

LUISS



Dipartimento di
Impresa e Management

Cattedra di Finanza Aziendale

**I MODELLI MULTIFATTORIALI DI
FAMA E FRENCH: A TRE E A CINQUE
FATTORI**

Prof. Gianluca Mattarocci

RELATORE

Chiara Barbieri 267201

CANDIDATO

Anno Accademico 2023/2024

Sommario

INTRODUZIONE	3
CAPITOLO 1: I Principali modelli di valutazione dal CAPM ai modelli multifattoriali .	5
1.1 Introduzione.....	5
1.2 Il modello CAPM e le sue evoluzioni	7
1.2.1 Il CAPM	7
1.2.2 L'evoluzione del CAPM	11
1.3 La validità empirica del CAPM	13
1.4 Le critiche al modello CAPM.....	19
1.5 Lo sviluppo dei modelli multifattoriali come alternativa al modello CAPM	20
1.5.1 i modelli multifattoriali.....	21
1.5.2 The Arbitrage Pricing Theory (APT).....	23
1.6 Conclusioni.....	25
CAPITOLO 2: I modelli di Fama e French a tre e a cinque fattori	26
2.1 Introduzione.....	26
2.2 I modelli di Fama e French a tre fattori.....	26
2.3 Anomalie del modello a tre fattori.....	30
2.4 Il modello a cinque fattori	31
2.5 modelli a confronto	37
2.6 conclusioni.....	38
CAPITOLO 3: Un'applicazione del modello di Fama e French al settore bancario e assicurativo	40
3.1 Introduzione.....	40
3.2 Le caratteristiche del settore	40
3.3 il campione utilizzato	42
3.4 La metodologia	44
3.5 Risultati	46
3.6 Conclusioni.....	49
CONCLUSIONI	50
BIBLIOGRAFIA	51

INTRODUZIONE

La letteratura economica nell'ultimo secolo ha sviluppato numerose teorie e nuovi modelli riguardanti il tema della misurazione e della previsione delle performance delle attività finanziarie. La tesi ha l'obiettivo di analizzare le teorie più importanti di asset pricing che hanno portato alla formazione di modelli economici, consentendo di determinare soluzioni ottimali di investimento per tutti gli operatori di offrire la possibilità di determinare il prezzo di attività rischiose.

Nel primo capitolo dell'elaborato si fa riferimento alle numerose teorie e modelli inerenti al tema della misurazione e previsione della performance delle attività finanziarie, in cui il primo contributo è stato fornito da Harry Markowitz con la "Modern Portfolio Theory" nella seconda metà del ventesimo secolo. Nei suoi lavori Markowitz ha introdotto il concetto di analisi di portafoglio focalizzandosi sulla diversificazione del rischio e l'avversione degli investitori a quest'ultimo.

Sulla base di questi studi compiuti da Markowitz altri autori, tra i quali William Sharpe (1964), Jan Mossin (1966), John Lintner (1966) hanno sviluppato il principale modello che era ed è ancora al giorno d'oggi utilizzato dagli analisti, modello denominato Capital Asset Pricing Model (CAPM). Questo modello sostanzialmente analizza la relazione tra rendimento atteso di un titolo e il suo grado di rischiosità. L'ATP si contrappone al modello CAPM, poi seguito da Lintner nel '65 e Mossin nel '66; questo modello prevede una relazione tra il rendimento di un titolo e il suo grado di rischiosità misurata attraverso un fattore di rischio, denominato beta del titolo, che rappresenta il coefficiente di proporzionalità. Nel primo capitolo viene posta quindi l'attenzione sulla storia e l'evoluzione dei modelli di asset pricing, focalizzandosi soprattutto sul CAPM e i suoi limiti emersi nel corso degli anni. Il secondo capitolo invece riguarda principalmente i modelli multifattoriali e la loro ripercussione storica. In particolare, vengono presentati i due modelli più significativi: quello di Fama e French a tre e a cinque fattori, che attraverso i loro studi hanno potuto dimostrare come il beta da solo non riesca a spiegare in maniera accurata i rendimenti attesi. Anche se il vero e proprio focus dell'analisi è il Five Factors Model, che è quindi l'oggetto della stima condotta che verrà spiegata nel successivo capitolo.

Il terzo e ultimo capitolo rappresenta quindi la parte chiave dell'elaborato, in cui viene descritto inizialmente il contesto di riferimento, ovvero il settore finanziario e assicurativo,

e in seguito si conduce un'analisi empirica sui dati del campione di riferimento. Le 50 regressioni calcolate presentano tutte dei buoni valori del R^2 e questo sembra confermare una buona capacità esplicativa dei dati osservati sulla base del modello di Fama e French.

CAPITOLO 1: I Principali modelli di valutazione dal CAPM ai modelli multifattoriali

1.1 Introduzione

Gli operatori economici e gli analisti finanziari sono da sempre interessati ad analizzare le tendenze e le dinamiche dei mercati finanziari. Infatti, comprendendo le tendenze del mercato, gli investitori potrebbero costruire portafogli in grado di adattarsi ai loro obiettivi in termini di rendimento e profili di rischio. La letteratura economica dell'ultimo secolo ha sviluppato numerose teorie e nuovi modelli inerenti al tema della misurazione e della previsione delle performance delle attività finanziarie. In questo settore di analisi il primo contributo è stato senza dubbio fornito nella seconda metà del ventesimo secolo da Harry Markowitz, padre fondatore della "Modern Portfolio Theory"¹.

Nei suoi lavori del 1952 Markowitz ha introdotto il concetto di analisi di portafoglio focalizzandosi sulla diversificazione del rischio e l'avversione degli investitori a quest'ultimo. L'autore identifica due variabili fondamentali nelle decisioni di investimento degli agenti economici: il rendimento atteso dell'attività finanziaria, che rappresenta una misura della sua redditività, e la misura statistica della varianza o deviazione standard dei rendimenti come indice della misura del rischio delle attività finanziarie. Sulla base degli studi compiuti da Markowitz numerosi autori, tra i quali William Sharpe (1964), Jan Mossin (1966), John Lintner (1966) hanno sviluppato il principale modello che è stato ed è ancora usato dagli analisti da oltre quarant'anni, modello denominato Capital Asset Pricing Model (CAPM). Il modello sostanzialmente stabilisce una relazione tra rendimento atteso di un titolo in funzione del suo grado di rischiosità. Questo modello è stato conseguito sulla base di numerosi ipotesi, alcune delle quali molto stringenti, quale ad esempio la perfetta informazione da parte di tutti i partecipanti al mercato (che a sua volta è considerato un mercato efficiente), l'omogeneità delle aspettative degli agenti economici e la presenza sul mercato di titoli che garantiscono un rendimento sicuro e privo di rischio (i cosiddetti titoli di risk-free). In sintesi questo modello identifica una relazione di trade-off tra il rendimento e il rischio di un'attività finanziaria focalizzandosi principalmente su tre variabili: il tasso di rendimento dei titoli di stato, che vengono considerati attività prive di rischio, il premio

¹ H. Markowitz, "Portfolio Selection", in *Journal of Finance*, Vol. VII, n.1, March 1952, pp. 77-91.

atteso per il rischio ottenuto come differenza tra rendimento di un'attività priva di rischio e il rendimento del portafoglio di mercato nel suo complesso, e un coefficiente di rischio sistematico dell'attività o di un portafoglio di attività finanziarie denominato *beta* del titolo. Fondamentalmente questo modello stabilisce una relazione di proporzionalità tra il premio al rischio dell'attività del portafoglio di attività finanziarie e il premio al rischio del mercato, con un coefficiente di proporzionalità pari al *beta* del titolo: pertanto titoli con un *beta* più alto (che sono più rischiosi) presenteranno un premio al rischio maggiore, mentre titoli con *beta* più basso (meno rischiosi) avranno un premio al rischio inferiore. Anche se molte delle ipotesi non siano conformi alla realtà e siano troppo stringenti il CAPM negli ultimi 40 anni ha rappresentato un modello di riferimento, e allo stesso tempo oggetto di diversi dibattiti nell'ambito della letteratura della valutazione finanziaria. Diversi autori hanno mostrato come il *beta* non sia l'unico fattore che spieghi i rendimenti attesi di un'attività finanziaria, mentre altri autori hanno sottolineato la problematica inerente a costruire dei portafogli che rappresentino il mercato e infine altri autori enfatizzano i problemi che sorgono nella scelta delle attività finanziarie da integrare come attività risk-free. Per questi motivi, nel corso del tempo sono stati formulati modelli alternativi e integrativi al CAPM. Tra questi un ruolo fondamentale è svolto dal modello descritto: dalla teoria del arbitrage pricing theory (APT) che è stata sviluppata nel 1986 da Stephen Ross². Il modello sviluppato dall'economista americano ipotizza che oltre al *beta* esistono altri diversi fattori che concorrono nella determinazione dei rendimenti delle attività finanziarie. Questi fattori, pur non essendo esplicitamente esplicitati, si collegano con particolare rilevanza ad alcune variabili macroeconomiche rappresentate ad esempio dai tassi d'inflazione, dai prezzi delle materie prime, e dai tassi d'interesse. L'APT ha dato origine allo sviluppo di altri diversi modelli denominati multifattoriali, tra i quali spiccano i modelli a tre e a cinque fattori sviluppati da Fama e French. Questi autori, prendendo spunto dal lavoro di Basu (1977) e Banz (1981) hanno creato inizialmente un modello composto da 3 fattori, ipotizzando che il *beta* di un'attività finanziaria non rappresenta e non comprende tutti i fattori di rischio correlati a tale attività, e dunque da solo non riesce a spiegare in modo puntuale ed accurato i rendimenti attesi dell'attività. Gli autori hanno pertanto completato il CAPM aggiungendo al modello

² S. Ross, "The arbitrage theory of capital asset pricing", in *Journal of Economic Theory*, 1976, 13,3.

originario due nuovi fattori di rischio che incorporano la sensibilità di un'impresa rispetto alla variabile ciclo economico e la sensibilità dell'impresa rispetto a situazioni di crisi aziendale. Questi fattori vengono identificati rispettivamente come la dimensione dell'impresa (size) e il rapporto tra il valore contabile e il valore di mercato dell'impresa (book to market). Anche se il modello a 3 fattori ha costituito un punto di riferimento nella letteratura della valutazione finanziaria, ha presentato allo stesso tempo diversi limiti sia di applicabilità che di affidabilità, mostrando diverse anomalie. Per questo motivo, con il contributo di Carhart (1987) gli autori hanno successivamente elaborato un altro modello integrativo al primo, aggiungendo altri due fattori di rischio. Questo modello è noto come il modello a 5 fattori che include il fattore redditività e il fattore investimento.

1.2 Il modello CAPM e le sue evoluzioni

1.2.1 Il CAPM

La nascita di quella branca della finanza denominata “asset pricing” risale agli inizi degli anni Sessanta del secolo scorso, periodo nel quale William Sharpe, Jack Treynor, John Lintner e Jan Mossin elaborano il capital asset pricing model (CAPM). Questo modello risulta ancora largamente applicato, specialmente nella stima del costo del capitale azionario, nei processi di valutazione delle imprese e sia nella valutazione delle performance dei gestori dei fondi di investimento. Quello che caratterizza e rende attraente il modello è senza dubbio la sua semplicità, dato che la relazione lineare che il modello propone viene vista come uno strumento intuitivo per mostrare indicazioni sulle modalità con cui misurare il rischio e sulla relazione che sussiste tra il rendimento atteso e il rischio di un'attività finanziaria. La colonna portante su cui si fonda il CAPM è la così detta “teoria delle scelte di portafoglio”, sviluppata da Harry Markowitz nel 1959. La teoria di Markowitz sviluppa un modello tale per cui gli investitori sono considerati avversi al rischio, e hanno come obiettivo quello di massimizzare la loro utilità attesa che deriva dall'investimento nelle attività finanziarie. Nella funzione di utilità degli investitori rientrano solamente due parametri che la caratterizzano: il rendimento atteso dell'attività finanziaria e il rischio dell'attività finanziaria, calcolato attraverso la varianza dei rendimenti. Pertanto, ogni investitore sceglierà dei portafogli che vengono denominati efficienti in termini di media-varianza, nel senso che:

- a parità di rendimento atteso, si minimizza la varianza dei rendimenti
- a parità di rischio (varianza), si deve massimizzare il rendimento atteso

Il modello di portafoglio porta ad una formulazione algebrica che si basa su degli asset ponderati nella costruzione di un portafoglio efficiente tenendo conto del principio di media-varianza. Il CAPM converte questa relazione trasformandola in una formulazione che lega la relazione dei rendimenti attesi e il rischio. Sharpe, Treynor, Lintner e Mossin svilupparono successivamente un modello di equilibrio con l'aggiunta di due ipotesi fondamentali: la prima prevede che ogni individuo abbia aspettative omogenee per quanto riguarda la distribuzione dei rendimenti delle attività finanziarie disponibili sul mercato. Mentre la seconda formalizza l'esistenza di un'attività priva di rischio nella quale è possibile investire o indebitarsi illimitatamente al tasso relativo dell'attività indipendentemente dalla quantità. Inoltre, gli autori ipotizzano che ogni investimento in attività finanziarie contenga due tipologie di rischio:

- Il rischio specifico, che viene definito anche rischio non sistematico e rappresenta la componente del rischio del titolo che non è correlata alle variazioni generali del mercato. Tale componente infatti riflette le caratteristiche peculiari dell'attività finanziaria considerata. Il rischio specifico può essere eliminato attraverso una diversificazione dei titoli che sono contenuti nel portafoglio
- Il rischio sistematico, che rappresenta la componente del rischio che riflette le condizioni complessive del mercato e dello stato dell'economia nel suo complesso. A differenza del rischio specifico il rischio sistematico non può essere eliminato attraverso la diversificazione dei titoli presenti nel portafoglio.

Ogni attività finanziaria, secondo questo modello, presenta sia una componente di rischio specifico che una componente di rischio sistematico. La parte della volatilità considerata come sistematica è rappresentata dal grado in cui i suoi rendimenti variano rispetto ai rendimenti del mercato, visto nel suo complesso. Nella teoria del CAPM, Sharp ha utilizzato il *beta* del titolo che analiticamente può essere calcolato come:

$$\beta = \frac{cov(r_a, r_m)}{\sigma_m^2}$$

Dove r_a rappresenta il rendimento dell'asset considerato, r_m è il rendimento del mercato nel complesso, σ_m^2 è la varianza del rendimento del mercato, mentre $cov(r_a, r_m)$ è la covarianza tra il rendimento dell'attività considerata e il rendimento di mercato, che misura la tendenza o meno dei due rendimenti a muoversi nella stessa direzione. Il beta viene stimato utilizzando la serie storica dei rendimenti dell'attività e dei rendimenti di mercato.

Per arrivare alla relazione che lega il rendimento dell'attività al suo beta la teoria poggia sulle seguenti assunzioni base:

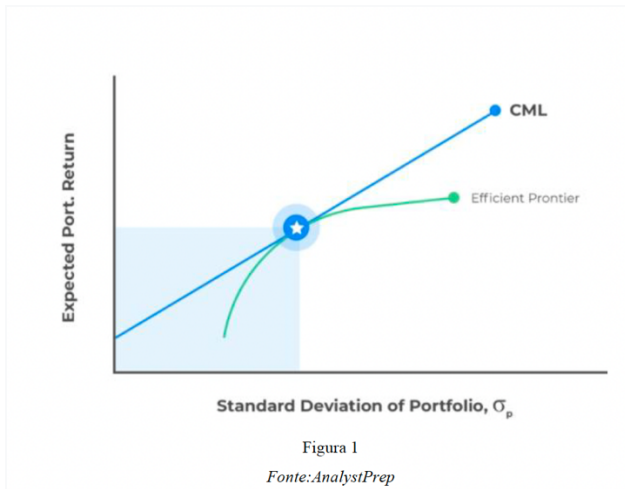
1. Il mercato è perfetto e non esistono costi di transazione, costi d'acquisto e costi di vendita
2. I titoli trattati sul mercato sono infinitamente divisibili. di conseguenza ogni operatore è un investitore potenziale che potrebbe acquistare solo una frazione di un titolo
3. Non esistono le imposte sul capital gain o altri guadagni derivanti dal possesso dell'attività finanziarie
4. I prezzi delle attività finanziarie vengono determinati su un mercato perfettamente concorrenziale, e pertanto non risultano influenzati da singole azioni di compravendita
5. I parametri considerati dagli investitori per la composizione del loro portafoglio ottimale sono il valore atteso dei rendimenti (indicatore della redditività) e la deviazione standard dei rendimenti (indicatore del rischio dell'attività)
6. Sono ammesse sul mercato vendita allo scoperto ossia la vendita di un'attività senza che fisicamente venga posseduta
7. È possibile indebitarsi o prestare qualsiasi ammontare di denaro al tasso d'interesse determinato dall'attività risk-free
8. Tutti gli operatori formano le aspettative nello stesso modo e quindi sono dotati di aspettative omogenee
9. Tutti gli operatori a parità di condizioni otterranno lo stesso risultato in termini di profitti attesi
10. Il mercato dove vengono scambiate le attività finanziarie è un mercato completo, cioè dove vengono negoziati tutte le tipologie di titoli esistenti

Sulla base di queste ipotesi gli investitori cercano di avvalersi del beneficio derivante dalla diversificazione: in pratica allocano le proprie risorse lungo la cosiddetta frontiera dei portafogli efficienti ottenibile dai titoli presenti sul mercato denominata anche "frontiera efficiente". Questa frontiera è la stessa per ogni investitore e viene rappresentata analiticamente dalla "capital market line" (CML). La capital market line è la relazione che lega il rendimento dell'attività finanziaria in funzione della sua volatilità rappresentata dalla deviazione standard dei rendimenti. L'equazione della CML è la seguente:

$$E(r_p) = r_f + \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m} \sigma_p$$

dove $E(r_p)$ rappresenta il rendimento atteso di un portafoglio composto in parte da attività rischiose e in parte da attività risk-free, σ_p rappresenta la sua deviazione standard,

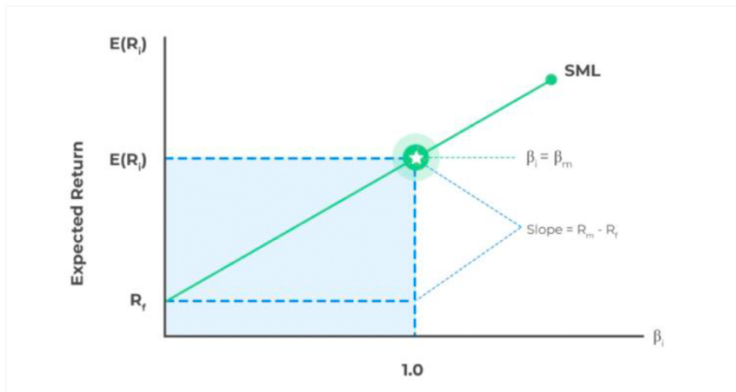
r_f rappresenta il rendimento del titolo risk-free, r_m e σ_m rappresentano rispettivamente il rendimento e il rischio del portafoglio di mercato, ossia il portafoglio costituito da tutte le attività disponibili sul mercato azionario. Per ogni investitore il portafoglio ottimale sarà rappresentato da un punto lungo la CML, e precisamente un portafoglio composto in parte da un portafoglio di attività rischiose e in parte da attività risk-free.



Dunque, la CML rappresenta, in una situazione di equilibrio, la migliore combinazione ottenibile tra rendimento atteso di un portafoglio di attività finanziarie, e il suo rischio. Tuttavia, la relazione espressa dalla CML è valida solamente per i portafogli efficienti, per i quali si verifica l'uguaglianza tra il rischio sistematico e il rischio totale. Nella realtà, solamente il rischio sistematico di un'attività è remunerato, in quanto rappresenta il rischio non eliminabile, mentre il rischio specifico, che può essere mitigato e al limite eliminato attraverso la diversificazione non viene remunerato. Sostituendo come indicatore di rischiosità al posto della deviazione standard il beta dell'attività dalla CML si arriva alla security market line (SML). Secondo la SML il rendimento in eccesso di un'attività finanziaria rispetto al rendimento risk-free è proporzionale al premio al rischio di mercato ($r_M - r_f$) attraverso il coefficiente di proporzionalità dato dal beta del titolo. La relazione analiticamente si presenta in questo modo:

$$E(r_p) - r_f = \beta_p [E(r_m) - r_f]$$

dove il termine a sinistra dell'equazione rappresenta il rendimento in eccesso dell'attività rispetto al rendimento risk-free. Secondo questa relazione titoli che presentano un rischio sistematico maggiore (ovvero che presentano un beta più alto) avranno un rendimento in eccesso più grande rispetto a titoli che presentano un rischio sistematico minore (ossia un beta più basso).



1.2.2 L'evoluzione del CAPM

All'inizio degli anni Settanta emerse la necessità di modificare la relazione del CAPM classico. Fisher Black, nel suo lavoro del 1972 "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing" ha tentato di verificare la validità della legge di equilibrio del CAPM in assenza dell'assunzione secondo la quale esiste un'attività priva di rischio di cui tutti gli operatori possono servirsi per prendere o dare a prestito, ovvero l'attività risk-free. Black elaborò la seguente relazione alternativa:

$$E(\tilde{R}_i) = R_z + \beta_i[E(\tilde{R}_m) - R_z]$$

dove Z rappresenta il rendimento atteso di un "secondo fattore" che risulta indipendentemente dal mercato, e che quindi ha un beta pari a zero. L'intuizione dell'autore è quella di focalizzarsi sul rischio sistematico come misura del rischio rilevante, questo perché due titoli con lo stesso livello di rischio sistematico in equilibrio presentano sempre identici rendimenti attesi. Utilizzando il rendimento di questo secondo fattore (R_z) Black costituisce la cosiddetta versione "zero beta" del CAPM, riformulando l'equazione della SML nel modo seguente:

$$\tilde{R}_i = \tilde{R}_z + \left(\frac{\tilde{R}_m - \tilde{R}_z}{\beta_i} \right)$$

L'autore sostiene che mentre non risulta realistico che un investitore possa indebitarsi al tasso privo di rischio, tuttavia è perfettamente plausibile che egli possa investire utilizzando lo stesso tasso, ad esempio acquistando obbligazioni governative con un proprio orizzonte temporale, e pertanto avendo una certezza del suo investimento. Considerando valida quest'ultima ipotesi un investitore avrebbe a disposizione un ventaglio di scelte così come

rappresentate nel seguente grafico, combinazione di attività risk-free e di attività rischiose che seguono sempre una linea retta che unisce le due attività.

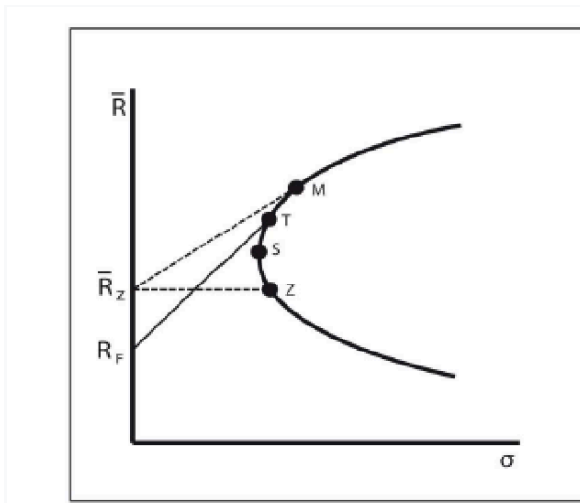


Figura 2

Ad esempio, il punto T si trova, sulla frontiera efficiente, alla sinistra e al di sotto del portafoglio di mercato M. Questo non è casuale come non lo è il fatto che r_z sia maggiore di r_f . Infatti, prima che venisse introdotta l'attività risk-free gli investitori detenevano portafogli che si trovano lungo il tratto della frontiera SMC; di fatto i portafogli lungo la linea RZM non esistono, visto che r_z è una costruzione puramente teorica introdotta dall'autore. Se l'operatore decide di investire in un'attività priva di rischio, potrà avere un portafoglio posizionato lungo la retta $R_F T$, e questo lo condurrà ad allocare la propria ricchezza tra l'attività priva di rischio e il portafoglio T. Inoltre, egli non potrà detenere altri portafogli al di fuori di quest'ultimo, e se l'investitore decidesse di detenere un portafoglio che si trova alla destra di T, poiché è caratterizzato da un alto grado di avversione al rischio, allora il portafoglio T e il portafoglio M non potrebbero mai coincidere e pertanto M si troverebbe sempre alla destra di T. Se si presume che tutti gli investitori escluso uno decidano di investire in un portafoglio composto da una combinazione di T e dal titolo privo di rischio, l'investitore che non possiede T avrà senza dubbio un portafoglio che è posizionato alla destra di T, sulla frontiera efficiente STC. Questo poiché se il portafoglio prescelto si trovasse alla sinistra di T, l'investitore sarebbe in grado di aumentare l'efficienza del suo portafoglio spostandosi lungo la retta $R_F T$ arrivando quindi a detenere il portafoglio T. Dato che il portafoglio di mercato è costituito da una combinazione di portafogli di tutte le attività rischiose che gli investitori possiedono, questo sarà necessariamente una combinazione di T e del suo portafoglio alla sua destra. Pertanto, anche il portafoglio di

mercato si troverà alla destra del portafoglio T e ciò implicherà che R_z sarà maggiore di R_f . In definitiva la frontiera efficiente sarà data dalla retta R_fT e dalla curva TMC, e nel caso in cui mancasse un'attività priva di rischio ogni combinazione dei portafogli risulterebbe efficiente. Ma se si ammette l'eventualità di poter investire ad un tasso privo di rischio, questa proprietà non vale più: ogni combinazione tra un portafoglio di segmento R_fT e un portafoglio sulla curva TMC sarà dominato da un portafoglio che si trova sulla curva TMC stessa. Gli investitori che si posizionano lungo il segmento R_fT investono una parte della loro ricchezza nell'attività risk-free e la parte rimanente nel portafoglio T, che è costituito come combinazione di attività che hanno rendimenti R_z e portafoglio di mercato M. Viceversa coloro che si posizionano lungo il tratto TM si trovano ad investire una parte della loro ricchezza nel portafoglio di mercato M, e una parte nell'attività Z; infine coloro che si piazzano lungo il segmento MC venderanno allo scoperto l'attività z, e investiranno il ricavato del portafoglio di mercato M. Pertanto, secondo questo modello ciascun investitore rifletterà le proprie esigenze assumendo determinate posizioni, lunghe o corte, nel portafoglio di mercato, nel portafoglio zero-beta, e nell'attività risk-free.

1.3 La validità empirica del CAPM

Diverse analisi sperimentali sui modelli di equilibrio sono state effettuate in letteratura economica sul modello CAPM standard o nella sua versione zero-beta. In questa analisi sperimentale ciascuna variabile utilizzata rappresenta un valore atteso futuro e pertanto ogni test è stato condotto sulla base di esami teorici sulle variabili utilizzate. Questa procedura contrasta tuttavia la formulazione dei modelli che si basavano sulle aspettative degli operatori e non sui dati storici. Per giustificare questo contrasto sono state fornite due spiegazioni: in primo luogo, stando all'esperienza, in genere un fenomeno si realizza mediamente in base a quelle che erano le aspettative iniziali, che quindi solitamente risultano corrette. L'altra spiegazione deriva dal fatto che i rendimenti dei titoli sono correlati in modo lineare dal rendimento del portafoglio di mercato. Questo modello è chiamato Market Model e matematicamente è definito come:

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

Secondo questa formulazione il rendimento al tempo t di un asset è in funzione diretta del rendimento del mercato a meno di un errore casuale ($\tilde{\varepsilon}_{it}$). Invece il rendimento atteso dell'attività, nell'ipotesi in cui il termine dell'errore abbia un valore atteso nullo, sarà:

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m)$$

da cui ricaviamo:

$$E(R_i) - \alpha_i - \beta_i E(R_m) = 0$$

considerando queste relazioni il modello può essere allora riscritto come:

$$\tilde{R}_{it} = r_f + \beta_i (\tilde{R}_{mt} - R_f) + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

e l'utilizzo dei dati storici permette di testare il modello empiricamente. Tuttavia, se considerando validi il CAPM standard o nella sua versione zero-beta, vanno considerate come legittime le seguenti ipotesi:

- Ad un maggior livello di rischio, identificato dal beta del titolo, dovrebbe essere associato un maggior rendimento del titolo.
- La relazione tra rendimento del titolo e il suo beta dovrebbe essere di tipo lineare
- La caratteristica di assumere un rischio maggiore di tipo diversificabile non dovrebbe portare ad un maggior rendimento.

In aggiunta a questo sistema di ipotesi, un investimento dovrebbe considerarsi come una scommessa in parziale: ossia ogni deviazione dal rendimento atteso, di un titolo o di un portafoglio di attività finanziarie, sarebbe il risultato di un processo casuale e ciò non consentirebbe la realizzazione di extra profitti. La maggioranza delle critiche sul CAPM poggiano su un'analisi a due stadi: nel primo stadio, si effettua una regressione lineare sulla serie storica di ogni titolo per calcolare il *beta*, mentre nel secondo stadio si verifica il CAPM operando una regressione di tipo cross-sectional dei rendimenti di ogni titolo sui beta considerando determinati intervalli di ogni tempo. Questo era il metodo seguito da Lintner (1965), attraverso il quale l'autore stimava il beta per le 301 azioni presenti nel suo campione e regredendo i rendimenti annuali di ogni titolo rispetto al rendimento medio dei titoli, per un periodo compreso tra il 1954 e 1961. Tali regressioni si basano sul modello:

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

dove B_i rappresenta la stima del rischio del titolo i -esimo. nel secondo stadio l'autore segue una regressione cross-sectional del tipo:

$$R_i = a_1 + a_2 b_i + a_3 S_{ei}^2 + \eta$$

Dove S_{ei}^2 rappresenta la varianza dei residui e della regressione.

L'autore sottolinea come ciascun valore stimato dovrebbe avere un valore ben identificato affinché si dimostri il CAPM. Il valore a_1 dovrebbe risultare pari a zero, il valore a_2 dovrebbe essere pari ad R_f nel caso del CAPM tradizionale o R_z nel caso del zero-beta CAPM, e infine a_3 dovrebbe risultare pari ad $R_m - R_f$ nel primo caso o $R_m - R_z$ nell'altro caso. Lintner ottenne questi valori:

- $a_1 = 0,108$
- $a_2 = 0,063$
- $a_3 = 0,237$

Che non sembrano essere compatibili con il CAPM. Questo perché il residuo è positivo e statisticamente diverso da zero, il valore a_1 appare maggiore di qualsiasi stima ragionevole di un'attività di R_f o R_z , e infine il valore a_2 , anche se positivo risulta inferiore a quanto ci si attenda. A seguito dell'analisi Lintner, all'inizio degli anni 70 Miller e Shulz tentarono di correggere i problemi di metodo legati a queste verifiche sul CAPM, e le distorsioni collegate alla errata specificazione delle equazioni di base. Nel dettaglio gli autori sostengono che l'equazione impiegata per valutare il beta dovrebbe essere coerente con tale modello, nel caso in cui i rendimenti fossero realmente dal CAPM standard. Gli autori presentano allora il CAPM in termini di serie storiche attraverso il seguente modello:

$$\tilde{R}_{it} = r_{ft} + \beta_i (\tilde{R}_{mt} - R_{ft})$$

Allora se R_f rimane costante nel tempo, l'errore di specificazione non dovrebbe comportare alla distorsione dei risultati, e il coefficiente α_1 introdotto nel modello precedente dovrebbe risultare pari a:

$$(1 - \beta_i) R_{ft}$$

viceversa, se R_{ft} non fosse costante ma variasse nel tempo e fosse inoltre correlato con R_m , si verificherebbe il classico errore da variabile omessa, e il β_i stimato non fornirebbe delle

stime corrette rispetto al vero valore. I due autori hanno inoltre dimostrato, che nel caso esista una correlazione negativa tra R_{Ft} e R_{Mt} , la regressione cross-sectional porterebbe ad una sola stima dell'intercetta ed una sottostima del coefficiente angolare. Queste distorsioni potrebbero spiegare l'incoerenza delle conclusioni ottenute da Lintner. Un'altra probabile fonte di distorsione potrebbe essere dovuta dalla presenza di eteroschedasticità, ossia una varianza dell'errore non costante, che si manifesta piuttosto diffusamente in questo tipo di test. In questo caso si arriverebbe a delle conclusioni in cui titoli con alto beta presentano maggiore volatilità dei rendimenti, che tuttavia il mercato non riesce a spiegare rispetto ai titoli che presentano un basso beta. Pertanto, anche se due autori verificano l'esistenza dell'eteroschedasticità questa non sembra in grado di spiegare ancora una volta l'anomalia dei risultati ottenuti da Lintner, poichè potrebbe avere un effetto sulla stima dei coefficienti che vanno nella direzione contraria³.

Pertanto, dopo aver verificato che i possibili errori di specificazione delle valutazioni non riescano a spiegare risultati anonimi trovati dal lavoro di Linter rispetto a quanto predetto dal CAPM, Miller e Schulz spostano la loro attenzione sulla verifica dell'incidenza dei medesimi errori nella definizione delle variabili.

Una distorsione potrebbe derivare dalla misura data dei beta usati nella regressione cross-sectional, questo poiché i beta ottenuti dalle serie storiche rappresentano una stima dei veri valori dei beta. Quindi ogni titolo ha un vero valore di beta che potrebbe essere stabile, ma di questo si possiede solo la stima, la quale, se non fosse distorta, potrebbe pur sempre risentire di errori di campionamento. Ogni errore nella stima dei beta conduce ad una distorsione verso il basso del coefficiente angolare e una stima verso l'alto dell'intercetta. Miller e Schulz verificano che questo è un effetto rilevante sui risultati delle stime, dimostrando che il coefficiente relativo al beta è stimato con un valore del 64% del suo valore reale e l'intercetta presenta una distorsione verso l'alto. Esiste un ulteriore effetto che deriva dall'errore di misurazione dei beta che si verifica nel caso in cui il beta avesse una correlazione positiva con la varianza residua. In questo caso i rendimenti mostrerebbero una correlazione positiva con la varianza dei residui. Questo effetto è rilevato dal test di Lintner e dimostrato da Miller e Schulz: pertanto anche se i rendimenti dei titoli non dipendono dalla

³ L'eteroschedasticità porta a una sottostima degli errori dei coefficienti della regressione, il che indurrebbe a verificare come significativa anche una relazione che non lo è

varianza dei residui, questa potrebbe ugualmente risultare connessa ai rendimenti della regressione, poiché il rischio specifico funge da variabile Proxy per il vero valore dei beta dei titoli, che resta inosservabile. I primi a proporre l'analisi del CAPM basati su modelli di serie temporali furono, nel 1972 Black Jensen e Scholes, che hanno elaborato un modello dalla seguente forma:

$$\tilde{R}_{it} - R_{ft} = \alpha_i + \beta_i(\tilde{R}_{mt} - R_{ft}) + \tilde{\varepsilon}_{it}$$

infatti, lavorando su serie temporali, nel caso in cui il coefficiente α_i risultasse nullo si avrebbe la capacità del CAPM di descrivere accuratamente i rendimenti dei titoli. Per fare un test del genere si devono utilizzare un ampio campione di azioni, stimare il modello per ciascun titolo e poi esaminare la distribuzione dei valori alfa così trovati. Tuttavia, questo non rappresenta un metodo affidabile poiché l'analisi della distribuzione degli alfa presuppone che i residui siano indipendenti tra di loro, cosa che nella realtà stessa non avviene. Per risolvere questo problema si valuta la regressione sulla serie storica dei rendimenti di un portafoglio di diversi titoli in cui R_i rappresenta il rendimento del portafoglio e β_i il suo beta, cosicché la varianza dei residui della regressione dovrebbe contenere qualsiasi effetto di indipendenza cross-sectional e l'errore standard dell'intercetta può essere così utilizzato per stimare la discrepanza degli alfa rispetto a zero. L'obiettivo dei tre economisti era quello di massimizzare la differenza tra i beta dei vari portafogli in modo da focalizzare l'effetto dei beta sui rendimenti. Il miglior modo per ottenere questo risultato sarebbe quello di classificare i titoli sulla base del loro vero valore del beta, che però come detto precedentemente non si conosce, dato che si è solo in possesso delle stime del valore del beta stesso. Per mitigare gli effetti di questo errore vengono utilizzate delle variabili strumentali, ossia variabili che pur essendo correlate al vero valore del beta sono osservabili indipendentemente da esso. Infine, si utilizzano dati su intervalli temporali di cinque anni classificando titoli dividendoli in decili, e ciascun decile rappresenta il portafoglio che verrà poi preso in esame nel sesto anno. Utilizzando i dati ricavati dal secondo al sesto anno si ricostruiscono dieci portafogli che verranno utilizzati per il settimo anno e così via fino ai 35 anni complessivi da analizzare. In questo modo la sequenza dei rendimenti di ciascun decile rappresenta la serie storica dei rendimenti del portafoglio di riferimento per i primi 10 decile. In seguito, si effettua una regressione del rendimento in ciascun portafoglio utilizzando un modello a un fattore (rappresentato dal portafoglio di mercato) e l'output di questa regressione fornirà il beta e l'intercetta del modello. Questa metodologia può chiarire

l'alta percentuale del rendimento in eccesso rispetto al tasso privo di rischio, dato che il coefficiente di correlazioni sono molto elevati. Ciò conduce a sostenere che la struttura lineare approssima molto alla struttura dei rendimenti, ma allo stesso tempo le intercette variano molto rispetto al valore zero. Questi sono i risultati ottenuti dai tre autori per le verifiche ottenute attraverso le serie temporali, mentre utilizzando una analisi di cross-section, emergono diversi problemi, primo tra tutti quello di non poter osservare il vero beta dei titoli. Per ridurre il problema si dovrebbe considerare il beta per l'intero portafoglio piuttosto che per i singoli titoli, in quanto dato che gli errori di stima sono casuali in questo modo si compenseranno e l'errore totale si ridurrà. Gli autori ottengono una stima del modello che presenta questi risultati:

$$R_i - R_f = 0,00359 + 0,01080\beta_i$$

gli autori trovano che questo modello spieghi circa il 98% della variabilità complessiva e quindi ben si adatta a descrivere la realtà. Inoltre, l'intercetta assume un valore positivo e ciò rappresenta una prova tangibile del CAPM a due fattori. Nel 1973 Fama e Macbeth costruiscono una serie di 20 portafogli tentando di stimare il beta attraverso una regressione a due stadi: nella prima si stima il beta con una regressione di serie temporali e nella seconda si effettua una regressione cross-sectional per il mese seguente al periodo di stima dei beta. La procedura viene ripetuta per il periodo che va dal 1935 al 1968 e il modello stimato è il seguente:

$$R_{it} = \gamma_0 t + \gamma_1 t \beta_i + \gamma_2 t \beta_i^2 + \gamma_3 t \text{Sei} + \eta_{it}$$

quando si effettua un'analisi di tipo cross-section in ogni mese si consente di verificare il progresso dei coefficienti stimati nel tempo e questo consente di testare diverse ipotesi relative al CAPM.

1. $E(\gamma_3 t) = 0$, cioè la varianza dei residui non influisce sui rendimenti
2. $E(\gamma_2 t) = 0$, cioè l'assenza di linearità nella security market line
3. $E(\gamma_1 t) > 0$, cioè il prezzo di mercato per il rischio è positivo

si possono inoltre verificare tutti i coefficienti e i residui per verificare se il mercato sia efficiente, poichè se così fosse non potrebbero essere utilizzate informazioni sui valori precedenti dei coefficienti con lo scopo di conseguire un extra rendimento. Ad esempio, il CAPM è valido in tutte le sue forme quando il valore atteso di $\gamma_2 t$ e $\gamma_3 t$ al tempo $t+1$ risulta uguale a zero indipendentemente dai valori passati dei coefficienti. I due autori stimarono tutti i coefficienti presenti nell'equazione tutti i mesi nel periodo considerato e ottenendo dei

risultati che dimostravano che il rendimento dei titoli non veniva influenzato né dal beta al quadrato e né dal rischio specifico. Pertanto, i risultati ottenuti dai 2 autori sul rischio specifico sono diametralmente opposti ai risultati ottenuti da Lintner e questo per dire che il rischio specifico funge da proxy per il vero valore del beta quando la sua stima è esposta ad un errore di campionamento.

1.4 Le critiche al modello CAPM

Il CAPM è stato e costituisce ancora un modello di riferimento nella teoria dell'asset pricing, ma fin dalla sua pubblicazione originaria è stato oggetto di ampi dibattiti nella letteratura economica volti a verificarne la sua validità e a testarne la sua effettiva capacità previsionale. Come è scritto nel paragrafo precedente il CAPM è stato inoltre oggetto di continue riformulazioni, tra i quali quella di Fisher Black che ha sviluppato una versione del modello senza utilizzare il tasso di interesse risk-free. Ulteriori studi si sono focalizzati sulla ipotesi, considerata troppo stringente, che il solo beta di un'attività finanziaria fosse in grado di spiegare i rendimenti in eccesso dell'attività finanziaria. In questo ambito Basu, nel 1977 è stato il primo a documentare il cosiddetto "size effect": quando le azioni vengono divise in base alla loro capitalizzazione di mercato, i rendimenti medi osservati delle azioni di imprese di piccola dimensione sono risultati maggiori rispetto a quelli stimati attraverso il modello CAPM. Altri autori tra cui Statman, Rosemberg e Lanstain hanno verificato che le azioni di imprese che presentano un alto rapporto book to market riscontrano elevati rendimenti medi attesi, che non sono spiegabili dal loro beta. Tutti questi studi hanno evidenziato che il CAPM possiede una determinata potenza esplicativa nel predire i rendimenti attesi delle attività finanziarie, e per questa ragione altri fattori dovrebbero essere considerati nella teoria dell'asset pricing.

Una delle critiche più rilevanti è senz'altro la critica di Roll. Secondo Richard Roll i modelli di equilibrio generale, tra cui il CAPM, non possono formare oggetto di un'analisi empirica. L'autore ha evidenziato una problematica intrinseca al CAPM che risulta legata alla definizione di portafoglio di mercato, sostenendo che nella realtà non esiste un consenso su cosa costituisca esattamente questo portafoglio di mercato. Roll conclude che secondo le ipotesi del modello questo portafoglio dovrebbe includere tutti gli asset investibili e per cui non solamente azioni e obbligazioni, ma anche beni immobili, opere d'arte, e persino il capitale umano. Pertanto, la difficoltà sta nel definire e misurare questo portafoglio totale che è teoricamente impossibile da replicare. La conseguenza principale della critica di Roll è che senza la capacità di osservare e replicare il vero portafoglio di mercato, non si può

testare empiricamente l'efficacia del CAPM in modo definitivo, e quindi non è possibile verificare se il CAPM fornisca stime accurate del rendimento di un'attività finanziaria.

1.5 Lo sviluppo dei modelli multifattoriali come alternativa al modello CAPM

Verso la fine degli anni '80 si verificò una scissione tra autori che ancora credevano si potessero proporre modelli capaci di prevedere i rendimenti attesi dell'attività finanziaria e autori che invece ritenevano che l'unica verifica empirica valida andasse ricercata sul comportamento psicologico collettivo degli investitori, comportamento in aperto contrasto con le teorie della razionalità economica. Questa seconda corrente di pensiero è stata chiamata finanza comportamentale, che poggia sull'idea che i mercati non siano sempre razionali. Questa visione non solo critica il modello CAPM, ma sostiene anche che non fornisca alternativa valida per prevedere i rendimenti futuri o per analizzare correttamente il mercato. Al contrario l'altra corrente di pensiero ritiene che i problemi di valutazione del CAPM siano dovuti ad una formulazione errata del rischio. Secondo questa visione, il CAPM ha sempre considerato il rischio solo in relazione alla covarianza del portafoglio di mercato, ignorando altri importanti fattori. Inoltre, il modello postula delle assunzioni talmente rigide che difficilmente si verificano nella realtà rendendolo di fatto inaffidabile. Secondo questa visione, nonostante i difetti mostrati dal CAPM, il mercato segue ancora una relazione razionale tra il rischio e il rendimento. Ci sono diversi fattori importanti che possono influenzare questa relazione, e che diversi economisti hanno identificato come cruciali per valutare i rendimenti finanziari: questi fattori possono essere suddivisi in due grandi categorie: i fattori esogeni e i fattori endogeni.

I fattori esogeni sono dei fattori che risultano esterni rispetto al comportamento dell'impresa, ma che possono comunque influire sul rendimento dei titoli azionari. Questi fattori sono rappresentati sostanzialmente da variabili macroeconomiche quali:

- variazioni del tasso di crescita del PIL. questo indicatore influenza il valore dei cash flow prospettive delle imprese poiché incidono sulle variazioni delle vendite e della produzione.
- variazione nel premio per il rischio di fallimento, misurata dallo SPREAD tra i titoli di rating massimo e quelli posizionati su un livello di merito più basso: questa variazione misura la sensibilità degli investitori al rischio e ne deriva che se il premio aumenta diminuisce il prezzo dei titoli più esposti al rischio.

- variazione nel premio per la scadenza, misurata dallo SPREAD tra il rendimento di titoli di stato a lunga (20/30 anni) e a breve scadenza (6 mesi/ 1 anno): infatti il tasso a lungo termine dei titoli di stato non solo funge da riferimento per valutare i cash flow futuri delle imprese, ma anche le variazioni di questo tasso possono influenzare i prezzi delle azioni provocandone un rialzo o un ribasso.
- la variabile inattesa del tasso di inflazione, che può senza dubbio provocare danni ai flussi di cassa attesi di un'impresa, sfavorendo ad esempio le imprese creditrici
- le variazioni dell'inflazione inattesa, che influenzano le politiche economiche, la confidenza dei consumatori e i tassi di interesse, riflettendosi di qui sui prezzi delle azioni.

I fattori endogeni riguardano invece indicatori di performance che risultano in termini dell'impresa e fanno riferimento a tutti quei fattori che hanno determinato la crisi del modello CAPM alla fine degli anni '80. Questi fattori riguardano:

- book to market value
- dividend yield
- l'effetto size
- il rapporto price-earning
- il grado di indebitamento

1.5.1 i modelli multifattoriali

Dalle critiche al CAPM sono emerse diverse correnti di ricerca che hanno sviluppato modelli di valutazione degli asset basati su molteplici fattori di rischio. da un lato ci sono modelli che considerano le variabili macroeconomiche come fattori di rischio, mentre dall'altro si è dato spazio allo studio di anomalie aziendali, in particolare legate alla dimensione delle imprese, per comprendere quale di esse avessero avuto un impatto significativo sui prezzi delle azioni. Alla base di questi modelli c'è l'idea che ogni fattore che influisce sulla covarianza dei titoli può essere inserito nell'equazione del rischio e del rendimento. Supponiamo che il rendimento di un'attività i dipenda da L fattori di rischio e la relazione che lega i rendimenti a questi fattori possa essere così esplicitata:

$$R_i = a_i + b_{i1} I_1^* + b_{i2} I_2^* + \dots + b_{iL} I_L^* + c_i$$

dove ogni componente I_j non è correlata agli altri. Ad esempio si può immaginare che I_1 rappresenti un indice azionario, I_2 lo spread tra tasso d'interesse, e così via... I termini b_j

rappresentano invece la sensibilità del rendimento del titolo a fattore di rischio considerato. Tanto è più grande il valore b_j e tanto maggiore sarà la sensibilità del rendimento del titolo rispetto a fattori I_j . Queste sensibilità possono anche essere interpretate come elasticità del rendimento del titolo in esame rispetto alla variazione del fattore di rischio considerato. Oltre a far sì che le variabili del modello non siano correlate è importante anche che i residui siano indipendenti dagli indici. Come sottolineato da Fama (1986) un modello multifattoriale nella sua forma standard deve presentare le seguenti peculiarità:

- a) la media di c_i è pari a $E(c_i)=0$ per ogni titolo, dove $i=1, \dots, N$
- b) la covarianza tra gli indici j e k è pari a $E[(I_j - \bar{I}_j)(I_k - \bar{I}_k) = 0]$ per tutti gli indici, dove $j = 1, \dots, L$ e $k= 1, \dots, L$ con $(j \neq k)$
- c) la covarianza tra il residuo del titolo i -esimo e l'indice j -esimo è pari a $E[c_i(I_j - \bar{I}_j) = 0]$ per tutti i titoli e gli indici, dove $i=1, \dots, N$ e $j=1, \dots, L$
- d) la covarianza tra c_i e c_j è nulla e $E(c_i c_j)=0$ per tutti i titoli, dove $i=1, \dots, N$ e $J=1, \dots, N$ con $(j \neq k)$

Tuttavia, l'ipotesi alla base del modello multifattoriale è che:

$$E(c_i c_j)=0$$

questo implica che la sola ragione per cui i titoli azionari si muovono in modo asincrono è dato dall'andamento conforme delle variabili esplicative del modello, le quali sono peraltro le sole a cui riportare i movimenti fra coppie di titoli. Ovviamente quest'ipotesi rappresenta un'approssimazione della realtà, e pertanto migliore risulterà in questa approssimazione e migliore sarà la performance del modello. Tuttavia, questo modello si può utilizzare se gli analisti sono in grado di fornire le stime di tutti i parametri per ciascun titolo e se i rendimenti attesi e le varianze vengono ipotizzate costanti o fornite dallo sviluppatore del modello. In questo modo le uniche variabili che si ottengono dalle stime del modello fattoriale sono i coefficienti di correlazione. Quando si impiega un modello multifattoriale per cercare di prevedere i rendimenti azionari è conveniente comprendere tutte le variabili che influiscono sul modello e sui rendimenti attesi degli investimenti comune. Tuttavia, quando si decide di utilizzare questi modelli per la gestione dei portafogli si presentano principalmente due problemi di ordine applicativo: la numerosità dei fattori da considerare, e la modalità con cui tali fattori vengono individuati. Per quanto riguarda la numerosità dei fattori da comprendere nel modello, la regola generale stabilisce di considerare tanti fattori quanto è necessario per togliere tutte le influenze comuni dei rendimenti. Pertanto, se considerando un certo numero

di fattori, si presenta ancora una covarianza tra i termini di errore, il modello non può considerarsi completo e andrebbero inclusi altri fattori. Invece per individuare quali fattori individuare, si possono seguire diversi approcci. Ad esempio, si possono utilizzare le variabili macroeconomiche (come ad esempio il PIL, tassi di inflazione, tassi di cambio...) o le variabili di bilancio delle imprese (grado di indebitamento, dimensione...) e infine i fattori possono essere individuati nei rendimenti di portafogli che comprendono titoli appartenenti a diversi settori industriali. In ogni caso, il modo più rigoroso e analitico che permette l'individuazione dei fattori è rappresentato dalla tecnica statistica di analisi fattoriale o delle componenti principali (ACP), che riesce ad identificare i fattori che riducono al massimo la covarianza tra i rendimenti dei diversi titoli. Tuttavia, questa tecnica presenta un punto debole: non è detto che identifichi dei fattori certi e ciò rende labili i risultati ottenuti. Una volta individuati i fattori da adottare nel modello, vengono stimati i coefficienti di sensitività rispetto a ciascun fattore per ogni titolo, i cosiddetti beta fattoriali. La stima avviene secondo modalità identiche a quella utilizzata per stimare il beta del market model, ossia attraverso un modello di regressione multipla. quindi partendo da un campione di rendimenti del singolo titolo e dei valori assunti dai singoli fattori storicamente osservati viene calcolata la relazione lineare stimando il valore dei parametri di sensitività. Per ciascun investimento, il beta stimato rispetto a ciascun fattore rappresenta la covarianza tra il rendimento dell'investimento e il trend del fattore diviso la varianza dell'andamento del fattore.

1.5.2 The Arbitrage Pricing Theory (APT)

Si tratta di un modello multifattoriale più generico rispetto al CAPM, poichè prende in considerazione ulteriori fattori rispetto al rendimento atteso e alla covarianza che possono influenzare i rendimenti delle attività finanziarie. L'ipotesi portante su cui si basa il modello è la legge del prezzo unico: due oggetti identici non possono avere un prezzo diverso. Oltre a questa ipotesi fondamentale tre assunzioni si rendono indispensabili per validare il modello:

- soltanto il modello di tipo fattoriale è adatto a descrivere i rendimenti dei titoli azionari
- non c'è possibilità di arbitraggio attraverso l'utilizzo di titoli risk free

- è possibile costruire dei portafogli che contengono un numero infinito di titoli; il rendimento di questi portafogli, dipende solo dall'esposizione dei titoli ai diversi fattori poichè si considera eliminato l'effetto del rischio idiosincratico.

Secondo il modello APT, il rendimento dei titoli dipende linearmente da un insieme di indici, e può essere formalizzato nel modo seguente:

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{iL}I_L + e_i$$

dove il termine a_i rappresenta il rendimento atteso del titolo i nel caso in cui tutti gli indici assumono un valore pari a zero; il termine I_j rappresenta il valore del j -esimo che influenza il rendimento del titolo i -esimo, il coefficiente b_{ij} è la misura della sensitività del rendimento del titolo i rispetto al fattore j , ed infine il termine e_i rappresenta un errore casuale con media pari a zero e varianza costante $\sigma^2_{e_i}$. Nel modello viene inoltre fatta l'ipotesi che i termini di errore siano tra di loro incorrelati e sotto questa ipotesi traccia i rendimenti attesi di un generico titolo che possono dipendere da un singolo indice o più indici. L'obiettivo del modello è quello di stimare i parametri b_{ij} per comprendere quali siano i fattori più importanti nella spiegazione del rendimento dell'attività.

Pertanto, l'Arbitrage Pricing Theory afferma che il premio al rischio per ogni azioni dovrebbe dipendere fondamentalmente da due elementi, il primo, il premio al rischio associato a ogni fattore, e il secondo la sensibilità delle azioni ad ognuna dei fattori:

$$\text{premio per il rischio delle azioni} = r - r_f = b_1(r_{f\text{attore1}} - r_f) + b_2(r_{f\text{attore2}} - r_f) + \dots$$

Il modello espresso mediante questa formula porta a due conclusioni:

- il premio atteso per il rischio è pari a zero, nel caso in cui ad ogni fattore di sensitività beta viene dato un valore pari a zero. Un portafoglio diversificato che viene costruito in modo da non essere sensibile a nessuno dei fattori considerati, risulta di fatto privo di rischio e quindi deve avere un prezzo tale da offrire un rendimento pari al tasso di interesse privo di rischio. Infatti, se questo portafoglio offrisse un rendimento maggiore, gli investitori potrebbero ottenere un profitto senza sopportare alcun rischi, ovvero attraverso un arbitraggio, indebitandosi per acquistare il portafoglio. Viceversa, se offrisse un rendimento minore per gli investitori sarebbe possibile

ottenere un profitto di arbitraggio mettendo in atto la strategia opposta, ossia vendendo il portafoglio non sensibile ai fattori macroeconomici considerati e investendo il ricavato in titoli privi di rischio.

- Un portafoglio diversificato costruito in modo da essere sensibile rispetto ad un particolare fattore di rischio offrirà un premio per il rischio che rappresenterà in proporzione diretta rispetto alle sensibilità del portafoglio a tale fattore. se per esempio si costituiscono due portafogli A e B che sono influenzati solamente da uno specifico fattore, allora se il portafoglio A risulta il doppio più sensibile a questo fattore rispetto al portafoglio B, questo portafoglio dovrà offrire un premio per il rischio doppio.

Come il CAPM, il modello dell'ATP enfatizza il concetto di rendimento atteso dipenda dal rischio che deriva da fattori generali che influenzano il sistema economico nel suo complesso, e non dal rischio specifico. Tuttavia, a differenza del CAPM il portafoglio di mercato non gioca un ruolo importante tanto da non figurare nel modello e si evitano utilizzando questo modello i problemi connessi alla creazione di un portafoglio di mercato.

1.6 Conclusioni

In questo capitolo abbiamo approfondito la teoria del Capital Asset Pricing Model (CAPM) e le sue evoluzioni, evidenziando sia le sue critiche, la sua rilevanza storica e le alternative al modello proposte. Nonostante il CAPM venga criticato per le sue ipotesi stringenti, rappresenta comunque un punto cardine nella valutazione finanziaria e nella stima del costo del capitale azionario, fornendo una prima teoria del rapporto tra rischio e rendimento. Queste critiche, riguardanti l'incapacità di spiegare i rendimenti delle attività finanziarie tramite il solo beta, hanno contribuito allo sviluppo di altri modelli multifattoriali come l'Arbitrage Pricing Theory (APT). Questi ultimi offrono una visione più specifica e complessa del comportamento dei mercati, prendendo in considerazione diversi fattori come il rapporto tra valore contabile e valore di mercato, le dimensioni dell'impresa, la redditività. Possiamo quindi in conclusione affermare che nonostante il CAPM mantenga la sua posizione principale come strumento di valutazione del rischio e del rendimento, il campo della finanza aziendale è dinamico e in continua evoluzione. Si cerca quindi di focalizzarsi sempre di più sull'integrazione di nuovi fattori di rischio e sullo sviluppo di modelli che prendano in considerazione in modo più specifico il comportamento degli investitori e la realtà dei mercati finanziari.

CAPITOLO 2: I modelli di Fama e French a tre e a cinque fattori

2.1 Introduzione

Questo capitolo si propone di analizzare gli studi che hanno portato a realizzare modelli multifattoriali di asset pricing sempre più dettagliati, con conseguenti stime più precise ed accurate del rendimento atteso delle attività finanziarie.

Nel contesto degli studi finanziari, sono stati formulati modelli alternativi ed integrativi al CAPM, e tra questi un modello fondamentale è quello descritto dalla teoria dell'Arbitrage Pricing Theory (APT), sviluppata nel 1976 dall'economista americano Stephen Ross. A seguito della teoria dell'APT si sono sviluppati diversi modelli denominati multifattoriali, tra questi si distinguono quelli sviluppati da E.Fama e K.French (1992). Questi autori, prendendo spunto dal lavoro di Basu (1977) e Banz (1981), hanno inizialmente sviluppato un modello a tre fattori che si basa sull'ipotesi del beta di mercato come unico indicatore di rischio e rendimento. E.Fama e K.French, attraverso i loro studi, hanno dimostrato come il beta da solo non riesca a spiegare in maniera accurata e precisa i rendimenti attesi. Proprio per questo gli autori hanno completato il modello CAPM aggiungendo due ulteriori fattori di rischio, che rappresentano la sensibilità dell'impresa rispetto al ciclo economico e a situazioni di crisi aziendali, che sono rispettivamente identificati come la dimensione dell'impresa (size) e il rapporto tra il valore contabile e il valore di mercato dell'impresa (book-to-market).

Nonostante il successo e la popolarità del modello a tre fattori, quest'ultimo ha riscontrato diversi limiti di applicabilità e affidabilità, evidenziati dagli stessi autori. Infatti, il modello presenta diverse anomalie come l'effetto "persistenza" del rendimento a breve termine e l'effetto "bilanciere". Quindi, successivamente con il contributo di Carhart (1997), gli autori hanno integrato il primo modello aggiungendo due fattori di rischio a quelli già preesistenti: il fattore redditività e il fattore investimento.

2.2 I modelli di Fama e French a tre fattori

Come scritto nel capitolo precedente, la varietà del CAPM in merito alla sua capacità di previsione dei rendimenti attesi delle attività finanziarie, è stata messa in discussione da diversi autori, che hanno evidenziato come il beta da solo incorpori insufficienti informazioni per una spiegazione corretta dei rendimenti in eccesso degli asset finanziari. Tra questi autori, Eugene Fama e Kenneth French nel 1992 hanno pubblicato un modello

multifattoriale denominato *Three-Factor Model*. Questo modello, oltre al rischio di mercato aggiunge delle componenti esplicative rispetto al CAPM, individuando dei fattori denominati rispettivamente “size” e “value” delle ulteriori variabili che influenzano i rendimenti attesi dei titoli finanziari quotati. Per rappresentare le cosiddette variabili gli autori hanno identificato due fattori: un fattore relativo al rischio dimensionale, denominato “Small Minus Big” (SMB) e un fattore relativo al rischio di valore, denominato “High Minus Low” (HML). Gli autori per costruire analiticamente questi due fattori aggiuntivi hanno creato sei portafogli di azioni dell’indice americano, suddivisi in base alla loro dimensione e in base al loro valore. Per creare questi portafogli, all’inizio di ogni anno di osservazione, le azioni sono state suddivise in due gruppi della stessa grandezza in base alle loro capitalizzazioni di mercato (small or big) ed in altri tre gruppi in base alla loro book-to-market ratio, ottenendo così tre raggruppamenti denominati “Low”, “Medium” and “High”⁴. Questi gruppi sono stati suddivisi utilizzando come criterio di divisione il trentesimo e settantesimo percentile, ovvero il più piccolo 30% sono gruppi classificati con il BM basso dal trentesimo al settantesimo gruppo con BM medio, mentre dal 70 percentile in poi gruppo classificato come il più alto. Sulla base di queste suddivisioni ne derivano 6 portafogli composti come segue:

- small sides, low BM, denominato Small Growth Portfolio
- small sides, medium BM; denominato Small Neutral Portfolio
- small sides, high BM; denominato Small Value Portfolio
- big sides, low BM; chiamato Big Growth Portfolio
- big sides, medium BM; denominato Big Neutral Portfolio
- big sides, high BM, chiamato Big Value Portfolio

utilizzando i rendimenti mensili ponderati dei 6 portafogli calcolati per ogni anno, Fama and French hanno calcolato il fattore SMB per ciascun mese attraverso la seguente media:

$$SMB = 1/3(\textit{small value} + \textit{small neutral} + \textit{small growth}) - 1/3(\textit{big value} + \textit{big neutral} + \textit{big growth})$$

⁴ La decisione di suddividere il Book to Market Ratio in tre categorie è stata giustificata dagli autori per via del suo ruolo maggiore nella spiegazione dei rendimenti azionari medi rispetto al fattore dimensionale

Pertanto, questo fattore è dato dalla differenza tra il rendimento medio dei tre portafogli costruiti con le azioni small e del rendimento medio dei tre portafogli costruiti con le azioni big. Dunque, il portafoglio sarà comunque idoneo ad analizzare i rendimenti in eccesso che si verificano nelle piccole imprese, fornendo quindi una misura relativa del rischio dimensionale, ossia del rischio legato alla dimensione dell'impresa. Un valore di SMB positivo indicherà quindi che le piccole imprese hanno rendimenti maggiori rispetto alle grandi imprese, mentre un valore negativo individuerà esattamente il contrario. L'altro fattore HML, calcolato anche esso per ogni mese, è ottenuto invece con la seguente formula:

$$HML = 1/2(\text{smallvalue} + \text{bigvalue}) - 1/2(\text{smallgrowth} + \text{biggrowth})$$

Questo fattore è dato dalla differenza tra il rendimento medio dei portafogli con alto BM (ovvero i Value Portfolio) e il rendimento medio dei portfolio con basso BM (ovvero i Growth Portfolio)⁵. Il fattore HML dovrebbe fornire una misura del rischio relativo al Book To market value. una volta identificati i tre fattori gli autori sviluppano i seguenti modelli di regressione lineare utilizzando i dati in serie storica:

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i[R_{Mt} - R_{Ft}] + s_iSMB_i + h_iHML_i + \varepsilon_{it}$$

In questa equazione il termine R_{it} rappresenta il rendimento di un'attività o di un portafoglio di attività finanziare (i) per un periodo t, mentre R_{Ft} è il rendimento di un titolo di un portafoglio di attività prive di rischio, R_{Mt} è il rendimento del portafoglio di mercato value-weight, SMB_i è il rendimento di un portafoglio diversificato di piccole azioni meno il rendimento di un portafoglio diversificato di grandi azioni, e infine HML_i è la differenza tra il rendimento di un portafoglio di azioni che presentano un elevato BM e il rendimento di un portafoglio di azioni che presentano un basso BM; infine ε_{it} è il termine di errore. Considerando i parametri dell'equazione precedente come valori reali piuttosto che valori stimati, se i fattori che descrivono l'esposizione al rischio (β_i, s_i, h_i) sono in grado di

⁵ gli autori sottolineano che in questo calcolo vengono esclusi i portafogli che presentano un BM medio per investigare in modo più approfondito sul fattore valore e sugli effetti della crescita

spiegare tutte le variazioni dei rendimenti attesi, allora l'intercetta α_i dovrebbe risultare pari a 0 per tutte le attività finanziarie e per tutti i portafogli i . Se è vera questa ipotesi il modello precedente può essere descritto come segue:

$$E(R_{it}) - R_{Ft} = \beta_{iM}[E(R_{Mt}) - R_{Ft}] + \beta_{iS} E(SMB_t) + \beta_{iH} E(HML_t) + \varepsilon_{it}$$

Nel loro lavoro, Fama e French hanno considerato un arco temporale che va dal 1927 al 2003. In questo periodo il valore medio per il rischio di mercato (RMT-RFT) è stato pari a l'8,3% all'anno, mentre i valori medi di SMBt e HMLt sono stati rispettivamente pari al 6,3% e al 5% su base annua. Inoltre, tutti e tre i premi al rischio hanno mostrato una grande volatilità presentando rispettivamente una deviazione standard del 21% per quanto riguarda il premio al rischio di mercato, del 14,6% in merito al fattore SMBt e infine del 14,2% del fattore HMLt⁶.

Fama e French verificano il modello utilizzando i titoli quotati sul mercato statunitense (NYSE e NASDAQ) scegliendo come periodo di riferimento l'orizzonte temporale per il periodo dal 1963 al 1991. Gli autori hanno dimostrato che sulla base di questo campione il modello raccoglie la maggior parte della variazione del rendimento medio per i portafogli formati sulla base del size e del book to market ratio, migliorando i risultati rispetto a quelli ottenuti utilizzando il CAPM. Per misurare l'effetto dell'aggiunta dei due fattori in termini di miglioramento della potenza esplicativa del modello Fama e French hanno utilizzato l'indice R^2 , che misura la percentuale di variabilità della variabile dipendente (ovvero il rendimento in eccesso del titolo) spiegata dal modello: i valori del R^2 così calcolati variano tra lo 0,83 e lo 0,97, confermando un'ottima capacità del modello di adattarsi ai dati osservati. Infine, gli autori hanno testato statisticamente la significatività dei coefficienti dei due fattori aggiuntivi, arrivando alla conclusione che l'introduzione di questi ultimi è in grado di aumentare la potenza esplicativa del modello rispetto al tradizionale modello CAPM⁷. Per quanto riguarda il fattore SMB, i risultati sottolineano chiaramente una significatività statistica del cosiddetto "size premium": infatti storicamente le small-caps hanno premiato gli investitori con maggiori rendimenti in eccesso rispetto alle big-caps. Questo in quanto le prospettive di guadagno delle piccole imprese risultano più volatili e più

⁶ Eugene F. Fama e Kenneth R. French, "A Five-Factor Asset Pricing Model", 2013, 2014

⁷ Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence"

sensibili ai fattori di rischio macroeconomico⁸. Tuttavia, come diversi autori osservano, un'anomalia può essere riscontrata nelle micro caps: infatti, in presenza di titoli estremamente piccoli i rendimenti in eccesso sono maggiori per una maggiore capitalizzazione di mercato. Per quanto riguarda il fattore HML, si verifica che i rendimenti medi tendono ad essere più alti al crescere del rapporto book-to-market, premiando quindi gli investitori che preferiscono azioni "value" (ossia imprese con un alto rapporto B/M) piuttosto che titoli denominati "growth", (ossia imprese che presentano un basso rapporto B/M). Infatti, le azioni di imprese che presentano un maggiore rapporto B/M mostrano rendimenti in eccesso più elevati in quanto la loro redditività tende ad essere più volatile.

2.3 Anomalie del modello a tre fattori

Il modello a tre fattori ha rappresentato per molto tempo un pilastro per la letteratura economica dell'asset pricing, ma tuttavia il modello ha presentato diversi limiti, tra cui uno dei quali è stato rilevato e sottolineato dagli autori stessi del modello. In particolare, è stato dimostrato che il modello non riesce ad integrare una specifica anomalia denominata "persistenza": ovvero nel breve periodo le azioni tendono a replicare le loro precedenti performance in termini di rendimento. Carhart (1997) ha analizzato nel dettaglio questo effetto sistematico: confrontando i rendimenti attesi e i rendimenti effettivi di alcune azioni, ha scoperto che il modello sottovaluta i titoli che hanno mostrato dei rendimenti elevati nel periodo precedente, mentre al contrario il modello tende a sopravvalutare i titoli che hanno mostrato dei rendimenti bassi o negativi nel precedente periodo di analisi. Un'altra anomalia del modello a tre fattori che è stata riscontrata da diversi autori riguarda il fatto che il modello non riesce a cogliere la relazione negativa che esiste tra il prezzo delle azioni e il livello di "financial distress" dell'impresa⁹. Questa relazione è basata sull'idea che i prezzi delle azioni tendano a muoversi insieme alla capacità dell'impresa di riuscire a far fronte ai propri

⁸ Banz, 1991

⁹ il termine financial distress si riferisce ad una situazione in cui un'impresa o un'entità sta affrontando gravi difficoltà finanziarie, tipicamente a causa dell'incapacità di generare flussi di cassa sufficienti per coprire le sue obbligazioni correnti. Questo può portare a problemi nel pagare debiti, investire risorse essenziali o mantenere le operazioni quotidiane. Il distress finanziario può combinare in un fallimento se non viene gestito efficacemente, e spesso richiede interventi di ristrutturazione del debito.

obblighi finanziari, e questo a prescindere dal livello di redditività dell'impresa stessa. Poiché questo rischio non può essere diversificato si verificherà che gli investitori richiederanno un premio per sostenerlo, e questo aspetto non viene colto dal modello. Infatti, a questo proposito diversi studi sostengono che il premio a rischio di mercato, il fattore HML e il fattore SMB da soli non risultino sufficienti per valutare dei titoli di imprese che presentano gravi difficoltà finanziarie. Sono stati in seguito identificati altri punti deboli del modello che ne hanno messo in serio dubbio la sua validità. Novy-Marx (2013) con il suo studio sulla redditività lorda come variabile di controllo della creazione di portafogli, Titman, Wei e Xie (2004) attraverso la loro indagine tra investimenti delle imprese e i rendimenti di portafoglio hanno contribuito allo sviluppo e al progresso della teoria dell'asset pricing, spingendo Fama e French alla creazione di un nuovo modello, il modello a cinque fattori.

2.4 Il modello a cinque fattori

A seguito dei numerosi punti deboli identificati nel modello a tre fattori e alle diverse anomalie empiriche che sono state riscontrate, nel 2015 Fama e French, in un nuovo lavoro, dimostrano come l'aggiunta di due fattori, denominati rispettivamente (profitability and investment) riescano a migliorare notevolmente la capacità esplicativa del precedente modello¹⁰. Gli autori hanno utilizzato il Dividend Discount Model per spiegare come le due variabili aggiuntive siano correlate ai rendimenti medi attesi di un'attività. Secondo il modello, elaborato da Gordon¹¹ nel 1962 e noto anche come modello a crescita costante, il valore di mercato di un titolo azionario è pari al valore attuale di tutti i dividendi attesi dell'azione.

$$m_t = \frac{\sum_{\tau=1}^{\infty} E(d_{t+\tau})}{(1+r)^\tau}$$

In questa equazione m_t rappresenta il prezzo dell'azione al tempo t , il termine $E(d_{t+\tau})$ rappresenta il dividendo atteso per l'azione nel periodo $(t + \tau)$, mentre r rappresenta il tasso di rendimento medio atteso di lungo periodo dell'azione, o più

¹⁰ Eugene F. Fama e Kenneth R. French, "A Five-Factor Asset Pricing Model", 2013, 2014.

¹¹ Gordon, "The Investing, Financing and Valuation of the Corporation", 1962

precisamente il tasso interno di rendimento del dividendo atteso. Questa equazione afferma che se al tempo t le azioni di due imprese maturano gli stessi dividendi attesi, ma hanno prezzi diversi, allora l'azione al prezzo più basso dovrà mostrare un rendimento atteso più alto. Ciò implica anche che i dividendi futuri dell'azione con prezzo minore presenteranno un maggiore grado di rischio. Fama e French hanno utilizzato questa equazione per spiegare la correlazione tra i rendimenti attesi e la profittabilità dell'impresa, investimenti attesi e book to market. Modigliani e Miller nel 1971 dimostrano come il valore complessivo di mercato delle azioni di un'impresa può essere calcolato attraverso la seguente formula:

$$m_t = \frac{\sum_{t=1}^{\infty} E(Y_{t+\tau} - dB_{t+\tau})}{(1+r)^\tau}$$

dove $Y_{t+\tau}$ indica il valore totale degli utili realizzati dall'impresa nel periodo $(t + \tau)$, mentre $dB_{t+\tau}$ rappresenta la variazione del patrimonio netto contabile. Dividendo entrambi i membri dell'espressione per B_t si ottiene:

$$\frac{M_t}{B_t} = \frac{\sum_{t=1}^{\infty} E(Y_{t+\tau} - dB_{t+\tau})}{(1+r)^\tau B_t}$$

Pertanto, considerando come dati tutti i termini dell'equazione, eccetto M_t e r si verifica che un basso valore di M_t o equivalentemente un alto valore del rapporto B/M , implicherà un rendimento atteso maggiore. Inoltre, fissando il valore di M_t e di tutti gli altri valori dell'equazione, tranne i guadagni attesi futuri e i rendimenti attesi futuri, la formula suggerisce che guadagni attesi più elevati provocano rendimenti attesi maggiori. Infine, fissando i valori degli utili attesi, di B_t e M_t , l'equazione suggerisce che una maggiore crescita del patrimonio netto contabile B_t implicherà un rendimento atteso minore. Quindi, il rapporto B/M rappresenta una buona approssimazione dei rendimenti attesi poiché la capitalizzazione di mercato permette di prevedere utili e investimenti. Questa equazione detta una condizione molto importante nell'identificare le variabili proxy per gli utili attesi e per gli investimenti. Alcuni autori, tra cui Novy Marx (2012) ha identificato una proxy per la profittabilità attesa che è fortemente correlata con i rendimenti medi. Altri autori hanno documentato una relazione debole ma statisticamente significativa tra investimenti e rendimenti medi. Infine, evidenze empiriche, hanno suggerito che la maggior parte delle variazioni dei rendimenti attesi collegate alla profittabilità e agli investimenti non vengono

catturate dal modello a tre fattori. Ciò ha portato Fama e French ad aggiungere 2 fattori al loro modello precedente. I fattori aggiunti riguardano la redditività operativa (OP) misurata come differenza tra i ricavi meno i costi il tutto diviso per il patrimonio netto dell'impresa rilevata l'anno precedente. Per quanto riguarda il fattore investimento (INV) questo è dato dalla variazione delle attività totali dell'impresa rilevate rispettivamente all'anno t-2 e all'anno t-1, il tutto diviso per le attività totali dell'impresa dell'anno t-2. Con l'aggiunta di questi due fattori il modello a 5 fattori diventa:

$$R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i(R_{Mt} - R_{Ft}) + s_iSMB_t + h_iHML_t + r_iRMW_t + c_iCMA_t + \varepsilon_{it}$$

In questa equazione il regressore RMW rappresenta la differenza tra i rendimenti di portafogli azionari diversificati secondo un elevato livello di redditività (portafogli robust) e i portafogli con un basso livello di redditività (portafogli weak). Invece il regressore CMA, rappresenta la differenza tra portafogli diversificati contenenti titoli di imprese con alti livelli di investimento (portafogli aggressive) e portafogli di imprese con bassi livelli di investimento (portafogli conservative). Allora se le sensibilità rispetto ai 5 fattori riescono a catturare e spiegare per intero le variazioni dei rendimenti in eccesso, l'intercetta α_i del modello dovrebbe risultare non significativa e quindi pari a zero per qualsiasi attività o portafoglio i . In questo modello a 5 fattori, pertanto, le variabili esplicative dei rendimenti in eccesso di un'attività finanziaria sono date dai seguenti fattori di rischio:

- premi a rischio di mercato (rm-rf)
- la dimensione o size (small minus big, SMB)
- book to market equity ratio (high minus low, HML)
- la redditività operativa (operating profitability, RMW)
- investimenti (conservative minus aggressive, CMA)

I fattori SMB e HML rappresentano rispettivamente i premi al rischio della capitalizzazione di mercato dell'impresa (size) e del valore book to market, analogamente a quanto già fissato al modello a tre fattori. Il fattore RMW rappresenta il premio al rischio relativo alla redditività operativa dell'impresa e l'ultimo fattore CMA rappresenta il premio per il rischio relativo alla variabile investimento. Per stimare il rendimento in eccesso di questi fattori Fama e French hanno costruito una serie di portafogli dividendo le azioni e classificandole in base alla dimensione, al valore, alla redditività e agli investimenti, con la seguente metodologia:

La variabile size viene suddivisa in due categorie, small e big utilizzando come black point la mediana. La variabile B/M viene suddivisa in tre categorie denominate: low, medium and high utilizzando i dati fino al 30 percentile per la categoria low, dal 30 al 70 percentile per i medium, e oltre il 70 per la categoria high. La variabile OP è divisa nelle categorie: robust, neutral e weak, utilizzando i percentili come sopra e infine la variabile INV viene suddivisa nelle tre categorie nominate: conservative, neutral e aggressive, sempre utilizzando la stessa metodologia dei percentili per la loro classificazione. Sulla base di queste divisioni gli autori hanno combinato diversi portafogli sui quali hanno calcolato i rendimenti in eccesso dei fattori evidenziati. In pratica hanno utilizzato sei portafogli value weight composti sulla base del fattore dimensione e del fattore book to market. Sei portafoglio value weight composti in base alla dimensione e alla redditività operativa e sei portafoglio value weight composti in base alla dimensione e al rendimento. Per il calcolo dei fattori gli autori hanno seguito la seguente metodologia:

1. il fattore SMB viene calcolato attraverso la media aritmetica semplice dei fattori $SMB_{B/M}$ calcolato sui portafogli rispetto alla variabile size e alla variabile BM, SMB_{INV} calcolato su portafogli classificati in base alla variabile size e alla variabile inv e infine il fattore SMB_{OP} calcolato sulla base di portafogli costituiti per size e OP.

$$SMB_{B/M} = (\text{smallvalue} + \text{smallneutral} + \text{smallgrowth})/3 \\ - (\text{bigvalue} + \text{bigneutral} + \text{biglow})/3$$

$$SMB_{OP} = (\text{smallrobust} + \text{smallneutral} + \text{smallgrowth})/3 \\ - (\text{bigvalue} + \text{bigneutral} + \text{biglow})/3$$

$$SMB_{INV} = (\text{smallconservative} + \text{smallneutral} + \text{smallaggressive})/3 \\ - (\text{bigconservative} + \text{bigneutral} + \text{bigaggressive})/3$$

Sulla base di questi tre fattori viene calcolato il fattore come SMB complessivo come:

$$SMB = (SMB_{B/M} + SMB_{OP} + SMB_{INV})/3$$

2. Il fattore HML viene ottenuto come differenza tra il rendimento medio dei portafogli con B/M elevato e i portafogli con B/M basso.

$$HML = (\text{smallvalue} + \text{biggrowth})/2 - (\text{bigvalue} + \text{biggrowth})/2$$

3. Il fattore RMW viene invece calcolato come differenza tra la media dei portafogli con redditività robusta e la media dei portafogli con redditività debole

$$RMW = (\text{small robust} + \text{big robust})/2 - (\text{small weak} + \text{big weak})/2$$

Il fattore CMA viene invece calcolato come differenza tra i rendimenti medi dei portafogli con basso livello di investimenti e i rendimenti medi dei portafogli costruiti con azioni di imprese che presentano un basso livello di investimenti.

$$CMA = (\text{small conservative} + \text{big conservative})/2 - (\text{small aggressive} + \text{big aggressive})/2$$

In sintesi il calcolo dei fattori e dei loro componenti sono riportati nella tabella sottostante pubblicata dagli autori nel loro articolo “A Five-Factor Asset Pricing Model”.

Sort	Breakpoints	Factors and their components
2x3 sorts on Size and B/M, or Size and OP, or Size and Inv	Size: NYSE median B/M: 30 th e 70 th NYSE percentiles OP: 30 th e 70 th NYSE percentiles Inv: 30 th e 70 th NYSE percentiles	$SMB_{B/M} = (SH + SN + SL) / 3 - (BH + BN + BL) / 3$ $SMB_{OP} = (SR + SN + SW) / 3 - (BR + BN + BW) / 3$ $SMB_{Inv} = (SC + SN + SA) / 3 - (BC + BN + BA) / 3$ $SMB = (SMB_{B/M} + SMB_{OP} + SMB_{Inv}) / 3$ $HML = (SH + SH) / 2 - (SL + BL) / 2$ $RMW = (SR + BR) / 2 - (SW + BW) / 2$ $CMA = (SC + BC) / 2 - (SA + BA) / 2$

Tabella 1

I valori assunti da questi fattori nel corso del tempo vengono costantemente aggiornati su un sito online denominato “Fama and French Data Library”

	$R_m - R_f$	SMB	HML	RMW	CMA
2010	17,37	13,61	-5,17	-1,54	9,78
2011	0,44	-5,50	-8,41	13,48	-1,16
2012	16,27	-0,52	9,99	-5,35	9,37
2013	35,20	8,33	2,60	-4,17	0,95
2014	11,71	-7,91	.1,45	1,28	-1,46
2015	0,09	-5,89	-9,65	1,07	-8,75
2016	13,30	9,31	22,71	4,34	9,97
2017	21,51	-6,16	-13,57	4,85	-11,49
2018	-6,95	-5,09	-9,67	-1,38	0,06
2019	28,28	-6,16	-10,46	4,32	-3,06
2020	23,66	3,42	-46,67	-5,22	-11,50
2021	23,56	-1,21	25,49	26,69	11,98
2022	-21,60	-1,61	25,81	6,67	22,43
2023	21,70	-6,00	-13,60	5,95	-20,94

Tabella 2

Dati presi dal sito:

https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html

Nel loro articolo gli autori pubblicano la matrice di correlazione tra i fattori, basandosi su un campione di 606 osservazioni mensili per un periodo che va dal luglio del '63 al dicembre 2013.

	$R_m - R_f$	SMB	HML	RMW	CMA
$R_m - R_f$	1,00	0,28	-0,30	-0,21	-0,39
SMB	0,28	1,00	-0,11	-0,36	-0,11
HML	-0,30	-0,11	1,00	0,08	0,70
RMW	-0,21	-0,36	0,08	1,00	-0,11
CMA	-0,39	-0,11	0,70	-0,11	1,00

Fonte: Eugene F. Fama and Kenneth R. French, *A Five-Factor Asset Pricing Model* (2013,2014)

Dai dati riportati nella tabella risulta che i fattori HML RMW CMA sono correlati negativamente sia con il fattore SMB che con il fattore premio al rischio di mercato. Inoltre

dato che le azioni di imprese di piccole dimensioni hanno un'alta sensibilità e quindi un alto valore del beta rispetto al rischio di mercato, rispetto alle azioni di imprese con grandi dimensioni ne risulta che il fattore SMB è positivamente correlato con il rendimento in eccesso del mercato (con un valore approssimativamente pari a 0,28) inoltre, data la correlazione positiva tra la profittabilità e gli investimenti, la tabella mostra un dato anomalo: infatti il fattore SMB è correlato negativamente con il fattore HML e con il fattore CMA con valore prossimo pari al -0,11. Infine, gli autori osservano come il fattore HML sia fortemente correlato con il fattore CMA, rappresentando un valore del coefficiente di correlazione per un valore pari a 0,70.

2.5 modelli a confronto

Fama e French hanno condotto degli studi volti a confrontare il CAPM inizialmente con il modello a tre fattori, dimostrando che quest'ultimo è dotato di una maggiore capacità esplicativa, grazie all'aggiunta dei fattori SMB e HML che contribuiscono ad ampliare i fattori di rischio da considerare. Per sviluppare i loro studi hanno utilizzato il coefficiente di determinazione R^2 , che quantifica come la variabilità del rendimento in eccesso dell'attività finanziaria (variabile dipendente) è spiegata da fattori ritenuti come variabili esplicative del modello (variabili indipendenti). Il risultato di questa analisi hanno mostrato che l'aggiunta di questi fattori migliorano il CAPM, conferendogli un maggiore potere esplicativo.

In secondo luogo, è stato effettuato un altro test, denominato test GSR di Gibbon Shanken e Ross (1989), volto a confrontare il CAPM con il modello a cinque fattori. I risultati del test hanno evidenziato che nonostante il modello a cinque fattori non illustra completamente i rendimenti attesi delle attività finanziarie, ha comunque una maggiore capacità esplicativa rispetto al modello a tre fattori e al CAPM risultando più accurato e credibile, in quanto ha un valore della statistica test GSR più basso e il valore dell'intercetto è inferiore rispetto a quello del modello a tre fattori. Inoltre, per quanto riguarda il fattore HML, che presenta un basso potere esplicativo quando viene confrontato con gli altri fattori, dato che quest'ultimi tendono ad assorbirlo. Tuttavia, questo risultato potrebbe non risultare valido nel suo complesso perché potrebbe essere causato dalla tipologia di campione analizzato. Un altro risultato di questa analisi riguarda i fattori RMW e CMA negativi di un portafoglio composto da piccole azioni, che risultano problematici per il modello. Fama e French sostengono che i rendimenti di questi portafogli sono legati ai rendimenti delle azioni delle imprese che investono molto, nonostante abbiano un basso livello di profittabilità.

2.6 conclusioni

Gli autori hanno testato il modello a 5 fattori basandosi sui rendimenti delle azioni statunitensi appartenenti al mercato NYSE, considerando un periodo compreso tra luglio del '63 e dicembre del 2013. Nel lavoro Fama e French hanno mostrato come tale modello fornisca delle migliori stime rispetto al modello a 3 fattori e ad altri modelli. Pur presentando un problema legato al fattore HML, che sembra essere un fattore ridondante, il modello riesce a spiegare tra il 71% e 94% della varianza dei rendimenti attesi per i portafogli divisi in size, B/M, OP, INV. Gli autori segnalano altri due problemi per i portafogli di piccole azioni divise in OP e INV: infatti i portafogli composti da azioni di imprese che investono molto presentano rendimenti medi bassi con una sensibilità negativa rispetto ai fattori RMW e CMA. Diversi autori nella letteratura economica hanno invece dimostrato come i risultati del modello a 5 fattori differiscano tra diversi paesi. Gli stessi Fama e French hanno analizzato le performance del modello su scala globale, trovando scarsi risultati nei portafogli diversificati di 4 aree principali: Giappone, Sud Asia, Europa e Nord America. In particolare, l'evidenza per l'area europea e giapponese ha dimostrato che il fattore di investimento CMA è ridondante, e quindi l'eliminazione di quest'ultimo in queste regioni porterebbe un piccolo effetto sul potere esplicativo del modello. Kubota e Takehara (2018) hanno mostrato che i fattori profittabilità e investimenti non risultano significativi in Giappone mentre Lin (2017) ha evidenziato che nella regione cinese il modello a 5 fattori tende a sovrastimare costantemente i rendimenti del mercato, mentre il fattore CMA non è statisticamente significativo. Mustafa e Ali (2016) hanno testato il modello sul settore dei fondi mutuabili norvegesi dimostrando che esso fornisce la migliore spiegazione rispetto a quello a 3 fattori, infine Balakrishnan, Maiti e Panda (2018) hanno trovato delle evidenze secondo le quali i fattori size, book to market value, profittabilità e investimento supportano la spiegazione dei rendimenti in eccesso degli asset. Blitz, Hanauer, Vidojevic e van Vliet (2018) hanno espresso 4 considerazioni negative in merito al modello a 5 fattori che riportiamo nel seguito:

1. IL modello poggia su una relazione tra il beta di mercato e il rendimento così come veniva presentata nel CAPM. ciò implica che un beta più alto di mercato, a parità di altre condizioni, dovrebbe portare rendimenti attesi più alti, ma ciò contraddice i risultati trovati dagli autori. Il modello di Fama e French postula una relazione lineare positiva tra i fattori e il rendimento atteso, ma gli autori hanno osservato che questa relazione positiva non si verifica statisticamente nel modello. Il loro risultato è che

la relazione tra premio al rischio di mercato e rendimento atteso risulta piatta invece che positiva

2. Il modello non considera un sesto fattore che può essere determinato “momentum factor”, che la letteratura economica ritiene importante nella spiegazione dei rendimenti attesi. Questo fattore si basa sull’idea che se il prezzo delle azioni salisse in tempi brevi esso potrebbe persistere nella sua crescita per via delle “effetto gregge”, ovvero la propensione ad adottare il medesimo comportamento da parte della maggior parte degli investitori
3. I due nuovi fattori inseriti in aggiunta al vecchio modello a 3 fattori hanno testato problemi in merito alla loro robustezza: infatti non è risultato chiaro se essi potessero essere utilizzati come proxy delle caratteristiche future dell’impresa
4. La motivazione logica della aggiunta di due fattori rispetto al modello originario è stata spiegata dai suoi ideatori affermando che si tratta di fattori di rischio valutati che nella realtà possono catturare il rischio legato al financial distress. Tuttavia, Fama e French non discutono la loro scelta fornendo una spiegazione basata sul rischio, non giustificando quindi la motivazione che li ha portati a scegliere questi due fattori anziché altri.

In definitiva gran parte della letteratura economica sostiene che il modello a 5 fattori, seppur ben si adatti alla realtà, non rappresenti ancora il punto di arrivo dell’asset pricing. Infatti, esistono numerosi altri fattori che spiegano il rischio che sono alla base di diversi nuovi modelli di valutazione.

CAPITOLO 3: Un'applicazione del modello di Fama e French al settore bancario e assicurativo

3.1 Introduzione

Il sistema finanziario comprende molti tipi di istituzioni di natura privata come banche, assicurazioni, fondi comuni di investimento, società finanziarie e banche di investimento che devono sottostare ad una regolamentazione pubblica. Le istituzioni finanziarie producono e offrono servizi finanziari e garantiscono il funzionamento dei mercati finanziari. Le banche e le altre istituzioni finanziarie rappresentano un meccanismo per trasferire fondi da coloro che hanno disponibilità finanziarie in eccesso (operatori in surplus) a coloro che hanno bisogno di fondi (operatori in deficit).

In particolare, le banche e le compagnie di assicurazione europee sono tra le più grandi e sviluppate al mondo. In quest'ultimo capitolo dell'elaborato si propone di dimostrare come il modello di Fama e French a cinque fattori possa essere utilizzato per stimare i rendimenti dei titoli azionari di 50 società quotate appartenenti al settore bancario e assicurativo europeo. Quest'analisi in particolare è stata condotta stimando le serie storiche dei rendimenti mensili dei titoli azionari su un arco temporale di cinque anni, da Gennaio 2019 a Gennaio 2024.

3.2 Le caratteristiche del settore

Il settore finanziario e assicurativo è un pilastro dell'economia globale, in quanto contribuiscono in maniera significativa alla stabilità economica, all'allocazione del capitale e alla gestione del rischio. Negli ultimi anni questo settore ha subito diverse trasformazioni a causa di diversi fattori come l'innovazione tecnologica, globalizzazione e inoltre la liberalizzazione dei mercati ha incrementato la concorrenza con l'entrata di nuovi concorrenti.

Il settore finanziario è da sempre caratterizzato da grande dinamicità sia in ambito nazionale che internazionale, e negli ultimi anni ha subito varie trasformazioni causate da diversi fattori come: l'innovazione tecnologica, la regolamentazione e le nuove normative. In particolare, la tecnologia sta rivoluzionando il settore finanziario con l'emergere di nuove piattaforme digitali come la tecnologia fintech che ha facilitato lo sviluppo di servizi bancari digitali e piattaforme di investimento online. Questi ultimi fanno riferimento, per esempio, al mobile banking che permette ai clienti di gestire le diverse operazioni finanziarie direttamente dai loro smartphone, rendendo i servizi finanziari più accessibili e quindi più convenienti per i

consumatori. Anche l'intelligenza artificiale, la blockchain e i big data stanno migliorando l'efficienza operativa, la gestione del rischio e la convenienza per i clienti. In conclusione, quindi la tecnologia sta rivoluzionando il settore finanziario e assicurativo, e tutte quelle istituzioni finanziarie che riescono ad adattarsi rapidamente ai cambiamenti di mercato saranno ben posizionate in un mercato sempre più competitivo e regolamentato. L'adozione delle tecniche sopra citate offre diverse opportunità per garantire una crescita sostenibile e una maggiore soddisfazione dei clienti. Un altro fattore chiave che influenza il settore finanziario e assicurativo è la regolamentazione. In seguito alla crisi finanziaria del 2008, l'Unione Europea ha stabilito normative più rigorose per garantire la stabilità, come Basilea III per le banche e Solvency II per le compagnie assicurative. Il primo è una normativa bancaria nella materia dei requisiti di capitale che opera nell'ambito dell'adeguatezza patrimoniale e nella gestione della liquidità. In particolare, gli strumenti di intervento sono:

- l'introduzione di un cuscinetto addizionale obbligatorio di patrimonio pari al 2,5%
- l'introduzione di un nuovo indice di leva finanziaria (leverage ratio)
- l'applicazione di requisiti prudenziali minimi
- l'introduzione di misure macroprudenziali

Mentre il Solvency II ha come obiettivo principale quello di estendere alle compagnie di assicurazione l'approccio utilizzato dalle banche, e mira a migliorare la trasparenza, la gestione del rischio e la resilienza delle istituzioni finanziarie.

Inoltre, le istituzioni finanziarie stanno cercando di implementare un maggior focus sugli investimenti sostenibili e sui criteri ESG nelle loro strategie di investimento. Questo perché gli investitori al giorno d'oggi cercano sempre più investimenti che non solo mirino ad un guadagno, ma anche ad un impatto sociale e ambientale positivo. Inoltre, l'integrazione dei criteri ESG e scelte di investimento sostenibili non solo aiutano a gestire il rischio ma anche ad offrire nuove opportunità di crescita, migliorando la reputazione e la fiducia nel settore.

In generale il settore finanziario è dinamico e complesso, in quanto è in continua evoluzione e la comprensione di queste dinamiche è essenziale per gestire i rischi e adottare scelte di investimento di crescita sostenibili.

3.3 il campione utilizzato

Il campione stimato è composto da 50 imprese quotate nelle principali borse europee del settore finanziario e assicurativo. Successivamente le imprese sono state suddivise in 5 portafogli, ciascuno formato da 10 imprese, in base alla loro capitalizzazione. La seguente tabella riporta le società oggetto di analisi:

portafoglio 1	Portafoglio 2	Portafoglio 3	Portafoglio 4	Portafoglio 5
Credit Suisse	Credit Agricole group	Talanx ag	Julius bar	Scor
Allianz	PZU SA	Erste Bank	Bank of Ireland	Oberbank
BNP Paribas	Assicurazioni generali group	Sampo group	Banco Sabadell	Bawag Group
Gruppo Santander	CaixaBank	Swiss life holding	Fineco	Gruppo Catalana Occidente
PKO Bank Polski	Swiss Re	Commerzbank	Ageas	Vienna Insurance
Aon s.p.a	Transilvania	Gjensidige	Banque Cantonale Vaudoise	Monte Paschi di Siena
Munich Re	Detusche Bank	Poste italiane	Bankinter	Unicaja Banco
Unicredit	Società generale	Aviva PLC	Mapfre	Santa Lucia S.A
ING Groep	UBS Group AG	Mediobanca	Unipolsai	Hiscox
BBVA	Hannover RE	Legal e general	Raiffeisen	Storebrand

Tabella 3

Fonte: dati elaborati dall'autore

Tra queste sono presenti alcune delle imprese leader del settore come:

- 1) Credit Suisse che è uno dei principali gruppi bancari nel mondo che ha sede a Zurigo, in Svizzera, ed è presente in oltre 50 paesi e ha circa 49.000 dipendenti. Credit Suisse fornisce prodotti e servizi a clienti di private banking, commerciali e retail e offre underwriting di azioni e obbligazioni, assistenza per le operazioni corporate, tra cui

acquisizioni, cessioni e fusioni, ricerca finanziaria, servizi di banca corrispondente e prime brokerage. Si occupa quindi principalmente di tre settori: Investment banking, private banking, e asset management. Nell'arco di tempo analizzato il prezzo minimo registrato è stato di circa 2,80 CHF il 27 marzo 2023, durante un periodo di turbolenze finanziarie interne ed esterne, mentre il prezzo massimo è stato di circa 13,75 CHF il 14 gennaio 2020, prima dell'inizio della pandemia di COVID-19 che ha avuto un impatto significativo sui mercati finanziari globali. Nel 2023, la banca ha distribuito un dividendo pari a 0,05 CHF per azione, in un contesto di recupero economico post-pandemia e di riorganizzazione interna. I ricavi sono stati influenzati dalle fluttuazioni del mercato e dalle condizioni economiche globali. Quindi Credit Suisse rimane adotta una strategia di evoluzione per affrontare le sfide del mercato e migliorare la sua competitività e resilienza finanziaria.

- 2) Allianz è uno dei principali assicuratori italiani e appartiene al gruppo Allianz SE, che è leader mondiale finanziario-assicurativo, e ha sede a Monaco di Baviera (Germania), con circa 150.000 dipendenti. La società offre una vasta gamma di servizi tra: assicurazioni vita, danni, malattia, infortuni e gestioni patrimoniali. L'andamento delle quotazioni del titolo Allianz nel periodo che va da gennaio 2019 a gennaio 2024 ha mostrato una significativa variabilità. Il prezzo minimo registrato è stato di circa 120,00 EUR il 23 marzo 2020, durante l'inizio della pandemia di COVID-19, mentre il prezzo massimo è stato di circa 240,00 EUR il 16 novembre 2021, in un periodo di notevole ripresa economica e di risultati finanziari solidi. Inoltre, il margine operativo e l'utile presentano un andamento crescente nell'anno 2023. Gli azionisti hanno beneficiato di un dividendo pari a 11,50 EUR per azione, in aumento rispetto agli anni precedenti, mentre i ricavi sono aumentati del 6,8% rispetto all'anno precedente. Allianz presenta quindi una solida performance finanziaria e una strategia che mira all'innovazione e alla sostenibilità, in quanto la società sta integrando criteri di ESG nelle scelte di investimento.
- 3) BNP Paribas è una banca leader in Europa con presenza a livello internazionale. È presente in 63 paesi e ha circa 183.000 dipendenti con sede a Parigi (Francia). I principali servizi offerti dal gruppo sono: personal banking e services, investment e protection services e corporate e institutional banking. Anche l'andamento delle quotazioni del titolo BNP Paribas nel periodo che va da gennaio 2019 a gennaio 2024 ha mostrato notevoli variabilità. Il prezzo minimo registrato è di circa 24,82 EUR il 23 marzo 2020, durante l'inizio della pandemia di COVID-19, mentre il prezzo massimo

è di circa 66,14 EUR il 4 gennaio 2022, in invece un periodo di ripresa economica. Mentre il margine operativo e l'utile sono cresciuti nell'anno 2023 e gli azionisti hanno ottenuto un dividendo pari a 3,11 EUR per azione, che è in crescita rispetto agli anni precedenti. Il monte dividendi complessivo ha ammontato a circa 3,89 miliardi di EUR. Anche BNP Paribas rappresenta un punto cardine nel settore bancario globale, con una solida performance finanziaria e una strategia orientata alla crescita sostenibile e all'innovazione.

Per effettuare la stima sono stati analizzati i prezzi mensili delle azioni ordinarie di chiusura (Adj Close) trovati su Yahoo Finance. Una volta ricavati questi dati nel periodo di riferimento sono stati calcolati i rendimenti giornalieri in termini logaritmici (log return) per avere qualità statistiche migliori, tramite la seguente formula:

$$r_t = \ln \left(\frac{\text{price } t}{\text{price } t-1} \right)$$

Dove:

- r_t è il rendimento giornaliero dell'azione
- $\text{price } t$ il prezzo attuale
- $\text{price } t - 1$ il prezzo del periodo precedente

Per calcolare poi i rendimenti in eccesso rispetto ai risk free, il modello necessita di un titolo risk free, che è stato ricavato da un'obbligazione Treasury Note (T-Note), ovvero un'obbligazione sovrana statunitense, che ha una scadenza tra i 2 e i 10 anni e l'interesse corrisposto è pagato ogni 6 mesi. I rendimenti di questa obbligazione sono stati ricavati dal sito Kennet R.French.

3.4 La metodologia

Per l'analisi sono stati ricavati i fattori indicati dal modello di Fama e French dal database degli autori nel periodo di riferimento mensile che va dal 1° gennaio 2019 al 1° gennaio 2024, e sono i seguenti: Mkt-RF, SMB, HML, RMW, CMA. Inoltre, è stata eseguita la regressione lineare multipla, una tecnica statistica che permette di quantificare la relazione esistente tra la variabile dipendente, e le variabili indipendenti. Questa relazione viene descritta come:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon$$

dove devono essere determinati i parametri β_i .

In questo modello di regressione multipla vengono formulate due ipotesi riguardo il termine di errore ε che sono:

- la variabile casuale ε si distribuisce secondo una legge Normale e ha una media pari a zero
- la varianza degli errori è costante per tutti i valori delle variabili indipendenti (omoschedasticità)

Queste ipotesi sono fondamentali per studiare e stimare il modello e comportano che il valore atteso della variabile dipendente possa essere stimato sulla funzione di regressione.

$$E[Y] = E[X\beta + \varepsilon] = E[\underbrace{X\beta}_{\text{costante}}] + E[\underbrace{\varepsilon}_{=0}] = X\beta$$

L'intercetta β_0 è quel valore della variabile dipendente quando tutte le altre variabili indipendenti sono pari a zero.

Per calcolare la regressione multipla è stata utilizzata la funzione data analisi su Excel, e i coefficienti ottenuti esprimono la sensibilità del rendimento del titolo azionario rispetto ai cinque fattori di Fama e French. Inoltre, per valutare l'esito della stima è stato analizzato il coefficiente di determinazione lineare R^2 , ovvero una misura statistica che indica la proporzione della varianza nella variabile dipendente attraverso i regressori che appartengono al modello. La formula è la seguente:

$$R^2 = \frac{DEV(\widehat{Y})}{DEV(Y)}$$

L'interpretazione dell'indice è la seguente:

- se $R^2 = 0$ il modello non spiega alcuna della varianza nella variabile dipendente.
- Se $R^2 = 1$ Il modello spiega perfettamente la varianza nella variabile dipendente
- Se $0 < R^2 < 1$ Il modello spiega una parte della varianza nella variabile dipendente, ma non tutta.

Quindi tanto più l'indice si avvicina a 1 e tanto maggiore sarà la variabilità della variabile dipendente spiegata dal modello e quindi la stima risulterà migliore.

Tuttavia, l'indice di determinazione lineare R^2 presenta i seguenti limiti: non è adatto per modelli non lineare, e un aumento dell'indice non implica che le variabili indipendenti causino la variazione nella variabile dipendente. In presenza di questi limiti si potrebbe ricorrere all' R^2 corretto, che “corregge” questo eccesso e tiene conto del numero delle variabili indipendenti. La sua formula è la seguente:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-m-1} (1 - R^2)$$

3.5 Risultati

In tutti i portafogli costruiti in base alla capitalizzazione di mercato, l'analisi di regressione effettuata presenta un R^2 multiplo attorno al valore 0,4, con un range che va da 0,39 a 0,49. Pertanto, questo valore sembra confermare una buona approssimazione dei dati osservati al modello stimato. Per quanto riguarda le stime dei coefficienti di sensibilità dei rendimenti in eccesso rispetto ai risk free, rispetto ai fattori, possiamo concludere quanto segue:

per quanto riguarda il portafoglio di grandi dimensioni il fattore più significativo nella spiegazione dei rendimenti in eccesso risulta essere il premio al rischio di mercato, che mostra un valore della statistica test pari a 2,07 con un p-value pari a circa il 4%. Un altro fattore che risulta significativo nell'applicazione del rendimento in eccesso è il fattore SMB che presenta un valore pari allo 0,015, quindi positivamente correlato con il rendimento in eccesso con un valore della statistica test pari a 1,86 e con un p-value pari a circa il 6%. Gli altri fattori HML RMW CMA risultano non significativi.

Per quanto riguarda i portafogli delle azioni di piccola capitalizzazione l'unico fattore che risulta significativo è il fattore SMB con un valore pari a 0,035, una statistica test pari a 0,14 e un relativo p-value pari al 3,67%. Tutti gli altri fattori inclusa l'intercetta non risultano significativi e pertanto per quanto riguarda questo portafoglio il modello a cinque fattori sembra non riuscire a fornire una buona previsione dei rendimenti in eccesso osservati. La stima migliore sembra essere ottenuta con i portafogli composti da azioni di media capitalizzazione (portafoglio 2 e 3). In particolare, il portafoglio 2 mostra R^2 multiplo pari a 0,486, implicando che il 48,6% della variabilità complessiva dei rendimenti in eccesso osservati su questo portafoglio può essere imputata alla variabilità dei fattori presi in esame in questo modello. Per quanto riguarda la sensibilità di questi fattori quello che risulta meno significativo è HML che presenta un valore pari a -0,003 con una statistica test pari a -0,54,

e un p-value pari a 58,8%. Tutti gli altri fattori sembrano essere significativi per l'analisi, in particolare risultano significativi oltre all'intercetta, il fattore SMB e il fattore CMA. Entrambi presentano valori simili pari a 0,017 (e quindi positivamente correlati con i rendimenti in eccesso). In particolare, il primo presenta un valore della statistica test pari al 2,018 con un relativo p-value pari al 4,8%. Il secondo, ossia il fattore CMA presenta una statistica test pari ad 1,725 con un relativo livello di significatività pari a circa il 9%. In allegato vengono riportati la suddivisione delle azioni nei vari portafogli e i relativi risultati dell'output della regressione multipla, regressione utilizzata attraverso la funzione di analisi dati su Excel.

OUTPUT RIEPILOGO PORTAFOGLIO 1								
Statistica della regressione								
R multiplo	0,4975154							
R al quadrato	0,2475216							
R al quadrato corretto	0,1791144							
Errore standard	0,1523973							
Osservazioni	61							
ANALISI VARIANZA								
	gdl	SQ	MQ	F	significatività F			
Regressione	5	0,4201809	0,0840362	3,6183593	0,006694			
Residuo	55	1,2773717	0,0232249					
Totale	60	1,6975526						
	Coefficienti	errore standard	Stat t	re di significatività inferiore 95%	superiore 95%	inferiore 95,0%	superiore 95,0%	
Intercetta	-0,159902	0,0207255	-7,715258	2,543E-10	-0,201437	-0,118368	-0,201437	-0,118368
Mkt-RF	0,0085203	0,0041142	2,0709646	0,0430676	0,0002753	0,0167653	0,0002753	0,0167653
SMB	0,0158781	0,0085052	1,8668746	0,0672529	-0,001167	0,0329228	-0,001167	0,0329228
HML	-0,001597	0,0068654	-0,232562	0,8169644	-0,015355	0,0121619	-0,015355	0,0121619
RMW	0,012323	0,0094466	1,3044934	0,1974978	-0,006608	0,0312545	-0,006608	0,0312545
CMA	0,0129629	0,009717	1,3340405	0,1876883	-0,00651	0,0324363	-0,00651	0,0324363

Tabella 4

Fonte: dati elaborati dall'autore

OUTPUT RIEPILOGO PORTAFOGLIO 2								
Statistica della regressione								
R multiplo	0,48630755							
R al quadrato	0,23649503							
R al quadrato corretto	0,16708549							
Errore standard	0,15716564							
Osservazioni	61							
ANALISI VARIANZA								
	gdl	SQ	MQ	F	significatività F			
Regressione	5	0,42081193	0,08416239	3,40724095	0,00941397			
Residuo	55	1,35855706	0,02470104					
Totale	60	1,77936899						
	Coefficienti	errore standard	Stat t	re di significatività inferiore 95%	superiore 95%	inferiore 95,0%	superiore 95,0%	
Intercetta	-0,1624879	0,02137394	-7,6021487	3,8928E-10	-0,2053222	-0,1196536	-0,2053222	-0,1196536
Mkt-RF	0,00727388	0,0042429	1,71436686	0,09209202	-0,0012291	0,01577684	-0,0012291	0,01577684
SMB	0,0177018	0,00877127	2,01815753	0,04846286	0,00012379	0,03527982	0,00012379	0,03527982
HML	-0,0038519	0,00708018	-0,544036	0,58861545	-0,0180409	0,01033713	-0,0180409	0,01033713
RMW	0,01412254	0,00974219	1,44962731	0,15284101	-0,0054012	0,03364632	-0,0054012	0,03364632
CMA	0,01729318	0,01002107	1,72568135	0,09001957	-0,0027895	0,03737586	-0,0027895	0,03737586

Tabella 5

Fonte: dati elaborati dall'autore

OUTPUT RIEPILOGO PORTAFOGLIO 3						
Statistica della regressione						
R multiplo	0,44870531					
R al quadrato	0,20133645					
R al quadrato corre	0,12873068					
Errore standard	0,15742229					
Osservazioni	61					
ANALISI VARIANZA						
	gdl	SQ	MQ	F	Significatività F	
Regressione	5	0,34360043	0,06872009	2,77300875	0,02643956	
Residuo	55	1,36299778	0,02478178			
Totale	60	1,70659821				
	Coefficienti	Errore standard	Stat t	P-value di significatività		
				Inferiore 95%	Superiore 95%	Inferiore 95,0%
Intercetta	-0,161304	0,02140885	-7,5344553	5,0238E-10	-0,2042083	-0,1183997
Mkt-RF	0,00650905	0,00424983	1,53160288	0,13135261	-0,0020078	0,01502589
SMB	0,01684341	0,00878559	1,91716298	0,06041737	-0,0007633	0,03445014
HML	-0,0054634	0,00709174	-0,7703823	0,44436981	-0,0196755	0,00874882
RMW	0,01272642	0,0097581	1,30419098	0,19760022	-0,0068292	0,03228209
CMA	0,01794544	0,01003744	1,78785026	0,07930964	-0,00217	0,03806091

Tabella 6

Fonte: dati elaborati dall'autore

OUTPUT RIEPILOGO PORTAFOGLIO 4						
Statistica della regressione						
R multiplo	0,39034					
R al quadrato	0,1523654					
R al quadrato corretto	0,0753077					
Errore standard	0,1669943					
Osservazioni	61					
ANALISI VARIANZA						
	gdl	SQ	MQ	F	Significatività F	
Regressione	5	0,2757041	0,0551408	1,9772892	0,0964685	
Residuo	55	1,5337896	0,0278871			
Totale	60	1,8094937				
	Coefficienti	Errore standard	Stat t	P-value di significatività		
				Inferiore 95%	Superiore 95%	Inferiore 95,0%
Intercetta	-0,065235	0,0227106	-2,872465	0,0057754	-0,110748	-0,019722
Mkt-RF	0,0039192	0,0045082	0,8693479	0,388435	-0,005115	0,0129539
SMB	0,0172457	0,0093198	1,8504383	0,0696244	-0,001432	0,035923
HML	-0,007569	0,007523	-1,006081	0,3187825	-0,022645	0,0075076
RMW	0,015421	0,0103514	1,4897458	0,1420037	-0,005324	0,0361657
CMA	0,0190071	0,0106478	1,7850813	0,0797629	-0,002331	0,0403457

Tabella 7

Fonte: dati elaborati dall'autore

OUTPUT RIEPILOGO PORTAFOGLIO 5								
<i>Statistica della regressione</i>								
R multiplo	0,410966696							
R al quadrato	0,168893625							
R al quadrato corretto	0,0933385							
Errore standard	0,295665201							
Osservazioni	61							
ANALISI VARIANZA								
	<i>gdl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>Significatività F</i>			
Regressione	5	0,977056679	0,195411336	2,235369539	0,063559417			
Residuo	55	4,807985114	0,087417911					
Totale	60	5,785041793						
	<i>Coefficienti</i>	<i>Errore standard</i>	<i>Stat t</i>	<i>valore di significatività</i>	<i>Inferiore 95%</i>	<i>Superiore 95%</i>	<i>Inferiore 95,0%</i>	<i>Superiore 95,0%</i>
Intercetta	-0,13831849	0,040209371	-3,439956543	0,00111729	-0,218899871	-0,057737109	-0,218899871	-0,057737109
Mkt-RF	0,002912912	0,007981881	0,364940479	0,716555421	-0,013083136	0,01890896	-0,013083136	0,01890896
SMB	0,035318378	0,016500803	2,140403588	0,036771945	0,00225003	0,068386726	0,00225003	0,068386726
HML	0,005952234	0,013319473	0,446882097	0,656715009	-0,020740586	0,032645054	-0,020740586	0,032645054
RMW	0,004434404	0,018327328	0,241955825	0,809714297	-0,032294382	0,041163189	-0,032294382	0,041163189
CMA	-0,003259983	0,018851975	-0,172925287	0,863344971	-0,041040185	0,034520218	-0,041040185	0,034520218

Tabella 8

Fonte: dati elaborati dall'autore

3.6 Conclusioni

Il modello di Fama e French a 5 fattori può essere applicato alle imprese finanziarie seguendo gli stessi principi previsti per le altre imprese industriali.

L'approccio di valutazione permette di stimare abbastanza bene i rendimenti in eccesso osservati delle azioni delle imprese che operano nel settore finanziario e assicurativo e la migliore capacità predittiva è legata ai portafogli di piccole medie dimensioni.

L'evidenza empirica proposta conferma quindi l'ipotesi che il modello di Fama e French può essere utilizzato per prevedere i rendimenti dei titoli che appartengono al settore finanziario e assicurativo.

CONCLUSIONI

Questa tesi ha tentato di valutare la validità del modello di previsione dei rendimenti a cinque fattori sviluppato da Fama e French nel 2015 prendendo come campione 50 principali imprese appartenenti al settore bancario finanziario e assicurativo europeo, per un periodo di analisi compreso di 5 anni compreso dal 1° gennaio 2019 al 1° gennaio 2024. Nella tesi sono stati descritti i principali modelli di valutazione elaborati nella teoria economica quali il Capital Asset Pricing Model, e i successivi modelli denominati modelli multifattoriali nei quali rientrano i modelli a 3 e a 5 fattori di Fama e French e le successive modifiche. Il CAPM è un modello di equilibrio dei mercati finanziari, in grado di determinare una stretta relazione tra il rendimento di un titolo e il rischio ad esso associato. Le critiche al CAPM hanno portato alla formazione di altre diverse correnti di studio che hanno dato luogo ad altrettanti modelli di determinazione del rendimento e di asset pricing. Quindi la letteratura economica si è trovata di fronte ad un bivio: da una parte sono presenti i modelli che si basano su variabili macroeconomiche come i fattori di rischio, mentre dall'altra esistono modelli che si basano su anomalie su alcune dimensioni aziendali per andare a verificare quale di esse influenzi di più l'andamento dei titoli azionari. Il modello a tre fattori di Fama e French sembra in grado di sintetizzare questi due approcci, nonostante sia comunque più orientato sulle variabili aziendali. Numerose verifiche empiriche hanno dimostrato la capacità di quest'ultimo modello di approssimare la realtà in maniera abbastanza precisa tanto che alcuni paesi, come il Giappone, ha rimpiazzato il CAPM classico.

Per stimare la sensibilità dei fattori considerati nell'analisi di Fama e French è stata utilizzata una procedura statistica della regressione multipla, dividendo le azioni del campione sulla base dei cinque portafogli, considerando come criterio di selezione la capitalizzazione delle imprese. I portafogli, quindi, sono composti dalle imprese a grande capitalizzazione, fino ad arrivare ai portafogli che comprendono azioni di impresa a piccola capitalizzazione. Per tutti i portafogli l' R^2 ha assunto valori prossimi a 0,40 che può essere considerato un buon risultato (anche se il valore massimo del R^2 è pari ad 1). Nel dettaglio i portafogli che sembrano meglio preformare il modello di Fama e French sono quelli di azioni di media dimensione, portafogli per i quali quasi tutti i coefficienti dei fattori risultano significativi. Ciò sembra dimostrare una buona capacità previsionale del modello di Fama e French anche se i modelli di valutazione finanziaria sono in continua evoluzione e quindi sicuramente sono stati e verranno elaborati modelli con capacità previsionali migliori.

BIBLIOGRAFIA

Banz Rolf W., "The relationship between return and market value of common stocks", Journal of Financial Economics, 1981.

Bliz David, Hanauer Matthias X., Vidojevic Milan and van Vliet Plim, "Five Concerns with the Five-Factor Model", The Journal of Portfolio Management Quantitative Special Issue, 2018

Boido C., L. P. (2004). Rischio di credito e credit derivatives. Modelli e strumenti. CEDAM

Carhart Mark M., "On Persistence in Mutual Fund Performance", The Journal of Finance, 1997.

Fama Eugene F. and French Kenneth R., "A five factor asset pricing model", Journal of Financial Economics, 2015

Fama Eugene F. and French Kenneth R., "Common risk factors in the returns on stocks and bonds", Journal of Financial Economics, 1993.

Fama Eugene F. and French Kenneth R., "International tests of a five-factor asset pricing model", Journal of Financial Economics, 2015.

Fama Eugene F. and French Kenneth R., "Size and book-to-market factors in earnings and returns", The Journal of Finance, 1995

Fama Eugene F. and French Kenneth R., "Size, value and momentum in international stock return", Journal of Financial Economics, 2012

Fama Eugene F. and French Kenneth R., "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence", Journal of Economic Perspectives, 2003

Markowitz Harry, "Portfolio Selection", The Journal of Finance, 1952

Modigliani Franco and Miller Merton H., “The Cost of Capital, Corporate Finance, and the Theory of Investment”, The American Economic Review, 1958

Morningstar, 2017. A guided tour of the European ETF marketplace.

Morgan Stanley, 2019. Millennials drive growth in sustainable investing

Novy-Marx Robert, “The other side of value: The gross profitability premium”, Journal of Financial Economics, 2013.

Pagano et al., 2019. Reports of the Advisory Scientific Committee

Pastor L., S. R. (2003). Liquidity Risk and Expected Stock Returns. Journal of Political Economics

Roll Richard, “A Critique of the Asset's Pricing Theory's Tests Part I: on past and potential testability of the theory”, Journal of Financial Economics, 1977

Ross Stephen, “The arbitrage theory of capital asset pricing”, The Journal of Economic Theory, 1976

Sharpe William F., “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk”, The Journal of Finance, 1964

Stock James H. and Watson Mark W., “Introduzione all'econometria”, 2016.