

Corso di laurea in Amministrazione, Finanza e Controllo

Cattedra di Metodi Quantitativi per l'Impresa

Modelli strutturali per il rischio di credito
*Un'applicazione dei modelli di Merton e KMV all'indice
Euronext 100*

Prof. Alessandro Calvia

RELATORE

Prof. Marco Nicolosi

CORRELATORE

Alberto Loche

CANDIDATO

MATR. 733251

Indice

Introduzione	6
CAPITOLO 1: Il concetto di rischio, le sue declinazioni e componenti	9
1.1 Il concetto di rischio	9
1.1.1 La relazione rischio-rendimento	10
1.2 Le diverse tipologie di rischio	11
1.2.1 Il credit risk	15
1.2.2 Le componenti del rischio di credito	17
1.3 Risk management: una breve visione d'insieme	19
CAPITOLO 2: Framework Normativo – Gli accordi di Basilea e gli emendamenti sui requisiti di capitale	23
2.1 Evoluzione dello sfondo normativo	23
2.2 Basilea I	25
2.2.1 L'Emendamento del 1996	27
2.3 Basilea II	28
2.3.1 Pilastrò 1	28
2.3.2 Pilastrò 2	37
2.3.3 Pilastrò 3	38
2.3.4 Critiche e limitazioni del framework	38
2.4 Basilea III	39
2.4.1 Definizione delle componenti di capitale e dei requisiti	40
2.4.2 Capital Conservation Buffer e Countercyclical Buffer	41
2.4.3 Leverage Ratio	41
2.4.4 Liquidity Risk e Counterparty Credit Risk	42
2.4.5 La regolamentazione degli istituti a livello sistemico	43
2.4.6 SA e IRBA	44
2.5 Basilea IV e sviluppi normativi a livello locale	46
CAPITOLO 3: La gestione del rischio di credito attraverso i modelli strutturali e in forma ridotta	47
3.1 Credit Risk Modeling	47
3.2 Modelli in forma ridotta	49
3.2.1 I "Mixture Models"	51

3.3	Modelli strutturali	53
3.3.1	<i>Il Modello di Merton</i>	53
3.3.2	<i>L'implementazione del modello KMV</i>	63
3.3.3	<i>CreditMetrics</i>	67
3.3.4	<i>Modelli di primo passaggio: il caso di Black-Cox</i>	68
3.3.5	<i>Modelli applicati in logica di portafoglio</i>	70
CAPITOLO 4: Analisi empirica – l'applicazione dei modelli di Merton e KMV al campione Euronext 100.....		
		73
4.1	Obiettivo dell'analisi.....	73
4.1.1	<i>Dati da prendere in analisi</i>	74
4.2	Campione preso in considerazione	75
4.2.1	<i>Performance dell'indice</i>	76
4.3	Applicazione del Modello di Merton al campione preso dall'indice Euronext 100.....	77
4.4	Applicazione del Modello KMV al campione preso dall'indice Euronext 100	93
4.5	Calcolo delle probabilità di default con il fattore di deriva	101
Conclusioni		107
APPENDICE		109
FONTI.....		110
	Bibliografia	110
	Sitografia.....	111
RIASSUNTO		113

Introduzione

Il rischio è un elemento rilevante, che segna quotidianamente ogni sfera e rispecchia il contesto a cui è correlato. In particolare, una delle declinazioni di rischio più rilevanti nella sfera economico-finanziaria è quella del rischio di credito. Questo viene inteso come l'eventualità che, in un'operazione di prestito, la controparte debitrice non risulti in grado di adempiere ai propri obblighi di pagamento, risultando insolvente. Il livello di insolvenza (o *default*) influenza le decisioni di investimento di enti di credito ed investitori sui mercati.

Per tale motivo, comunemente sentita è l'esigenza di pervenire a sistemi univoci ed equilibrati di *credit risk management*, per assicurarne l'analisi ed il monitoraggio tali da garantire la tutela e stabilità economica richieste dai mercati.

Il rischio di credito, nello specifico, è stato oggetto delle evoluzioni normative sin dal primo Accordo di Basilea (Basilea I). L'esperienza, nel corso degli anni, ha dimostrato come gli eventi esogeni abbiano severe ripercussioni sull'adeguatezza degli standard regolamentari introdotti. Basti pensare alla crisi globale del 2007, che ha portato nuovi requisiti per la determinazione del patrimonio di vigilanza a copertura di eventuali perdite future, propri di Basilea III. In particolare, vengono introdotti specifici fattori di ponderazione per il livello minimo di requisiti patrimoniali da applicare alle varie tipologie di asset e particolari "cuscinetti" a copertura delle perdite future (ad es. *capital conservation buffer* e *countercyclical buffer*). Nel complesso, il framework regolamentare risulta in continuo sviluppo, in quanto alle spinte, causate dalla dinamicità dell'ambiente finanziario, verso l'implementazione nelle regole di patrimonializzazione e di monitoraggio del rischio. Nonostante ciò, tutt'oggi rimane una certa discrezionalità a livello di singolo Paese nell'applicazione di tali standard.

In ambito teorico, i contributi sono stati diversi nel corso degli ultimi decenni. Per l'analisi del rischio di credito e della probabilità d'insolvenza (PD) si indicano due categorie di modelli. I modelli in forma ridotta prevedono l'analisi tramite la raccolta e l'osservazione dei dati esterni all'impresa, quali i livelli degli spread creditizi di mercato, in modo tale da quantificare l'intensità di default. Suddetta classe di modelli è stata introdotta nel 1992 da Jarrow e Turnbull. I modelli strutturali, invece, vanno a stimare la probabilità di insolvenza sulla base delle informazioni intrinseche alle società analizzate. Quello di Merton, introdotto nel 1974, ha posto le fondamenta per sviluppi futuri e costituisce il modello strutturale più noto. La determinazione delle probabilità d'insolvenza, per Merton, rispetta diverse ipotesi, tra cui l'assimilazione del debito ad un titolo privo di cedole con sola possibilità d'insolvenza alla data

di scadenza, l'applicazione di un tasso *risk-free* costante al valore del debito, e l'ipotesi che il valore dell'attivo segue un moto browniano geometrico. L'identificazione dei valori di equity e debito come payoff di opzioni *call* e *put*, e, dunque, l'integrazione della teoria di *pricing* delle opzioni secondo Black & Scholes, sono le basi per una più accurata stima della probabilità di default, che si verifica quando il valore dell'attivo risulta inferiore a quello di rimborso del debito. Nonostante i suoi pregi nel calcolo, il modello di Merton presenta anche delle limitazioni, dovute alle semplificazioni sulla struttura finanziaria delle imprese e sui mercati. Altra metodologia è seguita dal modello KMV, introdotto negli anni '80 come estensione del modello di Merton dall'omonima società statunitense. Le ipotesi semplificative alla base della struttura del debito vengono superate, introducendo una soglia ponderata di passività a breve e lungo termine, utilizzata nel calcolo della distanza dal default e, conseguentemente, della PD.

Il presente elaborato di tesi ha come obiettivo l'analisi del rischio di credito e la misura, in campo pratico, delle probabilità d'insolvenza che lo compongono. Per ottenere ciò si è deciso di applicare i modelli strutturali di Merton e di KMV ad un campione di società in un orizzonte temporale definito, così testando l'affidabilità e la reattività di entrambi i modelli, nonché le differenze osservate.

Per rispondere alla domanda di ricerca sono stati raccolti, sul portale Reuters, i dati, sia di mercato che contabili, di un campione di società ricomprese nell'indice Euronext 100. I dati e i processi di stima sono relativi al cinquennio che va dal 2017 al 2021, in modo tale da osservare gli andamenti nelle curve di probabilità in correlazione ad eventi di portata globale come l'emergenza sanitaria da Covid-19. Una volta testati, i risultati del campione, ottenuti prima sotto la misura di probabilità neutrale al rischio e, successivamente, sotto la misura di probabilità fisica, sono stati messi a confronto e commentati.

Per meglio comprendere i contenuti trattati, e i procedimenti svolti, si è deciso di strutturare l'elaborato come di seguito. Il primo capitolo presenta un'analisi del concetto di rischio e delle sue tipologie in campo economico e finanziario, soffermandosi sul rischio di credito e sulle sue componenti. Viene inoltre introdotto il tema del *risk management*, quale insieme di pratiche sull'identificazione e monitoraggio del rischio, ripreso nel secondo capitolo. Con esso si guarda all'evoluzione del contesto normativo in ambito internazionale, con i tre accordi di Basilea, e alle spinte verso una regolamentazione più adeguata nelle pratiche di *risk management*. Il terzo capitolo entra, in maniera approfondita, nel campo dei modelli per la gestione del rischio di

credito. Modelli in forma ridotta e *mixture models* sono seguiti da un excursus più dettagliato sui modelli strutturali, in particolare i già menzionati modelli di Merton e KMV. Infine, il quarto capitolo segue l'applicazione empirica di tali modelli al fine di ottenere, come menzionato sopra, le probabilità di default associate ad un campione di imprese in un determinato intervallo temporale. Al tutto segue un breve capitolo conclusivo che fornisce un commento sui risultati ottenuti dalla ricerca.

CAPITOLO 1: Il concetto di rischio, le sue declinazioni e componenti

1.1 Il concetto di rischio

Il concetto di “rischio” spazia in molteplici ambiti ed è ormai onnipresente nelle tematiche economiche e di attualità, nonché in qualsiasi aspetto della vita quotidiana. Ha diverse accezioni, che a loro volta dipendono dalle assunzioni in termini di eventi, decisioni e incertezza alla loro base. Nonostante ciò, non vi può essere una definizione univoca che vada ad inquadrare tutte le sue sfaccettature. Generalmente, si intende come rischio “*l’eventualità di subire un danno connessa a circostanze più o meno prevedibili*” (Treccani).

Viene definito sulla base della possibilità che la scelta presa da un soggetto porti al verificarsi di un evento favorevole o meno. Nella sfera finanziaria, il rischio può ricollegarsi a qualsiasi evento o azione che potrebbe compromettere negativamente il raggiungimento degli obiettivi e delle linee strategiche da parte di una società, influenzando sulle perdite e sui risultati di natura economica.

Indipendentemente da ogni contesto in cui viene inquadrato, il rischio si ricollega al concetto di incertezza, e più precisamente a quello di causalità. Di fatto, ogni evento viene associato ad una certa probabilità di manifestazione.

Considerando, infatti, un insieme di eventi “F”, la probabilità che l’evento “A” (elemento dell’insieme F) si manifesti, viene espressa come “P(A)”. Ne consegue che una posizione rischiosa “X” (quale può essere la semplice detenzione, da parte dell’investitore, di un asset dal valore futuro incerto) si definisce variabile casuale dello spazio probabilistico (Ω, F, P) ¹, dove “ Ω ” è lo spazio campionario. Il *risk modeling* della posizione di rischio X si concentra, a livello statistico, sulla sua funzione di ripartizione $F_X(x) = P(X \leq x)$, la quale esprime la probabilità che al termine dell’orizzonte temporale concernente la posizione X, il rischio ad essa associato sia inferiore (o, comunque, non superiore) un certo ammontare “x”.

¹ Modello definito da A. N. Kolmogorov nel 1933. A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, “*Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*”, p. 2.

1.1.1 La relazione rischio-rendimento

Altra importante nozione si ricollega alla trade-off tra rischio e rendimento. Con quest'ultimo si intende il rendimento atteso (R^e), ovvero la media ponderata di tutti i possibili rendimenti (R), in cui le ponderazioni (p) rappresentano le probabilità di conseguimento di ciascun rendimento:

$$R^e = p_1R_1 + p_2R_2 + \dots + p_nR_n$$

A sua volta, una misura largamente utilizzata per quantificare il rischio è la c.d. deviazione standard del rendimento in un certo lasso di tempo (tipicamente un anno). Per ottenerla, è necessario sottrarre l'importo del rendimento atteso a tutti i rendimenti possibili, elevare al quadrato gli scostamenti ottenuti, moltiplicarli per la probabilità di accadimento, sommare i risultati e calcolarne la radice quadrata. Dunque, si ha:

$$\sigma = \sqrt{p_1(R_1 - R^e)^2 + p_2(R_2 - R^e)^2 + \dots + p_n(R_n - R^e)^2}$$

Il trade-off è tale per cui, ad un aumento del rischio corrisponde un incremento del rendimento che può potenzialmente essere realizzato. Dal momento che gli individui sono generalmente avversi al rischio, nelle scelte di investimento si rivolgeranno alle attività che, a parità di condizioni e di rendimento atteso, risultano meno rischiose².

² F.S. Mishkin, S. G. Eakins, E. Beccalli, "Istituzioni e mercati finanziari", 9ª edizione, 2019, p. 454.

1.2 Le diverse tipologie di rischio

In ambito finanziario, è possibile individuare un'esaustiva articolazione delle tipologie di rischio, ricomprendente principalmente:

Market risk: il rischio di mercato può essere definito come “*il rischio relativo agli effetti imprevisti sul valore di mercato di attività e passività*”³. Tali effetti possono derivare dall'andamento di diverse variabili che, complessivamente, contribuiscono all'individuazione di alcune sottocategorie del rischio:

- **Interest rate risk**: è una tipologia di rischio che colpisce principalmente i *bond* e altri investimenti a tasso fisso, in quanto inquadra lo scenario in cui il valore di uno o più titoli *interest-sensitive* vada a ridursi a seguito dell'aumento dei tassi d'interesse. Ciò dimostra l'esistenza di una relazione inversa tra il valore del tasso d'interesse e il prezzo del *bond*. Chiaramente, ad influire ulteriormente sulla portata del rischio vi è la *maturity*, ossia la scadenza per il rimborso dell'obbligazione. Maggiore è la *maturity*, maggiore sarà il rischio associato al titolo, in quanto a una probabilità più elevata di variazione dei tassi d'interesse di mercato. Anche nei casi di posizioni con stessa *maturity*, il rischio può sempre manifestarsi se i tassi d'interesse non sono perfettamente correlati tra di loro, causando variazioni negli spread. Ad assommare gli aspetti principali del rischio (*maturity*, rendimento, pagamento cedolare) è la *duration*. Se questa è elevata, comporta a sua volta una riduzione di valore del titolo, corrispondente ad un'elevata sensibilità del prezzo del titolo rispetto all'andamento dei tassi d'interesse.
- **Foreign exchange risk (Rischio di cambio)**: ha origine dalla variazione del rapporto di cambio tra due valute nelle operazioni di mercato tra operatori. Infatti, qualora essi aprissero posizioni (lunghe o corte) su attività o passività denominate in valuta estera, ciò comporterebbe la loro esposizione al rischio di variazione dei relativi valori una volta effettuata la conversione nella valuta domestica, portando così a possibili perdite operative e ad un impatto negativo sulle scelte di investimento. A titolo esemplificativo, si prenda un tasso di cambio in ottica di valutazione “certo per incerto” (rapporto tra una quantità fissa di valore certo della valuta domestica e quantità variabile di valore

³ Glossario Finanziario, Borsa Italiana.

incerto di quella estera), applicabile alla conversione in valuta domestica dei flussi di cassa ottenuti dalla transazione aperta da un operatore. Un eventuale deprezzamento della valuta estera (e un conseguente aumento del tasso di cambio) comporterà una riduzione di valore, dunque una perdita, sugli importi ricevuti. Sulle fluttuazioni nei tassi di cambio impattano principalmente le politiche monetarie a livello governativo e, di conseguenza, l'andamento dei tassi d'interesse in contesto internazionale.

- **Commodity risk:** scaturisce dalle variazioni nei prezzi di beni fungibili di carattere primario (principalmente metalli preziosi, gas, elettricità etc.). L'impatto di tale volatilità andrebbe a ricadere principalmente sulla profittabilità di acquirenti e fornitori. Per i primi, data l'importanza delle materie prime per lo svolgimento di attività produttive (basti pensare al settore manifatturiero, o alle compagnie di trasporto) un improvviso incremento nei prezzi delle commodities comporterebbe delle contrazioni nei possibili margini di profitto realizzabili. Per i fornitori di questi beni sono invece le riduzioni dei prezzi a rappresentare la minaccia di minori margini di profittabilità e, in ultima istanza, perdite.
- **Equity risk:** è associato alla volatilità nei prezzi dei singoli strumenti azionari o dei portafogli di azioni sulle quali sono rivolte le scelte d'investimento. Il livello del rischio in questione è proporzionale a quello dell'Equity Risk Premium (c.d. ERP), pari al rendimento che gli investitori chiedono al mercato per la detenzione di un portafoglio di titoli azionari rischiosi, rispetto al rendimento associato ad asset privi di rischio. Nell'analisi dell'equity risk, e come riportato nel modello teorico del CAPM, è opportuno considerare due componenti di rischio. Il rischio generale, o sistematico, fa riferimento alla sensibilità del singolo titolo o del portafoglio di titoli all'andamento del mercato nel suo complesso. Il rischio specifico (o idiosincratico), d'altro canto, costituisce quella parte di volatilità dovuta a caratteristiche specifiche della sola impresa, come la sua linea di business e le caratteristiche del management. Se la prima componente di rischio non può essere eliminata, la seconda viene mitigata tramite ricorso alla diversificazione del portafoglio.
- **Systemic risk:** dipende dalla potenzialità che il fallimento di un'organizzazione causi un c.d. "effetto domino", portando con sé altre entità, così minacciando la stabilità dei mercati e del sistema finanziario nel suo complesso. Di solito, questi eventi causano il panico, inducendo gli investitori al c.d. "*flight to quality*", che consiste nella vendita di asset percepiti come rischiosi e nella concentrazione verso quelli visti come meno rischiosi, contribuendo al manifestarsi di perturbazioni sul mercato. La rilevanza di

questa tipologia di rischio è sempre più evidente, specialmente a seguito della crisi finanziaria globale manifestatasi nel 2007, avente tra i principali veicoli di rischio una delle maggiori banche d'affari americane: la Lehman Brothers⁴.

Liquidity risk: tipologia di rischio finanziario che si verifica quando non si riesce a disinvestire rapidamente il titolo acquistato, o quando si procede al disinvestimento, incorrendo in una perdita (Consob). Dunque, ciò che la liquidità misura è la facilità, e prontezza, con cui disinvestire un titolo senza che tale azione causi dei significativi movimenti nel suo prezzo. Il rischio che si scaturisce da queste attività di scambio può essere misurato tenendo conto del turn-over di tali scambi. Maggiore è il turn-over, minore sarà il rischio di liquidità. Il rischio di liquidità si può rivolgere a due concetti:

- *Market liquidity*: si rivolge agli asset, da quelli più liquidi e di immediata dismissione (il denaro) a quelli meno liquidi (come il private equity).
- *Funding liquidity*: riguarda la capacità nel regolare le obbligazioni in tempo (entro la loro scadenza) e con immediatezza.

Operational risk: l'EBA (*European Banking Authority*) lo definisce come il rischio di perdite, derivanti da inadeguatezze in fattori quali processi interni, personale, sistemi o eventi esterni. È una tipologia di rischio molto diffusa in ambito bancario, e si rivolge alle possibili perdite non riconducibili ai *market* e *credit risk*. Degli esempi sono i casi di frode interna/esterna, pratiche e relazioni con il personale, ambiente lavorativo, attività di business, fallimenti nei sistemi e nella gestione dei processi, eventi catastrofici e dannosi.

Nell'*operational risk* viene inclusa anche la sfera giurisdizionale, con il **legal e regulatory risk**. Questo rischio sorge qualora una società (o singolo individuo) riscontrasse problemi in materia legale e possibilità di perdite, riconducibili a possibili ricorsi intentati dalle controparti contrattuali, ai cambiamenti nella legge, oppure, in molti casi, alla mancata prontezza nell'adozione (compliance) delle apposite misure legali volte a tutelare la propria posizione.

Reputational risk: il rischio reputazionale, specialmente al giorno d'oggi, è un aspetto rilevante che impatta considerevolmente su tutte le entità operanti sul mercato,

⁴ Nel 2010 fu promosso il noto *Dodd-Frank Act*, una riforma che, tra i vari obiettivi proponeva l'individuazione dei rischi sistemici nel settore finanziario, in maniera tale da implementarne la regolazione e il monitoraggio tramite un *Financial Stability Oversight Council*.
M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, "*The Essentials of Risk Management*", 2nd Edition, 2019.

indipendentemente dalle loro dimensioni. Il rischio di un danno reputazionale, tale da tradursi in vere e proprie perdite di natura economica, dipende dalla percezione che gli stakeholders hanno in merito al soddisfacimento delle loro aspettative e delle promesse fatte dall'impresa, facendo particolare attenzione al rispetto dell'eticità, della sostenibilità e della correttezza nello svolgimento di qualsiasi tipo di attività. Quello che, in ultimo, si forma è una vera e propria relazione di fiducia, da curare e tenere lontana da ogni possibile minaccia, che oggi più che mai ha la potenzialità di portare a severe ripercussioni (basti pensare allo scandalo che investì Enron, o a quelli più recenti su Wirecard e Wells Fargo), in un'era dove Internet e i social network sono onnipresenti.

Strategic risk: il rischio strategico dipende dall'agire dell'impresa, dunque dall'eventualità di cambi nelle sue linee strategiche portino a dei risultati favorevoli per il business. Oltre ai casi di condizionamento per via di fattori esterni (e.g. la pandemia del Covid-19), il rischio è che gli stessi processi di *decision-making* portino all'assunzione di investimenti che non vadano a buon fine, minando così la profittabilità e lo stesso valore di mercato dell'impresa.

Come si può evincere, la qualità della linea strategica, così come quella del livello reputazionale dell'impresa, contribuiscono in larga parte a formare il c.d. **business risk**⁵, una categoria che si rivolge, più in generale, all'esposizione di un'organizzazione a molteplici fattori capaci di influire negativamente sui suoi profitti. Oltre ai fattori già citati, meritano menzione a parte le abitudini dei consumatori, le interazioni tra acquirenti e venditori, i cambiamenti nei livelli di domanda e offerta e l'influenza delle decisioni di carattere politico.

Il fulcro dell'analisi di questo elaborato di tesi si rivolge al **credit risk**. Prima di procedere al suo trattamento e un'analisi approfondita, è importante dedicare del tempo alla sua definizione.

⁵ Business Risk, Investopedia.

1.2.1 Il credit risk

Il *credit risk* (o rischio di credito) può definirsi come il rischio causante perdite di natura economica, dovuto ai casi di inadempienza della controparte debitrice in merito agli obblighi contrattuali assunti (i.e. il rimborso degli interessi e del capitale) e di incremento del rischio di default lungo l'orizzonte temporale della transazione⁶. Il rischio di credito è “*una componente di tutte le attività di prestito e, come tale, influenza le scelte d'investimento delle banche, degli intermediari finanziari e degli investitori in titoli obbligazionari*”⁷.

Una scomposizione⁸ del *credit risk* può essere fatta per dare una più chiara idea delle casistiche:

- **Default risk:** come già accennato, può accadere che la controparte debitrice non sia in grado (o non abbia intenzione) di rispettare la propria posizione obbligatoria, finendo per non ripagare gli interessi maturati sul prestito e/o il capitale. Più è elevata la probabilità attesa di default, più alto sarà conseguentemente il rischio di credito.
- **Bankruptcy risk:** è il rischio legato ad un'effettiva rilevazione delle attività di una controparte caduta in default⁹.
- **Downgrade risk:** qualora la controparte non fosse in grado di ripagare il debito contratto, ne seguirebbe un'azione da parte delle società di rating, volta alla riduzione del rating associato a tale soggetto (c.d. downgrading). Quello che, in sostanza, agenzie come Moody's e S&P fanno, riflette una riduzione nell'affidabilità creditizia dell'entità. Il downgrading comporta un incremento nel premio per il rischio (o credit spread¹⁰) associato alle obbligazioni dell'emittente, in quanto un maggior livello di rischio nella sua potenziale solvibilità dev'essere controbilanciato da una remunerazione elevata per gli investitori.
- **Settlement risk:** sorge quando si verificano problematiche nel regolamento di una transazione. Queste problematiche possono essere date da ostacoli di carattere

⁶ A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, “*Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*”, p. 327.

⁷ Glossario Finanziario, Borsa Italiana.

⁸ M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, “*The Essentials of Risk Management*”, 2nd Edition, 2019, pp. 28-30.

⁹ La caduta in default di una società fa sì che le sue attività subiscano un'ulteriore riduzione di valore, generando i c.d. *bankruptcy costs*. Questi sono una conseguenza che riflette la rottura del rapporto di fiducia tra l'entità e gli stakeholders, che influenza le scelte di business di clienti e fornitori, così come l'immagine e la reputazione della stessa società, causando significative perdite di valore.

J. C. Hull, “*Risk Management and Financial Institutions*”, p. 15.

¹⁰ Il rischio di spread è associato a cambiamenti nelle percezioni del mercato in merito alla qualità creditizia di diversi insiemi di strumenti rischiosi, causate da variazioni nelle aspettative di default o nelle pratiche di *hedging*. T. Roncalli, “*Handbook of Financial Risk Management*”, 2020, p. 403.

operativo, di liquidità o, in molti casi, di default della controparte¹¹. Il risultato è un ritardo nei pagamenti attesi, dunque un'inadempienza alla data di chiusura della transazione.

A livello di portafoglio¹², il rischio di credito è alimentato da diversi fattori. Chiaramente, è importante considerare il merito creditizio dei debitori, applicando, alle obbligazioni, i tassi d'interesse a livelli tali da garantire una compensazione per il rischio assunto dalla controparte creditrice.

Altro fattore è il livello di diversificazione, sia dal lato dei debitori sia da quello della *maturity*. Nel primo caso, si fa riferimento a quanto sia affermata la diversificazione tra i debitori in diverse aree geografiche o settori. Al secondo caso si afferma come una maggiore *maturity* delle posizioni obbligazionarie (che riflette un orizzonte temporale più prolungato) comporti, a sua volta, un maggiore rischio di insolvenza da parte del debitore. Questa componente di rischio può dunque essere limitata tramite una maggiore diversificazione delle *maturities* facenti capo al portafoglio.

Ulteriore fattore influente è lo stato dell'economia. Nei casi di crescita economica, la frequenza con cui si verifica il default è considerevolmente meno elevata rispetto ai periodi di recessione.

Il *credit risk* ha, inoltre, un diretto impatto sul **rating creditizio**. Si tratta di una misura, fornita dalle agenzie preposte, che informa gli operatori di mercato in merito alla qualità creditizia di uno strumento di debito, come un semplice bond. Il rating assegnato a un bond è significativo per il soggetto emittente in quanto la qualità dello strumento emesso si riflette nella qualità creditizia del soggetto stesso. I sistemi di rating sono tali per cui si può operare una suddivisione in due macro-gruppi:

- Gli *investment-grade*: ricomprendono le obbligazioni più affidabili e meritevoli di investimento, alle quali viene attribuita una valutazione pari o superiore al BBB di S&P o Baa di Moody's.
- I *junk bond*: obbligazioni dalla qualità creditizia inferiore, percepite come speculative e maggiormente rischiose. Per questo motivo, per rivolgersi al mercato delle c.d.

¹¹ Il rischio è ancora più elevato quando si tratta di transazioni in cambi, dato il caso in cui una parte effettui i pagamenti nella valuta venduta alla controparte, ma non riceva quelli dell'altra valuta acquistata.

M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, "The Essentials of Risk Management", 2nd Edition, 2019, p. 30

¹² Il rischio di credito è presente anche nelle operazioni con strumenti derivati OTC (*over the counter*), data la possibilità di inadempienza delle parti coinvolte nella transazione.

A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools", p. 327

“obbligazioni spazzatura”, gli investitori richiedono dei rendimenti ragionevolmente più elevati.

1.2.2 Le componenti del rischio di credito

Data la sua rilevanza, il rischio di credito è da tempo oggetto di svariati provvedimenti normativi, tra cui, in primis, gli accordi di Basilea. Questi ultimi rendono possibile la misurazione del rischio, e ne sottolineano le principali componenti¹³:

- **Exposure at Default (EAD):** fornisce la stima del valore dell'esposizione dell'ente al default del debitore, per cui è una misura di carattere dinamico. Nelle linee di credito, qualora venissero rilasciate delle garanzie a favore della controparte, per il calcolo dell'EAD si utilizza un fattore di conversione creditizia. Questo fattore è dato dal rapporto tra l'importo della linea di credito che verrà utilizzato in caso di default e l'importo non utilizzato.
- **Probability of Default (PD):** è la probabilità che la controparte vada in default, e dunque risulti inadempiente, in un orizzonte temporale corrispondente ad un anno (secondo Basilea II). La PD può essere associata al singolo debitore, dunque individuale, oppure essere attribuita a pool di debitori (PD di classe).
- **Loss Given Default (LGD):** è la stima¹⁴ percentuale dell'ammontare di denaro che viene perso quando la controparte debitrice va in default. Il valore percentuale si ottiene dal rapporto tra la perdita relativa al default e l'EAD. Altra considerazione importante in merito vede l'impiego del recovery rate (*RR*), ossia il tasso che rappresenta la percentuale di nozionale recuperabile in caso di default. La relazione tra i due tassi è tale per cui si può sostenere che $LGD \geq 1 - RR$.

¹³ La loro utilità si esplica nei metodi IRB, che saranno trattati in seguito.

M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, “*The Essentials of Risk Management*”, 2nd Edition, 2019, p. 135.

¹⁴ La stima della LGD può seguire diverse strade. La *market LGD* viene dedotta dal prezzo dell'obbligazione a seguito del default. La *implied LGD* si calcola sulla base delle ipotesi di modelli teorici di *pricing* delle obbligazioni. La *workout LGD*, invece, tiene in considerazione le informazioni storiche e i flussi verificatisi nel processo di recupero a seguito del default.

T. Roncalli, “*Handbook of Financial Risk Management*”, 2020, p. 192.

La LGD si distingue da una misura come l'EAD in quanto prende in considerazione anche l'eventualità di recupero dal default.

- **Maturity:** in relazione ad una certa esposizione, la *maturity* esprime la media delle durate residue dei pagamenti, ponderate per i loro importi.

Nel calcolare le componenti si possono seguire due approcci: i) il *foundation approach*, in cui le banche utilizzano le loro stime interne della PD, mentre i valori delle restanti componenti sono stabiliti dai regolatori; ii) l'*advanced approach*, che permette il calcolo di tutti i parametri facendo ricorso ai propri modelli interni.

Tutti questi fattori contribuiscono alla determinazione della “**expected loss**” (perdita attesa). Infatti, l'EL, in contesto regolamentare, è vista come un indice che, assommando tutti i fattori trattati, prevede le perdite che, in media, ci si attende di sostenere in un dato intervallo temporale di un anno. Traducendo il tutto in formula, si ottiene:

$$EL = PD \times LGD \times EAD^{15}$$

Nel trattare l'EL è importante menzionare anche la **perdita inattesa** (*Unexpected Loss* o UL), che rappresenta “*la perdita eccedente la EL a un livello di confidenza del 99,9 per cento su un orizzonte temporale di un anno*”¹⁶.

¹⁵ <https://www.moodyanalytics.com/-/media/whitepaper/2018/annualised-vs-cumulative-el-11142018.pdf>

¹⁶ https://www.bancaditalia.it/compiti/vigilanza/normativa/consultazioni/2006/basilea2/Doc_Cons_IRB.pdf

1.3 Risk management: una breve visione d'insieme

L'incertezza e le ripercussioni che scaturiscono dalle variegate tipologie di rischio sono degli elementi presenti nella quotidianità dell'operato di tutti i soggetti che si interfacciano ai mercati finanziari, con potenziali implicazioni per l'economia globale. Infatti, le spinte verso l'implementazione di pratiche efficaci in materia sono dovute ai timori legati all'esistenza del già citato rischio sistemico, che presenta delle severe e potenziali conseguenze per l'intero sistema finanziario. Per questo la società vede il *risk management* in un'ottica positiva, dando ai regolatori il compito di fornire un framework istituzionale e regolamentare che serva ai loro interessi e limiti gli effetti collaterali delle operazioni.

Queste motivazioni sono i driver che hanno portato nel tempo alla definizione di sistemi e pratiche di **gestione del rischio (o risk management)**.

Dal lato degli azionisti, è diffusa la concezione per cui un adeguato sistema di gestione del rischio possa incrementare il valore da essi percepito. La ragioni alla base di questo partono dal Teorema di Modigliani-Miller, secondo il quale, in un'ipotesi di mercato ideale¹⁷, il *risk management* non andrebbe a influire sul valore della società, dato che questo non dipende dalla sua struttura finanziaria. Perciò, è utile individuare delle casistiche in cui, allontanandosi dalle assunzioni alla base di suddetto teorema, il *risk management* è influente per l'impresa. In particolare, il *risk management* può portare alla riduzione della possibilità di fallimento dell'impresa e delle conseguenze¹⁸ che ne scaturiscono, rendendo così possibile un incremento del suo valore. Altro possibile effetto si può ottenere con una riduzione nella variabilità dei flussi di cassa, ossia un abbassamento delle tasse applicabili e, dunque, un incremento del profitto atteso, al netto delle tasse. Inoltre, il *risk management* può incentivare la realizzazione di investimenti ottimali, attraverso la riduzione dell'impatto dei costi di finanziamenti esterni, grazie a pratiche volte all'attenuazione dei flussi di cassa generati dall'impresa.

Dal lato storico, per un considerevole lasso di tempo il *risk management* fu principalmente, e quasi esclusivamente, associato al solo campo assicurativo (ciò è dovuto all'applicazione del *collective risk model* per la misurazione del rischio nelle compagnie assicurative, ai primi decenni del ventesimo secolo).

¹⁷ Assenza di tassazione, *bankruptcy costs*, arbitraggio e asimmetrie informative.

¹⁸ Si intendono, in primis, i *bankruptcy costs*, seguiti dal peggioramento delle relazioni con management, dipendenti e clienti, portando spesso questi ultimi sulla strada della "corsa agli sportelli" in ambito bancario.

In campo bancario e d'intermediazione finanziaria, il *risk management* ha assunto rilevanza solo in seguito. Sebbene prima vi fossero dei modelli di scoring del credito, il loro ruolo nei processi di *decision-making* era alquanto secondario. Tale prassi cambiò negli anni '70, con l'introduzione del *RAROC (risk-adjusted-return on capital)*. Si tratta di un indice molto usato nel credit scoring, che mette a confronto il rendimento atteso e il capitale economico. Il *capitale economico* rappresenta il capitale societario su cui gli azionisti devono investire per ridurre la probabilità di default di un'impresa ad un certo livello di confidenza o entro un dato orizzonte temporale. Rappresenta, dunque, una pratica molto diffusa per la misurazione e l'informativa sui rischi. Per misurazione del rischio si intende il processo incentrato sulla conversione della sua distribuzione nell'ammontare quantitativo di capitale necessario per il suo contenimento.

I progressi più memorabili sono stati fatti negli anni '60 da Arrow, con l'introduzione del concetto di *hedging*. Un concetto che, insieme a quello di *diversificazione* applicato a un portafoglio di strumenti finanziari (Markowitz), costituiscono tuttora i pilastri della gestione del rischio.

Per diversificazione si fa comunemente riferimento all'insieme di tecniche utilizzate per la riduzione della rischiosità di un portafoglio titoli. Nel caso più specifico di un portafoglio prestiti, la diversificazione è molto efficace, come orientamento strategico di *risk management* (c.d. *risk aggregation*), per la gestione del *credit risk*. Prendendo il caso di una banca, una buona diversificazione del rischio di credito si avrebbe, come già accennato, con un portafoglio di posizioni creditizie relative a molteplici e differenti tipologie di debitori, situati in settori e aree geografiche diverse. La diversificazione può essere realizzata anche tramite ulteriori strategie, quali il ricorso a diverse classi di importo dei fidi o a diverse forme tecniche per le operazioni di finanziamento. Il repertorio delle pratiche di diversificazione permette, dunque, alla banca di ¹⁹“ridurre il rischio di credito specifico di ciascun affidamento e la lascia esposta al solo rischio sistematico di portafoglio”.

Un'alternativa strategica alla *risk aggregation* è quella della *risk decomposition*, ricomprendente pratiche atte ad individuare e monitorare il rischio in via singola. Suddette pratiche trovano espressione con l'affermarsi di un mercato dei derivati creditizi negli anni '90. Nonostante la genesi di questi strumenti possa essere collocata molto tempo prima, la loro rilevanza quale veicolo principale per le pratiche di *risk management* tramite *hedging* si è

¹⁹ F.S. Mishkin, S. G. Eakins, E. Beccalli, “Istituzioni e mercati finanziari”, 9ª edizione, 2019, p. 115.

afferzata solo più recentemente. Un'operazione di *hedging* ha come obiettivo la riduzione del rischio e ²⁰“si realizza solitamente mediante l'acquisto o la cessione di uno o più contratti il cui valore sia legato alla stessa fonte di rischio che condiziona il valore della posizione da coprire”. Da qui, l'utilizzo degli strumenti derivati quali contratti il cui valore dipende dalla variazione di un'attività sottostante, nota come *underlying asset*. Esempi di suddetti strumenti sono i futures, gli swap e le opzioni.

Pertinenti all'argomento in questione sono gli sviluppi conseguiti nel 1973, quando Black and Scholes giunsero alla relazione tra *hedging* e *pricing* delle opzioni. Traguardi importanti sono stati raggiunti con il modello strutturale di Merton (1974) e le sue applicazioni, che costituiscono il focus principale di questo elaborato. Anche l'estensione del CAPM di Sharpe da parte di Ross nel campo dell'*arbitrage pricing theory* (1976) ha avuto significative conseguenze per l'asset management e l'investment banking.

Tra le varie tipologie di rischio, oltre a quello di credito, ve ne sono tante altre, che si presentano regolarmente nel settore bancario. Le procedure di gestione dei disallineamenti tra attività e passività dell'ente creditizio, denotate come *Asset liability management (ALM)*, consentono di misurare il livello del rischio di tasso d'interesse, in modo tale da stabilirne una copertura²¹ e mantenere il livello di margine d'interesse (i.e. l'eccedenza degli interessi ricevuti rispetto a quelli corrisposti) costante nel tempo. Invece, per la copertura di un rischio come quello di cambio, le pratiche sono incentrate sull'allineamento del *gap* tra attività e passività detenute dall'ente in entrambe le valute. Tra gli strumenti derivati che agiscono con finalità di *hedging* nei confronti delle variazioni dei tassi di cambio vi sono *currency future*, *currency swaps* e *currency options*.

Gli strumenti derivati hanno visto una crescita considerevole negli ultimi anni, a fronte di sviluppi nel *pricing*, nelle nuove tecnologie e nell'introduzione di nuovi prodotti. Il tutto ha implementato ulteriormente le opportunità di *hedging* del rischio, tramite accordi di *netting* e accordi di garanzia. Entrambi sono importanti per la riduzione del rischio di credito in transazioni bilaterali con strumenti derivati. Spesso questi contratti presentano un “downgrade trigger”, ovvero una clausola che stabilisce che, nel caso in cui il rating di affidabilità creditizia

²⁰ Glossario, Borsa Italiana.

²¹ Le pratiche più diffuse sono quelle della *income gap* e della *duration gap*, atte a misurare rispettivamente l'effetto che le variazioni dei tassi d'interesse hanno sulla redditività dell'impresa e sul valore di mercato del capitale netto.

F.S. Mishkin, S. G. Eakins, E. Beccalli, “*Istituzioni e mercati finanziari*”, 9ª edizione, 2019, pp. 374-375.

di una parte scendesse al di sotto di un certo livello, allora la controparte ha il diritto a richiedere ulteriori garanzie o a terminare direttamente l'operazione. Gli accordi di garanzia tra le parti devono essere riportati in un'apposita sezione (*credit support annex*) del contratto. È in tale sezione che vengono esplicitati i dettagli sul calcolo delle garanzie²² apportate da ciascuna parte.

Per quanto riguarda il “*netting*”, esso si intende un processo di mitigazione del rischio, introdotto tramite apposita clausola contrattuale, che stabilisce che in caso di fallimento tutte le transazioni sono considerate come una transazione singola. Dunque, se una società risulta inadempiente in una transazione coperta dal contratto di riferimento, allora lo sarà su tutte le altre transazioni coperte da quel contratto (la parte inadempiente non può decider di esserlo esclusivamente per le posizioni che risultano *out-of-the-money*).

Le ultime innovazioni in ambito finanziario hanno portato anche a nuovi potenziali problematiche per le varie istituzioni. Tale aspetto ha causato cambiamenti nell'approccio ai processi di vigilanza, sempre più focalizzato sulla valutazione dei sistemi di *risk management*. Ciò si riflette nella più recente introduzione²³ di:

- Un sistema di rating del sistema di gestione interno, che considera quattro elementi principali: i) la qualità delle attività d'indirizzo e di controllo del CdA e del senior management; ii) l'adeguatezza di politiche e limiti applicati ad attività rischiose; iii) la qualità dei sistemi di misura e monitoraggio dei rischi; iv) l'adeguatezza del sistema di controlli interni atti a prevenire attività illecite.
- Il *RAF (Risk Appetite Framework)*, quale documento di riferimento per la definizione della propensione al rischio, dei processi di gestione, dei limiti applicabili e delle soglie di tolleranza dello stesso.

²² Supponendo che la controparte apporti una garanzia (C) quando vi è default, allora l'esposizione alla controparte sarà data da $E = \max(V - C, 0)$. Ciò implica che l'esposizione (E) può essere ridotta grazie all'apporto del collaterale a fronte del valore di mercato (V) delle altre transazioni in essere.

J. C. Hull, “*Risk Management and Financial Institutions*”, p. 463.

²³ F.S. Mishkin, S. G. Eakins, E. Beccalli, “*Istituzioni e mercati finanziari*”, 9ª edizione, 2019, p. 181.

CAPITOLO 2: Framework Normativo – Gli accordi di Basilea e gli emendamenti sui requisiti di capitale

2.1 Evoluzione dello sfondo normativo

La regolamentazione in ambito finanziario, prima degli anni '80, si è sviluppata principalmente negli Stati Uniti. A seguito della Grande Depressione, l'emanazione di diversi atti nel 1933 ha fatto strada all'introduzione di una disciplina in ambito principalmente bancario e d'investimento. In quell'anno il *Glass-Steagall Act* ha sancito la distinzione tra le attività svolte dalle banche commerciali e da quelle d'investimento (precludendo la formazione di banche universali), mentre la legge bancaria ha creato la FDIC, che prevedeva un'assicurazione sui depositi in caso di default. Decisivo è l'anno 1974, che sancisce la nascita del **Comitato di Basilea**²⁴. Il lasso di tempo che occupa gli ultimi due decenni del ventesimo secolo è stato poi segnato da considerevoli sviluppi nella regolamentazione bancaria, con la pubblicazione dell'*Accordo di Basilea I* in merito al rischio di credito (1988). Nel 1985, l'Europa vede l'introduzione della *direttiva UCITS*, mentre nel corso degli anni '90 si va incontro a riforme nella regolamentazione del settore assicurativo. Il 1999 ha visto l'abolizione del Glass-Steagall Act.

Negli anni 2000, gli sforzi e le risorse apportate dai regolatori hanno reso possibile l'introduzione del framework di *Basilea II*, entrato in vigore nel 2007. A seguito delle scosse attribuibili alla crisi finanziaria globale del 2008, l'intero framework normativo ha subito forti pressioni per nuove riforme e nuovi requisiti patrimoniali per la gestione dei rischi. Il framework dato da Basilea III (2010) ha introdotto nuovi standard per la gestione del rischio, in particolare nell'ambito della liquidità e per possibili ripercussioni a livello sistemico. Una revisione di tale accordo, definite come *Basilea IV*, è stata approvata nel 2017.

In Italia, il settore bancario ha seguito per decenni le regole esposte nella legge del 1936, messe in atto dallo Stato per limitare il fallimento di innumerevoli banche dovuto ad assenza di liquidità, in un delicato periodo quale quello immediatamente successivo alla conclusione del primo conflitto mondiale. Ciò che la legge bancaria ha fatto è stato distinguere tra enti creditizi ordinari ed enti creditizi speciali, operando dunque una separazione tra le banche effettuate

²⁴ Principale organismo a livello globale di regolamentazione prudenziale delle banche e di collaborazione in materia di vigilanza bancaria. I suoi 45 membri (tra cui Italia, Francia, Germania, UK, USA, Giappone etc.) comprendono banche centrali e le autorità di vigilanza. Si veda il sito <https://www.bis.org/bcbs/>.

operazioni a breve termine (i primi) ed enti svolgenti operazioni a medio e lungo termine (i secondi). Ulteriori contenuti della legge in questione hanno portato alla definizione dell'attività bancaria come attività d'interesse pubblico²⁵ e hanno permesso l'attribuzione di stringenti poteri di vigilanza in capo a Banca d'Italia.

Con il passare del tempo le spinte verso una maggiore liberalizzazione e le esigenze di allineamento del sistema bancario a quello comunitario hanno influito nell'emanazione del *Testo Unico Bancario (TUF)* del 1993. Il decreto definisce l'attività bancaria come “*attività sistematica che consiste nell’emanazione di prestiti e nella raccolta di depositi tra il pubblico da parte di un’impresa*”²⁶, superando la precedente distinzione tra enti di credito ordinario ed enti di credito speciale e, dunque, permettendo a qualsiasi banca di svolgere operazioni a breve e medio-lungo termine. L'idea di un mercato unico europeo ha permesso la concessione alle banche regolarmente costituite in uno Stato Membro dell'UE, di aprire filiali negli altri SM. Inoltre, con il decreto è stata riconosciuta la legittimità della costituzione degli istituti bancari sotto le forme giuridiche di Società per Azioni o Società Cooperative a responsabilità limitata, abrogando le banche pubbliche previste nelle disposizioni del 1936. Dal lato della vigilanza, è fondamentale sottolineare come il TUB sia stato responsabile del passaggio da una vigilanza di tipo strutturale (ex legge bancaria del 1936) ad una prudenziale. La prima ricomprende tutti gli interventi incentrati sulla regolamentazione della struttura del settore finanziario, sugli operatori e sulle loro attività, mentre la seconda è focalizzata su norme volte a garantire una gestione prudente, con il fine di limitare rischi sulla liquidità e solvibilità delle banche²⁷.

²⁵ <https://www.bancaditalia.it/chi-siamo/storia/istituzione/index.html>.

²⁶ F.S. Mishkin, S. G. Eakins, E. Beccalli, “*Istituzioni e mercati finanziari*”, 9ª edizione, 2019, p. 109.

²⁷ Tra questi rientrano le norme sui *capital requirements* legati al livello di rischio assunto.

F.S. Mishkin, S. G. Eakins, E. Beccalli, “*Istituzioni e mercati finanziari*”, 9ª edizione, 2019, p. 163.

2.2 Basilea I

L'Accordo sul Capitale del 1988, comunemente noto come **Basilea I**, ha costituito un punto di svolta nel campo della disciplina bancaria, introducendo un primo sistema di requisiti patrimoniali necessari alla copertura del rischio di credito assunto. Il rischio di credito, infatti, era visto come predominante nel settore in questione e, per tale motivo, era la sola categoria di rischio su cui l'accordo si concentrava. Solo in seguito fu avvertita l'esigenza di estendere la copertura anche al rischio di mercato, portando così, nel 1996, all'introduzione dei modelli standard di *market risk* e a quelli più sofisticati fondati sul VaR rilevato internamente.

Tra i motivi principali che hanno costituito veicolo di emanazione dell'accordo, vi è l'esigenza di stabilire una maggiore patrimonializzazione delle banche²⁸. Ciò si ricollega all'obiettivo di armonizzazione dei sistemi di requisiti patrimoniali per le banche internazionali.

Tenendo in conto il solo rischio di credito, l'accordo ha introdotto un **coefficiente di solvibilità**, volto a misurare la quantità di patrimonio di vigilanza da detenere in corrispondenza delle attività ponderate per il fattore di rischio. Queste ultime si ottengono tramite il semplice prodotto tra l'EAD ad esse collegata e il peso per il fattore di rischio (*RW*). Si tratta di un fattore di ponderazione che varia sulla base della tipologia di asset che si prende in considerazione. Una classificazione esemplificativa è la seguente:

<i>Ponderazione per il rischio (RW)</i>	<i>Categoria di asset</i>
0%	Cassa; crediti verso governi e banche centrali in valuta domestica; altri crediti verso banche e governi dei paesi OCSE; titoli di stato emessi dai governi dei paesi OCSE.
20%	Crediti verso banche multilaterali di sviluppo; crediti verso banche ed enti pubblici non domestici dei paesi OCSE; crediti di durata inferiore a 1 anno in banche dei paesi OCSE.
50%	Mutui garantiti da ipoteche su proprietà residenziali.
100%	Crediti nel settore privato; crediti verso banche e governi al di fuori dell'OCSE; altri asset.

29

²⁸ Il livello di patrimonializzazione ha visto un graduale declino, fino a raggiungere un rapporto medio tra capitale azionario e attività di bilancio pari al 2.55% nelle cinque più grandi banche internazionali.

T. Roncalli, "Handbook of Financial Risk Management", 2020, p. 160.

²⁹ T. Roncalli, "Handbook of Financial Risk Management", 2020, p. 161.

Per quanto concerne il patrimonio di vigilanza, questo è costituito da due livelli:

- *Tier 1*: comprende il capitale rappresentato da azioni ordinarie, riserve generate da utili non distribuibili al netto delle imposte, strumenti innovativi. Da questa componente patrimoniale vanno dedotti alcuni elementi come le perdite dell'esercizio in corso (o esercizi precedenti), le immobilizzazioni immateriali, l'avviamento e le azioni proprie. Il capitale azionario è ritenuto componente principale per l'assorbimento delle potenziali perdite. Nel caso in cui tale copertura non fosse sufficiente, allora entra in gioco il *Tier 2*.
- *Tier 2*: componente supplementare che comprende fondi per rischi su crediti, riserve di rivalutazione, prestiti subordinati e strumenti ibridi di debito.

Il coefficiente di solvibilità può variare sulla base delle considerazioni fatte nel suo calcolo. Infatti, il c.d. “*core capital ratio*” ricomprende solo la componente di capitale del *Tier 1* (C_1), che dev'essere almeno pari al 4% dell'importo delle attività ponderate per il rischio (*RWA*). Dunque, la componente di *Tier 1* dev'essere almeno pari al 50% del patrimonio di vigilanza complessivo. La formula³⁰ corrispondente è:

$$\text{Core capital ratio: } C_1 \geq 4\% \text{ RWA}$$

Il coefficiente di solvibilità che, invece, comprende anche la componente di *Tier 2* (C_2), prevede una soglia minima pari all'8%:

$$\text{Coefficiente di solvibilità: } (C_1 + C_2) \geq 8\% \text{ RWA}$$

Il coefficiente in questione riflette l'importanza di un'adeguata patrimonializzazione dell'impresa per limitare le ripercussioni dovute ai rischi e garantirne una gestione prudente. Nonostante la successiva inclusione, tramite emendamento, del rischio di mercato per la tutela dell'attività delle istituzioni bancarie, il trascorrere del tempo ha esposto i limiti di Basilea I. Infatti, sono stati riscontrati dei problemi nell'assegnazione delle ponderazioni per il rischio, che non facevano distinzione tra banche per dimensioni e complessità delle operazioni svolte.

³⁰ T. Roncalli, “*Handbook of Financial Risk Management*”, 2020, p. 160.

Il risultato è che molte banche hanno approfittato di questa “scappatoia” a livello regolamentare per assumere ulteriori rischi, in quanto vi era la possibilità di vedersi attribuita la stessa ponderazione per il rischio associata ad enti completamente diversi per dimensioni e presenza sui mercati.

2.2.1 L'Emendamento del 1996

Come è stato detto in precedenza, il 1996 ha visto l'emanazione di un emendamento volto a disciplinare la componente del rischio di mercato nella definizione dei sistemi di *risk management* dell'attività bancaria. Si è avuto modo di introdurre un processo “standard” per il calcolo del requisito patrimoniale necessario a coprire il rischio di mercato. Per le banche aventi già implementato sistemi più sofisticati di gestione del rischio fu previsto un processo basato su un “modello interno”, focalizzato sul calcolo del requisito patrimoniale tramite il ricorso al **VaR** (*value at risk*), misura di rischio che esprime il massimo ammontare di una potenziale perdita con un dato livello di confidenza in un certo orizzonte temporale. In tal caso, il VaR si calcolava su un orizzonte temporale di 10 giorni e con livello di confidenza pari al 99%. Il requisito patrimoniale calcolabile sulla base di questo processo è dato da:

$$\max(VaR_{t-1}, m_c \times VaR_{medio}) + SRC$$

Dove il primo addendo fornisce una misura del rischio scaturito da variazioni in diverse variabili di mercato quali i tassi di cambio, i tassi d'interesse applicati e i prezzi delle commodities. Il VaR_{t-1} rappresenta il *value at risk* del giorno precedente all'istante t, mentre la componente $(m_c \times VaR_{medio})$ restituisce una misura del VaR medio (quale media dei VaR negli ultimi 60 giorni), ponderato per un fattore moltiplicativo m_c ³¹.

Il secondo addendo (*SRC*) è invece legato ad un ulteriore fattore di ponderazione per il rischio, specifico per singole società e designato per la copertura contro rischi derivanti da variazioni di fattori influenti sugli strumenti finanziari emessi dalle stesse.

³¹ Il valore del fattore moltiplicativo è solitamente pari a 3, ma, qualora il modello applicato per il calcolo del requisito patrimoniale si dimostrasse inefficiente, è a discrezione dei regolatori cambiarne l'importo. J. C. Hull, “*Risk Management and Financial Institutions*”, p. 357.

Complessivamente, a seguito dell'emendamento del 1996, il patrimonio di vigilanza di una banca si ottiene applicando il coefficiente di solvibilità (8%) alle attività ponderate sia per il rischio di credito sia per quello di mercato, ottenendo:

$$\text{Patrimonio di vigilanza} = 8\% \times (\text{credit risk RWA} + \text{market risk RWA})$$

2.3 Basilea II

Le evoluzioni nei modelli, nei mercati degli strumenti derivati e nei database dei rischi legati al credito hanno portato all'esigenza di implementare le linee guida da seguire per assicurare un'adeguatezza dei requisiti patrimoniali più consona ai rischi nello specifico. Le riforme sono state introdotte per promuovere la sicurezza e la prudenza nel sistema finanziario. Le principali innovazioni che si riscontrano rispetto a Basilea I ricadono sull'applicazione di sistemi di rating interni, sulla base di approcci IRB più dettagliati, e di un approccio standard che, in confronto al precedente, risulta più sviluppato e sensibile ai fattori di rischio. Con il Framework introdotto da Basilea II, attraverso una prima pubblicazione nel Giugno 2004 e una conseguenti aggiornamenti intorno al 2006, si perviene alla suddivisione in tre pilastri, con l'obiettivo di giungere ad un sistema di *risk management* tale da riflettere le diverse categorie di rischio.

2.3.1 Pilastro I

Le banche devono calcolare dei requisiti patrimoniali minimi, riflettendo l'adozione di requisiti più sensibili al rischio e allineando la loro quantificazione alle potenziali perdite in cui gli enti possono incorrere. Suddetti requisiti vengono calcolati in base alla misurazione dei rischi di credito, di mercato e operativo³². La disciplina in merito al requisito patrimoniale previsto per la copertura del rischio di credito ha visto sostanziali cambiamenti rispetto a Basilea I. Sotto Basilea I e II, il rischio di credito di un portafoglio è calcolato come la somma degli asset pesati

³² Nonostante la sua rilevanza in ambito finanziario e assicurativo, svariati disaccordi sono nati in merito alla misurazione e quantificazioni delle componenti di questa particolare categoria di rischio, come quelle umane, tecnologiche e legate allo svolgimento dei processi. Per la quantificazione del rischio operativo, Basilea II dà alle banche la possibilità di scegliere tra alcuni approcci. Due di questi sono il *Basic Indicator Approach* e lo *Standardized Approach*, ed entrambi misurano il rischio in questione sulla base di misure proxy. L'altro metodo alternativo è l'*AMA (Advanced Measured Approach)*, con cui le banche hanno la possibilità di scegliere la metodologia più adeguata per il calcolo, nel rispetto di alcuni elementi standard, tra cui dati interni, esterni, fattori rilevanti per il settore di business ed analisi degli scenari.

M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, "The Essentials of Risk Management", 2nd Edition, 2019, p. 78.

per il rischio, con il peso che riflette l'affidabilità creditizia della controparte. Tuttavia, è solo con gli sviluppi introdotti dal framework di Basilea II che le banche hanno la possibilità di misurare e monitorare il rischio di credito facendo ricorso ad approcci più adeguati, di matrice standard o più avanzati (IRB), con cui calcolare il requisito patrimoniale necessario sulla base della loro valutazione del rischio di credito associato alla controparte. La scelta in merito all'approccio da seguire dipende principalmente dalle dimensioni e dalla complessità delle operazioni della banca nello specifico. Inoltre, per evitare effetti economici avversi, l'accordo ha favorito le entità di piccolo e medie dimensioni, consentendo una riduzione dei requisiti patrimoniali sulla base del fattore stesso di dimensionamento, evitando così di rendere più costosa la concessione di credito alle stesse. Nonostante tutto questo, l'adozione dei contenuti del framework viene rimessa ai regolatori, e la sua implementazione varia da paese a paese (basti pensare all'esempio degli USA).

L'approccio standard

L'**approccio standard** riprende la metodologia elaborata da Basilea I e ne modifica alcuni aspetti, in particolare le assunzioni associate alle ponderazioni per il rischio di credito e l'impiego, da parte delle banche, di rating forniti da agenzie esterne (S&P, Moody's etc.). Per assicurare la validità dei rating utilizzati, le agenzie devono essere propriamente registrate e soddisfare alcuni requisiti principali, tra cui oggettività, indipendenza e trasparenza. Una volta superato questo step, si possono mappare le ponderazioni ai rating, ottenendo la seguente tabella³³:

Rating	Da AAA a AA-	Da A+ ad A-	Da BBB+ a BBB-	Da BB+ a BB-	Da B+ a B-	Sotto B-	Nessun rating
<i>Stati sovrani</i>	0%	20%	50%	100%	100%	150%	100%
<i>Enti di credito</i>	20%	50%	50%	100%	100%	150%	50%
<i>Corporation</i>	20%	50%	100%	100%	150%	150%	100%

La prima cosa che si nota è la suddivisione dei pesi per il rischio sulla base delle esposizioni dei crediti a livello di paese (*sovereign exposure*), istituti bancari e corporation. Nel primo caso,

³³ J. C. Hull, "Risk Management and Financial Institutions", p. 361.

che ricomprende governi e banche centrali, è notevole la variazione del peso, che va dallo 0% al 150% con il peggioramento del rating assegnato. Una variazione simile si può osservare negli altri due casi. Per gli enti di credito, alternativamente, possono essere applicati dei pesi associati al rating del paese in cui la banca è situata. Invece, per i mutui, il peso stabilito da Basilea II si attesta al 35%, mentre per i portafogli al dettaglio è al 75%.

La riforma sulle percentuali di ponderazione risponde ad un framework complessivamente più attento alla variabilità del rischio di credito e all'obiettivo di riduzione dell'esposizione allo stesso, o all'eventualità di default. Per farlo, si ricorre a diversi espedienti:

- **Transazioni garantite da collateral:** in questo caso, l'esposizione al rischio è coperta in parte da un *collateral*, quale vincolo su un determinato asset (può essere dato da cassa e altre disponibilità, obbligazioni soggette a rating, obbligazioni non sottoposte a rating ma rispettanti determinati standard, fondi comuni d'investimento e strumenti azionari) su cui l'ente può rivalersi in caso di inadempienza della controparte. Per tener conto dei *collateral* nel calcolo dei pesi per il rischio, le banche hanno due strade alternative. La prima è quella del “*simple approach*”, con cui, nel peso per il rischio complessivo, la parte di esposizione coperta dal *collateral* viene pesata per il fattore di ponderazione associato al *collateral* stesso (con un minimo del 20%). Per cui:

$$RWA = (EAD - C) \times RW + [C \times \max(RW_C, 20\%)]$$

Dove la prima parte dell'equazione ($EAD - C$) fa riferimento all'esposizione non coperta dal collateral, a cui è associato il peso per il rischio legato alla controparte (RW). Al collateral (C) è invece attribuito il peso del rischio di collateral (RW_C).

Alternativamente, si applica il “*comprehensive approach*”, facente ricorso a modifiche nell'esposizione (in eccesso, in modo tale da riflettere possibili incrementi della stessa) e nel valore del *collateral* (in riduzione, per tenere conto di eventuali decrementi di valore). Queste modifiche si applicano secondo regole di calcolo previste dal framework o con modelli di calcolo interni, se approvati dai regolamenti. La nuova esposizione al rischio che si ottiene viene poi ponderata per il rischio legato alla controparte.

- **Netting**: in presenza di transazioni garantite da *collateral*, le esposizioni e i *collateral* vengono compensati separatamente e sottoposti a modifiche, con l'applicazione di fattori medi pesati.
- **Garanzie e derivati creditizi**: tali strumenti possono essere usati come copertura se diretti e irrevocabili. Per tenerne conto, anche qui, si segue il *simple approach*.

L'approccio IRB

Come suggerisce l'acronimo **IRB (Internal Ratings-Based)**, abbiamo a che fare con un metodo che fonda i propri parametri su modelli interni di calcolo del rischio di credito, certificati dall'autorità di vigilanza. Per il calcolo dei requisiti patrimoniali, l'approccio IRB si concentra sulle componenti di *credit risk* viste precedentemente. In particolare: *probability of default* (PD), *exposure at default* (EAD), *loss given default* (LGD) e *maturity* (M). Le quattro componenti fanno parte del contributo al rischio del singolo asset *i*, come:

$$RC_i = f_{IRB}(EAD_i, LGD_i, PD_i, M_i)^{34}$$

La somma dei contributi individuali al rischio ci permette di ottenere l'ammontare del rischio di credito. Con f_{IRB} si fa riferimento alla formula ottenuta con il ricorso all'approccio in questione, che prevede due metodologie, distinte sulla base delle fonti da cui le banche traggono le componenti principali da usare nel modello.

La prima metodologia è quella del **Foundation IRB (FIRB)**, che permette alle banche di determinare la PD internamente, ricorrendo a strumenti propri di calcolo. Le altre componenti sono, invece, stabilite dalle autorità regolatrici³⁵. In particolare, la LGD è fissata al 45% per i crediti senior non garantiti, mentre per quelli subordinati sta al 75%. L'EAD è al 75% per linee di credito non revocabili (il CCF è 0% per quelli immediatamente revocabili). Infine, la *maturity* è pari a 2.5 anni, tranne per le operazioni repo (*maturity* a 6 mesi). La seconda metodologia è denominata **Advanced IRB (AIRB)** e, dal momento che permette alle banche di calcolare tutte le componenti ricorrendo ai propri strumenti interni, è più complessa e dispendiosa. Richiede, per essere valida, il soddisfacimento di standard sui sistemi interni di

³⁴ T. Roncalli, "Handbook of Financial Risk Management", 2020, p. 169.

³⁵ Si veda https://www.bis.org/basel_framework/chapter/CRE/32.htm.

rating e sui processi di allocazione del capitale. Dunque, per il calcolo dell'EAD, le banche possono ricorrere ai loro fattori di conversione (CCF) interni. Per quanto concerne la LGD, le stime interne devono tenere in conto variabili come la seniority dei crediti, le condizioni economiche avverse e i costi di recupero. La *maturity* è l'orizzonte temporale medio dei flussi di cassa, che rientra in un range tra 1 e 5 anni. Per entrambe le metodologie, la PD deve avere un valore minimo di 0.03% per i crediti corporate e per quelli verso le banche.

Dunque, in termini generali, la metodologia IRB segue un processo che inizia dalla classificazione dei crediti, dal calcolo della loro PD (e delle altre tre componenti nel caso dell'AIRB), per poi calcolare gli asset ponderati per il fattore di rischio (RWA) sulla base dell'applicazione della formula IRB.

Per il calcolo del requisito patrimoniale nell'approccio IRB si considera il modello del VaR, calcolato in un orizzonte temporale di 1 anno e con livello di confidenza del 99.9%. Invece, la c.d. *expected loss* (perdita attesa, EL) è calcolata in funzione delle componenti principali del rischio, e dipende dalle scelte di base fatte dalla banca in merito al prezzo dei suoi strumenti. Il requisito patrimoniale è dato dalla differenza tra VaR ed EL, e riflette il capitale sufficiente a coprire perdite inaspettate (c.d. *unexpected losses*) nell'orizzonte temporale di un anno, con confidenza pari a 99.9% che non verranno superate. Per cui:

$$UL = VaR - EL$$

Per la stima del VaR è utile accennare al modello di copula. Con *copula* si intende un concetto statistico largamente utilizzato, nei fenomeni multivariati, per un'analisi più accurata della dipendenza tra le variabili aleatorie prese in considerazione e degli approcci più opportuni per misurarla. La sua utilità nella gestione del rischio di credito è evidente se si considera il fatto che permette di combinare i modelli di stima dei rischi di creditori marginali con più potenziali modelli di dipendenza per l'analisi dei rischi sulla base di tali specifiche.

Una copula n-dimensionale è una funzione di distribuzione congiunta in $[0,1]^n$ di un vettore di variabili aleatorie con distribuzioni marginali uniformi nell'intervallo $[0,1]$. Per tali funzioni

nei casi multivariati si utilizza la notazione $C(u) = C(u_1, \dots, u_n)$. Per poter definire una copula devono valere le seguenti condizioni³⁶:

- $C(u_1, \dots, u_n)$ aumenta all'incremento di ogni sua componente n .
- $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$ per ogni $i \in \{1, \dots, n\}$ e $u_i \in [0, 1]$. Quindi, la copula risulta
- Per ogni $(a_1, \dots, a_n), (b_1, \dots, b_n) \in [0, 1]^n$ con $a_i \leq b_i$ avremo, in ogni spazio definito da un *iperrettangolo*³⁷:

$$\sum_{i_1=1}^2 \dots \sum_{i_n=1}^2 (-1)^{i_1+\dots+i_n} C(u_{1i_1}, \dots, u_{ni_n}) \geq 0$$

Con $u_{j_1} = a_j$ e $u_{j_2} = b_j$, per ogni $j \in \{1, \dots, n\}$. Questa condizione assicura che, se il vettore randomico $(U_1, \dots, U_n)'$ ha C come funzione di distribuzione, allora $P(a_1 \leq U_1 \leq b_1, \dots, a_n \leq U_n \leq b_n)$ non è negativa.

Nel campo delle copule, il *teorema di Sklar* permette di definire una copula nelle distribuzioni multivariate. Prendendo F come funzione di distribuzione congiunta con marginali F_1, \dots, F_n , si avrà una copula $C: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ tale per cui:

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$$

Per ogni $x \in \bar{\mathbb{R}} = [-\infty, \infty]$. Con ragionamento inverso, se si ha una copula C e funzioni di distribuzione univariate F_1, \dots, F_n , allora la funzione F è una funzione di distribuzione congiunta con marginali F_1, \dots, F_n .

Per comprendere l'applicazione del modello nel calcolo dei requisiti patrimoniali atti a coprire il rischio, si ipotizzi che una banca detenga un portafoglio di prestiti (ognuno con probabilità di default) e si indichi come T_i l'istante in cui la società i entra in default. Semplificando il tutto con l'assunzione che tutti i prestiti hanno la stessa distribuzione di probabilità cumulativa possiamo definire la PD all'istante T come:

$$PD = Prob(T_i < T)$$

³⁶ A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools", p. 185.

³⁷ Rettangolo n-dimensionale, risultato del prodotto cartesiano di più intervalli.

Applicando la copula gaussiana è possibile determinare la struttura di correlazione tra gli istanti in cui si verifica il default per i prestiti, mappando T_i ad una variabile U_i con distribuzione normale standardizzata. In questa fase entra in gioco il c.d. *one-factor model*³⁸, utile per descrivere la correlazione. In particolare, ogni variabile U_i può essere descritta dalla seguente formula:

$$U_i = a_i F + \sqrt{1 - a_i^2} Z_i$$

Dove: a_i è una costante con valore compreso tra -1 e 1; F è un fattore comune da cui dipendono le variabili U_i ; Z_i sono componenti non correlate tra di loro, e vengono selezionate in modo tale che U_i abbia distribuzione $N(0,1)$. Sia che hanno una distribuzione normale standardizzata e indipendente, mentre il fattore di correlazione tra una variabile U_i e una U_j è pari ad $a_i a_j$. Ipotizzando che i fattori a_i siano tutti gli stessi, la “*copula correlation*” ottenibile per ogni possibile coppia di prestiti è:

$$\rho = a^2$$

Di conseguenza, la formula del *one-factor model* risulta essere:

$$U_i = \sqrt{\rho} F + \sqrt{1 - \rho} Z_i$$

Conseguentemente si può definire il *worst-case default rate* (WCDR) come il tasso di default della controparte i nell’orizzonte T (1 anno), che non verrà superato con un certo livello di probabilità (nel nostro caso il 99.9%). Avremo:

$$WCDR_i = N \left[\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho} N^{-1}(99.9\%)}{\sqrt{1 - \rho}} \right]$$

Dove N è la distribuzione cumulativa normale ed N^{-1} è quella inversa. È utile sottolineare l’impatto della correlazione. Infatti, se $\rho = 0$, i default sui prestiti si verificano indipendentemente l’uno dall’altro e $WCDR = PD$. Se $\rho \neq 0$ e aumenta, il suo aumento comporta una riduzione del WCDR.

³⁸ J. C. Hull, “*Risk Management and Financial Institutions*”, p. 251.

Il VaR, assumendo un portafoglio obbligazionario ricomprensivo di strumenti con stesso fattore di correlazione, è pari a:

$$VaR = \sum EAD_i \times LGD_i \times WCDR_i$$

La perdita attesa, a sua volta, è pari a:

$$EL = \sum EAD_i \times LGD_i \times PD_i$$

Il requisito patrimoniale (K) destinato a coprire perdite attese risulta essere:

$$K = VaR - EL = \sum EAD_i \times LGD_i \times (WCDR_i - PD_i)$$

Come ormai sappiamo, il calcolo degli asset sulla base dei fattori di ponderazione per il rischio varia a seconda della tipologia degli asset. In particolare:

- Nel caso dei crediti verso stati sovrani, banche e imprese, il framework di Basilea II assume l'esistenza di una relazione tra la correlazione ρ e la PD, riassumibile nell'equazione:

$$\rho = 0.12 \times (1 + e^{-50 \times PD})$$

L'equazione evidenzia la relazione inversa³⁹ esistente tra ρ e PD. Infatti, un peggioramento dell'affidabilità creditizia di un'entità implica un incremento della PD che, nel tempo, diventa più idiosincronica e meno correlata alle condizioni generali del mercato. Questo è riflesso da una riduzione di ρ . D'altro canto, sostituendo ρ nell'equazione del WCDR, si ottiene che quest'ultimo aumenta al crescere di PD.

Il requisito patrimoniale si ottiene dalla formula vista in precedenza e dall'aggiunta di un fattore di "maturity adjustment" (MA)⁴⁰, che tiene conto di eventuali strumenti dalla

³⁹ J. C. Hull, "Risk Management and Financial Institutions", p. 365.

⁴⁰ La maturity adjustment si calcola come $MA = \frac{1+(M-2.5) \times b}{1-1.5 \times b}$, dove $b = [0.11852 - 0.05478 \times \ln(PD)]^2$.
J. C. Hull, "Risk Management and Financial Institutions", p. 366.

durata superiore a 1 anno, per i quali si apre un'esposizione creditizia legata al possibile declino dell'affidabilità della controparte. Nel complesso, il requisito patrimoniale è:

$$K = \sum EAD_i \times LGD_i \times (WCDR_i - PD_i) \times MA_i$$

E gli asset pesati per il rischio si ottengono moltiplicando K per 12.5:

$$RWA = 12.5 \times \sum EAD_i \times LGD_i \times (WCDR_i - PD_i) \times MA_i$$

- Per i crediti al dettaglio, il calcolo è simile a quello descritto sopra, solo che in questo caso, i parametri di PD, EAD e LGD devono essere stimati dalla banca (senza distinguere tra FIRB e AIRB) e non vi è il fattore MA. Inoltre, la relazione tra ρ e PD è pari a $\rho = 0.03 + 0.13e^{-35 \times PD}$, riflettendo un livello di correlazione più basso rispetto alle altre categorie. Di conseguenza avremo:

$$K = \sum EAD_i \times LGD_i \times (WCDR_i - PD_i)$$

$$RWA = 12.5 \times \sum EAD_i \times LGD_i \times (WCDR_i - PD_i)$$

- Nel caso di garanzie e derivati creditizi è possibile ricorrere ad un metodo sostitutivo, con cui il rating creditizio del soggetto garante del prestito è sostituito alla controparte mutuataria. Alternativamente, si determina il requisito patrimoniale in assenza di garanzia ($K_{n.g.}$) e si aggiunge una componente:

$$K = K_{n.g.} \times (0.15 + 160 \times PD_g)$$

Con PD_g quale probabilità di default del garante.

2.3.2 Pilastro 2

Con il secondo pilastro, Basilea II prevede che le autorità di vigilanza supervisionino l'adeguatezza patrimoniale e strategica delle banche, in funzione del livello complessivo di rischio a cui sono esposte. Gli approcci di *risk management* devono essere riflessi in una struttura di corporate governance interna e in un insieme di *best practices* che permettano alle banche di gestire i vari fattori di rischio⁴¹. L'obiettivo è quello ultimo di garantire il corretto funzionamento della gestione prudenziale e del rispetto della disciplina, evitando il manifestarsi di situazioni di arbitraggio regolamentare. Il processo di supervisione (SRP) ricomprende due attività⁴² principali. La prima consiste nella valutazione complessiva delle linee strategiche della società e della validità dei modelli interni analizzati. La seconda attività sottolinea come le disposizioni del secondo pilastro, sotto certi punti di vista, integrino quelle del primo. Infatti, sono previsti requisiti patrimoniali per ulteriori tipologie di rischio non disciplinate dal pilastro 1: il rischio di tasso d'interesse nel portafoglio delle attività bancarie, o anche il rischio di concentrazione.

Nell'analisi sull'adeguatezza patrimoniale di una banca, i supervisori devono tenere in considerazione molteplici fattori interni, tra cui la qualità dei sistemi di controllo e management, nonché i dati storici sull'effettività nella gestione dei rischi. A livello esterno, sono importanti gli aspetti macroeconomici e le caratteristiche dei mercati di riferimento. Qualora, a seguito dell'analisi, ne fosse avvertita la necessità, i supervisori possono richiedere alle banche di soddisfare requisiti patrimoniali di ammontare superiore a quello minimo. A ben vedere, il ruolo delle autorità di supervisione è in larga parte proattivo, dal momento che agiscono nelle fasi preliminari, allo scopo di evitare l'insufficienza di capitale per la copertura del profilo di rischio. Le loro attività devono essere svolte nel rispetto dei principi di trasparenza e responsabilità. Per quanto riguarda le banche operanti a livello internazionale, il framework prevede la definizione, per queste, di tecniche e processi interni per l'auto-valutazione sull'adeguatezza patrimoniale, così come gli stress test degli scenari per il rischio di credito.

⁴¹ Un esempio è dato dal CdA, responsabile della supervisione del complesso dei rischi e della definizione del *risk appetite*.

⁴² Le due attività sono note come “*supervisory review and evaluation process*” (SREP) e “*internal capital adequacy assessment process*” (ICAAP).

T. Roncalli, “*Handbook of Financial Risk Management*”, 2020, p. 181.

2.3.3 *Pilastro 3*

Tale pilastro persegue l'ottenimento di una maggiore disciplina di mercato e di un incremento nella trasparenza del reporting delle informazioni delle banche, ricomprendenti le misure di rischio e le pratiche di *risk management*. È largamente discrezionale per le banche la scelta in merito alle informazioni considerate rilevanti, da comprendere nella *disclosure*. Tra di esse, si hanno solitamente: i requisiti patrimoniali per la copertura delle diverse tipologie di rischio; le componenti specifiche del capitale di *Tier 1* e di *Tier 2*; le principali caratteristiche e condizioni degli strumenti di capitale; gli assetti di *risk management* e *assessment* adottati dalle banche; informazioni generali sui rischi a cui le banche sono esposte.

L'obiettivo volto a una maggiore trasparenza informativa è di utilità, principalmente, per coloro (operatori di mercato) che usufruiscono direttamente di tali informazioni per assumere decisioni d'investimento e intraprendere determinate azioni.

2.3.4 *Critiche e limitazioni del framework*

Nonostante i notevoli sviluppi maturati dal nuovo accordo, non sono mancate le critiche. Tra le principali:

- I fattori di costo legati all'elaborazione di sistemi di *risk management* efficaci risultano elevati e, talvolta, difficilmente sostenibili dagli istituti di minori dimensioni.
- L'applicazione dei requisiti patrimoniali potrebbe avere ripercussioni negative sulla situazione macroeconomica e sul settore bancario. Infatti, in periodo di recessione, il maggior importo dei requisiti patrimoniali, richiesto a fronte dell'incremento dei rischi stessi, finirebbe per impattare sulle disponibilità liquide delle istituzioni bancarie.
- La regolamentazione introdotta può spingere le banche a sovrastimare l'affidabilità dei sistemi di *risk management*, in termini di qualità delle misure e degli strumenti adoperati, così finendo per sottovalutare la mole del rischio a cui si è esposti.
- Le ponderazioni del rischio ottenute con l'approccio standard dipendono da rating inaffidabili.
- I requisiti patrimoniali non hanno permesso di evitare o, quanto meno, limitare l'impatto della crisi finanziaria globale.

2.4 Basilea III

La crisi globale del 2008 è talvolta usata come la principale motivazione per sottolineare l'inadeguatezza della regolamentazione bancaria riformata da Basilea II. Dopotutto, i modelli di *leverage* adottati dalle banche si sono rivelati insostenibili e dannosi a livello macroprudenziale. Le banche, col tempo, avevano costituito dei portafogli caratterizzati da una forte presenza di asset creditizi altamente illiquidi, la cui esposizione al rischio si rivelò impossibile da misurare secondo il modello del VaR. Per questo motivo, si aveva una pressoché inesistente valutazione e considerazione del rischio di liquidità. Il capitale, così come definito dal framework, non era più adeguato al calcolo dei requisiti patrimoniali. Inoltre, il fallimento di grandi istituzioni, rilevanti a livello sistemico, ha evidenziato la necessità di pervenire ad una migliore regolamentazione del rischio sistemico. Il tutto era coronato da forti lacune nelle pratiche remunerative, supervisionali e di governance, particolarmente in ambito di trasparenza informativa.

Nonostante la crisi finanziaria abbia effettivamente portato alla luce i limiti del framework, bisogna comunque considerare che, in quegli anni, negli USA venivano ancora largamente (e inadeguatamente) seguite le linee guida sui requisiti patrimoniali previsti da Basilea I⁴³. Inoltre, al tempo la regolamentazione contenuta nel nuovo accordo non era rivolta al settore delle banche d'investimento, tagliando fuori, così, una fetta considerevole del problema.

È nel 2009 che il Comitato di Basilea ha lavorato ad alcune riforme, producendo il Basilea 2.5, che ha introdotto misure per lo “*stressed VaR*” e un requisito patrimoniale minimo più elevato, volto a coprire le potenziali perdite dovute a variazioni nel rischio di credito e nella liquidità. A dicembre 2010 è stato pubblicato un framework aggiornato e riformato, noto come **Basilea III**.

Tra le novità del nuovo framework abbiamo:

- Un nuovo inquadramento del capitale, specialmente sull'equity side. Infatti, una maggiore adeguatezza patrimoniale si può avere associando ponderazioni per il rischio più elevate ai rispettivi asset più rischiosi.

⁴³ M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, “*The Essentials of Risk Management*”, 2nd Edition, 2019, p. 74.

- Nuovi requisiti patrimoniali per *counterparty credit risk* e *liquidity risk*, soprattutto per gli istituti di credito potenzialmente influenti sugli aspetti sistematici;
- La copertura di rischi ulteriori (rischio di credito per strumenti OTC e operazioni repo);
- L'applicazione del *leverage ratio* quale misura ulteriore rispetto ai requisiti patrimoniali;
- Misure volte ad evitare ripercussioni sul ciclo economico e a coprire le eventuali perdite (*capital countercyclical buffer* e *capital conservation buffer*).

2.4.1 Definizione delle componenti di capitale e dei requisiti

Il capitale, secondo Basilea III, ha una distinzione in tre componenti: il *Tier 1*, il *Tier 1* aggiuntivo e il *Tier 2*. Il “*common equity*” di *Tier 1* comprende unicamente il capitale rappresentato da azioni ordinarie e gli utili trattenuti, escludendo elementi come l'avviamento o le attività per imposte anticipate. La componente di *Tier 1* aggiuntiva è data da voci non rientranti nel *common equity*, come gli strumenti subordinati. Nel *Tier 2* rientrano, invece, i prestiti subordinati con *maturity* originariamente a 5 anni. I requisiti relativi al nuovo inquadramento del capitale sono:

- Il *common equity capital* di *Tier 1* dev'essere almeno pari al 4.5% degli asset pesati per il rischio.
- La somma della componente di *Tier 1* con quella aggiuntiva dev'essere almeno pari al 6% degli asset pesati per il rischio.
- Il capitale complessivo, ottenuto sommando tutte le componenti, dev'essere almeno pari all'8% degli asset pesati per il rischio.

Come si può notare, i requisiti sulle componenti di capitale prevedono delle percentuali più elevate rispetto a quelle originariamente stabilite nell'accordo del 1996, fatta eccezione per l'8% del capitale totale rispetto ai RWA.

2.4.2 *Capital Conservation Buffer e Countercyclical Buffer*

Il **capital conservation buffer** rappresenta una parte di capitale destinata a fungere da cuscinetto per eventuali perdite future in periodi di crisi. Il *conservation buffer* è composto da common equity e ammonta al 2.5% dei RWA. Ciò implica, complessivamente, un requisito patrimoniale⁴⁴ per il common equity di *Tier 1* pari al 7% degli asset (4.5%+2.5%).

Gli effetti del requisito in questione sono evidenti anche in relazione alla politica di distribuzione dei dividendi. Infatti, nel caso in cui il buffer fosse parzialmente o totalmente usato per coprire le perdite, le banche sono tenute a limitare la distribuzione dei dividendi (e aumentare, dunque, la percentuale di utili trattenuti) finché il capitale non viene ricostituito.

Simile al *conservation buffer* è il **countercyclical buffer**, la cui applicazione è rimessa alla discrezionalità delle autorità locali nei paesi in cui è previsto. Nonostante questo aspetto, il buffer può essere stabilito in una percentuale che rientra nel range 0% - 2.5%⁴⁵. Il fine è quello di coprire le potenziali perdite dovute alla pro-ciclicità dell'attività bancaria, che si hanno nei periodi di forte stress che seguono periodi di crescita a livello creditizio. Il capitale in eccesso, accantonato nei periodi di espansione, è destinato ad assorbire le perdite nelle fasi di recessione.

2.4.3 *Leverage Ratio*

Basilea III specifica un *leverage ratio* minimo al 3%, pari al rapporto tra una misura del capitale complessivo di *Tier 1* e una del livello di esposizione al rischio. Per quantificare l'esposizione complessiva, si prende la somma delle varie esposizioni: quelle associate agli elementi presenti nel bilancio dell'ente, quelle correlate ad operazioni con derivati o a finanziamenti tramite emissione di titoli, oppure ancora a voci fuori bilancio. Queste nuove disposizioni seguono i problemi rilevati in Basilea II prima della crisi. Allora, molte istituzioni bancarie ricorrevano a livello di *leverage* troppo elevati e insostenibili, con serie ripercussioni a livello pro-ciclico.

⁴⁴ Considerando la percentuale addizionale data dal *capital conservation buffer*, gli altri requisiti patrimoniali, in condizioni di stabilità del mercato, sono 8.5% (*Tier 1* complessivo) e 10.5% (*Tier 1* + *Tier 2*). Le percentuali possono scendere in periodi di forte stress dei mercati.

J. C. Hull, "*Risk Management and Financial Institutions*", p. 383.

⁴⁵ Nelle banche operanti in più giurisdizioni, il buffer si calcola come media pesata dei buffer applicati in ognuna di esse.

M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, "*The Essentials of Risk Management*", 2nd Edition, 2019, p. 96.

Nonostante ciò, le autorità regolatrici di alcuni stati hanno fissato soglie di leverage ratio più elevate⁴⁶, poiché ritenevano troppo bassa la percentuale del 3%. Negli anni a seguire, la Cina e il Regno Unito hanno fissato, rispettivamente, i *leverage ratio* al 4.05% e al 4%. Gli USA, invece, hanno fatto una distinzione tra il 5%, applicato alle società holding nel settore bancario, e il 6%, previsto per le filiali delle società di holding. È importante ribadire che il *leverage ratio* viene applicato come misura integrativa, non sostitutiva, dei requisiti patrimoniali. Le banche sono quindi tenute a soddisfare non solo i rapporti di solvibilità, ma anche quelli tra il capitale e il livello di *leverage* richiesto.

2.4.4 *Liquidity Risk e Counterparty Credit Risk*

Basilea III, tra le varie cose, pone maggiore attenzione sul livello del rischio di liquidità e sulle conseguenze avverse a livello finanziario. Per questo, son stati introdotti due *liquidity ratio*, con lo scopo di coprire questa particolare tipologia di esposizione al rischio. Il **liquidity coverage ratio (LCR)** indica la capacità di una banca nel sopravvivere, in un periodo medio di 30 giorni, a problematiche nei livelli di liquidità. Si ottiene come:

$$LCR = \text{asset liquidi di elevata qualità} / \text{Flusso di cassa netto in 30 gg}$$

La soglia minima del LCR è, dal 2019 in poi, prevista al 100%. I flussi di cassa netti vengono calcolati secondo le procedure dettate dalle autorità di supervisione.

Il **Net Stable Funding Ratio (NSFR)** si rivolge alla risoluzione delle inconsistenze sulla liquidità in un orizzonte temporale di 1 anno. Si calcola come:

$$NSFR = \frac{\text{Ammontare di provvista stabile disponibile}}{\text{Ammontare di provvista stabile richiesto}}$$

Il numeratore ricomprende risorse finanziarie rappresentate da capitale, passività e depositi, che vengono ponderati per un fattore di stabilità (ASF). Il denominatore, invece, si riferisce ad un ammontare obbligatoriamente previsto dal regolatore, in funzione del grado di liquidità delle attività della banca. Il loro rapporto dev'essere superiore alla minima soglia del 100%.

⁴⁶ J. C. Hull, “*Risk Management and Financial Institutions*”, p. 385.

Altro elemento su cui il nuovo framework si sofferma è quello del rischio di credito della controparte, in relazione a strumenti OTC e operazioni repo. I fallimenti di Lehman and Bear Stearns hanno mostrato l'inefficacia dei requisiti patrimoniali di Basilea II sui derivati OTC e sulle operazioni repo, in quanto incapaci di riflettere le implicazioni a livello sistemico dovute al rischio di controparte. Con il nuovo accordo, il *credit value adjustment (CVA)* esprime l'esposizione al rischio di perdita attesa, causata dal default della controparte. Il valore del CVA può subire cambiamenti, dovuti a variazioni nei valori dei derivati o nei credit spread applicabili ai prestiti.

2.4.5 *La regolamentazione degli istituti a livello sistemico*

Maggiore attenzione è rivolta alle istituzioni finanziarie rilevanti a livello sistemico (c.d. *SIFIs*), per cui sono previsti requisiti patrimoniali ulteriori. Il fine è quello di agire proattivamente, evitando il ripetersi di una situazione analoga alla crisi del 2008. In particolare, si applica una percentuale aggiuntiva, variabile gradualmente nel range 1% - 2.5%. All'interno delle SIFIs vi ricade la categoria delle banche operanti globalmente (c.d. *G-SIBs*), indicate annualmente dal *Financial Stability Board (FSB)*, un'autorità indipendente che sovrapvede (tra le varie cose) alle riforme finanziarie proposte dal G20 e all'implementazione del framework, delle SIFIs e dei mercati OTC.

Il FSB, congiuntamente con il Comitato di Basilea, definisce i criteri⁴⁷ con cui individuare le G-SIB e ne stila una lista (nel 2017 ammontavano a 30 banche). Nel 2014, l'autorità ha giocato un ruolo centrale nell'aumento dei requisiti patrimoniali applicabili. Per le G-SIB è stata prevista, nel 2019, una soglia del 16% rispetto alle attività pesate per il rischio, aumentata al 18% nel 2022.

Requisiti ulteriori possono essere previsti a livello di singolo paese, per quelle banche indicate dalle autorità regolatrici come rilevanti sistemicamente a livello domestico (c.d. *D-SIBs*). Come le banche, si individuano anche mercati e infrastrutture rilevanti a livello sistemico (*SIMIs*). In essi, le transazioni con strumenti derivati vedono di solito la mediazione di organismi di compensazione (*clearing houses*), che garantiscono la solvibilità della controparte e fanno

⁴⁷ Tra questi vi sono: le dimensioni, la complessità delle attività svolte, l'interconnessione nel settore, le operazioni di rilevanza internazionale e la sostituibilità dei prodotti.
M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, "*The Essentials of Risk Management*", 2nd Edition, 2019, p. 96.

sorgere un'esposizione al rischio inferiore rispetto a quella che si verifica nelle transazioni bilaterali OTC. Il fattore di ponderazione per il rischio nelle operazioni con *clearing houses* rientra nel range 1% - 3%.

2.4.6 SA e IRBA

Per i requisiti patrimoniali volti a far fronte al rischio di credito, Basilea III ricorre sempre allo *standardized approach* (SA) e all'*internal ratings based approach* (IRBA), con alcune differenze rispetto a Basilea II. Nello SA, si continuano ad utilizzare i rating forniti da agenzie esterne, e il Comitato di Basilea è arrivato alla definizione di una nuova tabella dei pesi per il rischio:

Rating		Da AAA a AA-	Da A+ ad A-	Da BBB+ a BBB-	Da BB+ a B-	Da CCC+ a C	Nessun rating
<i>Stati sovrani</i>		0%	20%	50%	100%	150%	100%
<i>Organismi del settore pubblico</i>	1	20%	50%	100%	100%	150%	100%
	2	20%	50%	50%	100%	150%	50%
<i>MDB</i>		20%	30%	50%	100%	150%	50%
<i>Banche</i>	2	20%	30%	50%	100%	150%	SCRA
	2 ST	20%	20%	20%	50%	150%	SCRA
	Obbligazioni garantite	10%	20%	20%	50%	100%	
<i>Corporate</i>		20%	50%	75%	100%	150%	100%
<i>Retail</i>		75%					

Non si hanno cambiamenti nei fattori di ponderazione associati ai crediti vantati verso stati sovrani, entità del settore pubblico o nelle categorie corporate e retail. Le MDB (banche multilaterali di sviluppo) si vedono riconosciuti dei pesi analoghi alla categoria delle banche. Ma è proprio qui che si notano delle differenze. Prima di tutto, non è presente l'opzione di rating delle banche basata sul rating del paese in cui hanno sede (precedentemente prevista da Basilea II). Per di più, viene riconosciuta la tipologia delle obbligazioni garantite (*covered*

bonds), caratterizzate da un rischio basso e da un livello di liquidità elevato. Altro elemento di distinzione sta nei crediti non aventi rating in cui, nel caso delle banche, il relativo fattore di ponderazione dipende dallo *standardized credit risk approach* (SCRA). Con questo metodo le banche, in assenza di rating o di possibile applicazione di rating creditizi esterni, svolgono un'analisi di due diligence, determinando la classificazione delle esposizioni creditizie in tre livelli. Il livello A si rivolge agli istituti più stabili e prevede un fattore di ponderazione del rischio pari al 40%, mentre il livello B si vede assegnato il 75% e il livello C (banche più instabili) il 150%. Nelle esposizioni a breve termine, i fattori sono rispettivamente pari a 20%, 50% e 150%.

Per quanto riguarda l'approccio IRB, anche in tal caso non si notano cambiamenti significativi rispetto a Basilea II, se non per il parametro di correlazione associato alle esposizioni creditizie verso banche. Questo risulta pari a:

$$\rho(PD) = 15\% \times \left(\frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} \right) + 30\% \times \left(\frac{1 - (1 - e^{-50 \times PD})}{1 - e^{-50}} \right)$$

Dunque, la correlazione rientra in un range di 15% - 30%.

Un altro elemento distintivo riguarda il calcolo della LGD. Nell'approccio FIRB, i valori forniti sono diversi: i) il 75% per i crediti subordinati; ii) il 45% e il 40% rispettivamente per crediti non subordinati verso istituzioni finanziarie e corporate. In presenza di un collaterale, la LGD si ottiene come:

$$LGD_* = \omega \times LGD + (1 - \omega) \times LGD_C$$

Dove è applicata alla parte di esposizione garantita da collaterale e ω rappresenta il peso di entrambe le LGD applicate.

Nell'approccio AIRB, la LGD dev'essere stimata dalla banca nel rispetto dei valori *floor* (LGD^{Floor}). Per esposizioni non garantite si ha una soglia floor del 25%, mentre per quelle che prevedono vincoli di garanzia, il valore previsto per il collaterale dipende dalla sua tipologia.

2.5 Basilea IV e sviluppi normativi a livello locale

Basilea III è un framework in continua via di sviluppo, specialmente dal lato dell'ottimizzazione nel monitoraggio e nella regolamentazione delle categorie di rischio, nella gestione dei livelli di esposizione alle controparti e nella tutela degli istituti di credito rilevanti a livello sistemico. Nel 2017, una serie di riforme sulle regole prudenziali ha preso strada, segnando quella che è spesso definita come **Basilea IV**. Il nuovo framework introdotto prevede una progressiva entrata in vigore dal 2021 al 2027, per dare tempo agli istituti di adeguarsi. Il fine è quello di riflettere i fattori di rischio tramite il ricorso a nuovi modelli standard e avanzati, che rispondono a regole aggiornate di misurazione dei RWA.

Nonostante l'applicazione delle regole di Basilea a livello globale, i regolatori locali mantengono il potere discrezionale sul grado di applicazione delle regole sul settore bancario, riflettendo decisive differenze tra le legislazioni dei vari paesi. Nel Regno Unito, il Financial Services Act 2013 ha portato ad una riforma bancaria a livello nazionale. Il Dodd-Frank Act, nel 2010, ha modificato le meccaniche alla base del settore finanziario negli USA, per assicurare una maggior tutela dei consumatori. La sua importanza è notevole non solo in ambito nazionale, ma anche a livello internazionale, dato l'allineamento di alcune disposizioni statunitensi con quelle di altri paesi. Basti pensare al fatto che, secondo il Dodd-Frank Act, gli emittenti di prodotti cartolarizzati sono autorizzati a detenerne il 5%. Disposizione simile in materia è prevista all'interno dell'UE. Chiaramente, come vi sono elementi in comune, vi sono anche notevoli differenze tra le legislazioni. Negli USA, la legge si spinge fino a vietare, alle banche, lo svolgimento di operazioni di *proprietary trading*, al fine di tutelare la posizione dei depositanti. La protezione dei loro fondi è avvertita anche altrove, ma il Regno Unito o la stessa UE non arrivano a vietare suddette attività, bensì a distinguerle dalle attività bancarie di base.

Tutto ciò riflette un insieme di profili ben distinti a livello nazionale, che, tuttavia, presentano elementi di allineamento a fronte della disciplina di un settore così complesso e dinamico come quello bancario.

CAPITOLO 3: La gestione del rischio di credito attraverso i modelli strutturali e in forma ridotta

3.1 Credit Risk Modeling

Lo sviluppo dei mercati finanziari e i continui aggiornamenti in ambito normativo sono gli aspetti determinanti di un contesto che ha visto l'affermazione, e ottimizzazione, delle procedure di *credit risk modeling*. Con questo termine ci si rivolge a sofisticati modelli matematici che vengono adoperati al fine di analizzare e quantificare il livello di rischio di credito attribuibile a determinati elementi. La quantificazione del rischio di credito è ormai all'ordine del giorno in ambito bancario (anche al livello delle imprese non finanziarie, operanti nei diversi settori in ottica internazionale). Gli approcci di stima del rischio di credito stabiliscono le basi per il livello di capitale regolamentare (o patrimonio di vigilanza) che una banca deve tenere. In particolare, i modelli misurano l'andamento delle perdite su singoli prestiti o su portafogli di obbligazioni in un certo orizzonte temporale, permettendo così di stabilire il requisito di capitale atto alla loro copertura. Il focus di questi modelli è, dunque, il concetto di default. *Default* inteso come un evento in cui un'impresa risulta insolvente, nel pagamento di una cedola o del principale alla data di *maturity*.

Sebbene ne siano chiare le finalità, il processo di stima è un compito complesso. Per poterla svolgere correttamente, si vanno a guardare due aspetti:

- La motivazione alla base: diverse ragioni⁴⁸ portano all'adozione di diversi modelli. Se l'obiettivo è quello del *credit risk management* si ricorre tipicamente a modelli di tipo statico, che misurano l'andamento delle perdite su singole transazioni o su portafogli nel lasso temporale fissato. Per un corretto *pricing* dei titoli esposti al rischio di credito, sono invece preferibili i modelli dinamici, che considerano il continuo scorrere del tempo e prevedono una misurazione *point-in-time* del rischio di credito.
- Il livello di informazioni da includere: nei modelli vanno inseriti e tradotti matematicamente svariati input. Vanno considerati non solamente i fattori inerenti alla situazione economica generale (ad es. il livello dei tassi d'interesse, l'andamento della crescita economica o gli sviluppi e le performance dei vari settori), bensì anche quelli

⁴⁸ A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools", p. 328.

specifici alla singola entità, come la sua performance nel mercato, la struttura del capitale o i principali rischi a cui si espone.

In questo contesto, è importante ricordare gli ostacoli posti dalla disponibilità delle informazioni sulla qualità creditizia dell'impresa oggetto del modello. Infatti, l'asimmetria informativa che si registra tra il management e il pubblico ne mina il corretto funzionamento e utilizzo. Per di più, si guarda anche alla *default dependence*, ovvero alla dipendenza del default di più controparti creditizie. Non è raro, infatti, che rispetto a grandi portafogli si verifichi il default di più controparti, così influenzando la distribuzione delle perdite sui crediti. Il fenomeno di dipendenza è alimentato in gran parte da variazioni su fattori macroeconomici, comuni a più imprese. Altro aspetto influente, sebbene abbia un minore impatto, è la presenza di forti legami economici diretti tra le imprese (come quelli di prestito).

Le distribuzioni delle perdite su crediti relative a portafogli detenuti per più anni sono tipicamente asimmetriche. In media, nel corso degli anni, un portafoglio creditizio ha modesti profitti con una certa frequenza e, occasionalmente, perdite di ammontare considerevole. Per questo motivo, il capitale economico richiesto per un tale portafoglio è elevato e corrisponde spesso al quantile del 99.97% della distribuzione⁴⁹.

Sulla base di tutti questi aspetti, in letteratura, i modelli utilizzati possono poi classificarsi come strutturali o in forma ridotta.

⁴⁹ A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, “*Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*”, p. 329.

3.2 Modelli in forma ridotta

I modelli in forma ridotta costituiscono degli approcci più recenti al rischio di credito e, a differenza di quelli strutturali, non si basano sulle informazioni interne alle imprese in termini di poste attive e passive, ma guardano ai dati di mercato e alle cause esogene che hanno portato al default. Questi modelli sono più statistici e meno intuitivi dal punto di vista economico e dipendono principalmente dagli spread creditizi di mercato. Con tale modellizzazione, il fine è quello di ricavare la struttura a termine delle probabilità di default sulla base di quella degli spread presenti sul mercato, così da ottenere migliori risultati nei processi di analisi del rischio. Si può affermare, dunque, che gli input utilizzati sono variabili esogene e che gli output ottenuti con queste sono dati endogeni. Le sfide a livello empirico sono dovute in gran parte alla poca trasparenza dei mercati delle obbligazioni e all'influenza che la natura eterogenea di questi strumenti, nonché i fattori di rischio osservabili sul mercato, hanno sul loro valore.

Il focus dei modelli in forma ridotta è sulla misura dell'*intensità di default* (o *hazard rate*)⁵⁰, indicata con λ , mentre il default è inquadrato come *processo di Poisson*⁵¹. Si tratta di un processo stocastico $N(t)$ che assume valori interi non negativi e ha traiettorie costanti a tratti e non decrescenti, a partire dal valore 0 all'istante iniziale. Definendo quale variabile aleatoria la variabile τ , questa va ad indicare il momento temporale in cui avviene il primo salto sul processo, per cui:

$$\tau = \min\{t \geq 0 | N(t) > 0\}$$

I salti sono aleatori (e dunque non deducibili dalle informazioni possedute oggi) e la probabilità di osservarli in un certo lasso temporale Δt è fortemente condizionata dall'intensità di default, secondo la relazione:

$$P[N(t + \Delta t) - N(t) = 1] = \lambda \times \Delta t$$

Da cui è ottenibile la funzione di ripartizione della variabile τ , che esprime la possibilità di osservare un default entro l'istante t :

⁵⁰ L'intensità di default è la densità della probabilità di default in un istante t .

T. Roncalli, "Handbook of Financial Risk Management", 2020, p. 201.

⁵¹ E. Angelini, "Il Credit Default Swap nella gestione del rischio di credito", 2013, pp. 72-73.

$$F(t) = P[\tau \leq t] = 1 - \exp[-\lambda \times t]$$

La funzione di sopravvivenza che ne risulta è:

$$S(t) = 1 - F(t) = \exp[-\lambda \times t]$$

I modelli in forma ridotta hanno avuto origine nel 1992 con Jarrow e Turnbull (che hanno poi implementato il loro modello nel 1995), seguiti poi da Duffie e Singleton. Il primo modello guarda alla probabilità di default di una controparte all'interno di un framework costituito da tassi d'interesse variabili. Inoltre, ciò che contraddistingue questa categoria di modelli è il *Recovery Rate* (RR), o tasso di recupero. Questo è dato da un processo stocastico δ_t , ipotizzato come informazione esogena e volto a indicare la frazione di debito recuperabile dal creditore.

In questi modelli, i processi sono solitamente analizzati tramite una misura martingala Q . Nella formulazione dei modelli in forma ridotta, la probabilità⁵² di avere insolvenza prima della scadenza T è data da:

$$Q(\tau \leq T) = E^Q \left(E^Q(N(T) = 1 | \sigma(X_s : s \leq T)) \right) = E^Q(e^{-\int_0^T \lambda_s ds})$$

Dove, in generale, l'intensità di default può dipendere dal tempo ed essere aleatoria.

L'approccio di **Kamakura** (KRIS) è un modello in forma ridotta che si basa sul quadro semplificato posto in essere da Jarrow⁵³ ed è applicabile ai modelli di default per tutte le

⁵² Si veda <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.139.3546&rep=rep1&type=pdf>

⁵³ Il seguente esempio è ripreso dalla fonte:

M. Crouhy, D. Galai, R. Mark, "The Essentials of Risk Management", 2nd Edition, 2019, pp. 407-410.

Si prenda un'obbligazione *zero-coupon* soggetta a rischio di default con: i) tasso di recupero $RR = 1 - LGD$; ii) tasso d'interesse *risk-free* annuo (i); iii) tasso di rendimento aggiustato per il rischio ad un anno (y); iv) la probabilità di default in un anno (PD); v) somma da pagare alla *maturity* pari a \$100.

Gli approcci per la valutazione dell'obbligazione sono due:

- In uno scenario neutrale al rischio: $P = [100 \times (1 - PD) + 100 \times PD \times RR] / (1 + i)$
- In uno scenario di valutazione che tiene conto del rischio: $P = 100 / (1 + y)$

Da entrambi gli scenari si ricava la formula $1 + i = [1 - PD \times LGD] \times (1 + y)$.

La stessa logica può essere applicata in ottica multi periodale. Prendendo due periodi, con probabilità di default $P(1)$ e $P(2)$, avremo:

$$PD(2) = 1 - [1 - P(1)] \times [1 - P(2)]$$

Jarrow ha fondato il modello su alcuni aspetti. Prima di tutto, ha assunto le probabilità di default come stocastiche e influenzate da alcuni fattori, alcuni specifici e altri sistematici. Inoltre, ha tenuto conto della liquidità sui prezzi delle obbligazioni. Il modello che ne risulta è tale da permettere il calcolo di un parametro di recupero, come parte del valore di mercato del debito prima della bancarotta.

categorie di debitori. Per l'applicazione è prevista una formula di regressione logistica, che fornisce la probabilità di default per un periodo t , supponendo che l'impresa sia sopravvissuta fino a quell'istante:

$$P(t) = 1/[1 + \exp(-\alpha - \sum \beta_i X_i)]$$

Dove le variabili X_i ricomprendono indici finanziari (ad es. il rapporto di *leverage*), fattori macroeconomici, variabili di settore, input derivanti dai prezzi dei titoli etc.

Il modello KRIS ricorre agli input contenuti in un apposito database, al fine di calibrare il modello, ed è in grado di fornire le probabilità di default mensili a livello corporate, la cui accuratezza è stata provata essere empiricamente (nel caso del default delle imprese statunitensi) superiore ad altri modelli.

3.2.1 I "Mixture Models"

I *mixture models* possono essere considerati come l'equivalente dell'applicazione dei modelli in forma ridotta in ottica di portafoglio statico⁵⁴. Infatti, alla base dei *mixture models* vi è l'assunzione i default delle singole imprese siano indipendenti, in presenza di fattori stocastici comuni, come le variabili macroeconomiche.

In questa categoria sono presenti:

- Il modello di Bernoulli: si prendano un vettore aleatorio n -dimensionale $X = (X_1, \dots, X_n)'$ e un vettore aleatorio m -dimensionale (con $n < m$) $Y = (Y_1, \dots, Y_m)'$. Quest'ultimo seguirà un modello di Bernoulli con il vettore di fattori X se vi sono funzioni $p_i : \mathbb{R}^n \rightarrow [0,1]$, $1 \leq i \leq m$, tali per cui, condizionatamente alla realizzazione di x su X , le componenti di Y sono variabili indipendenti che hanno:

$$P(Y_i = 1|x = X) = p_i(x)$$

⁵⁴ A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools", p. 328.

Per $y = (y_1, \dots, y_m)'$ in $\{0,1\}^m$, si può calcolare la probabilità congiunta di default, condizionata alla realizzazione di x su X :

$$P(Y_1 = y_1, \dots, Y_m = y_m | x = X) = \prod_{i=1}^m p_i(x)^{y_i} \times (1 - p_i(x))^{1-y_i}$$

Mentre la distribuzione del vettore degli indicatori di default Y si ottiene con l'integrazione nella distribuzione del vettore X . In particolare, la probabilità di default di una singola controparte i è:

$$PD_i = P(Y_i = 1) = E[p_i(X)]$$

- Il modello di Poisson: riprendendo il modello di Bernoulli e i rispettivi n ed X , il vettore aleatorio $\tilde{Y} = (\tilde{Y}_1, \dots, \tilde{Y}_m)'$ rispecchia un modello di Bernoulli con vettore di fattori X , se vi sono funzioni $\lambda_i : \mathbb{R}^n \rightarrow (0, \infty)$, $1 \leq i \leq m$ tali per cui condizionatamente alla realizzazione di x su X , il vettore \tilde{Y} è dato da variabili indipendenti di Poisson con intensità $\lambda_i(x)$.

Definendo la variabile $\tilde{M} = \sum_{i=1}^m \tilde{Y}_i$, per intensità λ_i di basso ammontare, quest'ultima si può approssimare come il numero di soggetti insolventi. Data la realizzazione di x , la variabile ricomprende la somma di tutte le variabili indipendenti di Poisson, e rispetta la distribuzione:

$$P(\tilde{M} = k | x = X) = \exp\left(-\sum_{i=1}^m \lambda_i(x)\right) \times \frac{(\sum_{i=1}^m \lambda_i(x))^k}{k!}$$

CreditRisk+ è un esempio di *mixture model* di Poisson. Si tratta di un modello che utilizza dati storici sui default e si fonda su alcune ipotesi principali: i) per un prestito, la PD in un determinato lasso temporale è la stessa associata ad un orizzonte della stessa lunghezza; ii) per un elevato numero di debitori, l'ammontare delle insolvenze che si verificano in un periodo è indipendente rispetto a quello delle insolvenze verificatisi in un altro periodo; iii) il tasso di default medio varia al variare del ciclo economico.

Nel modello, è possibile ripartire i debitori in determinate fasce, ciascuna con la stessa esposizione al rischio, al netto degli aggiustamenti fatti per il tasso di recupero. Sebbene abbia il vantaggio di essere facile da implementare e da applicare a livello computazionale, CreditRisk+ non tiene conto della *credit migration* e, quindi, non considera possibili variazioni nell'affidabilità creditizia dei debitori.

3.3 Modelli strutturali

Dopo un breve excursus sui modelli in forma ridotta, ora si entra nella classe di modelli che interessano questo elaborato. Un modello è definito strutturale quando ha il fine di stabilire le meccaniche che causano il default. Per fare questo, si calcolano le probabilità di default di un'impresa emittente titoli di debito, sulla base delle informazioni su passività e attività e, dunque, sugli aspetti intrinseci, relativi alla struttura finanziaria.

Il default si ha quando una variabile stocastica eccede una certa soglia di valore. Valore che, una volta superato, implica che il default avviene quando le attività risultano essere inferiori oltre un certo ammontare rispetto alle passività. Nei modelli strutturali dinamici, si assume l'esistenza di un processo stocastico in X , a tempo continuo. Il valore di tale processo all'istante t è indicato con X_t .

3.3.1 Il Modello di Merton

Introdotta nel 1974⁵⁵, quella di Robert C. Merton è il prototipo di modello strutturale più conosciuto, oggetto di diverse estensioni nel corso degli anni. Grazie ad esso, un'impresa può essere analizzata singolarmente, sulla base delle proprie caratteristiche, in merito al profilo del rischio di credito e alla conseguente probabilità di insolvenza. L'assunto alla base del modello è che l'insolvenza, o default, di un'impresa si verifica nel momento in cui il valore delle attività risulta inferiore ad una soglia rappresentata dal valore delle passività verso terzi. La probabilità

⁵⁵ Riprende il modello proposto l'anno precedente da Black e Scholes, con applicazione sul *pricing* delle opzioni.

di default dipende dai valori di attività e passività di bilancio, dal grado di volatilità degli asset e dal tasso d'interesse (*default-free*) associato alla scadenza del debito. Quest'ultimo rimane, per ipotesi, costante, per cui non si registrano variazioni nella curva dei tassi applicati.

Per la comprensione del modello di Merton, è utile spiegare il seguente ragionamento. Si supponga che un'impresa si finanzi esclusivamente con l'equity e con il ricorso al debito, la cui struttura è rappresentata da un'obbligazione *zero coupon*, con nozionale D e scadenza in T . Al tempo $t \leq T$ l'ammontare di equity e debito è, rispettivamente, E_t e D_t , e il valore totale degli asset dell'impresa risulta pari a: $V_t = E_t + D_t$.

Dal momento che l'obbligazione è per ipotesi zero coupon, non è previsto il pagamento di cedole. Di conseguenza, l'insolvenza sulla stessa può aversi solo alla scadenza T , alla quale si individuano due scenari:

- Se il valore dell'impresa è superiore a quello del debito ($V_T > D$), non si ha alcun default. L'impresa è solvente e i creditori ricevono D , mentre gli azionisti ricevono, quale payoff, il valore residuo dell'equity $E_T = \max(V_T - D, 0)$;
- Se il valore dell'impresa è inferiore a quello del debito ($V_T \leq D$), allora questa è insolvente. I creditori si rivalgono sul patrimonio sociale, esercitando il *covenant* che prevede la liquidazione della società e l'ottenimento dell'intero valore liquidato. In tal caso si hanno $D_T = V_T$ e $E_T = 0$.

Questa casistica introduce il tema principale dell'elaborato, ovvero quello della misura della **probabilità di default**, che per Merton è, appunto, data dalla seguente relazione:

$$PD = Pr[V_T < D]$$

L'approccio seguito da Merton ha come sue fondamenta la teoria dell'*option pricing* introdotta da Black & Scholes. Infatti, il valore dell'equity all'istante T è equiparabile al payoff di un'*opzione call europea* sul valore dell'attivo V_T , con prezzo di esercizio pari all'importo da rimborsare sul debito (D). Si ha:

$$E_T = \max(V_T - D, 0)$$

In particolare, l'opzione *call* europea, per definizione, conferisce a chi ne è in possesso il diritto di procedere all'acquisto dell'attività sottostante a scadenza, ad un determinato prezzo di

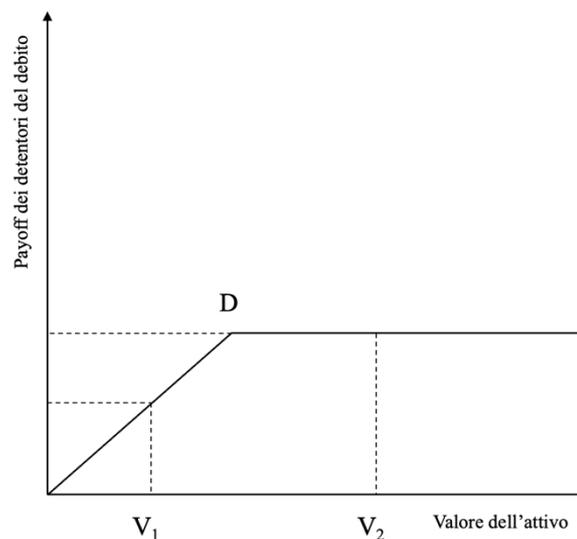
esercizio alla scadenza del contratto. L'acquirente sarà incentivato all'esercizio dell'opzione qualora il prezzo di esercizio risultasse inferiore a quello dell'attività sottostante. Nel nostro caso, in cui la posizione degli azionisti è quella di detentori dell'opzione, si ha quando ($V_T > D$).

D'altro canto, il valore del debito alla scadenza equivale al valore nominale delle passività al netto del payoff di un'opzione *put europea* con prezzo pari a D :

$$D_T = D - (D - V_T)^+$$

L'opzione *put europea* conferisce al possessore il diritto di procedere alla vendita dell'attività sottostante alla scadenza, ad un determinato prezzo di esercizio. L'esercizio dell'opzione è conveniente qualora il prezzo di esercizio fosse superiore a quello dell'attività sottostante. Per questo, la posizione dei creditori dell'impresa è equiparabile a quella di chi detiene l'opzione *put* sull'attivo, per tutelarsi dal rischio di default dell'impresa.

Graficamente:



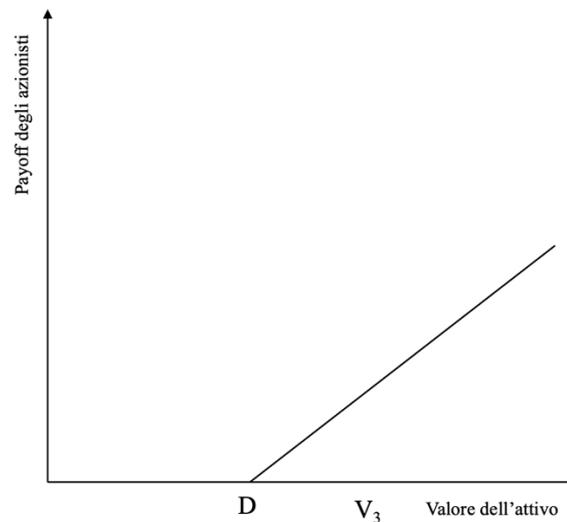
(3.a)⁵⁶

Quando il valore dell'attivo è, in questo caso, pari a V_2 , allora è sufficiente a coprire il valore di rimborso del debito. Il valore residuo assegnabile agli azionisti sarà $(V_2 - D)$. Nel caso in cui fosse pari a V_1 , invece, il valore dell'attivo sarebbe inferiore a quello del debito, e l'impresa sarebbe insolvente. È qui che subentra l'esercizio dell'opzione *put*. Una banca che, a seguito

⁵⁶ Elaborazione propria, sulla base di A. Resti, A. Sironi, "Rischio e valore nelle banche", 2021, p. 402.

di un prestito, vanta una posizione creditizia nei confronti dell'impresa insolvente può coprire il rischio proprio con l'acquisto di un'opzione *put* sul valore dell'attivo dell'impresa, con prezzo di esercizio pari al valore del debito.

La posizione degli azionisti è meglio riassumibile nella figura 3.b, in coerenza alla quale, quando il valore dell'attivo supera l'importo di rimborso del debito (strike price), come nel punto V_3 , si realizza un payoff positivo, che spinge all'esercizio dell'opzione *call*.



(3.b)⁵⁷

Il modello di Merton, riprendendo la formula di Black e Scholes, ipotizza che il processo del valore delle attività (V_t) segua un *moto browniano geometrico*⁵⁸, rispettando la seguente equazione:

$$dV_t = \mu_V V_t dt + \sigma_V V_t dW_t$$

Con le costanti $\mu_V \in \mathbb{R}$ e $\sigma_V > 0$, che rappresentano rispettivamente il *drift* percentuale istantaneo dell'attivo e la volatilità percentuale istantanea; W_t rappresenta il moto browniano secondo processo di Wiener standard. Dall'equazione si deduce, in particolare, che la

⁵⁷ Elaborazione propria, sulla base di A. Resti, A. Sironi, "Rischio e valore nelle banche", 2021, p.411.

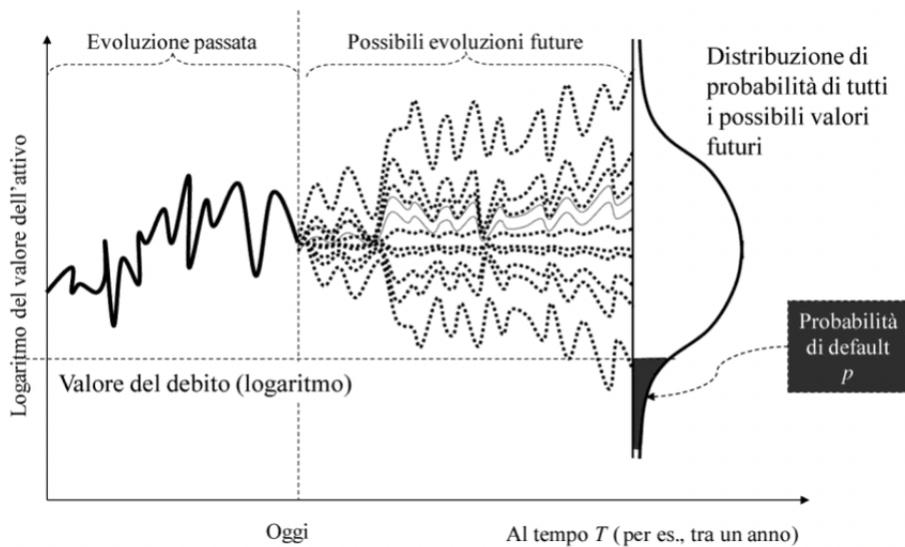
⁵⁸ È un modello probabilistico che viene utilizzato per descrivere, nel corso del tempo, l'evoluzione di un fenomeno, come l'andamento del prezzo delle azioni. Black e Scholes hanno fatto ricorso al modello in questione per derivare la formula di valutazione delle opzioni *call* sulle azioni, ipotizzando la log-normalità del prezzo dell'azione.

Si veda https://www.treccani.it/enciclopedia/moto-browniano_%28Dizionario-di-Economia-e-Finanza%29/

distribuzione di V_T è log-normale, con media $(\ln V_0 + (\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2)T)$ e deviazione standard $\sigma_V^2 T$.

Il default avviene quando il valore degli asset V_t risulta inferiore rispetto al valore soglia di D relativo al debito totale.

A livello rappresentativo:



(3.c)⁵⁹

Come si può vedere dal grafico, sono illustrati i possibili andamenti del valore dell'attivo. L'incertezza sulla crescita di valore, alimentata dall'estensione dell'orizzonte temporale preso in considerazione, apre maggiormente il range di possibili valori. La distribuzione di probabilità di questi ultimi, al tempo T, si basa sull'ipotesi che le componenti dell'attivo seguano una distribuzione logaritmica. È importante considerare l'osservazione delle informazioni che hanno contribuito all'evoluzione dell'andamento dell'attivo nel passato, in quanto utili e indicative per l'analisi degli andamenti futuri.

Il default avviene quando il valore degli asset V_t risulta inferiore rispetto al valore soglia di D relativo al debito totale. In questo caso, si ha quando il valore $\log(V_t)$ va al di sotto della retta orizzontale rappresentante il valore del debito. Graficamente, tale probabilità corrisponde

⁵⁹ A. Resti, A. Sironi, "Rischio e valore nelle banche", 2021, p. 401

all'area indicata in nero, sottostante alla distribuzione normale. In particolare, la probabilità di default può essere definita come:⁶⁰

$$P(V_T \leq D) = P(\ln V_T \leq \ln D) = N\left(\frac{\ln\left(\frac{D}{V_0}\right) - \left(\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right)$$

N si riferisce ad una funzione di ripartizione di una variabile aleatoria normale standard, V_0 è il valore attuale dell'attivo, mentre σ_V è la sua volatilità e $\left(\frac{D}{V_0}\right)$ indica il rapporto di *leverage*. Come si può vedere, sia dall'equazione sia nella figura 3.c, la probabilità P di default:

- aumenta all'aumentare del valore di D e, di conseguenza, all'incremento del rapporto di *leverage* $\frac{D}{V_0}$, quale indicatore di rischio finanziario;
- aumenta all'aumentare della volatilità dell'attivo (σ_V), che riflette il rischio dell'impresa;
- aumenta all'aumentare della *maturity* del debito (T);
- si riduce all'aumentare di V_0 e μ_V (da notare che il *drift rate*, nelle ipotesi di un mondo neutrale al rischio, è sostituito da un tasso *risk-free*).

Secondo la teoria dell'*option pricing* di Black e Scholes, il valore attuale dell'equity E_0 si può definire come:

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2) \quad (3.1)$$

Dove gli input sono:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{D}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V\sqrt{T}.$$

⁶⁰ A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools", p. 332 e T. Roncalli, "Handbook of Financial Risk Management", 2020, p. 214

Il termine De^{-rT} rappresenta il prodotto tra il valore nominale del debito e il fattore di attualizzazione e^{-rT} .

Il termine d_2 equivale alla distanza dal default (*distance to default*), una misura della distanza, in termini di deviazioni standard, tra il valore attuale di mercato dell'attivo e il valore soglia, che genera insolvenza⁶¹. Minore è la distanza, maggiore sarà la probabilità di insolvenza della società.

La probabilità di default PD (e la conseguente probabilità di esercizio dell'opzione *put* da parte dei creditori), nell'ipotesi di un mondo neutrale verso il rischio, è pari a $N(-d_2)$ e dipende dai valori di V_0 e σ_V . Riprendendo la figura 3.c, $N(-d_2)$, che equivale all'espressione $1 - N(d_2)$, è rispecchiato dall'area evidenziata in nero.

La probabilità neutrale al rischio è dovuta all'utilizzo di un tasso *risk-free* al posto di quello di rendimento atteso sull'attivo, riflettendo così la posizione di investitori neutrali al rischio. Il tasso *risk-free* rispecchia, dunque, le aspettative di crescita del valore dell'attivo. Nel mondo reale, il tasso è di solito più elevato, data la presenza di un premio per il rischio richiesto dagli investitori. È quindi logico dedurre che le probabilità di default sono più alte nel primo scenario, e, talvolta, sono sovrastimate.

Nell'equazione (3.1), i termini V_0 e σ_V non sono direttamente osservabili, ma, nel caso in cui l'impresa fosse quotata, si può osservare il valore E_0 , ricorrendo al *Lemma di Itô* per la stima della volatilità dell'equity σ_E . In particolare, avremo:

$$\sigma_E E_0 = \frac{\partial E}{\partial V} \sigma_V V_0$$

Dove $\frac{\partial E}{\partial V}$ è il delta dell'equity, ed equivale a $N(d_1)$. Di conseguenza si ottiene:

$$\sigma_E E_0 = N(d_1) \sigma_V V_0 \quad (3.2)$$

In questo modo si hanno due equazioni, (3.1) e (3.2), da risolvere rispetto a V_0 e σ_V .

⁶¹ Si veda https://www.ecb.europa.eu/pub/financial-stability/fsr/focus/2005/pdf/ecb~a4460fb571.fsrbox200505_14.pdf

Come si è visto per la stima del valore dell'equity, il modello di Merton è utile per fissare il prezzo di quei titoli il cui rendimento dipende dal valore dell'attivo al tempo T . Per arrivare alle formule di *pricing* si fanno alcune ulteriori assunzioni:

- Il tasso d'interesse *risk-free* è pari a $r \geq 0$, ed è costante;
- I mercati sono privi di costi di transazione e gli operatori possono porre in essere operazioni di finanziamento allo stesso tasso d'interesse;
- Il valore dell'impresa V_t non dipende dalle specifiche di finanziamento e dal livello del debito D . L'assenza di tale dipendenza dalla struttura finanziaria, in realtà, è da valutare, dal momento che un'elevata probabilità di default può impattare negativamente sulle opportunità di business dell'impresa e, di conseguenza, sullo stesso valore dell'attivo.

Si assuma un credito nei confronti dell'impresa con, con *maturity* in T e payoff $h(V_T)$. Il fair value del credito $f(t, V_t)$ in un istante $t \leq T$ si può ottenere tramite l'equazione differenziale alle derivate parziali (PDE)⁶²:

$$f_t(t, v) + \frac{1}{2} \sigma_V^2 v^2 f_{vv}(t, v) + r v f_v(t, v) = r f(t, v) \quad (3.3)$$

Alternativamente si può ricorrere alla misura, neutrale al rischio, Q , sotto cui il processo stocastico soddisfa l'equazione: $dV_t = rV_t dt + \sigma_V V_t dW_t$ (notare che il termine μ_V viene sostituito dal tasso *risk-free* r). Il valore di *pricing* si ottiene come:

$$f(t, V_t) = E^Q(e^{-r(T-t)} h(V_T) | \mathcal{F}_t) \quad (3.4)$$

Le aspettative dei payoff nel mondo neutrale al rischio sono rispecchiate da E^Q .

Applicando le formule al valore dell'equity, è importante ricordare che questo corrisponde ad un'opzione *call* con prezzo di esercizio D e *maturity* T . La soluzione a (3.3) e (3.4) è data dal prezzo di una *call* in accordo con Black e Scholes (C^{BS}). Si ottiene:

⁶² Un'equazione differenziale alle derivate parziali è un'equazione che mette in relazione una funzione incognita dipendente da due (o più) variabili indipendenti con le sue derivate parziali rispetto a queste variabili. È utilizzata per descrivere fenomeni, come l'evoluzione dei prezzi di opzioni *put* e *call* nel modello di Black e Scholes.

$$\begin{cases} E_t = C^{BS}(t, V_t; r, \sigma_V, D, T) := V_t N(d_1) - D e^{-r(T-t)} N(d_2) \\ d_1 = \frac{\ln V_t - \ln D + (r + \frac{1}{2} \sigma_V^2)(T-t)}{\sigma_V \sqrt{T-t}}; d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{T-t} \end{cases}$$

Nell'applicazione al debito, riprendendo l'assunto per cui il prezzo di un'obbligazione *zero-coupon* priva di rischio di default alla *maturity* è pari a $p_0(t, T) = \exp(-r(T-t))$, avremo:

$$D_t = D p_0(t, T) - P^{BS}(t, V_t; r, \sigma_V, D, T) \quad (3.5)$$

Con P^{BS} che rappresenta il prezzo di un'opzione *put* alla *maturity*, in accordo con Black e Scholes, ed è pari a:

$$P^{BS}(t, V_t; r, \sigma_V, D, T) = D e^{-r(T-t)} N(-d_2) - V_t N(-d_1) \quad (3.6)$$

Con d_1 e d_2 equivalenti a quelli previsti nella valutazione dell'equity. Mettendo insieme le equazioni (3.5) e (3.6) si ottiene:

$$D_t = p_0(t, T) D N(d_2) + V_t N(-d_1)$$

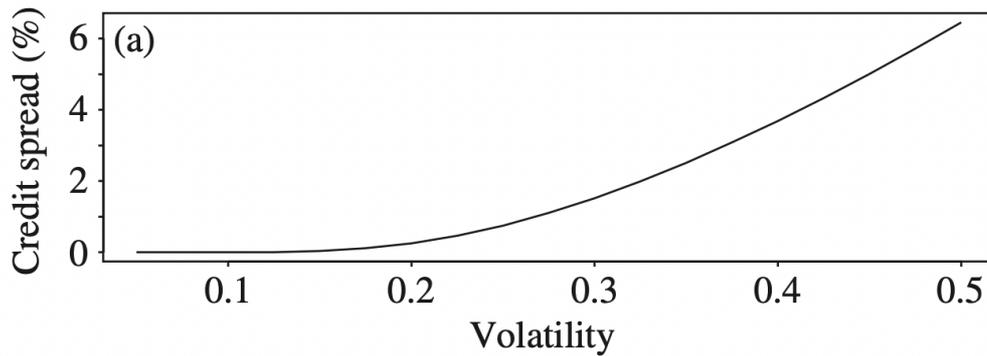
Quest'ultima equazione torna utile nel calcolo dello **spread creditizio**, quale differenza tra il rendimento a scadenza dell'obbligazione zero-coupon priva di rischio di insolvenza ($p_0(t, T)$) e quello di un titolo analogo ma rischioso ($p_1(t, T)$):

$$c(t, T) = \frac{-1}{T-t} \ln \frac{p_1(t, T)}{p_0(t, T)}$$

Dove $p_1(t, T) = \left(\frac{1}{D}\right) D_t$ e dunque:

$$c(t, T) = \frac{-1}{T-t} \ln \left(N(d_2) + \frac{V_t}{D p_0(t, T)} N(-d_1) \right)$$

Lo spread è associato all'extra rendimento associato all'assunzione di *rischio d'insolvenza* e dipende principalmente dal livello di volatilità σ_V e da $d = D p_0(t, T) / V_t$, che esprime il rapporto tra il valore attuale del debito e quello dell'attivo. Si tratta, quindi, del rapporto di *leverage*. A livello rappresentativo:



63

La relazione tra lo spread creditizio e la volatilità è tale per cui, ad un incremento di σ_V segue un aumento di $c(t, T)$.

Vantaggi e svantaggi del modello

Il modello di Merton è complesso, soprattutto nella sua applicazione alle dinamiche del mondo reale. Nonostante ciò, fornisce un ranking affidabile delle probabilità di default. Gli output del modello danno prova del motivo per cui le probabilità di default siano più elevate negli scenari neutrali al rischio, poiché il tasso di crescita atteso dell'attivo è dato dal tasso *risk-free*. Quest'ultimo, essendo più basso del tasso associato all'attivo nell'ipotesi reale, fa sì che la probabilità che il valore dell'attivo scenda al di sotto della soglia di rimborso del debito sia più elevata nel primo caso. Inoltre, come detto in precedenza, il modello evidenzia le variabili principali nella determinazione della probabilità di default e nel calcolo dello spread. Nonostante la sua importanza quale prototipo dei modelli strutturali per l'analisi del rischio di credito, quello di Merton presenta alcuni tratti a suo svantaggio:

- Il modello ipotizza una struttura semplificata del debito, che comprende una sola categoria con possibilità d'insolvenza alla data di *maturity*. Nella realtà, le imprese hanno una struttura finanziaria più articolata, con passività di diversa tipologia e scadenza;

⁶³ Fonte: A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, “*Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*”, p. 332

- Il valore dell'impresa non può essere correttamente assunto come negoziabile. Se il valore dell'equity può essere osservato nelle imprese quotate, è irrealistico pensare che il valore del debito sia rappresentato esclusivamente da obbligazioni scambiate su un mercato secondario attivo. Infatti, le imprese ricorrono spesso a strumenti non negoziati sul mercato;
- La logica che presuppone la possibilità di effettuare arbitraggi sulle attività dell'impresa, sottostanti ai contratti di opzione, non è sostenibile, dato che queste non sono di regola negoziabili liberamente sul mercato;
- Il modello non tiene conto del rischio di migrazione, ovvero della possibilità che si verifichi un deterioramento nel grado di affidabilità creditizia dell'impresa;
- Non sempre è possibile, per la banca o per l'investitore, raccogliere le informazioni necessarie a questa analisi.

Le semplificazioni del modello di Merton hanno fatto emergere, nel corso degli anni, la necessità di imporre delle estensioni, ormai facenti parte della letteratura. I modelli KMV e di Kamakura sono sfruttati per la conversione dei risultati di Merton in stime delle probabilità di default applicabili negli scenari effettivi, tenendo conto del rischio di insolvenza. Inoltre, viene superata l'ipotesi irrealistica sull'eventualità del default alla sola scadenza. I modelli di primo passaggio introducono la possibilità che l'insolvenza si verifichi in qualsiasi istante, al superamento del valore soglia da parte dell'attivo. A livello formale, l'istante in cui si verifica il default è definito come: $\tau = \inf\{t \geq 0: V_t \leq 0\}$.

3.3.2 L'implementazione del modello KMV

Una delle principali, e più efficaci, implementazioni (soprattutto a livello empirico) rispetto al *modeling* strutturale introdotto da Merton è data dal **modello KMV**, sviluppato dall'omonima società californiana, che è poi stata acquisita da Moody's nel 2002.

Nel calcolo della probabilità di default, KMV supera la semplificazione della struttura finanziaria dell'impresa proposta da Merton, riconoscendo che, in uno scenario realistico, le imprese si finanziano ricorrendo al debito a lungo e a breve termine. Inoltre, suppone che l'andamento del valore delle attività non sia necessariamente logaritmico. Tenendo conto di questi fattori, si introduce uno step intermedio, segnato dal calcolo della già menzionata

distanza dal default (DD). Questa, come si è detto, riflette il numero di deviazioni standard tra media della distribuzione del valore dell'attivo e la soglia critica rappresentata da \tilde{D} . Ipotizzando che il default possa avvenire al superamento della soglia critica in un intervallo temporale t , si avrà:

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{\tilde{D}}\right) + (\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2)T}{\sigma_V\sqrt{T}}$$

Come si può notare immediatamente, la formula della distanza dal default rimanda a quella della componente d_2 vista nel Modello di Merton, ed utilizzata per la determinazione della PD. Dunque, anche qui, maggiore è la distanza dal default, minore sarà la probabilità d'insolvenza. In questo caso si possono fare delle approssimazioni all'espressione precedente, che portano ad un'equazione per la stima empirica del fattore:

$$DD \approx \frac{\ln\left(\frac{V_t}{\tilde{D}}\right)}{\sigma_V} \approx \frac{(V_t - \tilde{D})}{(\sigma_V V_t)} \quad (3.7)$$

Per V_t si indica il valore atteso che può assumere l'attivo alla scadenza del debito, per cui $V_t = V_0 \times e^{\mu_V t}$, con il fattore μ_V pari al rendimento atteso dell'attivo in t ⁶⁴.

Come si è detto, \tilde{D} esprime la *soglia di default*, che tiene conto del ricorso al debito a breve e a lungo termine. Se da una parte è fondamentale che il valore dell'attivo non scenda al di sotto di quello del debito a breve termine, l'eventualità che vada al di sotto del valore complessivo del debito non implica automaticamente il default, dato che il debito a lungo termine prevede il rimborso in scadenze più lontane. Per questo motivo, è stato necessario introdurre un valore idoneo a rispecchiare le diverse ipotesi alla base della struttura finanziaria dell'impresa. Il valore soglia⁶⁵ più adatto è:

$$\tilde{D} = b + \frac{1}{2}l \quad (3.8)$$

⁶⁴ Nell'ipotesi neutrale al rischio, tale approssimazione della DD è:

$$DD \approx \frac{(V_0 - \tilde{D})}{(\sigma_V V_0)}$$

⁶⁵ A. Resti, A. Sironi, "Rischio e valore nelle banche", 2021, p. 414.

dato dall'intero importo del debito a breve termine (b) e dal 50% di quello a lungo termine (l).

Nel modello KMV la probabilità di default è nota come *expected default frequency (EDF)*, la quale si basa sugli assunti che portano al valore soglia \tilde{D} , ovvero sull'impossibilità di osservare interamente il valore complessivo di un'impresa sul mercato. Infatti, sebbene il valore dell'equity e di parte del debito (strumenti obbligazionari emessi) siano osservabili in quando soggetti a negoziazione sul mercato, parte del debito non è osservabile, per cui la metodologia KMV utilizza un processo iterativo per la stima di V_0 e σ_V . Ipotizzando che il valore dell'attivo dell'impresa non sia direttamente osservabile, il modello KMV riprende l'assunzione del modello di Merton e della teoria dell'*option pricing* di Black e Scholes, per cui il valore dell'equity equivale al prezzo dell'opzione *call* sul valore dell'attivo dell'impresa pari a: $E_t = C^{BS}(t, V_t; r, \sigma_V, D, T)$. Per cui:

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

Allo stesso momento, l'osservazione dei valori dell'equity è fondamentale per l'applicazione del Lemma di Itô, alla formula 3.2:

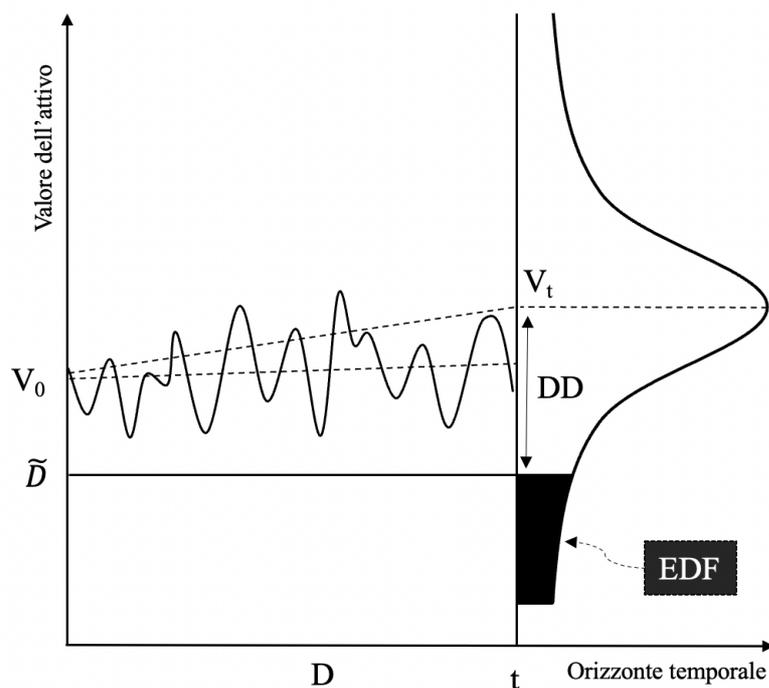
$$\sigma_E = \frac{V_0}{E_0} \times N(d_1) \times \sigma_V$$

Entrambe le equazioni possono essere risolte rispetto alle variabili dell'attivo, determinate secondo procedimento iterativo.

Una volta stimati V_0 , σ_V e, di conseguenza, DD , il modello si basa sui dati storici di insolvenza rilevati empiricamente, per verificarne la corrispondenza con i tassi di default effettivi. Le imprese finiscono per essere ordinate in fasce sulla base del livello di DD , e rispetto ad esse si procede con la stima della probabilità di default, o meglio, dell'EDF, ad essa associata. Le EDF corrispondono a:

$$EDF = N(-DD) = 1 - N(DD)$$

Graficamente:



66

La probabilità di default, espressa come EDF, si ha nell'area evidenziata in nero, sottostante alla soglia di default \tilde{D} . La sezione ricompresa tra quest'ultima ed il valore assunto dall'attivo fa capo alla distanza dal default DD .

Vantaggi e svantaggi del modello

La popolarità del modello KMV, che lo porta ad essere il più utilizzato nella stima della PD, è dovuta a diversi aspetti:

- Prima di tutto, le EDF sono più in linea con le dinamicità degli aspetti economici delle imprese valutate. Le rilevazioni a livello empirico hanno infatti evidenziato la tendenza di queste misure di probabilità ad aumentare quando vi è un deterioramento nell'affidabilità creditizia delle imprese.
- Le misure di EDF sono specifiche per ogni singola impresa presa in considerazione e godono di una classificazione più solida, grazie alla suddivisione in fasce sulla base del livello di DD . Questo aspetto costituisce un vantaggio rispetto ai sistemi di rating

⁶⁶ Elaborazione propria sulla base di G. Bol et al., "Credit Risk – Measurement, Evaluation and Management", p. 298 e Moody's Analytics. Si veda <https://www.moodyanalytics.com/-/media/products/EDF-Expected-Default-Frequency-Overview.pdf>.

esterni, nei quali si riscontrano differenze più vaste tra le imprese appartenenti alle stesse classi di range.

- Le EDF applicate alle varie classi di merito creditizio non vanno incontro a variazioni di valore nel caso vi fossero cambiamenti nel ciclo economico. Nei casi di recessione, il peggioramento nell'affidabilità creditizia di un'impresa va a ridurre la DD, che prevede un semplice cambiamento nella fascia assegnata all'impresa in questione, ma non va in alcun modo ad intaccare il valore della EDF associata a quel range.

Tuttavia, vi sono anche delle limitazioni al modello. Il modello KMV, proprio come quello di Merton, si fonda sull'ipotesi di efficienza dei mercati azionari. Si assume, infatti, che i prezzi dei titoli riflettano tutte le informazioni disponibili sul mercato, il che è irrealistico e poco in linea con i casi di mercati inefficienti.

Tutte le informazioni raccolte dal modello sono poi ottenibili esclusivamente per le imprese quotate. Lo stesso, infatti, non si può dire per tutte quelle imprese che non lo sono, e per le quali non è possibile recepire il valore di mercato e la volatilità del capitale azionario. Per ovviare a questo problema, il modello KMV ha inizialmente tentato, con un'estensione "*private firm*", di basare le stime dei rendimenti delle imprese non quotate sui dati di mercato di imprese quotate con caratteristiche simili. Successivamente, l'approccio è stato quello di prendere insieme di imprese per settore e calcolarne la DD media. In questo modo, si è avuto un maggiore allineamento delle previsioni del modello con le variazioni di mercato.

3.3.3 *CreditMetrics*

Menzione a parte meritano i modelli basati sull'analisi della *credit migration*, ovvero del passaggio di un'emittente da una classe di rischio creditizio ad un'altra. Le specifiche delle classi di rating creditizio dipendono dall'agenzia e, in ogni caso, includono la classe a cui è associata l'insolvenza. S&P e Moody's utilizzano matrici di transizione per l'assegnazione di una probabilità di default, tenendo in considerazione il rating iniziale e quello a fine anno. I tassi associati a queste matrici sono oggetto di stima sulla base di dati storici rilevati in una serie di cicli economici.

Il modello standard in materia è quello di **CreditMetrics**, sviluppato da JPMorgan e il RiskMetrics Group. Si supponga che ad un'impresa venga assegnata una categoria di rating in

un certo orizzonte temporale $[0, T]$ e che vi siano delle probabilità di transizione a una diversa classe di rating: $\bar{p}(j)$, con $0 \leq j \leq n$. Si ipotizzi anche che il valore dell'attivo segua un moto browniano geometrico, come per il modello di Merton. Potremo selezionare una serie di valori soglia:

$$-\infty = \tilde{d}_0 < \tilde{d}_1 < \dots < \tilde{d}_n < \tilde{d}_{n+1} = \infty$$

In modo tale che $P(\tilde{d}_j < V_T \leq \tilde{d}_{j+1}) = \bar{p}(j)$, con $j \in \{0, \dots, n\}$. La soglia \tilde{d}_1 è quella di insolvenza, mentre in quelle più alte ricadono i valori delle imprese con rating più alto. Le probabilità di *credit migration* rimangono invariate di fronte alle variazioni simultanee di V_T e \tilde{d}_j . Definendo:

$$X_T = \frac{\ln V_T - \ln V_0 - \left(\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}} \quad (3.8)$$

$$d_j = \frac{\ln \tilde{d}_1 - \ln V_0 - \left(\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}} \quad (3.9)$$

Si può affermare che l'impresa ricade nella classe di rating j se e solo se $\tilde{d}_j < X_T \leq \tilde{d}_{j+1}$.

3.3.4 Modelli di primo passaggio: il caso di Black-Cox⁶⁷

Nei modelli temporali di primo passaggio, viene superata l'ipotesi alla base del modello di Merton, ossia l'eventualità di default alla sola scadenza T . Di conseguenza, l'insolvenza può aversi anche in qualsiasi altro istante t . È questo il caso di Black e Cox, il cui modello (c.d. **CreditGrades**) riprende un'impresa con attivo V_T e debito D , e riconosce l'insolvenza nei casi in cui il valore dell'attivo si trova al di sotto di una soglia dipendente dall'orizzonte temporale $D(t)$. Per questo, l'istante in cui si verifica l'insolvenza è definito:

⁶⁷ Si vedano <https://www.msci.com/documents/10199/dd31bcce-6fe3-47b7-9fb7-10c4c8f750ba> e T. Roncalli, "Handbook of Financial Risk Management", 2020, pp. 216-218.

$$\tau = \inf\{t > 0 : F\}$$

Con $F = \{V_t < D(t)\}$.

Dal momento che si hanno $V(t) = V_0 e^{\sigma_A W(t) - \sigma_A^2 t/2}$ e $D(t) = D e^{\mu R + \sigma R \varepsilon}$ (con R tasso di ripresa ed $\varepsilon \sim N(0,1)$) ne consegue che:

$$F = \left\{ V_0 e^{\sigma_V W(t) - \sigma_V^2 t/2} < D e^{\mu R + \sigma R \varepsilon} \right\}$$

Viene introdotto il tasso medio di ripresa, pari a $\bar{R} = e^{\mu R + \sigma_R^2/2}$, per cui:

$$F = \left\{ V_0 e^{\sigma_V W(t) - \frac{\sigma_V^2 t}{2}} \leq \bar{R} D e^{\sigma_R \varepsilon - \frac{\sigma_R^2}{2}} \right\} = \left\{ V_0 e^{\sigma_V W(t) - \frac{\sigma_V^2 t}{2} - \sigma_R \varepsilon + \frac{\sigma_R^2}{2}} \leq \bar{R} D \right\}$$

Si ricava che la *funzione di sopravvivenza* è:

$$S(t) = N\left(-\frac{\sigma(t)}{2} + \frac{\ln \varphi}{\sigma(t)}\right) - \varphi \phi\left(-\frac{\sigma(t)}{2} + \frac{\ln \varphi}{\sigma(t)}\right)$$

Dove $\sigma(t) = \sqrt{\sigma_V^2 t + \sigma_R^2}$ e $\varphi = \frac{V_0 e^{\sigma_R^2/2}}{\bar{R} D}$.

La funzione di sopravvivenza viene stimata sulla base degli assunti sui fattori:

- 1) $V_0 = S_0 + \bar{R} D$, con S_0 quale prezzo attuale dei titoli.
- 2) $\sigma_V = \sigma_E \frac{S^*}{S^* + \bar{R} D}$, con S^* quale prezzo di riferimento dei titoli e σ_S quale loro volatilità.

L'equazione spiega come, per ottenere una volatilità sull'attivo stabile per un certo orizzonte temporale, un declino nel prezzo dei titoli abbia un effetto incrementativo sulla volatilità dell'equity (σ_E), che raggiunge alti livelli per quelle imprese vicine all'insolvenza.

- 3) $\sigma_{\mathcal{R}}^2 = var(\ln \mathcal{R})$. Si tratta di un elemento di volatilità del tasso di ripresa, che implica il livello d'incertezza relativo alla frontiera di default. L'incertezza è data dalla possibilità che il valore dell'attivo sia più vicino di quanto si possa pensare al punto di default. Ciò è causa di un maggior livello di spread creditizi a breve termine.

Il modello mostra come la probabilità di default dipenda dalla struttura temporale, definita dai fattori $(S^*, \mathcal{R}, D, \sigma_{\mathcal{R}})$, e come questa relazione sia rappresentata da una curva crescente. Per le *maturity* a breve termine, maggiore è il livello di incertezza inerente alla frontiera di default, maggiore è la stessa PD.

3.3.5 Modelli applicati in logica di portafoglio

Per applicare modelli come KMV e CreditMetrics a livello di portafogli con più debiti, è importante estendere il modello da applicare al caso multivariato con m società:

- Il processo multivariato di valore dell'attivo è $V_t = (V_{t,1}, \dots, V_{t,m})'$ e segue un moto browniano geometrico m -dimensionale, con
- Vettore dei *drift* percentuali pari a $\mu_V = (\mu_{V,1}, \dots, \mu_{V,m})'$;
- Vettore delle volatilità $\sigma_V = (\sigma_{V,1}, \dots, \sigma_{V,m})'$;

Il modello deve poi fissare dei valori soglia. Come sappiamo, con Merton si considera l'ammontare complessivo del debito a scadenza D , mentre con KMV si guarda al valore del debito \tilde{D} , ottenuto sulla base di diverse assunzioni rispetto al prototipo iniziale (3.7). Nel caso di CreditMetrics, si guarda alle probabilità di credit migration e alle trasformazioni sull'attivo e sulle soglie secondo (3.8) e (3.9), in modo da ottenere, per tutte le imprese:

$$X_{T,i} = W_{T,i}/\sqrt{T}$$

In modo di convertire il tutto in scala gaussiana, con il valore dell'attivo che soddisfa la condizione: $X_T = (X_{T,1}, \dots, X_{T,m})' \sim N_m(0, P)$ e con la matrice di correlazione P . Come si può vedere, con CreditMetrics X_i è una variabile con distribuzione normale e riflette le variazioni logaritmiche del valore dell'attivo. Nell'applicazione ai casi di portafoglio, i modelli ricorrono alla distribuzione normale o lognormale del vettore $X = (X_1, \dots, X_m)'$.

L'idea alla base di questi modelli è che per una società i vi è insolvenza quando $X_i < d_i$, con d_i quale soglia deterministica alla fine dell'orizzonte temporale $[0, T]$. Si assuma, per questo lasso di tempo, un portafoglio con m controparti debitorie e, per $1 \leq i \leq m$, si definisca S_i come indicatore della classe di rating creditizia del debitore i al tempo⁶⁸ T .

È utile, poi, definire il vettore dei default di portafoglio $Y = (Y_1, \dots, Y_m)'$ e la sua funzione di probabilità congiunta $p(y) = P(Y_1 = y_1, \dots, Y_m = y_m)$. Le probabilità di default marginali sono indicate come \bar{p}_i . Se si prendono due imprese la loro *correlazione sulle probabilità di default* si ottiene come:

$$p(Y_i, Y_j) = \frac{E(Y_i Y_j) - \bar{p}_i \bar{p}_j}{\sqrt{(\bar{p}_i - \bar{p}_i^2)(\bar{p}_j - \bar{p}_j^2)}}$$

La perdita complessiva di portafoglio, in caso di default da parte della società i , è modellata sull'esposizione per il rischio alla società i (er_i) e sulla parte di esposizione che si perde con il default (δ_i). Per cui: $Perdita = \sum_{i=1}^m er_i \times \delta_i$.

Si indichi M come matrice i cui elementi d_{ij} sono tali per cui, per ogni i , gli elementi corrispondenti alla i -esima riga della matrice vanno a formare un range di soglie $d_{i1} < \dots < d_{in}$, con $i \in \{1, \dots, m\}$ e $j \in \{0, \dots, n\}$.

Stabilendo, per un'impresa i , il valore di rating al livello j ($S_i = j$), ciò implica che:

$$d_{i1} < X_i \leq d_{i(j+1)}$$

Il modello (c.d. **threshold model**) è, quindi, definito non solo dalla matrice, ma anche dal vettore, per cui il default si ha quanto $X_i < d_{i1}$, ovvero quando $S_i = 0$.

Sia KMV che CreditMetrics utilizzano queste metodologie per il calcolo delle probabilità congiunte di default, differenziandosi solo nell'approccio di stima delle probabilità marginali. In entrambi si ricorre ai modelli fattoriali (o *factor models*), per dare una spiegazione in merito

⁶⁸ Al tempo $t=0$ si assume che i debitori non si trovino in stato di insolvenza.

A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools", p. 344.

alle componenti del vettore m -dimensionale X e per strutturare la sua matrice delle covarianze P . Il vettore può essere scomposto come:

$$X = BF + \varepsilon$$

Dove:

- $F = (F_1, \dots, F_p)'$ è un vettore aleatorio k -dimensionale, che assomma i fattori comuni⁶⁹ e ha come matrice delle covarianze Ω .
- ε è il vettore degli errori idiosincratici, che hanno media pari a 0 e sono non correlati tra di loro, così come non lo sono rispetto ai fattori comuni.
- B è una matrice $m \times k$ che riporta le saturazioni (b_i), che misurano la forza delle relazioni tra i fattori e il vettore X . Più precisamente, per la i -esima riga della matrice B , la variabile X ha la forma: $X_i = b_i'F + \varepsilon_i$.

Nell'analisi fattoriale di KMV, i fattori presi in considerazione si assumono osservabili. I pesi dei fattori che vanno a formare B si stimano con tecniche di regressione.

⁶⁹ Nel nostro caso sono i fattori legati al paese e al settore in cui si opera.
A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools", p. 347.

CAPITOLO 4: Analisi empirica – l’applicazione dei modelli di Merton e KMV al campione Euronext 100

4.1 Obiettivo dell’analisi

Dopo aver descritto il modello strutturale di Merton e l’estensione di KMV, è utile vederne l’applicazione a livello pratico. Di conseguenza, in questo capitolo verrà svolto un procedimento di analisi sulla stima della probabilità d’insolvenza per dei campioni di imprese. Per entrambi i modelli si è scelto un intervallo temporale che copre ben cinque anni, partendo dal 1° gennaio 2017 per poi concludersi al 31 dicembre 2021. In tal modo, si è in grado di osservare come gli eventi degli ultimi anni hanno influito sulle probabilità di insolvenza delle società analizzate.

Chiaramente, le maggiori ripercussioni che hanno colpito i mercati sono frutto delle avversità causate dalla pandemia⁷⁰ da SARS-Cov-2. La rapida diffusione del virus ha innescato disastrosi effetti sotto tutti i fronti, da quello sanitario a quello sociopolitico, passando inevitabilmente per la sfera economica. La gravità della situazione ha raggiunto livelli tali da far sì che i principali indici di mercato registrassero dei cali nettamente maggiori rispetto a quelli osservati in occasione della Crisi del 2008. Infatti, nel 2020, le misure adottate per contenere la pandemia hanno innescato diverse ripercussioni sul tessuto economico. La chiusura delle attività, il crollo dei consumi e la riduzione dei redditi sono tra le cause dello shock di natura reale sui livelli di domanda e offerta, e, conseguentemente, di una riduzione dell’attività economica del 6,6% nell’area Euro⁷¹.

L’Unione Europea ha visto un calo del PIL del 5,7%⁷² rispetto all’anno precedente. Nonostante, l’andamento del Pil abbia seguito delle dinamiche simili tra i Paesi, sono state registrati andamenti eterogenei tra i Paesi, con flessioni pari al -8,9% per l’Italia, -11% per la Spagna e -8,1% per la Francia. La risposta alla crisi pandemica è stata decisiva, soprattutto per merito delle politiche di bilancio e dell’adozione del programma Next Generation EU (NGEU), fondo comunitario volto, tramite investimenti, al sostenimento dei singoli Stati Membri e alla spinta verso una loro ripresa. Le prime, dal carattere espansivo, hanno tentato di sostenere famiglie e

⁷⁰ Dichiarata tale dall’Organizzazione Mondiale della Sanità l’11 marzo 2020, giorno precedente all’ormai noto “Giovedì Nero”.

⁷¹ <https://www.istat.it/storage/settori-produttivi/2021/Capitolo-1.pdf>

⁷² Eurostat, (https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/NAMA_10_GDP__custom_78848/bookmark/line?lang=en&bookmarkId=7681260e-2f75-4cd7-a153-02fc89543f2c)

imprese, per evitare un ulteriore inasprimento della crisi. Per questo motivo si è vista l'attuazione di programmi di acquisto di titoli sui mercati.

Nello stesso periodo si è assistito all'affermarsi di una dinamica disinflazionistica. Complessivamente, l'anno ha registrato un incremento dello 0,3% dei prezzi al consumo (in rallentamento rispetto all'1,7%, 1,9%, e 1,2% dei rispettivi tre anni precedenti)⁷³, a causa dei cali nella quotazione del petrolio e, allo stesso momento, dei rincari nei beni alimentari.

Restando sempre in ambito europeo, l'Italia è stata uno degli stati membri che ha accusato più duramente le conseguenze della crisi, con una riduzione del PIL e numerose ripercussioni sui consumi delle famiglie, sulle incertezze relative agli investimenti delle imprese, su mobilità ed esportazioni. Anche qui, i segni di ripresa sui mercati finanziari sono stati frutto delle politiche di bilancio adottate e della risposta al NGEU tramite l'adozione del Piano Nazionale di Ripresa e Resilienza (PNRR).

4.1.1 Dati da prendere in analisi

L'impiego dei due modelli richiede la raccolta di una pluralità di dati per il periodo preso in considerazione. In particolare:

- Il valore dell'equity, o capitalizzazione di mercato, E_T .
- La volatilità dell'equity, σ_E .
- Valore di mercato del debito, D_T .
- Valore dell'attivo, V_T .
- Volatilità dell'attivo, σ_V .

In modo tale da ottenere, in seguito, i valori di input per il calcolo delle probabilità di insolvenza. In particolare:

- L'input d_2 per il modello di Merton;
- La Distanza dal Default (DD) per il modello KMV.

⁷³ <https://www.istat.it/economia-europea-millennio/bloc-1a.html?lang=it>

4.2 Campione preso in considerazione

In merito all’oggetto dell’analisi, si è optato per il suo svolgimento su un campione che ricomprende alcune società facenti parte dell’indice **Euronext 100**. Con esso si fa riferimento ai titoli negoziati sul mercato di scambio pan-europeo Euronext NV, facenti capo alle prime 100 società blue chip per livello di capitalizzazione⁷⁴, gran parte delle quali competono ai mercati di Parigi e Amsterdam⁷⁵. Per semplicità, sono state scelte, in maniera casuale, 28 società, di ciascun macrosettore economico, appartenenti all’indice in questione.

<i>Società</i>	<i>Codice ISIN</i>	<i>Settore (GICS)</i>	<i>Market Cap (in € mln)</i>
Airbus SE	NL0000235190	Settore Industriale	80.174 €
Anheuser-Busch Inbev SA	BE0974293251	Consumi di base	81.730 €
ASML Holding NV	NL0010273215	Information Technology	178.898 €
CRH PLC	IE0001827041	Settore Manifatturiero	25.908 €
Dassault Systemes SE	FR0014003TT8	Information Technology	46.050 €
EDP Renovaveis SA	ES0127797019	Utilities	19.496 €
Electricite de France SA	FR0010242511	Utilities	46.752 €
Engie SA	FR0010208488	Utilities	30.099 €
EssilorLuxottica SA	FR0000121667	Settore Sanitario	70.894 €
Gecina SA	FR0010040865	Settore Immobiliare	6.381 €
Heineken NV	NL0000009165	Consumi di base	50.900 €
Kering SA	FR0000121485	Consumi Discrezionali	57.756 €
Koninklijke DSM NV	NL0000009827	Settore Manifatturiero	21.166 €
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	FR0000120073	Settore Manifatturiero	63.834 €
LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	FR0000121014	Consumi Discrezionali	317.145 €
Orange SA	FR0000133308	Servizi di Comunicazione	25.550 €
Publicis Groupe SA	FR0000130577	Servizi di Comunicazione	14.584 €
Safran SA	FR0000073272	Settore Industriale	45.681 €
Sanofi SA	FR0000120578	Settore Sanitario	103.428 €
Schneider Electric SE	FR0000121972	Settore Industriale	72.244 €
Shell PLC	GB00BP6MXD84	Energia	188.143 €
Stellantis NV	NL00150001Q9	Consumi Discrezionali	41.668 €
STMicroelectronics NV	NL0000226223	Information Technology	30.143 €
Thales SA	FR0000121329	Settore Industriale	24.961 €
TotalEnergies SE	FR0000120271	Energia	138.936 €
Unibail-Rodamco-Westfield SE	FR0013326246	Settore Immobiliare	6.167 €
Unilever PLC	GB00B10RZP78	Consumi di base	114.670 €
Vinci SA	FR0000125486	Settore Industriale	52.185 €

Come si può notare, i principali settori che contribuiscono alla capitalizzazione complessiva del campione sono: il settore dei consumi discrezionali (*Consumer Discretionary*) per il 21,3%,

⁷⁴ Le società costituenti l’indice devono scambiare più del 20% delle azioni emesse nel corso di un anno, e gli aggiornamenti continui sulle analisi condotte in merito alla presenza di tale criterio fanno sì che l’insieme dei costituenti fornisca una corretta rappresentazione del mercato che rappresentano.

“*RULE BOOK – Euronext 100 Index, Next 150 Index*”, 2021.

⁷⁵ Di Euronext 100 fanno parte società appartenenti ai mercati Euronext di Parigi, Amsterdam, Bruxelles e Lisbona.

il settore energetico (*Energy*) per il 16,7%, seguito da quello industriale (*Industrials*) per il 14,1% e dall'*Information Technology* (13,0%).

4.2.1 Performance dell'indice

Dall'andamento dei prezzi storici⁷⁶, registrato nel cinquennio oggetto di analisi, si notano evidenti risultati nei trend. In particolare:

Euronext 100: prezzi storici



L'indice Euronext 100 vede un periodo stazionario per i primi anni (se non per un abbassamento a fine 2018), culmina in un valore di 1.182,100 punti ad inizio 2020. Il marzo dello stesso anno segna il punto di minimo ad un valore di 733,930 punti. La ripresa si ha nel 2021, con un picco a novembre per un valore di 1.387,910 punti.

Complessivamente, si può osservare come la recente crisi abbia portato al maggiore calo per l'indice, con una perdita del 38% a marzo 2020. Sempre nel 2020, in media, si registra un crollo del valore maggiore rispetto agli altri anni (del 5,5%).

Il 2021, a seguito del miglioramento nelle misure di contenimento del virus, delle politiche di bilancio espansive, così come le misure della BCE, e, soprattutto, della disponibilità e somministrazione dei vaccini, ha portato ad un *outlook* positivo, che si riflette nella riduzione dell'avversione al rischio da parte degli investitori e nell'incremento dell'indice

⁷⁶ I dati sono ripresi dal database Reuters, per il periodo che va dal 31/12/2016 al 31/12/2021.

L'applicazione dei modelli strutturali al campione rende possibile, dunque, analizzare l'evoluzione nelle probabilità di default di società immerse in ottica comunitaria. La scelta di più società attinenti ai diversi settori economici⁷⁷ accentua l'eterogeneità del campione e permette di osservare i differenti risultati che son stati prodotti dalle vicissitudini dell'ultimo periodo.

4.3 Applicazione del Modello di Merton al campione preso dall'indice Euronext 100

Il processo di stima della probabilità di default del campione si articola in una serie di step, per il cui completamento è stato utile raccogliere dati storici⁷⁸. Prima di tutto, ai fini della stima del valore dell'attivo di ogni impresa sono necessari il valore dell'equity ed il valore di mercato del debito.

Per ottenere il **valore dell'equity**, è stata effettuata una stima iniziale, fondata sulla rilevazione dei prezzi giornalieri dei titoli delle società campione (P_t). Questi ultimi sono successivamente stati moltiplicati per il rispettivo ammontare di azioni in circolazione, ricavate dai dati annuali di bilancio, così ottenendo i valori giornalieri di capitalizzazione di mercato:

$$E_t = P_t \times n^\circ \text{ azioni}$$

È opportuno precisare che, i valori ottenuti per l'equity e l'attivo, così come per le loro rispettive volatilità, sono giornalieri. Al fine di semplificarne l'esposizione, sono riportate le tabelle dei dettagli ottenuti a seguito dell'ottimizzazione indotta con il Risolutore Excel. Data l'ingente quantità di dati, i valori sono riportati solo per alcuni giorni, ad inizio e fine di ogni anno. Inoltre, gli importi in Euro sono riportati in milioni.

Una maggiore complessità di calcolo è prevista per il **valore di mercato del debito**. Di solito, infatti, le società ne pubblicano il solo valore contabile nell'informativa di bilancio. Ai fini semplificativi, sono stati presi annualmente tali valori, tenendo in considerazione l'ipotesi

⁷⁷ Come si può notare in primis dai contenuti delle tabelle riepilogative, per classificare i settori si è ricorso ai **GICS** (*Global Industry Classification Standard*), ossia dei criteri di classificazione settoriale delle industrie riconosciuti a livello globale.

⁷⁸ Tutti i dati riportati nei calcoli seguenti sono presi dal portale Reuters.

semplificativa alla base del modello di Merton, per la quale il debito è rappresentato da soli zero coupon bond, con possibilità di default alla *maturity*, in quanto il pagamento avviene alla sola data di scadenza.

L'esponente T rappresenta la *maturity* del debito, da calcolare come unica scadenza media per lo ZCB. Per questo motivo, si può calcolare come media ponderata delle scadenze per le passività, correnti e non correnti, viste negli schemi di bilancio. Per le prime, dato che si possono estinguere entro l'esercizio commerciale, si è ipotizzata una *maturity* media di 0,5 anni, mentre per le passività non correnti si è pensato all'orizzonte temporale preso in analisi, ossia 5 anni. La formula è dunque pari a:

$$T = \frac{(0,5 \times \text{passività correnti}) + (5 \times \text{passività non correnti})}{\text{totale passività}}$$

Si avranno, per ogni anno, quali scadenze medie:

Tabella 1. Maturity media

	2017	2018	2019	2020	2021		2017	2018	2019	2020	2021
Airbus SE	2,46	2,35	2,41	2,84	2,79	LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	3,29	3,12	3,25	3,37	3,35
Anheuser-Busch Inbev SA	4,02	4,03	3,97	4,02	3,89	Orange SA	2,89	2,85	3,27	3,20	3,31
ASML Holding NV	3,13	3,05	2,92	2,81	2,27	Publicis Groupe SA	1,41	1,59	1,80	1,72	1,62
CRH PLC	3,37	2,82	2,93	3,63	3,56	Safran SA	1,64	1,65	1,58	1,80	1,86
Dassault Systemes SE	2,73	2,28	3,88	3,80	3,05	Sanofi SA	3,33	3,51	3,28	3,31	3,13
EDP Renovaveis SA	4,10	3,88	3,77	3,96	3,59	Schneider Electric SE	2,75	2,74	2,83	2,75	2,58
Electricite de France SA	4,06	3,97	4,02	4,06	3,54	Shell PLC	3,28	3,22	3,32	3,50	3,12
Engie SA	2,72	2,69	2,86	2,96	2,67	Stellantis NV	2,18	2,09	2,19	2,62	2,47
EssilorLuxottica SA	2,78	2,76	3,53	3,58	3,29	STMicroelectronics NV	3,19	2,95	2,48	2,59	3,05
Gecina SA	3,96	3,57	3,70	3,86	3,71	Thales SA	1,45	1,64	1,92	2,08	1,80
Heineken NV	3,22	3,23	3,10	3,27	3,13	TotalEnergies SE	3,02	2,98	2,95	3,18	2,60
Kering SA	3,00	2,52	2,81	3,10	2,73	Unibail-Rodamco- Westfield SE	4,19	4,16	4,34	4,37	4,51
Koninklijke DSM NV	2,68	2,43	2,82	2,80	2,97	Unilever PLC	2,73	3,15	3,15	3,15	2,99
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	3,68	3,59	3,74	3,58	3,47	Vinci SA	2,37	2,48	2,79	2,79	2,51

Il valore del debito D_t , come osservato sui dati contabili, è pari a:

Tabella 2. Valore del debito

(in € mln)	31/12/17	31/12/18	31/12/19	31/12/20	31/12/21	(in € mln)	31/12/17	31/12/18	31/12/19	31/12/20	31/12/21
Airbus SE	92.373 €	96.182 €	101.588 €	95.994 €	90.472 €	LVMH Moët Hennessy Louis Vuitton SE	36.035 €	37.082 €	53.261 €	63.772 €	69.794 €
Anheuser-Busch Inbev SA	124.119 €	126.878 €	121.634 €	108.261 €	109.935 €	Orange SA	57.204 €	58.657 €	66.215 €	64.847 €	66.493 €
ASML Holding NV	6.931 €	8.045 €	9.388 €	12.575 €	19.080 €	Publicis Groupe SA	17.155 €	19.377 €	24.066 €	21.960 €	23.250 €
CRH PLC	15.212 €	22.520 €	23.010 €	18.171 €	19.050 €	Safran SA	21.753 €	27.087 €	28.809 €	25.476 €	27.051 €
Dassault Systemes SE	2.817 €	3.148 €	7.753 €	7.091 €	7.374 €	Sanofi SA	38.004 €	47.643 €	48.873 €	46.792 €	47.064 €
EDP Renovaveis SA	7.135 €	8.157 €	8.139 €	8.298 €	10.477 €	Schneider Electric SE	18.482 €	18.567 €	20.258 €	23.915 €	24.660 €
Electricite de France SA	200.011 €	207.105 €	222.058 €	224.654 €	271.745 €	Shell PLC	159.701 €	157.462 €	174.041 €	163.677 €	185.890 €
Engie SA	100.380 €	104.865 €	112.708 €	110.157 €	170.614 €	Stellantis NV	71.017 €	68.015 €	65.392 €	68.822 €	108.006 €
EssilorLuxottica SA	3.942 €	13.920 €	15.681 €	17.723 €	21.442 €	STMicroelectronics NV	3.864 €	3.771 €	4.621 €	5.318 €	5.556 €
Gecina SA	8.171 €	7.226 €	6.995 €	6.981 €	6.745 €	Thales SA	17.609 €	18.734 €	24.252 €	25.017 €	24.877 €
Heineken NV	24.303 €	24.239 €	26.848 €	25.856 €	26.786 €	TotalEnergies SE	98.842 €	111.732 €	126.593 €	119.695 €	146.880 €
Kering SA	11.944 €	10.562 €	15.491 €	14.688 €	16.099 €	Unibail-Rodamco-Westfield SE	18.351 €	28.942 €	29.486 €	30.646 €	28.817 €
Koninklijke DSM NV	12.366 €	13.020 €	13.337 €	14.662 €	15.218 €	Unilever PLC	42.640 €	45.002 €	46.775 €	45.932 €	51.064 €
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Exploitation des Procèdes Georges Claude SA	22.012 €	21.576 €	22.005 €	20.855 €	22.566 €	Vinci SA	48.231 €	51.937 €	63.182 €	63.199 €	70.315 €

Dal momento che i valori delle passività sono ripresi dalle informazioni annuali di bilancio, ne risulta che anche il valore di mercato del debito può essere ottenuto solo annualmente. A differenza del valore dell'equity, che può essere determinato giornalmente, in quanto alle continue variazioni nei prezzi delle azioni, quello del debito rimane costante fino all'osservazione dell'anno seguente.

Avendo ottenuto delle stime per entrambi i valori di mercato di equity e di debito, si può facilmente giungere ad una stima del **valore dell'attivo**, parametro non osservabile direttamente sul mercato. Per questo, per una sua iniziale quantificazione, si può ricorrere alla somma tra il valore di mercato dell'equity e quello del debito quale proxy:

$$V_t = D_t + E_t$$

Lo step successivo prevede la stima della **volatilità dell'equity** (σ_E), quale dato utile per la computazione della volatilità dell'attivo. Per la misurazione del parametro, è necessario osservare i prezzi giornalieri delle azioni per le società campione. Il calcolo logaritmico dei rendimenti risulta essere il metodo più appropriato per una più accurata osservazione delle variazioni di prezzo nel corso del tempo. Di conseguenza, questo calcolo viene svolto a cadenza giornaliera tramite la seguente formula:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right).$$

La volatilità dell'equity si basa sull'analisi della serie storica dei rendimenti. Più precisamente, è il risultato del calcolo della deviazione standard secondo il metodo delle medie mobili⁷⁹. La finestra mobile di riferimento per il calcolo è stata definita mensilmente e ricomprende i soli giorni di mercato aperto. Applicando la formula della deviazione standard: $\sigma_E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n-1}}$ si ottiene la volatilità giornaliera. Per portare la volatilità in ragione annuale, al fine di riflettere la volatilità dei titoli nel corso di orizzonte temporale annuo, è necessario moltiplicarla per la radice quadrata di 252, ammontare che coincide con i giorni di mercato aperto ricompresi in un anno.

Avendo a disposizione questo fattore, è poi più semplice stimare la **volatilità dell'attivo** (σ_V). Riprendendo la formula derivante dal Lemma di Itô, si ha la seguente relazione:

$$\sigma_E = \frac{V_t}{E_t} N(d_1) \sigma_V$$

Ponendo l'assunzione semplificativa per cui il delta dell'equity è pari a 1 ($N(d_1) = 1$), si può ricavare:

$$\sigma_V = \sigma_E \times \frac{E_t}{V_t}$$

Quale relazione utile per la stima approssimativa della volatilità.

Una volta che si hanno a disposizione tutti i parametri necessari⁸⁰, si può procedere al calcolo dei fattori di input d_1 e d_2 , secondo le formule riportate al precedente capitolo. In particolare:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D_t}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}$$

⁷⁹ Il metodo delle medie mobili prende in considerazione un numero fisso di osservazioni, mentre l'intervallo di tempo avanza giorno per giorno. I valori complessivamente osservati in un orizzonte di n giorni non sono gli stessi osservati nell'intervallo successivo, nel quale viene incluso il dato successivo più recente, a discapito dell'esclusione di quello più remoto. Una finestra mobile che, per esempio, va dal 01/01/2020 al 01/02/2020, nell'osservazione seguente parte dal 02/01/2020 e va a finire il 02/02/2020.

Analisi tecnica: medie mobili e trading, borsaitaliana.it

⁸⁰ Riprendendo l'ipotesi di Merton per la quale il debito è equiparabile ad uno *zero-coupon bond*, si è deciso di utilizzare, come tasso d'interesse r , il rendimento associato ai Buoni Ordinari del Tesoro (BOT) a 12 mesi, tra le più diffuse obbligazioni prive di cedola. Questo tasso, dai dati presi a dicembre 2022, risulta pari, in media, al 2,669%.

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{T}$$

Avendo ottenuto questi valori secondo una stima iniziale dell'equity, tramite il calcolo delle capitalizzazioni di mercato, è ora possibile determinare i valori dell'equity stimato, secondo la relazione di Black & Scholes (3.1) per il *pricing* di un'opzione *call*:

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

Allo stesso modo, si può procedere al calcolo della rispettiva volatilità secondo la relazione:

$$\sigma_E = \frac{V_t}{E_t} N(d_1) \sigma_V$$

Così facendo, si hanno due insiemi di valori: uno ricomprende i valori di E_0 e σ_E inizialmente osservati, mentre l'altro ne riporta i valori successivamente stimati secondo le relazioni alla base della teoria di Merton, ovvero:

Tabella 3. Valore dell'equity stimato

(in € mln)	Airbus SE	Anheuser-Busch Inbev SA	ASML Holding NV	CRH PLC	Dassault Systemes SE	EDP Renovaveis SA	Electricite de France SA	Engie SA	EssilorLuxottica SA	Gecina SA	Heineken NV	Kering SA	Koninklijke DSM NV	L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA
03/01/17	49.176 €	193.757 €	45.560 €	27.326 €	3.704 €	5.255 €	27.312 €	28.320 €	51.557 €	9.239 €	40.609 €	25.138 €	10.054 €	33.872 €
27/12/17	66.012 €	181.865 €	62.613 €	25.166 €	4.568 €	5.864 €	29.623 €	33.675 €	56.359 €	11.125 €	50.097 €	46.243 €	14.133 €	37.630 €
03/01/18	65.254 €	183.581 €	62.407 €	24.452 €	4.623 €	5.919 €	30.287 €	33.518 €	48.226 €	11.378 €	49.526 €	45.568 €	14.193 €	37.244 €
31/12/18	65.152 €	112.922 €	57.758 €	18.899 €	5.367 €	6.782 €	40.297 €	29.390 €	47.138 €	8.376 €	44.018 €	51.978 €	12.549 €	38.358 €
03/01/19	63.569 €	113.995 €	55.306 €	18.129 €	5.118 €	6.835 €	41.067 €	29.451 €	47.893 €	8.227 €	43.723 €	48.110 €	11.993 €	40.583 €
31/12/19	102.081 €	142.466 €	110.704 €	28.158 €	7.605 €	9.159 €	29.414 €	34.749 €	59.314 €	11.723 €	54.608 €	73.899 €	20.021 €	54.093 €
03/01/20	105.057 €	146.736 €	111.605 €	28.049 €	7.751 €	8.950 €	29.690 €	35.503 €	59.544 €	11.963 €	55.269 €	75.066 €	20.210 €	54.210 €
31/12/20	70.397 €	112.440 €	165.585 €	26.700 €	8.676 €	19.890 €	38.283 €	30.278 €	55.742 €	9.298 €	52.517 €	74.254 €	24.248 €	57.622 €
04/01/21	70.641 €	113.336 €	163.557 €	27.076 €	44.152 €	23.106 €	40.747 €	31.004 €	56.786 €	9.281 €	52.379 €	72.047 €	25.080 €	58.805 €
31/12/21	88.380 €	105.368 €	284.519 €	35.839 €	68.535 €	21.037 €	35.266 €	31.497 €	82.584 €	9.059 €	56.903 €	87.704 €	34.248 €	66.076 €

	<i>(in € mln)</i>													
	<i>LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE</i>	<i>Orange SA</i>	<i>Publicis Groupe SA</i>	<i>Safran SA</i>	<i>Sanofi SA</i>	<i>Schneider Electric SE</i>	<i>Shell PLC</i>	<i>Stellantis NV</i>	<i>STMicroelectr onics NV</i>	<i>Thales SA</i>	<i>TotalEnergies SE</i>	<i>Unibail- Rodamco- Westfield SE</i>	<i>Unilever PLC</i>	<i>Vinci SA</i>
03/01/17	90.346 €	38.803 €	14.367 €	28.116 €	97.664 €	36.593 €	220.579 €	16.695 €	9.450 €	19.226 €	123.334 €	22.228 €	106.666 €	36.263 €
27/12/17	126.369 €	38.697 €	12.243 €	35.945 €	90.455 €	40.100 €	231.510 €	17.704 €	16.606 €	19.037 €	117.297 €	21.101 €	130.193 €	47.583 €
03/01/18	122.078 €	38.440 €	11.883 €	37.187 €	89.292 €	38.991 €	231.587 €	17.764 €	17.086 €	19.227 €	121.434 €	29.126 €	121.301 €	46.911 €
31/12/18	129.854 €	37.551 €	11.066 €	45.778 €	93.740 €	32.815 €	209.846 €	19.379 €	11.225 €	21.670 €	120.449 €	18.732 €	123.915 €	39.962 €
03/01/19	122.790 €	37.581 €	11.027 €	42.936 €	93.122 €	31.729 €	204.350 €	18.889 €	9.652 €	21.110 €	119.645 €	18.483 €	123.253 €	39.519 €
31/12/19	208.613 €	34.776 €	9.139 €	58.458 €	111.783 €	50.418 €	206.211 €	22.298 €	21.368 €	19.684 €	127.251 €	19.463 €	134.060 €	54.920 €
03/01/20	211.183 €	35.256 €	9.570 €	58.914 €	112.945 €	51.453 €	210.254 €	22.860 €	22.255 €	20.035 €	132.435 €	19.607 €	134.967 €	55.768 €
31/12/20	257.440 €	25.934 €	9.565 €	49.501 €	97.916 €	65.577 €	114.619 €	23.987 €	27.429 €	15.944 €	92.807 €	9.249 €	130.250 €	45.731 €
04/01/21	257.684 €	26.525 €	9.872 €	49.571 €	98.435 €	67.763 €	112.227 €	37.752 €	28.813 €	16.007 €	90.164 €	8.764 €	126.537 €	46.952 €
31/12/21	365.820 €	25.020 €	14.120 €	45.949 €	110.372 €	95.987 €	148.388 €	52.296 €	39.316 €	15.926 €	116.333 €	8.737 €	120.506 €	52.734 €

Tabella 4. Volatilità dell'equity stimata

	<i>(in %)</i>													
	<i>Airbus SE</i>	<i>Anheuser- Busch Inbev SA</i>	<i>ASML Holding NV</i>	<i>CRH PLC</i>	<i>Dassault Systemes SE</i>	<i>EDP Renovaveis SA</i>	<i>Electricite de France SA</i>	<i>Engie SA</i>	<i>EssilorLuxottic a SA</i>	<i>Gecina SA</i>	<i>Heineken NV</i>	<i>Kering SA</i>	<i>Koninklijke DSM NV</i>	<i>L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA</i>
03/01/17	21,4%	12,9%	17,3%	13,9%	15,7%	21,4%	44,3%	15,3%	15,2%	18,2%	9,1%	15,1%	11,3%	14,1%
27/12/17	20,1%	11,7%	22,1%	20,1%	15,1%	14,6%	30,9%	13,0%	19,1%	11,2%	12,4%	18,8%	12,4%	14,6%
03/01/18	21,2%	10,8%	16,0%	17,0%	10,1%	17,9%	27,0%	11,1%	20,3%	11,8%	12,5%	17,5%	14,0%	15,0%
31/12/18	30,6%	23,0%	32,3%	37,7%	40,0%	20,4%	33,9%	26,2%	17,1%	22,8%	25,0%	39,2%	27,7%	19,9%
03/01/19	31,6%	23,4%	34,5%	36,8%	42,3%	20,3%	32,7%	26,0%	12,2%	22,5%	24,4%	44,5%	26,3%	20,7%
31/12/19	27,7%	18,0%	22,6%	15,7%	20,2%	13,0%	11,0%	16,8%	19,8%	12,9%	14,0%	18,5%	16,0%	14,6%
03/01/20	27,1%	19,5%	19,2%	18,6%	18,1%	14,5%	11,6%	16,3%	16,2%	13,4%	14,1%	18,1%	15,3%	9,9%
31/12/20	29,5%	20,2%	19,4%	24,7%	16,1%	28,0%	24,8%	26,1%	14,4%	17,2%	18,2%	27,1%	15,2%	14,2%
04/01/21	28,5%	20,2%	20,2%	26,9%	16,1%	31,3%	25,7%	26,1%	14,7%	17,0%	18,1%	28,1%	18,0%	15,0%
31/12/21	34,7%	25,6%	39,8%	23,0%	22,3%	26,9%	49,5%	13,2%	21,1%	14,2%	25,1%	25,7%	17,0%	20,5%

	<i>(in %)</i>													
	<i>LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE</i>	<i>Orange SA</i>	<i>Publicis Groupe SA</i>	<i>Safran SA</i>	<i>Sanofi SA</i>	<i>Schneider Electric SE</i>	<i>Shell PLC</i>	<i>Stellantis NV</i>	<i>STMicroelectr onics NV</i>	<i>Thales SA</i>	<i>TotalEnergies SE</i>	<i>Unibail- Rodamco- Westfield SE</i>	<i>Unilever PLC</i>	<i>Vinci SA</i>
03/01/17	11,3%	16,5%	20,1%	10,3%	17,4%	9,8%	10,5%	25,4%	25,7%	13,5%	11,9%	20,7%	14,9%	10,6%
27/12/17	17,3%	13,9%	12,3%	19,0%	14,6%	15,0%	16,3%	20,9%	35,1%	31,4%	15,5%	21,7%	13,3%	14,0%
03/01/18	19,0%	13,8%	16,8%	16,9%	14,5%	15,8%	12,1%	16,5%	26,9%	30,2%	17,3%	21,4%	14,9%	13,0%
31/12/18	34,5%	15,7%	25,4%	33,3%	23,1%	26,9%	26,5%	34,0%	43,8%	25,4%	25,4%	23,5%	21,2%	29,1%
03/01/19	37,2%	15,2%	26,0%	29,2%	22,7%	27,5%	26,8%	35,0%	59,1%	28,0%	26,0%	27,1%	22,4%	29,1%
31/12/19	18,6%	22,6%	14,9%	17,1%	26,6%	17,4%	12,8%	20,9%	20,9%	21,3%	12,3%	11,5%	26,6%	15,4%
03/01/20	16,0%	18,6%	12,5%	15,4%	24,8%	16,9%	13,7%	21,9%	21,3%	18,6%	10,7%	12,1%	26,5%	13,7%
31/12/20	14,1%	29,7%	19,4%	21,4%	22,8%	18,0%	34,4%	23,8%	52,0%	19,5%	25,0%	37,9%	18,3%	24,1%
04/01/21	14,1%	30,5%	19,9%	21,2%	22,9%	19,4%	33,2%	23,7%	54,3%	18,0%	26,8%	37,2%	16,6%	25,0%
31/12/21	22,7%	14,1%	15,3%	33,8%	14,3%	20,3%	23,2%	31,4%	27,6%	17,7%	22,0%	34,8%	11,5%	19,4%

Questi valori possono essere messi in relazione per procedere alla rilevazione delle somme, elevate al quadrato, degli errori rilevati tra i due set di valori. Tali somme possono essere espresse come:

$$\left(\frac{E_{stimato}}{E_0} - 1\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{E_{stimato}}}{\sigma_E} - 1\right)^2$$

Per ottenere valori più coerenti in termini di attivo e della sua volatilità, si è fatto ricorso al Risolutore di Excel per minimizzare i risultati delle somme degli errori, facendo variare (e, dunque, ottimizzando) V_0 e σ_V . Data l'ingente mole di dati, si è deciso di ricorrere al linguaggio VBA per scrivere delle macro tali da automatizzare i calcoli del Risolutore sulle serie storiche. Per semplicità, è stata definita una soglia media di errore (pari a 0,05), al di sopra della quale far andare la macro, in modo tale da escludere dall'onerosità del processo i termini di errore già approssimativamente più vicini allo zero. In particolare, in un foglio di calcolo a parte, sono stati inseriti, con la funzione "SE", tutti i valori superiori alla soglia definita, ponendo i restanti pari a 0. Si è poi utilizzata la funzione "UNICI" per individuare tutti i diversi valori presenti nella matrice degli errori. Una volta rilevati, nelle rispettive date, si è lanciata la macro del Risolutore su quelli intervalli. Per le società con soglie di errore maggiori lungo tutto l'orizzonte temporale, come Electricite de France SA, si è mandata una macro più generale, ricomprendente tutto il set di valori osservati.

In questo modo si sono ottenuti dei valori ottimizzati per l'attivo:

Tabella 5. Valore dell'attivo

(in € mln)	Airbus SE	Anheuser-Busch Inbev SA	ASML Holding NV	CRH PLC	Dassault Systemes SE	EDP Renovais SA	Electricite de France SA	Engie SA	EssilorLuxottica SA	Gecina SA	Heineken NV	Kering SA	Koninklijke DSM NV	L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA
03/01/17	142.172 €	317.591 €	52.881 €	43.987 €	6.737 €	13.224 €	211.304 €	136.338 €	55.807 €	18.333 €	67.122 €	38.089 €	23.346 €	58.181 €
27/12/17	164.719 €	320.199 €	70.157 €	41.827 €	7.601 €	13.834 €	252.485 €	141.693 €	60.609 €	20.217 €	76.610 €	59.194 €	27.425 €	61.939 €
03/01/18	167.733 €	325.047 €	71.143 €	48.754 €	7.971 €	14.977 €	239.054 €	146.279 €	63.221 €	19.335 €	75.969 €	56.874 €	28.095 €	61.018 €
31/12/18	167.599 €	254.371 €	66.492 €	43.142 €	8.712 €	15.840 €	244.382 €	142.140 €	62.133 €	16.333 €	70.461 €	63.283 €	26.450 €	62.132 €
03/01/19	171.951 €	249.364 €	65.464 €	42.973 €	12.620 €	15.846 €	262.030 €	151.191 €	65.144 €	15.956 €	72.916 €	64.785 €	26.383 €	64.926 €
31/12/19	202.958 €	277.855 €	120.862 €	53.062 €	16.215 €	18.170 €	252.343 €	156.505 €	76.565 €	19.452 €	83.801 €	90.609 €	34.412 €	78.436 €
03/01/20	213.468 €	282.123 €	121.763 €	52.953 €	16.361 €	17.961 €	255.305 €	157.259 €	76.795 €	19.692 €	84.462 €	91.776 €	34.601 €	77.182 €
31/12/20	174.001 €	233.097 €	179.151 €	46.743 €	16.534 €	29.124 €	264.393 €	149.585 €	75.262 €	17.045 €	80.757 €	90.225 €	40.060 €	80.594 €
04/01/21	168.154 €	235.431 €	183.844 €	48.046 €	52.159 €	34.646 €	313.781 €	201.710 €	80.217 €	16.737 €	81.529 €	89.379 €	41.566 €	83.589 €
31/12/21	178.502 €	227.429 €	304.806 €	56.813 €	76.542 €	32.581 €	301.226 €	214.850 €	106.015 €	16.515 €	86.053 €	105.036 €	50.734 €	90.860 €

(in € mln)

	LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	Orange SA	Publicis Groupe SA	Safran SA	Sanofi SA	Schneider Electric SE	Shell PLC	Stellantis NV	STMicroelectr onics NV	Thales SA	TotalEnergies SE	Unibail- Rodamco- Westfield SE	Unilever PLC	Vinci SA
03/01/17	129.724 €	100.640 €	32.189 €	50.853 €	139.238 €	56.500 €	395.085 €	92.006 €	13.661 €	37.537 €	230.558 €	42.777 €	152.564 €	87.683 €
27/12/17	165.747 €	100.534 €	30.065 €	58.682 €	132.029 €	60.007 €	406.016 €	93.016 €	20.816 €	37.348 €	224.521 €	41.649 €	176.091 €	99.003 €
03/01/18	162.421 €	101.783 €	32.110 €	65.506 €	141.665 €	58.986 €	403.343 €	89.734 €	21.170 €	38.809 €	242.524 €	61.509 €	170.295 €	102.450 €
31/12/18	170.190 €	100.894 €	31.293 €	74.097 €	146.113 €	52.810 €	381.587 €	91.322 €	15.299 €	41.252 €	241.533 €	47.867 €	172.909 €	95.493 €
03/01/19	180.857 €	109.910 €	36.294 €	72.996 €	146.522 €	53.591 €	394.700 €	88.218 €	14.511 €	46.651 €	256.708 €	47.375 €	174.173 €	107.615 €
31/12/19	266.755 €	107.101 €	34.406 €	88.518 €	165.182 €	72.281 €	396.591 €	91.667 €	26.309 €	45.225 €	264.325 €	49.883 €	184.980 €	123.037 €
03/01/20	281.025 €	105.951 €	32.571 €	85.657 €	164.106 €	77.208 €	390.134 €	96.729 €	27.958 €	46.496 €	262.862 €	50.402 €	184.971 €	123.909 €
31/12/20	327.282 €	96.576 €	32.566 €	76.244 €	149.077 €	91.332 €	293.978 €	97.854 €	33.119 €	42.405 €	223.221 €	39.118 €	180.254 €	113.870 €
04/01/21	334.086 €	99.160 €	34.163 €	78.017 €	149.646 €	94.201 €	314.149 €	145.536 €	34.805 €	42.123 €	247.715 €	36.951 €	181.886 €	122.201 €
31/12/21	442.222 €	97.730 €	38.411 €	74.394 €	161.583 €	122.425 €	350.618 €	167.709 €	45.348 €	42.042 €	273.898 €	36.816 €	175.855 €	127.985 €

Tabella 6. Volatilità dell'attivo

(in %)

	Airbus SE	Anheuser- Busch Inbev SA	ASML Holding NV	CRH PLC	Dassault Systemes SE	EDP Renovaveis SA	Electricite de France SA	Engie SA	EssilorLuxottic a SA	Gecina SA	Heineken NV	Kering SA	Koninklijke DSM NV	L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA
03/01/17	7,7%	8,1%	14,9%	8,6%	8,6%	8,5%	12,4%	4,0%	14,1%	9,2%	5,5%	10,0%	4,9%	8,2%
27/12/17	8,8%	6,7%	19,7%	12,1%	9,1%	6,2%	6,8%	3,8%	17,8%	6,2%	8,1%	14,7%	6,4%	8,9%
03/01/18	9,1%	6,1%	14,1%	8,5%	5,9%	7,1%	4,5%	3,1%	15,5%	6,9%	8,1%	14,0%	7,1%	9,2%
31/12/18	13,1%	10,2%	28,0%	16,7%	24,7%	8,7%	7,7%	7,0%	13,0%	11,7%	15,6%	32,2%	13,1%	12,3%
03/01/19	13,1%	10,7%	29,1%	15,7%	15,5%	8,8%	7,1%	6,7%	9,0%	11,6%	14,6%	33,1%	12,0%	13,0%
31/12/19	13,8%	9,2%	20,7%	8,3%	9,5%	6,6%	1,3%	4,7%	15,4%	7,7%	9,1%	15,1%	9,3%	10,1%
03/01/20	14,9%	10,1%	17,6%	12,2%	10,2%	7,2%	1,4%	4,9%	12,5%	8,1%	9,2%	14,8%	8,9%	6,9%
31/12/20	13,3%	9,8%	18,0%	14,1%	8,4%	19,1%	4,4%	7,0%	10,7%	9,4%	11,8%	22,3%	9,2%	10,1%
04/01/21	13,2%	9,7%	18,0%	15,2%	13,6%	20,9%	3,9%	4,1%	10,4%	9,4%	11,6%	22,7%	10,8%	10,6%
31/12/21	17,4%	11,9%	37,1%	14,5%	20,0%	17,4%	8,6%	2,7%	16,5%	7,8%	16,6%	21,4%	11,5%	14,9%

(in %)

	LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	Orange SA	Publicis Groupe SA	Safran SA	Sanofi SA	Schneider Electric SE	Shell PLC	Stellantis NV	STMicroelectr onics NV	Thales SA	TotalEnergies SE	Unibail- Rodamco- Westfield SE	Unilever PLC	Vinci SA
03/01/17	7,8%	6,4%	9,0%	5,7%	12,2%	6,3%	5,9%	5,8%	17,7%	6,9%	6,4%	11,8%	10,4%	4,4%
27/12/17	13,2%	5,3%	5,0%	11,6%	10,0%	10,0%	9,3%	5,0%	28,0%	16,0%	8,1%	12,1%	9,8%	6,7%
03/01/18	14,3%	5,2%	6,2%	9,6%	9,1%	10,5%	7,0%	4,0%	21,7%	14,9%	8,7%	11,4%	10,6%	6,0%
31/12/18	26,3%	5,8%	9,0%	20,6%	14,9%	16,7%	14,6%	8,9%	32,2%	13,3%	12,7%	9,8%	15,2%	12,2%
03/01/19	25,3%	5,2%	7,9%	17,2%	14,4%	16,3%	13,9%	9,4%	40,0%	12,7%	12,1%	10,7%	15,8%	10,7%
31/12/19	14,5%	7,3%	4,0%	11,3%	18,0%	12,1%	6,6%	6,0%	17,0%	9,3%	5,9%	4,7%	19,3%	6,9%
03/01/20	12,0%	6,2%	3,7%	10,6%	17,1%	11,3%	7,4%	6,3%	17,0%	8,0%	5,4%	4,9%	19,4%	6,2%
31/12/20	11,1%	8,0%	5,7%	13,9%	15,0%	12,9%	13,6%	7,1%	43,1%	7,3%	10,4%	7,8%	13,2%	9,7%
04/01/21	10,9%	8,2%	5,8%	13,4%	15,1%	14,0%	12,0%	6,1%	45,1%	6,8%	9,8%	7,6%	11,6%	9,6%
31/12/21	18,8%	3,6%	5,6%	20,9%	9,8%	15,9%	9,8%	9,8%	24,0%	6,7%	9,4%	11,1%	7,9%	8,0%

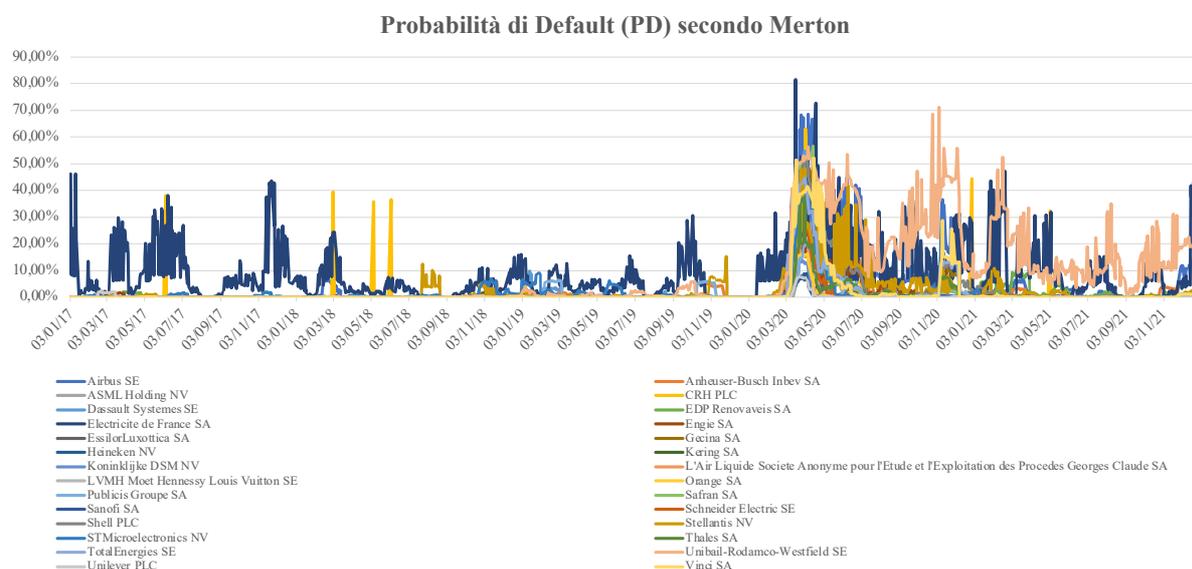
I nuovi valori ottenuti per mezzo dell'ottimizzazione vanno ad influire sulle stime degli input d_1 e d_2 , così come sulla PD.

Nella seguente tabella si può osservare come il valore di input d_2 assuma, in media, valori decisamente più bassi al 2020. Questo va ad implicare un livello dell'attivo più vicino alla soglia del valore di rimborso del debito, e dunque, una minore distanza dall'insolvenza:

Tabella 7. Input d_2

	2017	2018	2019	2020	2021
<i>Airbus SE</i>	4,17	3,50	4,07	1,51	2,65
<i>Anheuser-Busch Inbev SA</i>	6,07	4,48	3,60	2,10	3,39
<i>ASML Holding NV</i>	7,97	5,26	5,96	4,94	6,17
<i>CRH PLC</i>	4,58	4,12	4,18	2,42	3,85
<i>Dassault Systemes SE</i>	7,10	5,29	3,24	3,15	7,40
<i>EDP Renovaveis SA</i>	7,12	5,29	5,65	2,97	2,32
<i>Electricite de France SA</i>	1,58	2,06	2,11	1,19	1,74
<i>Engie SA</i>	4,23	4,04	3,99	2,28	3,80
<i>EssilorLuxottica SA</i>	10,27	7,93	6,02	3,48	5,46
<i>Gecina SA</i>	6,14	5,73	5,34	2,97	4,86
<i>Heineken NV</i>	8,85	6,24	6,42	3,61	5,34
<i>Kering SA</i>	6,12	4,58	4,84	3,81	5,20
<i>Koninklijke DSM NV</i>	6,38	5,07	4,86	4,20	6,49
<i>L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA</i>	6,42	5,44	6,26	4,78	7,36
<i>LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE</i>	6,90	4,67	5,21	3,57	5,17
<i>Orange SA</i>	7,03	5,93	5,73	3,38	5,88
<i>Publicis Groupe SA</i>	6,92	4,74	4,47	2,92	4,96
<i>Safran SA</i>	8,35	6,13	6,98	3,10	3,98
<i>Sanofi SA</i>	7,14	5,60	5,13	4,18	6,24
<i>Schneider Electric SE</i>	6,97	4,90	5,02	4,02	5,94
<i>Shell PLC</i>	6,68	5,13	5,77	2,19	2,98
<i>Stellantis NV</i>	3,74	3,20	2,87	1,79	2,88
<i>STMicroelectronics NV</i>	3,62	3,25	3,23	2,75	4,59
<i>Thales SA</i>	9,25	6,98	4,93	2,95	5,70
<i>TotalEnergies SE</i>	7,43	4,95	5,36	2,63	4,01
<i>Unibail-Rodamco-Westfield SE</i>	5,25	3,91	2,94	0,97	1,16
<i>Unilever PLC</i>	8,68	5,62	6,89	4,62	7,43
<i>Vinci SA</i>	6,90	5,47	5,48	2,59	4,16

Come è già stato detto, la probabilità di insolvenza, per Merton, è equiparabile ad $1 - N(d_2)$ ⁸¹, e il suo andamento complessivo, per il campione analizzato, è rappresentabile come di seguito:



Nonostante la molteplicità di società ricomprese nel campione, e l'andamento altalenante della PD per alcune di esse tra il 2017 e il 2019, si può notare un considerevole cambiamento dei trend nel 2020. Infatti, al mese di marzo, la probabilità di default vede un sostanziale incremento, e segna il raggiungimento, per la grande maggioranza dei componenti del campione, dei picchi massimi nei mesi seguenti.

Un tale risultato rispecchia gli effetti causati dalla pandemia da Covid-19, in corrispondenza dell'introduzione delle misure indirizzate al contenimento del virus e, dunque, alle prime chiusure delle attività. Il trend, a marzo, si allinea con le dichiarazioni dell'Organizzazione Mondiale della Sanità, che hanno classificato la situazione creatasi nei mesi precedenti quale pandemia a livello globale⁸².

Attraverso il calcolo di una media pesata sulla base del rapporto tra la capitalizzazione giornaliera delle singole società e quella complessiva del campione, si è potuta ottenere la seguente tabella:

⁸¹ Per la computazione della PD, si è fatto ricorso alla funzione NORMSDIST di Excel, applicata allo Z-score rappresentato dall'input d_2 .

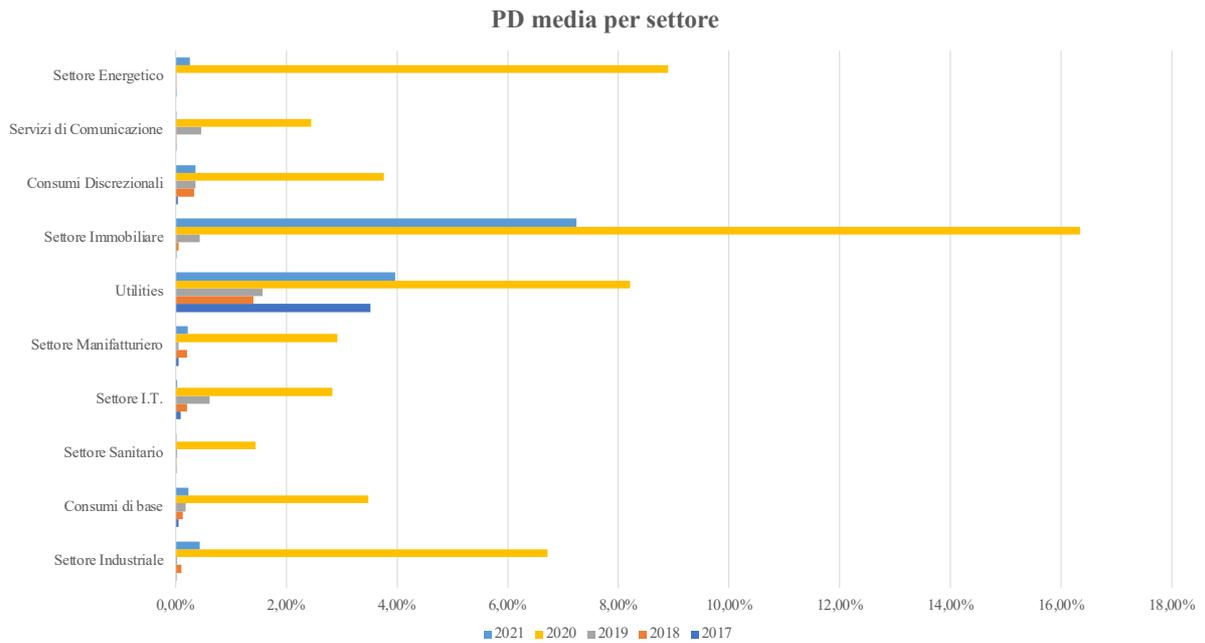
⁸² Il *press statement* si riconduce all'11 marzo 2020, giorno precedente al noto "Black Thursday" (Giovedì Nero), corrispondente al crollo del mercato azionario a livello globale.

Tabella 8. PD media annua

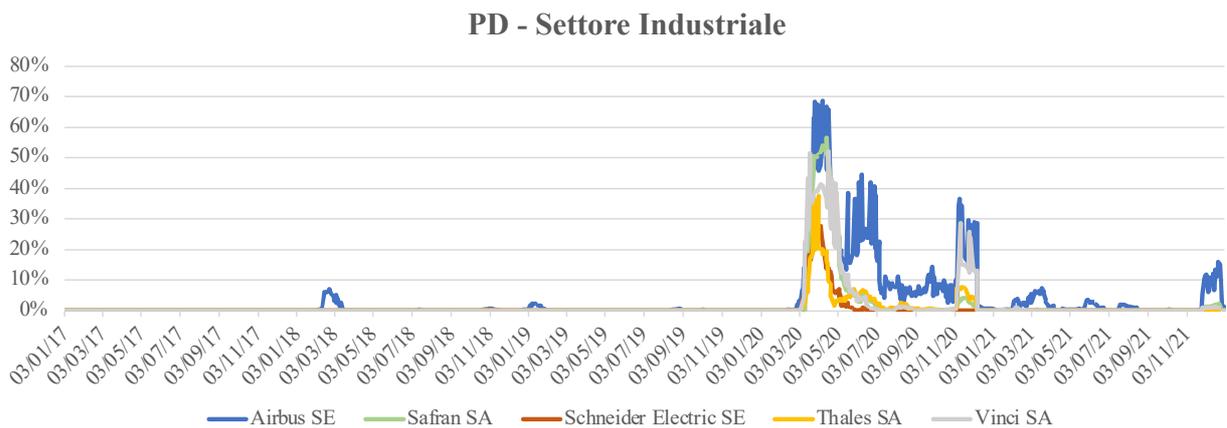
	2017	2018	2019	2020	2021
Airbus SE	0,02%	0,48%	0,15%	13,99%	1,89%
Anheuser-Busch Inbev SA	0,01%	0,40%	0,53%	9,06%	0,65%
ASML Holding NV	0,00%	0,00%	0,00%	1,13%	0,00%
CRH PLC	0,16%	0,59%	0,06%	6,23%	0,66%
Dassault Systemes SE	0,00%	0,07%	0,79%	3,69%	0,00%
EDP Renovaveis SA	0,15%	0,01%	0,00%	2,57%	2,13%
Electricite de France SA	10,23%	4,11%	4,63%	16,96%	9,57%
Engie SA	0,17%	0,10%	0,07%	5,09%	0,19%
EssilorLuxottica SA	0,00%	0,00%	0,04%	2,34%	0,01%
Gecina SA	0,00%	0,01%	0,01%	7,04%	0,01%
Heineken NV	0,00%	0,00%	0,00%	0,90%	0,04%
Kering SA	0,02%	0,10%	0,04%	2,10%	0,04%
Koninklijke DSM NV	0,00%	0,02%	0,09%	0,91%	0,00%
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	0,00%	0,00%	0,00%	1,63%	0,00%
LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	0,00%	0,02%	0,04%	1,67%	0,01%
Orange SA	0,00%	0,00%	0,00%	1,71%	0,02%
Publicis Groupe SA	0,00%	0,02%	0,93%	3,18%	0,01%
Safran SA	0,00%	0,00%	0,00%	6,10%	0,14%
Sanofi SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,56%	0,00%
Schneider Electric SE	0,00%	0,02%	0,01%	2,26%	0,00%
Shell PLC	0,00%	0,01%	0,01%	10,75%	0,49%
Stellantis NV	0,11%	0,88%	0,97%	7,53%	1,01%
STMicroelectronics NV	0,28%	0,56%	1,05%	3,66%	0,07%
Thales SA	0,00%	0,00%	0,00%	3,56%	0,00%
TotalEnergies SE	0,00%	0,00%	0,00%	7,06%	0,04%
Unibail-Rodamco-Westfield SE	0,00%	0,09%	0,86%	25,66%	14,47%
Unilever PLC	0,15%	0,00%	0,00%	0,50%	0,00%
Vinci SA	0,01%	0,01%	0,01%	7,72%	0,13%

Come si può osservare, tutte le società riportano, in media, una probabilità d'insolvenza più elevata nel 2020. Notevoli incrementi percentuali sono la causa di soglie medie significative per società come Airbus SE (13,99%), Electricite de France SA (16,96%) ed Unibail-Rodamco-Westfield SE (25,66%), così come per società con capitalizzazione, e dunque peso, più elevata, quali Anheuser-Busch Inbev SA (9,06%) e Shell PLC (10,75%).

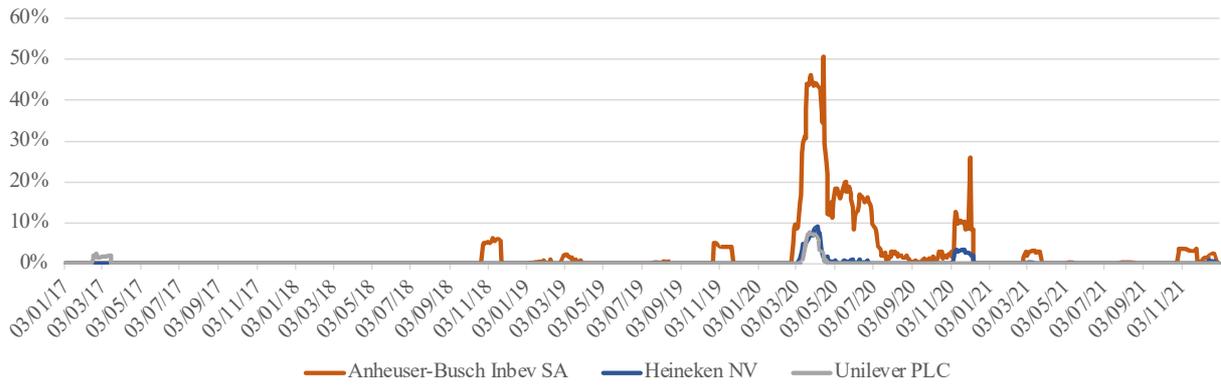
In media, tra i settori con maggior peso per capitalizzazione sul campione, quelli colpiti più significativamente lungo il 2020 sono il settore energetico, il settore industriale e quello dei consumi discrezionali. I maggiori innalzamenti della PD sono osservati, come nel grafico riportato di seguito, nel settore delle utilities e, particolarmente, in quello immobiliare. Nonostante ciò, è importante considerare il minor peso di entrambi i settori sul campione complessivo.



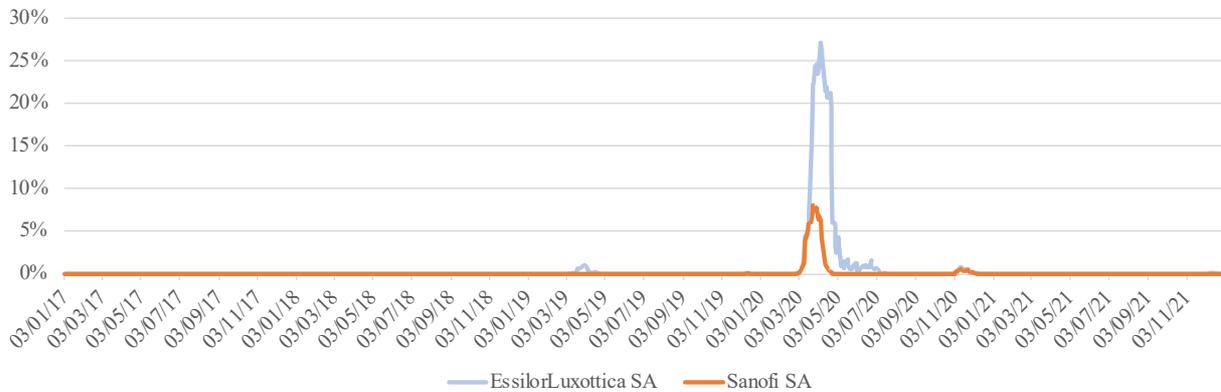
I seguenti grafici mostrano la distribuzione delle probabilità d’insolvenza per singolo settore di appartenenza. Gli andamenti sono stati ricavati attraverso l’aggregazione dei dati giornalieri pertinenti alle imprese operanti nei diversi settori presi in considerazione. È opportuno considerare che, nonostante l’eterogeneità del campione, alcuni settori, come quello industriale, ricomprendono al proprio interno un maggior numero di società.



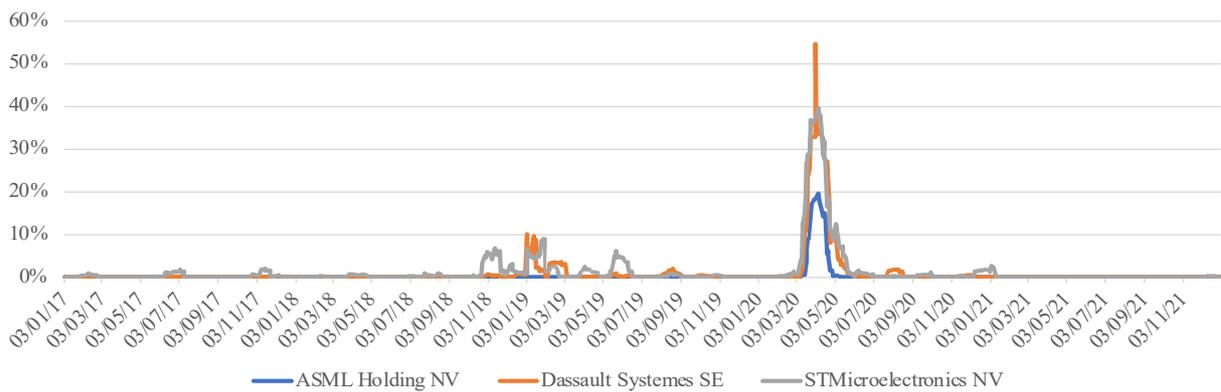
PD - Consumi di Base



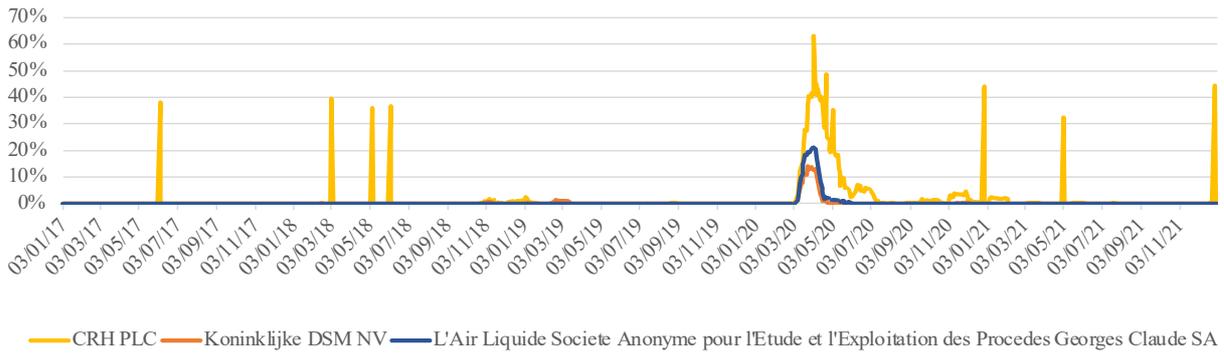
PD - Settore Sanitario



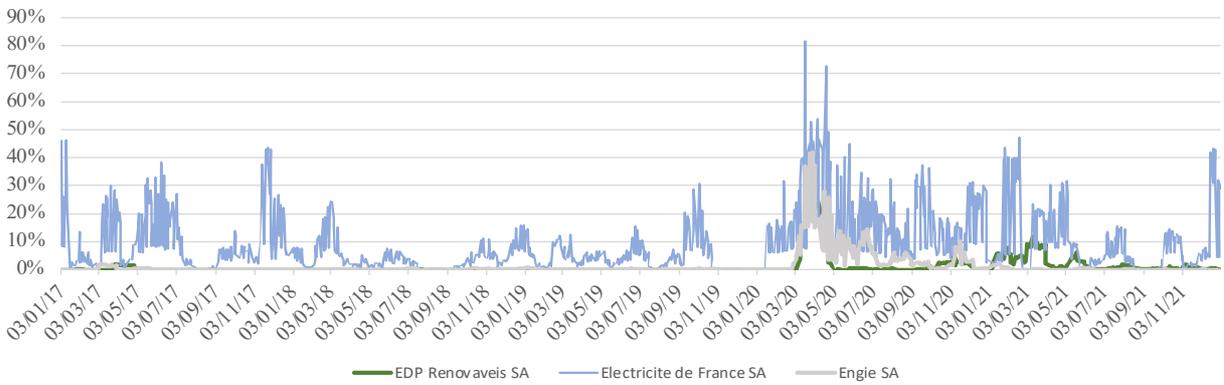
PD - Settore I.T.



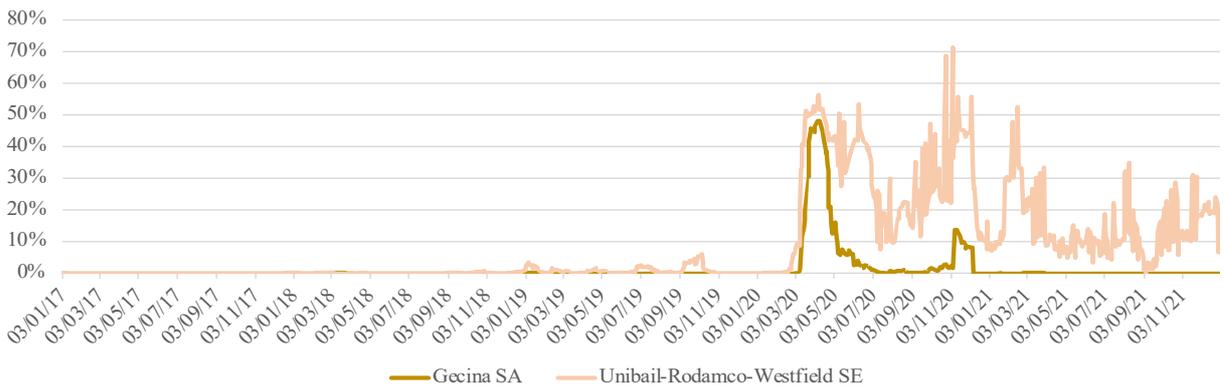
PD - Settore Manifatturiero

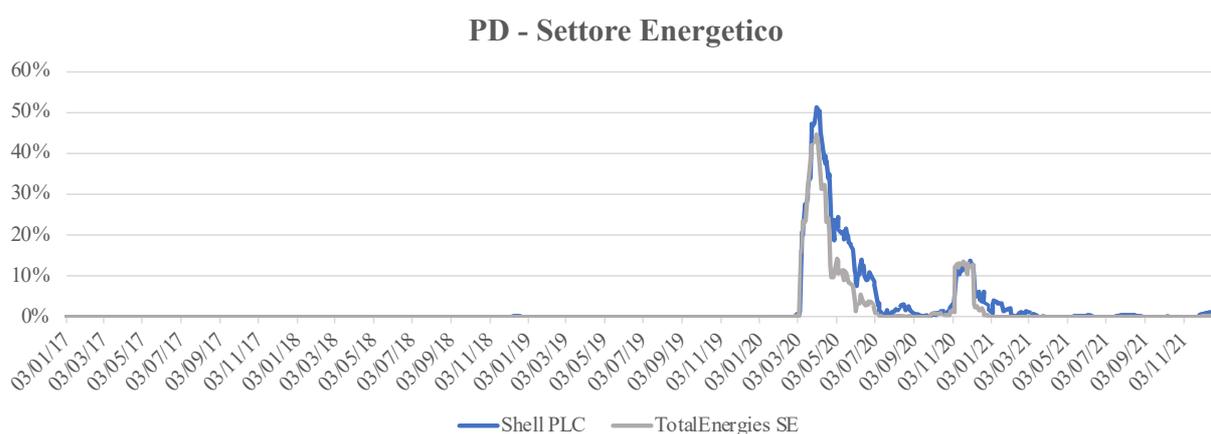
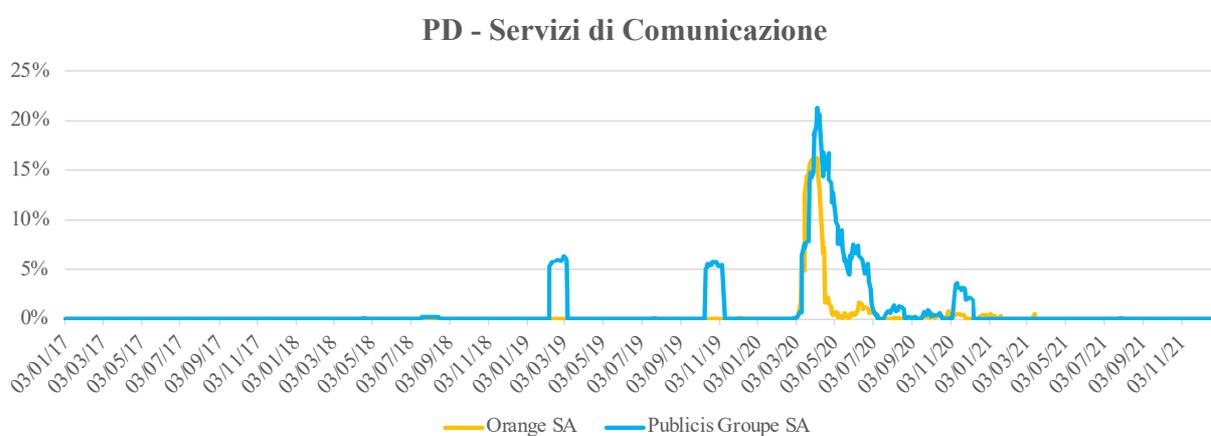
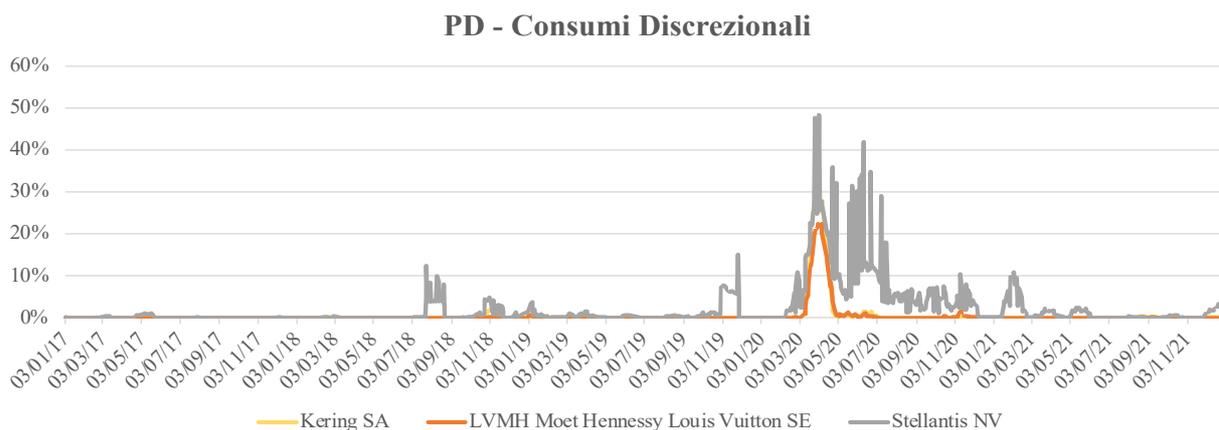


PD - Settore delle Utilities



PD - Settore Immobiliare





Dalla visione di questi grafici si evince che:

- L'andamento delle PD, per ogni settore, rimane alquanto statico nel triennio dal 2017 alla fine del 2019, se non per alcune turbolenze sui settori delle utilities, IT e manifatturiero. Il risultato più interessante è dato dal fatto che, per tutte le imprese facenti parte del campione, i maggiori incrementi percentuali legati alle relative

probabilità d'insolvenza si registrano tutti nell'anno 2020, prevalentemente nei mesi di marzo ed aprile. Questo dimostra come la crisi pandemica globale, e le conseguenti misure adottate dai vari governi, abbiano inciso sui rischi d'insolvenza delle imprese di tutti i settori.

Il periodo di ripresa avutosi nel 2021 si rispecchia nella graduale riduzione nei livelli delle curve di PD.

- Tra i settori che prendono maggiormente parte alla capitalizzazione del campione, si osservano notevoli incrementi nelle PD per le aziende che ne fanno parte. Il settore dei beni industriali, per esempio, vede il maggior incremento di PD intorno al marzo 2020, per tutte le società. In particolare, le più colpite sono Safran SA ed Airbus SE, le quali raggiungono livelli di probabilità rispettivamente pari a 68,6% e 56,5%. Simile situazione si ha per il settore energetico, con Shell PLC e TotalEnergies SE che si aggirano, rispettivamente, al 51,3% e al 44,6%.

Anche i consumi discrezionali, così come la sfera tecnologica, risultano particolarmente interessati. Infatti, le imprese appartenenti ad entrambi i settori, al 2020, vedono le PD rientrare nel range 20% - 50%.

Nel settore dei consumi di base, tra le società prese a campione, si distingue l'Anheuser-Busch Inbev SA, multinazionale specializzata nella produzione di bevande. Al 2020, infatti, la PD ad essa associata raggiunge la soglia del 50%. Un netto distacco rispetto alle altre società del campione, ovvero Heineken NV ed Unilever PLC.

- Notevoli aumenti nelle probabilità d'insolvenza sono evidenti anche nei settori con meno incidenza sulla capitalizzazione del campione. Entrambe le società appartenenti al settore immobiliare presentano una PD che al 2020 risulta particolarmente elevata (48,2% per Gecina SA e 71,2% per Unibail-Rodamco-Westfield SE), con quella di URW che mantiene un andamento particolarmente volatile anche nel corso del 2021. Nel campo manifatturiero, l'improvviso aumento della PD si osserva principalmente su CRH PLC che raggiunge il 63%, mentre Koninklijke DSM NV e L'Air Liquide SA non superano, rispettivamente, il 13,9% ed il 21,2%. Per quanto riguarda le Utilities, si hanno degli andamenti più volatili nelle probabilità (soprattutto per Electricite de France SA, che ad aprile supera la soglia dell'80%, seguendo l'andamento più volatile che si è potuto osservare tra le varie società del campione nel complesso).
- Il settore sanitario e quello comunicativo risultano meno colpiti da questi incrementi, nonostante registrino comunque un aumento della PD sempre al 2020.

4.4 Applicazione del Modello KMV al campione preso dall'indice Euronext 100

In questo paragrafo vi è l'obiettivo di illustrare le probabilità d'insolvenza rilevate per lo stesso campione di società analizzato in precedenza. Tuttavia, ciò che cambia è il procedimento applicato, che risponde alle assunzioni alla base del modello KMV, esposto nel capitolo 3.

I valori rilevati in precedenza su equity, debito ed attivo sono fondamentali per procedere nei calcoli.

Il primo step prevede il calcolo della soglia di default (\tilde{D}), per cui si riprendono i valori contabili delle passività, correnti e non, di ogni società. Dal momento che, per assunto e a differenza del modello di Merton, si prendono in considerazione diversi istanti di scadenza del debito, è importante ponderare tali fattori tramite la relazione (3.8). Si avranno:

Tabella 9. Soglia di default

(in € mln)	31/12/17	31/12/18	31/12/19	31/12/20	31/12/21	(in € mln)	31/12/17	31/12/18	31/12/19	31/12/20	31/12/21
Airbus SE	77.243 €	81.417 €	85.397 €	76.705 €	72.684 €	LVMH Moët Hennessy Louis Vuitton SE	27.184 €	28.588 €	40.383 €	47.580 €	52.196 €
Anheuser-Busch Inbev SA	84.265 €	85.941 €	83.201 €	73.511 €	76.139 €	Orange SA	45.447 €	46.820 €	50.048 €	49.495 €	49.993 €
ASML Holding NV	5.340 €	6.263 €	7.426 €	10.085 €	16.292 €	Publicis Groupe SA	16.015 €	17.776 €	21.607 €	19.892 €	21.259 €
CRH PLC	11.346 €	18.031 €	18.178 €	13.064 €	13.834 €	Safran SA	19.857 €	24.705 €	26.468 €	22.885 €	24.137 €
Dassault Systemes SE	2.281 €	2.685 €	5.372 €	4.973 €	5.739 €	Sanofi SA	28.519 €	34.875 €	36.891 €	35.205 €	36.253 €
EDP Renovaveis SA	4.780 €	5.654 €	5.734 €	5.681 €	7.575 €	Schneider Electric SE	14.928 €	15.008 €	16.213 €	19.325 €	20.330 €
Electricite de France SA	135.001 €	141.669 €	150.748 €	151.539 €	198.043 €	Shell PLC	120.509 €	119.857 €	130.629 €	119.974 €	143.299 €
Engie SA	81.409 €	85.326 €	89.815 €	86.680 €	139.186 €	Stellantis NV	61.291 €	59.222 €	56.362 €	56.453 €	90.158 €
EssilorLuxottica SA	3.172 €	11.235 €	11.434 €	12.846 €	16.175 €	STMicroelectronics NV	2.952 €	2.971 €	3.853 €	4.381 €	4.325 €
Gecina SA	5.600 €	5.245 €	4.984 €	4.858 €	4.793 €	Thales SA	16.381 €	17.099 €	21.517 €	21.818 €	22.342 €
Heineken NV	18.486 €	18.436 €	20.750 €	19.554 €	20.622 €	TotalEnergies SE	77.253 €	87.721 €	99.801 €	91.567 €	120.767 €
Kering SA	9.357 €	8.764 €	12.428 €	11.353 €	13.028 €	Unibail-Rodamco- Westfield SE	12.122 €	19.200 €	19.005 €	19.655 €	18.052 €
Koninklijke DSM NV	10.079 €	10.923 €	10.685 €	11.774 €	11.968 €	Unilever PLC	34.538 €	34.572 €	35.949 €	35.298 €	40.064 €
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	15.727 €	15.601 €	15.574 €	15.104 €	16.596 €	Vinci SA	40.725 €	43.294 €	50.812 €	50.805 €	58.415 €

Una volta ottenuti i valori-soglia, il passaggio seguente è quello rivolto al calcolo della DD. Per il suo computo, nel caso di PD in uno scenario neutrale per il rischio, la Distanza dal Default è il risultato dell'approssimazione:

$$DD = \frac{V_0 - \tilde{D}}{\sigma_V V_0}$$

Per entrambi i valori di V_0 e σ_V sono stati ripresi quelli calcolati precedentemente tramite processo iterativo. I parametri utilizzati, sono simili a quelli inclusi nel calcolo dell'input d_2 . Ciò che varia, come accennato teoricamente, è la misura della soglia di default, rappresentata da \tilde{D} .

Di seguito la tabella dei valori medi annui di Distanza dal Default:

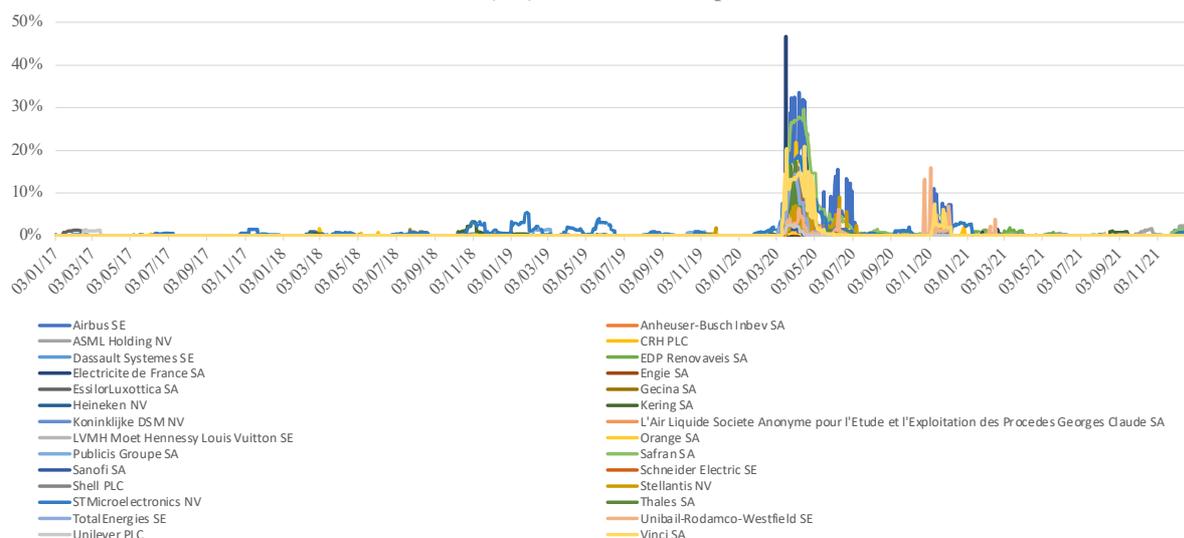
Tabella 10. DD media annua

	2017	2018	2019	2020	2021
<i>Airbus SE</i>	6,54	4,87	5,42	2,78	4,07
<i>Anheuser-Busch Inbev SA</i>	9,33	7,59	6,18	4,20	6,25
<i>ASML Holding NV</i>	5,98	3,88	4,24	3,35	3,47
<i>CRH PLC</i>	6,10	5,91	6,14	3,91	5,46
<i>Dassault Systemes SE</i>	8,62	5,41	6,22	5,51	5,57
<i>EDP Renovaveis SA</i>	14,30	10,12	10,06	4,98	3,33
<i>Electricite de France SA</i>	8,53	9,52	11,23	7,08	8,76
<i>Engie SA</i>	8,98	8,69	9,23	5,79	10,04
<i>EssilorLuxottica SA</i>	6,11	7,16	6,50	4,10	5,79
<i>Gecina SA</i>	10,47	8,37	8,01	4,89	7,52
<i>Heineken NV</i>	10,82	7,61	7,62	4,65	6,40
<i>Kering SA</i>	6,29	3,63	4,34	3,56	4,24
<i>Koninklijke DSM NV</i>	8,93	6,28	6,30	5,30	7,66
<i>L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA</i>	9,25	7,48	8,19	5,67	8,35
<i>LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE</i>	7,31	4,58	5,39	3,93	4,91
<i>Orange SA</i>	11,74	9,94	11,32	7,21	13,45
<i>Publicis Groupe SA</i>	6,74	5,31	6,09	4,08	5,82
<i>Safran SA</i>	7,44	5,36	5,64	2,88	3,68
<i>Sanofi SA</i>	7,95	7,43	6,37	5,01	7,16
<i>Schneider Electric SE</i>	7,56	5,40	5,61	4,33	5,44
<i>Shell PLC</i>	9,60	7,04	8,53	4,26	5,25
<i>Stellantis NV</i>	6,89	5,48	4,93	4,13	5,03
<i>STMicroelectronics NV</i>	3,77	3,08	2,99	2,47	3,88
<i>Thales SA</i>	8,28	6,60	5,67	4,01	6,69
<i>TotalEnergies SE</i>	10,43	6,95	7,94	4,62	6,17
<i>Unibail-Rodamco-Westfield SE</i>	9,34	7,97	7,64	4,82	5,23
<i>Unilever PLC</i>	8,21	6,07	7,21	4,98	8,09
<i>Vinci SA</i>	9,10	7,49	8,43	4,24	6,15

I risultati appaiono in linea con quelli ottenuti con Merton. Infatti, in media, la distanza dalla soglia di default si riduce nel 2020, per poi andare incontro ad un rialzo nell'anno seguente. Tuttavia, sebbene il loro andamento rispecchi quello di Merton, i valori ottenuti per la DD (e di conseguenza per la PD) non coincidono con quelli di d_2 , date le diverse ipotesi alla base del debito e all'approssimazione del calcolo del parametro.

Graficamente, l'andamento delle probabilità nell'orizzonte temporale osservato è rappresentabile come di seguito:

Probabilità di Default (PD) sulla base delle ipotesi del modello KMV



L'andamento delle PD appare più contenuto rispetto a quelle viste con Merton. Tale risultato è sempre riconducibile al fatto che le ipotesi alla base dei due modelli sono diverse. In particolare, la soglia del default prevista dal modello KMV, a differenza di Merton, non prende tutto il debito, bensì un importo inferiore, riconducibile alla somma delle passività correnti complessive e di una ponderazione di quelle non correnti.

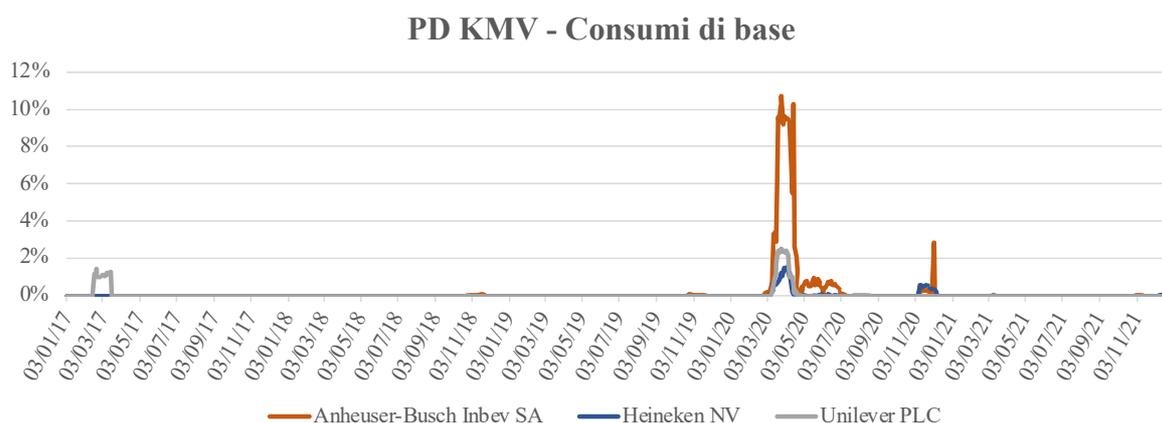
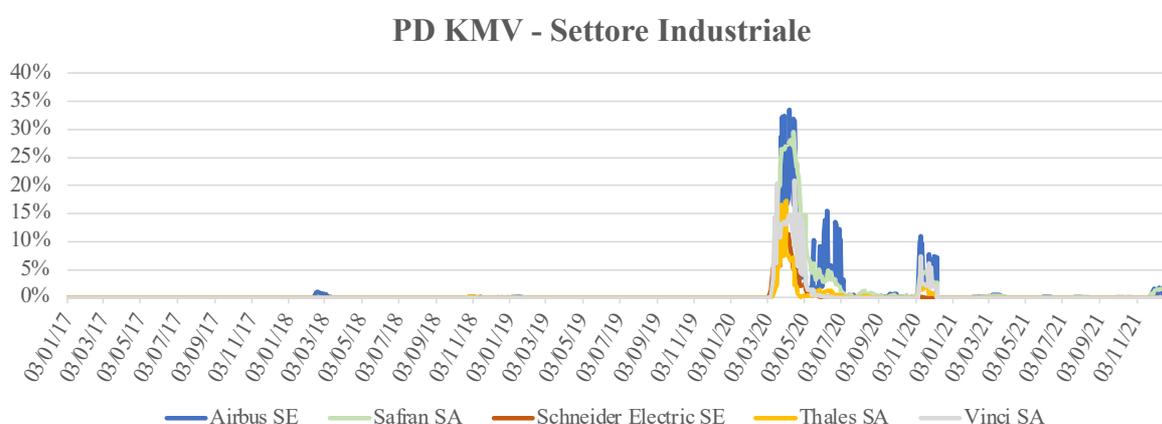
Di seguito sono riportate le PD medie pesate e i valori di DD medi annui, calcolati sui dati giornalieri e relativi ad ogni società del campione:

Tabella 11. DD e PD annue

	2017		2018		2019		2020		2021	
	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD
Airbus SE	6,54	0,00%	4,87	0,05%	5,42	0,00%	2,78	3,34%	4,07	0,17%
Anheuser-Busch Inbev SA	9,33	0,00%	7,59	0,00%	6,18	0,00%	4,20	0,94%	6,25	0,00%
ASML Holding NV	5,98	0,00%	3,88	0,06%	4,24	0,03%	3,35	1,12%	3,47	0,34%
CRH PLC	6,10	0,00%	5,91	0,01%	6,14	0,00%	3,91	1,11%	5,46	0,02%
Dassault Systemes SE	8,62	0,00%	5,41	0,03%	6,22	0,00%	5,51	0,49%	5,57	0,00%
EDP Renovaveis SA	14,30	0,00%	10,12	0,00%	10,06	0,00%	4,98	0,20%	3,33	0,23%
Electricite de France SA	8,53	0,00%	9,52	0,00%	11,23	0,00%	7,08	0,27%	8,76	0,02%
Engie SA	8,98	0,00%	8,69	0,00%	9,23	0,00%	5,79	0,11%	10,04	0,00%
EssilorLuxottica SA	6,11	0,09%	7,16	0,00%	6,50	0,01%	4,10	0,67%	5,79	0,00%
Gecina SA	10,47	0,00%	8,37	0,00%	8,01	0,00%	4,89	1,26%	7,52	0,00%
Heineken NV	10,82	0,00%	7,61	0,00%	7,62	0,00%	4,65	0,13%	6,40	0,00%
Kering SA	6,29	0,01%	3,63	0,25%	4,34	0,06%	3,56	1,06%	4,24	0,13%
Koninklijke DSM NV	8,93	0,00%	6,28	0,00%	6,30	0,00%	5,30	0,19%	7,66	0,00%
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	9,25	0,00%	7,48	0,00%	8,19	0,00%	5,67	0,40%	8,35	0,00%
LVMH Moet Hennesy Louis Vuitton SE	7,31	0,00%	4,58	0,01%	5,39	0,01%	3,93	0,55%	4,91	0,02%
Orange SA	11,74	0,00%	9,94	0,00%	11,32	0,00%	7,21	0,05%	13,45	0,00%
Publicis Groupe SA	6,74	0,00%	5,31	0,01%	6,09	0,17%	4,08	0,74%	5,82	0,00%
Safran SA	7,44	0,00%	5,36	0,01%	5,64	0,00%	2,88	3,72%	3,68	0,15%
Sanofi SA	7,95	0,00%	7,43	0,00%	6,37	0,00%	5,01	0,11%	7,16	0,00%
Schneider Electric SE	7,56	0,00%	5,40	0,00%	5,61	0,00%	4,33	0,85%	5,44	0,00%
Shell PLC	9,60	0,00%	7,04	0,00%	8,53	0,00%	4,26	1,80%	5,25	0,00%
Stellantis NV	6,89	0,00%	5,48	0,04%	4,93	0,04%	4,13	0,44%	5,03	0,01%
STMicroelectronics NV	3,77	0,19%	3,08	0,39%	2,99	0,81%	2,47	2,48%	3,88	0,14%
Thales SA	8,28	0,00%	6,60	0,00%	5,67	0,00%	4,01	0,92%	6,69	0,00%
TotalEnergies SE	10,43	0,00%	6,95	0,00%	7,94	0,00%	4,62	1,24%	6,17	0,00%
Unibail-Rodamco-Westfield SE	9,34	0,00%	7,97	0,00%	7,64	0,00%	4,82	0,71%	5,23	0,04%
Unilever PLC	8,21	0,09%	6,07	0,00%	7,21	0,00%	4,98	0,16%	8,09	0,00%
Vinci SA	9,10	0,00%	7,49	0,00%	8,43	0,00%	4,24	0,02%	6,15	0,00%

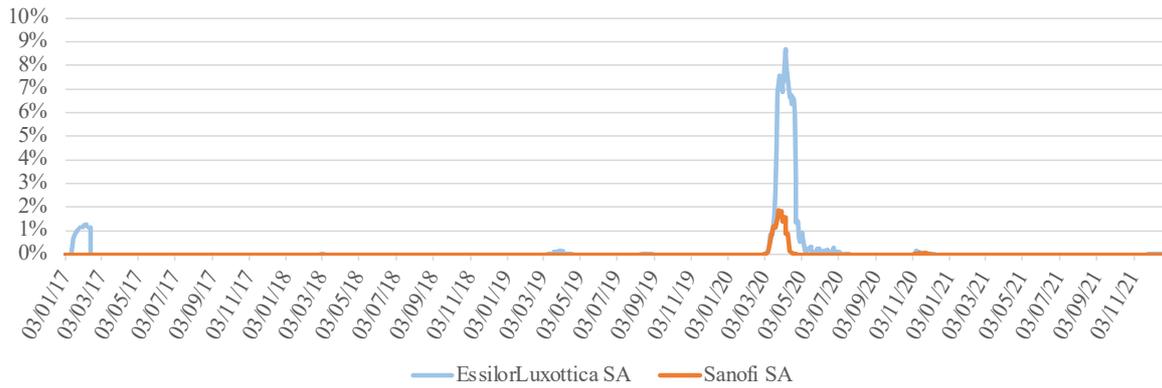
L'80% delle società presentano una maggiore soglia di DD nel 2017, implicando una minore probabilità di incorrere in insolvenza. Come si può notare, per quasi l'unanimità delle società, il 2020 mette in mostra un considerevole incremento delle PD⁸³, a fronte di soglie DD decisamente più basse, volte a rappresentare un minor numero di deviazioni standard tra il valore di mercato dell'attivo e la soglia di default e, dunque, una maggiore probabilità d'insolvenza.

A livello di singolo settore, le curve di PD sono le seguenti:

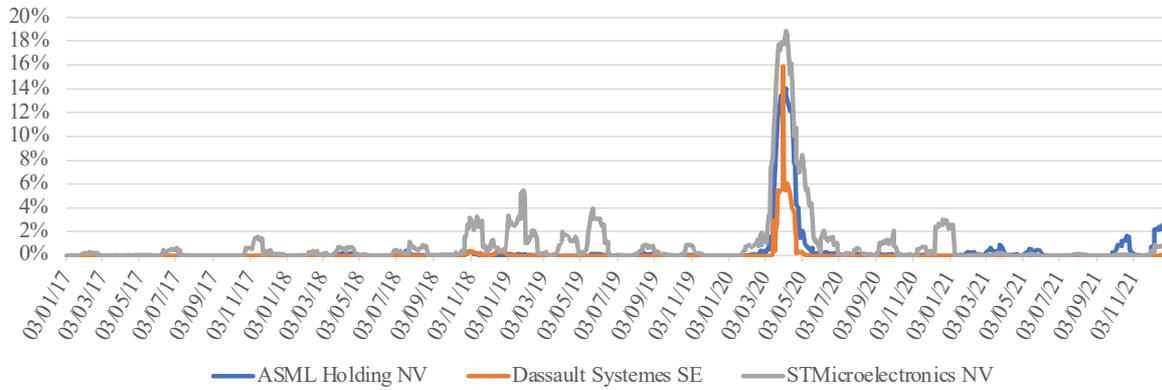


⁸³ Un incremento che talvolta si avvicina, ma spesso supera il 90% (sulla base di delta elaborati personalmente) rispetto all'esercizio precedente, mostrando, per ogni società, un netto stacco rispetto all'esercizio precedente.

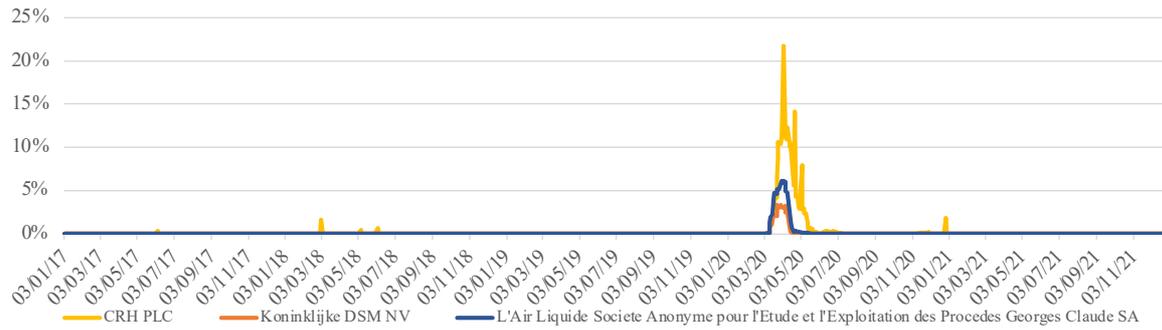
PD KMV - Settore Sanitario



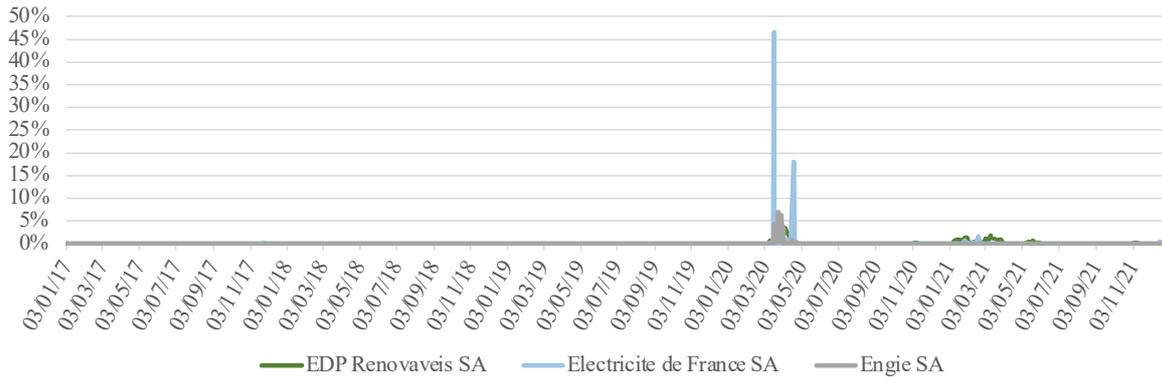
PD KMV - Settore I.T.



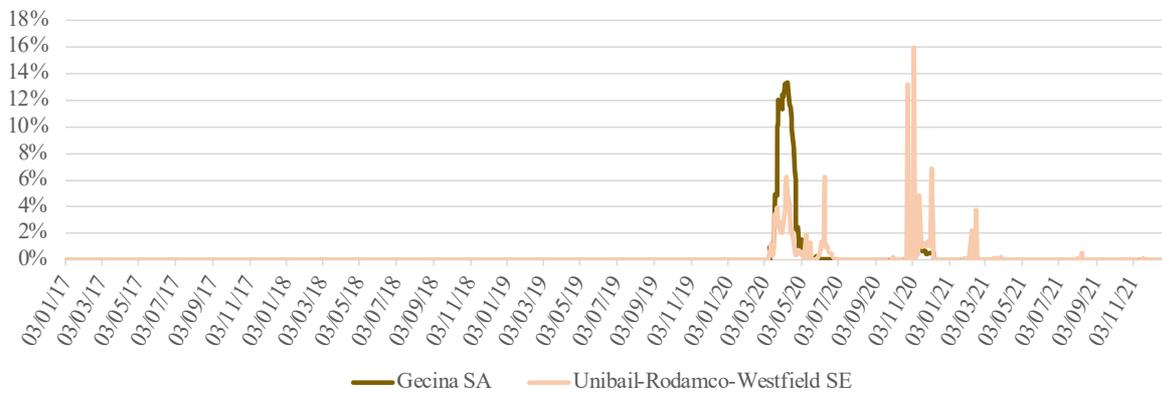
PD KMV - Settore Manifatturiero



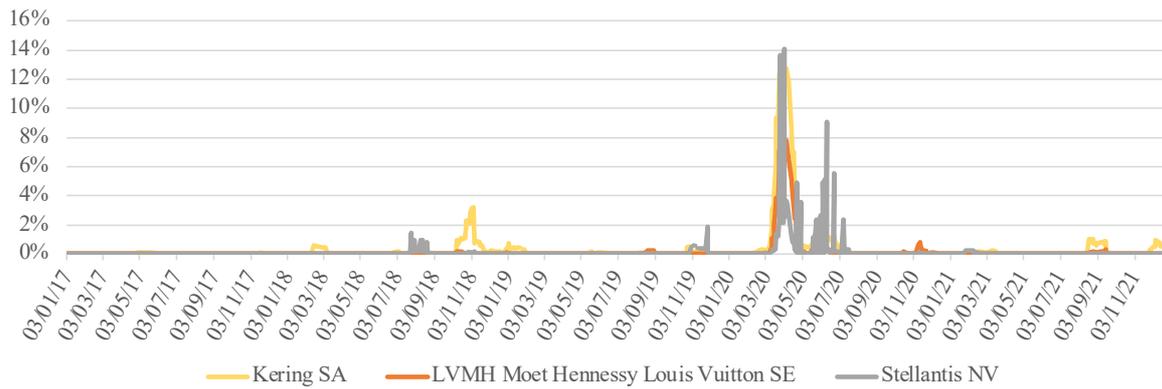
PD KMV - Utilities



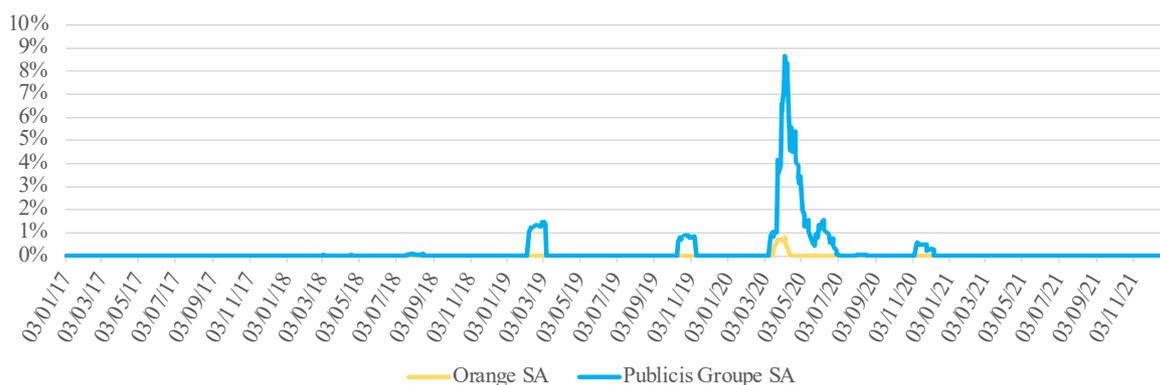
PD KMV - Settore Immobiliare



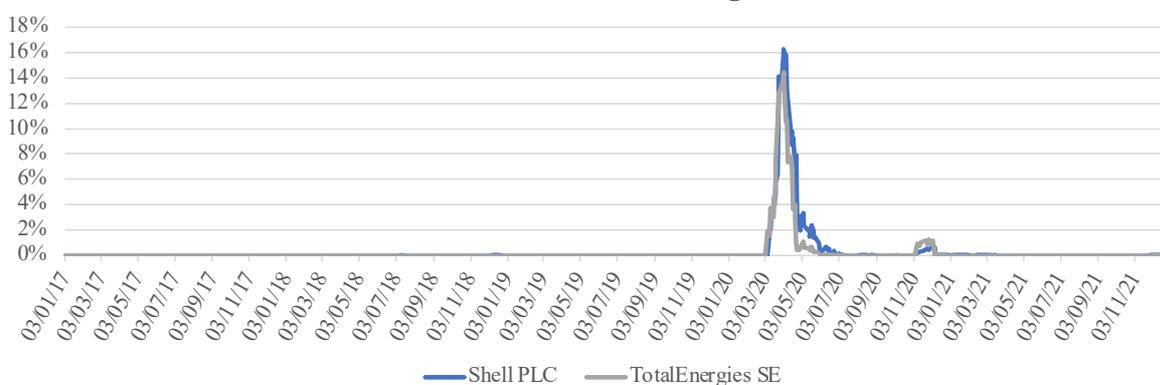
PD KMV - Consumi Discrezionali



PD KMV - Servizi di Comunicazione



PD KMV - Settore Energetico



Anche in questo modello osserviamo, per ogni settore, delle tendenze molto simili a quelle viste con Merton. Settori come quello industriale vedono associate le PD più elevate alle stesse società viste in precedenza, quali Airbus SE e Safran SA (le quali raggiungono, rispettivamente, probabilità pari al 33,5% e 29,6% nel 2020). Il settore energetico, così come quello tecnologico, presentano società con PD che raggiungono, nel 2020, soglie superiori ai 10 punti percentuali. Nuovamente, le società appartenenti al settore sanitario e a quello dei servizi di comunicazione riportano livelli di PD più bassi.

Anche in questo caso, emerge la volatilità di Electricite de France SA che, sebbene più contenuta negli anni precedenti al 2020, porta la società a raggiungere la soglia del 46,7%.

Confrontando i risultati ottenuti con i due modelli, in termini di PD media pesata per impatto sulla capitalizzazione di mercato del campione in un'ottica *risk-neutral*, all'anno 2020, si ottengono:

Tabella 12. PD di Merton e KMV al 2020 in ipotesi risk-neutral

	PD KMV	PD Merton	Δ
<i>Airbus SE</i>	3,34%	13,99%	10,65%
<i>Anheuser-Busch Inbev SA</i>	0,94%	9,06%	8,12%
<i>ASML Holding NV</i>	1,12%	1,13%	0,01%
<i>CRH PLC</i>	1,11%	6,23%	5,13%
<i>Dassault Systemes SE</i>	0,49%	3,69%	3,21%
<i>EDP Renovaveis SA</i>	0,20%	2,57%	2,38%
<i>Electricite de France SA</i>	0,27%	16,96%	16,69%
<i>Engie SA</i>	0,11%	5,09%	4,98%
<i>EssilorLuxottica SA</i>	0,67%	2,34%	1,67%
<i>Gecina SA</i>	1,26%	7,04%	5,78%
<i>Heineken NV</i>	0,13%	0,90%	0,78%
<i>Kering SA</i>	1,06%	2,10%	1,04%
<i>Koninklijke DSM NV</i>	0,19%	0,91%	0,72%
<i>L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA</i>	0,40%	1,63%	1,22%
<i>LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE</i>	0,55%	1,67%	1,12%
<i>Orange SA</i>	0,05%	1,71%	1,66%
<i>Publicis Groupe SA</i>	0,74%	3,18%	2,45%
<i>Safran SA</i>	3,72%	6,10%	2,38%
<i>Sanofi SA</i>	0,11%	0,56%	0,44%
<i>Schneider Electric SE</i>	0,85%	2,26%	1,41%
<i>Shell PLC</i>	1,80%	10,75%	8,96%
<i>Stellantis NV</i>	0,44%	7,53%	7,08%
<i>STMicroelectronics NV</i>	2,48%	3,66%	1,19%
<i>Thales SA</i>	0,92%	3,56%	2,64%
<i>TotalEnergies SE</i>	1,24%	7,06%	5,81%
<i>Unibail-Rodamco-Westfield SE</i>	0,71%	25,66%	24,95%
<i>Unilever PLC</i>	0,16%	0,50%	0,34%
<i>Vinci SA</i>	1,97%	7,72%	5,76%

Come anticipato, in media, i valori delle probabilità sotto il modello KMV risultano più bassi per le ragioni precedentemente esplicate. Per la maggior parte delle società, queste variazioni tra i due modelli si hanno per alcuni punti percentuali. Tuttavia, in alcuni casi, per società quali Airbus SE, Electricite de France SA ed Unibail-Rodamco-Westfield SE, la variazione nei risultati ottenuti è molto elevata. Ciò è in linea con i trend seguiti dalle curve di probabilità in entrambi i modelli, che sottolineano come suddette società siano tra le più rischiose e volatili nell'intero campione analizzato.

4.5 Calcolo delle probabilità di default con il fattore di deriva

L'ipotesi di un mercato più realistico, a differenza di quelle *risk-neutral*, prevede l'impiego del cosiddetto "fattore di deriva" (*drift rate*) per rispecchiare più realisticamente le movimentazioni dell'attivo. Per questo motivo, l'obiettivo è quello di ottenere una misura per il rendimento atteso dell'attivo.

Come proxy per il calcolo di tale rendimento, si è deciso di prendere il *WACC* (*Costo Medio Ponderato del Capitale*), in quanto principale tasso utilizzato nelle valutazioni d'azienda in prospettiva "asset side". Il WACC tiene in considerazione il costo da sostenere per raccogliere le risorse finanziarie sia dal lato equity sia da quello del debito, andando così a ricostruire una situazione più realistica, e complessa, rispetto alle semplificazioni alla base della teoria di Merton. Questo fattore si può ottenere dalla formula:

$$WACC = \frac{E}{E + D} \times (\text{costo dell'equity}) + \frac{D}{E + D} \times (\text{costo del debito})^{84}$$

Il costo dell'equity, ovvero il rendimento atteso del capitale proprio, si ottiene tramite il ricorso al *CAPM* (*Capital Asset Pricing Model*). Si tratta di un modello matematico che studia la relazione tra il rendimento di un titolo negoziato sul mercato e la sua rischiosità. Questa relazione può essere espressa come:

$$E(r_V) = r_f + \beta \times (r_m - r_f)$$

r_f è il tasso d'interesse privo di rischio. In questo caso, si è preso come benchmark il rendimento di un bond governativo italiano (BOT) a 12 mesi, il cui yield è pari al 2,669%.

β è un parametro che misura la variazione del rendimento del titolo rispetto all'andamento del mercato di riferimento⁸⁵. È associato alla misura del rischio sistematico, insito nel mercato e non diversificabile. Per il suo calcolo, sono stati presi i rendimenti giornalieri delle società e

⁸⁴ Per semplicità, si è escluso l'effetto dello scudo fiscale e si considera il *pre-tax WACC*.

⁸⁵ Assumendo un Beta di mercato pari ad 1, quello associato ai titoli da indicazioni sull'andamento degli stessi rispetto al mercato di riferimento. In particolare:

- Con un beta maggiore di 1, si hanno titoli rischiosi, che amplificano i movimenti del mercato;
- Se il beta è compreso tra 0 ed 1, i titoli tendono a muoversi in linea con il mercato, con un livello di rischio inferiore;
- I beta negativi sono propri dei titoli che hanno una movimentazione inversa al mercato.

quelli del mercato di riferimento. Per quest'ultimo sono stati estratti i rendimenti dello stesso indice Euronext 100, utilizzato come benchmark di mercato. Per ottenere il singolo beta da assegnare ad ogni società campione si è ricorso alla relazione cardine del beta, per la quale:

$$\beta = \frac{Cov(r_V; r_m)}{Var(r_m)}$$

Il risultato del calcolo è riassunto nella seguente tabella⁸⁶:

Tabella 13. Beta CAPM

<i>Airbus SE</i>	1,65	<i>LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE</i>	1,19
<i>Anheuser-Busch Inbev SA</i>	1,27	<i>Orange SA</i>	0,64
<i>ASML Holding NV</i>	1,18	<i>Publicis Groupe SA</i>	1,00
<i>CRH PLC</i>	1,23	<i>Safran SA</i>	1,60
<i>Dassault Systemes SE</i>	0,79	<i>Sanofi SA</i>	0,58
<i>EDP Renovaveis SA</i>	0,64	<i>Schneider Electric SE</i>	1,14
<i>Electricite de France SA</i>	1,06	<i>Shell PLC</i>	1,30
<i>Engie SA</i>	0,94	<i>Stellantis NV</i>	1,44
<i>EssilorLuxottica SA</i>	0,63	<i>STMicroelectronics NV</i>	1,50
<i>Gecina SA</i>	0,87	<i>Thales SA</i>	0,09
<i>Heineken NV</i>	0,73	<i>TotalEnergies SE</i>	0,08
<i>Kering SA</i>	1,23	<i>Unibail-Rodamco-Westfield SE</i>	-0,04
<i>Koninklijke DSM NV</i>	0,70	<i>Unilever PLC</i>	-0,03
<i>L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA</i>	0,84	<i>Vinci SA</i>	1,35

$(r_m - r_f)$ è il premio per il rischio. Per esso sono state prese le stime annue di Damodaran⁸⁷ per l'*Equity Risk Premium* della regione dell'Europa Occidentale. Le percentuali sono pesate per il livello del PIL di ogni Paese ricompreso nella stima.

La componente associata al costo del debito, invece, è stata calcolata come il rapporto tra le spese per interessi e l'importo complessivo del debito (entrambi i valori sono stati presi dall'informativa di bilancio).

Una volta ottenuta la misura del WACC, è possibile procedere al calcolo delle PD in entrambi i modelli. In particolare, per il modello KMV, il rendimento dell'attivo può essere sfruttato come esponenziale per ottenere il valore atteso dell'attivo al tempo t (V_t).

Questo valore è poi utilizzato nel calcolo della DD:

$$DD = \frac{V_t - \tilde{D}}{\sigma_V V_0}$$

⁸⁶ Alternativamente, lo stesso risultato si è potuto ottenere per mezzo della funzione 'Pendenza' di Excel, in quando il Beta è interpretabile come la pendenza della retta di regressione passante tra i rendimenti.

⁸⁷ Dataset ripercorribili in: https://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/dataarchived.html

Con $V_t = V_0 \times e^{rv}$. In particolare, con KMV si ottiene:

Tabella 14. PD media annua di KMV calcolata con il drift rate

	2017	2018	2019	2020	2021
Airbus SE	0,00%	0,03%	0,00%	2,71%	0,09%
Anheuser-Busch Inbev SA	0,00%	0,00%	0,01%	0,98%	0,00%
ASML Holding NV	0,00%	0,06%	0,03%	1,12%	0,34%
CRH PLC	0,00%	0,00%	0,00%	1,05%	0,01%
Dassault Systemes SE	0,00%	0,04%	0,00%	0,55%	0,00%
EDP Renovais SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,24%	0,24%
Electricite de France SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Engie SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,05%	0,00%
EssilorLuxottica SA	0,09%	0,00%	0,01%	0,68%	0,00%
Gecina SA	0,00%	0,00%	0,00%	1,46%	0,00%
Heineken NV	0,00%	0,00%	0,00%	0,13%	0,00%
Kering SA	0,01%	0,25%	0,06%	1,07%	0,13%
Koninklijke DSM NV	0,00%	0,00%	0,01%	0,21%	0,00%
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Proceles Georges Claude SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,41%	0,00%
LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	0,00%	0,02%	0,02%	0,56%	0,02%
Orange SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%	0,00%
Publicis Groupe SA	0,00%	0,01%	0,23%	0,94%	0,00%
Safran SA	0,00%	0,01%	0,00%	3,84%	0,16%
Sanofi SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,12%	0,00%
Schneider Electric SE	0,00%	0,00%	0,00%	0,87%	0,00%
Shell PLC	0,00%	0,00%	0,00%	1,94%	0,00%
Stellantis NV	0,00%	0,03%	0,05%	0,32%	0,00%
STMicroelectronics NV	0,19%	0,39%	0,82%	2,49%	0,14%
Thales SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,98%	0,00%
TotalEnergies SE	0,00%	0,00%	0,00%	1,35%	0,00%
Unibail-Rodamco-Westfield SE	0,00%	0,00%	0,00%	0,73%	0,02%
Unilever PLC	0,09%	0,00%	0,00%	0,17%	0,00%
Vinci SA	0,00%	0,00%	0,00%	1,77%	0,00%

Applicando il rendimento atteso dell'attivo al calcolo dell'input d_2 per Merton, si ottengono:

Tabella 15. *PD media annua di Merton calcolata con il drift rate*

	2017	2018	2019	2020	2021
Airbus SE	0,08%	0,62%	0,11%	13,87%	2,48%
Anheuser-Busch Inbev SA	0,01%	0,38%	0,66%	13,19%	1,66%
ASML Holding NV	0,00%	0,04%	0,00%	0,00%	0,00%
CRH PLC	0,00%	0,00%	0,00%	0,37%	0,00%
Dassault Systemes SE	0,22%	0,07%	0,00%	3,74%	0,33%
EDP Renovveis SA	0,00%	0,04%	0,00%	0,17%	0,00%
Electricite de France SA	0,16%	0,00%	0,00%	1,28%	0,29%
Engie SA	23,27%	9,08%	2,97%	12,70%	1,02%
EssilorLuxottica SA	0,40%	0,24%	0,01%	6,77%	0,00%
Gecina SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,09%	0,00%
Heineken NV	0,21%	0,02%	0,00%	0,74%	0,02%
Kering SA	0,00%	0,24%	0,28%	11,66%	0,49%
Koninklijke DSM NV	0,00%	0,00%	0,00%	0,71%	0,02%
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Proceles Georges Claude SA	0,01%	0,13%	0,01%	0,96%	0,00%
LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	0,00%	0,08%	0,06%	1,14%	0,00%
Orange SA	0,00%	0,00%	0,00%	1,03%	0,00%
Publicis Groupe SA	0,00%	0,01%	0,00%	0,13%	0,00%
Safran SA	0,01%	0,00%	0,00%	2,53%	0,00%
Sanofi SA	0,00%	0,00%	0,01%	0,49%	0,00%
Schneider Electric SE	0,00%	0,00%	0,00%	3,54%	0,02%
Shell PLC	0,00%	0,00%	0,00%	0,80%	0,00%
Stellantis NV	0,00%	0,02%	0,00%	0,58%	0,00%
STMicroelectronics NV	0,00%	0,06%	0,01%	13,23%	0,47%
Thales SA	0,55%	3,75%	6,16%	15,60%	0,00%
TotalEnergies SE	0,09%	0,37%	0,43%	1,72%	0,00%
Unibail-Rodamco-Westfield SE	0,00%	0,00%	0,00%	0,38%	0,00%
Unilever PLC	0,00%	0,00%	0,00%	3,60%	0,00%
Vinci SA	0,01%	0,00%	0,00%	5,14%	0,69%

In entrambi i casi osserviamo un innalzamento della PD nell'anno 2020. E proprio guardando a quel periodo, si possono mettere a confronto i risultati ottenuti sotto le due ipotesi.

Tabella 16. PD secondo Merton in entrambe le ipotesi di mercato

	2020		Δ
	PD (risk - neutral)	PD (rendimento attivo)	
Airbus SE	13,99%	13,87%	0,12%
Anheuser-Busch Inbev SA	9,06%	13,19%	-4,13%
ASML Holding NV	1,13%	0,00%	1,13%
CRH PLC	6,23%	0,37%	5,87%
Dassault Systemes SE	3,69%	3,74%	-0,05%
EDP Renovaveis SA	2,57%	0,17%	2,40%
Electricite de France SA	16,96%	1,28%	15,68%
Engie SA	5,09%	12,70%	-7,61%
Essilor Luxottica SA	2,34%	6,77%	-4,43%
Gecina SA	7,04%	0,09%	6,95%
Heineken NV	0,90%	0,74%	0,17%
Kering SA	2,10%	11,66%	-9,56%
Koninklijke DSM NV	0,91%	0,71%	0,21%
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	1,63%	0,96%	0,66%
LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	1,67%	1,14%	0,54%
Orange SA	1,71%	1,03%	0,69%
Publicis Groupe SA	3,18%	0,13%	3,06%
Safran SA	6,10%	2,53%	3,57%
Sanofi SA	0,56%	0,49%	0,06%
Schneider Electric SE	2,26%	3,54%	-1,29%
Shell PLC	10,75%	0,80%	9,96%
Stellantis NV	7,53%	0,58%	6,95%
STMicroelectronics NV	3,66%	13,23%	-9,57%
Thales SA	3,56%	15,60%	-12,04%
TotalEnergies SE	7,06%	1,72%	5,34%
Unibail-Rodamco-Westfield SE	25,66%	0,38%	25,28%
Unilever PLC	0,50%	3,60%	-3,10%
Vinci SA	7,72%	5,14%	2,59%

Nel caso di Merton, i risultati appaiono molto contrastanti, in quanto, per la maggior parte delle società campione si osservano soglie di PD notevolmente più basse rispetto a quelle ottenute in un'ipotesi *risk-neutral*.

Tabella 17. PD di KMV in entrambe le ipotesi di mercato

	2020		Δ
	PD (risk - neutral)	PD (rendimento attivo)	
Airbus SE	3,34%	2,71%	0,62%
Anheuser-Busch Inbev SA	0,94%	0,98%	-0,04%
ASML Holding NV	1,12%	1,12%	0,00%
CRH PLC	1,11%	1,05%	0,05%
Dassault Systemes SE	0,49%	0,55%	-0,06%
EDP Renovaveis SA	0,20%	0,24%	-0,05%
Electricite de France SA	0,27%	0,00%	0,27%
Engie SA	0,11%	0,05%	0,06%
EssilorLuxottica SA	0,67%	0,68%	-0,01%
Gecina SA	1,26%	1,46%	-0,20%
Heineken NV	0,13%	0,13%	-0,01%
Kering SA	1,06%	1,07%	0,00%
Koninklijke DSM NV	0,19%	0,21%	-0,01%
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	0,40%	0,41%	-0,01%
LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	0,55%	0,56%	-0,01%
Orange SA	0,05%	0,06%	-0,02%
Publicis Groupe SA	0,74%	0,94%	-0,20%
Safran SA	3,72%	3,84%	-0,12%
Sanofi SA	0,11%	0,12%	0,00%
Schneider Electric SE	0,85%	0,87%	-0,02%
Shell PLC	1,80%	1,94%	-0,14%
Stellantis NV	0,44%	0,32%	0,13%
STMicroelectronics NV	2,48%	2,49%	-0,01%
Thales SA	0,92%	0,98%	-0,06%
TotalEnergies SE	1,24%	1,35%	-0,11%
Unibail-Rodamco-Westfield SE	0,71%	0,73%	-0,03%
Unilever PLC	0,16%	0,17%	0,00%
Vinci SA	1,97%	1,77%	0,20%

Con KMV si osservano invece, a seguito delle ipotesi applicate alla struttura del debito, valori molto più in linea in entrambi gli scenari di mercato.

Conclusioni

La ricerca condotta ha visto l'applicazione dei modelli strutturali per analizzare l'andamento delle probabilità d'insolvenza, quali indicatori del rischio di credito. Tali probabilità sono associate all'eventualità che il valore dell'attivo scenda al di sotto di una determinata soglia, rappresentata dal valore di rimborso del debito. In particolare, a livello teorico, il trattamento del *credit risk* e delle sue componenti ha permesso di contestualizzare l'esposizione, in maniera estensiva, dei due modelli strutturali più noti e applicati in ambito pratico, ovvero quelli di Merton e KMV.

Entrambi i modelli seguono diverse ipotesi sulla struttura finanziaria dell'impresa, in particolare sul valore del debito. Se, da un lato, il modello di Merton lo assimila, con approccio semplificativo, ad uno *zero-coupon-bond* con pagamento alla sola *maturity*, dall'altro lato il modello di KMV prevede una ponderazione delle passività a breve e a lungo termine. Nonostante non sia stato possibile osservare interamente il valore di mercato del debito, il secondo modello ne fornisce una stima più ragionevole, in quanto l'insolvenza, in tal caso, tiene conto del fatto che vi sono diverse scadenze per il rimborso del debito. Ciò che invece accomuna, e costituisce al contempo un elemento di limitazione per entrambi i modelli, è l'ipotesi di efficienza dei mercati azionari.

Inoltre, è importante tenere conto delle differenze che si hanno tra l'applicazione dei modelli in un'ipotesi di neutralità al rischio e in un'ipotesi più inerente alla realtà. Nel primo caso, dato l'impiego di un tasso privo di rischio come tasso di crescita attesa dell'attivo, si evince come le PD che ne risultano siano generalmente più elevate di quelle che si avrebbero nel secondo caso.

Con Merton e KMV, in quanto modelli strutturali, è stato possibile procedere all'analisi tramite la raccolta di dati endogeni alle società campione (su equity e debito) e il loro utilizzo nel calcolo degli input necessari alla computazione delle PD associate. In questo modo, si è avuto modo di seguire gli obiettivi della domanda di ricerca, osservando la reattività ed accuratezza dei modelli nella stima delle probabilità d'insolvenza e sottolineando le differenze riscontrate. Ai fini della ricerca, il campione costituito da 28 società facenti parte dell'indice Euronext 100 è stato analizzato nell'arco temporale che va dall'inizio del 2017 alla fine 2021. Come si può dedurre, si tratta di un periodo particolarmente segnato da volatilità ed incertezza, soprattutto nel 2020, a seguito della pandemia da Covid-19, che ha portato i governi dei vari Paesi a adottare misure straordinarie. La situazione in Unione Europea, a seguito delle difficoltà

finanziarie registratesi nel mese di marzo, è stata segnata dall'impiego di politiche di bilancio espansive.

Le ipotesi teoriche sopra esposte spiegano i risultati osservati in media per le società campione in termini di probabilità annue d'insolvenza. Infatti, le soglie assunte dalla PD sotto le ipotesi di Merton risultano più elevate rispetto a quelle osservate con KMV, sia a livello annuo che giornaliero, per tutti e cinque gli anni presi in esame.

Inoltre, per testare la reattività dei modelli in un'ipotesi più realistica, è stata stimata la misura fisica del *drift rate*, utilizzando il *WACC unlevered* come proxy. Sotto il modello di Merton, le probabilità medie d'insolvenza che sono risultate hanno mostrato, nella maggior parte dei casi, livelli inferiori, sebbene aventi simili andamenti nel corso degli anni. Nel modello di KMV, invece, i margini di differenza registrati sono molto più trascurabili, probabilmente per merito delle ipotesi alla base della struttura finanziaria delle società.

È importante sottolineare che non si tratta di una scienza esatta, in quanto i risultati sono frutto di metodologie le quali, dati i limiti a livello informativo e le semplificazioni adottate nell'ottenimento di alcuni elementi difficili da osservare, non rispecchiano in modo pienamente accurato la componente dell'insolvenza.

Nonostante ciò, entrambi i modelli si mostrano utili nel rispondere alla domanda di ricerca che ha guidato la stesura del presente elaborato. Infatti, l'analisi condotta sotto le ipotesi di Merton e di KMV è capace di indicare, in tutte le casistiche sotto esame, una tendenza univocamente interpretabile sull'andamento delle curve di PD. In coerenza con lo scenario macroeconomico internazionale, si registra un generale e significativo incremento delle probabilità d'insolvenza per tutto il campione di società nel corso dell'anno 2020, comprovando la capacità rappresentativa e predittiva dei modelli di Merton e KMV e solidificando la rilevanza del loro ruolo, tutt'oggi, nell'analisi del rischio di credito.

APPENDICE

codice VBA a supporto dell'analisi

Si è ripresa, a titolo esplicativo, una macro generale, applicata a tutto l'intervallo di osservazioni, per la società Electricite de France SA. La macro riportata di seguito è stata utilizzata per l'automatizzazione del Risolutore Excel nel processo di ottimizzazione (in questo caso minimizzazione) del valore degli errori tra le stime dell'equity e della sua volatilità, facendo variare, in corrispondenza, i valori dell'attivo.

```
Sub Electricite_France_SA()

Dim ws As Worksheet
Set ws = ThisWorkbook.ActiveSheet
ws.Activate
Dim i As Integer
i = Application.WorksheetFunction.CountA(ws.Range("C:C")) + 3

    For j = 5 To i
        SolverOk SetCell:="$HL$" & j, MaxMinVal:=2, ValueOf:=0, ByChange:="$AS$" & j & ";$K$" & j, _
            Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
        SolverSolve UserFinish:=True, ShowRef:=False
    Next

MsgBox "Done"

End Sub
```

FONTI

Bibliografia

- Angelini E., *Il Credit Default Swap nella gestione del rischio di credito*, Giappichelli, Torino, (2013)
- Beccalli E., Eakins S. G., Mishkin F. S., *Istituzioni e mercati finanziari*, 9^a edizione, Pearson, Milano, Torino, (2019)
- Bol G. et al., *Credit Risk – Measurement, Evaluation and Management*, Physica, (2003)
- Crouhy M., Galai D., Mark R., 2019, *The Essentials of Risk Management*, 2^a edizione, McGraw-Hill Education, (2014)
- Embrechts P., Frey R., McNeil A. J., *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, Princeton University Press, New Jersey, (2015)
- Hull J. C., *Risk Management and Financial Institutions*, 5^a edizione, Wiley, New Jersey, (2018)
- Resti A., Sironi A., 2021, *Rischio e valore nelle banche – Misura, regolamentazione, gestione*, Egea, Milano, (2021)
- Roncalli T., *Handbook of Financial Risk Management*, Chapman and Hall/CRC financial mathematics series, (2020)
- *RULE BOOK – Euronext 100 Index, Next 150 Index*?, (2021)

Sitografia

- Banca D'Italia, Recepimento della nuova regolamentazione prudenziale internazionale – Metodo dei rating interni per il calcolo del requisito patrimoniale a fronte del rischio di credito,
https://www.bancaditalia.it/compiti/vigilanza/normativa/consultazioni/2006/basilea2/Doc_Cons_IRB.pdf, (2006)
- Banca D'Italia - Dall'istituzione della Banca d'Italia alla legge bancaria del 1936,
<https://www.bancaditalia.it/chi-siamo/storia/istituzione/index.html>, (2014)
- Banca D'Italia, Portale dei Tassi di Cambio,
<https://tassidicambio.bancaditalia.it/terzevalute-wf-ui-web/timeSeries>, (2022)
- BIS, Calculation of RWA for credit risk – IRB approach: risk components,
https://www.bis.org/basel_framework/chapter/CRE/32.htm, (2020)
- BIS, The Basel Committee – overview, <https://www.bis.org/bcbs/>, (2022)
- Borsa Italiana, Analisi tecnica: medie mobile e trading,
<https://www.borsaitaliana.it/notizie/sotto-la-lente/analisi-tecnica-medie-mobili-trading.htm>, (2018)
- Borsa Italiana, Glossario Finanziario,
<https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario.html>, (2022)
- Damodaran, Data: Archives – Risk Premiums for Other Markets,
https://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/dataarchived.html, (2018 – 2022)
- ECB, Distance to default as a measure of banking sector fragility,
https://www.ecb.europa.eu/pub/financial-stability/fsr/focus/2005/pdf/ecb~a4460fb571.fsrbox200505_14.pdf, (2005)

- Eurostat, GDP and main components (output, expenditure and income), https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/NAMA_10_GDP_custom_78848/bookmark/line?lang=en&bookmarkId=7681260e-2f75-4cd7-a153-02fc89543f2c, (2023)
- Finger C. C., CreditGrades – Technical Document, <https://www.msci.com/documents/10199/dd31bcce-6fe3-47b7-9fb7-10c4c8f750ba>, (2002)
- Istat, Quadro Macroeconomico, <https://www.istat.it/storage/settori-produttivi/2021/Capitolo-1.pdf>, <https://www.istat.it/economia-europea-millennio/bloc-1a.html?lang=it>, (2021)
- Jarrow Robert A., Protter P., Structural Versus Reduced Form Models: A New Information Based Perspective, <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.139.3546&rep=rep1&type=pdf>, Journal Of Investment Management, Vol. 2, No. 2, (2004)
- Kenton W., Investopedia, What is Business Risk? Definition, Factors and Examples, <https://www.investopedia.com/terms/b/businessrisk.asp>, (2022)
- Moody's Analytics, EDF Overview, <https://www.moodyanalytics.com/-/media/products/EDF-Expected-Default-Frequency-Overview.pdf>, (2011)
- Moody's Analytics, Equity-at-Risk and Transfer Pricing: Annualised Expected Loss versus Cumulative Expected Loss, <https://www.moodyanalytics.com/-/media/whitepaper/2018/annualised-vs-cumulative-el-11142018.pdf>, (2018)
- Refinitiv Workspace (former Thomson Reuters), data 2017 – 2021.
- Treccani, Dizionario di Economia e Finanza, https://www.treccani.it/enciclopedia/moto-browniano_%28Dizionario-di-Economia-e-Finanza%29/, (2012)

RIASSUNTO

Il focus dell'elaborato di tesi è sul *credit risk*, uno dei principali elementi di rischio nel settore finanziario. Ciò che lo contraddistingue sono i diversi contributi a livello normativo e teorico sull'argomento. Nel secondo caso, infatti, si registrano diverse tipologie di modelli per la rilevazione della componente di default e della probabilità d'insolvenza (PD). A tal motivo, l'elaborato si propone di applicare i modelli di Merton e di KMV ad un campione di imprese per poter osservare la loro reattività e adeguatezza nel definire gli andamenti delle curve di PD lungo un orizzonte temporale definito.

Capitolo 1: Il concetto di rischio, le sue declinazioni e componenti

Quello di rischio è un termine con molte accezioni, che, in generale, può definirsi come l'eventualità che, in circostanze più o meno prevedibili, la scelta di un soggetto sia causa di ripercussioni positive o meno. A livello statistico, la probabilità che un evento rischioso "X" assuma un valore al massimo pari ad un certo ammontare "x" si può esprimere con la funzione di ripartizione:

$$F_X(X) = P(X \leq x)$$

Di norma, il rischio viene collegato al concetto di rendimento, con il quale presenta un trade-off tale per cui ad un aumento del rischio corrisponde un incremento del rendimento potenzialmente conseguibile. Nell'ipotesi di investitori avversi al rischio, essi rivolgono le proprie decisioni di investimento alle attività che, a parità di rendimento atteso, presentano il rischio minore.

Nel contesto economico, più precisamente finanziario, il rischio prende diverse connotazioni.

In particolare:

- i. **Rischio di mercato (market risk):** è il rischio relativo agli effetti imprevedibili che si possono registrare sul valore di mercato di attività e passività. Tali effetti sono riconducibili a tipologie di rischio più specifiche, tra cui:
 - a. *Rischio sui tassi d'interesse*, relativo all'eventualità nella riduzione del valore dei titoli al variare dei tassi d'interesse;
 - b. *Rischio di cambio*, che scaturisce dalla variazione del rapporto di cambio tra valute e colpisce gli operatori di mercato che aprono posizioni su attività e passività denominate in valuta estera;

- c. *Rischio delle commodity*, che origina dalle variazioni nei prezzi dei beni fungibili di tipologia primaria, andando a colpire i rispettivi acquirenti e fornitori;
 - d. *Rischio dell'equity*, associato al livello di volatilità nei prezzi degli strumenti azionari verso cui gli operatori rivolgono le proprie scelte d'investimento, e soggetto all'analisi teorica tramite il CAPM;
 - e. *Rischio sistemico*, riconducibile all'eventualità che il fallimento di una determinata organizzazione comporti il fallimento di diverse altre entità, causando un effetto domino e minacciando la stabilità dei mercati.
- ii. **Rischio di liquidità (liquidity risk)**: è il rischio derivante dall'eventualità che non sia possibile procedere rapidamente al disinvestimento di un titolo, oppure che, al seguito di tale operazione, si incorra in una perdita.
 - iii. **Rischio operativo (operational risk)**: tipologia di rischio residuale e riconducibile all'eventualità di perdite causate da fattori endogeni (processi, personale etc.) ed esogeni (eventi catastrofici), anche in sfera legale.
 - iv. **Rischio di business (business risk)**: rischio derivante dall'esposizione dell'impresa ai fattori reputazionali e strategici.
 - v. **Rischio di credito (credit risk)**: è il tema su cui si concentra l'elaborato, inquadrabile come rischio, presente nelle operazioni di prestito, di incorrere in perdite di natura economica per inadempimento della controparte dell'operazione e per l'incremento del rischio di default. I fattori che entrano in gioco nella formazione del rischio di credito sono:
 - a. *Default risk*; come si è sottolineato, il rischio è causato principalmente dal fatto che la controparte debitrice di un'operazione di prestito si mostri insolvente o dia le motivazioni, tali per cui ci si attende che sarà insolvente in data futura;
 - b. *Bankruptcy risk*, legato alle attività di una controparte debitrice che è caduta in default;
 - c. *Downgrade risk*, quale componente associata all'attività di riduzione del rating in merito creditizio (downgrading) da parte delle agenzie;
 - d. *Settlement risk*, volto al verificarsi di problematiche e ritardi nel regolamento delle operazioni.

Gli ultimi tre fattori vanno tutti ad impattare sul rischio di insolvenza, influenzandone la probabilità.

Al rischio di credito si riconducono diverse componenti, indicate a livello teorico e normativo:

- **Exposure at Default (EAD)**: valore stimato di esposizione dell'entità al default della controparte debitrice;
- **Probability of Default (PD)**: probabilità che la controparte risulti inadempiente in un orizzonte temporale definito;
- **Loss Given Default (LGD)**: stima percentuale della perdita che si subisce a causa del default della controparte, quale rapporto tra la perdita associata al default e l'esposizione ad esso;
- **Maturity**: media delle durate residue dei pagamenti, ponderate per i rispettivi importi.

Le componenti appena viste sono impiegate nella determinazione della *perdita attesa* (*Expected loss* o *EL*), quale perdita che ci si attende di sostenere in un determinato intervallo temporale. Per cui:

$$EL = PD \times LGD \times EAD$$

Le implicazioni dei vari elementi di rischio sono materia di particolare attenzione e rilevanza per lo scenario economico globale. A tal motivo costituiscono un punto di partenza per l'implementazione di un sistema regolamentare che garantisca degli standard idonei per il *risk management*. I principali sviluppi in ambito bancario e finanziario si hanno negli anni '60, con l'introduzione di nuovi concetti per la riduzione del rischio, in particolare quello di credito. Il primo concetto è quello della **diversificazione** che, grazie agli studi di Markowitz, assomma l'insieme delle pratiche utilizzate ai fini della riduzione della rischiosità di un portafoglio di titoli. Si tratta di tecniche di *risk aggregation* che consistono nel detenere un portafoglio di posizioni creditizie più variegate in termini di tipologie di debitori, settori e aree geografiche di appartenenza.

Diametralmente opposte a tali pratiche sono quelle di *risk decomposition*, indirizzate al monitoraggio del rischio in via singola. È qui che entrano in gioco gli strumenti derivati (futures, swaps e opzioni) creditizi e le pratiche di **hedging**, altro concetto fondamentale. Per le pratiche di *hedging*, l'obiettivo è quello di riduzione del rischio per mezzo dell'acquisto (o cessione) di uno o molteplici contratti, il cui valore dipenda dalla stessa fonte di rischio che condiziona il valore della posizione da coprire. Gli sviluppi nelle tecniche di *hedging* includono l'applicazione di clausole di garanzia e di *netting* all'interno dei contratti. Le prime prevedono l'applicazione di determinati collateral per ridurre l'esposizione al rischio, mentre le seconde

implicano che, in caso di fallimento di una transazione coperta dal contratto di riferimento, allora tale inadempienza si estenderà a tutte le altre transazioni coperte dal contratto.

Tra i maggiori sviluppi si sono registrati principalmente negli anni '70, con l'introduzione del RAROC quale misura del rendimento atteso in relazione al livello di capitale economico, ai fini della quantificazione del capitale necessario al contenimento del rischio. A ciò seguono importanti contributi teorici quali il *pricing* delle opzioni di Black e Scholes (1973), il modello di Merton (1974) e l'implementazione del CAPM nell'*arbitrage pricing theory* da parte di Ross (1976), per poi giungere, ai tempi più recenti, a nuovi sistemi di valutazione delle pratiche interne di gestione del rischio.

Capitolo 2: Framework normativo – Gli accordi di Basilea e gli emendamenti sui requisiti di capitale

Se si intende inquadrare l'evoluzione dello sfondo normativo e regolamentare in ambito finanziario, è importante sottolineare i primi sviluppi negli Stati Uniti, che, a seguito di un evento decisivo come la Grande Depressione, hanno portato, con il *Glass-Steagall Act*, ad una distinzione tra le attività svolte da banche commerciali e banche d'investimento. Tuttavia, il punto di svolta è stato raggiunto con la nascita, nel 1974, del Comitato di Basilea, i cui emendamenti sono stati, e sono tuttora, frutto delle evoluzioni del contesto socioeconomico e dei principali eventi storici che non hanno fatto altro che confermare la necessità di un corretto corpo normativo per la gestione dei rischi.

L'Accordo sul Capitale del 1988 (**Basilea I**) ha introdotto un primo sistema di requisiti patrimoniali volti a coprire il rischio di credito assunto. Con particolare riguardo al rischio di credito, infatti, l'accordo ha introdotto un *coefficiente di solvibilità* destinato a misurare la quantità di patrimonio che le entità devono detenere in corrispondenza delle attività ponderate per il fattore di rischio, pari al prodotto tra la rispettiva EAD ed il peso per il fattore di rischio RW (variabile sulla base della tipologia di asset considerato). La soglia minima prevista dal coefficiente di solvibilità varia sulla base delle componenti del patrimonio di vigilanza ricomprese nel calcolo. Se viene considerata solo la componente di *Tier 1* (principalmente costituita da azioni ordinarie e riserve generate da utili non distribuibili al netto di imposte), questa è pari al 4%, mentre si alza all'8% nel caso venisse inclusa anche la componente di *Tier 2* (componente supplementare che comprende fondi per rischi su crediti, riserve di rivalutazione, prestiti subordinati e strumenti ibridi di debito). Il coefficiente in questione

riflette l'importanza di un'adeguata patrimonializzazione dell'impresa per limitare le ripercussioni dovute ai rischi e garantirne una gestione prudente.

Un Emendamento del 1996 ha permesso di rivolgere l'attenzione anche al rischio di mercato, calcolando il requisito patrimoniale per la sua gestione tramite il ricorso al VaR, per cui, complessivamente, il patrimonio di vigilanza di una banca era il risultato dell'applicazione del coefficiente di solvibilità alle attività ponderate sia per il rischio di credito sia per quello di mercato. Con il tempo, è emersa l'inadeguatezza nelle ponderazioni per il rischio, in quanto non distinguevano tra enti creditizi per dimensioni e complessità delle operazioni svolte. Questo aspetto, insieme alle sentite esigenze di garantire un sistema di gestione del rischio più sicuro è prudente hanno portato al superamento del primo accordo.

Conseguentemente, nel 2004 si ha una prima applicazione dell'Accordo **Basilea II**, con il quale le banche hanno la facoltà di calcolare i requisiti patrimoniali minimi per la gestione del rischio di credito, facendo ricorso, sulla base delle dimensioni e della complessità delle operazioni svolte, a due possibili tipologie di approccio:

- **L'approccio standard (SA)**: tale tecnica riprende la metodologia introdotta da Basilea I, apportando dei cambiamenti sulle ponderazioni per il rischio e sull'impiego di rating forniti da agenzie esterne, le quali devono rispettare i requisiti di oggettività, indipendenza e trasparenza. La mappatura delle ponderazioni ai rating si suddivide in tre livelli: quello degli stati sovrani, gli enti di credito e le imprese.

Le variazioni introdotte nel sistema di ponderazione rispondono alle esigenze di riduzione dell'esposizione al rischio di credito e all'eventualità di default. Per questo motivo, si ricorre ai derivati creditizi e alle tecniche di *hedging* menzionate precedentemente. In particolare, nel caso delle clausole di garanzia, per tener conto dei *collateral* nel calcolo delle ponderazioni per il rischio, vi sono due alternative. La prima è quella del “*simple approach*”, con cui la parte di esposizione al rischio (*EAD*) coperta dal *collateral* (*C*) viene pesata per il fattore di ponderazione (RW_C) associato allo stesso *collateral* (minimo il 20%). La strada alternativa è quella del “*comprehensive approach*”, che prevede modifiche nell'*EAD* o nel valore del *collateral* sulla base delle regole previste dal framework o di modelli di calcolo interni. La nuova esposizione al rischio che si ottiene viene poi ponderata per il rischio legato alla controparte.

- **L'approccio IBR (IRBA)**: è una metodologia che si basa su modelli interni di calcolo del rischio di credito, certificati dall'autorità di vigilanza, e dipende in larga parte dalle

componenti del *credit risk* viste in precedenza (EAD, LGD, PD e M). Per la stima di tali componenti, l'approccio IRB prevede due opzioni. Il *Foundation IRB (FIRB)* permette alle banche di determinare la PD internamente, ricorrendo a strumenti propri di calcolo, mentre le altre componenti sono stabilite dalle autorità regolatrici. Alternativamente, l'*Advanced IRB (AIRB)* permette di calcolare tutte le componenti ricorrendo ai propri strumenti interni. Si tratta di una procedura più dispendiosa e complessa che, per essere seguita con validità, deve soddisfare alcuni standard sui sistemi interni di rating e sui processi di allocazione del capitale. Le componenti così stimate sono utili per il calcolo della perdita attesa (EL), mentre il VaR, nell'orizzonte di 1 anno e con livello di confidenza pari al 99.9%, è utilizzato per la computazione del requisito patrimoniale. La differenza:

$$UL = VaR - EL$$

misura il requisito patrimoniale, che riflette il capitale necessario per la copertura di perdite inaspettate (*unexpected losses*) nell'orizzonte temporale di un anno, con confidenza pari a 99.9% che non verranno superate. Il VaR, stimato tramite ricorso al modello di copula, e assumendo un portafoglio obbligazionario ricomprensivo di strumenti i con stesso fattore di correlazione, è pari a:

$$VaR = \sum EAD_i \times LGD_i \times WCDR_i$$

dove $WCDR_i$ è il *worst-case default rate*, ovvero il tasso di default della controparte debitrice nell'orizzonte temporale e con il livello di confidenza assunti. La perdita attesa è pari a:

$$EL = \sum EAD_i \times LGD_i \times PD_i$$

Per cui, il requisito patrimoniale destinato alla copertura delle perdite attese è:

$$K = UL = VaR - EL = \sum EAD_i \times LGD_i \times (WCDR_i - PD_i)$$

E la sua ponderazione per il rischio dipende dalla tipologia di asset considerati.

Altro pilastro di Basilea II si rivolge alle autorità di vigilanza, per assicurare un'adeguata supervisione sull'adeguatezza patrimoniale e strategica degli enti, in funzione del livello

complessivo di rischio a cui sono esposti. Inoltre, si verificano ulteriori spinte, a tutela degli operatori di mercato, in merito all'incremento della trasparenza informativa richiesta per le entità, con particolare *disclosure* proprio su misure di rischio e pratiche di *risk management*.

L'inadeguatezza dei sistemi di rilevazione dei requisiti patrimoniali e di ponderazione per il rischio, emersa con la crisi finanziaria globale del 2008, ha portato, due anni dopo, al framework di **Basilea III**. Tra le previsioni di questo quadro regolamentare:

- i. Il capitale si distingue in tre componenti: a) *Tier 1*, comprende solo azioni ordinarie e utili trattenuti; b) *Tier 1* aggiuntivo (voci non rientranti nel common equity); c) *Tier 2*, comprende i prestiti subordinati con *maturity* originariamente a 5 anni.
- ii. Vengono introdotte misure volte ad evitare ripercussioni sul ciclo economico e a coprire eventuali pretese future. Queste sono il *capital conservation buffer* (pari al 2.5% dei RWA) e il *countercyclical buffer* (la cui applicazione è rimessa alla discrezionalità delle autorità locali).
- iii. Si applica il *leverage ratio*, quale misura integrativa ai requisiti patrimoniali, frutto del rapporto tra una misura del capitale complessivo di *Tier 1* e una misura del livello di esposizione al rischio, con soglia minima pari al 3%.
- iv. Sono introdotti nuovi strumenti per la quantificazione dei requisiti patrimoniali associati al rischio di liquidità (*Liquidity Coverage Ratio* e *Net Stable Funding Ratio*) e a quello di controparte (*Credit Value Adjustment*).
- v. Per i requisiti patrimoniali rivolti alla gestione del rischio di credito si ricorre sempre agli approcci SA ed IRBA. Nel primo i fattori di ponderazione utilizzati sono gli stessi, ma non è presente l'opzione di rating delle banche basata sul rating del paese in cui hanno sede. Inoltre, per i crediti non aventi rating, nel caso delle banche il relativo fattore di ponderazione dipende dallo *standardized credit risk approach*. Per quanto riguarda l'approccio IRB, anche in tal caso non si notano cambiamenti significativi rispetto a Basilea II, se non per il parametro di correlazione associato alle esposizioni creditizie verso le banche.

Nel 2017, una serie di riforme sulle regole prudenziali ha preso strada, segnando quella che è spesso definita come **Basilea IV**. Il nuovo framework introdotto prevede una progressiva entrata in vigore dal 2021 al 2027, con lo scopo di riflettere i fattori di rischio tramite il ricorso a nuovi modelli standard e avanzati, che rispondono a regole aggiornate di misurazione dei RWA.

Capitolo 3: La gestione del rischio di credito attraverso i modelli strutturali e in forma ridotta

Il termine “*credit risk modeling*” fa riferimento a sofisticati modelli matematici per l’analisi e la quantificazione del rischio di credito e del default, ai fini della determinazione delle basi per il calcolo dei requisiti regolamentari di capitale. Tenendo in considerazione le ragioni alla base e il livello di informazioni da includere, si può ricorrere a due possibili categorie:

I **modelli in forma ridotta** sono modelli di più recente affermazione (hanno avuto origine nel 1992 con Jarrow e Turnbull), che guardano ai dati di mercato e alle cause esogene che hanno portato all’insolvenza, così da ricavare la struttura a termine delle PD sulla base di quella degli spread presenti sul mercato. In particolare, il focus di questi modelli è la stima dell’intensità di default indicata con λ , mentre il default è inquadrato come **processo di Poisson**. Si tratta di un processo stocastico $N(t)$ che assume valori interi non negativi e ha traiettorie costanti a tratti e non decrescenti, a partire dal valore 0 all’istante iniziale. Definendo quale variabile aleatoria la variabile τ , questa va ad indicare il momento temporale in cui avviene il primo salto sul processo, per cui: $\tau = \min\{t \geq 0 | N(t) > 0\}$

La funzione di sopravvivenza che, in ultimo, si ricava è: $S(t) = 1 - F(t) = \exp[-\lambda \times t]$ con $F(t)$ pari alla funzione di ripartizione della variabile τ . Altro elemento ricorrente in questi modelli è il *Recovery Rate* (RR), volto a indicare la frazione di debito recuperabile dal creditore.

Il caso di un modello in forma ridotta si ha con l’approccio di Kamakura (KRIS), per la cui applicazione è prevista una formula di regressione logistica, che fornisce la probabilità di default per un periodo t , supponendo che l’impresa sia sopravvissuta fino a quell’istante:

$$P(t) = 1/[1 + \exp(-\alpha - \sum \beta_i X_i)]$$

dove le variabili X_i ricomprendono indici finanziari, fattori macroeconomici, variabili di settore, input derivanti dai prezzi dei titoli etc.

Nell’ipotesi applicativa di suddetti modelli in ottica di un portafoglio statico si individuano i **mixture models**. Tra di essi vi sono il modello di Bernoulli e quello di Poisson, del quale CreditRisk+ ne è un esempio e si fonda su alcune ipotesi principali: i) per un prestito, la PD in un determinato lasso temporale è la stessa associata ad un orizzonte della stessa lunghezza; ii) per un elevato numero di debitori, l’ammontare delle insolvenze che si verificano in un periodo

è indipendente rispetto a quello delle insolvenze verificatisi in un altro periodo; iii) il tasso di default medio varia al variare del ciclo economico.

I **modelli strutturali**, a differenza di quelli in forma ridotta, calcolano le PD di entità emittenti titoli di debito, sulla base delle informazioni interne su passività, attività e aspetti intrinseci alla struttura finanziaria. Sulla base di tali informazioni si determina la soglia al di sotto della quale si cade in insolvenza. Il modello strutturale più noto è quello introdotto nel 1974 da **Merton**, grazie al quale un'impresa può essere analizzata singolarmente, sulla base delle proprie caratteristiche, in merito al profilo del rischio di credito e alla conseguente probabilità di insolvenza. Per la comprensione del modello, è importante indicare quelle che sono le ipotesi alla sua base:

- La struttura del debito è rappresentata da un'obbligazione *zero coupon*, con nozionale D e scadenza in T ;
- Il tasso d'interesse associato alla scadenza del debito è, per ipotesi, costante, per cui non si registrano variazioni nella curva dei tassi applicati;
- I mercati sono privi di costi di transazione e gli operatori possono attuare operazioni di finanziamento allo stesso tasso d'interesse.

Al tempo $t \leq T$ l'ammontare di equity e debito è, rispettivamente, E_t e D_t , e il valore totale degli asset dell'impresa risulta pari a: $V_t = E_t + D_t$. Data l'ipotesi per cui il debito è *zero coupon*, alla data di scadenza T si ha modo di misurare la probabilità di default che, per Merton, si ha quando il valore dell'attivo è inferiore al valore di rimborso del debito:

$$PD = Pr[V_T < D]$$

Si individuano, dunque, due scenari:

- i. Se il valore dell'impresa è superiore a quello del debito ($V_T > D$), non si ha alcun default. L'impresa è solvete e i creditori ricevono l'importo del valore di rimborso del debito D , mentre gli azionisti ricevono, quale payoff, il valore residuo dell'equity $E_T = \max(V_T - D, 0)$;
- ii. Se il valore dell'impresa è inferiore a quello del debito ($V_T \leq D$), allora questa è insolvente. I creditori si rivalgono sul patrimonio sociale, esercitando il *covenant* che

prevede la liquidazione della società e l'ottenimento dell'intero valore liquidato. In tal caso si hanno $D_T = V_T$ ed $E_T = 0$.

Entrambe le posizioni possono essere inquadrare nella logica dell'*option pricing* di Black e Scholes. Infatti, il valore dell'equity all'istante T è equiparabile al payoff di un'*opzione call europea* sul valore dell'attivo V_T , con prezzo di esercizio pari all'importo da rimborsare sul debito (D). L'acquirente sarà incentivato all'esercizio dell'opzione qualora il prezzo di esercizio risultasse inferiore a quello dell'attività sottostante. Nel nostro caso, in cui la posizione degli azionisti è quella di detentori dell'opzione, si ha quando ($V_T > D$). Invece, il valore del debito alla scadenza è equiparabile al valore nominale delle passività al netto del payoff di un'*opzione put europea* con prezzo pari a D . L'opzione *put* europea conferisce al possessore il diritto di procedere alla vendita dell'attività sottostante alla scadenza, ad un determinato prezzo di esercizio. L'esercizio dell'opzione è conveniente qualora il prezzo di esercizio fosse superiore a quello dell'attività sottostante ($V_T < D$). Per questo, la posizione dei creditori dell'impresa è equiparabile a quella di chi detiene l'opzione *put* sull'attivo, al fine di tutelarsi dal rischio di default dell'impresa.

Il modello di Merton ipotizza che il valore dell'attivo segua un moto browniano geometrico del tipo:

$$dV_t = \mu_V V_t dt + \sigma_V V_t dW_t$$

da cui si deduce una distribuzione log-normale di V_T , con media $\left(\ln V_0 + \left(\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T\right)$ e deviazione standard $\sigma_V^2 T$. La probabilità di default che ne risulta è pari a:

$$P(V_T \leq D) = P(\ln V_T \leq \ln D) = N\left(\frac{\ln\left(\frac{D}{V_0}\right) - \left(\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V \sqrt{T}}\right)$$

Si può notare come la PD aumenti all'aumentare del rapporto di *leverage* $\left(\frac{D}{V_0}\right)$, della volatilità dell'attivo (σ_V) e della *maturity* del debito (T), mentre tende a ridursi con l'incremento del valore attuale dell'attivo (V_0) e del suo drift rate (μ_V). Quest'ultimo è sostituito dal tasso d'interesse *risk-free* nelle ipotesi di un mondo neutrale al rischio. N si riferisce ad una funzione di ripartizione di una variabile aleatoria normale standard.

Riprendendo la teoria dell'*option pricing* di Black e Scholes, il valore dell'*equity* è prezzabile come opzione *call*, per cui:

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

Mentre quello della sua volatilità è ricavabile dal Lemma di Itô, che la mette in relazione con il valore e la volatilità dell'attivo (V_0 e σ_V), avendo una relazione simile:

$$\sigma_E E_0 = N(d_1) \sigma_V V_0$$

I valori di input riportati corrispondono a: $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{D}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}$ e $d_2 = d_1 - \sigma_V\sqrt{T}$

Con il termine che equivale alla distanza dal default, ovvero la distanza, in termini di deviazioni standard, tra il valore attuale di mercato dell'attivo (V_0) e la soglia del default (D). La PD che risulta è pari a:

$$P(V_T \leq D) = N\left(\frac{\ln\left(\frac{D}{V_0}\right) - \left(\mu_V - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right) = N(-d_2) = 1 - N(d_2)$$

Nonostante la rilevanza degli output ottenibili dal modello, le semplificazioni sulla struttura finanziaria e, in particolare, sul debito, sulla negoziabilità del valore dell'impresa, sulla logica sottostante l'arbitraggio per i contratti di opzione e sull'ipotesi di disponibilità delle informazioni necessarie all'analisi del modello sono tutti fattori che mettono in risalto le sue limitazioni. Inoltre, vi è da sottolineare la distinzione nei risultati tra l'ipotesi di un mondo neutrale al rischio e di un mondo reale. I risultati danno prova del motivo per cui le probabilità di default siano più elevate negli scenari neutrali al rischio, poiché il tasso di crescita atteso dell'attivo è dato dal tasso *risk-free*. Quest'ultimo, essendo più basso del tasso associato all'attivo nell'ipotesi reale, fa sì che la probabilità che il valore dell'attivo scenda al di sotto della soglia di rimborso del debito sia più elevata nel primo caso.

È qui che subentra l'estensione di *KMV*, che supera la semplificazione della struttura finanziaria dell'impresa proposta da Merton, riconoscendo che, in uno scenario realistico, le imprese si finanziano ricorrendo al debito a lungo e a breve termine. Inoltre, suppone che l'andamento del valore delle attività non sia necessariamente logaritmico. Secondo queste

assunzioni, si calcola una soglia di default che tiene conto della struttura del debito, supponendo che l'eventualità che il valore dell'attivo vada al di sotto del valore complessivo del debito non implica automaticamente il default, dato che il debito a lungo termine prevede il rimborso in scadenze più lontane. La ponderazione del debito a diversa scadenza nella determinazione della soglia è data da:

$$\tilde{D} = b + \frac{1}{2}l$$

La soglia di default viene utilizzata per il calcolo della Distanza dal Default (DD), misura la cui formula generale, nonché interpretazione, rimanda a quella della componente d_2 di Merton, ed è approssimabile come:

$$DD \approx \frac{\ln\left(\frac{V_t}{\tilde{D}}\right)}{\sigma_V} \approx \frac{(V_t - \tilde{D})}{(\sigma_V V_t)}$$

Mentre i valori dell'attivo (V_0 e σ_V), in quanto non osservabili, sono ricavati secondo un processo iterativo, sulla base dei valori osservati sull'equity e su parte del debito. Una volta stimati V_0 , σ_V e, di conseguenza, DD, il modello si basa sui dati storici di insolvenza rilevati empiricamente, per verificarne la corrispondenza con i tassi di default effettivi. Le imprese finiscono per essere ordinate in fasce sulla base del livello di DD, e rispetto ad esse si procede con la stima della probabilità di default, o meglio, dell'EDF, ad essa associata. Le EDF corrispondono a:

$$EDF = N(-DD) = 1 - N(DD)$$

I vantaggi del modello KMV sono dovuti al fatto che le EDF si mostrano più in linea con la dinamicità degli aspetti economici delle imprese valutate. Inoltre, sono specifiche per ogni singola impresa presa in considerazione e godono di una classificazione più solida, grazie alla suddivisione in fasce sulla base del livello di DD. Tuttavia, anche il modello KMV, come quello di Merton, assume che i prezzi dei titoli riflettano tutte le informazioni disponibili sul mercato, il che è irrealistico, specialmente per le imprese non quotate.

CAPITOLO 4: Analisi empirica – l'applicazione dei modelli di Merton e KMV al campione Euronext 100

L'analisi di carattere empirico è stata rivolta alla stima delle probabilità di default attraverso l'applicazione dei modelli di Merton e KMV a 28 società campione prese dall'indice Euronext 100 (le prime 100 società per capitalizzazione aventi titoli negoziati su Euronext NV), appartenenti a diversi settori. L'orizzonte temporale che si è scelto per l'analisi è di 5 anni, dal 31/12/2016 al 31/12/2021, in modo da vedere cambiamenti nei trend delle curve di PD, specialmente in relazione agli effetti causati dalla pandemia Covid-19 a livello globale.

Per ottenere i risultati attesi attraverso l'applicazione del modello di Merton sono stati seguiti diversi passaggi:

- i. Al fine di ottenere il valore di mercato dell'equity E_0 , sono stati osservati i prezzi giornalieri dei titoli associati alle società campione. Questi prezzi sono stati successivamente moltiplicati per il rispettivo ammontare delle azioni in circolazione ad ogni anno, ottenendo, in tal modo, i valori giornalieri sulla capitalizzazione di mercato.
- ii. Per il valore di mercato del debito D , data la difficoltà nella stima, si è deciso di prendere i valori contabili delle passività, correnti e non, per ogni anno, dagli schemi di bilancio pubblicati. La *maturity* T , data l'ipotesi di Merton per cui il debito è uno zero coupon bond, è unica ed è stata stimata ponderando le passività correnti per 0,5 anni e quelle non correnti per l'orizzonte di tempo analizzato, ovvero 5 anni.
- iii. Il valore dell'attivo V_0 è stato ricavato, come proxy, dalla somma del valore del debito e di quello dell'equity ad ogni istante.
- iv. La volatilità dell'equity σ_E è stata rilevata sulla base della serie storica dei log-rendimenti dei titoli associati alle società campione. Una volta ottenuta, è stata portata in ragione annuale, attraverso il prodotto per la radice quadrata di 252 (i giorni di mercato aperto) per vedere le variazioni dell'equity all'interno di un orizzonte di tempo di 1 anno.
- v. Una volta avuti a disposizione tali dati, si è potuta stimare la volatilità dell'attivo σ_V attraverso il Lemma di Itô (assumendo, inizialmente, $N(d_1)$ pari a 1) e, conseguentemente, i fattori di input d_1 e d_2 .
- vi. Con questi valori è possibile stimare l'equity secondo la formula di *pricing* di Black e Scholes per un'opzione *call*:
$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

Mentre per la stima di σ_E si ricorre nuovamente al Lemma di Itô (questa volta con il valore input).

I valori di equity e volatilità dell'equity, osservati e stimati, sono poi stati messi in relazione, attraverso il calcolo dei termini di errore: $\left(\frac{E_{stimato}}{E_0} - 1\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{E_{stimato}}}{\sigma_E} - 1\right)^2$

Per questi errori, tramite macro VBA, è stato lanciato il Risolitore Excel per la minimizzazione del loro valore, facendo variare i valori relativi all'attivo e alla sua volatilità, in modo tale da ottenere delle soglie più ottimali, in linea con le ipotesi del modello di Merton con i nuovi valori associati all'equity.

- vii. Una volta ottenuti i valori sull'equity e sull'attivo, sono stati ricalcolati quelli di input, e, di conseguenza, la relativa PD, come: $PD = 1 - N(d_2)$.

L'applicazione dell'ipotesi del mondo neutrale al rischio, con il tasso *risk-free*, e quella del mondo reale, con il rendimento dell'attivo (*drift rate*), registrano i maggiori incrementi delle PD al 2020, in corrispondenza dello scoppio della pandemia, nonostante, a confronto, mostrino, per alcune delle società più volatili, una maggiore differenza nei risultati.

L'applicazione del modello KMV allo stesso campione riprende i valori rilevati in precedenza con Merton. In particolare, il primo step è incentrato sul calcolo della soglia di default (\tilde{D}) da applicare alla relazione della Distanza dal Default (DD). Nell'ipotesi neutrale al rischio, si è presa l'approssimazione:

$$DD = \frac{V_0 - \tilde{D}}{\sigma_V V_0}$$

Mentre nell'ipotesi reale si è inserito il valore atteso dell'attivo, tramite l'impiego del rendimento atteso dell'attivo. Per la stima di quest'ultimo, di difficile determinazione, si è deciso di ricorrere al WACC, in quanto principale tasso utilizzato nelle valutazioni d'azienda in prospettiva "*asset side*". Il WACC tiene in considerazione il costo da sostenere per raccogliere le risorse finanziarie sia dal lato equity sia da quello del debito, andando così a ricostruire una situazione più realistica, e complessa, rispetto alle semplificazioni alla base della teoria di Merton. Per la componente del costo dell'equity si è fatto ricorso al CAPM, stimando un Beta annuo rispetto all'indice Euronext 100, preso come mercato di riferimento. Invece, il tasso *risk-free*, utilizzato anche nel calcolo degli input di Merton, è il rendimento di un bond governativo italiano (BOT) a 12 mesi, il cui yield è pari al 2,669%. L'*equity risk premium* è stato ricavato per l'Europa dalle tabelle di Damodaran. D'altro canto, il costo del debito è stato ottenuto come il rapporto tra le spese per interessi e l'importo complessivo del debito (entrambi i valori sono stati presi dall'informativa di bilancio). Per entrambe le ipotesi

si osservano valori più in linea rispetto a quello visti con Merton. Anche in questo caso le PD raggiungono i livelli più elevati nel 2020. Se si prendono, al 2020, le PD medie pesate per l'impatto sulla capitalizzazione di mercato, si ottengono, per i due modelli i seguenti risultati:

	PD KMV	PD Merton	Δ
Airbus SE	3,34%	13,99%	10,65%
Anheuser-Busch Inbev SA	0,94%	9,06%	8,12%
ASML Holding NV	1,12%	1,13%	0,01%
CRH PLC	1,11%	6,23%	5,13%
Dassault Systemes SE	0,49%	3,69%	3,21%
EDP Renovaveis SA	0,20%	2,57%	2,38%
Electricite de France SA	0,27%	16,96%	16,69%
Engie SA	0,11%	5,09%	4,98%
EssilorLuxottica SA	0,67%	2,34%	1,67%
Gecina SA	1,26%	7,04%	5,78%
Heineken NV	0,13%	0,90%	0,78%
Kering SA	1,06%	2,10%	1,04%
Koninklijke DSM NV	0,19%	0,91%	0,72%
L'Air Liquide Societe Anonyme pour l'Etude et l'Exploitation des Procedes Georges Claude SA	0,40%	1,63%	1,22%
LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE	0,55%	1,67%	1,12%
Orange SA	0,05%	1,71%	1,66%
Publicis Groupe SA	0,74%	3,18%	2,45%
Safran SA	3,72%	6,10%	2,38%
Sanofi SA	0,11%	0,56%	0,44%
Schneider Electric SE	0,85%	2,26%	1,41%
Shell PLC	1,80%	10,75%	8,96%
Stellantis NV	0,44%	7,53%	7,08%
STMicroelectronics NV	2,48%	3,66%	1,19%
Thales SA	0,92%	3,56%	2,64%
TotalEnergies SE	1,24%	7,06%	5,81%
Unibail-Rodamco-Westfield SE	0,71%	25,66%	24,95%
Unilever PLC	0,16%	0,50%	0,34%
Vinci SA	1,97%	7,72%	5,76%

Le curve di distribuzione delle PD, in ipotesi neutrale al rischio, e riprendendo i valori stimati giornalmente, risultano illustrate come di seguito:

