

Dipartimento di Impresa e Management
Corso di Laurea in Strategic Management

Cattedra di Matematica Finanziaria (corso progredito)

**IL MODELLO DI MARKOWITZ: ANALISI DEI
RENDIMENTI DEI TITOLI AZIONARI
BANCARI PRIMA E DOPO LE CRISI
SYSTEMICHE**

Chiar.ma Prof.ssa **Paola Fersini**

RELATORE

Chiar.mo Prof. **Gennaro Olivieri**

CORRELATORE

Vittorio Schiavo

Matr.749331

CANDIDATO

A Mamma, Papà e Fernando.

A Carmen.

Indice

Introduzione	4
Capitolo 1: Markowitz Portfolio Model	5
1.1 <i>Rischio e rendimento</i>	5
1.1.1 Il criterio del valor medio	5
1.1.2 Il criterio della funzione di utilità	6
1.1.3 Il criterio della dominanza stocastica	7
1.1.4 Criterio Media-Varianza	10
1.2 <i>Determinazione della frontiera a due titoli</i>	14
1.3 <i>Determinazione della frontiera a n titoli</i>	22
1.4 <i>Capital Market Line (CML)</i>	28
1.5 <i>Security Market Line (SML)</i>	33
Capitolo 2: Le Crisi Sistemiche della storia recente	42
2.1 <i>La crisi finanziaria</i>	42
2.1.1 La crisi finanziaria: prima fase	42
2.1.2 La crisi finanziaria: seconda fase	44
2.1.3 La crisi finanziaria: terza fase	45
2.2 <i>La crisi finanziaria del 2008</i>	45
2.2.1 Le cause della crisi	46
2.2.2 Le conseguenze della crisi	47
2.3 <i>La crisi del debito sovrano</i>	49
2.3.1 I Paesi dell'Eurozona più deboli a rischio di default	49
<i>L'Italia</i>	50
2.3.2 L'intervento della BCE e l'introduzione del <i>Quantitative Easing</i>	50
2.4 <i>La Crisi Economica Globale scatenata dal COVID-19</i>	52
2.4.1 I <i>lockdown</i> e le relative conseguenze	53
2.4.2 L'intervento del governo italiano	54
2.4.3 L'intervento della Banca Centrale Europea	55
<i>Off topic: il ruolo della Guerra in Ucraina</i>	56
Capitolo 3: Analisi dei portafogli prima e dopo le crisi sistemiche	58
3.1 <i>Costruzione portafoglio titoli bancari statunitensi</i>	59
3.1.1 Periodo 2005-2008	60

3.1.2 Periodo 2008-2011	62
3.1.3 Periodo 2011-2015	64
3.1.4 Periodo 2015-2020	67
<i>3.2 Costruzione portafoglio titoli bancari europei.....</i>	<i>70</i>
3.2.1 Periodo 2005-2008	70
3.2.2 Periodo 2008-2011	72
3.2.3 Periodo 2011-2015	74
3.2.4 Periodo 2015-2020	76
<i>3.3 Confronto tra i due Portafogli</i>	<i>77</i>
Conclusioni	81
Ringraziamenti	82
Bibliografia.....	84
Sitografia.....	85

Introduzione

Il modello di Markowitz è utilizzato generalmente per la gestione di portafogli composti da titoli azionari.

Tale modello prende in considerazione le serie storiche delle quotazioni dei titoli azionari presi in esame e le analizza per elaborare delle previsioni sui rendimenti futuri degli stessi titoli azionari che compongono il portafoglio.

Il modello di Markowitz presenta molti vantaggi per effettuare questo tipo di analisi, ma altrettanti limiti, che saranno esposti nel primo capitolo, insieme alla teoria del modello ed alla presentazione della frontiera (a due e ad n titoli), all'introduzione della Capital Market Line (CML) e della Security Market Line (SML).

Nel secondo capitolo, invece, sarà affrontato il concetto di crisi finanziaria intesa come una “scossa” ai mercati finanziari. Le crisi sistemiche, come si evincerà dalla lettura del capitolo, si verificano ciclicamente nei sistemi economici, seguendo un ciclo che presenta diverse fasi.

I portafogli costruiti seguendo la teoria del portafoglio di Markowitz esposta nel primo capitolo possono subire conseguenze significative a causa di una crisi sistemica. Il secondo capitolo è importante per comprendere l'andamento di una crisi finanziaria, in particolare quelle che hanno caratterizzato i periodi presi in esame nel terzo capitolo, per capire le cause, le dinamiche dei mercati e le scelte effettuate dai governi.

All'interno del capitolo, dunque, sarà presentata prima la teoria di una crisi finanziaria con le sue fasi e, nel particolare, le crisi sistemiche più rilevanti della storia recente: La crisi dei “subprime” (2008), la crisi del debito sovrano (2012-2017), la crisi economica globale in seguito alla pandemia da COVID-19.

Nel terzo ed ultimo capitolo, il cuore di questo elaborato, saranno analizzati due portafogli costituiti rispettivamente dai titoli azionari delle principali banche Statunitensi e dai titoli azionari delle principali banche Europee, che coprono i periodi delle crisi sopracitate.

In questo capitolo si vuole testare la bontà della teoria di portafoglio di Markowitz in condizioni di elevata volatilità dei titoli azionari e, di conseguenza, dei portafogli, attraverso l'analisi delle serie storiche dei titoli azionari considerati, la costruzione delle frontiere e i back test sulle analisi effettuate.

Capitolo 1: Markowitz Portfolio Model

1.1 Rischio e rendimento

Per definire la gestione di un portafoglio di titoli azionari possono essere presi in esame quattro modelli, tenendo in considerazione la variabile aleatoria del rendimento futuro, in quanto, a differenza dei titoli obbligazionari, non si è in grado di prevedere quale sarà il rendimento futuro di una azione. Tutti i modelli si basano sull'ipotesi di stazionarietà dei rendimenti, ovvero si sostituisce alla variabile aleatoria rendimento atteso, il valor medio del rendimento determinata a partire da una serie storica di quotazioni dei titoli presi in esame.

Tali criteri sono definiti come:

Il criterio del valor medio;

Il criterio della funzione di utilità;

Il criterio della dominanza stocastica (primo e secondo ordine);

Il criterio della media-varianza (Markowitz).

1.1.1 Il criterio del valor medio

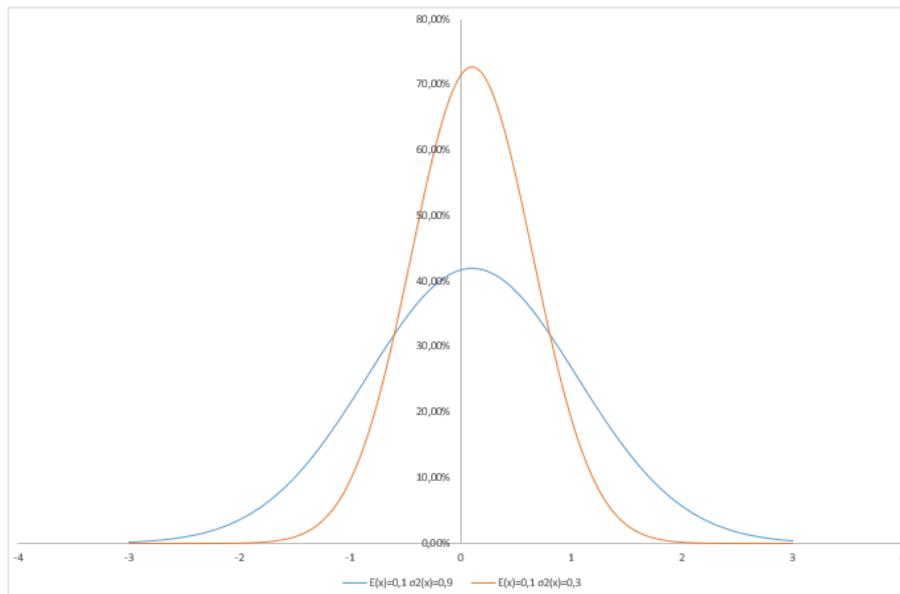
Il criterio del valor medio utilizza una qualsiasi grandezza aleatoria X che si sta esaminando (ad esempio i rendimenti) e la sostituisce con il suo "valor medio", ossia, nel caso dei rendimenti, la media dei rendimenti stessi, $E(X)$, trattando questo valore come certo.

Tale criterio, però, presenta dei limiti, ad esempio:

- Il valor medio deve essere calcolabile per la variabile aleatoria X che si considera;
- Non considera la dispersione dei valori della variabile aleatoria X intorno al valor medio.

Per aumentare la probabilità di successo di questo criterio, è preferibile calcolare il valor medio dei rendimenti di un titolo azionario considerando quanti più dati possibili, o filtrando i dati in modo da assimilarli quanto più possibile al dato prefissato, in modo da approssimare al massimo il valor medio con un valore che, in questo caso, si considera come certo e come rendimento di un dato titolo azionario.

Figura 1. *Dispersione dei rendimenti rispetto alla media*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

1.1.2 Il criterio della funzione di utilità

Il criterio della funzione di utilità è utilizzato per valutare e mettere a confronto le scelte effettuate in base ai risultati che ci si aspetta. La c.d. funzione di utilità è una misura che indica il valore che un individuo o un agente economico attribuisce ai diversi risultati attesi che potrebbero derivare da una determinata decisione. Gli individui, in base al criterio della funzione di utilità, hanno l'obiettivo di massimizzare il ritorno sul loro investimento e l'utilità complessiva.

L'approccio di questo criterio consiste nell'attribuire un valore diverso da quello finanziario alle variabili aleatorie, quantificando, quindi, il valore soggettivo che deriva dall'investimento.

La sopracitata funzione di utilità si introduce con il linguaggio tecnico di $u(x)$, dove x si riferisce all'importo, che rappresenta il peso che ogni individuo attribuisce soggettivamente al possesso del capitale x . Da ciò è deducibile, ad esempio, che l'investimento X_2 è migliore dell'investimento X_1 per l'individuo in questione solo ed esclusivamente se:

$$E[u(X_1)] < E[u(X_2)]$$

Per effettuare una scelta in base al criterio della funzione di utilità, nelle condizioni in cui siano presenti diverse opportunità di investimento, la scelta è basata sulla massimizzazione dell'utilità attesa. L'opportunità X_2 si definisce:

- “svantaggiosa” se $E[u(X_2)] - E[u(X_1)] < 0$
- “vantaggiosa” se $E[u(X_2)] - E[u(X_1)] > 0$
- “indifferente” se $E[u(X_2)] - E[u(X_1)] = 0$

1.1.3 Il criterio della dominanza stocastica

Il criterio della dominanza stocastica considera due opzioni:

- Criterio della dominanza stocastica di **primo ordine**.
- Criterio della dominanza stocastica di **secondo ordine**.

Per spiegare il suddetto criterio è necessario considerare che X ed Y siano due variabili aleatorie ed abbiano una distribuzione di probabilità rispettivamente F_x ed F_y .

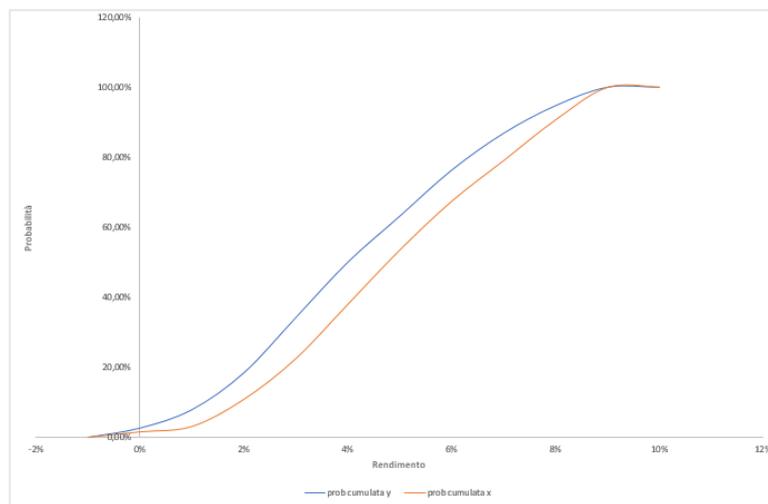
In relazione alla dominanza stocastica di primo ordine, la variabile aleatoria X domina stocasticamente la variabile aleatoria Y se, per ogni x:

$$F_x(x) \leq F_y(x)$$

e $\exists x^*$ per il quale:

$$F_x(x^*) \leq F_y(x^*)$$

Figura 2. Dominanza stocastica di primo ordine

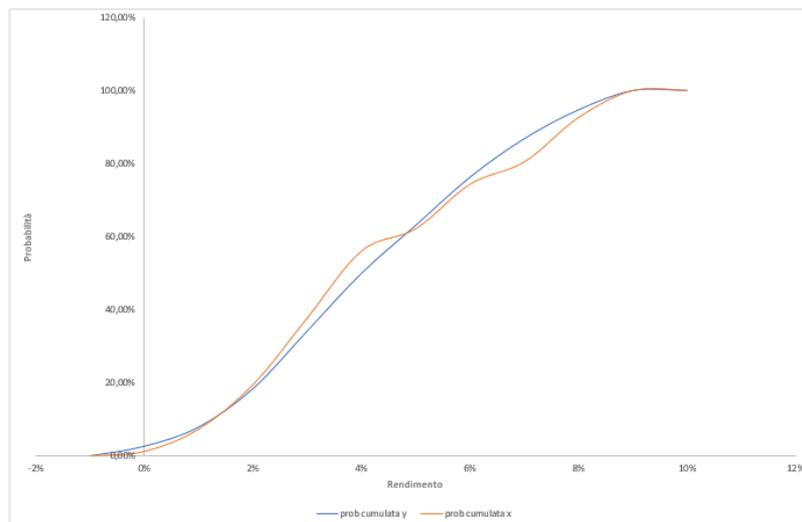


Fonte: Elaborazione in Excel

Si dice che la variabile aleatoria Y domina la variabile aleatoria X nei casi in cui la probabilità di assumere un valore considerato “basso” è maggiore per la variabile aleatoria X rispetto alla variabile aleatoria Y.

La dominanza stocastica di primo ordine è un caso particolare di questo criterio, in quanto, generalmente, la probabilità di assumere un valore considerato “basso” si alterna, o meglio, non è costante per una variabile, presentando un’alternanza nella dominanza, a seconda del valore assunto confrontando le distribuzioni.

Figura 3. *Dominanza stocastica di secondo ordine*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

In questi casi non si può considerare il criterio della dominanza stocastica, perché la distribuzione della variabile aleatoria Y non si sviluppa “sempre e solo” (o meglio, $\forall Y$), e per almeno una y^* , al di sopra della distribuzione della variabile aleatoria X.

Per definire la variabile che domina l’altra (od il titolo che domina l’altro, nel caso di un portafoglio di due titoli) si ricorre alla definizione di un nuovo tipo di dominanza, ossia, la considerazione del “peso” degli intervalli della distribuzione della variabile aleatoria X che si pongono al di sopra della distribuzione della variabile aleatoria Y, attraverso la misurazione dell’area di questi ultimi.

Per calcolare l’area, dunque, si ricorre all’integrale dell’area sottostante la curva del grafico di $F_X(x)$, per cui:

$$A_x(x) = \int_{-\infty}^x F_x(s) ds$$

E quella del grafico sottostante la curva del grafico di $F_Y(x)$, per cui:

$$A_y(x) = \int_{-\infty}^x F_y(s) ds$$

In relazione alla dominanza stocastica di secondo ordine, la variabile aleatoria X domina stocasticamente (dominanza stocastica di secondo ordine) la variabile aleatoria Y, se, per ogni x, si ha che:

$$\int_{-\infty}^x F_x(s) ds = A_x(x) \leq A_y(x) = \int_{-\infty}^x F_y(s) ds$$

Ed $\exists x^*$ per il quale:

$$A_x(x^*) > A_y(x^*)$$

La dominanza stocastica di secondo ordine, a differenza della prima, ammette che le due distribuzioni non siano sempre e solo una sottostante l'altra, ma che esiste almeno un intervallo in cui la distribuzione della variabile aleatoria Y si può sviluppare al di sopra della distribuzione della variabile aleatoria X e viceversa.

La dominanza stocastica di secondo ordine, tuttavia, richiede che l'area cumulata della distribuzione della variabile aleatoria Y "sia sempre non maggiore (e minore in almeno un punto)" dell'area cumulata della distribuzione della variabile aleatoria X.

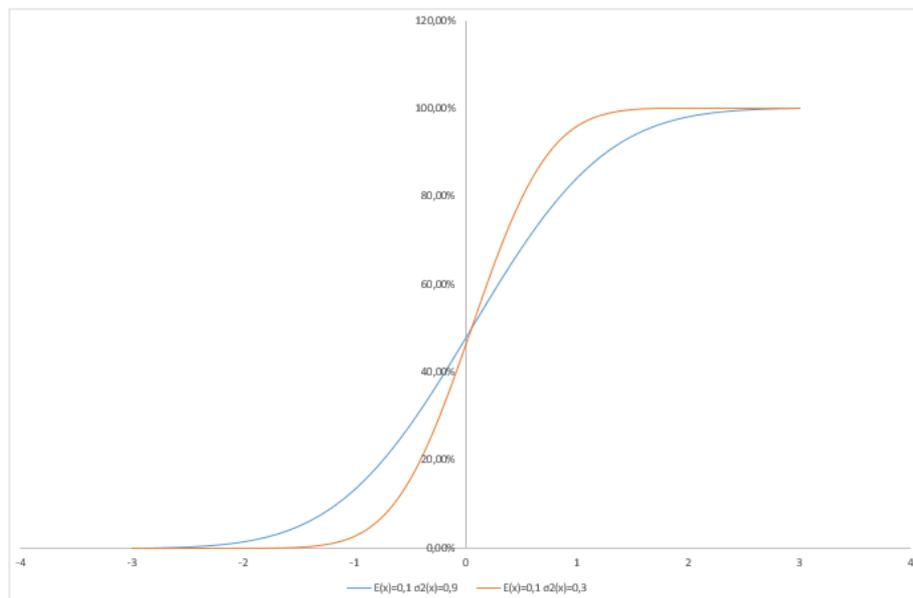
Se si assume che le due variabili aleatorie X ed Y sono in grado di rappresentare il rendimento, in termini aleatori, di un singolo titolo o di un portafoglio composto da più titoli (nel caso specifico due titoli), il criterio della dominanza stocastica influenza le scelte dell'operatore finanziario in diversi modi:

1. Se la distribuzione della variabile aleatoria X domina quella della variabile aleatoria Y, come descritto in fase di analisi del criterio della dominanza stocastica di primo ordine, ogni operatore, razionale e con funzione di utilità non crescente, considera più profittevole il titolo che è rappresentato dalla variabile aleatoria X.

L'affermazione "X domina Y", infatti, specifica che la probabilità che la distribuzione della variabile aleatoria Y abbia valori più bassi di quella di X è maggiore, e, dunque, nessun operatore con le caratteristiche sopra descritte (razionale e con funzione di utilità non crescente), preferisce il titolo o il portafoglio di titoli (nel caso specifico X) che ha la probabilità di rendere più di un altro titolo o portafoglio di titoli (nel caso specifico Y).

2. Se la distribuzione della variabile aleatoria X domina quella della variabile aleatoria Y, considerando la dominanza stocastica di secondo ordine, ogni operatore, razionale ed avverso al rischio, considera più profittevole il titolo rappresentato dalla variabile aleatoria X, piuttosto che quello rappresentato dalla variabile aleatoria Y (come si evince dal grafico).

Figura 4. *Distribuzioni variabili aleatorie*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

1.1.4 Criterio Media-Varianza

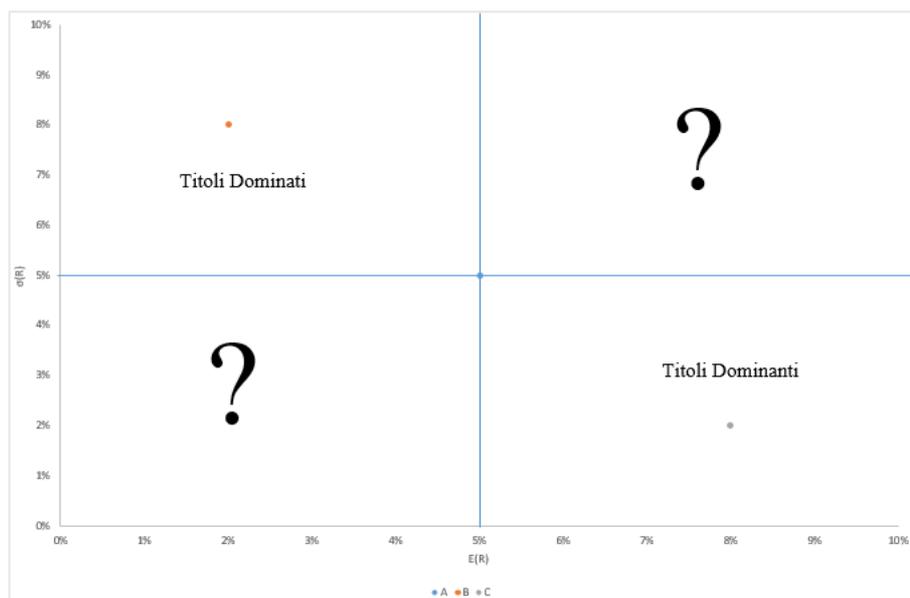
Il “Criterio Media-Varianza” è un criterio ibrido tra quello del valor medio, che presenta numerosi limiti, e quello della dominanza stocastica, che è sensibilmente più preciso.

La teoria alla base di questo criterio è quella della valutazione dell’operazione finanziaria aleatoria, basata sull’analisi di:

- Rendimento che l’iniziativa comporta.
- Rischio che l’iniziativa comporta.

Da ciò è deducibile che confrontando due titoli (o due portafoglio composti da più titoli), se questi presentano un livello di rischio uguale, allora, è preferibile quello (titolo o portafoglio) che presenta un rendimento maggiore; se presentano, invece, un rendimento uguale, allora, è preferita l’alternativa che presenta un minor rischio, come si evince dalla figura 5.

Figura 5. Markowitz come modello incompleto



Fonte: Elaborazione in Excel

Il criterio, a primo impatto, sembra essere completo per compiere delle scelte in base alle esigenze dell'operatore finanziario, ma, tuttavia, non vi è ancora considerato il caso in cui nel piano rappresentato nella tabella i titoli (o portafogli di titoli) che si prendono in considerazione si collocano nelle aree che presentano il punto interrogativo.

Questo, dunque, rappresenta un limite che sancisce l'incompletezza del "Criterio Media-Varianza" per confrontare la convenienza di un'operazione finanziaria, non esistendo, per i punti del grafico considerato, un ordinamento naturale.

Come affermato in precedenza, le variabili prese in esame dal modello di Markowitz, sono il rendimento atteso, ottenuto come media dei rendimenti passati selezionati in un dato intervallo temporale e il rischio, rappresentato dalla varianza σ^2 o dallo scarto quadratico medio σ .

In riferimento al calcolo del rendimento occorre distinguere il rendimento effettivo da quello istantaneo.

$$R_{t-1,t} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$R_{t-1,t} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$$

$$1 + R_{t-1,t} = \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

Applicando i logaritmi ad entrambi i termini si ottiene:

$$\ln(1 + R_{t-1,t}) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

e, considerando che il rendimento istantaneo¹ è pari a:

$$\delta = \ln(1 + R)$$

si ottiene:

$$\delta_{t-1,t} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad [1.1]$$

In riferimento alla misura di rischio, la varianza è definita come il valore atteso degli scarti dalla media al quadrato.

$$\sigma^2(R) = E[R_i - E(R)]^2 \quad [1.2]$$

Tuttavia, per ottenere una misura di rischio che abbia la stessa unità di misura dei rendimenti, si può considerare lo scarto quadratico medio (o deviazione standard) rappresentata dalla:

$$\sigma(R) = \sqrt{\sigma^2(R)} \quad [1.3]$$

¹ Il tasso nominale $j(m)$ è un tasso che rende proporzionale su base annua un tasso di interesse effettivo riferito ad una frazione di anno, con m che indica il numero di volte in cui si divide l'anno.

$$j(m) = \frac{r \frac{1}{m}}{\frac{1}{m}}$$

Essendo il risultato del rapporto tra un tasso ed il suo periodo di formazione, $j(m)$ rappresenta una intensità nominale. Se si calcola il

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} j(m) = \ln(1 + r) = \delta$$

E rappresenta l'intensità istantanea di interesse su base annua, o il tasso nominale annuo convertibile istante per istante ed è interpretabile come la somma in un anno di tutti gli interessi maturati e pagati istante per istante da un capitale unitario in un anno.

Ipotizzando un legame lineare tra i rendimenti di due azioni, è possibile calcolare la covarianza degli stessi che permette di comprendere se a variazioni positive dei rendimenti del primo titolo corrispondono variazioni positive (o negative) del secondo. La covarianza, infatti, è definita come il valore atteso del prodotto degli scarti dalla media delle due variabili aleatorie considerate.

$$Cov_{xy} = E[(R_{xi} - E(R_x)) \cdot (R_{yi} - E(R_y))] \quad [1.4]$$

Se la covarianza tra i rendimenti è positiva, vuol dire che le due azioni sono positivamente correlate, mentre se è negativa, i rendimenti delle due azioni sono negativamente correlati, mentre se è pari a 0, vuol dire che i rendimenti dei due titoli sono indipendenti.

Se la covarianza individua la direzione del legame esistente tra le due variabili aleatorie, l'indice di correlazione lineare restituisce l'intensità di tale relazione e si ottiene dividendo la covarianza per il valore massimo che può assumere, ovvero il prodotto delle deviazioni standard dei rendimenti delle due azioni:

$$\rho_{A,B} = \frac{Cov(R_A, R_B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B} \quad [1.5]$$

da cui si può ricavare la covarianza come:

$$Cov(R_A, R_B) = \rho_{A,B} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \quad [1.6]$$

La correlazione è compresa tra -1 ed 1. Se il valore è pari ad 1, i rendimenti dei due titoli sono perfettamente correlati positivamente, mentre se è pari a -1, i rendimenti dei due titoli sono perfettamente correlati negativamente. Qualora l'indice fosse nullo, i rendimenti dei due titoli sarebbero indipendenti.

1.2 Determinazione della frontiera a due titoli

Si supponga di costruire un portafoglio composto da due titoli azionari. Per determinarne il rendimento complessivo occorre moltiplicare il rendimento di ogni titolo per il peso relativo all'interno del portafoglio attraverso la formula:

$$R_P = w_A \cdot R_A + w_B \cdot R_B \quad [1.7]$$

Con:

w_A = peso del titolo A all'interno del portafoglio

R_A = rendimento del titolo A

w_B = peso del titolo B all'interno del portafoglio

R_B = rendimento del titolo B

Essendo w_A e w_B espressi in forma percentuale, la somma dei pesi deve dare il 100%

$$w_A + w_B = 1$$

da cui:

$$w_B = 1 - w_A$$

Il rendimento atteso del portafoglio composto dai due titoli è pari a:

$$E(R_P) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) \quad [1.8]$$

Con:

$E(R_A)$: rendimento atteso del titolo A

$E(R_B)$: rendimento atteso del titolo B

Dalla formula [1.2], la varianza del portafoglio si può scrivere come:

$$\sigma^2(R_P) = E[R_P - E(R_P)]^2 \quad [1.9]$$

Sostituendo la [1.7] e la [1.8] nella [1.9], si ottiene:

$$\sigma^2(R_p) = E[w_A \cdot R_A + w_B \cdot R_B - w_A \cdot E(R_A) - w_B \cdot E(R_B)]^2$$

Mettendo in evidenza w_A e w_B , si ottiene:

$$\sigma^2(R_p) = E[w_A \cdot (R_A - E(R_A)) + w_B \cdot (R_B - E(R_B))]^2$$

Risolvendo il quadrato del binomio, si ottiene:

$$\sigma^2(R_p) = E \left[w_A^2 \cdot (R_A - E(R_A))^2 + w_B^2 \cdot (R_B - E(R_B))^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot (R_A - E(R_A)) \cdot (R_B - E(R_B)) \right]$$

Poiché w_A e w_B sono delle costanti, il valore atteso coincide con la costante stessa, mentre:

$$E[R_A - E(R_A)]^2 = \sigma_A^2$$

$$E[R_B - E(R_B)]^2 = \sigma_B^2$$

e la formula:

$$E[(R_A - E(R_A)) \cdot (R_B - E(R_B))] = Cov_{AB}$$

Si può riscrivere:

$$\sigma^2(R_p) = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot Cov_{AB} \quad [1.10]$$

Per la [1.6], è possibile riscrivere la formula come:

$$\sigma^2(R_p) = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \quad [1.11]$$

Per distinguere la frontiera efficiente dalla frontiera occorre determinare il punto di minimo rischio. Matematicamente, occorre calcolare la derivata prima della funzione espressa mediante la [1.11] e, successivamente, eguagliarla a zero per individuare il punto stazionario. Sostituendo alla [1.11] il valore di w_B in funzione di w_A , si avrà:

$$\sigma^2(R_p) = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1 - w_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot (1 - w_A) \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

risolvendo,

$$\sigma^2(R_p) = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1 + w_A^2 - 2 \cdot w_A) \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B - 2 \cdot w_A^2 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

$$\sigma^2(R_p) = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + w_A^2 \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot w_A \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B - 2 \cdot w_A^2 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

Derivando rispetto a w_A :

$$\frac{\partial}{\partial(w_A)} = 2 \cdot w_A \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot w_A \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B - 4 \cdot w_A \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

Ponendo la derivata prima pari a 0, si avrà:

$$\frac{\partial}{\partial(w_A)} = 2 \cdot w_A \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot w_A \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B - 4 \cdot w_A \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B = 0$$

Semplificando per 2,

$$\frac{\partial}{\partial(w_A)} = w_A \cdot \sigma_A^2 + w_A \cdot \sigma_B^2 - \sigma_B^2 + \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B - 2 \cdot w_A \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B = 0$$

Mettendo in evidenza w_A

$$\frac{\partial}{\partial(w_A)} = w_A \cdot (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B) = \sigma_B^2 - \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

$$\frac{\partial}{\partial(w_A)} = w_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B}$$

[1.12]

La [1.12] rappresenta il peso del titolo A per determinare il punto stazionario nella funzione della varianza di portafoglio. Per stabilire se si tratta di un punto di massimo o di minimo, occorre determinare la derivata seconda, a partire dalla derivata prima.

$$\frac{\partial}{\partial(w_A)} = 2 \cdot w_A \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot w_A \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B - 4 \cdot w_A \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

$$\frac{\partial}{\partial \partial(w_A)} = 2 \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot \sigma_B^2 - 4 \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

$$\frac{\partial}{\partial \partial(w_A)} = 2 \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot \sigma_B^2 - 4 \cdot Cov_{AB}$$

Mettendo in evidenza il 2

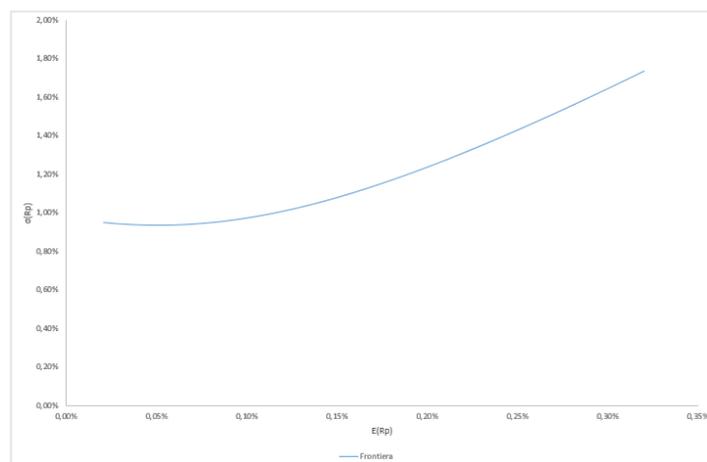
$$\frac{\partial}{\partial \partial(w_A)} = 2 \cdot (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2Cov_{AB})$$

Che può essere riscritto come

$$\frac{\partial}{\partial \partial(w_A)} = 2 \cdot (\sigma_A - \sigma_B)^2$$

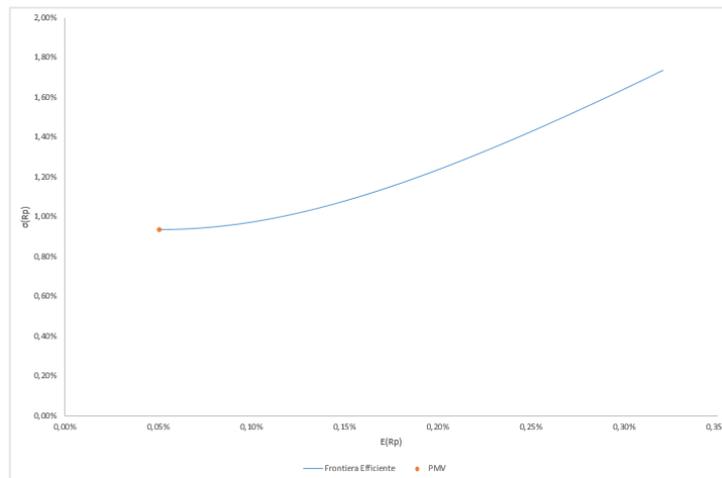
Tale risultato è sempre positivo, quindi, la concavità della funzione è rivolta verso l'alto e il punto stazionario calcolato in precedenza è un punto di minimo.

Figura 6. *Frontiera a 2 titoli*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

Figura 7. *Frontiera Efficiente a 2 titoli*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

L'insieme dei portafogli possibili che è possibile costruire mediante l'investimento nei due titoli è necessariamente legato alla correlazione esistente tra le due azioni selezionate. Come affermato nel paragrafo 1.2, l'indice di correlazione lineare varia da -1 a 1. Nel caso di perfetta correlazione negativa, la 1.11 si può riscrivere come:

$$\sigma^2(R_p) = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \quad [1.13]$$

La 1.13 rappresenta il quadrato di un binomio,

$$\sigma^2(R_p) = (w_A \cdot \sigma_A - w_B \cdot \sigma_B)^2$$

Calcolando lo scarto quadratico medio,

$$\sigma(R_p) = \sqrt{(w_A \cdot \sigma_A - w_B \cdot \sigma_B)^2}$$

$$\sigma(R_p) = w_A \cdot \sigma_A - w_B \cdot \sigma_B$$

Ricordando che $w_B = 1 - w_A$ è possibile calcolare il valore di w_A che rende nullo il rischio del portafoglio eguagliando lo scarto quadratico medio a 0.

$$\sigma(R_p) = w_A \cdot \sigma_A - (1 - w_A) \cdot \sigma_B = 0$$

Risolvendo per w_A si avrebbe

$$w_A \cdot \sigma_A - \sigma_B + w_A \cdot \sigma_B = 0$$

$$w_A \cdot (\sigma_A + \sigma_B) = \sigma_B$$

$$w_A = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}$$

[1.14]

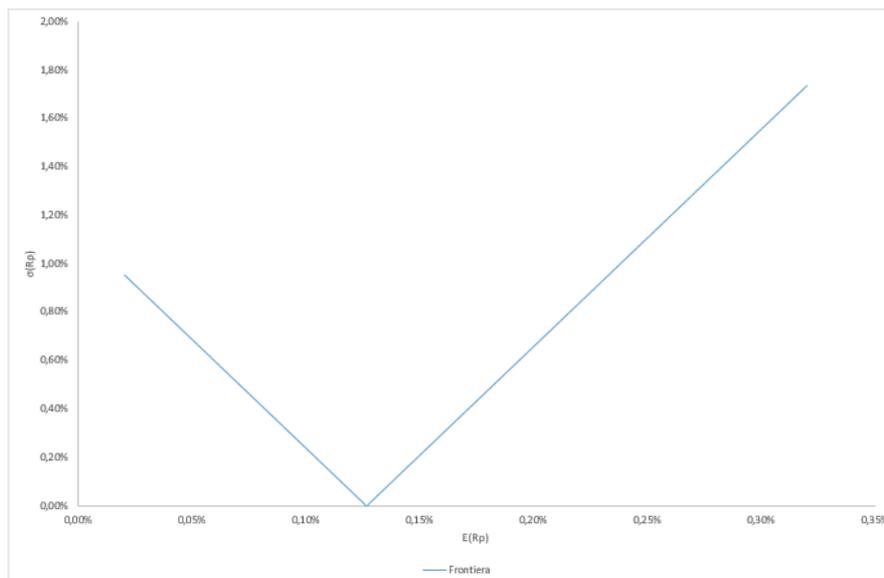
e, di conseguenza,

$$w_B = \frac{\sigma_A}{\sigma_A + \sigma_B}$$

[1.15]

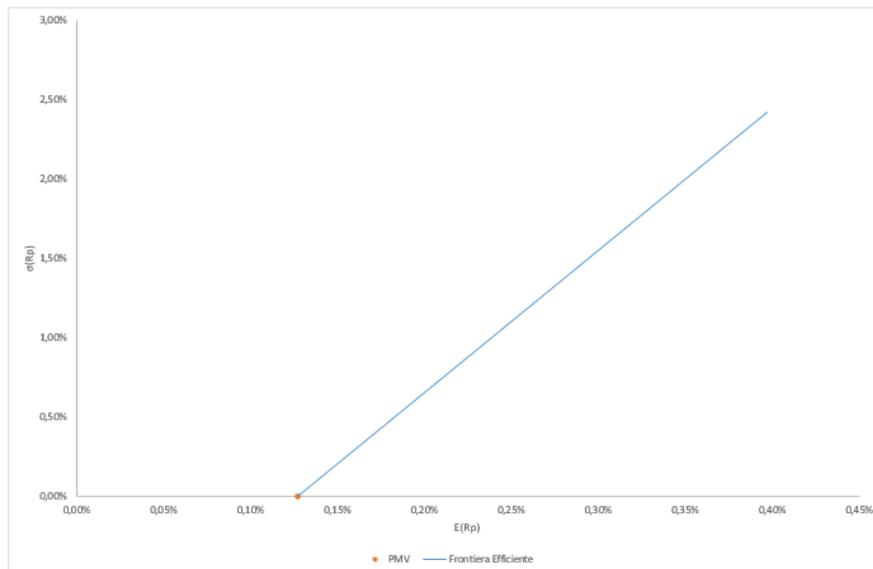
Investendo una frazione del capitale pari a quella individuate nella 1.8, si ottiene un portafoglio a rischio nullo. La frontiera e la frontiera efficiente si modificano rispetto alle figure 1 e 2.

Figura 8. *Frontiera con $\rho = -1$*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

Figura 9. Frontiera efficiente con $\rho = -1$



Fonte: Elaborazione in Excel

Nel caso di perfetta correlazione negativa, la 1.11 si modifica

$$\sigma^2(R_p) = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \quad [1.16]$$

Si può riscrivere mediante il quadrato di un binomio,

$$\sigma^2(R_p) = (w_A \cdot \sigma_A + w_B \cdot \sigma_B)^2$$

Calcolando lo scarto quadratico medio dei rendimenti del portafoglio

$$\sigma(R_p) = \sqrt{(w_A \cdot \sigma_A + w_B \cdot \sigma_B)^2}$$

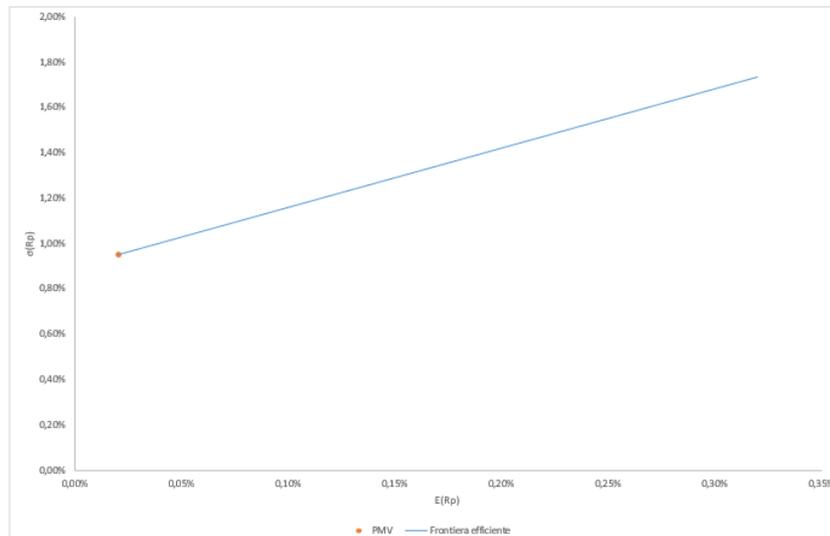
$$\sigma(R_p) = w_A \cdot \sigma_A + w_B \cdot \sigma_B$$

[1.17]

Si può osservare come, in tal caso, il rischio di portafoglio derivi dalla ponderazione degli scarti quadratici medi per il peso dell'investimento dei due titoli. Il punto di minimo della frontiera, dunque, coincide con l'investimento totalitario nel titolo meno rischioso, in quanto, aumentando il peso del

titolo più rischioso, la deviazione standard crescerebbe proporzionalmente. L'insieme delle combinazioni rischio-rendimento, in tal caso, coincide con la frontiera efficiente.

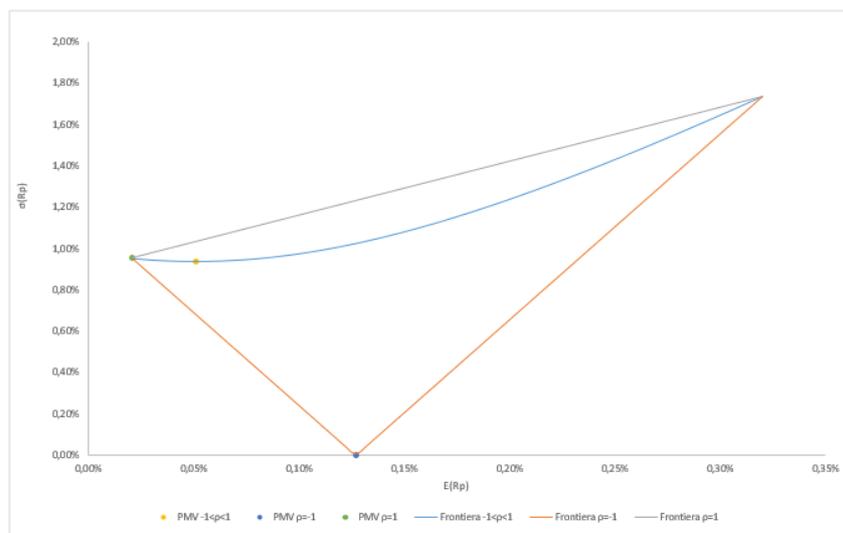
Figura 10. *Frontiera efficiente con $\rho=1$*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

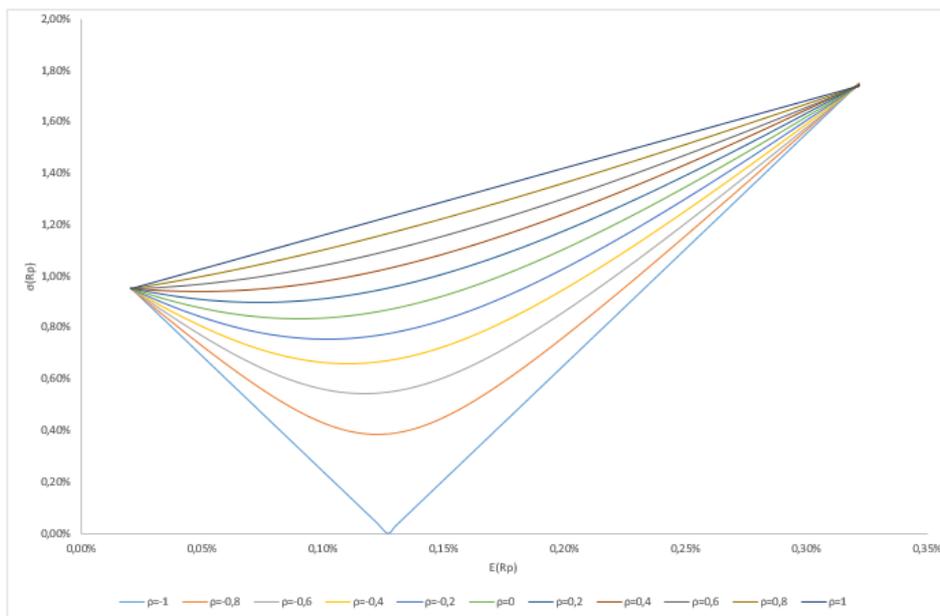
Se si rappresentassero le tre frontiere su uno stesso grafico, si osserverebbe come l'effetto diversificazione crescerebbe al diminuire dell'indice di correlazione lineare ρ , nel caso di perfetta correlazione negativa, si potrebbe ottenere un portafoglio totalmente privo di rischio.

Figura 11. *Frontiere a confronto*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

Figura 12. Frontiere al variare di ρ da -1 a 1



Fonte: *Elaborazione in Excel*

In assenza di vendite allo scoperto, è possibile determinare a priori la presenza di un effetto di diversificazione analizzando la correlazione lineare esistente tra i due titoli. In quanto, si investirà in ciascuno dei due titoli per ottenere un portafoglio a varianza minima soltanto se:

$$\rho_{AB} < \min \left\{ \frac{\sigma_A}{\sigma_B}; \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \right\} \tag{1.18}$$

Quindi, soltanto se la correlazione lineare è inferiore al minimo del rapporto tra le due deviazioni standard dei titoli, il portafoglio a varianza minima sarà composto da entrambi i titoli presi in esame. In caso contrario, si dovrà far ricorso alle vendite allo scoperto, con il peso del titolo venduto allo scoperto che assumerà un valore negativo.

1.3 Determinazione della frontiera a n titoli

Dopo aver analizzato la costruzione della frontiera composta da due titoli azionari, si illustreranno le modalità di determinazione di una frontiera avendo la possibilità di investire in n titoli. In primo luogo si metteranno in evidenza le modifiche alle formule che permettono il calcolo del rendimento atteso di portafoglio e della varianza di portafoglio. Successivamente si analizzeranno due modalità di

costruzione della frontiera, ovvero mediante la programmazione quadratica ed attraverso l'applicazione dei due teoremi del CAPM. Per quanto concerne il rendimento atteso di un portafoglio composto da n titoli, occorre modificare la formula [1.8], ottenendo

$$E(R_p) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2) + \dots + w_n \cdot E(R_n) \quad [1.19]$$

Per semplificare i calcoli è possibile utilizzare la forma vettoriale:

$$\bar{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

\bar{w} = vettore dei pesi degli investimenti nei singoli titoli

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_n) \end{bmatrix}$$

\bar{E} = vettore dei rendimenti attesi

Utilizzando il prodotto tra vettori, è possibile determinare il rendimento del portafoglio come:

$$E(R_p) = \bar{w}^T \cdot \bar{E} \quad [1.20]$$

O, in alternativa

$$E(R_p) = \bar{E}^T \cdot \bar{w} \quad [1.21]$$

Per il calcolo della varianza di portafoglio, è necessario calcolare la matrice degli scarti (A) tra i rendimenti osservati ed i rendimenti attesi.

$$A = \begin{bmatrix} R_{11} - E(R_1) & \cdots & R_{n1} - E(R_n) \\ R_{12} - E(R_1) & \cdots & R_{n2} - E(R_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1m} - E(R_1) & \cdots & R_{nm} - E(R_n) \end{bmatrix}$$

Successivamente, occorre determinare la matrice delle varianze e delle covarianze (S), attraverso la formula:

$$S = \frac{A^T \cdot A}{n} \quad [1.22]$$

Con n che rappresenta il numero di rendimenti osservati. La matrice S è una matrice simmetrica in quanto l'elemento

$$a_{ij} = a_{ji}, \quad \forall i \neq j$$

ed è composta dalle n varianze sulla diagonale principale e dalle n · (n - 1) covarianze.

$$S = \begin{bmatrix} \sigma^2(R_1) & \cdots & Cov(R_1, R_n) \\ Cov(R_2, R_1) & \cdots & Cov(R_2, R_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(R_n, R_1) & \cdots & \sigma^2(R_n) \end{bmatrix}$$

La varianza di portafoglio, può essere espresso dalla formula:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov_{ij} \quad [1.23]$$

O, considerando il prodotto tra vettori e matrici:

$$\sigma^2(R_p) = \bar{w}^T \cdot S \cdot \bar{w} \quad [1.24]$$

Come anticipato in precedenza, per la determinazione della frontiera possono essere utilizzate due modalità di costruzione:

- la prima riguarda l'impostazione di un problema di programmazione quadratica relativo ad una ottimizzazione vincolata;
- la seconda, invece, si basa sull'utilizzo dei due teoremi del CAPM.

La programmazione quadratica, a sua volta, può essere utilizzata in due modalità differenti:

- è possibile determinare tutte le combinazioni di titoli che formano la frontiera attraverso la minimizzazione del rischio di portafoglio, vincolando il rendimento
- in alternativa, si può costruire soltanto la parte efficiente della frontiera vincolando lo scarto quadratico medio e massimizzando il rendimento di portafoglio.

È opportuno precisare come entrambe le modalità possono essere utilizzate sia in caso di presenza che di divieto della possibilità di vendere titoli allo scoperto².

In relazione alla prima delle due fattispecie, ossia, ottimo vincolato in ottica di minimizzazione del rischio in assenza di vendite allo scoperto, il problema assumerà la seguente formulazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sigma^2(R_p) = \bar{w}^T \cdot S \cdot \bar{w} \\ E(R_p) = \bar{w}^T \cdot \bar{E} = Dato \\ \sum_i^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \forall i = 1 \dots n \end{array} \right. \quad [1.25]$$

Nel caso in cui le vendite allo scoperto siano ammesse, la [1.25] diventa:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sigma^2(R_p) = \bar{w}^T \cdot S \cdot \bar{w} \\ E(R_p) = \bar{w}^T \cdot \bar{E} = Dato \\ \sum_i^n w_i = 1 \end{array} \right. \quad [1.26]$$

La modalità che permette la determinazione della sola frontiera efficiente, invece, assume la seguente formulazione in caso di impossibilità di effettuare vendite allo scoperto:

² Vendere allo scoperto un titolo consiste nella possibilità di prendere a prestito una determinata quantità di titoli e cederli sul mercato, con l'obbligo di restituire il medesimo quantitativo di titoli in una data futura prestabilita. L'obiettivo di chi assume una posizione short su tali titoli è di lucrare dalla differenza tra il prezzo e vendita ed il successivo prezzo di riacquisto, scommettendo su un ribasso del valore di quotazione. Nell'ambito della costruzione della frontiera i pesi di titoli venduti allo scoperto assumono valore negativo.

$$\left\{ \begin{array}{l} \max E(R_p) = \bar{w}^T \cdot \bar{E} \\ \sigma^2(R_p) = \bar{w}^T \cdot S \cdot \bar{w} = Dato \\ \sum_i^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \forall i = 1 \dots n \end{array} \right.$$

[1.27]

In caso di vendite allo scoperto ammesse, il problema di ottimizzazione assume la seguente formulazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max E(R_p) = \bar{w}^T \cdot \bar{E} \\ \sigma^2(R_p) = \bar{w}^T \cdot S \cdot \bar{w} = Dato \\ \sum_i^n w_i = 1 \end{array} \right.$$

[1.28]

Per quanto concerne la costruzione della frontiera nel caso dell'applicazione dei due teoremi del CAPM, è opportuno precisare come sia possibile utilizzarli soltanto in presenza di vendite allo scoperto. Il primo teorema, formulato da Merton, afferma come un portafoglio x si trovi sulla frontiera se è la soluzione normalizzata del seguente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \cdot \bar{z} = \bar{E} - c \\ w_i = \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n z_i} \end{array} \right.$$

[1.29]

Con:

\bar{z} = è il vettore delle quantità assolute di titoli che formano il portafoglio

S = è la matrice delle varianze e delle covarianze

\bar{E} = è il vettore dei rendimenti attesi

c = è una costante di rendimento

w_i = è il peso in portafoglio relativo all' i -esimo titolo

Dalla [1.29] si ricava che:

$$\bar{z} = S^{-1} \cdot \{\bar{E} - c\}$$

[1.30]

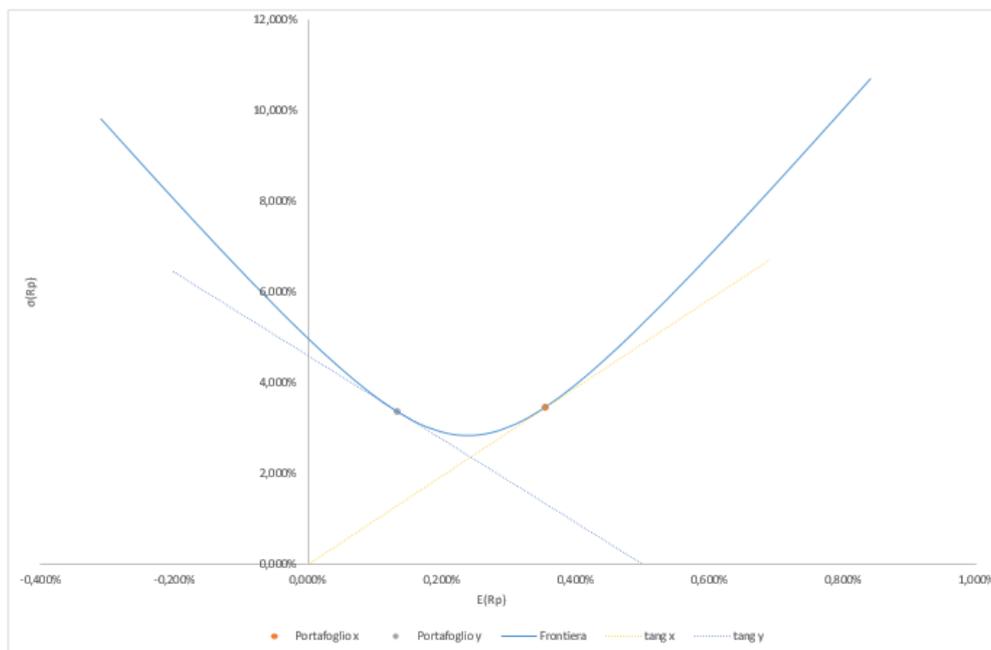
Dove S^{-1} rappresenta la matrice inversa³ di S . Il portafoglio risultante rappresenta il punto di tangenza tra la frontiera e la retta passante per la costante c . Applicando il primo dei due teoremi con due costanti diverse c_1 e c_2 si ottengono due portafogli x e y che si collocano sulla frontiera.

Una volta ottenuti i due portafogli sulla frontiera mediante l'applicazione del primo teorema del CAPM, il secondo teorema, formulato da Black, afferma che: dati due portafogli x e y sulla frontiera, i restanti portafogli sono una combinazione lineare convessa⁴ dei portafogli x e y ⁵.

$$a \cdot x + (1 - a) \cdot y$$

In definitiva, il secondo teorema permette di considerare i due portafogli x e y come se fossero due titoli azionari ed applicare la medesima logica osservata nella costruzione della frontiera a 2 titoli. Il risultato dell'applicazione del procedimento sopra descritto è illustrato nella seguente figura:

Figura 13. Rappresentazione primo e secondo teorema del CAPM



Fonte: Elaborazione in Excel

³ Affinché una matrice risulti invertibile, il determinante deve essere diverso da 0.

⁴ Una combinazione lineare convessa è caratterizzata dalla sommatoria dei pesi pari a 1.

⁵ Per la determinazione della frontiera è necessario ricavare altresì la covarianza tra i rendimenti dei portafogli x e y , con la formula:

$$Cov(x, y) = \bar{x}^T \cdot S \cdot \bar{y}$$

1.4 Capital Market Line (CML)

Nei paragrafi precedenti si sono definite le frontiere (a 2 ed a n titoli), costruite mediante l'utilizzo di soli titoli azionari che, per definizione, sono caratterizzati da una varianza positiva. Di seguito si analizzerà come si modificherebbe la frontiera qualora si considerasse la possibilità di investire anche in un portafoglio di titoli *risk free*⁶. La frontiera ottenuta attraverso l'investimento in un portafoglio di titoli puramente rischiosi (portafoglio di Mercato m) e un portafoglio di titoli privi di rischio è denominata *Capital Market Line* (CML). Per ottenere l'equazione della CML, occorre considerare la [1.8] e [1.11], opportunamente modificate:

$$E(R_p) = w_m \cdot E(R_m) + w_0 \cdot R_0 \quad [1.31]$$

Con:

w_m = peso del portafoglio di mercato

$E(R_m)$ = rendimento atteso del portafoglio di mercato

w_0 = peso del titolo *risk free*

R_0 = rendimento del titolo *risk free*

Come si può notare, dalla [1.31], il rendimento del titolo privo di rischio è una costante, non soggetta a variabilità. Per tale motivo, σ_0^2 e σ_0 sono nulli e la correlazione con il portafoglio m è pari a 0. Di conseguenza, la [1.11] può essere riscritta come:

$$\sigma^2(R_p) = w_m^2 \cdot \sigma_m^2 \quad [1.32]$$

e, la deviazione standard di portafoglio è pari a

$$\sigma(R_p) = \sqrt{w_m^2 \cdot \sigma_m^2}$$
$$\sigma(R_p) = w_m \cdot \sigma_m \quad [1.33]$$

Da cui è possibile ricavare

⁶ Come titolo privo di rischio, di solito si fa riferimento ad un titolo obbligazionario emesso da uno Stato. Se si considera il mercato italiano, si fa riferimento al rendimento dei BTP (Buoni Tesoro Poliennali) anche se in linea teorica esiste sempre un rischio Paese che, di fatto, non permette di considerare il titolo totalmente privo di rischio.

$$w_m = \frac{\sigma(R_p)}{\sigma_m}$$

[1.34]

Conoscendo inoltre che:

$$w_m + w_0 = 1$$

da cui:

$$w_0 = 1 - w_m$$

[1.35]

E sostituendo la [1.34] e la [1.35] nella [1.31], si avrà che:

$$E(R_p) = w_m \cdot E(R_m) + (1 - w_m) \cdot R_0$$

$$E(R_p) = w_m \cdot E(R_m) + R_0 - w_m \cdot R_0$$

Mettendo in evidenza w_m

$$E(R_p) = w_m \cdot [E(R_m) - R_0] + R_0$$

Sostituendo il valore della [1.34]

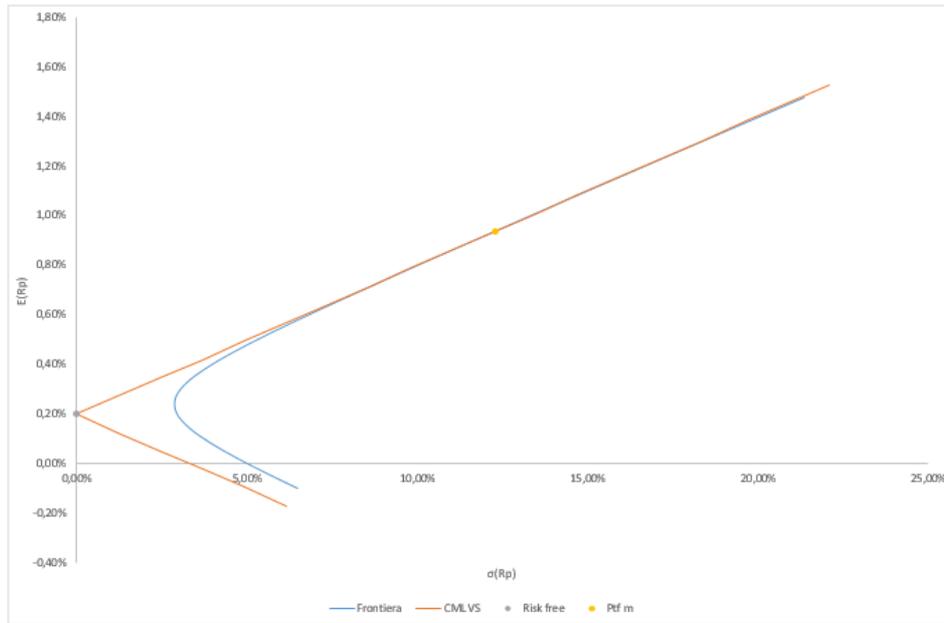
$$E(R_p) = \frac{\sigma(R_p)}{\sigma_m} \cdot [E(R_m) - R_0] + R_0$$

$$E(R_p) = R_0 + \frac{[E(R_m) - R_0]}{\sigma_m} \cdot \sigma(R_p)$$

[1.36]

Con l'equazione ottenuta utilizzando come variabile indipendente $\sigma(R_p)$ e come variabile dipendente $E(R_p)$, la CML ha come intercetta R_0 e come coefficiente angolare $\frac{[E(R_m)-R_0]}{\sigma_m}$, definito indice di Sharpe⁷ ed esprime il premio si richiede per investire nel portafoglio m per unità di rischio sopportato.

Figura 14. CML con vendite allo scoperto ammesse (1)



Fonte: Elaborazione in Excel

Con la finalità di essere coerenti con l'impostazione seguita, la [1.36] si può riscrivere utilizzando come variabile indipendente $E(R_p)$ e come variabile dipendente $\sigma(R_p)$,

$$E(R_p) - R_0 = \frac{[E(R_m) - R_0]}{\sigma_m} \cdot \sigma(R_p)$$

$$\sigma(R_p) = \frac{E(R_p) - R_0}{E(R_m) - R_0} \cdot \sigma_m$$

$$\sigma(R_p) = \frac{E(R_p)}{E(R_m) - R_0} \cdot \sigma_m - \frac{R_0}{E(R_m) - R_0} \cdot \sigma_m$$

⁷ La retta che si ottiene combinando insieme il portafoglio di titoli *risk free* e un portafoglio di titoli rischiosi è denominata *Capital Allocation Line*. Soltanto la retta che prevede come coefficiente angolare lo *Sharpe Ratio* massimo è definita *Capital Market Line* ed il portafoglio m rappresenta il portafoglio di tangenza tra la frontiera dei titoli rischiosi e la CML.

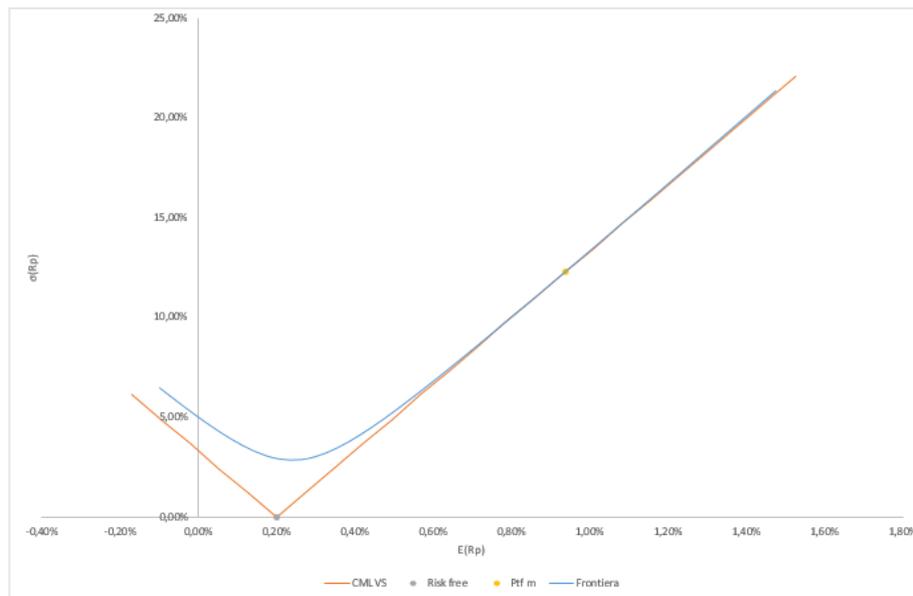
$$\sigma(R_p) = \frac{\sigma_m}{E(R_m) - R_0} \cdot E(R_p) - \frac{R_0 \cdot \sigma_m}{E(R_m) - R_0} \quad [1.37]$$

In tal caso, il coefficiente angolare della retta è pari a $\frac{\sigma_m}{E(R_m) - R_0}$, tuttavia, $\sigma(R_p)$, essendo un valore positivo, occorrerebbe riscrivere la [1.37] inserendo il modulo, in quanto $-\frac{R_0 \cdot \sigma_m}{E(R_m) - R_0}$ è un valore negativo.

$$\sigma(R_p) = \left| \frac{\sigma_m}{E(R_m) - R_0} \cdot E(R_p) - \frac{R_0 \cdot \sigma_m}{E(R_m) - R_0} \right|$$

Per tale motivo, la CML diventa una spezzata, come si può osservare nella figura 15.

Figura 15. CML con vendite allo scoperto ammesse (2)



Fonte: Elaborazione in Excel

Per determinare la CML si hanno due modalità, a seconda che siano concesse o meno le vendite allo scoperto. Nel primo caso è possibile applicare la logica dei due teoremi. Il primo teorema si formalizza nel seguente modo:

$$\begin{cases} S \cdot \bar{z} = \bar{E} - R_0 \\ w_i = \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n z_i} \end{cases}$$

Si sostituisce, difatti, la generica costante di rendimento c con il R_0 , si determina il vettore \bar{z} e si normalizza per ricavare \bar{x} .

$$\bar{z} = S^{-1} \cdot \{\bar{E} - R_0\}$$

Mediante il secondo teorema, si individuano tutte le combinazioni tra il portafoglio m ed il *risk free* che definiscono la CML.

$$a \cdot m + (1 - a) \cdot R_0$$

Nella determinazione della CML in caso di assenza di vendite allo scoperto, occorre risolvere un problema di programmazione quadratica, modificando opportunamente sia il vettore \bar{E} , sia la matrice S per tener conto della presenza del titolo *risk free*.

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_n) \\ R_0 \end{bmatrix}$$

La matrice S deve essere orlata con una riga ed una colonna, inserendo la varianza (nulla) e le $n - 1$ covarianze (nulle).

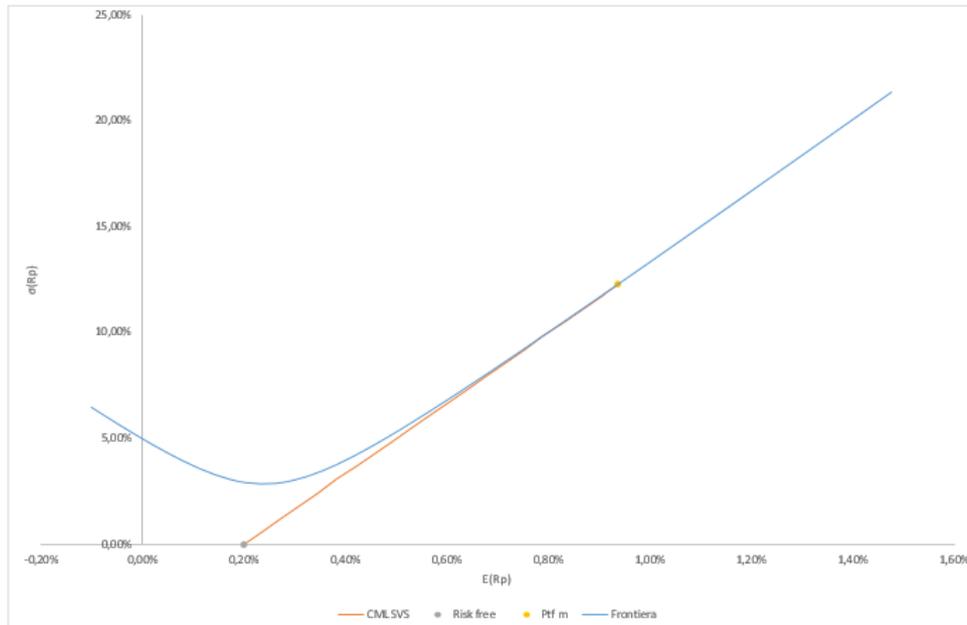
$$S^0 = \begin{bmatrix} \sigma^2(R_1) & \dots & Cov(R_1; R_n) & 0 \\ Cov(R_n; R_1) & \dots & \sigma^2(R_n) & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Il problema può essere formalizzato nel seguente modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sigma^2(R_p) = \bar{w}^T \cdot S^0 \cdot \bar{w} \\ E(R_p) = \bar{w}^T \cdot \bar{E} = Dato \\ \sum_i^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \forall i = 1 \dots n \end{array} \right.$$

La CML con l'impossibilità di vendere allo scoperto è rappresentata nella figura 16.

Figura 16. CML senza vendite allo scoperto



Fonte: Elaborazione in Excel

Come si evince dal confronto tra la CML e la frontiera dei titoli puramente rischiosi, investendo su un portafoglio situato sulla prima, è possibile ottenere, a parità di rendimento, un rischio minore.

1.5 Security Market Line (SML)

Il modello media-varianza è caratterizzato dal fatto di mettere in relazione il rendimento con il rischio complessivo che viene sostenuto dall'investitore investendo in portafogli azionari. Tuttavia, in letteratura si è effettuata la distinzione tra il rischio specifico (o idiosincratco) eliminabile mediante la diversificazione, ed il rischio sistematico, ovvero la parte di rischio ineliminabile che è strettamente connessa con l'andamento dell'economia generale. Si consideri, infatti, la [1.23]

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov_{ij}$$

Conoscendo il fatto che la covarianza tra i rendimenti dello stesso titolo è pari alla varianza, è possibile riscriverla come:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{i,j=1}^{n-1} w_i w_j \text{Cov}_{ij} \text{ con } i \neq j$$

Se si considera un portafoglio equi-ripartito si può porre $w = \frac{1}{n}$, ottenendo

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{i,j=1}^{n-1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \text{Cov}_{ij} \text{ con } i \neq j$$

Sapendo che la media di una costante è la costante stessa, si può riscrivere come

$$\sigma^2(R_p) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i,j=1}^{n-1} \frac{\text{Cov}_{ij}}{n} \text{ con } i \neq j$$

Se si moltiplica e divide per $n - 1$, il secondo termine, si ottiene:

$$\sigma^2(R_p) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} + \frac{1}{n} \cdot \frac{n-1}{n-1} \cdot \sum_{i,j=1}^{n-1} \frac{\text{Cov}_{ij}}{n} \text{ con } i \neq j$$

che diventa:

$$\sigma^2(R_p) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} + \frac{n-1}{n} \cdot \sum_{i,j=1}^{n-1} \frac{\text{Cov}_{ij}}{n \cdot (n-1)} \text{ con } i \neq j$$

Poiché n è il numero di varianze e $n \cdot (n - 1)$ è il numero di covarianze, si può riscrivere considerando, rispettivamente, la varianza media $\bar{\sigma}_1^2$ e la covarianza media $\overline{\text{Cov}}_{ij}$, ottenendo:

$$\sigma^2(R_p) = \frac{1}{n} \cdot \bar{\sigma}_1^2 + \frac{n-1}{n} \cdot \overline{\text{Cov}}_{ij} \text{ con } i \neq j$$

che si può riscrivere come:

$$\sigma^2(R_p) = \frac{1}{n} \cdot \bar{\sigma}_1^2 - \frac{1}{n} \cdot \overline{Cov}_{ij} + \overline{Cov}_{ij} \text{ con } i \neq j$$

Supponendo l'effetto della diversificazione, si calcola il $\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2(R_p)$, ovvero,

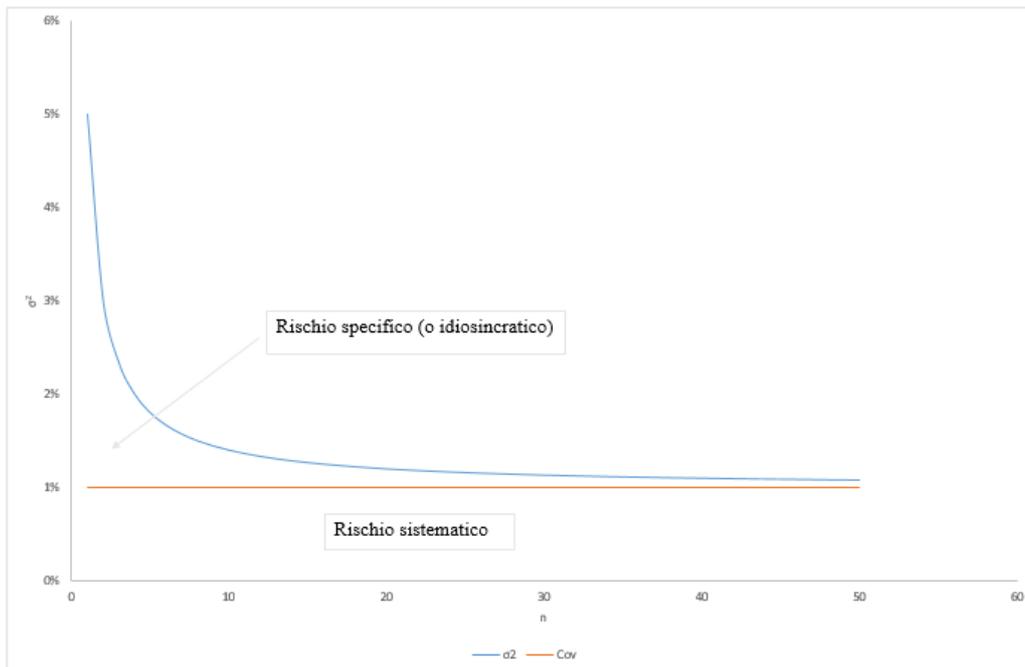
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \bar{\sigma}_1^2 - \frac{1}{n} \cdot \overline{Cov}_{ij} + \overline{Cov}_{ij} \text{ con } i \neq j$$

Se $n \rightarrow \infty$, allora $\frac{1}{n} \rightarrow 0$, quindi, il risultato del limite è

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2(R_p) = \overline{Cov}_{ij} \text{ con } i \neq j$$

Quindi, nonostante la diversificazione, non è possibile eliminare tutto il rischio, ma residua una componente pari alla \overline{Cov}_{ij} che non è eliminabile.

Figura 17. *Rischio specifico e rischio sistematico*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

Tuttavia, se si incrementa notevolmente il numero di titoli con cui costruire il portafoglio, il modello di Markowitz diventa di difficile gestione, considerando la matrice S composta da n righe ed n colonne. Per tale motivo, Sharpe propose di studiare il legame tra i rendimenti di un titolo ed i rendimenti dell'indice di un *benchmark* rappresentato dall'indice di mercato su cui il titolo azionario

è quotato. Il legame è rappresentato mediante una regressione lineare ottenuta attraverso l'applicazione del metodo dei minimi quadrati. La retta di regressione ha espressione:

$$R_t = \alpha + \beta_t \cdot R_m + \varepsilon_t$$

[1.38]

Con:

R_t = rendimento del titolo

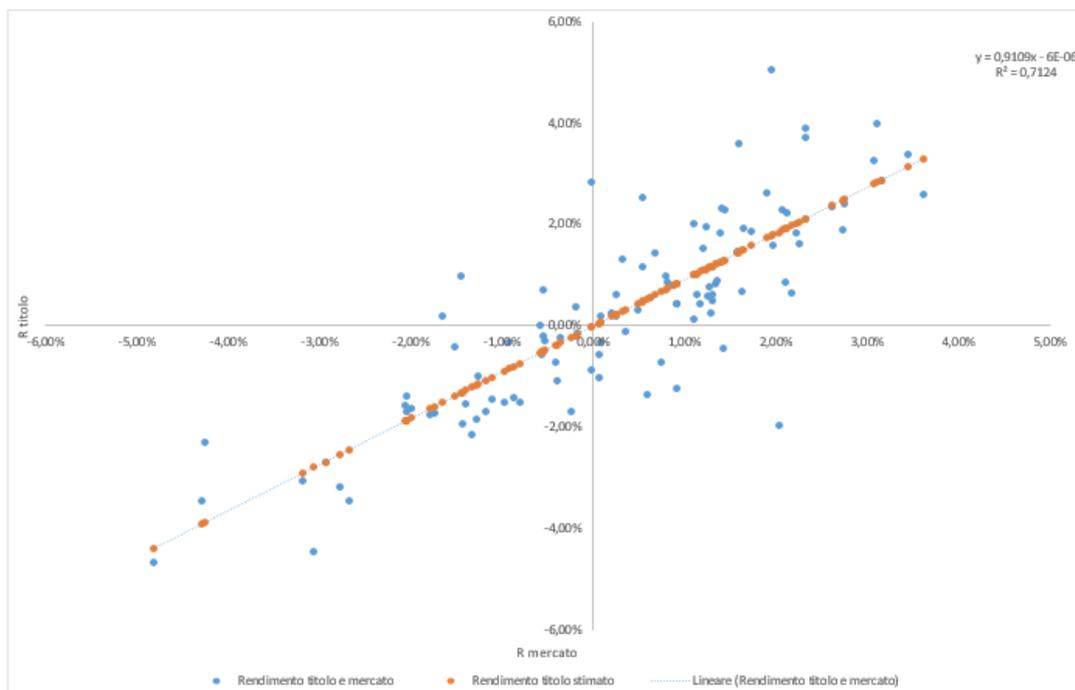
α = intercetta

β_t = pendenza

R_m = rendimento dell'indice mercato

ε_t = errore derivante dalla stima

Figura 18. Retta di regressione



Fonte: Elaborazione in Excel

Per costruzione, ε_t ha una media pari a 0 ed una covarianza tra gli errori nulla. Per tale motivo, il rendimento atteso può essere calcolato come:

$$E(R_t) = \alpha + \beta_t \cdot E(R_m)$$

[1.39]

Nel considerare la varianza della [1.2], è possibile sostituire nella formula la [1.38] e la [1.39], ottenendo:

$$\sigma^2(R) = E[R_{it} - E(R)]^2$$

$$\sigma^2(R) = E[\alpha + \beta_t \cdot R_m + \varepsilon_t - \alpha - \beta_t \cdot E(R_m)]^2$$

Si elidono le α e si mette in evidenza il β_t

$$\sigma^2(R) = E[\beta_t \cdot (R_m - E(R_m)) + \varepsilon_t]^2$$

Inoltre, poiché la media degli errori è nulla, si avrebbe:

$$\sigma^2(R) = E[\beta_t \cdot (R_m - E(R_m)) + (\varepsilon_t - 0)]^2$$

Sviluppando il quadrato di un binomio ed essendo β_t una costante, il cui valore atteso coincide con costante stessa:

$$\sigma^2(R) = \beta_t^2 \cdot E[(R_m - E(R_m))]^2 + E \cdot [(\varepsilon_t - 0)]^2 + 2 \cdot E[(R_m - E(R_m)) \cdot ((\varepsilon_t - 0))]$$

Infine, considerando che la media degli scarti dalla media di una variabile rappresenta la varianza e che la covarianza tra gli errori ed il rendimento di mercato è nulla è possibile riscrivere:

$$\sigma^2(R) = \beta_t^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad [1.40]$$

Con

$\beta_t^2 \cdot \sigma_m^2 =$ rischio sistematico

$\sigma_\varepsilon^2 =$ rischio specifico

La pendenza della retta di regressione è il β , ovvero coefficiente di rischio sistematico, che si ottiene dalla formula:

$$\beta_t = \frac{Cov_{t,m}}{\sigma_m^2} \quad [1.41]$$

Con:

$Cov_{t,m}$ = covarianza tra i rendimenti del titolo e quelli dell'indice di mercato

σ_m^2 = varianza dei rendimenti dell'indice di mercato

Per la [1.6], è possibile riscrivere la [1.41] come segue:

$$\beta_t = \frac{\rho_{t,m} \cdot \sigma_t \cdot \sigma_m}{\sigma_m^2}$$

Elidendo σ_m al numeratore ed al denominatore, si ottiene:

$$\beta_t = \frac{\rho_{t,m} \cdot \sigma_t}{\sigma_m} \quad [1.42]$$

Il β dell'indice di mercato è pari a 1, in quanto:

$$\beta_t = \frac{Cov_{t,m}}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2} = 1 \quad [1.43]$$

Se un titolo ha un $\beta > 1$, il titolo è più rischioso del mercato e viene definito speculativo, mentre se $\beta < 1$, il rendimento del titolo attenua le prestazioni del mercato e viene definito difensivo. Se il titolo ha un $\beta = 1$, replica l'andamento del mercato.

Se si prende in esame un portafoglio di titoli, il β risultante sarà una media dei β delle singole azioni ponderate per i pesi degli stessi all'interno del portafoglio:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \beta_i \quad [1.44]$$

Con:

w_i = peso del titolo *i-esimo* all'interno del portafoglio

β_i = Beta del titolo *i-esimo*

Se si considera il fatto che ad essere remunerato sia soltanto il rischio sistematico e non quello specifico eliminabile mediante la diversificazione, si può definire il *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Le ipotesi alla base di tale modello sono le seguenti:

- gli operatori operano in un contesto di perfetta efficienza informativa;
- non esistono costi di transazione né oneri fiscali;
- le attività finanziarie sono divisibili, quindi è possibile acquistare anche parti non intere di titolo;
- è possibile investire e finanziarsi al tasso *risk free*;
- gli operatori basano le proprie scelte su rendimento atteso e varianza;
- gli operatori hanno le stesse aspettative circa il rendimento atteso, la varianza dei titoli azionari e correlazione tra gli stessi.

Se si prende in esame la possibilità di investire in un titolo *risk free* e nel portafoglio di mercato *m*, la [1.44] diventa:

$$\beta_p = w_0 \cdot \beta_0 + w_m \cdot \beta_m$$

Ricordando che il β di un titolo *risk free* è nullo e che il β di mercato è pari a 1 [1.43], è possibile riscrivere:

$$\beta_p = w_m \tag{1.45}$$

Sapendo che:

$$w_m + w_0 = 1$$

$$w_0 = 1 - w_m$$

$$w_0 = 1 - \beta_p \tag{1.46}$$

Sostituendo la [1.45] e la [1.46] nella [1.31], si ha:

$$E(R_P) = w_m \cdot E(R_m) + w_0 \cdot R_0$$

$$E(R_P) = \beta_p \cdot E(R_m) + (1 - \beta_p) \cdot R_0$$

Risolvendo:

$$E(R_P) = \beta_p \cdot E(R_m) + R_0 - \beta_p \cdot R_0$$

Mettendo in evidenza β_p , si ottiene l'equazione della *Security Market Line* (SML):

$$E(R_P) = R_0 + \beta_p \cdot [E(R_m) - R_0]$$

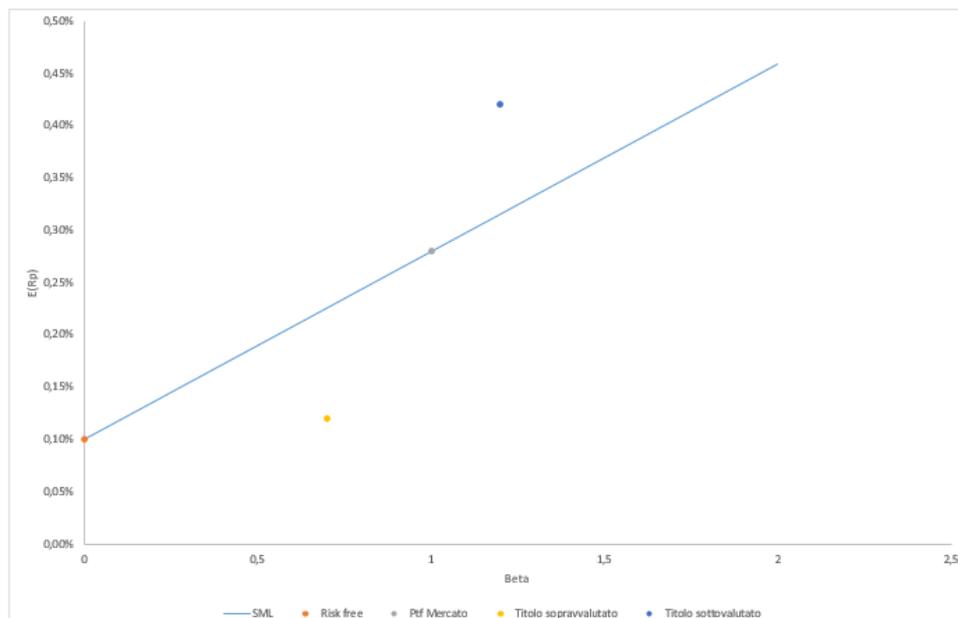
[1.47]

Con:

R_0 = intercetta della SML

$[E(R_m) - R_0]$ = premio per il rischio, ovvero pendenza della SML

Figura 19. SML



Fonte: Elaborazione in Excel

La [1.47] definisce il modello di equilibrio⁸ tra rendimento e rischio sistematico e permette di effettuare scelte in merito all'investimento da effettuare (vedi figura 19). Infatti, se un titolo si trova al di sopra della SML, è caratterizzato da un rendimento maggiore rispetto a quello identificato dal CAPM, per cui risulta più conveniente acquistarlo. In tal modo, la domanda per quel titolo aumenta ed il prezzo del titolo è destinato ad aumentare, facendo sì che il rendimento scenda fino a raggiungere quello di equilibrio. Per tal motivo, il titolo è detto sottovalutato (rispetto al prezzo).

In caso contrario, se il rendimento del titolo si trova al di sotto di quello di equilibrio, il titolo è troppo rischioso per il rendimento che offre, quindi aumenterà l'offerta ed il prezzo del titolo è destinato a diminuire (per tale ragione si dice sopravvalutato) con la conseguenza che il rendimento salga fino a raggiungere quello di equilibrio. Se un rendimento del titolo si trova in corrispondenza di quello identificato dalla SML, l'azione è valutata correttamente.

⁸ Tale modello si basa sull'ipotesi che domanda e offerta coincidono in quel determinato istante di valutazione.

Capitolo 2: Le Crisi Sistemiche della storia recente

Le ripercussioni sui portafogli costruiti sul modello di Markowitz possono essere significative sia prima che dopo una crisi bancaria.

Prima di una crisi bancaria, gli investitori possono essere attratti dai titoli bancari, in quanto possono offrire rendimenti elevati. Tuttavia, i titoli bancari presentano una volatilità molto elevata e il loro rendimento può essere influenzato da eventi macroeconomici, politici o di mercato. Ciò può influenzare il portafoglio, aumentandone la volatilità complessiva e comportando una riduzione del rendimento del portafoglio in caso di turbolenze di mercato.

Dopo una crisi finanziaria, i titoli bancari possono essere caratterizzati da forti politiche che portano alla vendita dei titoli stessi, il che può avere ripercussioni negative sui portafogli che contengono tali titoli. Inoltre, le banche possono subire una riduzione del rating di credito, che può influenzare negativamente il rendimento del portafoglio che contiene questi titoli.

In questo capitolo, dunque, si analizzeranno le crisi della storia recente che hanno influenzato il sistema economico-finanziario, in particolare la crisi dei “subprime”, la crisi del debito sovrano, e la crisi economica mondiale a seguito della diffusione della pandemia da COVID-19.

2.1 La crisi finanziaria

La definizione di crisi finanziaria parte dal concetto di una forte scossa ai mercati finanziari.

Le crisi finanziarie, dunque, sono in genere associate a gravi sconvolgimenti dei mercati finanziari, che, in queste fasi, vengono caratterizzati da cali drastici dei prezzi delle attività finanziarie, associati, poi, al fallimento di numerose istituzioni finanziarie, incluse le banche.

Nel corso della storia si sono succedute diverse recessioni, e, a seguito di accurate analisi e numerosi studi, gli esperti hanno ricondotto le cause scatenanti a fenomeni endogeni. Le crisi che si verificano ciclicamente in un sistema economico seguono generalmente un decorso che prevede tre fasi: quello di avvio della crisi finanziaria, il verificarsi della crisi bancaria e, infine, come conseguenza delle prime due fasi, la deflazione del debito.

2.1.1 La crisi finanziaria: prima fase

La prima fase di una crisi finanziaria è solitamente caratterizzata inizialmente da una forte propensione ed un susseguente crollo dell'erogazione del credito e dei prezzi relativi alle attività

finanziarie, oppure, all'aumento del sentimento di incertezza a causa del fallimento delle istituzioni finanziarie, generalmente tra le principali, o comunque tra le più importanti.

Le cause scatenanti una crisi finanziaria sono generalmente riconducibili all'introduzione di nuove forme di concessioni di credito o di nuove attività finanziarie, sotto il nome di innovazione finanziaria, o all'eliminazione di più o meno stringenti restrizioni nei confronti degli intermediari finanziari sui mercati, sotto il nome di liberalizzazione finanziaria.

La liberalizzazione finanziaria nel lungo periodo si configura come uno stimolante del sistema economico, favorendo la corretta gestione del sistema finanziario, allocando il capitale in maniera efficiente. Tale liberalizzazione, però, ha evidenziato numerosi limiti sul breve periodo, facendo emergere una propensione anomala da parte delle istituzioni finanziarie alla concessione del credito, chiamata anche *credit boom*.

È in questa fase che intervengono le assicurazioni sui depositi, che, garantendo le coperture necessarie, attuano un indebolimento delle dinamiche del mercato e favoriscono lo sviluppo di azzardo morale da parte delle istituzioni finanziarie che concedono credito con una selezione poco accurata, sviluppando un susseguirsi di azioni come la concessione di prestiti ad elevato rischio con tassi di interesse relativamente alti, che portano a due scenari principali:

1. Un ingente guadagno se i prestiti saranno rimborsati.
2. L'istituzione finanziaria in questione si rifarà sull'assicurazione sui depositi per ottenere i rimborsi relativi al credito erogato.

Tali assicurazioni, tuttavia, sono finanziate dai contribuenti, ed è evidente che il meccanismo innescato, senza il monitoraggio necessario, porta ad un elevato tasso di rischio, con il conseguente aumento delle perdite sui prestiti.

Tali perdite, dunque, contribuiscono al deterioramento del capitale netto di banche ed istituzioni finanziarie in generale, che procedono al rientro dai prestiti dei loro debitori, innescando il processo conosciuto come *deleveraging*⁹.

Questo scenario porta notevoli conseguenze: le istituzioni finanziarie disponendo di minor capitale sono considerate più rischiose, portando, quindi, i creditori e tutti gli eventuali prestatori a ritirare o non concedere il proprio capitale all'istituzione, che si traduce in minori entrate per le istituzioni, con la conseguente minore concessione di prestiti. Da *credit boom* si passa a *credit crunch*.

⁹ Il processo di riduzione del debito di un'entità, spesso attraverso tagli alle spese o aumento delle entrate, al fine di migliorare la solidità finanziaria.

Nella prima fase dello sviluppo di una crisi economico/finanziaria oltre che i problemi sopraelencati relativi all'erogazione e alla raccolta del credito, si verifica, solitamente, un fenomeno per cui i prezzi di attività (ad esempio titoli azionari ed immobili) raggiungono livelli sensibilmente più elevati relativamente ai rispettivi “valori economici fondamentali¹⁰”. Questo fenomeno, in economia e in finanza, è ben noto come “bolla dei prezzi delle attività”.

Le bolle dei prezzi, generalmente, sono una conseguenza dei credit boom, poiché l'elevato tasso di credito concesso è spesso utilizzato proprio per l'acquisto delle suddette attività.

Nel momento in cui la bolla “scoppia” e i prezzi ritornano a livelli prossimi ai fondamentali, i prezzi relativi ai mercati azionari ed a quelli immobiliari crollano, provocando una diminuzione notevole del capitale netto delle società.

Una conseguenza tangibile delle bolle dei prezzi è sicuramente quella del ribasso dei prezzi relativi ai prodotti offerti dalle istituzioni finanziarie, che si traduce, poi, in un decremento del patrimonio netto e nel deterioramento del bilancio.

Da quanto citato fin ora si evince sicuramente che una crisi finanziaria è conseguenza di un periodo di elevata incertezza, di un avvio di recessione. Questo accade perché in un periodo di forte incertezza risulta complicato reperire informazioni complete ed efficaci, causando così l'aumento delle frizioni finanziarie, la riduzione dei prestiti e il conseguente rallentamento dell'attività economica.

2.1.2 La crisi finanziaria: seconda fase

I fattori sopra descritti che caratterizzano la prima fase di una crisi finanziaria portano le istituzioni finanziarie all'incapacità di rimborsare i creditori, portando molte banche a dichiarare il fallimento, generando, in alcuni casi, il fenomeno meglio conosciuto “panico bancario¹¹”.

Questo fenomeno è da ricondurre alla concatenazione delle molteplici problematiche che nella prima fase si sono verificate: i depositanti, o i creditori in generale, assumono un atteggiamento di marcato timore nei confronti delle istituzioni finanziarie. I depositanti, dunque, non essendo in grado di effettuare una valutazione accurata della validità di un portafoglio, richiedono la restituzione dei depositi in massa, causando il fallimento delle banche.

¹⁰ “I valori basati su aspettative realistiche circa i flussi futuri di reddito delle attività”. Cfr. Beccalli, E., Eakins, G. E., & Mishkin, F. S. (2019). *Istituzioni e mercati finanziari. Pearson 9ª edizione.*

¹¹ “Molteplici banche falliscono contemporaneamente”. Cfr. Beccalli, E., Eakins, G. E., & Mishkin, F. S. (2019). *Istituzioni e mercati finanziari. Pearson 9ª edizione.*

Questo fenomeno è chiamato “corsa agli sportelli” e proprio grazie a questo fenomeno ed a causa della percezione di malattia nei riguardi della salute del sistema finanziario in generale finiscono con l’essere colpiti anche gli istituti che sono in salute.

Questo innesca un meccanismo a catena in cui le banche si vedono costrette a rimborsare i creditori, molte di queste falliscono e la minor quantità di banche presenti sul mercato contribuisce alla minor circolazione delle informazioni relative al merito creditizio.

Tutto ciò porta gli istituti a concedere meno credito alle famiglie, ma soprattutto alle imprese che risultano avere sempre meno disponibilità economica da impegnare in attività che sarebbero risultate redditizie, aggravando in questo modo la fase di recessione.

I governi, solitamente, in questi casi agiscono con la rimozione dal mercato delle imprese che risultano insolventi, mettendole in fase di liquidazione. Così facendo i mercati riacquistano fiducia e i bilanci delle imprese ritornano in salute.

2.1.3 La crisi finanziaria: terza fase

La fase di ripresa da una crisi finanziaria può generare un fenomeno conosciuto in economia e finanza come “deflazione del debito”. L’abbassamento dei prezzi verificatosi nelle prime due fasi della crisi genera, a causa dell’aumento del tasso di debito contratto delle aziende, un danneggiamento del capitale netto.

Il capitale netto subisce un ribasso in termini reali poiché, generalmente, i debiti contratti dalle imprese nei paesi industrializzati hanno scadenze più o meno lunghe, almeno di dieci anni.

Un ribasso improvviso del livello dei prezzi porta ad un innalzamento del valore delle passività in bilancio per le aziende indebitate in termini reali, ma non si innalza realmente i valori delle attività che possiedono. Ciò che accade concretamente al bilancio delle imprese in questione è che la differenza tra l’attivo ed il passivo espresso in termini reali diminuisce.

2.2 La crisi finanziaria del 2008

Per analizzare al meglio le dinamiche della crisi finanziaria globale, partita dagli Stati Uniti d’America nel 2007, è fondamentale ricordarsi alcuni concetti chiave esposti in precedenza per capirne le cause scatenanti: innovazione finanziaria e asimmetrie informative relative al rating creditizio.

2.2.1 Le cause della crisi

La repentina introduzione di sistemi informatici all'avanguardia nei sistemi bancari ha contribuito ad avere maggiori informazioni sul merito creditizio per una classe di mutui immobiliari che erano considerati a rischio elevato.

Grazie, dunque, alle nuove tecnologie e alle nuove applicazioni dei metodi statistici era possibile attribuire un punteggio, con il nome di *FICO score*¹², che indicava in modo sintetico il rischio di insolvenza relativamente ai pagamenti dei debiti contratti.

Sulla scia del progresso tecnologico venne introdotto il processo meglio conosciuto come *securitization*. Questo processo è definito in italiano con il termine di cartolarizzazione, ossia, un'operazione mediante la quale una o più attività finanziarie in grado di generare dei flussi di cassa, come i mutui, vengono convertite in attività negoziabili, noti come "asset-backed securities" (ABS), in italiano come "titoli garantiti da attività".

La securitization, dunque, è utilizzata per trasferire il rischio da un emittente di prestiti (o mutui) agli investitori disposti ad assumere il rischio in cambio di un rendimento, favorendo la liquidità nel sistema economico-finanziario.

Nacque, così, il concetto di *mutuo subprime*, un prestito concesso a prenditori che risultavano avere un merito creditizio mediocre.

Tutti questi fattori insieme portarono al passaggio delle banche dal tradizionale modello *Originate To Hold*, al nuovo *Originate To Distribute*, attraverso il quale i debiti venivano ceduti agli intermediari attraverso la securitization e non più mantenuti in bilancio.

Questo modello, tuttavia, presentava un limite non indifferente: era esposto fortemente al problema "Principale-Agente". In questo caso il ruolo del principale era ricoperto dagli "originator" dei mutui, mentre quello dell'agente era ricoperto dagli investitori. È evidente che per gli originator non era di primaria importanza preoccuparsi dei futuri pagamenti degli investitori, poiché avevano già incassato preventivamente la quota a loro spettante (la commissione iniziale).

Queste erano le fondamenta dei problemi principali che hanno scaturito ed alimentato la bolla immobiliare protagonista della crisi in questione. Gli investitori, anche molto propensi al rischio, erano fomentati dall'acquisto di abitazioni che sarebbero diventate molto redditizie con l'aumento dei prezzi del mercato immobiliare, con la consapevolezza che in futuro avrebbero potuto evitare i pagamenti dei debiti contratti semplicemente non rimborsandoli.

¹² "Dal nome di Fair Isaac Corporation che lo sviluppò". Mishkins, Eakins, Becalli, "Istituzioni e mercati finanziari", 9ª edizione.

I problemi di asimmetrie informative, poi, portarono gli intermediari a spingere le famiglie a richiedere mutui che non rientravano nei loro parametri, fornendo dati fittizi relativi al merito creditizio in fase di concessione.

Di più, le asimmetrie informative spinsero le agenzie di *rating* creditizio ad assegnare punteggi spropositati, al solo fine di agevolare la vendita di pacchetti di prodotti finanziari complessi (maggiormente rischiosi di quanto gli investitori percepivano), per incrementare il loro guadagno attraverso le commissioni per la loro consulenza.

2.2.2 Le conseguenze della crisi

I primi effetti causati dalla crisi finanziaria globale furono tangibili, in primo luogo, sia per i consumatori che per le imprese.

La prima analisi da effettuare, trattandosi di una bolla immobiliare, riguarda sicuramente i prezzi degli immobili. La percentuale di possessori di immobili crebbe incredibilmente: a causa della concessione molto diffusa di mutui subprime ed i tassi di interesse ridotti per i mutui residenziali molte famiglie acquistarono delle abitazioni, anche come investimento data la repentina ascesa dei prezzi del mercato immobiliare, trasmettendo una maggiore sicurezza agli istituti che finanziavano tali manovre poiché, in qualsiasi momento, i debitori avrebbero potuto vendere l'immobile acquistato per far fronte al debito contratto.

La crescente richiesta di immobili da parte delle famiglie, però, portò ad un immediato calo dei prezzi, dando vita al fenomeno denominato *boom and bust* dei prezzi degli immobili, fino a produrre la bolla immobiliare già citata in precedenza.

Questo meccanismo portò ad un diffuso sentimento di incertezza nei confronti del mercato immobiliare, incentivando gli investitori a rinunciare agli investimenti intrapresi semplicemente consegnando le chiavi degli immobili alle istituzioni prestatrici.

Tali istituzioni, in questo modo, si ritrovarono con un'enorme quantità di finanziamenti emessi e non rimborsati, ed un'altrettanta elevata percentuale di abitazioni rese a garanzia dei debiti non rimborsati.

Il tracollo del valore delle abitazioni statunitensi contribuì sia direttamente che indirettamente al deterioramento del valore delle attività delle banche e degli intermediari che avevano emesso tali finanziamenti, con il conseguente indebolimento dei bilanci.

Le istituzioni si videro costrette a ridurre la leva finanziaria attraverso la liquidazione delle attività e limitando la concessione del credito alle famiglie.

Il drastico calo del valore dei mutui e degli altri prodotti concessi dalle istituzioni finanziarie e dalle banche portò al ricorso allo *shadow banking system*.

Lo shadow banking, noto anche come sistema finanziario ombra, si riferisce a un insieme di istituzioni e attività finanziarie che svolgono funzioni simili a quelle delle banche tradizionali, ma che operano al di fuori del regolamentato sistema bancario. Queste attività finanziarie possono includere intermediari finanziari non bancari, fondi comuni di investimento, società di gestione del denaro, fondi hedge e altre entità che raccolgono denaro dal pubblico o dai mercati finanziari e lo investono in una serie di strumenti finanziari.

Le banche ombra, per anni, hanno supportato i mutui immobiliari con tassi di interessi bassi che gli enti sopracitati hanno emesso, attraverso la concessione di fondi che hanno alimentato il sistema finanziario.

Unitamente al calo dei prezzi delle abitazioni ed al ricorso allo *shadow banking system* ci fu un drastico calo dei prezzi dei titoli del mercato azionario (oltre il 50% in meno dal mese di ottobre del 2007 al mese di marzo del 2009). Questi tre fattori indebolirono i bilanci di imprese e famiglie, con la conseguente contrazione del sistema economico a causa del calo delle spese per consumi ed investimenti.

La crisi finanziaria non tardò a riflettere i suoi effetti oltreoceano, dilagando in Europa, a riprova di quanto la globalizzazione dei mercati finanziari si era diffusa. Le banche centrali di Europa (Banca Centrale Europea, BCE) e Stati Uniti d'America (Federal Reserve, FED) effettuarono ingenti iniezioni di liquidità nel sistema economico, portando gli istituti bancari a concentrare all'interno delle proprie casse quanto più contante possibile, rendendosi indisponibili a prestarsi capitale a vicenda.

Nel marzo del 2008 iniziò il tracollo bancario, con Bear Stearns, tra le cinque maggiori banche d'investimento degli Stati Uniti, che fu acquistata da J.P. Morgan, con l'aiuto a garanzia della FED, a circa il 7% del suo valore nell'anno precedente.

Nel settembre dello stesso anno si verificò il famigerato caso del fallimento della banca d'investimento Lehman Brothers, a causa delle ingenti perdite in seguito alla crisi dei *subprime*. Merrill Lynch fu acquisita da Bank of America, a causa delle perdite riportate in seguito alla partecipazione in titoli subprime.

Nel settembre 2008, dunque, la crisi toccò il suo punto più alto: il governo statunitense capeggiato da Bush emanò l'“*Emergency Economic Stabilization Act*”, il mercato azionario crollò e lo spread raggiunse i 550 punti base.

L'indebolimento così drastico del sistema dei mercati del credito e la forte ascesa dei tassi di interesse causò un repentino blocco delle spese per i consumi e per gli investimenti da parte di consumatori ed imprese ed il tasso di disoccupazione salì oltre il livello del 10%.

A causa di tutte le variabili e le vicende analizzate, è stato dichiarato che la crisi finanziaria globale iniziata nel 2007 ha “guadagnato” il titolo di peggior contrazione del sistema economico degli USA dalla Seconda guerra mondiale, a cui viene attribuito il nome di “Grande Recessione”.

Dal marzo del 2009 il mercato azionario seguì una fase di rialzo e lo *spread*, al contrario, iniziò la sua discesa.

2.3 La crisi del debito sovrano

Le economie globali, nel corso degli anni, hanno dovuto fronteggiare numerose sfide, sempre più complesse, che hanno messo a dura prova la stabilità finanziaria di molti Paesi, anche quelli economicamente più sviluppati.

Una problematica che ha necessitato di manovre decisive è stata sicuramente la crisi finanziaria globale (di cui al paragrafo precedente), a seguito della quale la maggioranza dei governi ha dovuto mettere in atto interventi drastici come tentativo di “salvataggio” verso le istituzioni finanziarie che, durante quella crisi a causa dell'esposizione a prestiti con un elevato tasso di tossicità e investimenti con un altrettanto alto tasso di rischiosità, hanno rischiato, e a volte subito, il collasso.

La risposta dei governi per fronteggiare la suddetta crisi, dunque, ha portato alla crescita esponenziale dei deficit governativi (per fronteggiare sia le minori entrate fiscali dovute alle contrazioni del ciclo economico, sia lo stanziamento di fondi erogato per il “salvataggio” di istituzioni finanziarie prossime al fallimento), con la conseguente crescita di timore che i paesi più deboli della zona dell'euro non avrebbero potuto rimborsare il debito pubblico contratto.

2.3.1 I Paesi dell'Eurozona più deboli a rischio di default

La Grecia fu il primo Paese all'interno dell'Eurozona a cadere, con le previsioni per il 2009 relativamente al deficit di bilancio, pari al 6% del PIL (con il governo insediatosi ad ottobre dello stesso anno si scoprì che il vero valore del deficit di bilancio era circa il doppio), ed in relazione al rapporto debito-PIL, pari al 100% (con il nuovo governo emerse che il valore reale superava di almeno 10 punti percentuali quello previsto).

Furono attuate misure economiche al fine di tagliare drasticamente la spesa pubblica ed aumentare le entrate fiscali.

La crisi dalla Grecia si diffuse anche in Irlanda, Spagna, Portogallo, fino ad arrivare anche in Italia: i Paesi colpiti dalla crisi del debito sovrano vennero anche definiti con l'acronimo formato dalle iniziali dei propri nomi, i "PIIGS". I governi dei PIIGS si videro costretti ad attuare misure restrittive al fine di ristabilire le proprie finanze pubbliche, mentre i tassi di interesse avevano già superato la soglia del 10%.

L'Italia

La crisi italiana iniziò nei primi giorni di luglio del 2011, catturando l'interesse internazionale in questa fase molto delicata.

La sostenibilità del debito sovrano era fortemente in dubbio, anche a causa della mancanza di riforme strutturali. Il governo italiano, dunque, per fronteggiare la situazione critica, intraprese misure volte al contenimento del deficit, con l'obiettivo di rassicurare gli investitori internazionali sulla capacità della nazione ad onorare gli impegni finanziari contratti e per trasmettere fiducia riguardo la stabilità finanziaria dell'Italia.

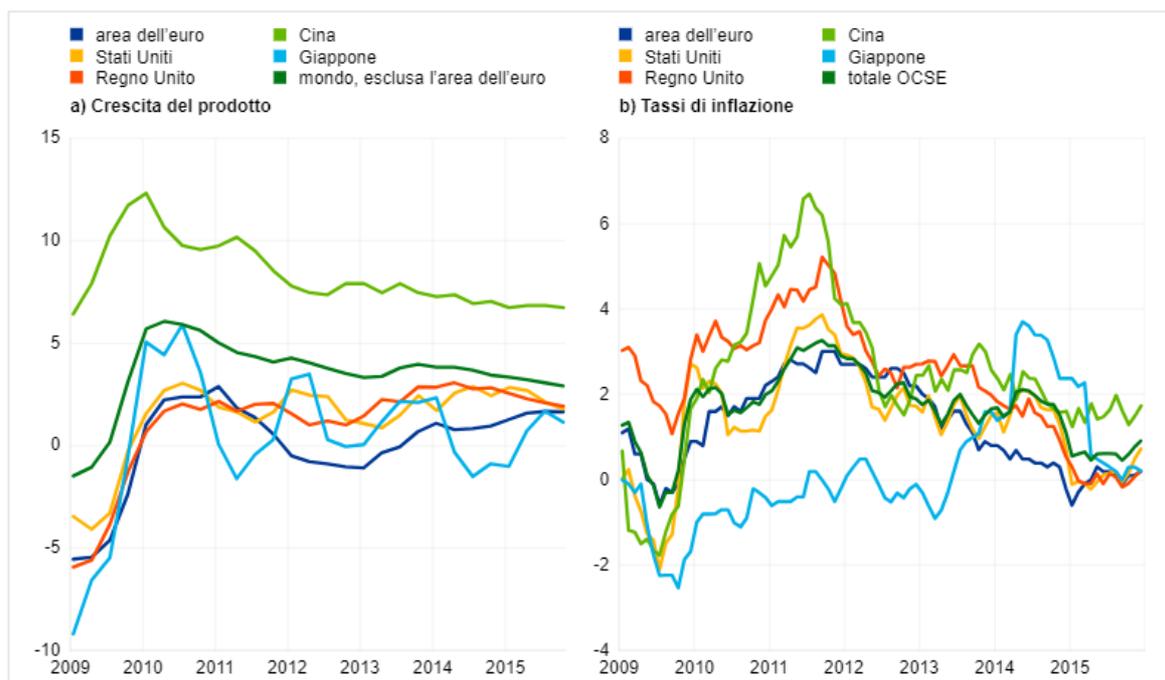
Tra i dati più significativi per descrivere la situazione italiana durante quel periodo sono sicuramente quello del rendimento dei titoli di stato a dieci anni, che raggiunse un valore pari circa al 7%, e il livello base dello spread, passato da circa 200 punti base a oltre 500 punti base.

Il governo italiano adottò da subito misure lungimiranti, a volte a dimostrare l'impegno che il governo stesso si impegnava a mantenere su un orizzonte di lungo termine, con l'obiettivo di migliorare la propria situazione fiscale. La misura per antonomasia adottata dal governo italiano fu l'introduzione del pareggio di bilancio all'interno della Costituzione, disciplinando così il mantenimento dell'equilibrio tra le entrate e le uscite, cercando di evitare di accumulare un deficit di bilancio eccessivo e non sostenibile.

2.3.2 L'intervento della BCE e l'introduzione del *Quantitative Easing*

La zona dell'euro risultava per gran parte compromessa ed i mercati erano in confusione ed avevano perso la fiducia nei confronti della stabilità finanziaria dell'Unione Europea, in particolare dei Paesi colpiti.

Figura 20. *Variazione PIL e tasso di inflazione 2009-2015*



Fonte: *Rapporto Annuale BCE 2015*

È celebre e tuttora ricordata la citazione dell'allora presidente della BCE Mario Draghi, che recitava “*whatever it takes*¹³”, proprio ad indicare l'impegno che la Banca Centrale Europea avrebbe impiegato nel salvare la moneta unica.

L'Unione Europea affrontò la crisi del debito sovrano con una delle sue carte più forti: la Banca Centrale Europea (BCE).

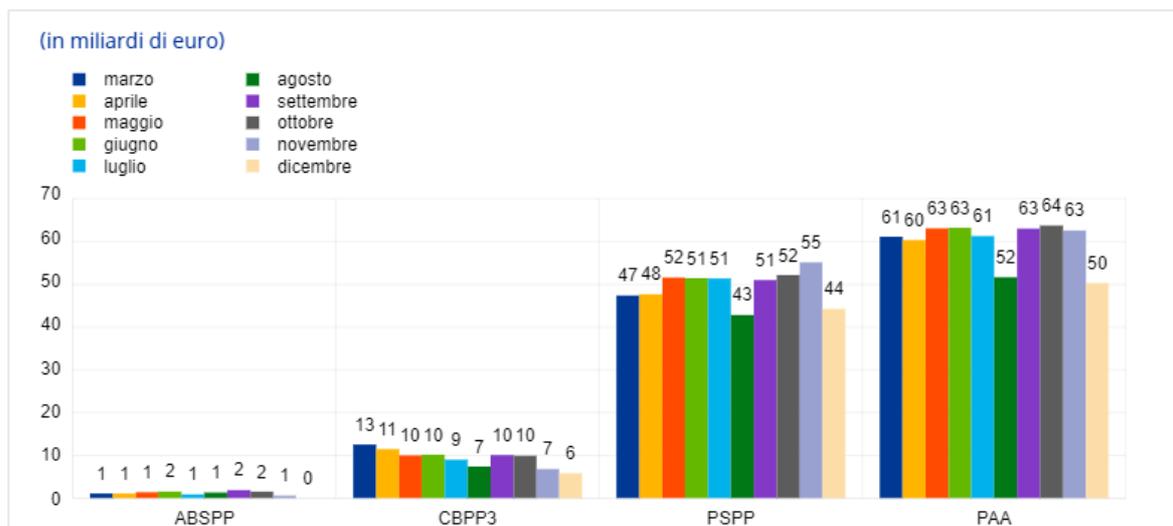
Dal primo momento la BCE intraprese una politica monetaria straordinaria, che prese il nome di Quantitative Easing (Q.E.), volta ad evitare il collasso delle economie dei PIIGS.

La strategia messa in atto dalla BCE prevedeva l'acquisto in massa di titoli di stato ed altri asset finanziari al fine di iniettare liquidità all'interno del sistema economico ed iniziare la manovra di ribasso dei tassi di interesse a lungo termine.

Quella del *Quantitative Easing* si configura come una misura audace, ma strettamente necessaria per attutire il propagarsi della crisi del debito sovrano e dare un forte sostegno alla ripresa dell'apparato economico e finanziario. La politica del Q.E. ha generato non poche preoccupazioni in merito al rischio di aumento del tasso di inflazione e la conseguente svalutazione dell'euro, ed alla possibilità della propagazione di bolle speculative.

¹³ “Tutto il necessario”, tradotto dall'inglese.

Figura 21. Piano Acquisto Attività (PAA) BCE, focus su settore pubblico (PSPP) 2015.



Fonte: Rapporto Annuale BCE 2015

È evidente, poi, che il QE non è stato in grado di risolvere i numerosi problemi causati dalla crisi del debito sovrano, ma è stata considerata una manovra temporanea, in grado di dare il tempo giusto ai governi per attuare riforme e misure economiche, politiche e strutturali a spettro più ampio e con basi più solide per garantire stabilità al sistema finanziario e favorire la ripresa economica dei Paesi colpiti dalla crisi.

2.4 La Crisi Economica Globale scatenata dal COVID-19

Il 2020 è stato un anno caratterizzato da un evento senza precedenti nella storia recente: la pandemia scatenata dal virus COVID-19.

Il Coronavirus è stato la causa di una crisi dapprima sociale, poi economica su scala mondiale, essendosi diffuso a macchia d'olio sull'intero pianeta.

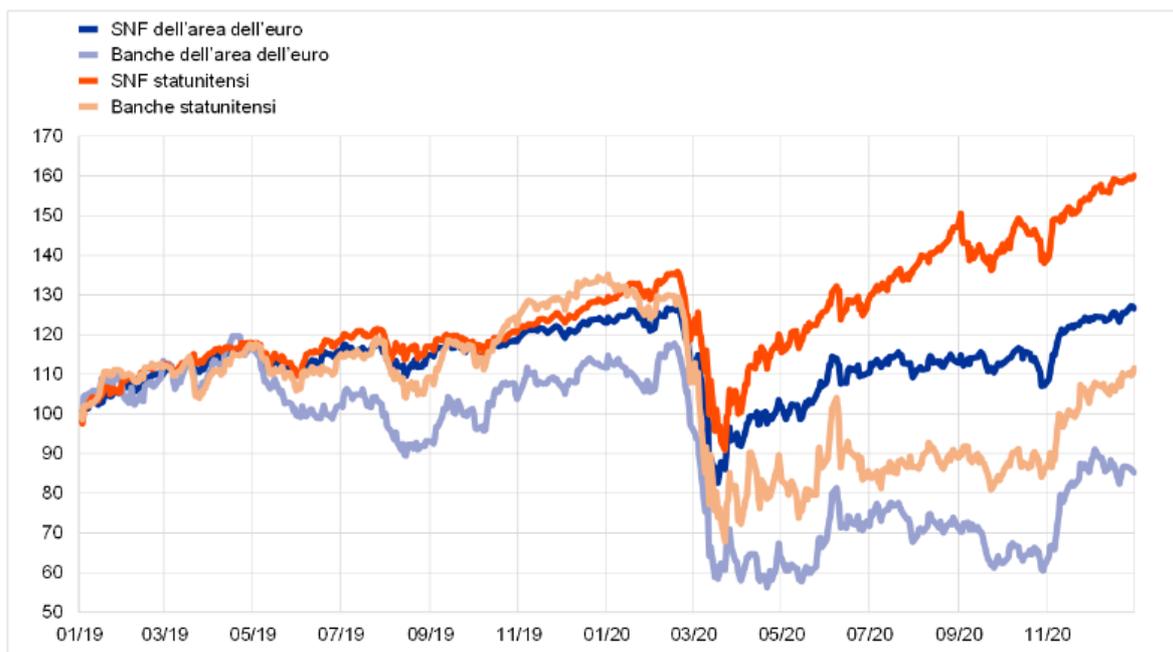
Le cause scatenanti della crisi economica sono una conseguenza delle misure adottate dai governi, che sono risultate devastanti per i mercati finanziari, le imprese e sulla vita sociale dell'intera popolazione mondiale.

2.4.1 I lockdown e le relative conseguenze

Le misure adottate dai governi mondiali per arginare la diffusione della pandemia hanno avuto un comune denominatore: il lockdown. Tale misura prevedeva diverse restrizioni per contenere gli spostamenti e i contatti sociali tra gli individui.

I lockdown diffusi su tutta la superficie terrestre hanno avuto un impatto significativo sulla vita sociale delle persone, ma, soprattutto, sull'economia, riducendo (a tratti bloccando) la produzione e aumentando la disoccupazione. Molte imprese hanno riconvertito le proprie produzioni, per non registrare ingenti perdite e non licenziare una grossa percentuale di dipendenti, in prodotti richiesti dalla crisi sanitaria. Le imprese che rientrano nel segmento dei viaggi, dell'ospitalità, dei trasporti e dell'intrattenimento sono state le più colpite dalle restrizioni. Dalla figura 22 si può notare l'impatto sui principali indici azionari mondiali.

Figura 22. *Andamento principali indici azionari mondiali (1/19-12/2020)*



Fonte: *Rapporto Annuale BCE 2020*

In Italia, che è risultato tra i Paesi maggiormente colpiti dalla pandemia, sono state implementate misure di restrizioni rigide, che hanno portato ad una contrazione economica molto drastica. L'Italia, infatti, deve al turismo una grossa percentuale del proprio PIL, settore particolarmente messo con le spalle al muro dalle misure restrittive adottate sia dal governo italiano, che prevedeva regole stringenti per chi arrivava dall'estero oppure si muoveva sul territorio nazionale, sia per quelle previste dai governi esteri in materia di spostamenti verso gli altri Paesi.

Le misure di distanziamento sociale adottate durante il periodo pandemico portano delle conseguenze tutt'ora tangibili: l'introduzione dello "smart working" è un'arma a doppio taglio, in quanto permette a determinate categorie di lavoratori di lavorare comodamente dalla propria abitazione, ma contribuisce a rallentare il ciclo economico, banalmente, per i consumi che i suddetti lavoratori effettuavano recandosi in ufficio quotidianamente (ad esempio: trasporti, ristorazione).

Da questi concetti si evincono tre conseguenze fondamentali:

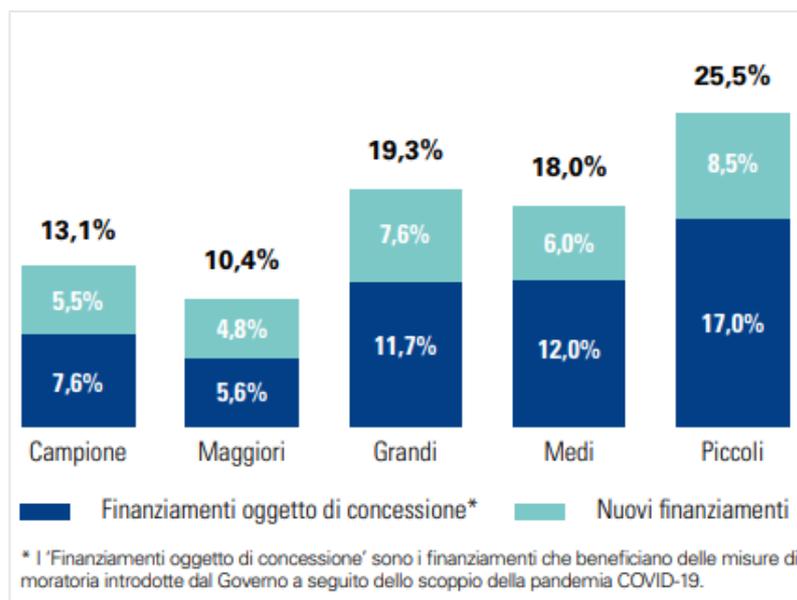
1. Ad aver avuto la peggio in seguito alle misure adottate per contenere la diffusione del virus sono state le piccole realtà, come le piccole attività presenti nei quartieri delle città, ma anche quelle dei piccoli paesi di provincia.
2. Molte imprese (in particolare le piccole imprese e le *start up*) e molte famiglie hanno ridotto sensibilmente gli investimenti e le spese dedicate al consumo (soprattutto per i beni di consumo durevoli come le automobili).
3. Le restrizioni ed i *lockdown* hanno provocato il crollo della domanda, con la conseguente chiusura di numerose imprese, aumento della disoccupazione e il già sopracitato calo dei consumi.

2.4.2 L'intervento del governo italiano

La situazione di crisi esplicita del sottoparagrafo precedente ha scaturito il sentimento comune di timore ed instabilità verso il futuro, nonché conseguenze drastiche per tutto il sistema economico-finanziario. Il governo italiano ha reagito subito con una serie di politiche volte alla protezione della salute pubblica e ad attutire l'impatto economico, nonché a favorirne la ripresa.

Le politiche adottate prevedevano misure per tutti i campi colpiti. Il governo italiano ha adottato dei piani di stimolo economico per sostenere sia le imprese, sia i lavoratori, sia le famiglie colpiti dalla crisi. I piani previsti comprendevano sostegno finanziario diretto, la sospensione dei pagamenti delle imposte e prestiti agevolati. Le misure previste per il sostegno al sistema economico comprendevano anche quelle volte a sostenere i cittadini più vulnerabili, i lavoratori autonomi e i disoccupati e venne introdotta una moratoria sui mutui, al fine di consentire alle famiglie di rinviare i canoni relativi ai pagamenti delle rate ipotecarie durante il periodo pandemico.

Figura 23. Finanziamenti oggetto di misure di sostegno COVID-19/Crediti verso clientela lordi (2020)



Fonte: Report KPMG: Bilanci dei gruppi bancari italiani: trend e prospettive p. 21

Furono stanziati, inoltre, fondi significativi per sostenere il sistema sanitario, con l'obiettivo di aumentare la capacità di test e per fornire cure mediche alle persone colpite dal virus.

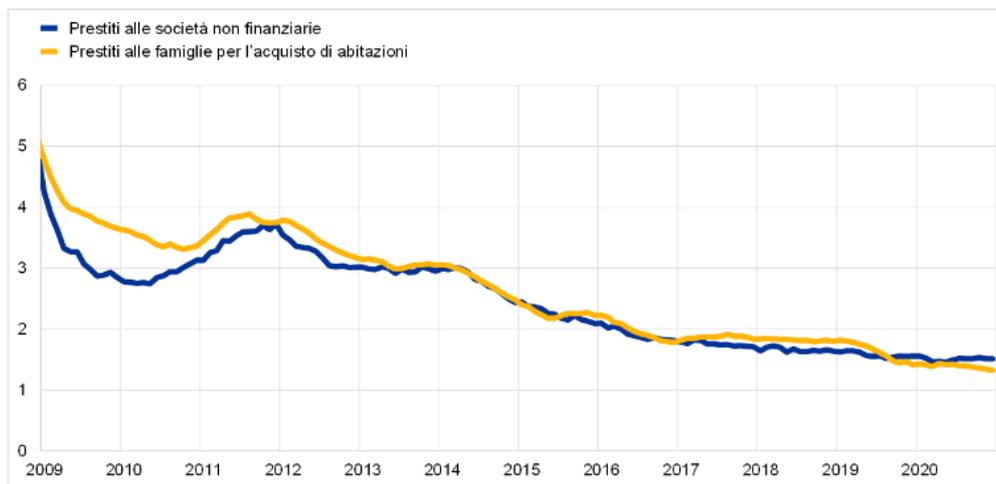
2.4.3 L'intervento della Banca Centrale Europea

La Banca Centrale Europea ha adottato misure cruciali al fine di mitigare gli effetti negativi che la pandemia ha causato all'intero sistema economico.

Le politiche messe in atto per sostenere l'economia della zona dell'euro e per garantire la stabilità finanziaria durante il periodo pandemico hanno compreso diverse tematiche, a partire dai tassi di interessi, fino a consistenti iniezioni di liquidità, passando da programmi che prevedevano il riacquisto dei titoli.

Le misure adottate relativamente ai tassi di interesse avevano l'obiettivo chiave di ridurre i tassi di interesse di riferimento fino a livelli molto bassi (a tratti negativi), per agevolare i costi relativi ai finanziamenti per banche ed imprese.

Figura 24. *Andamento tassi di interesse Area Euro per imprese e famiglie*



Fonte: *Rapporto Annuale BCE 2020*

Il programma di riacquisto dei titoli, meglio noto come Programma di Acquisto di Emergenza Pandemica (PEPP), prevedeva l'acquisto di titoli di debito sia pubblici che privati. Tale misura ha avuto il compito di mantenere bassi i livelli di rendimento dei titoli di Stato, al fine di garantire la stabilità economica dei mercati finanziari.

Le consistenti iniezioni di liquidità nel sistema economico sono passate prima per il sistema bancario: la BCE avviò programmi di acquisto di titoli garantiti, fornendo prestiti a condizioni favorevoli alle banche, al fine di incentivare il finanziamento alle imprese e alle famiglie.

A queste misure ne furono affiancate altre, con l'obiettivo comune di mantenere il flusso di credito nell'economia, impedendo un collasso finanziario e sostenendo la ripresa economica.

Le politiche adottate hanno alimentato anche numerose polemiche, soprattutto relativamente al pericolo di inflazione: l'eccesso di moneta causato dalle politiche di stimolo economico e la possibile ripresa esponenziale della domanda una volta che l'economia si ristabilirà su livelli simili a quelli del periodo precedente a quello della pandemia aumentano le preoccupazioni dell'aumento del tasso di inflazione.

Off topic: il ruolo della Guerra in Ucraina

Dal febbraio del 2022 ad aggravare le conseguenze della crisi pandemica c'è anche il conflitto scatenato dalla Russia di Putin verso l'Ucraina. È importante citare questo evento per capire quanto i conflitti geopolitici innescano incertezza sui mercati finanziari e influenzano i prezzi e le forniture di materie prime essenziali come il gas ed il petrolio.

Il conflitto in corso in terra Ucraina ha complicato ulteriormente la situazione economica, già compromessa a causa della pandemia.

Capitolo 3: Analisi dei portafogli prima e dopo le crisi sistemiche

Dopo aver analizzato il modello di Markowitz e le crisi che negli ultimi anni si sono verificate sui mercati finanziari, l'obiettivo del terzo capitolo sarà di testare la bontà del modello media-varianza nel mercato bancario in un orizzonte temporale dal 2005 al 2023. Per valutare l'efficacia del modello teorico si è costruito un campione di 15 banche le cui azioni sono quotate sul NYSE e si è applicato il modello ad intervalli predeterminati, ovvero utilizzando i dati¹⁴ per la costruzione di un portafoglio nel periodo antecedente il verificarsi della crisi, per poi testare lo scarto dai risultati attesi mediante un back-testing nel periodo immediatamente successivo. L'analisi è stata inoltre replicata prendendo in esame un campione di titoli bancari quotati sulla Borsa di Londra e sui principali mercati dell'Unione Europea, effettuando un raffronto con i risultati ottenuti con il portafoglio di azioni statunitensi. I periodi presi in esame sono i seguenti:

- Gennaio 2005 - Settembre 2008, periodo antecedente la crisi dei mutui *Subprime*,
- Settembre 2008 - Giugno 2011, periodo in cui scoppia la crisi del debito sovrano in alcuni dei Paesi UE;
- Giugno 2011 - Marzo 2015, periodo in cui le politiche monetarie sono state effettuate attraverso strumenti non convenzionali come il *Quantitative Easing*;
- Marzo 2015 - Febbraio 2020, periodo antecedente la diffusione della pandemia da Covid-19;
- Febbraio 2020- Agosto 2023, periodo successivo alla pandemia caratterizzato da una politica monetaria volta dapprima a superare la crisi derivante dal *lock-down* generalizzato e, successivamente, da un eccesso di inflazione.

Una volta definiti i risultati dell'analisi, si provvederà a determinare quali portafogli abbiano performato in misura migliore rispetto alle attese e quali tra gli intermediari statunitensi ed europei abbiano reagito in maniera più efficace al verificarsi ciclico delle crisi.

¹⁴ I dati sulle quotazioni delle azioni utilizzate nell'analisi sono stati ottenuti mediante la piattaforma Refinitiv.

3.1 Costruzione portafoglio titoli bancari statunitensi

In riferimento ai titoli quotati sul NYSE, sono state selezionate le azioni delle 15 banche a maggiore capitalizzazione di mercato e quotate a partire dal 2005.

Figura 25. Banche USA

Jp Morgan Chase
Bank of America
Wells Fargo
Citigroup
Morgan Stanley
Us Bancorp
Goldman Sachs
Truist Financial
PNC
Charles Schwab Corp
Capital One
State Street Corp
M&T Bank
Fifth Third Bancorp
Regions Financial Corp

Fonte: *Elaborazione in Excel*

In riferimento all'applicazione del modello di Markowitz, si sono determinati, in riferimento a ciascun periodo preso in esame, il vettore dei rendimenti giornalieri attesi e la matrice delle varianze e delle covarianze, determinando il portafoglio a minima varianza (PMV) e la frontiera efficiente ipotizzando la possibilità di vendere allo scoperto. Inoltre, si sono costruiti dei portafogli tenendo in considerazione una funzione di utilità legata ad un coefficiente di avversione al rischio:

$$U(x) = E(R_p) - \frac{1}{2} \cdot A \cdot \sigma^2(R_p) \quad [3.1]$$

Con:

$E(R_p)$ = Rendimento atteso di portafoglio

A = Coefficiente di avversione al rischio

$\sigma^2(R_p)$ = Varianza del portafoglio

Come si evince dalla formula, all'aumentare del valore di A, aumenta l'avversione al rischio. I tre portafogli efficienti sono stati costruiti ipotizzando un coefficiente pari rispettivamente ad 1, 2 e 3.

3.1.1 Periodo 2005-2008

Il primo periodo analizzato è quello relativo alla fase pre-crisi *subprime*. In riferimento alla composizione e alle statistiche dei 4 portafogli creati, si veda la Figura 26.

Figura 26. Portafogli USA 2005-2008

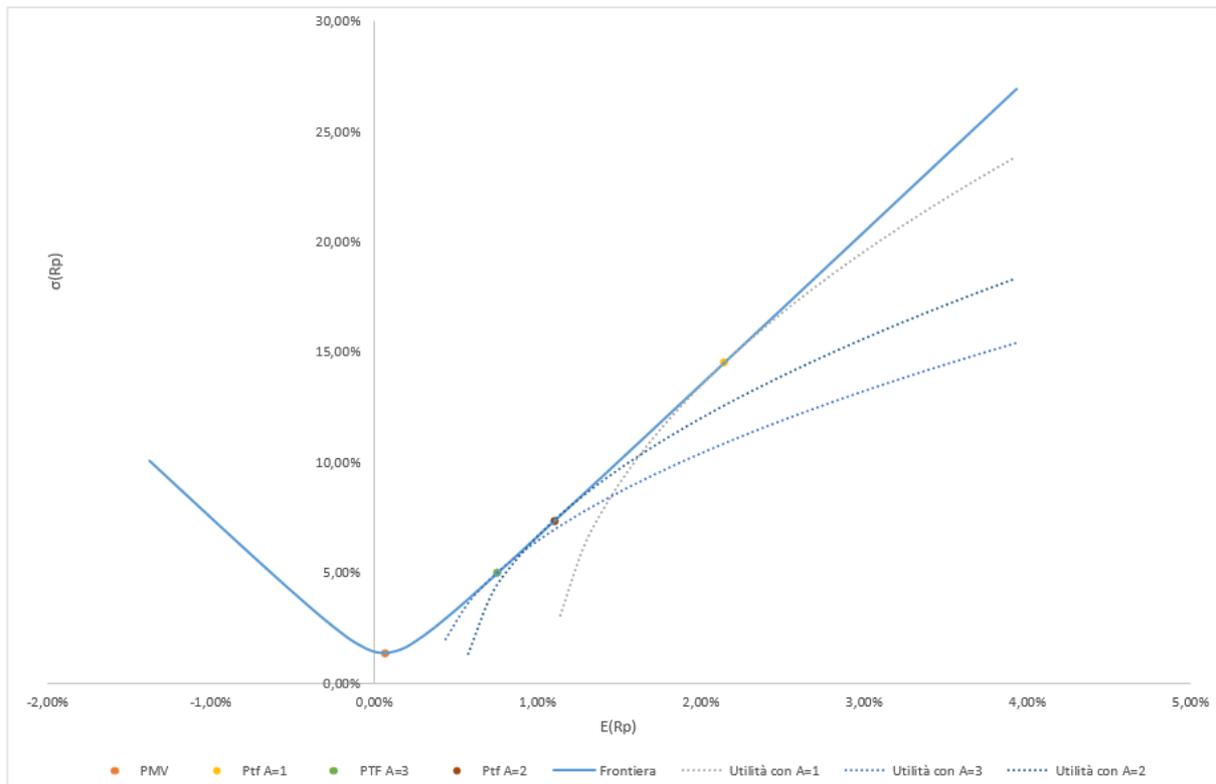
PMV	x	A=3	x	A=2	x	A=1	x
Jp Morgan Chase	-5,91%	Jp Morgan Chase	34,17%	Jp Morgan Chase	54,19%	Jp Morgan Chase	114,24%
Bank of America	2,56%	Bank of America	25,63%	Bank of America	37,22%	Bank of America	72,05%
Wells Fargo	-21,85%	Wells Fargo	49,81%	Wells Fargo	85,62%	Wells Fargo	193,05%
Citigroup	5,70%	Citigroup	-259,42%	Citigroup	-391,99%	Citigroup	-789,78%
Morgan Stanley	-14,91%	Morgan Stanley	-26,65%	Morgan Stanley	-32,51%	Morgan Stanley	-50,07%
Us Bancorp	85,16%	Us Bancorp	101,91%	Us Bancorp	110,28%	Us Bancorp	135,42%
Goldman Sachs	20,49%	Goldman Sachs	124,43%	Goldman Sachs	176,41%	Goldman Sachs	332,31%
Truist Financial	-15,76%	Truist Financial	7,25%	Truist Financial	18,78%	Truist Financial	53,37%
PNC	36,42%	PNC	210,59%	PNC	297,66%	PNC	558,84%
Charles Schwab Corp	7,44%	Charles Schwab Corp	88,65%	Charles Schwab Corp	129,28%	Charles Schwab Corp	251,15%
Capital One	-5,89%	Capital One	-37,55%	Capital One	-53,37%	Capital One	-100,83%
State Street Corp	12,16%	State Street Corp	48,30%	State Street Corp	66,34%	State Street Corp	120,44%
M&T Bank	15,98%	M&T Bank	-84,31%	M&T Bank	-134,43%	M&T Bank	-284,78%
Fifth Third Bancorp	-2,30%	Fifth Third Bancorp	-89,05%	Fifth Third Bancorp	-132,42%	Fifth Third Bancorp	-262,56%
Regions Financial Corp	-19,29%	Regions Financial Corp	-93,78%	Regions Financial Corp	-131,04%	Regions Financial Corp	-242,85%
E(Rp)	0,06%	E(Rp)	0,75%	E(Rp)	1,10%	E(Rp)	2,14%
$\sigma^2(Rp)$	0,02%	$\sigma^2(Rp)$	0,25%	$\sigma^2(Rp)$	0,54%	$\sigma^2(Rp)$	2,10%
$\sigma(Rp)$	1,37%	$\sigma(Rp)$	5,00%	$\sigma(Rp)$	7,34%	$\sigma(Rp)$	14,48%
U		U	0,38%	U	0,56%	U	1,09%

Fonte: Elaborazione in Excel

Come si può notare i rendimenti sono crescenti in relazione alla minore avversione al rischio ottenendo portafogli che si posizionano sempre più a destra in riferimento alla frontiera efficiente. Il PVM presenta un rendimento giornaliero atteso pari allo 0,06% e uno scarto quadratico medio dell'1,37%. Il portafoglio con il minor grado di avversione al rischio, invece, è caratterizzato da un rendimento atteso del 2,14% a fronte di una deviazione standard del 14,48%.

La frontiera, il PMV, i portafogli ottenuti e le funzioni di utilità correlate al differente grado di avversione al rischio sono riportati in figura 27

Figura 27. Frontiera e portafogli selezionati USA 2005-2008



Fonte: Elaborazione in Excel

Per testare la validità del modello si è effettuato un back-test sui rendimenti effettivamente ottenuti e sulla varianza che i portafogli così determinati hanno presentato in riferimento al periodo successivo 2008-2011.

Figura 28. Risultati back-test USA 2005-2008

PMV	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	-0,04%	0,06%
σ^2 (Rp)	0,13%	0,02%
σ (Rp)	3,61%	1,37%

A=3	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	0,41%	0,75%
σ^2 (Rp)	2,44%	0,25%
σ (Rp)	15,62%	5,00%
U	0,00%	0,38%

A=2	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	0,63%	1,10%
σ^2 (Rp)	5,33%	0,54%
σ (Rp)	23,09%	7,34%
U	0,08%	0,56%

A=1	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	1,30%	2,14%
σ^2 (Rp)	20,95%	2,10%
σ (Rp)	45,78%	14,48%
U	0,24%	1,09%

PMV	Δ
E(Rp)	-0,10%
σ^2 (Rp)	0,11%
σ (Rp)	2,24%

A=3	Δ
E(Rp)	-0,34%
σ^2 (Rp)	2,19%
σ (Rp)	10,63%

A=2	Δ
E(Rp)	-0,47%
σ^2 (Rp)	4,79%
σ (Rp)	15,76%

A=1	Δ
E(Rp)	-0,83%
σ^2 (Rp)	18,86%
σ (Rp)	31,30%

Fonte: Elaborazione in Excel

Come si può osservare dalla figura 28, i rendimenti ottenuti effettivamente dai portafogli creati sulla base dei dati relativi al 2005-2008, in media, tra il 2008 e il 2011 hanno ottenuto rendimenti di gran lunga inferiori (dal -0,1% su base giornaliera per il PMV al -0,83% del portafoglio con A=1). La deviazione standard ottenuta, inoltre, è maggiore per tutti i portafogli presi in esame (rispettivamente +2,24%, 10,63%, -15,76% e -31,30%). Si può affermare che sulla base dell'ipotesi della stazionarietà

dei rendimenti, dato il momento complesso per il sistema bancario a seguito del verificarsi della crisi dei mutui *subprime*, la circostanza di ottenere un rendimento effettivo inferiore rispetto a quanto stimato era prevedibile.

3.1.2 Periodo 2008-2011

Il periodo successivo al manifestarsi della crisi è stato caratterizzato, come già riportato, da rendimenti attesi giornalieri inferiori rispetto al triennio precedente, come riportato in figura 29.

Figura 29. *Confronto Rendimenti attesi USA 2005-2008 e 2008-2011*

	2005-2008	2008-2011	Δ
Jp Morgan Chase	-0,01%	-0,01%	0,00%
Bank of America	-0,05%	-0,17%	-0,12%
Wells Fargo	-0,01%	-0,03%	-0,02%
Citigroup	-0,11%	-0,23%	-0,12%
Morgan Stanley	-0,02%	-0,09%	-0,07%
Us Bancorp	0,01%	-0,04%	-0,05%
Goldman Sachs	0,04%	-0,04%	-0,08%
Truist Financial	-0,04%	-0,04%	0,00%
PNC	0,02%	-0,04%	-0,06%
Charles Schwab Corp	0,08%	-0,06%	-0,14%
Capital One	-0,07%	0,00%	0,08%
State Street Corp	0,03%	-0,07%	-0,10%
M&T Bank	-0,05%	0,02%	0,06%
Fifth Third Bancorp	-0,12%	-0,04%	0,08%
Regions Financial Corp	-0,13%	-0,10%	0,03%

Fonte: *Elaborazione in Excel*

In riferimento ai 4 portafogli creati, si può notare (in figura 30), come presentino per i medesimi livelli di avversione al rischio, un rendimento atteso inferiore, una utilità e rischio minori rispetto a quelli creati nel periodo 2005-2008.

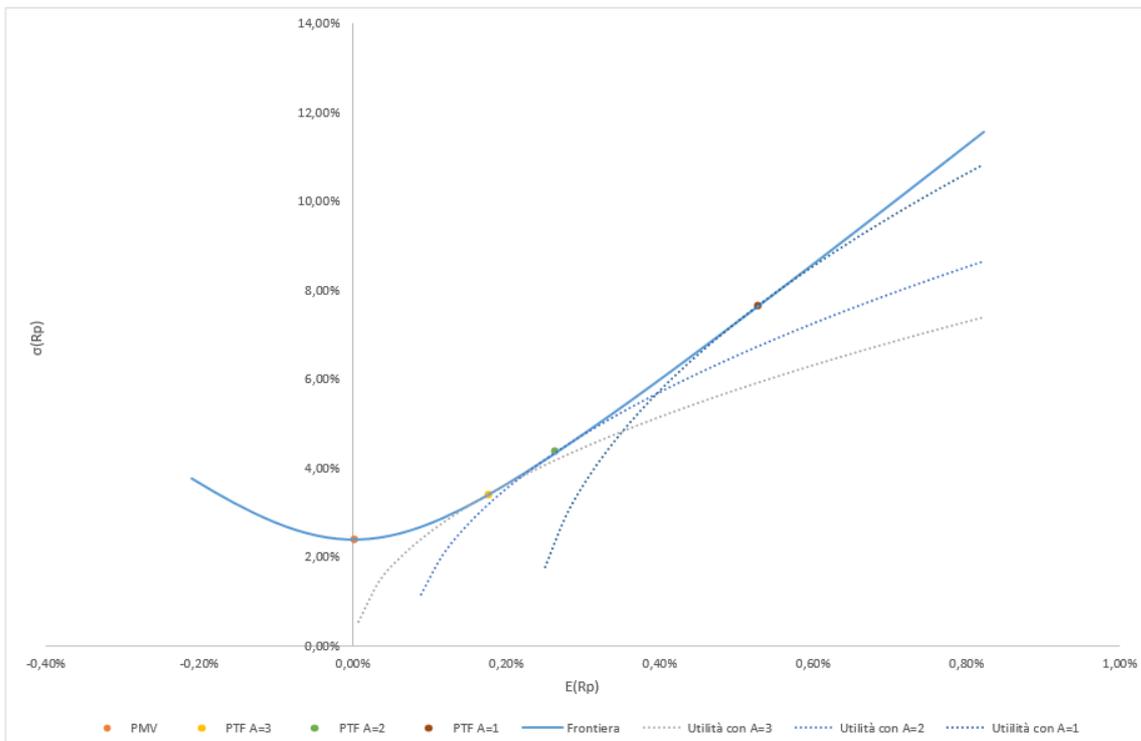
Figura 30. Portafogli USA 2008-2011

PMV	x	A=3	x	A=2	x	A=1	x
Jp Morgan Chase	-10,89%	Jp Morgan Chase	48,61%	Jp Morgan Chase	78,42%	Jp Morgan Chase	167,80%
Bank of America	-16,39%	Bank of America	-59,15%	Bank of America	-80,52%	Bank of America	-144,61%
Wells Fargo	-20,53%	Wells Fargo	9,12%	Wells Fargo	23,94%	Wells Fargo	68,41%
Citigroup	3,70%	Citigroup	-23,86%	Citigroup	-37,64%	Citigroup	-79,00%
Morgan Stanley	-18,49%	Morgan Stanley	-18,31%	Morgan Stanley	-18,21%	Morgan Stanley	-17,91%
Us Bancorp	23,37%	Us Bancorp	8,24%	Us Bancorp	0,64%	Us Bancorp	-22,17%
Goldman Sachs	59,05%	Goldman Sachs	64,55%	Goldman Sachs	67,30%	Goldman Sachs	75,53%
Truist Financial	19,72%	Truist Financial	-6,50%	Truist Financial	-19,58%	Truist Financial	-58,79%
PNC	9,07%	PNC	5,28%	PNC	3,36%	PNC	-2,35%
Charles Schwab Corp	32,56%	Charles Schwab Corp	-1,53%	Charles Schwab Corp	-18,64%	Charles Schwab Corp	-69,98%
Capital One	-6,89%	Capital One	14,94%	Capital One	25,83%	Capital One	58,52%
State Street Corp	-8,03%	State Street Corp	-15,99%	State Street Corp	-19,97%	State Street Corp	-31,90%
M&T Bank	44,32%	M&T Bank	82,66%	M&T Bank	101,89%	M&T Bank	159,57%
Fifth Third Bancorp	-4,77%	Fifth Third Bancorp	8,30%	Fifth Third Bancorp	14,82%	Fifth Third Bancorp	34,43%
Regions Financial Corp	-5,81%	Regions Financial Corp	-16,36%	Regions Financial Corp	-21,65%	Regions Financial Corp	-37,55%
E(Rp)	0,00%	E(Rp)	0,18%	E(Rp)	0,26%	E(Rp)	0,53%
$\sigma^2(Rp)$	0,06%	$\sigma^2(Rp)$	0,12%	$\sigma^2(Rp)$	0,19%	$\sigma^2(Rp)$	0,58%
$\sigma(Rp)$	2,39%	$\sigma(Rp)$	3,40%	$\sigma(Rp)$	4,35%	$\sigma(Rp)$	7,65%
		U	0,00%	U	0,08%	U	0,24%

Fonte: Elaborazione in Excel

La frontiera che si ottiene è riportata nella figura 31 ed evidenzia lo spostamento dei portafogli di tangenza verso sinistra rispetto a quella delineata nel periodo 2005-2008.

Figura 31. Frontiera e portafogli selezionati USA 2008-2011



Fonte: Elaborazione in Excel

In riferimento al back test dei portafogli creati rispetto alle statistiche di base effettivamente ottenute nel quadriennio 2011-2015, si può notare come per il PMV il rendimento giornaliero è stato sostanzialmente maggiore (con Δ pari 0,05%) con una deviazione standard minore (-1,11%) mentre per A=3, A=2 e A=1, si è registrato un rendimento e un rischio inferiori rispetto alle attese.

In tutti e tre i casi di avversione al rischio, inoltre, si registra un incremento dell'utilità derivante, in via sostanziale, dalla minore variabilità sopportata nel periodo successivo rispetto a quello della costruzione.

Figura 32. Risultati back-test USA 2008-2011

PMV	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,05%	0,00%
σ^2 (Rp)	0,02%	0,06%
σ (Rp)	1,29%	2,39%

A=3	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,07%	0,18%
σ^2 (Rp)	0,02%	0,12%
σ (Rp)	1,44%	3,40%
U	0,11%	0,00%

A=2	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,08%	0,26%
σ^2 (Rp)	0,03%	0,19%
σ (Rp)	1,83%	4,35%
U	0,15%	0,08%

A=1	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,10%	0,53%
σ^2 (Rp)	0,11%	0,58%
σ (Rp)	3,39%	7,65%
U	0,24%	0,24%

PMV	Δ
E(Rp)	0,05%
σ^2 (Rp)	-0,04%
σ (Rp)	-1,11%

A=3	Δ
E(Rp)	-0,11%
σ^2 (Rp)	-0,10%
σ (Rp)	-1,96%

A=2	Δ
E(Rp)	-0,19%
σ^2 (Rp)	-0,16%
σ (Rp)	-2,52%

A=1	Δ
E(Rp)	-0,43%
σ^2 (Rp)	-0,47%
σ (Rp)	-4,26%

Fonte: Elaborazione in Excel

3.1.3 Periodo 2011-2015

Come analizzato nel secondo capitolo, nel periodo 2011-2015 si registra la crisi del debito sovrano per quanto riguarda alcuni Stati dell'UE, mentre la BCE e la FED effettuano una politica monetaria espansiva facendo ricorso a strumenti non convenzionali.

Tale situazione ha comportato l'emergere di rendimenti giornalieri attesi positivi per tutti i titoli selezionati, circostanza che non si era verificata nei precedenti due periodi presi in esame. La differenza più marcata si registra con Citigroup (+0,28%), mentre quella meno marcata si evidenzia nel titolo M&T Bank (0,05%). I dati dei rendimenti riferiti ai due periodi (e la loro differenza), sono riepilogati in figura 33.

Figura 33. Confronto Rendimenti attesi 2008-2011 e 2011-2015

	2008-2011	2011-2015	Δ
Jp Morgan Chase	-0,01%	0,07%	0,08%
Bank of America	-0,17%	0,07%	0,24%
Wells Fargo	-0,03%	0,10%	0,13%
Citigroup	-0,23%	0,05%	0,28%
Morgan Stanley	-0,09%	0,08%	0,17%
Us Bancorp	-0,04%	0,06%	0,10%
Goldman Sachs	-0,04%	0,07%	0,10%
Truist Financial	-0,04%	0,07%	0,11%
PNC	-0,04%	0,08%	0,12%
Charles Schwab Corp	-0,06%	0,07%	0,13%
Capital One	0,00%	0,08%	0,07%
State Street Corp	-0,07%	0,08%	0,15%
M&T Bank	0,02%	0,07%	0,05%
Fifth Third Bancorp	-0,04%	0,08%	0,12%
Regions Financial Corp	-0,10%	0,08%	0,18%

Fonte: Elaborazione in Excel

Le caratteristiche dei portafogli in termini di rendimento atteso, varianza, scarto quadratico medio ed utilità attesa sono riportati in figura 34.

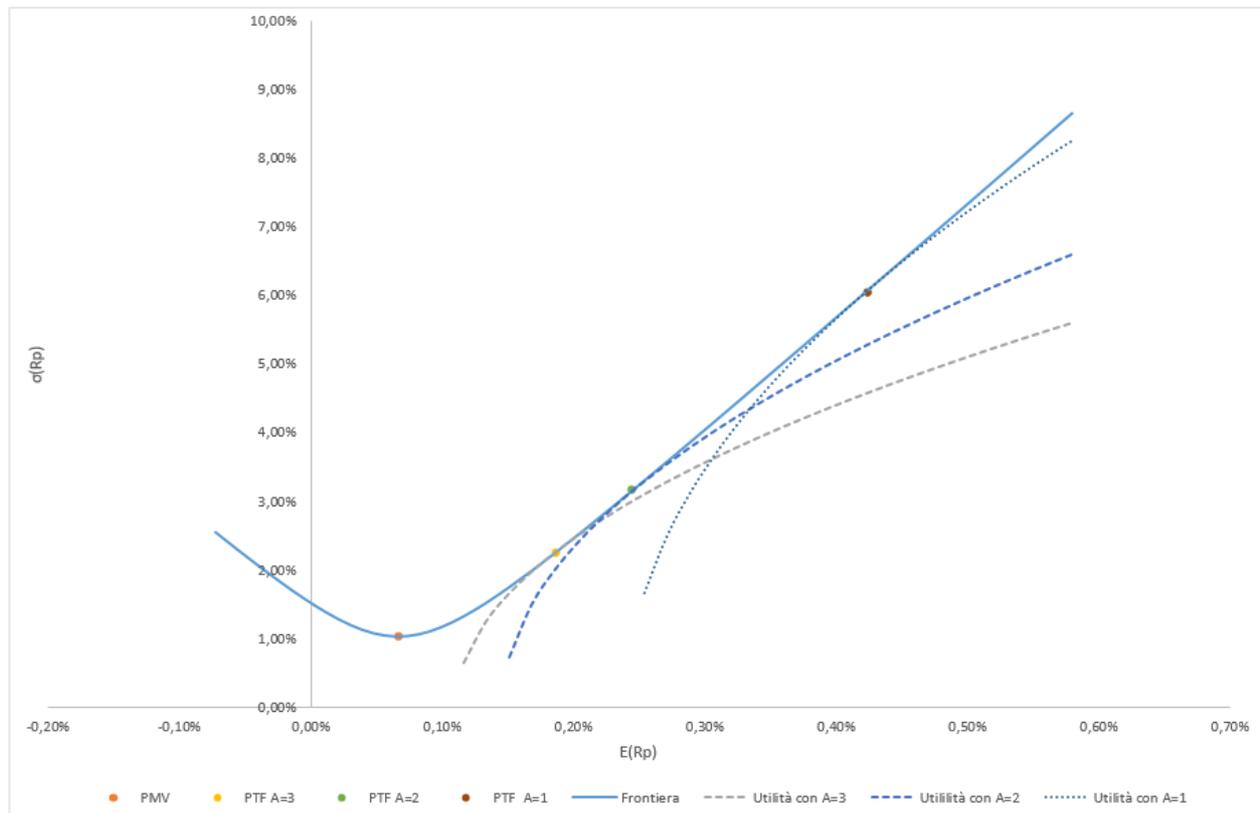
Figura 34. Portafogli USA 2011-2015

PMV	x	A=3	x	A=2	x	A=1	x
Jp Morgan Chase	8,08%	Jp Morgan Chase	13,06%	Jp Morgan Chase	15,55%	Jp Morgan Chase	23,02%
Bank of America	-6,25%	Bank of America	2,98%	Bank of America	7,63%	Bank of America	21,57%
Wells Fargo	7,21%	Wells Fargo	266,07%	Wells Fargo	395,51%	Wells Fargo	783,85%
Citigroup	-20,25%	Citigroup	-86,82%	Citigroup	-120,12%	Citigroup	-220,01%
Morgan Stanley	-17,09%	Morgan Stanley	11,73%	Morgan Stanley	26,12%	Morgan Stanley	69,33%
Us Bancorp	49,55%	Us Bancorp	-92,25%	Us Bancorp	-163,14%	Us Bancorp	-375,83%
Goldman Sachs	32,82%	Goldman Sachs	-3,05%	Goldman Sachs	-21,01%	Goldman Sachs	-74,89%
Truist Financial	4,34%	Truist Financial	-50,51%	Truist Financial	-77,96%	Truist Financial	-160,30%
PNC	15,91%	PNC	22,46%	PNC	25,69%	PNC	35,34%
Charles Schwab Corp	-0,98%	Charles Schwab Corp	-7,69%	Charles Schwab Corp	-11,00%	Charles Schwab Corp	-20,96%
Capital One	13,33%	Capital One	5,71%	Capital One	1,88%	Capital One	-9,61%
State Street Corp	11,52%	State Street Corp	38,41%	State Street Corp	51,86%	State Street Corp	92,20%
M&T Bank	42,06%	M&T Bank	-12,02%	M&T Bank	-39,01%	M&T Bank	-120,00%
Fifth Third Bancorp	-17,21%	Fifth Third Bancorp	2,59%	Fifth Third Bancorp	12,51%	Fifth Third Bancorp	42,31%
Regions Financial Corp	-23,03%	Regions Financial Corp	-10,67%	Regions Financial Corp	-4,51%	Regions Financial Corp	13,98%
E(Rp)	0,07%	E(Rp)	0,19%	E(Rp)	0,25%	E(Rp)	0,42%
$\sigma^2(Rp)$	0,01%	$\sigma^2(Rp)$	0,05%	$\sigma^2(Rp)$	0,10%	$\sigma^2(Rp)$	0,37%
$\sigma(Rp)$	1,03%	$\sigma(Rp)$	2,24%	$\sigma(Rp)$	3,16%	$\sigma(Rp)$	6,06%
U		U	0,11%	U	0,15%	U	0,24%

Fonte: Elaborazione in Excel

La frontiera ottenuta mostra come il PMV ed il portafoglio di tangenza con $A=3$ siano spostati verso destra, mentre quelli con $A=2$ e $A=1$ presentino uno shift verso sinistra rispetto a quelli del periodo 2008-2011 a causa di un rendimento atteso inferiore.

Figura 35. *Frontiera e portafogli selezionati USA 2011-2015*

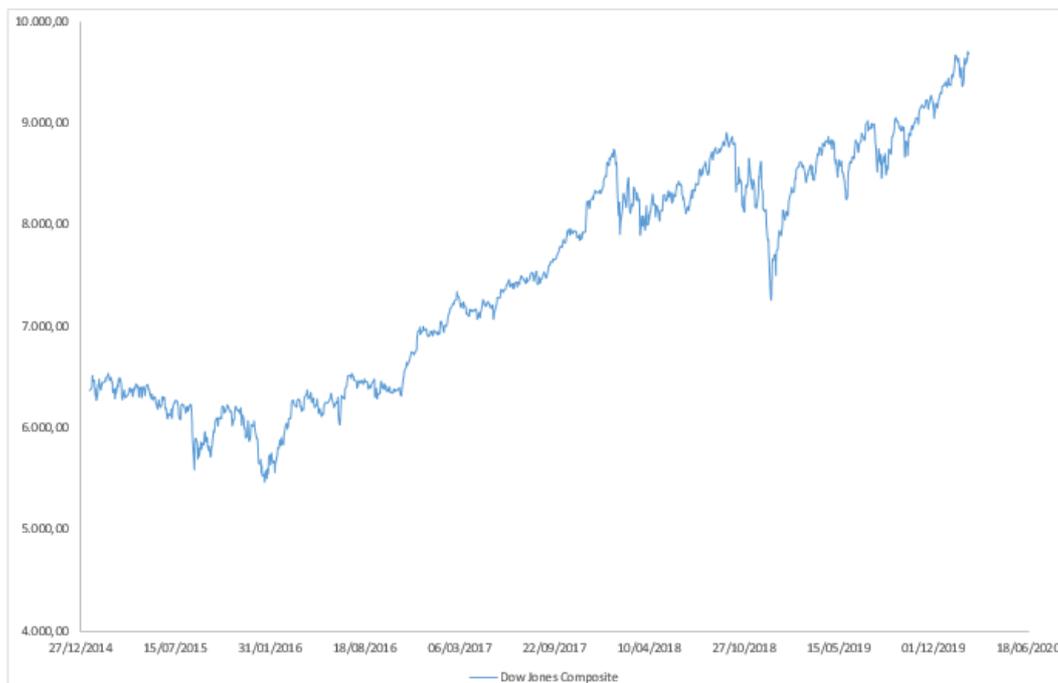


Fonte: *Elaborazione in Excel*

Il confronto è effettuato con un periodo successivo al 2015 che ha visto una crescita costante dell'economia americana come testimoniato dall'andamento del Dow Jones Composite che ha visto quasi raddoppiare il valore in punti base fino al 2020, nonostante una brusca frenata registrata tra la fine del 2018 e l'inizio del 2019 (figura 36).

I dati effettivamente ottenuti nel quinquennio successivo, tuttavia, presentano rendimenti inferiori e deviazioni standard più elevati per ogni coefficiente di avversione al rischio, (figura 37).

Figura 36. *Indice Dow Jones 2015-2020*



Fonte: *Elaborazione in Excel*

Figura 37. *Risultati back-test USA 2011-2015*

PMV	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	0,00%	0,07%
$\sigma^2(Rp)$	0,01%	0,01%
$\sigma(Rp)$	1,16%	1,03%

A=3	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	-0,08%	0,19%
$\sigma^2(Rp)$	0,06%	0,05%
$\sigma(Rp)$	2,54%	2,24%
u	0,16%	0,11%

A=2	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	-0,12%	0,25%
$\sigma^2(Rp)$	0,13%	0,10%
$\sigma(Rp)$	3,56%	3,16%
u	0,26%	0,15%

A=1	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	-0,23%	0,42%
$\sigma^2(Rp)$	0,46%	0,37%
$\sigma(Rp)$	6,79%	6,06%
u	0,55%	0,24%

PMV	Δ
E(Rp)	-0,07%
$\sigma^2(Rp)$	0,00%
$\sigma(Rp)$	0,13%

A=3	Δ
E(Rp)	-0,26%
$\sigma^2(Rp)$	0,01%
$\sigma(Rp)$	0,30%

A=2	Δ
E(Rp)	-0,36%
$\sigma^2(Rp)$	0,03%
$\sigma(Rp)$	0,41%

A=1	Δ
E(Rp)	-0,65%
$\sigma^2(Rp)$	0,09%
$\sigma(Rp)$	0,73%

Fonte: *Elaborazione in Excel*

Come si può osservare, il Δ rendimento è negativo per tutti i portafogli, mentre il Δ rischio è più elevato per il portafoglio con A=1 (0,73%).

3.1.4 Periodo 2015-2020

Come affermato in precedenza, il periodo è caratterizzato da una crescita economica notevole che ha avuto ripercussioni sulle quotazioni delle società oggetto del campione. I portafogli ottenuti mediante l'applicazione del modello di Markowitz, in riferimento a tale periodo sono i seguenti:

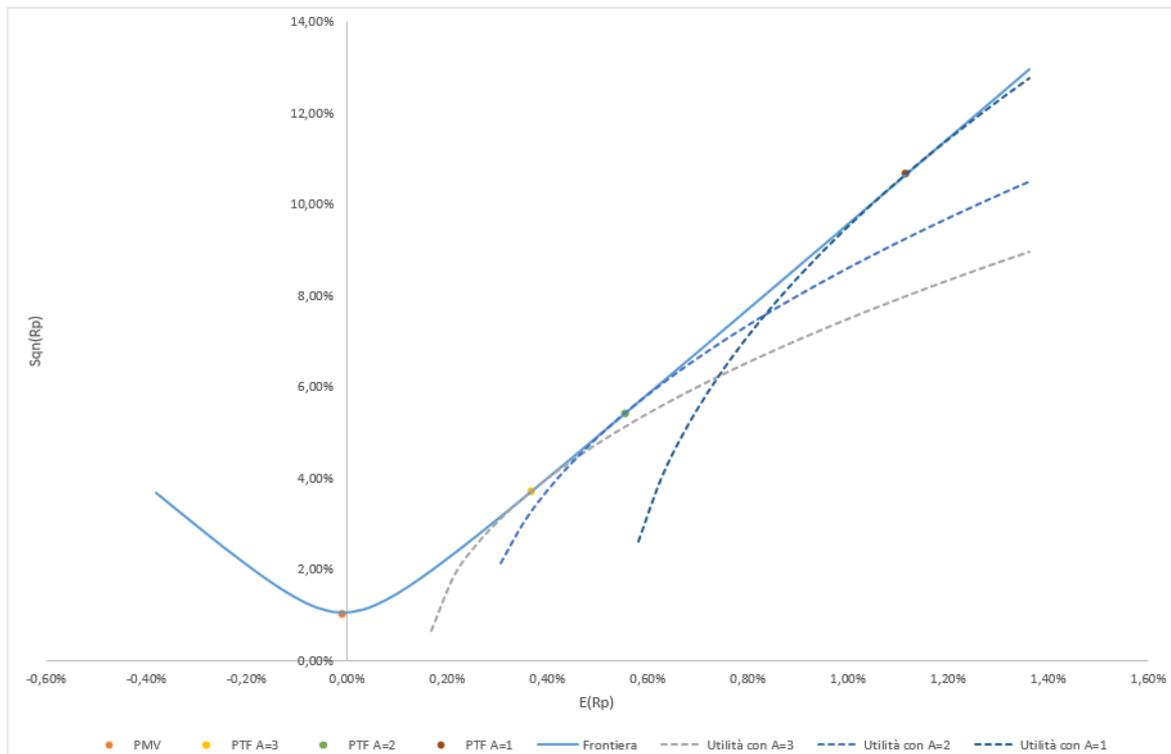
Figura 38. Portafogli USA 2015-2020

PMV	x	A=3	x	A=2	x	A=1	x
Jp Morgan Chase	32,64%	Jp Morgan Chase	535,70%	Jp Morgan Chase	787,15%	Jp Morgan Chase	1541,71%
Bank of America	-32,41%	Bank of America	147,45%	Bank of America	237,61%	Bank of America	507,35%
Wells Fargo	17,56%	Wells Fargo	-232,87%	Wells Fargo	-358,01%	Wells Fargo	-733,50%
Citigroup	-7,57%	Citigroup	-155,50%	Citigroup	-229,34%	Citigroup	-450,95%
Morgan Stanley	-17,39%	Morgan Stanley	-46,96%	Morgan Stanley	-61,47%	Morgan Stanley	-106,24%
Us Bancorp	93,51%	Us Bancorp	39,09%	Us Bancorp	11,97%	Us Bancorp	-69,50%
Goldman Sachs	14,18%	Goldman Sachs	-99,34%	Goldman Sachs	-156,36%	Goldman Sachs	-326,66%
Truist Financial	20,62%	Truist Financial	10,37%	Truist Financial	4,71%	Truist Financial	-10,03%
PNC	4,38%	PNC	59,23%	PNC	86,69%	PNC	168,45%
Charles Schwab Corp	2,93%	Charles Schwab Corp	27,19%	Charles Schwab Corp	39,18%	Charles Schwab Corp	75,61%
Capital One	6,09%	Capital One	-23,42%	Capital One	-38,19%	Capital One	-82,63%
State Street Corp	5,15%	State Street Corp	-64,02%	State Street Corp	-98,54%	State Street Corp	-202,36%
M&T Bank	5,94%	M&T Bank	-48,63%	M&T Bank	-75,47%	M&T Bank	-157,91%
Fifth Third Bancorp	-15,03%	Fifth Third Bancorp	-43,01%	Fifth Third Bancorp	-57,27%	Fifth Third Bancorp	-99,01%
Regions Financial Corp	-30,60%	Regions Financial Corp	-5,28%	Regions Financial Corp	7,34%	Regions Financial Corp	45,66%
E(Rp)	-0,01%	E(Rp)	0,37%	E(Rp)	0,55%	E(Rp)	1,12%
$\sigma^2(Rp)$	0,01%	$\sigma^2(Rp)$	0,14%	$\sigma^2(Rp)$	0,29%	$\sigma^2(Rp)$	1,13%
$\sigma(Rp)$	1,04%	$\sigma(Rp)$	3,68%	$\sigma(Rp)$	5,40%	$\sigma(Rp)$	10,65%
		U	0,16%	U	0,26%	U	0,55%

Fonte: Elaborazione in Excel

Come detto in precedenza, rispetto ai valori ottenuti nel periodo 2011-2015, i rendimenti subiscono uno shift additivo (ad eccezione del PMV), dunque le funzioni di utilità si spostano verso destra.

Figura 39. Frontiera e portafogli selezionati USA 2015-2020



Fonte: Elaborazione in Excel

A seguito della pandemia da Covid-19, il rendimento medio ottenuto nel triennio successivo al 2020 è stato inferiore rispetto alle precisioni con un *range* che va dal -0,03% del PMV ad un -0,70% del portafoglio con A=1.

Figura 40. Risultati back-test USA 2015-2020

PMV	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	-0,04%	-0,01%
σ^2 (Rp)	0,06%	0,01%
σ (Rp)	2,47%	1,04%

A=3	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	0,11%	0,37%
σ^2 (Rp)	0,34%	0,14%
σ (Rp)	5,87%	3,68%
U	0,17%	0,16%

A=2	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	0,19%	0,55%
σ^2 (Rp)	0,76%	0,29%
σ (Rp)	8,74%	5,40%
U	0,29%	0,26%

A=1	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	0,41%	1,12%
σ^2 (Rp)	3,13%	1,13%
σ (Rp)	17,71%	10,65%
U	0,58%	0,55%

PMV	Δ
E(Rp)	-0,03%
σ^2 (Rp)	0,05%
σ (Rp)	1,43%

PMV	Δ
E(Rp)	-0,26%
σ^2 (Rp)	0,21%
σ (Rp)	2,18%

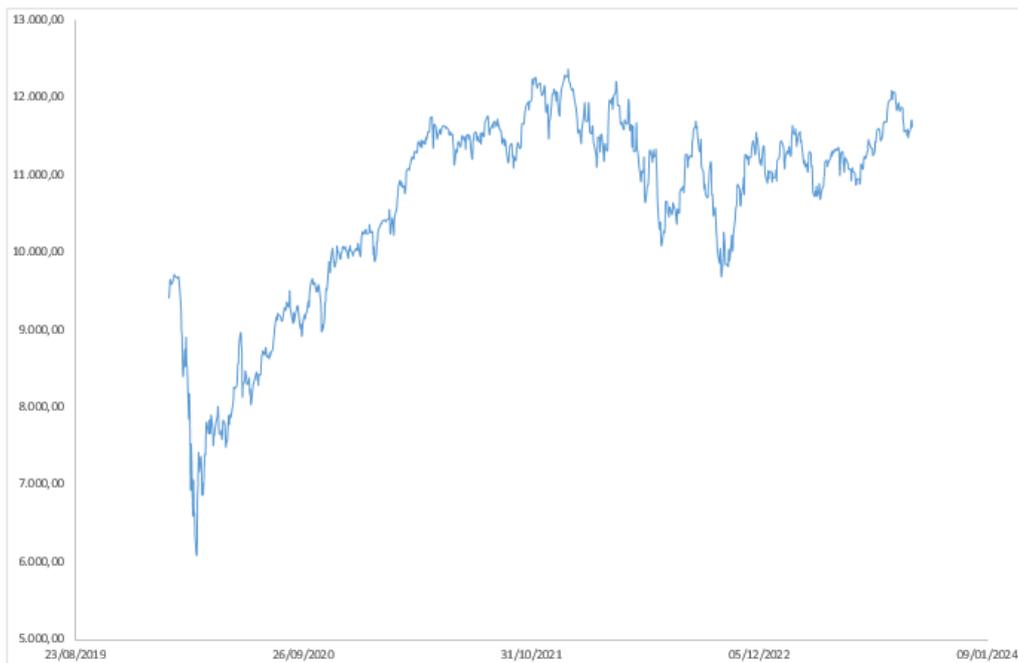
PMV	Δ
E(Rp)	-0,37%
σ^2 (Rp)	0,47%
σ (Rp)	3,34%

PMV	Δ
E(Rp)	-0,70%
σ^2 (Rp)	2,00%
σ (Rp)	7,05%

Fonte: Elaborazione in Excel

Come si evince dalla figura 40, tuttavia, anche la volatilità effettiva è risultata essere superiore rispetto a quella del periodo precedente. Infatti, considerato l'andamento del Dow Jones nei tre anni presi in esame, la variabilità dei corsi azionari è stata senza ombra di dubbio più elevata rispetto al periodo 2015-2020.

Figura 41. Indice Dow Jones 2020-2023



Fonte: Elaborazione in Excel

3.2 Costruzione portafoglio titoli bancari europei

Per verificare l'andamento di un portafoglio di titoli riferiti a banche con sede legale nell'UE e in UK, sono state selezionate le seguenti società¹⁵.

Figura 42. Banche UE e UK

HSBC
BNP Paribas
Credit Agricole
Santander
Deutsche Bank
Societe Generale
Banco Bilbao
Intesa San Paolo
Barclays
Lloyds Banking Group
ING
UBS
Unicredit
Banco de Sabadell
Aon PLC

Fonte: *Elaborazione in Excel*

Il criterio di scelta, come nel caso del campione di banche statunitensi, è legato alla elevata capitalizzazione che le caratterizza, e, di conseguenza, all'importanza che rivestono nei mercati di riferimento.

3.2.1 Periodo 2005-2008

Nel periodo antecedente il manifestarsi della crisi del 2008, i rendimenti ottenuti dai portafogli costruiti mediante il modello della media-varianza, sono positivi per i tre livelli di avversione al rischio, mentre è negativo per il PMV. Tuttavia, il livello è sicuramente più basso rispetto a quelli individuati nei portafogli di titoli bancari statunitensi.

¹⁵ Il campione è costituito da 14 banche e una società che si occupa di fornire servizi in ambito di assicurazione e *risk management* ad intermediari finanziari (Aon Plc).

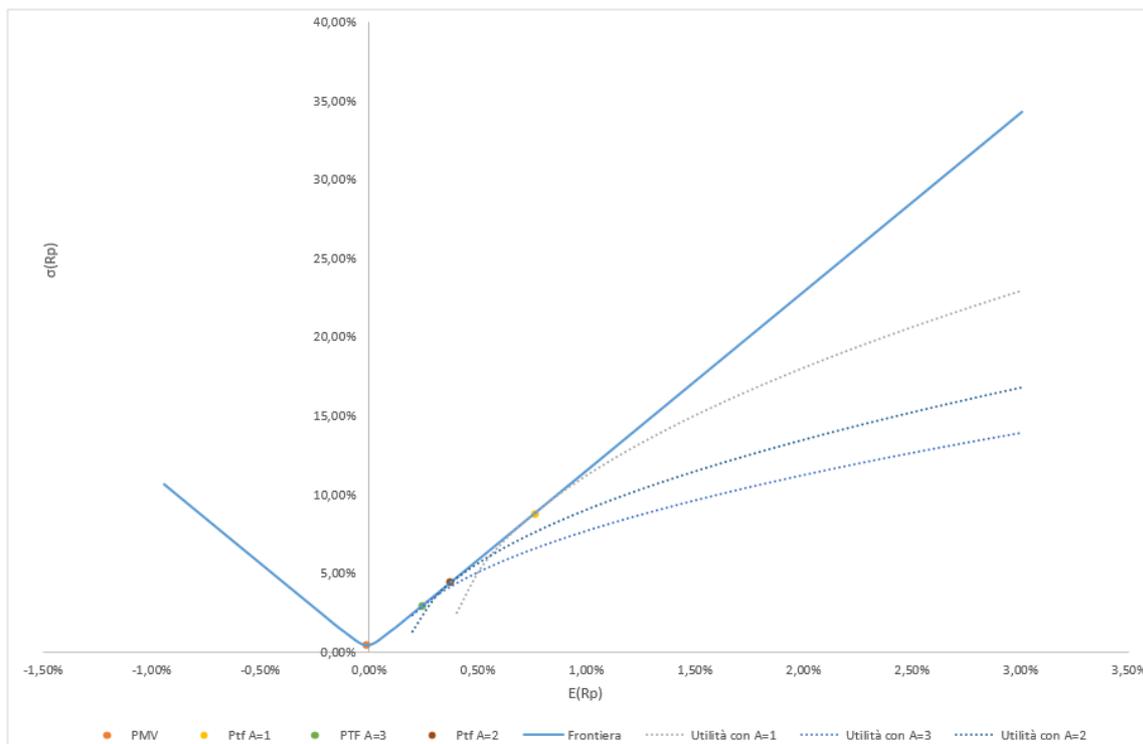
Figura 43. Portafogli UE e UK 2005-2008

PMV	x	A=3	x	A=2	x	A=1	x
HSBC	12,07%	HSBC	-35,59%	HSBC	-59,42%	HSBC	-130,89%
BNP Paribas	6,03%	BNP Paribas	48,15%	BNP Paribas	69,21%	BNP Paribas	132,40%
Credit Agricole	5,22%	Credit Agricole	-14,10%	Credit Agricole	-23,76%	Credit Agricole	-52,74%
Santander	7,72%	Santander	79,89%	Santander	115,97%	Santander	224,21%
Deutsche Bank	8,46%	Deutsche Bank	-25,36%	Deutsche Bank	-42,27%	Deutsche Bank	-93,00%
Societe Generale	4,35%	Societe Generale	13,35%	Societe Generale	17,86%	Societe Generale	31,37%
Banco Bilbao	6,96%	Banco Bilbao	3,92%	Banco Bilbao	2,40%	Banco Bilbao	-2,17%
Intesa San Paolo	10,06%	Intesa San Paolo	26,29%	Intesa San Paolo	34,41%	Intesa San Paolo	58,76%
Barclays	3,49%	Barclays	-28,02%	Barclays	-43,77%	Barclays	-91,04%
Lloyds Banking Group	5,06%	Lloyds Banking Group	-58,27%	Lloyds Banking Group	-89,94%	Lloyds Banking Group	-184,93%
ING	4,01%	ING	-23,79%	ING	-37,70%	ING	-79,39%
UBS	3,86%	UBS	-51,32%	UBS	-78,91%	UBS	-161,67%
Unicredit	7,17%	Unicredit	-3,10%	Unicredit	-8,24%	Unicredit	-23,66%
Banco de Sabadell	9,84%	Banco de Sabadell	55,82%	Banco de Sabadell	78,81%	Banco de Sabadell	147,78%
Aon PLC	5,71%	Aon PLC	112,13%	Aon PLC	165,34%	Aon PLC	324,98%
E(Rp)	-0,01%	E(Rp)	0,25%	E(Rp)	0,37%	E(Rp)	0,76%
$\sigma^2(Rp)$	0,00%	$\sigma^2(Rp)$	0,09%	$\sigma^2(Rp)$	0,20%	$\sigma^2(Rp)$	0,78%
$\sigma(Rp)$	0,40%	$\sigma(Rp)$	2,96%	$\sigma(Rp)$	4,42%	$\sigma(Rp)$	8,81%
		U	0,11%	U	0,18%	U	0,37%

Fonte: Elaborazione in Excel

La frontiera ottenuta e le curve di indifferenza espressione della funzione di utilità nei tre gradi di avversione al rischio, sono riepilogate nella figura 44.

Figura 44. Frontiera e portafogli selezionati UE e UK 2005-2008



Fonte: Elaborazione in Excel

Una volta determinati i portafogli, per testare l'efficacia del modello, si è determinato il rendimento medio ottenuto dallo stesso portafoglio nel triennio successivo.

Figura 45. Risultati back-test UE e UK 2005-2008

PMV	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	-0,06%	-0,01%
σ^2 (Rp)	0,01%	0,00%
σ (Rp)	0,97%	0,40%

A=3	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	0,07%	0,25%
σ^2 (Rp)	0,35%	0,09%
σ (Rp)	5,92%	2,96%

A=2	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	0,13%	0,37%
σ^2 (Rp)	0,80%	0,20%
σ (Rp)	8,93%	4,42%

A=1	2008-2011	2005-2008
E(Rp)	0,32%	0,76%
σ^2 (Rp)	3,25%	0,78%
σ (Rp)	18,04%	8,81%

PMV	Δ
E(Rp)	-0,05%
σ^2 (Rp)	0,01%
σ (Rp)	0,56%

A=3	Δ
E(Rp)	-0,18%
σ^2 (Rp)	0,26%
σ (Rp)	2,96%

A=2	Δ
E(Rp)	-0,24%
σ^2 (Rp)	0,60%
σ (Rp)	4,52%

A=1	Δ
E(Rp)	-0,44%
σ^2 (Rp)	2,48%
σ (Rp)	9,23%

Fonte: Elaborazione in Excel

Come si può osservare dalla figura 45, in tutte le tipologie di portafoglio, si è registrato un peggioramento del rendimento giornaliero e un incremento del rischio, inversamente proporzionali al grado di avversione al rischio (da -0,05% del PMV al -0,44% del portafoglio con A=1, in riferimento all'interesse istantaneo).

3.2.2 Periodo 2008-2011

Come riscontrato nel portafoglio di titoli bancari USA, anche le azioni delle banche UE ed UK presentano in tale periodo un rendimento atteso inferiore rispetto al triennio precedente.

Figura 46. Portafogli UE e UK 2008-2011

PMV	x
HSBC	7,87%
BNP Paribas	6,96%
Credit Agricole	3,67%
Santander	4,32%
Deutsche Bank	5,22%
Societe Generale	3,08%
Banco Bilbao	5,99%
Intesa San Paolo	6,96%
Barclays	2,31%
Lloyds Banking Group	1,80%
ING	2,55%
UBS	5,35%
Unicredit	5,23%
Banco de Sabadell	17,49%
Aon PLC	21,19%

A=3	x
HSBC	16,71%
BNP Paribas	16,14%
Credit Agricole	-4,22%
Santander	6,00%
Deutsche Bank	12,14%
Societe Generale	-5,20%
Banco Bilbao	8,88%
Intesa San Paolo	-4,20%
Barclays	2,18%
Lloyds Banking Group	-13,19%
ING	-2,00%
UBS	7,65%
Unicredit	-4,46%
Banco de Sabadell	-7,04%
Aon PLC	70,62%

A=2	x
HSBC	21,13%
BNP Paribas	20,72%
Credit Agricole	-8,14%
Santander	6,85%
Deutsche Bank	15,60%
Societe Generale	-9,32%
Banco Bilbao	10,36%
Intesa San Paolo	-9,79%
Barclays	2,01%
Lloyds Banking Group	-20,66%
ING	-4,27%
UBS	8,78%
Unicredit	-9,30%
Banco de Sabadell	-19,32%
Aon PLC	95,35%

A=1	x
HSBC	34,37%
BNP Paribas	34,47%
Credit Agricole	-19,98%
Santander	9,39%
Deutsche Bank	25,96%
Societe Generale	-21,72%
Banco Bilbao	14,67%
Intesa San Paolo	-26,52%
Barclays	1,95%
Lloyds Banking Group	-43,17%
ING	-11,08%
UBS	12,21%
Unicredit	-23,87%
Banco de Sabadell	-56,15%
Aon PLC	169,45%

E(Rp)	σ^2 (Rp)	σ (Rp)
-0,05%	0,01%	0,85%

E(Rp)	σ^2 (Rp)	σ (Rp)	u
0,03%	0,03%	1,83%	-0,02%

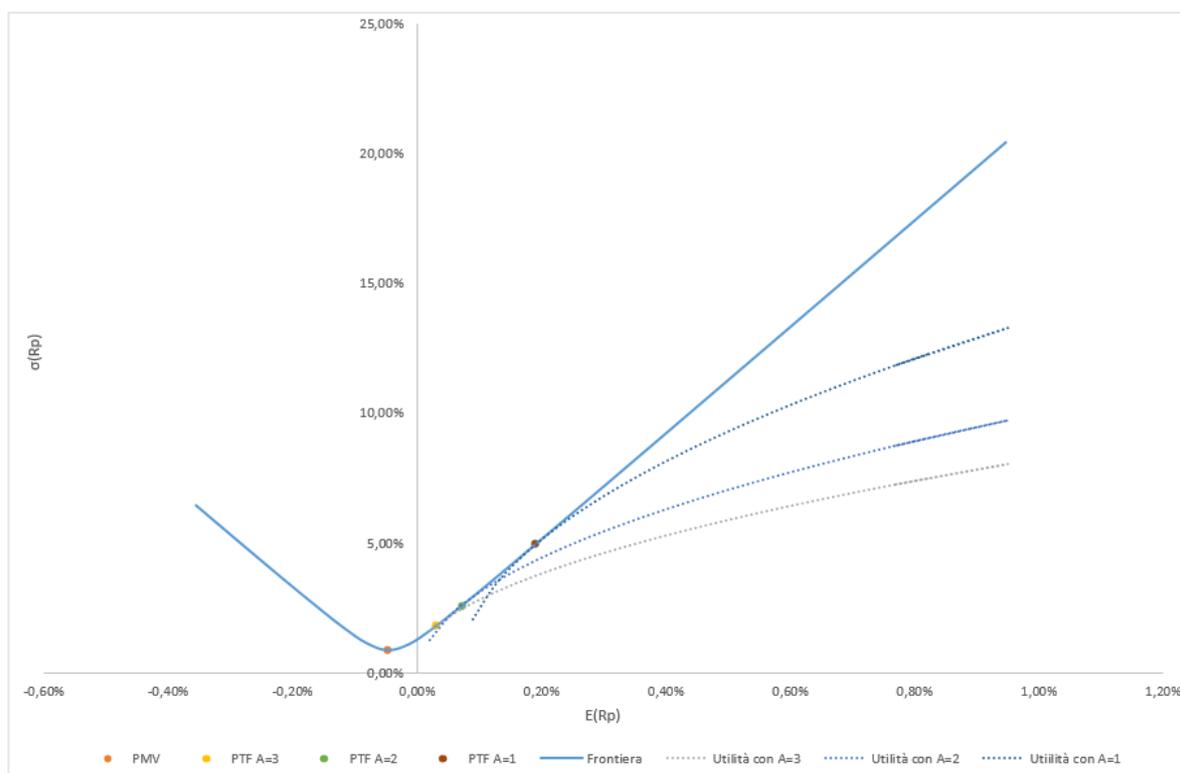
E(Rp)	σ^2 (Rp)	σ (Rp)	u
0,07%	0,07%	2,57%	0,00%

E(Rp)	σ^2 (Rp)	σ (Rp)	u
0,19%	0,24%	4,93%	0,07%

Fonte: Elaborazione in Excel

Tale circostanza ha condizionato i rendimenti dei portafogli costruiti attraverso l'applicazione del modello, in quanto sono caratterizzati da un ritorno atteso ed una varianza inferiori rispetto a quelli ottenuti nel periodo 2005-2008.

Figura 47. Frontiera e portafogli selezionati UE e UK 2008-2011



Fonte: Elaborazione in Excel

Di conseguenza, la frontiera e le funzioni di utilità hanno subito uno *shift* verso sinistra e verso il basso, rispetto a quelle ottenute nel precedente periodo.

Figura 48. Risultati back-test UE e UK 2008-2011

PMV	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,03%	-0,05%
σ^2 (Rp)	0,00%	0,01%
σ (Rp)	0,68%	0,85%

A=3	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,06%	0,03%
σ^2 (Rp)	0,01%	0,03%
σ (Rp)	1,19%	1,83%

A=2	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,08%	0,07%
σ^2 (Rp)	0,03%	0,07%
σ (Rp)	1,71%	2,57%

A=1	2011-2015	2008-2011
E(Rp)	0,12%	0,19%
σ^2 (Rp)	0,12%	0,24%
σ (Rp)	3,40%	4,93%

PMV	Δ
E(Rp)	0,08%
σ^2 (Rp)	0,00%
σ (Rp)	-0,17%

A=3	Δ
E(Rp)	0,03%
σ^2 (Rp)	-0,02%
σ (Rp)	-0,63%

A=2	Δ
E(Rp)	0,01%
σ^2 (Rp)	-0,04%
σ (Rp)	-0,86%

A=1	Δ
E(Rp)	-0,06%
σ^2 (Rp)	-0,13%
σ (Rp)	-1,53%

Fonte: Elaborazione in Excel

L'elemento interessante del confronto con i risultati ottenuti effettivamente nel periodo successivo, riguarda che tutti i portafogli creati presentano un rendimento maggiore a fronte di un rischio inferiore, ad eccezione del portafoglio con A=1, che presenta un Δ pari a -0,06%.

3.2.3 Periodo 2011-2015

Il quadriennio successivo al 2011 è stato caratterizzato da una ripresa dei rendimenti azionari che hanno determinato la costruzione di portafogli con rendimenti giornalieri attesi positivi (dallo 0,03% del PMV allo 0,72% del portafoglio con A=1), a fronte di un incremento della volatilità rispetto al periodo precedente.

Figura 49. Portafogli UE e UK 2011-2015

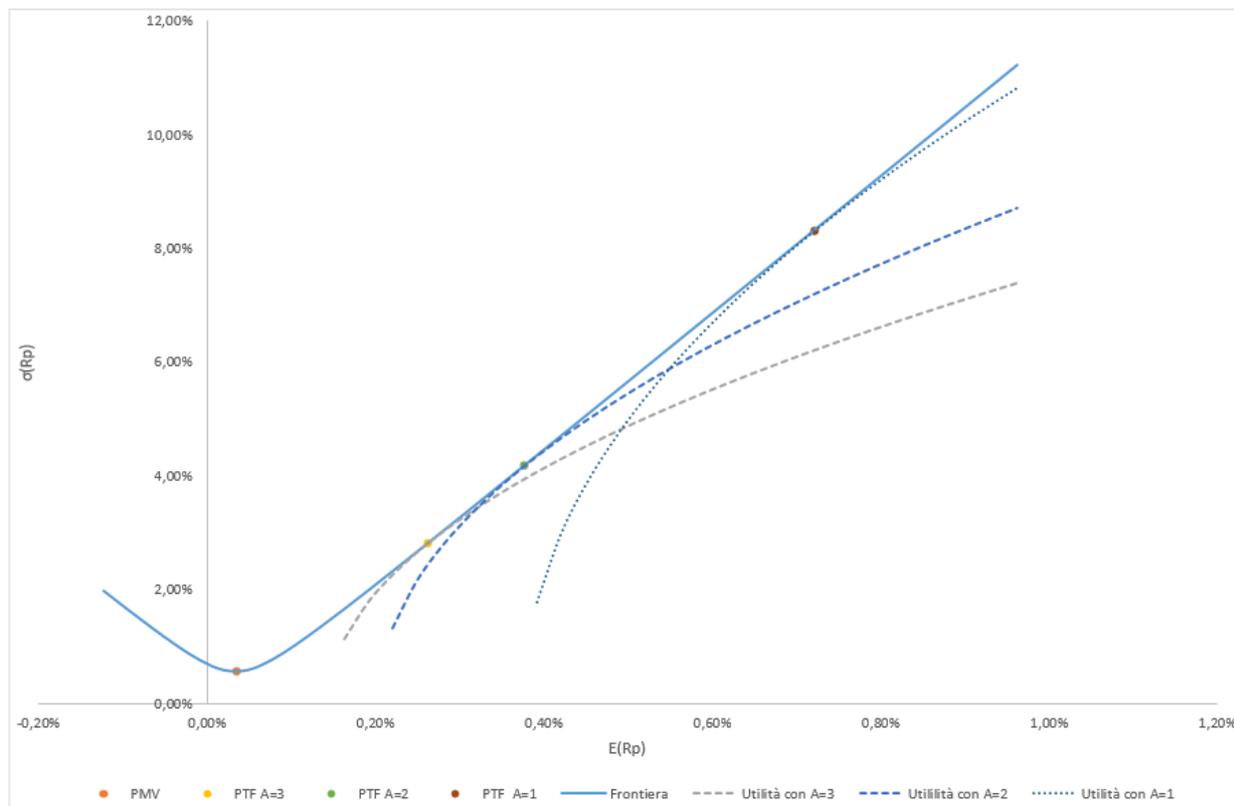
PMV	x	A=3	x	A=2	x	A=1	x
HSBC	18,50%	HSBC	-37,61%	HSBC	-65,77%	HSBC	-150,01%
BNP Paribas	-0,21%	BNP Paribas	-16,51%	BNP Paribas	-21,59%	BNP Paribas	-43,36%
Credit Agricole	3,80%	Credit Agricole	3,69%	Credit Agricole	3,75%	Credit Agricole	4,19%
Santander	7,44%	Santander	9,15%	Santander	6,87%	Santander	6,61%
Deutsche Bank	5,63%	Deutsche Bank	-46,54%	Deutsche Bank	-72,77%	Deutsche Bank	-151,06%
Societe Generale	-3,88%	Societe Generale	-24,57%	Societe Generale	-36,14%	Societe Generale	-68,62%
Banco Bilbao	12,21%	Banco Bilbao	23,59%	Banco Bilbao	31,89%	Banco Bilbao	51,77%
Intesa San Paolo	4,07%	Intesa San Paolo	15,77%	Intesa San Paolo	21,54%	Intesa San Paolo	38,93%
Barclays	3,24%	Barclays	4,70%	Barclays	5,34%	Barclays	7,32%
Lloyds Banking Group	4,27%	Lloyds Banking Group	27,25%	Lloyds Banking Group	38,80%	Lloyds Banking Group	73,44%
ING	2,57%	ING	20,80%	ING	29,64%	ING	56,78%
UBS	10,11%	UBS	-8,33%	UBS	-17,71%	UBS	-45,73%
Unicredit	3,44%	Unicredit	-30,25%	Unicredit	-47,19%	Unicredit	-97,81%
Banco de Sabadell	6,19%	Banco de Sabadell	-15,57%	Banco de Sabadell	-26,77%	Banco de Sabadell	-59,90%
Aon PLC	22,63%	Aon PLC	174,43%	Aon PLC	250,12%	Aon PLC	477,46%

E(Rp)	$\sigma^2(Rp)$	$\sigma(Rp)$	U
0,03%	0,00%	0,55%	
0,26%	0,08%	2,82%	0,14%
0,38%	0,17%	4,18%	0,20%
0,72%	0,69%	8,30%	0,38%

Fonte: Elaborazione in Excel

A seguito di tali cambiamenti, la frontiera e le curve di indifferenza relative ai diversi livelli di avversione al rischio si spostano di nuovo verso destra e verso l'alto.

Figura 50. Frontiera e portafogli selezionati UE e UK 2011-2015



Fonte: Elaborazione in Excel

Per quanto riguarda il back-test, il rendimento ed il rischio dei portafogli creati nel periodo preso in esame sono stati ricalcolati con i rendimenti effettivamente ottenuti nel quadriennio successivo (vedi figura 51).

Figura 51. Risultati back-test UE e UK 2011-2015

PMV	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	-0,02%	0,03%
σ^2 (Rp)	0,00%	0,00%
σ (Rp)	0,65%	0,55%

A=3	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	0,14%	0,26%
σ^2 (Rp)	0,09%	0,08%
σ (Rp)	3,02%	2,82%
U	0,14%	0,14%

A=2	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	0,22%	0,38%
σ^2 (Rp)	0,20%	0,17%
σ (Rp)	4,45%	4,18%
U	0,20%	0,20%

A=1	2015-2020	2011-2015
E(Rp)	0,45%	0,72%
σ^2 (Rp)	0,77%	0,69%
σ (Rp)	8,79%	8,30%
U	0,38%	0,38%

PMV	Δ
E(Rp)	-0,05%
σ^2 (Rp)	0,00%
σ (Rp)	0,09%

A=3	Δ
E(Rp)	-0,12%
σ^2 (Rp)	0,01%
σ (Rp)	0,20%

A=2	Δ
E(Rp)	-0,16%
σ^2 (Rp)	0,02%
σ (Rp)	0,28%

A=1	Δ
E(Rp)	-0,27%
σ^2 (Rp)	0,08%
σ (Rp)	0,49%

Fonte: Elaborazione in Excel

I dati così ottenuti hanno mostrato rendimenti effettivi inferiori rispetto alle attese con un Δ minimo di -0,05% per il PMV, fino ad un Δ pari a -0,27% per il portafoglio con A=1. Inoltre, il rischio è stato più elevato al diminuire del grado di avversione al rischio.

3.2.4 Periodo 2015-2020

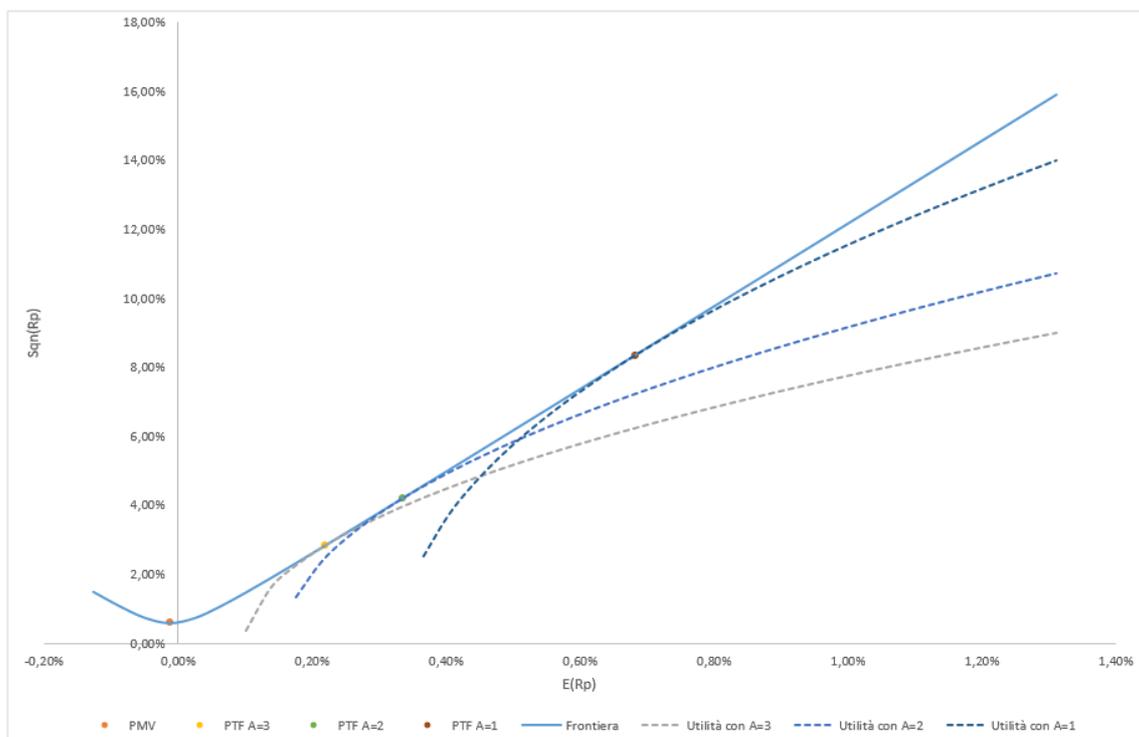
Nel quarto ed ultimo periodo analizzato, i rendimenti sono leggermente inferiori rispetto al quadriennio precedente e questo ha influito sui portafogli ottenuti in riferimento ai differenti livelli di avversione al rischio (figura 52) e sulla frontiera ottenuta (figura 53)

Figura 52. Portafogli UE e UK 2015-2020

PMV	x	A=3	x	A=2	x	A=1	x
HSBC	15,93%	HSBC	11,88%	HSBC	8,03%	HSBC	0,13%
BNP Paribas	4,51%	BNP Paribas	88,79%	BNP Paribas	130,62%	BNP Paribas	256,72%
Credit Agricole	1,55%	Credit Agricole	76,68%	Credit Agricole	114,86%	Credit Agricole	228,17%
Santander	5,61%	Santander	-63,46%	Santander	-98,52%	Santander	-202,64%
Deutsche Bank	5,04%	Deutsche Bank	-30,46%	Deutsche Bank	-48,23%	Deutsche Bank	-101,51%
Societe Generale	-3,75%	Societe Generale	1,83%	Societe Generale	1,91%	Societe Generale	7,58%
Banco Bilbao	6,01%	Banco Bilbao	-69,70%	Banco Bilbao	-106,70%	Banco Bilbao	-219,40%
Intesa San Paolo	7,01%	Intesa San Paolo	-4,72%	Intesa San Paolo	-10,89%	Intesa San Paolo	-28,79%
Barclays	6,01%	Barclays	-28,02%	Barclays	-45,39%	Barclays	-96,80%
Lloyds Banking Group	-2,00%	Lloyds Banking Group	11,39%	Lloyds Banking Group	18,21%	Lloyds Banking Group	38,42%
ING	6,86%	ING	-10,60%	ING	-18,77%	ING	-44,42%
UBS	13,59%	UBS	-0,22%	UBS	-0,23%	UBS	-14,05%
Unicredit	2,82%	Unicredit	-20,21%	Unicredit	-32,08%	Unicredit	-66,99%
Banco de Sabadell	6,95%	Banco de Sabadell	-35,90%	Banco de Sabadell	-57,85%	Banco de Sabadell	-122,65%
Aon PLC	23,86%	Aon PLC	172,74%	Aon PLC	245,04%	Aon PLC	466,22%
E(Rp)	-0,01%	E(Rp)	0,22%	E(Rp)	0,34%	E(Rp)	0,68%
$\sigma^2(Rp)$	0,00%	$\sigma^2(Rp)$	0,08%	$\sigma^2(Rp)$	0,18%	$\sigma^2(Rp)$	0,70%
$\sigma(Rp)$	0,59%	$\sigma(Rp)$	2,84%	$\sigma(Rp)$	4,21%	$\sigma(Rp)$	8,35%
		U	0,10%	U	0,16%	U	0,33%

Fonte: Elaborazione in Excel

Figura 53. Frontiera e portafogli selezionati UE e UK 2015-2020



Fonte: Elaborazione in Excel

In riferimento alla performance del portafoglio creato sulla base dei dati 2015-2020 nel triennio 2020-2023, si può notare come soltanto il portafoglio a varianza minima abbia presentato un rendimento più elevato (0,05% in più su base giornaliera), mentre gli altri abbiano rilevato un rendimento inferiore rispetto alle attese.

Figura 54. Risultati back-test UE e UK 2015-2020

PMV	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	0,04%	-0,01%
σ^2 (Rp)	0,01%	0,00%
σ (Rp)	1,13%	0,59%

A=3	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	0,03%	0,22%
σ^2 (Rp)	0,25%	0,08%
σ (Rp)	5,00%	2,84%

A=2	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	0,03%	0,34%
σ^2 (Rp)	0,58%	0,18%
σ (Rp)	7,59%	4,21%

A=1	2020-2023	2015-2020
E(Rp)	0,03%	0,68%
σ^2 (Rp)	2,38%	0,70%
σ (Rp)	15,41%	8,35%

PMV	Δ
E(Rp)	0,05%
σ^2 (Rp)	0,01%
σ (Rp)	0,54%

A=3	Δ
E(Rp)	-0,19%
σ^2 (Rp)	0,17%
σ (Rp)	2,15%

A=2	Δ
E(Rp)	-0,30%
σ^2 (Rp)	0,40%
σ (Rp)	3,38%

A=1	Δ
E(Rp)	-0,65%
σ^2 (Rp)	1,68%
σ (Rp)	7,07%

Fonte: Elaborazione in Excel

Data l'elevata volatilità registrata nel periodo della diffusione della pandemia da Covid-19 e le ripercussioni maggiori sul mercato europeo dello scoppio del conflitto tra Russia ed Ucraina, il livello della deviazione standard registrata è stata superiore alle attese.

3.3 Confronto tra i due Portafogli

Una volta effettuate tutte le analisi riferite ai portafogli di banche statunitensi e dell'area Euro e UK, è possibile effettuare un raffronto, per mettere in evidenza le differenze esistenti tra portafogli costruiti in periodi differenti e, successivamente, in quale periodo il modello di Markowitz ha ottenuto una *performance* previsionale più affidabile.

Come si può notare dalla figura 55, nei tre periodi presi in esame ad eccezione del 2011-2015, i rendimenti e le deviazioni standard dei portafogli USA sono stati maggiori rispetto a quelli dell'UE/UK. Uno dei motivi può essere legato all'impatto del Q.E. come evidenziato nel secondo capitolo e ad una ripresa forse più lenta dell'economia USA nel periodo preso in esame.

Figura 55. Confronto tra le statistiche di base portafogli USA e UE/UK

2005-2008		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	0,07%	E(Rp)	0,51%	E(Rp)	0,72%	E(Rp)	1,38%
σ^2 (Rp)	0,02%	σ^2 (Rp)	0,16%	σ^2 (Rp)	0,34%	σ^2 (Rp)	1,32%
σ (Rp)	0,97%	σ (Rp)	2,04%	σ (Rp)	2,92%	σ (Rp)	5,67%

2008-2011		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	0,05%	E(Rp)	0,14%	E(Rp)	0,19%	E(Rp)	0,34%
σ^2 (Rp)	0,05%	σ^2 (Rp)	0,08%	σ^2 (Rp)	0,12%	σ^2 (Rp)	0,34%
σ (Rp)	1,55%	σ (Rp)	1,58%	σ (Rp)	1,78%	σ (Rp)	2,72%

2011-2015		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	0,03%	E(Rp)	-0,08%	E(Rp)	-0,13%	E(Rp)	-0,30%
σ^2 (Rp)	0,01%	σ^2 (Rp)	-0,03%	σ^2 (Rp)	-0,07%	σ^2 (Rp)	-0,32%
σ (Rp)	0,48%	σ (Rp)	-0,57%	σ (Rp)	-1,02%	σ (Rp)	-2,24%

2015-2020		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	0,00%	E(Rp)	0,15%	E(Rp)	0,22%	E(Rp)	0,43%
σ^2 (Rp)	0,01%	σ^2 (Rp)	0,05%	σ^2 (Rp)	0,11%	σ^2 (Rp)	0,44%
σ (Rp)	0,44%	σ (Rp)	0,84%	σ (Rp)	1,20%	σ (Rp)	2,31%

Fonte: Elaborazione in Excel

In riferimento all'utilizzo del modello di Markowitz come strumento predittivo in termini di costruzione di portafogli di titoli azionari, il giudizio complessivamente è negativo, in quanto l'ipotesi di stazionarietà dei rendimenti rende complesso sostituire alla variabile aleatoria rendimento atteso, la media degli interessi istantanei calcolato in un periodo precedente.

Figura 56. Confronto back-test 2005-2008

USA		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	-0,10%	E(Rp)	-0,34%	E(Rp)	-0,47%	E(Rp)	-0,83%
σ^2 (Rp)	0,11%	σ^2 (Rp)	2,19%	σ^2 (Rp)	4,79%	σ^2 (Rp)	18,86%
σ (Rp)	2,24%	σ (Rp)	10,63%	σ (Rp)	15,76%	σ (Rp)	31,30%

UE/UK		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	-0,05%	E(Rp)	-0,18%	E(Rp)	-0,24%	E(Rp)	-0,44%
σ^2 (Rp)	0,01%	σ^2 (Rp)	0,26%	σ^2 (Rp)	0,60%	σ^2 (Rp)	2,48%
σ (Rp)	0,56%	σ (Rp)	2,96%	σ (Rp)	4,52%	σ (Rp)	9,23%

Fonte: Elaborazione in Excel

Tale circostanza viene acuita nel momento in cui si verificano crisi sui mercati finanziari che determinano un impatto notevole ed inatteso sui rendimenti e sulla volatilità delle azioni.

Come si evince dalla figura 55, rispetto ai portafogli creati con i dati del triennio 2005-2008, i risultati raggiunti nel triennio successivo sono stati peggiori rispetto alle attese, ma il modello ha ottenuto risultati migliori con le banche UE/UK, per ogni livello di avversione al rischio considerato, sia in relazione alla variazione del rendimento che a quella della deviazione standard.

Figura 57. Confronto back-test 2008-2011

USA		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	0,05%	E(Rp)	-0,11%	E(Rp)	-0,19%	E(Rp)	-0,43%
σ^2 (Rp)	-0,04%	σ^2 (Rp)	-0,10%	σ^2 (Rp)	-0,16%	σ^2 (Rp)	-0,47%
σ (Rp)	-1,11%	σ (Rp)	-1,96%	σ (Rp)	-2,52%	σ (Rp)	-4,26%

UE/UK		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	0,08%	E(Rp)	0,03%	E(Rp)	0,01%	E(Rp)	-0,06%
σ^2 (Rp)	0,00%	σ^2 (Rp)	-0,02%	σ^2 (Rp)	-0,04%	σ^2 (Rp)	-0,13%
σ (Rp)	-0,17%	σ (Rp)	-0,63%	σ (Rp)	-0,86%	σ (Rp)	-1,53%

Fonte: Elaborazione in Excel

Nel triennio 2008-2011, il modello sembra funzionare meglio sui portafogli UE/UK, anche se il segno dell'errore, in tre dei quattro casi, è positivo per quanto concerne il rendimento e negativo per quanto riguarda il rischio. In generale, rispetto al caso precedente, le variazioni tra dati attesi ed effettivi è notevolmente ridotta (il caso limite era un errore del 31,30% della deviazione standard nel 2005-2008 del portafoglio con A=1, mentre, nel periodo successivo l'errore è stato negativo per il 4,26%).

Figura 58. Confronto back-test 2011-2015

USA		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	-0,07%	E(Rp)	-0,26%	E(Rp)	-0,36%	E(Rp)	-0,65%
σ^2 (Rp)	0,00%	σ^2 (Rp)	0,01%	σ^2 (Rp)	0,03%	σ^2 (Rp)	0,09%
σ (Rp)	0,13%	σ (Rp)	0,30%	σ (Rp)	0,41%	σ (Rp)	0,73%

UE/UK		A=3		A=2		A=1	
PMV	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ	E(Rp)	Δ
E(Rp)	-0,05%	E(Rp)	-0,12%	E(Rp)	-0,16%	E(Rp)	-0,27%
σ^2 (Rp)	0,00%	σ^2 (Rp)	0,01%	σ^2 (Rp)	0,02%	σ^2 (Rp)	0,08%
σ (Rp)	0,09%	σ (Rp)	0,20%	σ (Rp)	0,28%	σ (Rp)	0,49%

Fonte: Elaborazione in Excel

Anche in relazione al quadriennio 2011-2015, il modello ha ottenuto risultati migliori in riferimento ai portafogli UE/UK, anche se il rendimento effettivamente ottenuto è inferiore rispetto a quello atteso e la deviazione standard superiore. Come evidenziato anche nei precedenti periodi, gli errori previsionali sono più alti al diminuire dell'avversione al rischio e al conseguente spostamento verso destra dei portafogli lungo la frontiera efficiente. In entrambi i mercati, si evince il risultato minimo in termini di scostamento tra gli scarti quadratici medi, segno che l'entità delle turbolenze registrate tra il 2011 e il 2015 e il 2015 e il 2020 non siano state molto differenti.

Figura 59. Confronto back-test 2015-2020

USA					
PMV	Δ	PMV	Δ	PMV	Δ
E(Rp)	-0,03%	E(Rp)	-0,26%	E(Rp)	-0,37%
σ^2 (Rp)	0,05%	σ^2 (Rp)	0,21%	σ^2 (Rp)	0,47%
σ (Rp)	1,43%	σ (Rp)	2,18%	σ (Rp)	3,34%

UE/UK					
PMV	Δ	A=3	Δ	A=2	Δ
E(Rp)	0,05%	E(Rp)	-0,19%	E(Rp)	-0,30%
σ^2 (Rp)	0,01%	σ^2 (Rp)	0,17%	σ^2 (Rp)	0,40%
σ (Rp)	0,54%	σ (Rp)	2,15%	σ (Rp)	3,38%

	Δ		Δ
E(Rp)	-0,70%	E(Rp)	-0,65%
σ^2 (Rp)	2,00%	σ^2 (Rp)	1,68%
σ (Rp)	7,05%	σ (Rp)	7,07%

Fonte: Elaborazione in Excel

Anche nell'ultimo periodo, ad eccezione del PMV il modello media-varianza mostra una capacità previsionale più accurata nel caso dei portafogli UE/UK rispetto a quelli USA. Il rendimento effettivamente ottenuto risulta inferiore rispetto a quello atteso nelle altre ipotesi di avversione al rischio, con una varianza superiore. L'effetto della pandemia e dello scoppio del conflitto russo-ucraino ha inciso sulla differenza tra performance reale e quella attesa.

Conclusioni

La costruzione di un modello di gestione di portafogli azionari in grado di prevedere al meglio l'andamento del rendimento come variabile aleatoria è una sfida ancora aperta. La soluzione trovata da Markowitz è stata quella di sostituire al rendimento atteso una media dei rendimenti passati e valutare la scelta anche sulla base della variabilità dei rendimenti attesi rispetto alla media. L'ipotesi di stazionarietà dei rendimenti può essere accettata in periodi caratterizzati da una marcata stabilità all'interno dei mercati finanziari, in cui non si verificano *shock* inattesi che inevitabilmente hanno come conseguenza principale l'incremento della volatilità dettata dalla maggiore incertezza riguardo l'andamento dei corsi azionari.

L'analisi derivante dalla costruzione di due portafogli di titoli bancari in due aree territoriali differenti ha avuto come obiettivo quello di verificare la capacità predittiva del modello proprio in relazione al verificarsi di eventi inattesi come le crisi descritte nel secondo capitolo.

Dall'analisi effettuata emerge come il modello di Markowitz non riesca ad essere un modello in grado di prevedere in maniera accurata il rendimento e il rischio che si sostengono effettivamente dopo aver costruito un portafoglio e che la strategia onerosa sarebbe quella di bilanciare in maniera costante il portafoglio stesso, tenendo conto delle evoluzioni del mercato azionario. Tuttavia alcuni elementi si sono verificati in tutti i portafogli creati nei diversi periodi. In primo luogo, si è mantenuta l'ordine in termini di rischiosità effettivamente sopportata nei diversi gradi di avversione al rischio, quindi il PVM costruito in un periodo ha mantenuto la varianza più bassa anche nel periodo successivo, così come i restanti portafogli con la differente gradazione. Inoltre, gli errori di stima sono stati meno rilevanti per coefficienti di avversione più alti, quindi, al diminuire della avversione al rischio, il modello registra errori più elevati, sia in termini di rendimento atteso, che di deviazione standard. Probabilmente il fatto che il modello abbia funzionato meglio nei portafogli di titoli bancari nei Paesi dell'area UE/UK è legato anche ad un dato di partenza in termini di rendimento e rischio più bassi rispetto a quelli ottenuti nel mercato USA, dove le due variabili hanno presentato livelli maggiori in (quasi) tutti i portafogli creati nei diversi periodi presi in esame. È possibile affermare, dunque, come il modello media-varianza sottoposto ad una sorta di stress test in riferimento ai periodi presi in esame, abbia avuto una efficacia maggiore in intervalli temporali in cui la volatilità registrata fosse inferiore e le crisi verificatesi avessero conseguenze meno importanti all'interno dei mercati finanziari.

Ringraziamenti

Con la presente sezione del mio elaborato colgo l'occasione per ringraziare chi ha contribuito al raggiungimento di questo traguardo e rappresenta un elemento importante della mia vita.

In Primis vorrei ringraziare la Prof.ssa Paola Fersini, il Prof. Gennaro Olivieri e il Dott. Gianluca Fioravanti per l'enorme opportunità che mi hanno concesso nella realizzazione di questo elaborato e per gli importanti spunti che mi hanno fornito durante il percorso di redazione della stessa.

Un ringraziamento speciale va sempre e per sempre a nonno Vittorio per tutti gli insegnamenti e i valori che mi ha trasmesso. A lui dedico ogni traguardo della mia vita. Sempre nei miei pensieri.

Ringrazio Mamma e Papà per le opportunità che ogni giorno mi concedono, per tutte le porte che mi hanno aperto lungo il mio percorso di crescita e per il sostegno in ogni circostanza. Sono il mio esempio di vita ed i loro consigli sono la cosa più preziosa. A loro sono grato per tutto.

Ringrazio Paola e Fernando, per la loro costante presenza e per il bene che mi trasmettono quotidianamente, per i preziosi consigli e per l'ascolto che mi concedono. A loro devo il ringraziamento dell'insegnamento della dedizione al lavoro, specialmente per ciò che si ama fare.

Ringrazio Carmen, ormai punto fisso e cardine della mia vita. La sua genuinità e la sua bontà sono valori rari al giorno d'oggi. La ringrazio per la sua presenza in tutto e per tutto, per il suo supporto e per l'amore che mi dimostra quotidianamente, per rendermi una persona migliore e per spronarmi, sempre, a raggiungere i miei obiettivi nel miglior modo possibile. Tu.

Ringrazio Teresa e Antonio, Mario e Michele, per avermi accolto nella loro famiglia dal primo giorno con infinito amore e per tutto ciò che fanno per me in ogni circostanza.

Ringrazio Marco, per il sostegno ed i preziosi consigli e per il supporto durante tutto il mio percorso universitario.

Ringrazio Pepe e Alessandro, fratelli per me, amici fedeli, per aver percorso insieme il cammino universitario nel migliore dei modi possibili.

Ringrazio tutti i miei amici di Ravello (e Amalfi), per la leggerezza che apportate alle mie giornate e per vivere insieme tutte le esperienze, dovrebbero avere tutti degli amici come loro.

Ringrazio tutta la mia famiglia per il supporto ed il pensiero dedicatomi durante questi anni di studio.

Bibliografia

- Beccalli, E., Eakins, G. E., & Mishkin, F. S. (2019). *Istituzioni e mercati finanziari. 9^a edizione*.
- Benninga, S. (2014). *Financial modeling*. MIT press.
- Black, F. (1993). Estimating expected return. *Financial analysts journal*, 49(5), 36-38.
- De Simone, E. (2018). *Storia economica: dalla rivoluzione industriale alla rivoluzione informatica*. FrancoAngeli.
- Mankiw, N. G., & Taylor, M. P. (2015). *Macroeconomia*. Zanichelli.
- Markowitz, H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *The journal of finance*, 46(2), 469-477.
- Markowitz, H. M. (2010). Portfolio theory: as I still see it. *Annu. Rev. Financ. Econ.*, 2(1), 1-23.
- Nielsen, L. T., & Vassalou, M. (2006). The instantaneous capital market line. *Economic Theory*, 28, 651-664.
- Ross, S. A. (1977). The capital asset pricing model (CAPM), short-sale restrictions and related issues. *The Journal of Finance*, 32(1), 177-183.
- Ross, S. A. (1978). The current status of the capital asset pricing model (CAPM). *The Journal of Finance*, 33(3), 885-901.
- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management science*, 9(2), 277-293.
- Surico, P., & Galeotti, A. (2020). The economics of a pandemic: the case of Covid-19. *Wheeler institute for business and development, LBS. London: London business school*, 1-93.

Sitografia

"Banca d'Italia - Il sito ufficiale della Banca Centrale Italiana". Banca d'Italia - Il sito ufficiale della Banca Centrale Italiana. <https://www.bancaditalia.it/>.

"FED". Federal Reserve Board - Home. <https://www.federalreserve.gov/>.

"Il Sole 24 Ore: notizie di economia, finanza, borsa, fisco, cronaca italiana ed esteri - Il Sole 24 ORE". Il Sole 24 ORE. <https://www.ilsole24ore.com/>.

European Central Bank. (2023, January). *BCE*. <https://www.ecb.europa.eu/ecb/html/index.it.html>

Refinitiv. (2023, January). *Financial technology, data, and expertise*. <https://www.refinitiv.com/en>