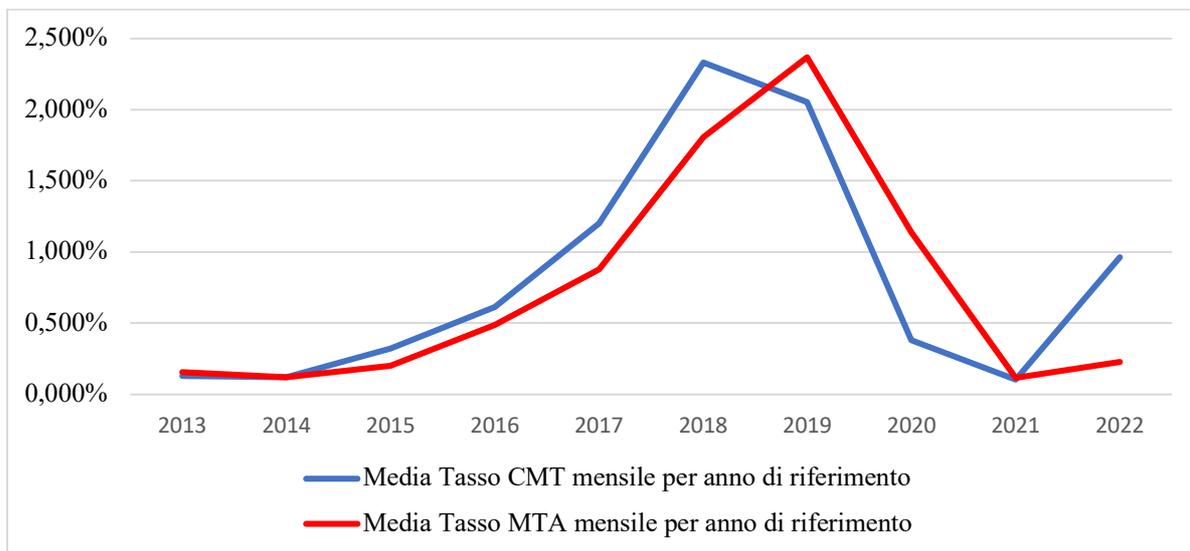


Tabella 40: Grafico confronto CMT – MTA

Anche se non direttamente evidente dal grafico, ma osservabile dalle tabelle 36-37, il tasso MTA è meno variabile del tasso CMT, inoltre poiché il tasso MTA viene calcolato a partire da quello CMT i due tassi seguono un andamento simile. Infine, sia il tasso CMT che quello MTA hanno un andamento campanulare nel periodo considerato e presentano un massimo assoluto.

3.4 Confronto tra mutui a tasso fisso e variabile

Dopo aver analizzato e confrontato i singoli parametri di indicizzazione si può passare all'analisi ed al confronto diretto tra mutui a tasso fisso e variabile. Il confronto riguarda sia il rischio che il rendimento delle due tipologie di mutuo.

3.4.1 Confronto di rischio

Il concetto di rischio è legato all'incertezza, dal momento che quest'ultima non riguarda un solo aspetto dei mutui, ma all'opposto essendo molti gli elementi di incertezza è più corretto parlare di rischi, al plurale, di un mutuo.

Il mutuo è un'attività finanziaria e di conseguenza è affetto da tutti i rischi finanziari tipici di tali operazioni, in questo senso non esiste una differenza netta tra mutui a tasso fisso e mutui a tasso variabile in quanto entrambi ne sono affetti in eguale misura. Esistono anche rischi specifici che riguardano solamente una tipologia di mutuo o addirittura una singola tipologia di mutuo indicizzato. Un esempio di quest'ultima situazione è dato dal rischio di cambio che interessa unicamente la tipologia di mutuo indicizzato a valute estere e di cui si parlerà nello specifico in seguito.

3.4.1.1 Rischi finanziari generali

Sono innumerevoli i rischi finanziari generali che possono influenzare sia i mutui a tasso fisso che variabile. All'interno di questa categoria rientrano indubbiamente:

Rischio di insolvenza della controparte;

Rischio legislativo;

Rischio politico.

3.4.1.1.1 Rischio di insolvenza della controparte

Nella prospettiva del mutuante il primo e più importante rischio da tenere in considerazione è quello di insolvenza della controparte. Il rischio di insolvenza è il rischio che il debitore non sia in grado di adempiere ai suoi obblighi contrattuali di pagamento delle quote interesse e del rimborso del capitale⁴⁵. Ad un maggiore rischio di insolvenza è normalmente associato un maggiore tasso di interesse, allo stesso tempo però un eccessivo livello dei tassi di interesse può incidere negativamente sulla capacità della controparte di rimborsare il prestito. Sul rischio di insolvenza incide anche l'andamento del ciclo economico, in questo senso il tasso variabile può aumentare notevolmente a seguito di forti rialzi dei parametri di indicizzazione ed incidere negativamente sulle capacità di rimborso della controparte. All'opposto, però, dato che i parametri di indicizzazione possono anche diminuire, o addirittura essere negativi, il tasso variabile può ridurre le sofferenze della controparte e nel complesso mitigare il rischio di insolvenza.

Il problema principale legato ai mutui a tasso fisso sta nel fatto che dato che il tasso viene fissato all'inizio del contratto di mutuo, ma che la durata dello stesso può arrivare anche oltre i trent'anni, durante la vita del mutuo il tasso scelto inizialmente potrebbe rivelarsi eccessivamente oneroso, portando quindi all'insolvenza della controparte.

Non è possibile stabilire a priori quale tipologia di mutuo sia più o meno esposta al rischio di insolvenza; tuttavia, dato che i mutui a tasso variabile sono costruiti per rispecchiare l'andamento del mercato in ogni istante che intercorre tra la stipulazione e l'estinzione del mutuo, almeno in linea teorica, dovrebbero essere meno esposti al rischio di insolvenza rispetto ai mutui a tasso fisso.

3.4.1.1.2 Rischio normativo

Un altro parametro di incertezza è dato dal rischio normativo. L'esposizione a tale rischio è presente poiché il contratto di mutuo ha una durata molto estesa nel tempo e può arrivare facilmente anche oltre i trent'anni di durata. Tale rischio è rappresentato, infatti, dalla possibilità che un cambiamento normativo abbia un effetto sfavorevole sul rendimento delle attività finanziarie.

Un esempio di tale circostanza, già citato in precedenza, è dato dal caso della clausola di doppia conversione della valuta nei mutui indicizzati ad una valuta estera. La corte di Cassazione con la sentenza 23655 del 31 agosto 2021 ha ritenuto la clausola sopracitata nulla in quanto considerata vessatoria nei confronti dei mutuatari coinvolti, la sentenza ha respinto le motivazioni del gruppo bancario Barclays in merito alla presenza di tale clausola nei contratti di mutuo indicizzato alle valute estere⁴⁶. Il caso specifico riguardava un mutuo

⁴⁵ Borsaitaliana.it. 2022. *Rischio di Insolvenza - Glossario Finanziario - Borsa Italiana*.

⁴⁶ Italggiure.giustizia.it. 2022. *Cassazione Civile, Sez. I, 31 agosto 2021, n. 23655 - Pres. De Chiara, Rel. Scotti*.

italiano, contratto in Euro, ma indicizzato al Franco Svizzero, la sentenza della Suprema Corte, ha reso nulle tutte le clausole della stessa tipologia inserite nei contratti di mutuo italiani esponendo il gruppo bancario, oltre che ad un danno di immagine, con conseguente perdita di fiducia dei propri clienti, anche a tutte le problematiche relative alla ricontrattualizzazione dei mutui basati su clausole nulle.

3.4.1.1.3 Rischio politico

Molto simile al rischio normativo è il rischio politico. Ad esso sono esposte tutte le attività finanziarie che sono legate in senso lato ad un territorio sottoposto ad un'autorità governativa. Tale rischio è rappresentato dalla possibilità che un cambiamento o una decisione di natura politica o governativa abbia un effetto sfavorevole sul rendimento delle attività finanziarie.

Un esempio di tale circostanza è dato dal caso del decreto-legge 17 marzo 2020 numero 18 con il quale il Governo italiano ha previsto la possibilità, in presenza di specifiche condizioni, per il mutuatario di richiedere la sospensione del pagamento delle rate del mutuo senza possibilità di opposizione da parte del mutuante⁴⁷. Ovviamente si tratta di un provvedimento di natura emergenziale e straordinaria che, tuttavia, potrebbe aver arrecato un danno, non indifferente, agli istituti di credito coinvolti.

3.4.1.2 Rischi mutui a tasso fisso

Il rischio al quale sono esposti unicamente i mutui a tasso fisso è il rischio di inflazione. Come dimostrato da F. Modigliani⁴⁸, e come citato in precedenza, i mutui a tasso fisso sono esposti al rischio di inflazione, che è rappresentato dalla possibilità che un aumento dei prezzi nell'economia reale determini una diminuzione del rendimento reale delle attività finanziarie. La riduzione del rendimento reale avviene poiché i mutui a tasso fisso esprimono solamente il rendimento nominale. Considerando l'equazione di Fisher, che lega insieme il rendimento reale, il rendimento nominale ed il livello dell'inflazione, si nota come un aumento del livello di inflazione determina una riduzione del rendimento reale, ma allo stesso tempo non ha effetti sul rendimento nominale rendendo esposti i mutui a tasso fisso a tale tipologia di rischio.

$$1 + r_r = \frac{1 + r_n}{1 + \pi}$$

Dove

r_r : tasso di interesse reale;

r_n : tasso di interesse nominale;

π : tasso di inflazione attesa.

All'opposto F. Modigliani ha dimostrato che l'indicizzazione dei mutui può essere usata come correttivo all'inflazione anche se prevista, di conseguenza il rischio di inflazione non influenza i mutui a tasso variabile.

⁴⁷ gazzettaufficiale.it. 2020. *DECRETO-LEGGE 17 marzo 2020, n. 18*.

⁴⁸ Modigliani, F., 1976. Alcune implicazioni economiche dell'indicizzazione delle attività finanziarie con particolare riguardo ai mutui ipotecari. *Giornale Degli Economisti e Annali Di Economia*, 35(1/2), 1-30.

3.4.1.3 Rischi mutui a tasso variabile

Il rischio al quale sono esposti unicamente i mutui a tasso variabile è il rischio di tasso di interesse. Esso può essere definito come il rischio che si manifestino variazioni del valore degli asset finanziari a seguito di una modifica della struttura per scadenza dei tassi di interesse⁴⁹. Ovviamente, i mutui a tasso fisso non sono influenzati direttamente dall'andamento della struttura dei tassi, in quanto il tasso di interesse è fissato alla data di stipulazione del mutuo e non varia mai durante la durata dello stesso. I mutui a tasso variabile sono invece esposti al rischio che diminuzioni improvvise o prolungate del valore dei parametri di indicizzazione determinino una diminuzione del valore dei flussi di cassa derivanti dal mutuo. Tale rischio può essere attenuato introducendo clausole di tasso minimo che limitino la variabilità del mutuo nel senso opposto a quello dei *cap rate* e prevedano quindi l'esistenza di un *floor* che riduca l'esposizione al rischio di tasso di interesse.

Simile al rischio di tasso di interesse, nel caso dei mutui a tasso variabile indicizzati a valute estere, è il rischio di tasso di cambio. Il rischio di cambio è il rischio associato alle variazioni del rapporto di cambio tra due valute che può incidere negativamente sul valore dei beni espressi nelle valute estere⁵⁰. Il rischio di cambio dipende solamente dalla valuta in cui sono denominate le attività finanziarie e non è influenzato dalla nazionalità degli intermediari finanziari coinvolti.

Si consideri un mutuo denominato in Euro ed indicizzato al Franco Svizzero, se il valore dell'Euro rispetto alla valuta estera aumenta nel periodo considerato, apprezzamento della valuta nazionale, il valore delle rate subisce una riduzione. All'opposto, se il valore dell'Euro diminuisce rispetto al Franco Svizzero, deprezzamento della valuta nazionale, il valore in Euro delle rate aumenta. Il rischio di cambio non è una componente problematica dei mutui indicizzati a valute estere anzi all'opposto ne rappresenta la caratteristica principale. Come variano i parametri di indicizzazione allo stesso modo variano le valute e di conseguenza i tassi di cambio.

3.4.2 Confronto di rendimento

Il rendimento, a differenza del rischio, è caratteristico di ogni singola attività finanziaria e non è possibile definire rendimenti comuni. Se nel caso del mutuo a tasso fisso non vi sono particolari problematiche nella determinazione del rendimento, differente è il discorso dei mutui a tasso variabile. In questa tipologia di mutuo, infatti, la variabilità dei tassi influenza il rendimento del mutuo e rende sostanzialmente impossibile la determinazione a priori del rendimento, che può essere effettuata solamente a posteriori e nota la struttura dei tassi di interesse.

⁴⁹ Bis.org. 1997. *Principi per la gestione del rischio di tasso d'interesse*.

⁵⁰ Borsaitaliana.it. 2022. *Rischio di Cambio - Glossario Finanziario - Borsa Italiana*.

3.4.2.1 Metriche di valutazione del rendimento

Per confrontare il rendimento dei mutui a tasso fisso e variabile si è scelto di considerare il tasso interno di rendimento (TIR) noto anche come Internal Rate of Return (IRR). Questo tasso rappresenta l'unico tasso di attualizzazione che rende equa l'operazione dal punto di vista finanziario. In altre parole, il TIR è l'unico tasso di sconto che, nel caso specifico dei mutui, rende la sommatoria dei valori attuali delle rate uguale al capitale preso a prestito all'inizio della stipula del contratto di mutuo⁵¹. Il confronto basato sul TIR prevede che il contratto di mutuo migliore sia quello che garantisce un tasso interno di rendimento più alto. Come specificato in precedenza, il rendimento esiste solamente nella prospettiva del mutuante, in quella del mutuatario esso rappresenta un costo. Per analizzare la prospettiva del mutuatario si può utilizzare il tasso interno di costo (TIC) al posto del tasso interno di rendimento. In questo caso la tipologia di mutuo migliore sarà quella con il TIC minore e non maggiore come nel caso del TIR.

Affinché sia possibile confrontare i rendimenti di un mutuo a tasso fisso ed uno a tasso variabile è necessario che le operazioni finanziarie siano omogenee nel senso che entrambi i mutui devono avere lo stesso esborso iniziale e la stessa scadenza finale⁵². Non è, invece, necessario che i mutui abbiano le stesse scadenze intermedie.

3.4.2.2 Rendimento mutui a tasso fisso

Calcolare il rendimento dei mutui a tasso fisso è elementare in quanto il tasso interno di rendimento coincide esattamente con il tasso fisso del mutuo, di conseguenza esso è noto alla data di stipula del mutuo. Indipendentemente da tale considerazione di natura teorica, per poter calcolare il tasso interno di rendimento deve essere identificata la struttura del *cash flow* del mutuo. Essa è data dall'insieme dei flussi di cassa, positivi e negativi, che compongono il contratto di mutuo dalla data di stipulazione alla scadenza finale.

Come esempio si consideri un mutuo a tasso fisso con ammortamento francese di importo pari a 100.000€, con un tasso di interesse pari al 6% e durata decennale. L'esempio proposto è analogo a quello presentato nel capitolo 1.3.1.2 per l'ammortamento francese.

⁵¹ Brealey, R., Myers, S. and Allen, F., 2020. *Principles of corporate finance*. New York: McGraw-Hill Education.

⁵² Crenca, C., Fersini, P., Melisi, G., Olivieri, G. and Pelle, M., 2018. *Elementi di matematica finanziaria*. Milano: Pearson.

t	CF	TIR
0	-100.000,00 €	6,00000%
1	13.586,80 €	
2	13.586,80 €	
3	13.586,80 €	
4	13.586,80 €	
5	13.586,80 €	
6	13.586,80 €	
7	13.586,80 €	
8	13.586,80 €	
9	13.586,80 €	
10	13.586,80 €	

Tabella 41: Cash flow e TIR mutuo a tasso fisso con ammortamento francese

Nella composizione del *cash flow* si riconosce la tipica struttura finanziaria di un mutuo dal punto di vista del mutuante con primo esborso negativo alla data di stipulazione e seguenti afflussi di cassa positivi fino a scadenza. Come anticipato il tasso interno di rendimento è esattamente pari al tasso fisso che caratterizza il mutuo. Il risultato non deve stupire alla luce della definizione di tasso interno di rendimento fornita.

3.4.2.3 Rendimento mutui a tasso variabile

La valutazione dei mutui a tasso variabile è particolarmente complessa in quanto deve necessariamente tenere in considerazione le serie storiche dei parametri di indicizzazione che determinano a posteriori la struttura dei tassi di interesse. Tenere in considerazione un determinato periodo storico o arco temporale piuttosto che un altro, non ha nessun impatto nel rendimento dei mutui a tasso fisso, ma impatta notevolmente su quello dei mutui a tasso variabile. Come svolto per i mutui a tasso fisso anche in questa circostanza prima di poter determinare il tasso interno di rendimento è necessario identificare la struttura dei *cash flow* del mutuo che, come è noto, dipende dalla struttura dei tassi di interesse. Poiché questa valutazione è svolta a posteriori entrambi i dati sono conosciuti.

Si consideri come esempio quello di un mutuo a tasso variabile indicizzato all'EURIBOR con spread pari al 6%, di importo pari a 100.000€ e durata dieci anni. Il piano di ammortamento utilizzato è quello previsto dalla tecnica del congelamento delle quote capitale. L'esempio considerato è analogo a quello proposto nel paragrafo 2.4.1.2.

t	CF	TIR
0	-100.000,00 €	6,19214%
1	13.938,47 €	
2	13.949,59 €	
3	13.752,08 €	
4	13.568,27 €	
5	13.516,64 €	
6	13.516,70 €	
7	13.621,72 €	
8	13.646,70 €	
9	13.673,45 €	
10	13.802,15 €	

Tabella 42: Cash flow e TIR mutuo a tasso variabile indicizzato EURIBOR ammortamento tecnica quote capitale congelate

In questo esempio il tasso interno di rendimento è circa il 6,19%. Se confrontato con il valore precedente dell'esempio precedente legato ai mutui a tasso fisso si nota una differenza complessiva dello 0,19%. Tale differenza non deve però portare a conclusioni affrettate, solamente nel confronto tra i due mutui proposti in esempio è corretto affermare che il mutuo a tasso variabile ha generato un rendimento maggiore rispetto a quello a tasso fisso a parità di condizioni iniziali. Questa conclusione non è generalizzabile in quanto il periodo storico considerato, lo spread ed i parametri di indicizzazione introducono elementi di variabilità che non è possibile tenere in considerazione contemporaneamente. La differenza di rendimento, pur esistendo è comunque minima e risulta addirittura essere irrilevante per importi iniziali di medie e basse dimensioni.

Conclusione

L'obiettivo di questa trattazione è stato quello di mettere in luce le analogie e le differenze sia tra i mutui a tasso fisso e variabile che tra i diversi parametri di indicizzazione.

Il confronto tra i diversi parametri di indicizzazione ha mostrato evidenti differenze tra i diversi indici che vengono utilizzati nella prassi bancaria europea ed americana per l'indicizzazione dei mutui a tasso variabile. Sulla base dei dati analizzati è corretto affermare che esistono differenze tangibili tra i diversi parametri che richiedono quindi tecniche di utilizzo profondamente differenti per poter essere perfettamente sostituibili l'uno con l'altro o per poter garantire rendimenti omogenei. L'esistenza di differenti parametri di indicizzazione è giustificata dall'andamento differente di quest'ultimi che consentono quindi di costruire prodotti finanziari *ad hoc* per poter soddisfare tutte le esigenze dei mutuatari.

All'opposto il confronto tra mutui a tasso fisso ed a tasso variabile ha mostrato un risultato parziale e non generalizzabile. Le motivazioni devono essere ricercate nelle infinite combinazioni di confronto che possono essere effettuate tenendo in considerazione: diverse tipologie di piani di ammortamento, diverse tipologie di parametri utilizzabili per l'indicizzazione e l'introduzione di elementi accessori; tutto ciò considerando sia i mutui a tasso fisso che quelli a tasso variabile. Anche il momento storico e la durata del contratto di mutuo che si prendono in considerazione per il confronto hanno un impatto determinate per l'esito dello stesso, soprattutto in relazione ai mutui a tasso variabile. Infine, l'ultimo elemento di variabilità è dato dal fatto che il confronto è possibile solamente a posteriori, dopo aver osservato l'andamento dei parametri di indicizzazione. Tutto ciò rende, inevitabilmente, il confronto parziale, circostanziale e di conseguenza non generalizzabile. Gli esempi proposti hanno evidenziato una differenza dello 0,19% nel rendimento tra i mutui a tasso fisso ed a tasso variabile. Questa differenza, pur essendo presente, potrebbe essere ridotta o attenuata dall'eventuale utilizzo di elementi accessori al contratto di mutuo, come *spread* o *cap rate*, che non sono stati considerati negli esempi proposti. Allo stesso tempo, tale differenza, su importi ridotti potrebbe essere irrilevante se comparata con il capitale preso a prestito. L'impossibilità di generalizzare i contenuti non sminuisce comunque il valore dell'analisi, che al contrario può e deve essere trovata nell'impostazione del confronto e nell'analisi teorica delle diverse tipologie di mutuo ed indicizzazione proposte nel corso della trattazione.

L'ultimo aspetto del confronto, ancora non completamente risolto, lascia spazio per un'eventuale continuazione di questa trattazione e ad un allargamento della prospettiva che possa, attraverso l'utilizzo di strumenti econometrici, giungere ad una conclusione generalizzabile. Quest'ultimo spunto di analisi, non è soltanto ben supportato, ma anzi auspicato.

Bibliografia

- [1] Angelini, F. and Herzel, S., 2019. *La valutazione dei titoli a tasso variabile*. Perugia: Università di Perugia, pp. 1-25.
- [2] Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A., 2022. *Essentials of investments*. New York: McGraw-Hill LLC.
- [3] Brealey, R., Myers, S. and Allen, F., 2020. *Principles of corporate finance*. New York: McGraw-Hill Education.
- [4] Broverman, S., 2019. *Matematica Finanziaria*. 1st ed. Milano: Egea.
- [5] Castellani, G., De Felice, M. and Moriconi, F., 2005. *Manuale di finanza. Tomo 1*. Bologna: Il Mulino, pp.63-65.
- [6] Crenca, C., Fersini, P., Melisi, G., Olivieri, G. and Pelle, M., 2018. *Elementi di matematica finanziaria*. Milano: Pearson.
- [7] Drèze, J., 1993. *Moneta e incertezza: inflazione, interesse, indicizzazione*. Roma: Edizioni dell'elefante.
- [8] Indriawan, I., Jiao, F. and Tse, Y., 2021. The SOFR and the Fed's influence over market interest rates. *Economics Letters*, 209, p.110095.
- [9] Guiso, L. and Paiella, M., 2001. Risk Aversion, Wealth and Background Risk. *SSRN Electronic Journal*,
- [10] Laidler, D., 1978. *I costi dell'inflazione anticipata*. *Rivista Internazionale Di Scienze Sociali*, 49 (Anno 86)(2), 215–230. <http://www.jstor.org/stable/41625125>
- [11] Modigliani, F., 1976. Alcune implicazioni economiche dell'indicizzazione delle attività finanziarie con particolare riguardo ai mutui ipotecari. *Giornale Degli Economisti e Annali Di Economia*, 35(1/2), 1–30.
- [12] Monti, A., 2008. *Introduzione alla statistica*. Napoli: Edizioni scientifiche italiane.
- [13] Pacati, C., 2001. *Contratti indicizzati a tassi di interesse*. 1st ed. [e-book] Siena: Università degli Studi di Siena. Available at: <https://matematicafinanziaria.files.wordpress.com/2016/05/indicizz.pdf>.
- [14] Ragazzi, G., 1976. L'indicizzazione come correttivo delle distorsioni causate dall'inflazione anche se prevista. *Giornale Degli Economisti e Annali Di Economia*, 35(11/12), 673–681
- [15] Taboga, M., 2014. What Is a Prime Bank? A Euribor-OIS Spread Perspective. *International Finance*, 17(1), pp.51-75.

Sitografia

- [1] Treccani.it. 2022. avversione al rischio nell'Enciclopedia Treccani. [online] Available at: <https://www.treccani.it/enciclopedia/avversione-al-rischio/>.
- [2] Bnl.it. 2022. Mutuo a tasso misto. [online] Available at: <https://bnl.it/it/Individui-e-Famiglie/Guide/Mutui/tassi-interesse-mutuo/mutuo-tasso-misto>.
- [3] Borsaitaliana.it. 2022. Euribor, cos'è e a cosa serve - Borsa Italiana. [online] Available at: <https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/euribor.htm>.
- [4] Borsaitaliana.it. 2022. Indicizzazione - Glossario Finanziario - Borsa Italiana. [online] Available at: <https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/indicizzazione.html>.
- [5] Borsaitaliana.it. 2022. *Rischio di Cambio - Glossario Finanziario - Borsa Italiana*. [online] Available at: <https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/rischio-di-cambio.html>.
- [6] Borsaitaliana.it. 2022. *Rischio di Insolvenza - Glossario Finanziario - Borsa Italiana*. [online] Available at: <https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/rischio-di-insolvenza.html>.
- [7] Bis.org. 1997. *Principi per la gestione del rischio di tasso d'interesse*. [online] Available at: <https://www.bis.org/publ/bcbs29ait.pdf>.
- [8] Cdn.raiffeisen.it. 2022. Mutuo a tasso indicizzato in valuta estera. [online] Available at: [https://cdn.raiffeisen.it/8115/trasparenz/Bank/Transpar.Nsf/48941a61bfd70507c1256c3f003b4600/ef4052a5a5f2daffc1257903004fe94e/\\$FILE/mutuo%20a%20tasso%20indicizzato%20in%20valuta%20estera.pdf](https://cdn.raiffeisen.it/8115/trasparenz/Bank/Transpar.Nsf/48941a61bfd70507c1256c3f003b4600/ef4052a5a5f2daffc1257903004fe94e/$FILE/mutuo%20a%20tasso%20indicizzato%20in%20valuta%20estera.pdf).

- [9] Consob.it. 2022. Rischio e rendimento. [online] Available at: <<https://www.consob.it/web/investor-education/rischio-e-rendimento>>.
- [10] Euribor-rates.eu. 2022. Euribor 12 mesi. [online] Available at: <<https://www.euribor-rates.eu/it/tassi-euribor-aggiornati/4/euribor-tasso-12-mesi/>>.
- [11] Euribor-rates.eu. 2022. Il tasso di interesse della BCE, tasso refi. [online] Available at: <<https://www.euribor-rates.eu/it/tasso-interesse-bce/>>.
- [12] gazzettaufficiale.it. 2020. DECRETO-LEGGE 17 marzo 2020, n. 18. [online] Available at: <<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/2020/03/17/20G00034/sg>>.
- [13] Italggiure.giustizia.it. 2022. Cassazione Civile, Sez. I, 31 agosto 2021, n. 23655 - Pres. De Chiara, Rel. Scotti. [online] Available at: <<http://www.italgiure.giustizia.it/xway/application/nif/clean/hc.dll?verbo=attach&db=snciv&id=./20210831/snciv@s10@a2021@n23655@tS.clean.pdf>>.
- [14] Maisano, L., 2015. Scandalo Libor, il conto dell'avidità. [online] Il Sole 24 ORE. Available at: <<https://st.ilsole24ore.com/art/commenti-e-idee/2015-05-27/scandalo-libor-conto-dell-avidita-073739.shtml?uuid=ABrylMnD>>.
- [15] Media, T., 2022. Tasso di interesse LIBOR per il dollaro americano a 12 mesi. [online] Global-rates.com. Available at: <<https://www.global-rates.com/it/tassi-di-interesse/libor/dollaro-americano/tasso-libor-usd-12-mesi.aspx>>.
- [16] Nasdaq.com. 2022. 12-Month Treasury Average (MTA). [online] Available at: <<https://www.nasdaq.com/market-activity/fixed-income/mta>>.
- [17] Tassidicambio.bancaditalia.it. 2022. Tassi di Cambio - Banca d'Italia. [online] Available at: <<https://tassidicambio.bancaditalia.it/terzevalute-wf-ui-web/timeSeries>>.
- [18] Treccani.it. 2022. rendimento in "Dizionario di Economia e Finanza". [online] Available at: <https://www.treccani.it/enciclopedia/rendimento_%28Dizionario-di-Economia-e-Finanza%29/>.
- [19] U.S. Department of the Treasury. 2022. Interest Rate Statistics. [online] Available at: <<https://home.treasury.gov/policy-issues/financing-the-government/interest-rate-statistics>>.