

Sintesi:

La tesi considera gli strumenti di finanziamento utilizzati nel settore della produzione del settore della cinematografia. L'analisi proposta presenta le dinamiche finanziarie di tale settore di produzione ed i metodi di approvvigionamento più comunemente utilizzati. In questo senso essi sono distinti in base alla loro provenienza, in interni ed esterni rispetto al settore: tra le risorse interne risultano avere un ruolo prevalente i finanziamenti provenienti dagli accordi di distribuzione e relativi agli incassi anticipati delle pre-vendite. Tra le risorse esterne più importanti è possibile identificare i finanziamenti di carattere istituzionale erogati a livello sia statale che comunitario. Successivamente si procede esponendo le nuove opportunità di finanziamento che vengono proposte a tale ambito di produzione, ossia quelle provenienti sia dal mercato del credito bancario (che hanno ad oggetto o finanziamenti di un unico film o di un portafoglio, oppure vengono erogati attraverso l'utilizzo di una struttura di *leasing*), che dal mercato del capitale di rischio (in questo senso sono previste particolari forme di *bond* oppure il ricorso alle Abs).

Lo studio si completa attraverso un approfondimento del caso più importante di utilizzo di Abs , ossia quello riguardante la *Dreamworks* e attraverso lo studio dei dati disponibili vengono evidenziate le peculiarità di tale soluzione rispetto alle altre alternative disponibili.

Indice

Capitolo 1: Il rapporto tra finanza e settima arte.

Par1.1) Studio del panorama finanziario del settore cinematografico.

Capitolo 2: Analisi finanziaria della produzione filmica e politiche di funding.

Par 2.1) Le dinamiche finanziarie del settore.

Par 2.2) Il reperimento delle risorse finanziarie.

2.2.1) Modello interno al settore.

2.2.2) Modello esterno al settore.

Par 2.3) Conclusioni.

Capitolo 3: Le nuove forme di *funding*.

Par3.1) Studio dei mercati oggetto delle nuove forme di approvvigionamento del settore filmico

Par 3.2) Mercato del credito bancario.

3.2.1) *Il single film project financing.*

3.2.2) *Portfolio project financing* (gli approcci di portfoglio) : *Il Revenues discount facility e il Film slate financing.*

3.2.3) *Il leasing.*

Par 3.3) I finanziamenti provenienti dal mercato dei capitali.

3.3.1) *I ticket-linked bond.*

3.3.2) *L'asset-backed securitisation* per il cinema.

Par 3.4) Conclusioni.

Capitolo 4 :Il caso *Dreamworks*.

Par4.1) Caratteristiche e informazioni generali riguardanti l'operazione.

Par 4.2) Background e obiettivi.

Par 4.3) Struttura transazione.

Par 4.4) Conclusioni.

Capitolo 5: Un modello finanziario per il cinema.

Par 5.1) Conclusioni e future determinanti per la costruzione di un modello finanziario nel settore del cinema.

CAP 1

HERDING BEHAVIOR & CASCADES

1) Introduzione :

Merito di questa analisi è di illustrare i processi di Herding e le Cascate Informative (Cascades) e spiegare come questi fenomeni vengono considerati in letteratura come strumento per studiare e modellizzare comportamenti che accompagnano sia la nostra quotidianità da una parte, ma allo stesso, anche altre applicazioni di carattere più complesso e tecnico come i comportamenti imitativi che possono coinvolgere gli operatori di borsa o altre tipologie di players dei mercati.

Inizialmente, verrà fornita una base teorica per capire l'idea di fondo da cui evolvono i modelli, ossia il concetto dell'Apprendimento sociale (Social Learning) dando in primo luogo definizioni e illustrazioni su tale strumento e come viene utilizzato dai teorici. Successivamente si passa ad introdurre una modellistica di base al riguardo (Binary and Gaussian Quadratic Models), necessaria poi per introdurre i principali campi di applicazione di questi, ossia Herds & Cascades:

Al riguardo, dopo aver chiarito cosa intendiamo con tali manifestazioni, anche in questo caso, si introducono i modelli di base, ossia quelli proposti dalla più recente letteratura (Banerjee, Bikhchandani, Hirshleifer e Welch) dando una visione di che dinamiche seguono e che tipologie di settaggi presuppongono. Infine viene concessa una attenzione specifica verso un aspetto molto cruciale, ossia la convergenza, menzionando ciò che è stato colto dallo studio fatto da Vives nel '93, al riguardo, e le relative conclusioni.

2) Social Learning

Il Social Learning consiste nell' apprendimento derivante dall'osservazione dei comportamenti delle masse o di altri individui , riguardo ad un determinato fenomeno . Infatti, apprendere dagli altri, è qualcosa che fa parte della nostra vita quotidiana , e negli ultimi anni tale comportamento è risultato importante nel capire sia alcune dinamiche di gruppo che molti fenomeni economici, dando delle spiegazioni razionali e plausibili. Quando un individuo apprende dal comportamento di una persona , lui impara perché il comportamento che ha imitato è dettato da alcune informazioni personali che questa ha sullo stato di natura futuro di interesse comune. Siccome l' informazione privata o credenziale privata (private belief) è dotazione iniziale degli individui , il processo di Social Learning può essere visto come la diffusione dell' informazione privata verso tutti gli individui attraverso l' interazione delle osservazioni , dell'apprendimento e delle azioni.

Prendere decisioni sfruttando questo tipo di approccio può portare a manifestazioni e risultati che saranno oggetto della analisi in questione : ossia fenomeni di Herding (imitare ciecamente) e di cascate informative. In entrambe i casi ci troviamo in situazioni in cui le persone osservano l'agire degli altri , imitando le loro azioni a prescindere del loro segnale privato e quindi delle loro credenziali sullo stato di natura futuro.

Studiando tali tipi di fenomeni si è riscontrato che i comportamenti imitativi possono risultare razionali e possono produrre 2 tipologie di esternalità, che possono anche coesistere:

- Di payoff : se la struttura di questo è tale che l' imitazione possa portare ad un rendimento maggiore ;
- Di informativa : se la valutazione in probabilità degli stati del mondo che si è voluto imitare domina il nostro segnale privato. Tale situazione si verifica quando c'è un processo decisionale sequenziale dove il successore deve cercare di dedurre l' informazione che i

predecessori hanno , dai loro comportamenti. Quindi una esternalità positiva potrebbe essere talmente forte che il successore potrebbe essere portato ad ignorare il proprio segnale (o non gli dà il giusto peso). Tale forma di herding genera una Informational cascade , nella quale le azioni degli individui non forniscono alcuna informazione ai successori e quindi l'aggregazione di questa è impedita. Un esempio pratico abbastanza esauriente viene fornito nel paper di Bikhchandani : Egli utilizza il proprio paper presupponendo che debba essere giudicato e quindi valutata la possibilità di pubblicarlo su un eventuale rivista : La prima , può chiaramente , una volta letto e valutato, decidere se accettarlo o rifiutarlo. Ora supponendo sia che la seconda rivista sia a conoscenza del rifiuto da parte della prima, e sia che chi giudica non può valutare perfettamente la qualità del paper, anche la seconda sarà portata a rifiutare. Così farà anche la terza ed ecco che si è verificata una vera e propria cascata informativa negativa.

Inoltre è necessario ,come si può notare dall'esempio, puntualizzare che l'imitazione è fattibile in contesti in cui i players si muovono sequenzialmente ed in letteratura si distingue tra:

- Sequenze esogene : sequenze prespecificate;
- Sequenze endogene : I tempi e gli ordini sono decisi da un Market Maker.

2.1) Modello canonico di S.L.

Lo scopo è fornire un modello sufficientemente semplice e flessibile per poterlo applicare a diversi contesti . Lo studio con il quale di solito si impostano tali modelli è il seguente:

- 1) Struttura informativa;
- 2) Funzione di payoff e set di azioni;
- 3) Osservabilità degli altri players.

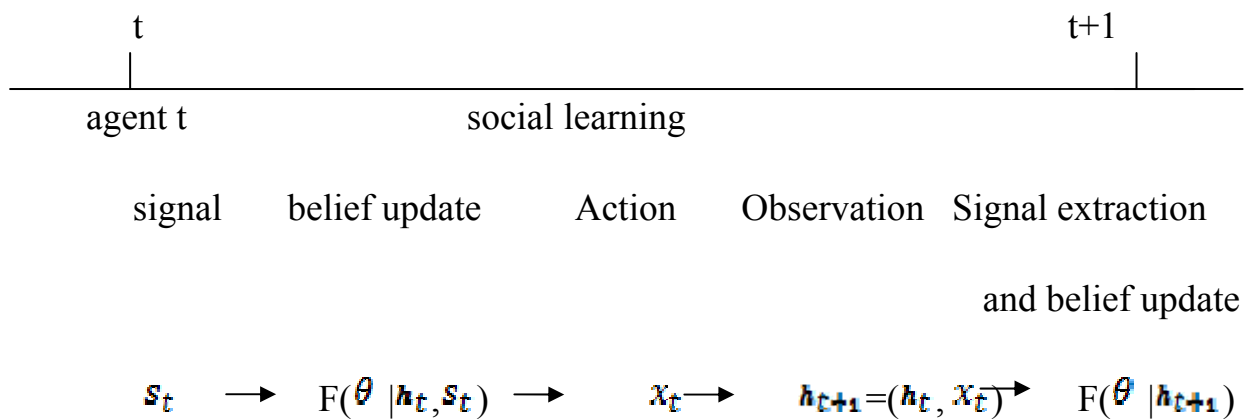
Dotazione di Informazione: Per vedere quanto l'informazione individuale sia espressa attraverso le loro azioni , assumiamo che l'informazione degli agenti sia data all'inizio e si componga di due parti:

Lo Stato di natura : che sarebbe il valore del parametro θ che appartiene a Θ ed è la realizzazione di una variabile casuale e non può essere osservata direttamente da nessuno.

Ci sono n individui. Ognuno di questi i ha la sua informazione privata nella forma di segnale privato s_i non osservabile dagli altri , anch'essa una variabile casuale la cui distribuzione dipende da θ ma indipendente dallo stato di natura.

Azioni e payoff: ogni agente i può fare soltanto una azione x_i al set Ξ .Il set delle azioni è lo stesso per tutti .Se lo stato è θ e l'agente i intraprende l'azione x_i lui avrà un payoff $\mu(x_i, \theta)$ e per semplicità la funzione μ è la stessa per tutti e nota a tutti i players. Inoltre, siccome gli agenti comunicano le loro azioni il set Ξ è di critica interpretazione. Comunque sia, è meglio avere un set ampio rispetto ad uno binario.

Il processo di Social Learning .:



Public belief : $F(\theta | h_t)$.

L'agente t combina la distribuzione di probabilità su θ , che dipende univocamente dalla pubblica informazione, con il suo segnale s_t ossia la sua informazione privata, per creare la sua belief privata. In base a questa compirà la sua azione x_t che massimizza il suo payoff. Gli agenti rimanenti utilizzeranno tale azione come segnale sull 'informazione privata dell' agente t e la sfrutteranno per aggiornare l informazione pubblica su θ aggiungendola al set storico. E' bene ricordare inoltre che il Social learning risulta efficiente quando una azione individuale rivela completamente la sua informazione privata e questo avviene quando il set delle azioni è sufficientemente ampio.

Nella letteratura vengono principalmente usati due distinti approcci per modellizzare il social learning :

- a) Bynary model ;
- b) Gaussian quadratic model .

Binary Model

Sono previsti due stati di natura e ogni individuo riceve l'informazione con un segnale binario. Lo spazio degli stati ha due elementi $\theta \in \{\theta_0, \theta_1\}$ con $\theta_0 < \theta_1$ e possiamo semplificare con 0 e 1 (buono, cattivo stato). La distribuzione di probabilità di ogni agente è caratterizzata da un numero ossia dalla probabilità dello stato buono. Il segnale privato di ognuno può assumere 1 o 0 con le seguenti probabilità:

		$s = 1$	$s = 0$
<u>Stato di natura</u>	$\theta = 1$	q	$1-q$
	$\theta = 0$	$1-q'$	q'

Ora chiamiamo con $P(\theta = j)$ la probabilità che si verifichi uno dei 2 stati j ($j = 0,1$) per un agente senza segnale privato. Ognuno dotato di un segnale aggiungerà la propria probabilità su θ usando la regola di Bayes e poi siccome abbiamo soltanto 2 stati possiamo esprimerla in termini di rapporti di probabilità:

$$\frac{P(\theta = 1 | s)}{P(\theta = 0 | s)} = \frac{P(s | \theta = 1)}{P(s | \theta = 0)} \cdot \frac{P(\theta = 1)}{P(\theta = 0)} \quad (1).$$

Osservando il segnale s , il rapporto delle probabilità (LLR) tra lo stato buono e cattivo è aggiornato attraverso il moltiplicatore di aggiornamento :

$$\frac{P(s = 1 | \theta = 1)}{P(s = 1 | \theta = 0)} = \frac{q}{1-q'} \quad (2). \quad \text{Tale quantità sarà maggiore di 1 se } q > 1-q'. \text{ In tal caso un segnale } s=1 \text{ incrementa la probabilità dello stato buono } \theta = 1.$$

Gaussian Quadratic Model

Lo stato di natura è la realizzazione di una variabile/vettore normale. Per semplificare θ è il numero reale e $N(\theta, 1/\rho_\theta)$ è la sua distribuzione. Dato che ci focalizziamo sul social learning di un determinato stato, il valore di θ non cambia una volta scelto. La precisione della distribuzione è il reciproco della varianza ossia $1/\sigma^2 = \rho$.

Vi è un numero definito di individui $i = 1, \dots$ tali che ognuno riceve il proprio segnale s_i .

Il segnale privato s ha distribuzione normale ed è definito da $s_i = \theta + \varepsilon_i$ dove ε_i è il disturbo indipendente da θ e anche esso distribuito come una $N(0, 1/\rho_\varepsilon)$.

Dopo che s viene ricevuto la distribuzione aggiornata di θ è sempre una normale e la regola di aggiornamento sarà usata in 2 forme distinte in funzione se usiamo la varianza oppure la precisione, con la prima la distribuzione sarà aggiornata da $N(m, \sigma^2)$ a $N(m', \sigma'^2)$ dove

$$\sigma'^2 = \sigma^2 \sigma_\varepsilon^2 / (\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2) \text{ e } m' = \alpha s + (1-\alpha)m, \text{ con } \alpha = \sigma^2 / (\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2);$$

altrimenti:

avremo un aggiornamento da $N(m, 1/\rho)$ a $N(m', 1/\rho')$, dove

$$\rho' = \rho + \rho_\varepsilon; \quad m' = \alpha s + (1-\alpha)m \text{ con } \alpha = \rho_\varepsilon / \rho'.$$

Tale modello è molto usato per la semplicità della sua regola di apprendimento:

Dopo l'osservazione di un segnale di precisione ρ_ε , la precisione della distribuzione stessa è aumentata dello stesso ammontare. Inoltre la media a posteriori è una media ponderata del segnale e della media a priori con pesi

proporzionali alle rispettive precisioni. Siccome la distribuzione ex-post è una normale, la regola di apprendimento con una sequenza di segnali gaussiani che sono indipendenti da θ è una iterazione della (1).

A regola di apprendimento in tale tipologia di modelli rende più chiari alcuni principi:

- Le distribuzioni sono sintetizzate da Media e varianza;
- Le regole di aggiornamento per entrambe (media e varianza) sono lineari;
- Il peso del segnale s dipende dal rapporto segnale – rumore;
- Il segnale s contribuisce all'informazione su θ , che è misurata dalla precisione di θ e l'incremento è esattamente uguale alla precisione del segnale;
- L'incremento della precisione di θ è indipendente dalla realizzazione del segnale e può essere calcolata ex-ante. Questo è importante per misurare il guadagno di informazione da un s , necessario poi per decidere se acquistare /agire o attendere migliori opportunità;
- Il modello gaussiano risulta adeguarsi bene nel caso di payoff quadratico e con il problema decisionale.

Basandosi a quest'ultimo modo di vedere il payoff che si procede, infatti risulta essere una buona approssimazione nel modellizzare un processo decisionale con azioni continue, assumendo che gli agenti scelgano un valore x che massimizzi il valore attuale della loro funzione di payoff quadratica :
$$\mu(x, \theta) = - E[(x - \theta)^2] \quad (3).$$

Questa funzione ha delle comode proprietà : la prima riguarda la regola di decisione : il valore ottimale di x è dato da $x^* = E(\theta)$. Inoltre, il payoff dell'agente che ottimizza è $U = - \text{Var}(\theta)$. La media e la varianza della

credenziale privata , che sono i parametri principali avendo a che fare con distribuzioni normali, hanno una interpretazione utile: sarebbero uguali all'azione ottima al negativo del payoff.

Ogni individuo sceglie la sua azione $x_t \in \mathbb{R}$ una volta per tutto il periodo t e l'ordine di tali azioni è dato esogenamente.

Informazione pubblica e storia : Ogni agente sceglierà la propria azione nel tempo t . Definiamo storia dell'economia nel periodo t la sequenza $H_t = \{x_1, \dots, x_{t-1}\}$ con $h_0 = 0$. E normalmente l'agente conosce H_t insieme a, sia la distribuzione di θ all'inizio del tempo, che quella del segnale privato e al funzione payoff di tutti gli agenti .

Ora supponiamo che le public belief su θ siano date nel periodo t dalla distribuzione $N(\mu_t, 1/\rho_t)$, in ogni periodo l'evoluzione che questa subisce passa per 3 steps evidenziati nel processo di social learning:

Step 1 : la belief dell' agente t è ottenuta dall' aggiornamento bayesiano di quella pubblica $N(\mu_t, 1/\rho_t)$ attraverso il segnale privato $s_t = \theta + \varepsilon_t$. La belief aggiornata è $N(\bar{\mu}_t, 1/\bar{\rho}_t)$ con $\bar{\mu}_t = (1-\alpha(t)) \mu_t + \alpha(t) s_t$ con $\alpha(t) = \rho_s / \rho_s + \rho_t$.

Step 2 : Riguardo la decisione privata l' agente massimizza la funzione $-E[(x - \theta)^2]$. Siccome il payoff marginale è $E[\theta] - x$ l'agente sceglie x_t uguale al valore atteso di θ : $x_t = \bar{\mu}_t$ quindi la precedente diventa $x_t = (1-\alpha(t)) \mu_t + \alpha(t) s_t$.

Step 3 : la regola decisionale di un agente e le variabili $\alpha(t)$, μ_t sono note a tutti. Dalla formula precedente di x_t l'osservazione dell' azione x_t rivela perfettamente il segnale s_t (proprietà chiave). L'informazione pubblica alla fine del periodo t è la stessa a quella dell' agente t :

$\mu_{t+1} = \tilde{\mu}_t$ e $\rho_{t+1} = \tilde{\rho}_t$ così che $\mu_{t+1} = (1-\alpha(t))\mu_t + \alpha(t)s_t$ con $\alpha(t) = \rho_s / \rho_s + \rho_t$. con $\rho_{t+1} = \rho_s + \rho_t$.

Nel periodo $t+1$ la belief è ancora distribuita come una normale $N(\mu_{t+1}, 1/\rho_{t+1})$, e il processo può essere iterato finché c'è un agente che rimane in gioco. La storia delle azioni h_t è in termini di informazione equivalente a s .

Convergenza : misuriamo l'efficienza del processo di apprendimento attraverso un tasso di convergenza che misura appunto quanto le belief convergono alla verità. Di solito viene comparato ad un benchmark che è rappresentato dai settaggi che caratterizzano il caso in cui le informazioni degli altri sono direttamente osservabili. Nel nostro caso, ossia nel Gaussian quadratic model la precisione dell'informazione pubblica incrementa linearmente con il tempo : $\rho_t = \rho_s + (t-1)\rho_s$.

E la varianza della stima di θ è $\sigma_t^2 = 1/\rho_s + t\rho_s$ che converge a 0 come $1/t$. Questo è il tasso di convergenza efficiente.

Il peso della storia e l'imitazione: L'agente t sceglie una azione che è pesata in media per l'informazione pubblica e per il suo segnale privato s_t (step 2). L'espressione del peso della storia $(1-\alpha(t))$ aumenta e tende a 1 quando $t \rightarrow \infty$ e l'altro (il peso del segnale) tende a 0.

Quindi si tende ad imitare sempre più col passare del tempo proprio perché un corso storico più lungo porta maggiore informazione, sebbene la differenza nelle azioni diventano sempre più minori più si va avanti col tempo. Il social learning non è influenzato, perché tali azioni sono osservabili e quindi anche le relative differenze.

Disturbo sull'osservazione : Ora si approccerà al modello considerando il caso in cui l'osservazione delle azioni e delle relative modifiche fosse compromessa e quindi il processo di social learning potrebbe essere

pregiudicato. Per prendere in esame il modello con questa modifica si inizierà col riparametrizzare la funzione payoff con un parametro a noi sconosciuto . Per ogni agente , questa funzione dipende dalla sua azione x_i , dal parametro di aggregazione θ , e da un parametro privato η_i :

$$U(x_i, \eta_i) = - E_i [(x_i - \theta - \eta_i)^2] ;$$

dove l'azione ottima risulta essere $x_i = E_i[\theta] + \eta_i$.

Siccome η_i non è osservabile l'azione dell'agente i trasporta un disturbo di segnale sulla sua informazione $E_i[\theta]$.

L'estensione che sotto tale profilo si prende in analisi è il caso in cui ogni agente fa una azione ad ogni periodo:

Il periodo t porta all'informazione pubblica l'osservazione seguente:

$$x_t = (1 - \alpha(t)) \mu_t + \alpha(t) s_t + \eta_t \quad (3) \quad \text{con}$$

$$\alpha(t) = \rho_s / \rho_s + \rho_t \quad \text{e} \quad \text{dove } \eta_t \sim N(0, \sigma^2)$$

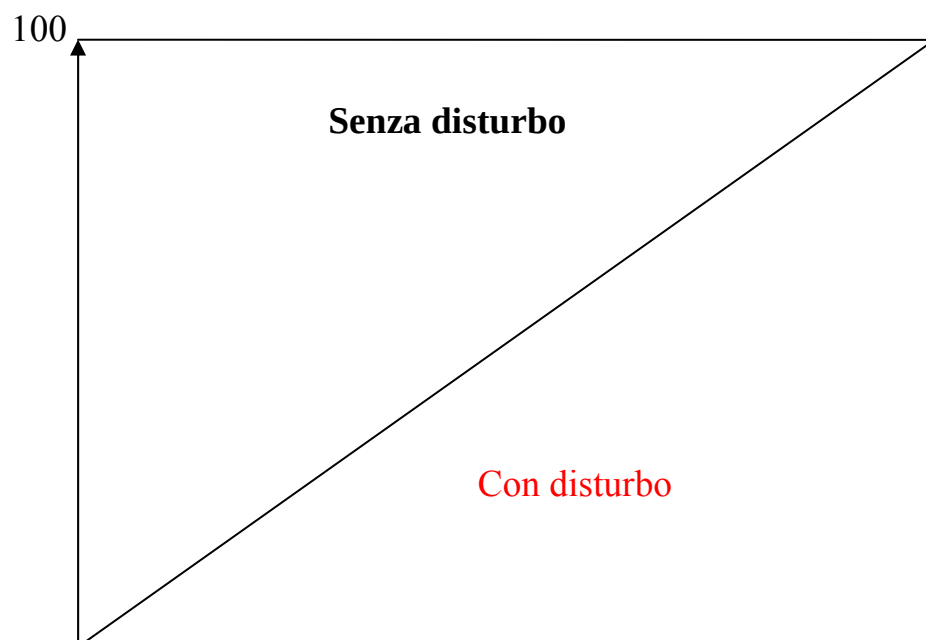
Andando avanti nel tempo , aumenta la precisione delle beliefs pubbliche su θ , ossia aumenta ρ_t che tende a ∞ . Gli agenti imitano di più e $\alpha(t)$ diminuisce , di conseguenza prendono come prima più informazione dalla storia. Ma a differenza ora c'è η_t che rimane sempre costante nel tempo facendo diminuire l'informazione contenuta in ogni osservazione e rallentando quindi il processo di Social Learning. L'impatto di η_t non può impedire la convergenza della precisione ρ_t a ∞ . Ma proviamo a limitare ρ_t , in tal caso, $\alpha(t)$ non tende a 0 e ρ_t aumenta linearmente (contrariando la limitatezza della precisione). L'analisi ora conferma l'intuizione misura accuratamente l'effetto del rumore sul tasso di convergenza di apprendimento.

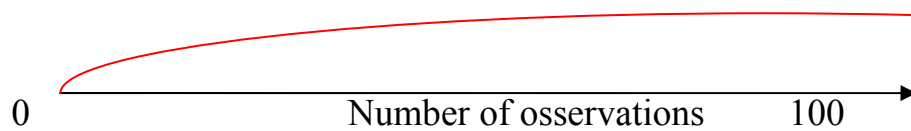
L'evoluzione delle beliefs: Siccome $s_t = \theta + \varepsilon_t$ dove $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ la (3) la riscriviamo come $x_t = (1 - \alpha(t)) \mu_t + \alpha(t) \theta + \alpha(t) \varepsilon_t + \eta_t$ (4) dove $\alpha(t) \varepsilon_t + \eta_t$ rappresenta il termine di disturbo. L'osservazione dell'azione x_t fornisce un segnale su θ , ossia $\alpha(t) \theta$ con disturbo $\alpha(t) \varepsilon_t + \eta_t$. Ora, per semplificare la learning rule (4) la andiamo a riscrivere nel modo seguente :

$$\frac{x_t - (1 - \alpha(t)) \mu_t}{\alpha(t)} = z_t = \theta + \varepsilon_t + \eta_t / \alpha(t).$$
 La variabile x_t è equivalente in termini di informazione a z_t e le learning rules per le public beliefs seguono dalle formule dei segnali gaussiani. Usando la (3) sappiamo che la distribuzione di θ alla fine del periodo t è $N(\mu_{t+1}, 1/\rho_{t+1})$ con $\mu_{t+1} = (1 - \beta(t)) \mu_t + \beta(t) \frac{x_t - (1 - \alpha(t)) \mu_t}{\alpha(t)}$ (5) con $\beta(t) = \sigma_t^2 / (\sigma_t^2 + \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\eta^2 / \alpha^2(t))$ e $\rho_{t+1} = \rho_t + 1 / (\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\eta^2 / \alpha^2(t)) = \rho_t + 1 / (\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\eta^2 (1 + \rho_t \sigma_\varepsilon^2)^2).$

Convergenza : Mentre senza disturbo sulle osservazioni la precisione ρ_t incrementa di un ammontare costante ρ_s , adesso, dalla (5) si nota che come $\rho_t \rightarrow \infty$, gli incrementi $\rho_{t+1} - \rho_t$, convergono a 0. La precisione va a ∞ ad un tasso più elevato di un tasso lineare ; inoltre , la convergenza della varianza σ_t a 0 avviene ad un tasso più basso di $1/t$.

Precision





Con un numero ampio di agenti : si ipotizza un modello con agenti continui : ogni agente è indicizzato da $i \in [0,1]$ con distribuzione uniforme , e riceve un segnale privato una volta all'inizio del primo periodo, $s_i = \theta + \varepsilon_i$, con $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$.

Ogni agente fa una azione $x_t(i)$ in ogni periodo t per massimizzare la funzione di payoff quadratico vista precedentemente : $\mu(x, \theta) = -E[(x - \theta)^2]$. Alla fine di ogni periodo t , gli agenti osserveranno l'azione aggregata Y_t che risulta dalla somma delle azioni individuali e del rumore aggregato η_t :

$$Y_t = X_t + \eta_t \quad \text{con } X_t = \int x_t(i) \quad \text{e } \eta_t \sim N(0, 1/\rho_\eta).$$

All' inizio di ogni periodo t , la belief pubblica su θ è $N(\mu_t, 1/\rho_t)$ e un agente con segnale s_i sceglie un azione : $x_t(i) = E[\theta | s_i, h_t] = \mu_t(i) = (1-\alpha_t)\mu_t + \alpha_t s_i$ con $\alpha_t = \rho_s/\rho_t + \rho_s$.

Attraverso la legge dei grandi numeri , $\int \varepsilon_i d\omega = 0$. Quindi , $\alpha_t \int s_i d\omega = \alpha_t \theta$ e quindi X_t diventa $X_t = (1-\alpha_t)\mu_t + \alpha_t \theta$ e $Y_t = (1-\alpha_t)\mu_t + \alpha_t \theta + \eta_t$.

Usando la normalizzazione applicata alla (4) il segnale diventa :

$$\frac{Y_t - (1-\alpha_t)\mu_t}{\alpha_t} = \theta + \eta_t/\alpha_t = \theta + (1+\rho_t/\rho_s)\eta_t.$$

3) Cascate e Herds.

Il fenomeno che identifica dinamiche di gruppo dove molte persone fanno la stessa scelta è chiamato Herding , in un Herd infatti , si riscontra che tutti gli

agenti prendono la stessa decisione. Nelle cascate, tutti gli agenti credono in massa ad una public belief e quindi non si verifica nessun processo di learning. Una cascata genera Herd ma non il contrario. Inoltre, mentre un fenomeno di Herd può succedere in qualsiasi momento, le cascate non sono comuni per distribuzioni di beliefs non atomistiche. Per questo motivo la probabilità che un Herd sia spezzata deve convergere a zero, e una qualche forma di Social Learning avverrà lentamente. La stilizzazione di tale proprietà è la cascata.

Infatti le beliefs convergono alla verità soltanto se la distribuzione di quelle private è limitata; ma il principio controproducente nel Social Learning comporta che tale convergenza sia lenta. Lentezza che è resa ancor più consistente dal fatto che le azioni siano discrete.

3.1) Modello di base di Herding.

I modelli più utilizzati per ricostruire il comportamento di Herding in dottrina e ai quali si rivolgerà l'attenzione sono senz'altro quelli proposti nel '92, sia da Banerjee che da BHW (Bikhchandani, Hirshleifer e Welch). E attraverso lo studio di questi che si analizza il processo di herding.

Settings di base :

- 1) Lo stato di natura θ ha 2 possibili valori, $\theta \in \Theta = \{0,1\}$ ed è scelto casualmente per tutti all'inizio di ogni periodo (θ non cambia perché si vuole che vengano evidenziati i cambiamenti delle beliefs causate solamente da comportamenti endogeni) con probabilità μ_1 per lo stato buono $\theta = 1$.
- 2) È previsto un numero finito e numerabile di agenti N , indicizzato da un intero t . Ogni informazione privata di questi è sotto forma di un SBS (Symmetric and Binary Signal) ossia il segnale è chiaramente binario

(0,1) e simmetrico nel senso che la precisione q è di qualità medesima in entrambe gli stati , quindi $q=q'$. La precisione nel modello è $q>1/2$:

$$P(s_t = \theta | \theta) = q$$

- 3) Gli agenti agiscono secondo un ordine dato : l' agente l'azione nel set discreto $\Xi = \{0,1\}$. Il risultato dell'azione x dipende dallo stato di natura ed è definito da :

$$\mu(x, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{se } X=0 \\ \theta - c & \text{se } X=1, \end{cases} \quad \text{con } 0 < c < 1$$

Dove il costo dell 'investimento è fisso e il suo risultato sarà positivo nello stato buono : $1-c$; oppure negativo in quello più pessimistico : $0-c$. Sotto incertezza il payoff dell'agente sarà dato dal valore atteso di $\mu(x, \theta)$ condizionato all'informazione dell'agente.

Se il payoff di $X=1$ è zero , l 'agente sceglie $X=0$.

- 4) Anche in questo caso l'informazione dell'agente t è il suo segnale più la storia passata . La conoscenza pubblica all'inizio di t è la probabilità di stato buono condizionata alla storia passata h_t che sarebbe l'informazione pubblica e si denota con μ_t :

$$\mu_t = P(\theta = 1 | h_t).$$

3.1.1) Cascade Informative.

Agenti con segnali buoni $s=1$ li chiamiamo semplicemente ottimisti e di conseguenza quelli con $s=0$ pessimisti. Gli agenti combinano il loro segnale privato con quello pubblico formando la loro belief . Se μ è la belief pubblica

e μ^+ quella di un ottimista e μ^- del pessimista allora $\mu^- < \mu < \mu^+$ dove , grazie alla regola di Bayes otteniamo:

$$\mu^+ = \frac{\mu q}{\mu q + (1 - \mu)(1 - q)} \quad \text{e} \quad \mu^- = \frac{\mu(1 - q)}{\mu(1 - q) + (1 - \mu)q} .$$

Un pessimista investe se e soltanto se $\mu^- > c$. Se μ sarà tale che un pessimista investe allora investirà anche l'ottimista . Quindi se μ_t è maggiore di una certa quantità , che a sua volta è maggiore del costo dell 'investimento gli investitori investiranno a prescindere dal loro segnale. Altrimenti, se μ_t è minore della stessa entità che in tal caso la si individua con μ^* , soltanto se avrò segnale negativo non si investirà. Riassumendo , data la belief pubblica μ_t e definendo con μ^* l' entità t.c. $\mu^+ = c$ allora :

- a) Se $\mu^+ < \mu_t \leq \mu^*$ l'agente investirà se e soltanto se $s=1$;
- b) Se $\mu_t > \mu^*$ l'agente investirà a prescindere dal segnale;
- c) Se $\mu_t \leq \mu^+$ l 'agente NON investirà a prescindere dal segnale.

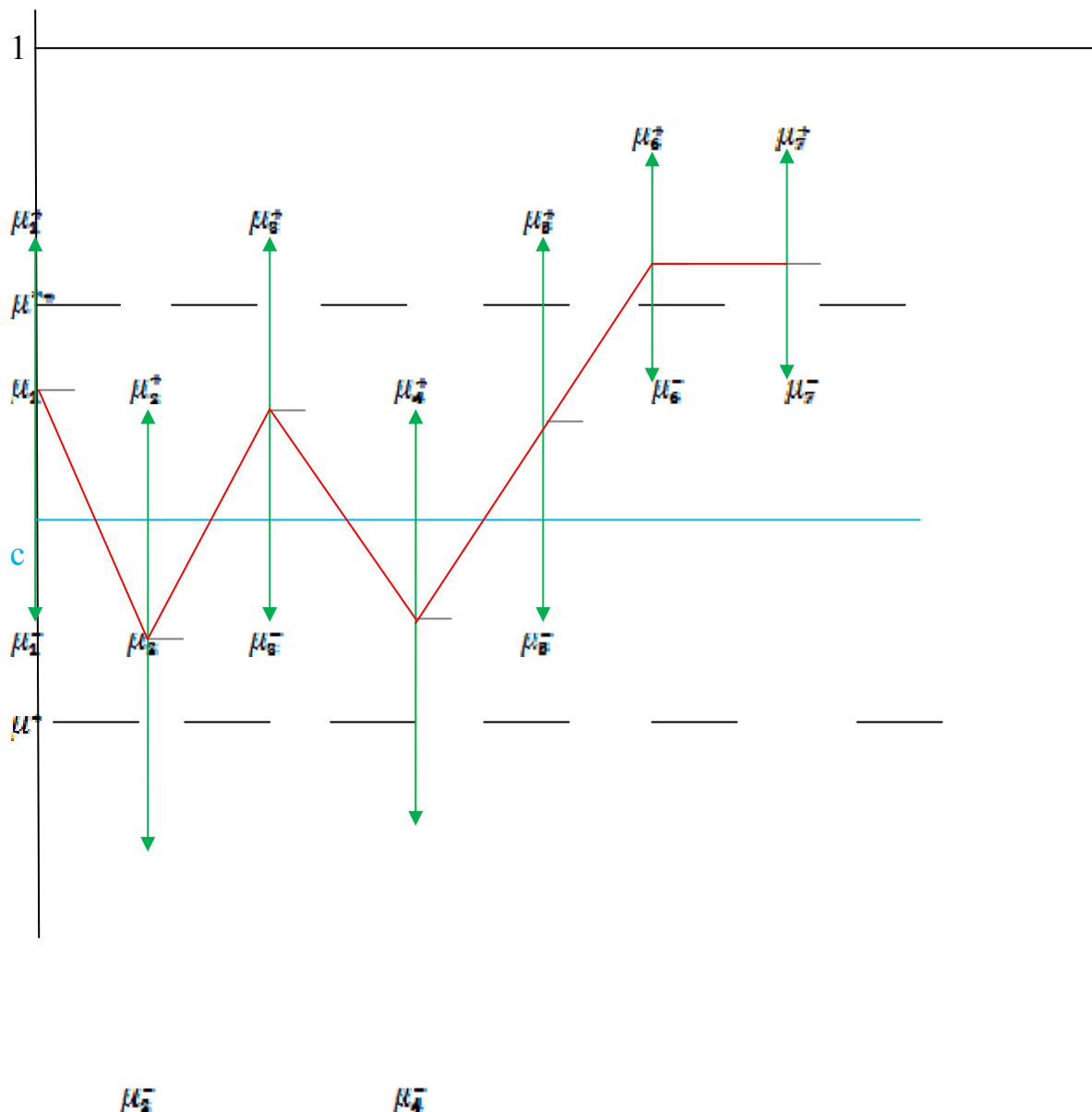
Nei casi b e c non c'è trasmissione di informazione da parte delle azioni, c'è Herding sulla credenziale pubblica e avviene una cascata informativa dove tutti gli individui fanno herding prendendo la stessa decisione che dipende dalla credenziale pubblica . Infatti, un Herd avviene se dopo il tempo T tutte le azioni sono identiche nonostante altri soggetti ne avrebbero scelto una differente : per tutte le $t > T$, $x_t = x_T$. Mentre solamente nel caso a c'è social learning dove $x_t = s_t$ e l azione rivela perfettamente il segnale. Di solito è più probabile che avvenga un fenomeno di Herding rispetto alle cascate ma si studieranno quest'ultime perché sono delle rappresentazioni stilizzate dei modelli di Social Learning.

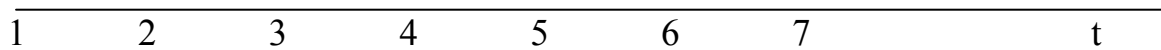
Supponiamo ora che, nessuna cascata informativa avviene al tempo 1 e 2 e che $s_1=1$ e $s_2=1$. Ora supponiamo che il terzo agente sia pessimista, siccome tutti i segnali hanno la stessa precisione il suo non ottimista ne

cancellerebbe uno dei 2 e comunque il soggetto dovrebbe investire. Ci sarebbe una cascata al tempo 3 (la stessa cosa succede nel caso di 2 segnali consecutivi negativi). Per fare in modo che le cascate quindi non succedano è necessario che i segnali siano alternati, infatti si afferma che :

quando gli agenti ricevono un segnale binario, una cascata avviene dopo una certa data quasi sicuramente e si dimostra che la probabilità che questa non avvenga ad una certa data converge a zero esponenzialmente.

Rappresentazione Geometrica :





In ogni periodo , il segmento verde rappresenta la distribuzione delle beliefs: la vetta è la belief dell'ottimista mentre la fine del pessimista e il punto in mezzo quella pubblica. I segmenti evolvono random nel tempo in sintonia con le osservazioni. Nel primo periodo la belief dell' ottimista è sopra c mentre quella di segno opposto sotto il costo. L 'azione è uguale al segnale e quindi lo rivela. Supponiamo che $s_1 = 0$ e quindi l'agente non investirà, la sua informazione è incorporata in quella pubblica : infatti nel secondo periodo $\mu_2 = \mu_1^p$ e dove c'è Social Learning il segnale al tempo 1 è uguale alla informazione pubblica al tempo $t+1$ ($\mu_{t+1} = \mu_t^p$) .

Al tempo 5 succede, supponendo un acquisto ($s_5=1$), la stessa cosa; però in tal caso al tempo 6 entrambe i segnali , pessimista e ottimista, si trovano sopra c , quindi si investirà a prescindere da tutto innescando una cascata informativa. Tale eventualità si verifica perché dal periodo 5 ,con μ_5^o , fino al 6 , con μ_6^o e μ_6^p , ci si trova di tanto al di sopra di μ^{**} . In questo modello l'informazione pubblica $\mu_t = P(\theta = 1 | h_t)$ converge in uno dei due valori (0,1) in base a che tipo di cascata si ha.

Per fermare cascata del genere abbiamo bisogno di apportare delle modifiche e quindi importare nel modello la possibilità di avere dei segnali con precisione diversa , ossia, dove $q' \neq q$. Per esempio per fermare una eventuale cascata di acquisto al tempo t l 'agente al tempo $t+1$ necessita di un segnale privato di segno opposto con una precisione chiaramente maggiore.

3.2) Modello con Beliefs limitate.

Ora si estende il modello precedente ammettendo disrtibuzioni di beliefs come visto precedentemente (Bynary& Gaussian Models) .Tali tipologie di

distribuzioni sono caratterizzate per le funzioni di distribuzioni cumulate : $F^\theta(u)$, che dipendono dallo stato θ . E inoltre, soddisfano la proprietà proporzionale : ossia assumendo che ci siano 2 stati di natura θ_0 e θ_1 e date le densità delle beliefs nei due stati si può affermare che :

$$\frac{f(\mu|\theta_1)}{f(\mu|\theta_0)} = \chi \frac{\mu}{1-\mu} \quad \text{dove } \chi \text{ è una costante.}$$

Di conseguenza , per qualche μ all'interno della distribuzione, l'assunzione di dominanza stocastica di primo ordine è $F^{\theta_0}(\mu) > F^{\theta_1}(\mu)$. Facendo un piccolo abuso di notazione , $F^\theta(u)$ rappresenterà la funzione di distribuzione cumulata di una distribuzione di beliefs misurata come la probabilità di θ_1 , e $F^\theta(\lambda)$ rappresenterà la funzione di distribuzione cumulata di una distribuzione di LLR tra θ_0 e θ_1 .

Teniamo la seguente struttura : 2 stati $\theta \in \{\theta_0, \theta_1\}$ e 2 azioni $x \in \{0,1\}$ con payoff $(E[\theta] - c) x$, $\theta_0 < c < \theta_1$ dove il primo stato rappresenta quello non buono e l'altro quello buono.

Social Learning : Alla fine di ogni periodo t gli agenti osservano le azioni x_t . Ogni belief viene aggiornata usando la regola di Bayes , la quale risulta particolarmente conveniente se espressa con LLR :

$$\lambda_{t+1} = \lambda_t + v_t \quad \text{dove } v_t = \text{Log} \left(\frac{P(x_t|\theta_1)}{P(x_t|\theta_0)} \right) \quad \text{dove il termine di aggiornamento } v_t \text{ è indipendente da } x_t.$$

L'agente t investirà soltanto se la sua probabilità di stato buono è migliore del suo costo , ossia se il suo LLR λ è migliore di $\gamma = \text{Log} \left(\frac{c}{(1-c)} \right)$. La probabilità che l'agente investa dipende dallo stato ed è uguale a $\pi_t(\theta) = 1 -$

$F_t^\theta(\gamma)$. L'azione nel periodo t , $x \in \{0,1\}$ fornisce un segnale binario random su θ con probabilità sulle osservazioni così definite:

Osservazioni

	$x_t=1$	$x_t=0$
Stato $\theta = \theta_1$	$1 - F_t^{\theta_1}(\gamma)$	$F_t^{\theta_1}(\gamma)$
Stato $\theta = \theta_0$	$1 - F_t^{\theta_0}(\gamma)$	$F_t^{\theta_0}(\gamma)$

Siccome F^{θ_1} (Funzione di distribuzione cumulata) domina F^{θ_0} allora ci saranno in media più ottimisti che pessimisti nello stato buono rispetto a quello cattivo, quindi la probabilità di investire è più alta nel buono e l'osservazione $x_t=1$ aumenta le beliefs di tutti gli agenti.

Data poi l'osservazione di x_t la regola di aggiornamento prende tale forma particolare:

$$\lambda_{t+1} = \lambda_t + v_t \quad \text{dove } v_t = \begin{cases} \text{Log} \left(\frac{1 - F_t^{\theta_1}(\gamma)}{1 - F_t^{\theta_0}(\gamma)} \right) & \text{se } x_t = 1 \\ \text{Log} \left(\frac{F_t^{\theta_1}(\gamma)}{F_t^{\theta_0}(\gamma)} \right) & \text{se } x_t = 0 \end{cases}$$

Dove $v_t \geq 0$ se $x_t=1$

$v_t \leq 0$ se $x_t=0$.

Lo'osservazione di x_t trasporta un po di informazione sullo stato tanto quanto $F_t^{\theta_1}(\gamma) \neq F_t^{\theta_0}(\gamma)$. Siccome la distribuzione dei LLR è invariante fino ad una traslazione, è sufficiente seguire il comportamento di una delle beliefs. Se

il supporto delle beliefs è limitato, sceglieremo il punto medio del supporto, chiamato con un abuso di notazione belief pubblica .

Beliefs limitate : Si assume che la distribuzione iniziale delle beliefs private sia limitata e che il suo supporto è ristretto ad un intervallo finito $(\underline{\lambda}_1, \bar{\lambda}_1)$. Quindi λ_t è la belief pubblica al tempo t , ossia il punto medio tra $\underline{\lambda}_1$ e $\bar{\lambda}_1$:

$\lambda_t = \frac{\underline{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_1}{2}$ definiamo nel seguente modo $\sigma = \frac{\bar{\lambda}_1 - \underline{\lambda}_1}{2}$ come costante.

Ora , se λ_t è migliore di $\lambda^* = Y + \sigma$ il supporto è sopra Y e quindi l'agente investe a prescindere della sua belief. Ugualmente se $\lambda \leq \lambda^* = Y - \sigma$ nessuno investe e in entrambe i casi avverrà una cascata informativa .In contrapposizione , ossia per evitarla, λ dovrà stare all 'interno dell'intervallo $(\lambda^*, \lambda^{**}) = (Y - \sigma , Y + \sigma)$.

Cascate giuste e sbagliate : Una cascade può verificarsi con una azione incorretta : per esempio le beliefs potrebbero essere talmente pessimistiche che nessuno investe nonostante il segnale è buono. Tuttavia, gli agenti apprendono razionalmente, quindi tale probabilità risulta essere comunque bassa , specialmente se questi hanno una grande diversità di beliefs che è misurata dalla lunghezza del supporto della distribuzione.

Il modello BHW ha ricevuto particolare attenzione sia per la sua semplicità (nella struttura), che per la proprietà delle cascade informative. Tale proprietà è essenzialmente dovuta all'assunzione di una distribuzione di beliefs private atomistica la quale ha permesso a quelle pubbliche di muoversi attraverso passi discreti e facendole finire nelle cascade set dopo un numero finito di passi (con probabilità pari a uno). Per una classe generica di distribuzione

delle beliefs private non atomistiche, la probabilità che ci sia un ‘agente contrario diventa piccola quando quelle pubbliche tendono al cascade set. Così grazie alla Martingalità, la variazione delle beliefs pubbliche converge a zero e queste non raggiungeranno mai il cascade set e quindi le cascate informative non ci saranno.

3.3) La convergenza delle Beliefs.

Quando le beliefs private sono limitate, queste non convergeranno mai ad una perfetta conoscenza. Se quelle pubbliche convergono a 1 per esempio, in un tempo finito, sovrasterebbero quelle private e inizierebbe una cascata. Questo non succederebbe se fossere illimitate, perché in ogni periodo la probabilità di incontrare un ‘agente contrario è strettamente positiva.

Se si assume infatti che la distribuzione iniziale delle private sia illimitata le beliefs di un qualche agente convergeranno alla verità (la sua valutazione di probabilità di uno stato buono convergerà a 1 e quella di quello non buono a zero).

Infatti alcuni degli accademici che hanno studiato questi modelli affermano che le proprietà del semplice modello di BHW non sono molto robuste : le cascate non sono generiche e non avvengono per distribuzioni sensibili di beliefs. Il problema affrontato dal Social Learning è verificare se il processo di Learning converge alla verità o no. Tale processo può risultare utile per teorici ma è ingannevole. Infatti il dubbio che ci si pone in tal senso è capire la differenza tra una veloce convergenza verso l’errore o una lenta verso la verità. La focalizzazione su quest’ultima ha nascosto il problema centrale sul Social Learning . Ciò che viene apprezzato nel modello BHW è che comunque ,in qualche senso , non è generico (le cascate non avvengono infatti a causa di qualche perturbazione) ma le sue proprietà lo sono.

Quindi ,da come è appena apparso ,un aspetto che spesso è stato analizzato è quello riguardante la velocità di convergenza. Su tale argomentazione è intervenuto Vives con il suo paper del '93. Attraverso la sua analisi si è appreso come un rumore sull'osservazione ostacoli la rivelazione dell'informazione derivante dai segnali individuali, diminuendo la velocità di Learning dagli altri. I players non conoscono direttamente le azioni precedenti dei partecipanti , ma loro possono agire condizionatamente ai prezzi passati e presenti. Più si dà peso alla proprio segnale a discapito della storia passata (conoscenza pubblica) dei prezzi più si comunica informazione agli altri generando una esternalità informativa positiva. Vives mostra che se i partecipanti non considerassero tali esternalità , non solo il mercato sarà meno efficiente sotto il profilo informativo nelle operazioni di trading, ma il tasso di convergenza verso un risultato pienamente informativo è estremamente lento. Inoltre anche lo spazio delle osservazioni, essendo discreto e fungendo da filtro , influisce sulla diminuzione dell 'apprendimento sociale.

4) Conclusione:

Nel capitolo abbiamo visto come si sviluppano i modelli che possano simulare un fenomeno di herding nelle sfaccettature possibili , prima introducendo la struttura che potrebbe avere una impostazione di tipo binaria (ipotesi semplificatrice) : dove lo stato può assumere soltanto la coppia di valori $\{0,1\}$. Ad avere maggiore considerazione è la struttura gaussiana che si contrappone a quest'ultimo, dove per differenza, lo stato risulta essere la realizzazione di una variabile che si distribuisce come una normale. Stessa forma risulta avere anche il segnale e , inoltre, caratteristica distintiva è la funzione di payoff : a differenza del modello binario ha struttura quadratica:

$$\mu(x, \theta) = -E[(x - \theta)^2] .$$

Successivamente viene completato il modello attraverso l'introduzione del disturbo sull'osservazione evidenziando come cambiano le varie componenti : Payoff , azione ottima e aggiornamento delle beliefs. Una volta forniti tutti gli strumenti, si passa ad analizzare direttamente Herds e cascate informative, proponendo i modelli presentati dagli autori principali e le varianti che ognuno di loro ha implementato. Per ultimo viene colto l'aspetto più significativo in termini di Social learning , ossia la convergenza verso la correttezza del modello, attraverso l'analisi svolta dal teorico Vives '93.

Note bibliografiche :

- “ Rational Herds “ Economic Models of Social Learning , C. P. *Chamley*
- “Asset Pricing Under Asymmetric Information “ , *Markus K. Brunnermeyer*
- Banerjee Paper : “ A simple model of Herd Behaviour”.
- Bikhchandani, S. , Hirshleifer, D. and Welch, I. : “ A theory of Fads, fashion , customs and cultural change as informational cascades”.

CAP 3

FINANCIAL HERDING

3.1) Introduzione.

In un contesto finanziario, le azioni rivelatrici di informazione privata sul valore di un titolo , sono rappresentate dalle contrattazioni degli agenti. Nei modelli che vedremo inizialmente , ossia dove gli agenti sono posti in una sequenza data , hanno differente informazione e contrattano con il mercato (Modello alla Glosten & Milgrom, 1985), il prezzo di contrattazione fornisce un segnale sufficientemente dettagliato per prevenire le cascate. Tuttavia , il prezzo potrebbe essere soggetto ad una vasta e improvvisa variazione e quindi rientrare in un regime dove la valutazione è incorretta.

I costi di transazione potrebbero trattenere una vasta quantità di informazione nascosta. Le cascate quindi, potrebbero avvenire quando gli agenti operano strategicamente in un asta.

La linea guida è che i mercati finanziari sono bacini nei quali l'informazione è condivisa efficientemente tra le persone. Per Keynes , tuttavia, ci sono contesti nei quali lo scopo principale non è capire e sapere il valore intrinseco ma domandarsi cosa la gente si aspetta riguardo il pensiero degli altri e valutarlo.

Nel fare ciò, vengono generati modelli che favoriscono sia l' 'apprendimento, (Learning) che una valutazione appropriata dei meccanismi di Herding nei mercati finanziari, riuscendo da una parte, a incorporare come gli agenti trattano , e dall' altra a renderli il più semplice possibile per facilitare l'analisi, affrontando un vero e proprio trade-off.

Nei mercati finanziari , sia il prezzo di un titolo che le azioni orientate al profitto degli operatori portano informazione privata sul valore del titolo. Per valutare i comportamenti di Herding si propongono diversi modelli , tra i quali risulta riscontrare un notevole interesse quello di Glosten & Milgrom ('82) nel quale gli autori analizzano che un offerta a non vendere porta l'informazione al ribasso sul titolo, disincentivando l'acquisto , questo no-trading- result mostra che se il significato del prezzo è ben definito, non può essere utilizzato per portare informazione tra agenti razionali .

Ma comunque, la gente continua a trattare , questo succede per altri motivi che verranno presi in considerazione successivamente e che non derivano dai prezzi dei titoli (per esempio qualcuno ha bisogno di vendere per coprire una eventuale emergenza e qualcuno a comprare per coprirsi da eventuali rischi , etcc..).Inoltre è importante precisare che anche se tali motivazioni sono osservabili dagli agenti avremo comunque no-trading results. Quindi , l'osservabilità di tali motivazioni risulterà un punto critico nei modelli presentati.

Un modo per incorporare tale settaggio è inserire nei modelli dei "noise traders", ossia agenti che operano senza basarsi sul valore intrinseco del titolo. Questa proposta è risultata utile proprio perché incorpora alcune complessità delle transazioni all'interno di schemi abbastanza trattabili.

3.2) Contesto Applicativo.

Le famiglie di modelli che si proporranno vengono raggruppati sotto due classi:

- Nella prima, vengono considerate una sequenza di transazioni tra 2 agenti con informazione asimmetrica; ogni transazione rilascia un' po di informazione : questo è il modello principale presentato da Glosten & Milgrom ('82). Sotto tale configurazione viene fornita una microstruttura delle azioni molto simile al modello BHW. Il modello G&M genera uno bid-ask spread endogeno che non è dovuto ai costi di transazione. In tale modello vedremo che la convergenza sarà più veloce tanto più il segnale privato sarà osservabile.
- Nell'alternativa, si assume che gli agenti si riuniscono in gruppi nel mercato dove il prezzo di equilibrio porta un segnale nell'informazione degli agenti ; la competizione nel mercato potrebbe essere sia perfetta che non e la soluzione dell'equilibrio è analiticamente semplice quando gli agenti hanno una funzione di utilità C.A.R.A. con l'avversione assoluta al rischio costante e quando le variabili casuali sono distribuite come normali. Tali modelli sono stati rappresentati da Grossman ('76) , Grossman & Stiglitz ('80) e Kyle('85).
- Successivamente verranno presi in considerazione dei casi specifici di modellistica come l'Herding nelle Aste e infine le Frenesie finanziarie, all'interno delle quali si affronterà specificatamente le seguenti tematiche : Attacchi speculativi , ritardi informativi e lo scoppio di bolle finanziarie.

3.3) Learning nel modello G&M.

Un titolo finanziario è la realizzazione di una variabile casuale dopo che le azioni siano state effettuate. Il mercato è rappresentato da un broker che gestisce un trading desk ed è perfettamente competitivo (*Market Maker*). Il Market maker è risk-neutral e massimizza il suo profitto in ogni transazione. In ogni periodo è visitato da un solo agente, il quale può essere o un *informed trader* (che ha informazione privata sul valore intrinseco dell'asset), oppure un *noise trader* che è determinato a comprare/vendere con uguale probabilità. Gli agenti possono trattare soltanto una unità del titolo. Il M.M propone due prezzi: uno *Bid* al quale compra (e l'agente vende) e uno *Ask* al quale vende (agente compra). Inoltre è bene precisare che il MM può vendere allo scoperto.

Ora supponiamo che l'agente stia sperando di vendere al bid: il MM sta avendo una chance: potrebbe perdere se l'agente è un informed che spera di vendere perché sa che il titolo non rispecchia il suo prezzo; ma potrebbe anche guadagnare nel caso avesse a che fare un noise che deve vendere per ragioni personali (a prescindere dal valore dell'asset).

Per far sì che il MM fronteggi una perdita con l'informed, il suo prezzo Bid è sotto il valore attuale del titolo di conoscenza comune.

Il modello.

Il titolo finanziario è la realizzazione di una variabile casuale $\theta \in \{\theta_0, \theta_1\}$ dove $\theta_0 = 0$ e $\theta_1 = 1$. La probabilità di $\theta_1 = \mu_0$. Ci sono due tipi di agenti (Informed & Noise). Ogni Informed ha un segnale privato s con una distribuzione che dipende da θ . Assumiamo che il segnale è un SBS con precisione $q > \frac{1}{2}$.

In ogni periodo , un agente informed incontra il MM con probabilità π ; al contrario con probabilità $1-\pi$ avremo a che fare con un noise che compra e vende con la stessa probabilità : $1/3$. Gli investitori non conoscono la natura dell'agente , tuttavia, la probabilità che ci sia un informed è conoscenza comune. In ogni periodo , la storia delle transazioni, (quantità e prezzo) è informazione pubblica e come nei modelli precedenti, inoltre, la storia sarà sintetizzata dalla statistica delle credenziali pubbliche, ossia la probabilità di stato positivo data la storia passata.

Equilibrio.

Denotando con μ le beliefs pubbliche all'inizio di ogni periodo, il MM pubblica un prezzo ask p_a (a cui vende) e un prezzo p_b (a cui compra) , tali che il suo profitto atteso è uguale a 0 in concordanza con la sua natura perfettamente concorrenziale. I soli agenti che comprano sono gli ottimisti, ossia quelli con $s=1$.

Le condizioni di profitto uguale a 0 per una vendita o per un acquisto sono rispettivamente:

- Vendita :
$$\frac{1-\pi}{3} (p_a - \mu) + \pi (\mu q (p_a - 1) + (1-\mu)(1-q) p_a) = 0;$$
- Acquisto :
$$\frac{1-\pi}{3} (p_b - \mu) + \pi (\mu (1-q)(p_b - 1) + (1-\mu) q p_b) = 0;$$

Considerando la prima: $\frac{1-\pi}{3}$ è la probabilità di incontrare un noise che compra. La quantità $(p_a - \mu)$ è il profitto atteso dalla vendita che può anche essere scritta come $\mu(p_a - 1) + (1-\mu) p_a$ per evidenziare il risultato nel buono e cattivo stato, ognuno con la valutazione di probabilità del MM , che conosce le beliefs pubbliche. Quindi la parte sinistra, ossia il profitto atteso nel vendere ad un noise è positiva, la quale è bilanciata dalla parte destra, ossia il profitto atteso di vendere ad un informed (negativa).

Il prezzo ask di una vendita deve essere tra μ e la belief $\tilde{\mu}(1)$ di un ottimista che è un agente informed con segnale buono :

$$\mu < p_a = \frac{\mu \frac{1-\pi}{3\mu} + \mu q}{\frac{1-\pi}{3\mu} + \mu q + (1-\mu)(1-q)} < \frac{\mu q}{\mu q + (1-\mu)(1-q)} = \tilde{\mu}(1)$$

Mentre il Bid sarà tra μ e la belief di un pessimista. In questo esempio il mercato non fallirà mai , ma come dimostrano gli autori potrebbe farlo in un mercato dei limoni alla Akerlof.

Apprendimento.

L'informazione è trasmessa da quella privata di un agente attraverso l'azione di Buy/sell. Tale azione è informativa perché dipende dallo stato di natura. Inoltre da come si è visto finora, le beliefs μ_t risultano essere delle martingale , che convergono. Nel caso speciale di un segnale binario, il prezzo bid/ask , sono scelti in modo che gli informed traders coprano quando ottimisti e vendono se pessimisti. In ogni periodo , l'osservazione dell'azione equivale ad osservare il segnale di un informed con qualche sorta di disturbo. Quando $t \rightarrow \infty$, μ_t tende al valore vero $\theta \in \{0,1\}$. Il disturbo diminuisce il processo di apprendimento in un periodo, ma non ha effetto sul tasso di apprendimento quando $t \rightarrow \infty$. La probabilità per un MM di una vendita è la stessa di incontrare un ottimista oppure un noise trader che compra. Ora, denotiamo con $\beta_s(\theta)$ e $\beta_b(\theta)$ le probabilità di una vendita e di un acquisto del MM:

$$\beta_s(\theta) = \frac{1-\pi}{3} + \pi (q\theta + (1-q)(1-\theta)) ; \quad (\text{indipendentemente dalle } \mu_t)$$

$$\beta_b(\theta) = \frac{1-\pi}{3} + \pi ((1-q)\theta + q(1-\theta)) .$$

Dopo una vendita con la credenziale pubblica μ_t , μ_{t+1} viene aggiornato attraverso la regola di Bayes già vista :

$$\frac{\mu_{t+1}}{1 - \mu_{t+1}} = \frac{\mu_t}{1 - \mu_t} \frac{\beta_S(1)}{\beta_S(0)}.$$

Si riflette sul meccanismo del modello se il segnale privato ha una struttura molto generale . Supponiamo che il prezzo di vendita p_a sia uguale alla belief pubblica μ . Il MM non guadagnerà dalla vendita ai noise e di sicuro farà una perdita nel trattare con gli informed quando questi hanno il segnale giusto. Quindi per generare profitto con i noise p_a deve stare sopra μ_t . Tuttavia , questo margine (che dipende dalle public beliefs) aumenta il valore minimo del segnale degli informed che comprano a qualche valore $\bar{s}$, proprio perché la probabilità che $s > \bar{s}$ è più alta quando $\theta = 1$ rispetto a quando è uguale a 0, la vendita porta un messaggio più forte sullo stato. Più l'equilibrio non viene interrotto e più è difficile che avvenga una cascata. In presenza di questa, infatti, non dovrebbe esserci nessuna forma di apprendimento derivante dalle operazioni di Buy/Sell. Entrambe i prezzi p_a e p_b dovrebbero essere uguali a μ sotto la condizione di zero profitto, in tal caso, tuttavia, alcuni informed comprerebbero e altri venderebbero (grazie alla loro informazione privata), e l'equilibrio dovrebbe portare un po di informazione. La non esistenza di una cascata è molto collegata alla buona struttura del prezzo di mercato. Nel modello, il bid/ask spread è esogeno e quando avviene una cascata questo tende a zero asintoticamente ma è capace di discriminare tra alcuni informed e di conseguenza le trattative forniscono informazione. Chiaramente la situazione sarebbe molto differente se lo spread fosse generato da un costo fisso di trading infatti in tal caso le cascate avverrebbero.

3.4) Herds.

La parte precedente ha mostrato che con segnali binari, il modello non può generare cascate e le beliefs convergono alla verità : se tutti gli informed

ignorano i loro segnali privati, il prezzo non rileverebbe informazione e dovrebbero essere uguali alle beliefs pubbliche. In questo caso, tuttavia gli agenti prenderebbero nel loro bacino di informazione la loro, quella privata, che contraddirebbe le osservazioni iniziali.

Avery e Zemsky ('95) generalizzano questa proprietà al caso in cui i segnali privati soddisfano la MLRP (Monotone Likelihood ratio property). La convergenza spesso risulta essere sovrastimata. Risulta più rilevante studiare come la gente può sbagliare su un periodo esteso di tempo e come un prezzo può improvvisamente cambiare. Tutto ciò è oggetto del loro studio e loro estendono il modello visto precedentemente con una speciale struttura di informazione privata che chiamiamo “non monotona”.

Segnali privati non monotoni .

Assunzioni : $\theta \in \{0, 1/2, 1\}$. E il suo stato normale è $\theta = 1/2$ e uno shock può cambiarlo a 0 o 1. Gli informed sono a conoscenza sia dello stato iniziale che dei possibili cambiamenti ma la loro informazione risulta essere imperfetta sul tipo di shock.

Se avviene uno shock, loro ricevono un segnale SBS su θ . Tale segnale ha due possibili precisioni : con probabilità α la precisione è q , altrimenti, con $(1 - \alpha)$ è q' con $0.5 < q' < q$. Ogni agente conosce la precisione del suo segnale, ma non conosce α e questo valore è lo stesso per tutti. Il valore di α definisce la precisione dell'economia, la porzione degli agenti con alta precisione. Ed è casualmente scelto nello stesso momento in cui si fa lo stesso su θ nel set dei valori $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ con $0 < \alpha_1 < \alpha_2$. In sostanza lo stato dell'economia è definito dalla realizzazione di 2 variabili casuali θ e α (indipendenti). La probabilità che uno shock avvenga è μ e, condizionati allo shock, gli stati $\theta = 1$ e $\theta = 0$ hanno stesse probabilità e sono conosciute agli

agenti. Infine , in ogni periodo la probabilità che il MM incontri un informed è π ed è indipendente dallo stato di natura.

Gli autori propongono un esempio numerico sul quale vale la pena soffermarsi:

Parametro precisione : $q=1$; $q'=0.51$.

Proporzione agenti secondo informazione: $\alpha_1 = 0$ e $\alpha_n = 0.5$.

Porzione degli informed : $\mu = 0.25$; noise : $1-\mu = 0.75$, i quali operano secondo le seguenti probabilità : Acq : 0.25 , NT : 0.5 , Vend : 0.25.

Lo stato vero è scelto tali che $\theta \in \{0,1\}$ e $\alpha = \alpha_1$.

La probabilità μ che $\theta \in \{0,1\}$ è molto bassa come lo è la probabilità che l'economia è informata in modo povero ($\alpha = \alpha_1$) quindi le public beliefs è $\theta = \frac{1}{2}$ e gli agenti sono ben informati $\mu = 0.0001$ e la probabilità di bassa precisione è $\lambda = 0.01$.

Il vero stato è la combinazione di realizzazioni : θ non è lo stato normale, $\theta \in \{0,1\}$, e tutti gli informed hanno una bassa precisione $q' = 0.51$. Il caso delle beliefs è generato da una specifica sequenza di agenti . Tale esempio porta ai seguenti regimi:

- 1) Inizialmente avvengono alcuni acquisti e sono generati o dagli informed o dai noise e tali acquisti aumentano la probabilità di stato buono per gli informed. Questi ,inoltre, sono scarsamente informati, ma credono con probabilità prossima a 1 che la metà dei traders sia perfettamente informata. Le loro credenziali su θ aumentano ma quelle sul MM non cambiano molto tali che dopo pochi periodi un informed con una belief alta compra da quest'ultimo

indipendentemente dal suo segnale (Herding), credendo che il mercato sia guidato dagli agenti più informati.

- 2) C'è un astringa di ordini di acquisto in questa fase di Herding: durante la prima fase, il MM pensa che solo il solo a sfruttare la vendita verso i noise ed è convinto che non debba rivedere le aspettative come che non ci siano shocks e infine che il prezzo rimanga fisso a $1/2$.
- 3) Dopo una serie di periodi, il MM realizza che qualcosa non va, e che tutti tali acquisti sono molto improbabili se non accompagnati da un qualche shock. Di conseguenza aumenta la sua visione che questo avvenga e anche quella sullo stato dell'economia e sul fatto quindi che sia ben informata. Tutto ciò fa schizzare il prezzo vicino a 1.
- 4) Quando il prezzo è vicino a 1, il bid/ask spread riflette le beliefs del MM che, condizionato al fatto di incontrare un agente informed, il quale ha informazione perfetta con probabilità pari a $1/2$. Nel modello G&M è intuitivo che lo spread è ampio se la frazione di informed anticipati dal MM è ampio. In tal caso quest'ultimo anticipa una ampia frazioni di informed, mentre la vera frazione è piccola. Come conseguenza lo spread è così ampio che da prevenire che gli informed operano perché hanno un segnale con bassa precisione ($q' = 0.5$). E la differenza nell'informazione nei confronti del MM è più piccola dello spread. A questo punto gli unici ad operare sono i noise e siccome le public beliefs che $\theta = 0$ è bassa (≈ 0.01), l'osservazione di una frequenza più bassa di trades ha un lieve impatto sulle credenziali pubbliche per un momento.
- 5) Dopo un attimo, il MM realizza che i bassi volumi non sono compatibili con l'alta precisione degli informed: se $\alpha = \alpha_h$, la metà degli informed ha una conoscenza perfetta su θ e acquista e vende senza considerare il prezzo Bid/ask. Ma il MM pensa che se gli

informed hanno bassa precisione allora lui ha sbagliato finora , ed essendo tale la precisione , la storia ci dice che uno shock sia avvenuto molto probabilmente , ma non ci dice niente sullo stato di θ . Siccome la probabilità ex ante dello stato alto condizionata allo shock è uguale a $\frac{1}{2}$, il prezzo torna a $\frac{1}{2}$. Nell'esempio la transizione da 1 a $\frac{1}{2}$ (Il crollo) è rapido ma meno rispetto a quello avvenuto nel terzo step da $\frac{1}{2}$ a 1.

In tale esempio numerico, la descrizione dell'inferenza degli agenti è affascinante, ma la rilevanza empirica non convince. Questi eventi infatti, richiedono un improbabile stato di natura e sequenza dei traders. La probabilità dello stato risulta essere 10^{-6} . La sequenza particolare dei traders riduce ulteriormente la probabilità dell'evento descritto. Invece, il cambiamento drastico del prezzo avviene perché tali agenti sono razionalmente considerati dagli operatori per avere una probabilità trascurabile.

3.5) Herding nelle Aste.

In un'asta il buyer deve affrontare il problema della maledizione del vincitore . È più probabile che lui vince l'asta quando la sua stima è troppo alta. Il suo payoff atteso deve essere negativo se lui offre al suo valore atteso. Il settaggio del modello ha qualcosa di simile con G&M, una differenza sta nel fatto che una offerta fatta da un buyer non è seguita immediatamente da una transazione, infatti da la possibilità al seller di rimandare il trade fino al punto di raccogliere più informazione dalle altre offerte. Un buyer dovrebbe offrire sotto il suo valore atteso. Lo spread tra quanto offre e la sua stima è simile a quello del modello G&M. Vedremo che tale spread indurrà gli agenti a fermare le offerte prima , omettendo così la loro informazione privata. Al contrario di G&M però, l'asta può ostacolare l'apprendimento.

Neeman & Orosel ('99) presentano un modello al riguardo che si sottopone ad analisi:

Il seller incontra n buyers per vendere un oggetto all'asta: Il valore di questo per il seller è $\bar{a}$. Per i buyer è lo stesso ed è il risultato della realizzazione di $\theta \in \{\theta_0, 1\}$ che non è osservabile. Ogni agente riceve un segnale SBS dove $s \in \{0,1\}$ su θ con precisione q . In ogni periodo il seller può vendere ad un qualsiasi agente, il quale, replica con una offerta. Il seller potrebbe sia terminare l'asta con nessuna vendita, accettare una offerta sia recente che passata o sollecitare un'altra offerta verso un altro buyer. La storia fino a t è denotata con h_t ed è identificata attraverso le operazioni effettuate fino al tempo t (conoscenza comune).

Seller e buyer massimizzano il loro payoff così:

Seller : $\text{Max} (E [p - \theta_0], 0) ;$

Buyer : $\text{Max} (E [\theta - p]) .$

Equilibrio con Learning imperfetto.

Chiamiamo con p_t la più alta offerta nella storia h_t . Il numero dei buyers è finito e numerabile. In ogni periodo t , un buyer che vuole fare un offerta ha la seguente strategia:

- Se $s_t = 0$ o se $E [\theta | h_t, s_t] \leq p_t$, non offre e $b_t = 0$;
- Se $s_t = 1$ e se $E [\theta | h_t] > p_t$, allora offre $b_t = E [\theta | h_t]$.

Siccome il segnale è simmetrico, abbiamo che $E [\theta | h_t] = E [\theta | h_t, s_t = 1, s_t = 0]$, e l'offerta dell'agente è la sua aspettativa su θ data la storia h_t , il segnale privato s_t e quello addizionale che è zero.

La strategia rivela il segnale se $E[\theta|h_t] > p_t$. Un agente non fa l'offerta più alta data quella degli altri agenti perché lui non offre sopra il suo valore atteso : $E[\theta|h_t, s_t = 1]$.

Supponendo che la sua offerta sia nell'intervallo :

$(E[\theta|h_t], E[\theta|h_t, s_t = 1])$. Se ci sarà una offerta nel prossimo periodo, questa è $b_{t+1} = E[\theta|h_{t+1}] = E[\theta|h_t, s_t = 1]$ e non farà un guadagno netto.

Notiamo che $E[\theta|h_{t+1}] > p_{t+1}$: l'agente al tempo $t+1$, se chiamato in causa, rivelerà il suo segnale. Supponiamo che $T+1$ è il primo periodo (la più piccola t) tale che $s_t = 0$. Per $t \leq T$, abbiamo $s_t = 1$ e in accordo con la strategia precedente : l'offerta $b_t = E[\theta|h_t]$ rivela il segnale s_t ed è dato da :

$$\frac{b_t}{1-b_t} = \frac{\mu_1}{1-\mu_1} \times \left(\frac{q}{1-q} \right)^{t-1}.$$

In certe condizioni N & O mostrano che il gioco termina a $T+1$. L'azione del buyer a $T+1$ (no offerta) rivela il suo segnale. Se c'è un round a $T+2$, sarà data da $E[\theta|h_{T+2}] = E[\theta|h_T, s_T = 1, s_{T+1} = 0] = E[\theta|h_T]$.

Il buyer al round $T+2$ è nella stessa condizione di quello del tempo T , non può superare l'offerta del buyer al tempo T , e lui non offrirà a prescindere dal suo segnale. Il gioco ,quindi, finisce con un Herding. In questo equilibrio , il gioco va avanti finché non ci sarà una sequenza ininterrotta di segnali positivi, al primo negativo il gioco termina.

Un equilibrio con asintotico perfect learning.

Assumiamo che il numero dei buyers è finito e sono chiamati in sequenza per fare la loro offerta considerando la strategia più prudente per un agente:

- Se viene chiamato quando gli altri non sono stati chiamati, lui offre il meglio che avrebbe potuto offrire se avesse potuto osservare i segnali privati di tutti i players e tali segnali si rivelerebbero negativi.
- Se fosse l'ultimo ad essere interpellato si creerebbero 2 casi :
 - 1) Se c'è almeno un altro player con segnale positivo, l'ultimo offrirebbe come gli altri.
 - 2) Se tutti gli altri hanno un segnale 0 allora lui si comporta come se avesse ricevuto un segnale 0.

Tale strategia è una strategia di equilibrio e rivela il segnale privato di tutti a prescindere dal numero N .

La differenza tra i 2 equilibri : Nel primo, il seller prende informazione fintanto incontra player ottimisti. Con alta probabilità il gioco finisce con una varianza alta sul valore dell'oggetto dell'asta. Nel secondo caso, il seller arriva ad osservare il segnale privato di tutti. Il gioco finisce con alta probabilità e con una bassa varianza sul valore dell'oggetto. La differenza nei risultati è un impressionante esempio dell'importanza delle interazioni strategiche. Un agente esegue una delle due strategie di equilibrio perché gli altri hanno adottato quella strategia.

3.6) Gaussian Financial Markets.

Nei modelli Cara-gaussiani, la domanda del titolo è simile a quella dell'investimento nel modello quadratico, con l'importante differenza che il costo è endogeno all'informazione rivelata dagli altri.

Sono considerati 2 modelli di trad:

- 1) Gli ordini limite sono una lista di domanda netta, che è contingente all'informazione rivelata dal prezzo; Il social learning non diminuisce quando più agenti scambiano.
- 2) Gli ordini di mercato specificano quantità fisse (razionalmente determinate) , e 'apprendimento sociale diminuisce come nel modello di Vives ('93).

In tali modelli il mercato è modellizzato con una struttura standard: un numero ampio di agenti, ognuno con una curva di domanda , che incontra il mercato, e un banditore che compensa il mercato facendo incontrare domanda e offerta attraverso un prezzo di equilibrio. La struttura dei Cara inoltre, è basata su una utilità con un avversione al rischio costante degli agenti e variabili casuali gaussiane.

Le azioni individuali.

Precedentemente, se l'informazione pubblica aumentava , per esempio attraverso la storia passata, l'azione di un agente dipendeva sempre meno dal suo segnale privato e più da quello pubblico. Questo meccanismo risulta essere importante nella diminuzione del social learning quando una azione è soggetta a disturbo.

Tale diminuzione non avviene quando l'azione è la domanda di un Cara agent : infatti la diminuzione dell'impatto sul valore attuale del titolo opera come prima, ma la migliore precisione dell'informazione pubblica diminuisce il

rischio dell'agente e la sua domanda è più sensibile ai cambiamenti sul valore attuale del titolo. Uno dei vantaggi è che i 2 effetti si compensano l'un l'altro cancellandosi.

Mercato e Informazioni.

Il modello descrive un mercato per un titolo rischioso dove gli individui allocano il loro portafoglio tra titolo rischioso e titolo free. Quello rischioso ha un valore θ , che è il risultato come al solito della realizzazione di una $N(\bar{\theta}, \sigma_\theta)$ e non è direttamente osservabile. In tutti i modelli ci saranno 3 tipi di agenti:

- *Informed*: l'idea è simile a quella vista negli altri modelli, infatti loro hanno informazione privata su θ (il tipo di informazione poi varia da modello a modello). Quando il titolo rischioso ha una distribuzione random, si vedrà, la massimizzazione della funzione di utilità con Cara di tali agenti genera una funzione di domanda semplice lineare al segnale privato dell'agente e quindi molto simile a quelle viste nei modelli già visti.
- *Uninformed*: Non hanno alcuna informazione privata e fanno affidamento soltanto su quella pubblica, spinti all'investimento da un grado di avversione differente da quello degli informed.
- *Noise*: comprano e vendono una quantità fissa, lo fanno per motivi privati e la loro domanda è random.

Assumiamo che gli agenti piazzano ordini limitati: ognuno presenta al mercato la sua intera lista di domanda.

$X_I(p)$ è la domanda netta totale per il titolo degli informed;

$X_U(p)$ è la domanda netta totale per il titolo degli uninformed (che dipende solo dal prezzo);

Q sarebbe la domanda dei Noise (esogena).

La domanda totale ,quindi, sarà data dalla somma delle tre : $X_I(p) + X_U(p) + U$. Un banditore prende la domanda totale netta e determina un prezzo che compensa il mercato, ovvero la soluzione della seguente equazione di equilibrio: $X_I(p) + X_U(p) + U = 0$.

Il prezzo porta un segnale sull'informazione degli informed . Il segnale però è disturbato a causa dei noise traders. Quando un agente specifica una richiesta $x(p)$, lui formula la sua domanda condizionata a p , essendo il prezzo di equilibrio e quindi portando informazione sul valore dell'asset. Così, dopo che il trade avviene realmente a quel prezzo, nessun agente razionale vuole rivedere il suo ordine.

Ordini di Mercato , ordini limite e convergenza delle beliefs.

Nella situazione standard , il mercato ha un unico equilibrio ed una sequenza di equilibri di mercato portano ad un approccio di learning che converge con la verità. Domandarsi inoltre con quale velocità questo avvenga è un punto critico della analisi in questione, infatti si riscontra che dipende dal tipo di ordini.

Come si è già evidenziato , una precisione dell'informazione pubblica più alta non ha effetti sul moltiplicatore del segnale dell'agente nella sua domanda. Infatti, grazie a tale neutralità , se gli agenti piazzano ordini limitati non ci sarebbe nessuna diminuzione del processo di learning nei modelli Cara : la precisione dell'informazione pubblica aumenta linearmente con il numero delle osservazioni. Gli ordini del mercato sono piazzati dagli agenti informed prima dell'apertura del mercato e sono specificati come quantità fissa degli acquisti netti. L' ordine dipende dalle aspettative dell'agente informato sul

prezzo di equilibrio ma non dipende dalla realizzazione effettiva del prezzo e dovrà essere eseguito ad uno di equilibrio. Qualcuno poi, dovrà compensare il mercato : Gli uninformed e i noise si suppone che inviano le loro richieste, come nel caso precedente e il prezzo di equilibrio è tale che la domanda netta totale sia uguale a 0.

Siccome gli ordini degli informed sono quantità fisse e non liste di richiesta, potrebbero portare meno informazione ; inoltre , gli agenti fronteggiano l'incertezza del prezzo di trading attuale. Si scoprirà che il primo problema non importa ma il secondo è di cruciale importanza.

Vives (95') ha mostrato che non c'è diminuzione del tasso di convergenza se gli agenti uninformed sono neutrali al rischio, infatti in questo caso loro possono assorbire completamente le fluttuazioni del prezzo causate dai noise e gli quelli informati non dovranno fronteggiare nessun rischio. Quando il numero delle osservazioni aumenta, la diminuzione del rischio associato con informazione pubblica più alta agisce come nel caso degli ordini limite, e la crescita della precisione dell'informazione pubblica è lineare.

Se invece, un agente informato è avverso al rischio , allora questo deve fronteggiare una incertezza sul prezzo di trade a causa della variabilità prodotta dai noisers. Il prezzo di equilibrio non diminuisce quando la precisione dell'informazione pubblica aumenta. La diminuzione del moltiplicatore di informazione privata nella domanda privata (con quella pubblica più alta) agisce pienamente ora e la situazione che si crea è la stessa già vista in Vives (93') : la convergenza è lenta : la varianza della stima pubblica tende a zero come $1/n^{1/3}$ dove n è il numero delle osservazioni.

Equilibri multipli.

È importante notare come a volte ampie e improvvise variazioni del prezzo senza qualche forte news sono interpretate come Herds o irrazionalità. Tuttavia, potrebbero anche essere equilibri multipli.

3.6.1) Le azioni nei modelli Cara-Gaussiani.

Si mostra come l'informazione di un agente sul valore di un asset influenza la sua domanda per poi analizzare la stessa questione su quella aggregata di più agenti.

Domanda individuale.

Un agente ha una dotazione di ricchezza fissa w , che alloca tra titolo a reddito fisso con return r e prezzo unitario, e titolo finanziario con return random θ (distribuito con $N(E[\theta], \text{Var}(\theta))$) con prezzo p .

Facciamo che x è l'ammontare domandato del titolo finanziario (possibile short sales). Il consumo è $C = r(w - xp) + x\theta$.

L'agente valuta tale consumo attraverso la funzione di utilità Cara ed il valore ex-ante di C prima della realizzazione risulta essere: $U = -E[e^{\gamma C}]$ dove γ è il coefficiente di avversione al rischio assoluta. Siccome C è distribuita come una normale si mostra che il payoff prende la forma seguente: $U = -\exp\left(-\gamma\left(\bar{C} - \frac{\gamma V}{2}\right)\right)$, dove $\bar{C}$ e V sono rispettivamente la media e la varianza di C .

Usando l'espressione iniziale del consumo, troviamo che la massimizzazione di U equivale a quella dell'equivalente certo :

$\bar{C} - \frac{\gamma V}{2} = r_w + (E[\theta] - r_p) x - \frac{\gamma}{2} \text{Var}(\theta) x^2$, il termine r_w è costante e può essere ignorato. L'agente quindi massimizza la funzione obiettivo :

$$V = E[\theta] x - \left(r_p x + \frac{\gamma}{2} \text{Var}(\theta) x^2 \right).$$

La funzione è simile ad un payoff standardizzato di un investimento x con costo di acquisto r_p e uno di aggiustamento quadratico $(\gamma \text{Var}(\theta) / 2) x^2$. Il termine quadratico è dovuto solamente alla varianza dei return ed al rischio associato, ed aumenta con il coefficiente di rischio assoluto γ ossia il costo del rischio. Il costo di aggiustamento, a differenza di altri modelli di investimento, sarà endogeno per l'equilibrio nei mercati finanziari, perché la varianza della distribuzione di θ sarà endogena nell'equilibrio. Tale caratteristica gioca un ruolo fondamentale per le proprietà dell'apprendimento sociale. La domanda per l'investimento è simile al livello ottimo di investimento nel modello standard :

$$1) \quad X = \frac{E[\theta] - r_p}{\gamma \text{Var}(\theta)} \quad \text{mentre il payoff ottimale associato è:}$$

$$2) \quad U^* = -\exp(\gamma r_w) \exp\left(-\frac{(E[\theta] - r_p)^2}{2\text{Var}(\theta)}\right).$$

La 1) è uno strumento importante e mostra che la funzione di domanda dipende dalla media e dalla varianza di θ .

L'effetto dell'informazione privata sulla domanda.

La media e la varianza di θ , dipendono dall'intera informazione dell'agente (pubblica e privata). L'effetto della privata sulla domanda sarà essenziale per la diffusione della informazione privata attraverso la domanda individuale. Le caratteristiche dei modelli Cara includono :

- La informazione pubblica è tale che θ è estratta da una normale $N(\bar{\theta}, 1/\rho_\theta)$ dove sia $\bar{\theta}$ che $1/\rho_\theta$ sono pubblicamente noti.
- Quella privata proviene da un segnale $s = \theta + \varepsilon$, dove ε rappresenta il noise distribuito anch'esso $N(0, 1/\rho_\varepsilon)$ che è indipendente da θ . Usando la formula di Bayes la belief dell'agente è una $N(E[\theta], 1/\rho)$ dove $\rho = \rho_\theta + \rho_\varepsilon = \frac{1}{\text{Var}(\theta)}$ e $E[\theta] = \frac{\rho_\varepsilon}{\rho} s + \frac{\rho_\theta}{\rho} \bar{\theta}$

Sostituendo nell'espressione della domanda (1), questa diventa :

$$(3) \quad X = \frac{1}{\gamma} (\rho_\varepsilon (s - r_p) + \rho_\theta (\bar{\theta} - r_p)) = \frac{1}{\gamma} (\rho_\varepsilon (s - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_\varepsilon) (\bar{\theta} - r_p)).$$

Questa espressione ha importanti proprietà :

- Tutti i coefficienti possono essere calcolati ex-ante (prima della realizzazione del segnale s).
- Il moltiplicatore del segnale privato s in x è uguale alla precisione del suo segnale privato.
- Questo moltiplicatore è indipendente dalla precisione dell'informazione pubblica ρ_θ .

La relazione tra il segnale privato e la sua azione è diversa da quanto visto in precedenza sul Social learning : infatti prima, quando il costo dell'investimento è quadratico, l'agente sceglie un livello di azione che è un multiplo fisso del suo valore atteso di θ . Il segnale privato s opera sulla

valore atteso di θ attraverso il moltiplicatore $\alpha = \frac{\rho_s}{\rho_\theta + \rho_s}$. Analizzandolo si evince che il moltiplicatore nel livello delle azioni è quindi proporzionale ad α e diventa sempre più piccolo se la precisione dell'informazione pubblica, ρ_θ , diventa grande. Questa conseguenza è critica per la lenta convergenza del social learning. Questo nei casi non succede :

La domanda del titolo X è proporzionale al valore atteso di θ , ma il moltiplicatore è endogeno e proporzionale alla precisione della stima. Se la precisione ρ_θ aumenta si riduce sia il moltiplicatore dell'informazione privata che il costo del rischio. Quest'ultimo effetto cancella il primo, infatti i 2 effetti implicano che il contributo dell'informazione pubblica fatta dagli scambi dell'agente non rallenta mentre il social learning progredisce. Infine la formula (3) può essere generalizzata al caso in cui l'agente riceve un infinito numero di segnali s_k :

$$X = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^{\infty} [\rho_k (s_k - \bar{\theta})] + (\rho_\theta + \rho_k) (\bar{\theta} - r_p).$$

Domanda nel caso di più agenti con informazione indipendente.

Supponendo N agenti con stessa informazione su θ , la loro domanda del titolo rischioso, denotata con X sarà uguale a :

$$X = \frac{N}{\gamma} \frac{E[\theta] - P}{VAR[\theta]}.$$

Per poter collegare il coefficiente di avversione al rischio assoluto alla relativa avversione intorno al livello di ricchezza w, si introduce il parametro Γ dove $\Gamma = \gamma w$, che rappresenta il coefficiente di avversione al rischio relativo quando un agente investe nel titolo rischioso e non risulta essere costante per una funzione di utilità Cara.

Prendiamo il totale della ricchezza degli agenti e la si denota con W , e la si divide in modo uguale per tutti gli agenti in modo uguale. Il coefficiente $\frac{N}{V}$ della domanda è uguale a $\frac{Nw}{\Gamma} = \frac{W}{\Gamma}$. La domanda totale quindi :

$$X = \frac{W}{\Gamma} \frac{E[\theta] - P}{VAR[\theta]}.$$

Supponendo ora che ci sia continuità tra gli agenti, ossia che ognuno sia indicizzato da $i \in \{0, 1\}$. Le beliefs pubbliche su θ sono distribuite $N(\bar{\theta}, \sigma_{\theta})$ e ipotizzando i seguenti esempi di agenti informed si avranno le conseguenti domande :

- 1) Se tutti hanno lo stesso segnale $s = \theta + \varepsilon$ la domanda aggregata è :

$$X = \frac{W}{\Gamma} \left(\rho_s (\theta - p) + \rho_s \varepsilon + (\rho_{\theta} + \rho_s) (\bar{\theta} - p) \right).$$

- 2) Se ogni agente i ha un segnale privato $s_i = \theta + \varepsilon_i$ dove ε_i è indipendente da ogni altra variabile e ha la stessa precisione ρ_s , la domanda aggregata risulta essere :

$$X = \frac{W}{\Gamma} \left(\rho_s (\theta - p) + (\rho_{\theta} + \rho_s) (\bar{\theta} - p) \right).$$

3.6.2) I mercati .

Data l'equazione di equilibrio : $X_I(p) + X_u(p) + Q = 0$

In tale contesto , gli agenti non informati sono degli agenti standard senza segnale privato, la loro entità e la loro avversione fa sì che la loro domanda del titolo sia la seguente :

$$X_u(p) = M \frac{E_U[\theta] - p}{Var_U(\theta)}$$
 dove sia il valore atteso che la varianza sono condizionati all'informazione degli agenti. Tale informazione include sia la struttura del modello che il prezzo di mercato p . La domanda di questi agenti porta l'informazione rivelata dal prezzo, la quale dipende dalla loro domanda. La determinazione simultanea è possibile perché gli agenti piazzano ordini limitato, ossia liste che portano l'informazione fornita dal prezzo. Possiamo scrivere che : $E_U[\theta] = E[\theta | p]$ e $Var_U[\theta] = Var[\theta | p]$.

A differenza degli uninformed gli informati si formano nel continuo. Dato il segnale privato s_t , e il coefficiente di avversione al rischio, la domanda sarà

data :
$$X_I(p) = \int \frac{E[\theta | p, s_t] - p}{Var[\theta | p, s_t]} d i .$$

Mettendo insieme entrambe le domande si ottiene la condizione di equilibrio del mercato :

$$\int \frac{E[\theta | p, s_t] - p}{Var[\theta | p, s_t]} d i + M \frac{E_U[\theta] - p}{Var_U(\theta)} + Q = 0$$
 necessaria per determinare il prezzo del titolo p nei mercati Cara-Gauss .

La trasmissione dell'informazione attraverso il mercato.

Semplificando il modello assumendo che tutti gli informed hanno la stessa informazione possiamo riscrivere l'equazione di equilibrio :

$X_I(p) + Q = -X_U(p)$, dove la parte a destra, ossia l'offerta netta degli uninformed dipende solamente dall'informazione disponibile conoscendo soltanto questa : dall'equazione di mercato osservano il flusso di ordini degli informed e quello dei noise. Tale flusso infatti, è informativo su θ , dipendendo da quest'ultimo fattore. Gli informed, invece, non prendono nessuna nuova informazione addizionale dall'equilibrio , perché il prezzo di mercato è funzione di θ solamente attraverso il loro segnale privato e siccome questo è lo stesso per tutti, il prezzo di equilibrio non gli porterà nuova informazione. Usando la (3) la domanda degli informed diventa :

$$X_I(p) = \rho_s (s - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_s)(\bar{\theta} - p) .$$

Sostituendo nella formula dell'equilibrio di mercato :

$$\rho_s (s - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_s)(\bar{\theta} - p) + Q + \frac{M}{VAR(\theta|p)} (E[\theta|p] - p) = 0 \quad (4) .$$

Informazione del mercato.

Nel flusso di ordine, il termine $(\rho_\theta + \rho_s)(\bar{\theta} - p)$ è informazione pubblica. Quindi, in termini informativi risulta equivalente alla variabile $\rho_s(s - \bar{\theta}) + Q$. Inoltre , quando è utilizzata una normalizzazione standard, siccome s è uguale a $\theta + \varepsilon$, il mercato è intermini di informazione equivalente alla variabile y che così si definisce : $y = s + \frac{Q}{\rho_s} = \theta + \varepsilon + \frac{Q}{\rho_s}$.

Secondo la metodologia generale seguita finora, il mercato genera informazione attraverso una variabile che qui è rappresentata dal flusso di ordine. Questa è trasformata in una espressione semplice di θ più un disturbo. Dalla formula precedente proviene l'espressione della precisione

del segnale fornito dal mercato : $\rho_y = \frac{\rho_\varepsilon^2 \rho_Q}{1 + \rho_\varepsilon \rho_Q}$.

Gli agenti non informati usano il segnale di mercato y per aggiornare la loro informazione su θ . Partendo dalla equazione dell'equilibrio generale (3), si ottiene quella della domanda aggiornata :

$$X_U(p) = M \left(\rho_y (y - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_y) (\bar{\theta} - p) \right) \quad (5)$$

Sostituendo nella (4), si trova che il prezzo è dato da :

$$\rho_\varepsilon (y - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_\varepsilon) (\bar{\theta} - p) + M \left(\rho_y (y - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_y) (\bar{\theta} - p) \right) = 0,$$

oppure

$$p - \bar{\theta} = \alpha (y - \bar{\theta}) = \alpha \left(\theta - \bar{\theta} + \varepsilon + \frac{Q}{\rho_\varepsilon} \right) \quad \text{con} \quad \alpha = \frac{\rho_\varepsilon + M \rho_y}{\rho_\theta + \rho_\varepsilon + M (\rho_\theta + \rho_y)}. \quad (6)$$

Il prezzo devia dal valore atteso ex ante di $\bar{\theta}$ quando il flusso di ordine devia dalla sua media a causa di uno shock o sul valore fondamentale di θ , oppure grazie al rumore del segnale privato ε , oppure per la domanda dei noise Q .

Sostituendo nella (5) la domanda degli Uninformed diventa :

$$X_U(p) = \frac{M \rho_\theta}{(1 + M) \rho_\varepsilon \rho_Q} (\bar{\theta} - p).$$

Il caso degli Arbitraggisti neutrali al rischio.

Si suppone che ora gli uninformed abbiano un'avversione al rischio che tende a 0 e la loro quantità sia costante. Il parametro $M \rightarrow \infty$ e l'equazione del prezzo diventa :

$$p - \bar{\theta} = \frac{\rho_y}{\rho_{\theta} + \rho_y} (y - \bar{\theta}) = \frac{\rho_y}{\rho_{\theta} + \rho_y} \left(\theta - \bar{\theta} + \varepsilon + \frac{Q}{\rho_s} \right).$$

L'equazione mostra che il prezzo è uguale a $E[\theta | y]$. Questo non è sorprendente se gli uninformed sono neutrali al rischio e hanno una domanda perfettamente elastica al prezzo $E[\theta | y]$. Dividendo la (4) per M e mandando $M \rightarrow \infty$, il prezzo $p \rightarrow E[\theta | p] = p$.

La varianza del prezzo di equilibrio dipende dall'avversione al rischio degli agenti non informati. Quando loro sono meno o avversari infatti, loro fanno la media degli shocks per domandare di più, e la varianza del prezzo è più piccola. Per una quantità fissa di informazione, la domanda di arbitraggisti neutrali è perfettamente elastica. Tuttavia, siccome il prezzo porta informazione, la domanda degli uninformed non lo è nel prezzo p .

L'elasticità della domanda.

Si procede con l'analisi della relazione tra l'informazione contenuta nel prezzo e la elasticità della domanda.

La stabilità del mercato è spesso associata all'ampiezza delle oscillazioni dei prezzi. Siccome i prezzi sono guidati dagli shocks della domanda, le loro fluttuazioni dipendono dall'elasticità della domanda dei differenti tipi di agenti. L'elasticità è quindi collegata con la liquidità del mercato: infatti, una

più alta elasticità della domanda assorbe shocks ampi con piccole variazioni dei prezzi come in un mercato liquido. Quindi si può affermare che l'alasticità (o la liquidità del mercato) , gioca un ruolo critico quando gli agenti seguono delle strategie di trading basate sui prezzi.

Supponendo che sia gli agenti informati che non abbiano una funzione di utilità CARA uguale a 1, le loro domande rispettivamente risultano :La domanda degli uninformed

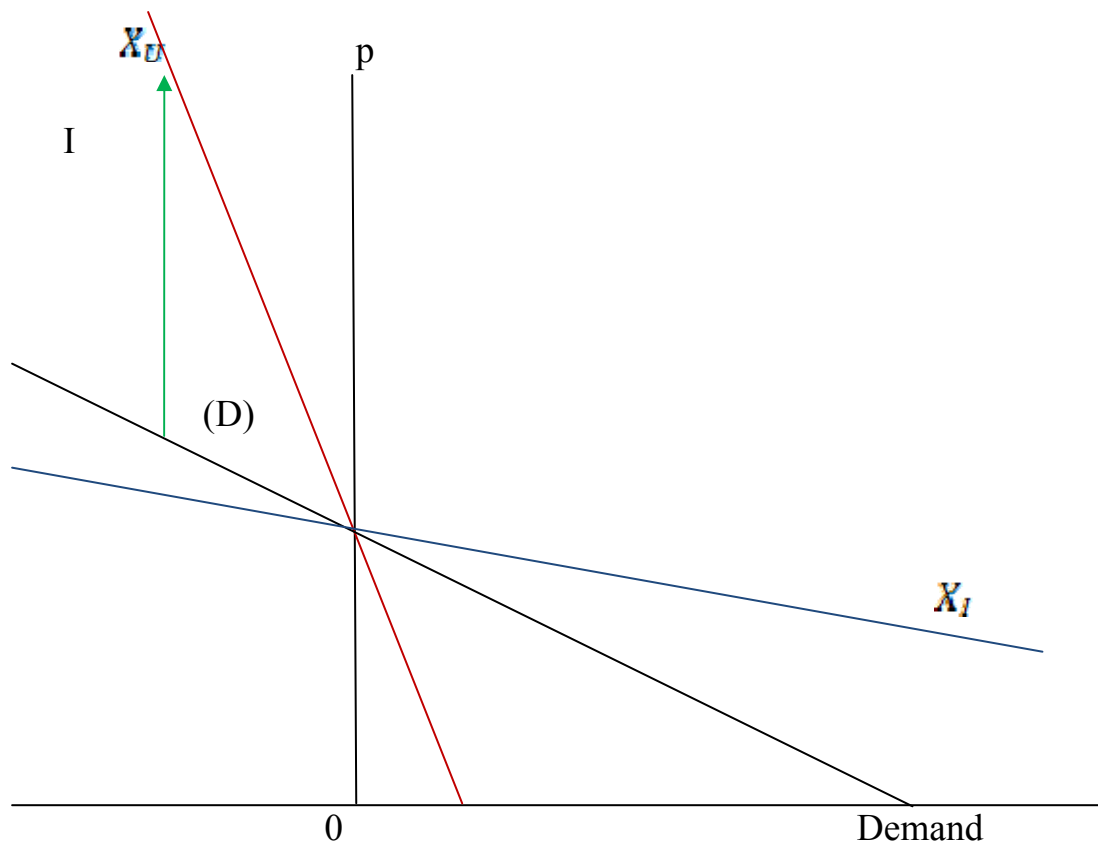
$$\begin{aligned} - X_I &= \rho_s (s - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_s) (\bar{\theta} - p) ; \\ - X_U &= \rho_y (y - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_y) (\bar{\theta} - p) . \end{aligned}$$

Le due funzioni hanno un formato simile : nella prima gli informed ricevono un segnale s con precisione ρ_s ; mentre nella seconda viene ricevuto un segnale y dal mercato con una precisione ρ_y più bassa. Un cambiamento del prezzo produce due effetti :

1) Altera il tasso di return atteso del titolo e tale effetto opera sul secondo termine di entrambe le espressioni precedenti. Il risultato è più alto per quelli informati , visto che loro fronteggiano minore incertezza : $\rho_s < \rho_y$.

2) Il secondo effetto solo la domanda degli uninformed, attraverso il primo termine. Siccome il segnale del mercato y è collegato positivamente a p : un prezzo più alto è un segnale di una possibile domanda più alto degli informed, e così un più alto $\bar{\theta}$. Questo sposta la domanda X_U più in alto .

I 2 effetti sono illustrati nella figura in basso :per gli agenti non informati , il primo effetto è rappresentato da (D). Lo spostamento dovuto invece al secondo effetto è rappresentato dalla freccia verticale. La domanda degli uninformed , $X_U = M X_U$, è meno elastica di quella degli informati , $X_I = x_I$.



La domanda degli Uninformed ha una elasticità di prezzo minore rispetto a quella degli informati perché il titolo è più rischioso per loro; quando il prezzo p cresce, le buone news spingono la loro domanda. La freccia verde rappresenta l'effetto informativo del prezzo. Inoltre è bene precisare che (D) ha pendenza $-(\rho_\theta + \rho_y)$, mentre X_I $-(\rho_\theta + \rho_\varepsilon)$.

Se si considera l'impatto di una precisione degli informed più alta, ρ_ε , sull'elasticità del prezzo della loro domanda si nota che quando ρ_ε aumenta la loro domanda X_I è più elastica perché il titolo è meno rischioso e la pendenza $\rho_\theta + \rho_\varepsilon$, è più piccola (vedere figura). La domanda degli uninformed è meno elastica e si configurano due effetti opposti :

- 1) Il mercato è meno rischioso, cosicché l'elasticità è più alta (la linea con pendenza $-(\rho_\theta + \rho_y)$, ruota in senso antiorario) ;
- 2) Il mercato è più informativo e questo fa sì che l'elasticità decresce .Tale effetto domina l'altro.

L'effetto globale sull'elasticità della domanda totale è ambiguo infatti, se gli uninformed dominano con una M molto alta (dovuta o alla loro quantità o alla loro bassa avversione), la domanda totale è meno elastica quando la precisione degli agenti informati aumenta.

La varianza del prezzo .

Le fluttuazioni del prezzo sono guidate da variazioni del disturbo Q e dal segnale s degli informed . Usando l'espressione (6) si trova che la varianza

del prezzo è :
$$\sigma_p^2 = \alpha^2 \left(\frac{1}{\rho_\theta} + \frac{1}{\rho_s} + \frac{1}{\rho_s^2 \rho_Q} \right) \quad \text{con} \quad \alpha =$$

$$\frac{\rho_s + M\rho_y}{\rho_\theta + \rho_s + M(\rho_\theta + \rho_y)} \quad \text{e} \quad \rho_y = \frac{\rho_s^2 \rho_Q}{1 + \rho_s \rho_Q} .$$

L'effetto della precisione degli informed ρ_s sulla varianza del prezzo è ambiguo anche in tal caso , infatti : lo shock Q ha un impatto sul prezzo che è inversamente correlato all'elasticità della domanda. Un effetto poco chiaro si può avere , inoltre, anche sul disturbo del segnale s.

L'aggregazione dell'informazione privata.

Nella formulazione principale dei CARA models , gli agenti informati hanno una eterogeneità di informazione che il mercato aggrega. Le loro azioni riflettono la loro informazione privata e quella del mercato, la quale è generata a sua volta dalle azioni degli stessi . C'è quindi un numero continuo

di agenti informati indicizzati da i che è distribuito su $[0,1]$. Ognuno come già visto riceve un segnale $s_i = \theta + \varepsilon_i$.

Il rumore ε_i è indipendente da quello di mercato che origina in Q . Si assume che la domanda di ogni agente informato è funzione lineare del suo segnale e quindi anche del vero valore di θ . Quindi ne deriva che l'osservazione del mercato è equivalente all'osservazione di un segnale $z = \theta + \varepsilon_z$ dove ε_z rappresenta il disturbo della varianza $1/\rho_z$, indipendente dalle altre variabili. In sostanza, la variabile z gioca lo stesso ruolo della variabile y nel modello precedente e si procede con il trovare la variabile z e la sua precisione ρ_z .

Dalla domanda dell'agente i si deduce che :

$$x_i = \rho_s (s_i - \bar{\theta}) + \rho_z (z - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_s + \rho_z) (\bar{\theta} - p)$$

Integrando su i e usando la Legge dei grandi numeri, si trova quella specifica degli informed :

$$X_I(p) = \rho_s (\theta - \bar{\theta}) + \rho_z (z - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_s + \rho_z) (\bar{\theta} - p)$$

Da cui si deriva che l'equilibrio di mercato è equivalente in termini di informazione all'osservazione di $X_I(p) + Q$. Quando p sono stati trovati, i termini pubblicamente osservabili in z e p sono stati trovati, l'equilibrio è equivalente per informazione alla variabile $\rho_s \theta + Q$. Tale variabile sintetizza l'informazione generata dal mercato, e si può dire che è identica a z :

$$z = \theta + \frac{Q}{\rho_s} \quad \text{con precisione} \quad \rho_z = \rho_s \rho_Q \quad . \quad (7)$$

La precisione è più alta rispetto al modello precedente dove l'informazione privata era identica per tutti, questo perché il mercato mette insieme i segnali

indipendenti e privati su θ . La domanda degli agenti non informati invece, è la stessa, e l'equazione di equilibrio è la seguente :

$$\rho_c (\theta - \bar{\theta}) + \rho_z (1 + M) (z - \bar{\theta}) + (\rho_\theta + \rho_z) (1 + M) (\bar{\theta} - p) + \rho_c (\bar{\theta} - p) + Q = 0$$

, che come si è già visto può essere riscritta

$$p - \bar{\theta} = \beta \left(\theta - \bar{\theta} + \frac{Q}{\rho_z} \right) = \beta (z - \bar{\theta}) \quad \text{con} \quad \beta = \frac{\rho_z + \rho_z(1 + M)}{\rho_z + (1 + M)(\rho_\theta + \rho_z)}$$

$> \alpha$

La funzione prezzo è simile alla (6). La lista di domanda (degli ordini) è meno elastica ora perché il mercato mette insieme segnali indipendenti da i diversi agenti e quindi è più informativo. Se gli uninformed fossero risk-neutral, ossia $M \rightarrow \infty$, il prezzo sarà dato da :

$$p - \bar{\theta} = \frac{\rho_z^2 \rho_Q}{\rho_\theta + \rho_z^2 \rho_Q} \left(\theta - \bar{\theta} + \frac{Q}{\rho_z} \right)$$

3.6.3) La Convergenza delle Beliefs .

Il prezzo di equilibrio fornisce un segnale sul valore fondamentale del titolo. Una sequenza di equilibri invece, data una costante fondamentale, fornisce una precisione crescente sullo stesso. Il tasso di convergenza della varianza della distribuzione soggettiva è analizzato in questa sezione attraverso un modello “a tentativi”, dove si procede con lo studio della convergenza. Si deducono infatti due diversi risultati :

- 1) Quando gli agenti ricevono l'informazione privata senza costo e piazzano ordini limitati, la convergenza è veloce.
- 2) Se invece piazzano ordini di mercato, è lenta.

Tali risultati si applicano a diverse classi di funzioni di utilità : se le beliefs convergono alla verità (incertezza a zero), e per livelli di incertezza bassi il problema decisionale viene approssimato attraverso la funzione di utilità CARA .

Da assunzione , il valore di θ fuoriesce dalla distribuzione $N(\bar{\theta}, 1/\rho_{\theta})$ e rimane costante ad ogni tempo. Il segnale che ogni agente riceve s_t arriva all'inizio di ogni tempo e come nel precedente modello ogni agente piazza ordini nello stesso modo e il prezzo di equilibrio viene determinato ugualmente.

Tuttavia il mercato effettivamente apre le contrattazioni attraverso un processo alla Poisson con probabilità π in ogni periodo. Se il mercato apre tutte le transazioni avvengono come in un modello ad un periodo, altrimenti , con probabilità $1 - \pi$, il prezzo di equilibrio al tempo t , p_t , viene aggiunto all'informazione pubblica, ed il processo continua d andare avanti : gli agenti continuano a piazzare ordini al tempo $t+1$ e così via, precisando che il valore di θ è realizzato dopo che tutti i rounds sono stati effettuati.

Il processo che ci si propone di spiegare deriva dal Modello già accennato di Vives ('95) e tecnicamente è molto conveniente, infatti, in ogni round, la domanda di un agente è la stessa come nel modello ad un periodo (se tutte le richieste fossero esaudite ad ogni turno tutto sarebbe più complesso).

Ordini limitati e apprendimento veloce.

Quando gli agenti piazzano ordini limite in un processo a tentativi come quello che si sta analizzando, si ha un modello ad un periodo ad ogni round: ad ogni tempo il mercato è equivalente in termini informativi alla variabile z nella (7) . Ne segue che se ρ_t è la precisione in θ alla fine del round t , allora

$p_t = p_0 + t \frac{p_1 - p_0}{2}$. La precisione aumenta linearmente con il numero dei rounds.

Ordini di mercato e apprendimento lento.

Finora abbiamo considerato ordini limitati , mentre il modello che si presenterà solamente (Vives 1995) , considera l'effetto di ordini di mercato sulla convergenza delle beliefs.

Gli informed fronteggiano una ulteriore incertezza sul return dei titoli rappresentata dall'incertezza del prezzo di transazione. Infatti quest'ultimo potrebbe diminuire il numero dei loro trades nel mercato e di conseguenza anche l'ammontare dell' informazione che loro apportano attraverso le transazioni. L'effetto di tale incertezza dipende dall'esistenza di arbitraggisti neutrali al rischio.

L'ordine di mercato di un informed è nella forma :

$$x = \frac{E[\theta|s] - E[p|s]}{VAR[\theta|p,s]} \quad (8)$$
 dove sia il valore atteso che la varianza sono condizionati all'informazione dell'agente ma non dipendono dal prezzo, che non può essere osservato al momento che l'ordine viene piazzato. Ora ci sono 2 casi :

- 1) Si assume prima che gli agenti disinformati siano neutrali al rischio. All'aumentare del numero dei rounds , l'incertezza tende a zero, e gli arbitraggisti assegnano la maggior parte delle variazioni dei flussi di ordine (provenienti sia dagli agenti informed che noise) agli agenti noise. Siccome loro aggiustano le variazioni attribuite al rumore, la variazione del prezzo converge a zero sempre. Inoltre , la domanda degli ordini limitati fatta dagli informed è asintoticamente la stessa

degli ordini di mercato, e le proprietà di convergenza delle beliefs sono asintoticamente le stesse per i due tipi di ordini.

2) Si assume invece che gli uninformed siano avversi al rischio :

Loro non si coprono completamente dall'incertezza proveniente dai noise, quindi la variazione sui returns rimane sopra un numero strettamente positivo. La domanda quindi degli informed è guidata dal numeratore della (8) , ossia dalla loro aspettativa sul fondamentale di θ . Questa domanda è integrata con quella dei noise traders con varianza costante. Il social learning converge verso la verità (Siamo esattamente nella stessa situazione descritta in Vives '95) , ma la varianza dello stimatore converge a zero come $\frac{1}{n^{\frac{1}{2}}}$ dove n è il numero delle osservazioni del mercato.

Nel caso di ordini limitati , la precisione del mercato non diminuisce il social learning . perché la diminuzione dell'effetto dell'informazione privata sul numeratore della domanda è esattamente compensato da quella della varianza del denominatore. Quando gli agenti non informati sono neutrali al rischio in un mercato con ordini di mercato e non limite, la varianza di un return dell'ordine non converge a 0, e non avviene nessun effetto di compensazione.

3.6.4) Equilibri multipli, Crashes e Booms.

Le teorie sulla copertura del portafoglio consigliano di vendere parte del portafoglio quando il suo valore declina (per limitare le perdite) e comprare quando i prezzi salgono. Quando questi scendono , per esempio, gli agenti potrebbero vendere e vendere fino al punto di creare un crash (in caso contrario un boom) .

Lo studio fatto da Genotte e Leland che si prenderà in esame, è basato proprio su questo: il metodo di analisi coinvolge diversi agenti con una strategia

propria dei modelli CARA gaussiani , ossia basata sul prezzo ($D(p)$). E sommando quella di tutti gli agenti (domanda totale netta), potrebbe avere pendenza positiva per una classe di valori e tale proprietà potrebbe generare equilibri multipli. Quando i fondamentali spostano la domanda totale, uno di questi equilibri può scomparire, generando un jump (in alto o in basso) del prezzo, scatenando anche qui un boom o crash nel mercato.

Tali situazioni però necessitano di alcuni ingredienti:

- $D(p)$ deve avere pendenza positiva ;
- La domanda degli agenti razionali deve essere sufficientemente anelastica (altrimenti quella totale non ha pendenza positiva) ;
- Se la $D(p)$ è osservabile o no dagli agenti è di cruciale importanza : infatti, se ad esempio , questi credono che non ci sia così tanta domanda quando invece c'è, il prezzo scenderebbe , e tale caduta sarebbe amplificata dai price traders, che interpretano male vendendo quindi di più : si ha come conseguenza un crash.

G. e L. usano i modelli CARA dove gli agenti hanno dei segnali indipendenti e aggiungono agenti che hanno qualche informazione sugli agenti noise. Tale assunzione è usata per generare una domanda degli agenti razionali sufficientemente inelastica.

Il Modello .

L'equazione di equilibrio è :
$$\frac{E_I[\theta] - p}{VAR_I(\theta)} + Q + A (E[\theta|p] - p) + D(p) = 0$$
 (9)

Supponiamo poi, che la domanda dei price traders $D(p)$ sia osservabile, tutti quindi conoscono la (9). E la si riscrive nella forma :

$$s - \bar{\theta} + \frac{1}{\rho_s} = Q = \psi(p) \quad (10)$$

$$\text{dove } \psi(p) = -\frac{\rho_s \rho_\varepsilon}{\rho_s} (\bar{\theta} - p) - \frac{1}{\rho_s} (A(E[\theta|p] - p) - \frac{D(p)}{\rho_s}) .$$

Ora si procede con l'analisi del modello prendendo in considerazione la domanda dei noise traders prima in senso decrescente, poi crescente.

Nel primo caso si assume quindi che la domanda sia decrescente come tutte le curve di domanda e supponiamo ci sia una soluzione di equilibrio.

Si considera poi che ci sia una funzione $\psi(p)$, strettamente continua e crescente. Dalla formula (10) si scopre una relazione tra il lato sinistro e prezzo dalla quale si arriva : $z = s - \bar{\theta} + \frac{1}{\rho_s} Q$.

Gli uninformed possono così costruire le loro aspettative $E[\theta|p]$ dalle loro osservazioni. Abbiamo visto precedentemente che questo valore atteso è funzione crescente del prezzo con una pendenza minore di 1 : $(E[\theta|p] - p)$ è decrescente in p . Allora sostituiamo nella parte destra della seconda linea della (10) per ottenere $\psi(p)$ che soddisfa l'assunzione iniziale di una funzione decrescente. Sotto tali condizioni per i price traders l'equilibrio esiste e viene trovato. Ora , riscrivendo l'equazione di equilibrio come uguaglianza tra offerta dei price traders $S(p) = -D(p)$ e domanda di tutti gli altri agenti, chiamata con $X(s, Q, p)$, dove $s = \bar{\theta} + \frac{1}{\rho_s}$:

$$\frac{E[\theta] - p}{VAR_I(\theta)} + Q + A(E[\theta|p] - p) = X(\bar{\theta} + \frac{1}{\rho_s}, Q, p) = S(p) .$$

Quando D è decrescente in p allora $S(p)$ è crescente . la domanda X dipende dalla funzione di offerta dei price traders, perché tale funzione influenza le proprietà segnaletiche del prezzo. Gli uninformed interpretano l'aumento del prezzo come una buona notizia per gli informed . Una risalita invece,

dell'offerta affievolisce le fluttuazioni del prezzo cosicchè un aumento del prezzo è più indicativo di una buona news e indurrebbe un rialzo più ampio della domanda degli uninformed.

Nel secondo caso invece, si analizza il caso in cui la domanda dei price traders è crescente nel prezzo, per motivi legati alla copertura. In tal caso il meccanismo di copertura è lo stesso di prima. L'offerta negativa amplifica la variazione del prezzo, e quindi la domanda degli uninformed è più elastica.

Assumendo ora che, l'offerta ha per un range di valori, una elasticità negativa con valori assoluti grandi, la domanda X ha due intersezioni con l'offerta. L'informazione contenuta nei due prezzi p_a e p_b è la stessa. Infatti, entrambe rivelano gli spostamenti sulla curva di domanda, ossia z .

Le intersezioni tra domanda e offerta devono essere in uno dei due prezzi lungo la curva di offerta con prezzi $p \geq \bar{p}$ e $p \leq \underline{p}$.

Supponendo ora che uno shock sposti x più in basso. I prezzi rispondono prima con una graduale diminuzione. Per alcuni valori di z , tuttavia, il prezzo di equilibrio salta al livello del prezzo più basso portandoci verso un ipotetico crash. Come sempre, con equilibri multipli, il crash potrebbe avvenire sempre anche con tali spostamenti dal prezzo alto a quello basso.

Price traders non percepiti.

Altro caso interessante risulta essere il seguente: si ipotizza che con probabilità π c'è una offerta da parte dei price traders $S(p)$ e con $1-\pi$ non c'è, ossia $S(p) = 0$. Gli altri agenti conoscono la probabilità dell'evento ma non possono osservare le realizzazioni. Per semplificare si assume π molto prossimo a zero, stiamo quindi assumendo che gli agenti razionali ignorano la possibilità dell'esistenza dei price traders ($\pi = 0$) ma questi comunque potrebbero esserci.

La domanda X è meno elastica del caso precedente ed equilibri multipli possono esserci, e non esserci nel caso $S(p)$ fosse osservabile. Supponendo uno shock negativo su z , i prezzi crollano, poi a causa della copertura i price traders vendono amplificando di conseguenza lo shock. Gli uninformed interpretano come brutte notizie sui fondamentali e non come strategie di copertura. Questo ha come risultato il fatto che la loro domanda diminuisce ancora di più arrivando ad un crash. (o ad un Boom , nel caso opposto).

3.7) Frenesie Finanziarie.

In questa sezione vengono affrontate tre problematiche :

- 1) L'integrazione tra learning e coordinazione in un modello di attacchi speculativi che è basato su un mercato finanziario gaussiano con ordini di mercato;
- 2) L'equilibrio auto soddisfacente con grande incertezza endogena e un basso livello di trades nei mercati finanziari;
- 3) L'assenza di conoscenza comune in una bolla che si conclude con un Crash.

3.7.1) Attacchi speculativi contro un tasso di cambio fisso.

Regimi di tassi di cambio fissi sono opportunità per attacchi speculativi . Con le impostazioni proprie di un modello ad un periodo, quello globale potrebbe risolvere il problema della selezione tra equilibri multipli. Tuttavia, non riesce ad incarnare alcune importanti caratteristiche proprie dei mercati delle valute.

Un ' importante proprietà del modello ad un periodo è che tutti gli agenti devono prendere la decisione di investimento una volta e simultaneamente. Non c'è interazione tra l'apprendimento degli altri(dalle azioni) e le decisioni

strategiche. Nella metodologia globale (quello che riguarda il problema della selezione dell'equilibrio tra equilibri multipli in un gioco ad un periodo) richiede che la distribuzione debba avere una coda di agenti su entrambe i lati per i quali la strategia dominante è di attaccare o non attaccare la valuta. In un contesto multi periodale, una cosa potrebbe scomparire e tale metodo non è applicabile nel periodo successivo a meno che un nuovo shock la rigenera. E se il periodo è breve (come durante gli attacchi speculativi) un tale shock è equivalente a un salto discontinuo dei parametri e non è plausibile. Inoltre, un fattore determinante è rappresentato dalla possibilità che ci sia un costo fisso di transazione, giocando un ruolo fondamentale nel modello ad un periodo.

Nel modello che si prenderà in considerazione si assume il tasso di cambio fisso non ammettendo nessun tipo di variazioni. A meno che la valuta appartiene ad una zona monetaria (Come ha fatto L'Euro tra '99 e 2002), alcune fluttuazioni sono ammesse. Tali fluttuazioni procurano due tipi di effetti opposti: il primo è di fornire un canale di comunicazione, la quale aumenta il rischio di attacco; il secondo invece diminuisce tale rischio introducendo una penalità nel caso l'attacco fallisca : infatti dopo che questo avviene , il prezzo della valuta straniera crolla, in modo da generare una perdita per chi la detiene. Tale penalità incombe senza nessun costo di transazione ad hoc .

Riguardo al payoff, questo è indipendente dalle azioni dei players se l'attacco è andato bene. Tutte le offerte sono effettuate al vecchio tasso, e gli speculatori guadagnano dal deprezzaggio della moneta. Tuttavia c'è il rischio di arrivare tardi all'assalto. Infatti il modello dovrebbe incorporare il trade-off tra arrivare presto , con un costo più basso ,meno informazione ed a un tasso favorevole, rispetto ad aspettare per avere maggiore informazione ma arrivare troppo tardi.

In molti di tali modelli, la banca centrale ha informazione perfetta sullo stato del mondo, tuttavia un fattore critico al successo di un attacco speculativo è la distribuzione delle caratteristiche degli speculatori di cui la banca centrale potrebbe non avere informazione. Inoltre, altri fattori da tenere in considerazione in merito al modello che si presenterà sono rappresentati da :

- Il tasso di cambio può fluttuare entro una banda, e una svalutazione avviene solo se si supera il tetto di questo.
- La massa/quantità degli speculatori è un parametro incerto : ci sono due stati, alto: se la quantità è sufficientemente alta da portare ad una svalutazione se tutti comprano la moneta estera. Al contrario se basso.

L'enfasi è spostata sulle opportunità offerte dai settaggi dinamici per attacchi speculativi quando gli agenti hanno aspettative eterogenee sulla quantità dei potenziali speculatori. In ogni caso considerato, ci sarà un equilibrio senza attacchi, anche se, sotto tali condizioni che saranno sottoposte ad analisi, questi saranno possibili sotto un equilibrio. Tale tipo di equilibrio può essere evitato solamente attraverso strumenti di politica.

Infine, come si è visto in precedenza , le esternalità di payoff (se agire o non) giocano un ruolo importante.

Il modello è costruito con una struttura standard del mercato finanziario con noise traders. La caratteristica principale è che gli speculatori osservano il tasso alla fine di ogni periodo e piazzano ordini di mercato per il periodo successivo. La banca centrale può prevenire gli attacchi grazie alla possibilità o di allargare la banda del tasso oppure operando lei direttamente.

Il modello.

- Ci sono un numero finito di periodi $T+1$ e un numero continuo di speculatori (agenti) di quantità $\theta \in \{\theta_0, \theta_1\}$.
- In ogni periodo ogni agente può avere al massimo una unità di moneta estera (asset).
- All'inizio del primo periodo, tutti quanti hanno solamente moneta domestica e nel $t+1$ tutti lasciano la posizione (tutti ossia, dovranno tenere solo quella domestica alla fine $t = T+1$).

Ordini di mercato.

All'inizio di ogni periodo, gli agenti possono scambiarsi moneta attraverso ordini buy/sell e sono di tipo market (ossia loro specificano la quantità per ogni prezzo di mercato ad ogni periodo).

Inoltre, l'ordine dipende dall'informazione disponibile all'inizio del periodo e dalle aspettative razionali, data quell'informazione, dei prezzi di transazione. Gli ordini di mercato incorporano la natura del trade.

Come alternativa si hanno i limit order, ossia, in tal caso loro sottoscrivono la loro lista di ordini (tabella) potenziale, condizionata all'informazione rivelata dal prezzo di equilibrio. Gli ordini sono eseguiti a tale prezzo, e gli agenti non possono modificare le loro offerte dopo la chiusura del mercato. Inoltre, nessun razionamento può avvenire.

Questa tipologia di settaggi non risulta adeguata per simulare un bank run oppure una situazione in cui gli agenti potrebbero cambiare il loro trade una volta che il prezzo di equilibrio si sia saputo. Gli equilibri saranno simmetrici.

Siccome gli agenti sono risk-neutral, il payoff per piazzare un ordine di ammontare $1 < 1$ per l'asset sarà equivalente a quello per un ordine di 1 piazzato con probabilità 1. Si assumerà la seconda notazione per facilitare

presentazione , infatti, così facendo, un agente, o detiene una unità di asset (asset Holder) oppure no (Currency Holder).

Il mercato per l'asset.

Precisando che il round non parte al tempo t se prima non è avvenuta alcuna svalutazione, definiamo con λ_{t-1} la frazione di agenti che detengono l'asset all'inizio del tempo t . Quindi la massa intera sarà data da $\lambda_{t-1}\theta$. Ora, come accennato precedentemente si considerano solo strategie simmetriche : ossia ce ne sarà una per chi detiene l'asset e una per chi detiene la moneta. Si assume che ζ_t sia la parte di agenti che piazzano ordini di mercato dell'asset al tempo t , e facendo un abuso di notazione tale variabile denoterà anche la strategia dei detentori di moneta che piazzeranno ordini di acquisto con probabilità $\frac{\zeta_t}{(1-\lambda_{t-1})}$. La strategia di chi detiene l'asset sarà semplice : se alcuni agenti comprano in equilibrio, nessuno di questi vende, mentre se chi è asset holder vende tutti venderanno.

Supponendo che $\zeta_t > 0$, data la quantità degli ordini $\zeta_t\theta$, la domanda per l'asset al tempo t sarà $(\lambda_{t-1} + \zeta_t)\theta$, e quella totale sarà logicamente la somma di tutte quelle individuali insieme ad un rumore esogeno η_t (distribuzione stazionaria , indipendente e con media 0).

L'offerta dell'asset invece, è una funzione limite del prezzo : $S(p) = (p-1)/a$, dove a è un parametro fisso . Il valore di S rappresenta l'offerta netta quando il prezzo si allontana dal punto di mezzo della banda di fluttuazione del tasso di cambio, che può essere interpretato come un valore di lungo corso determinato dal trade reale e dalle politiche.

Tale prezzo di lungo corso, è un valore di equilibrio quando non ci sono attacchi speculativi, ed è normalizzato a 1. L'offerta tabellare $S(p)$ può essere definito quanto meno come la domanda netta dei Market makers avversi che piazzano ordini che potrebbero portare informazione, rivelata attraverso i prezzi di transazione. La loro domanda netta è nella forma :

$$\frac{K \left(E \left[\frac{p_{t+1}}{\square} p_t \right] - p_t \right)}{VAR \left[\frac{p_{t+1}}{\square} p_t \right]} \quad \text{dove } p_t \text{ e } p_{t+1} \text{ sono i prezzi e } k \text{ è soltanto un parametro.}$$

I market makers assegnano un valore minore alla probabilità ex-ante dello stato θ_1 rispetto agli speculatori, di conseguenza questi, valuteranno allo stesso modo la probabilità che ci sia una massa alta di speculatori, facendo così diminuire il prezzo. La probabilità aggiornata di una valutazione è ancora

bassa : $E \left[\frac{p_{t+1}}{\square} p_t \right] = 1$ e la VAR di p_{t+1} è costante nella distribuzione soggettiva.

Nel caso appena descritto la loro domanda netta è nella forma $(1-p)/a$ con $a =$

$$VAR \left[\frac{p_{t+1}}{\square} p_t \right] \frac{1}{K} .$$

Se il prezzo corrente p_t ha un effetto significativo sul valore attuale $E \left[\frac{p_{t+1}}{\square} p_t \right]$, un prezzo più alto, sposta la curva di domanda più alta, e l'effetto è equivalente ad una curva di domanda meno elastica.

Ora l'analisi si sposta sulla elasticità, studiando gli effetti nel caso sia minore e quindi seguire gli effetti che provoca sulle proprietà del modello. La offerta $S(p)$ può inoltre incorporare la strategia degli altri agenti il cui trade dipende solo da p_t . Il regime sul tasso di cambio entro le bande di fluttuazione stabilisce che il prezzo dell'asset può fluttuare in una banda sotto un valore

soglia $1+\gamma$, con $\gamma > 0$. Se il prezzo di equilibrio è sopra $1+\gamma$, avviene una svalutazione . L'evento che il prezzo invece stia al di sotto della soglia ha una probabilità così bassa che sarà ignorato. La assunzione che si applica riguarda il fatto che nessuna valutazione avviene al tempo t , e lasciamo che p_t sia il prezzo determinato dall'equilibrio:

$$p_t = 1 + a \left((\lambda_{t-1} + \zeta_t) \theta + \eta_t \right). \quad (11)$$

Se $p_t \leq 1+\gamma$ il prezzo che fa incontrare domanda e offerta è all'interno della banda ed è uguale a p_t : non ci sono svalutazioni al periodo t , tutti i buyers sono soddisfatti e la frazione degli agenti che detiene l'asset all'inizio del periodo successivo è $\lambda_t = \lambda_{t-1} + \zeta_t$. Se invece $p_t > 1+\gamma$, il prezzo a cui domanda e offerta si incontrano è maggiore di quanto è ammesso dalla banda di fluttuazione . Si lascia che $\bar{X}$ sia il valore massimo della domanda che può esserci grazie ad un equilibrio nella banda , dalla (11) $\bar{X}$ è definito da $\gamma = a\bar{X}$ ed in questo caso avverrebbe una svalutazione e tutti gli ordini non potranno essere eseguiti. Per semplificare il processo, si presume inizialmente che i noise traders lascino la posizione al tempo $t-1$, e che poi piazzino i loro ordini al tempo t (tutti sono eseguiti). L'ammontare dell'asset disponibile per nuovi ordini senza svalutazioni è quindi dato dalla $\text{Max} (\bar{X} - \lambda_{t-1}\theta - \eta_t , 0)$.

Si suppone che la massa dei nuovi ordini in t sia strettamente positiva ($\zeta_t > 0$) ; sempre per assunzione i nuovi ordini sono eseguiti con la stessa probabilità , che rappresenta la più alta . Il prezzo di transazione è il più alto possibile nella banda, $1+\gamma$, e la probabilità di un ordine di acquisto è:

$$\pi = \frac{\text{Max} (\bar{X} - \lambda_{t-1}\theta - \eta_t , 0)}{\zeta_t \theta} \quad \text{per costruzione} \quad 0 \leq \pi \leq 1.$$

Se una svalutazione avviene, il prezzo dell'asset è fissato a $1+A$ dove $A > \gamma$ è un parametro fisso.

L'informazione.

Lo stato di θ non è osservabile. All' inizio del primo periodo, tutti gli agenti hanno una probabilità soggettiva μ_0 dello stato alto θ_1 . Alla fine di ogni periodo t , nel caso avviene una svalutazione il gioco termina, altrimenti va avanti ; gli agenti osservano i prezzi al tempo t e li usano per aggiornare le loro beliefs con la regola Bayesiana. Poi , siccome le strategie sono conoscenze comuni , gli agenti conoscono la frazione di quelli che piazzano ordini in t . Di conseguenza è conoscenza comune anche quanti hanno l'asset al periodo successivo (λ_t). Si dimostrerà che il gioco che inizia al periodo successivo dipende soltanto da t e da λ_{t-1}, μ_{t-1} .

Payoffs.

Il payoff di un agente è la somma dei valori scontati dei trades in tutti i periodi , valutati nella moneta interna. Il fattore di sconto δ , compreso tra 0 e 1 , incorpora la differenza positiva tra il tasso di return della moneta interna e quello dell'asset , per un tasso di cambio fisso. Questa differenza positiva assicura che la banda sia sostenibile. In un equilibrio , se non ci sono attacchi speculativi , gli speculatori preferiscono tenere la moneta.

L'equilibrio.

Evoluzione delle beliefs.

Nel caso in cui non ci sono svalutazioni in t , $p_t = 1 + a y_t$. Usando questa equazione, l'osservazione di p_t è equivalente a quella relativa alla domanda totale :

$y_t = (\lambda_{t-1} + \zeta_t)\theta + \eta_t$, che ci dà un segnale su θ . Siccome gli agenti conoscono la strategia $\lambda_{t-1} + \zeta_t$, l'osservazione di y_t equivale ad osservare la seguente variabile:

$$z_t = \theta + \frac{\eta_t}{\lambda_{t-1} + \zeta_t}.$$

L'informazione portata dal mercato (condizionata alla mancata svalutazione) aumenta con la frazione degli agenti che piazzano. Ricordando che le beliefs all'inizio del periodo t sono denotate con μ_{t-1} e denotando con $f(n)$ la densità di η (indipendente da t) scriviamo che la belief aggiornata al periodo

successivo è data da:

$$\frac{\mu_t(y_t; \lambda_{t-1} + \zeta_t, \mu_{t-1})}{1 - \mu_t(y_t; \lambda_{t-1} + \zeta_t, \mu_{t-1})} = \frac{\mu_{t-1} f[(y_t - (\lambda_{t-1} + \zeta_t)\theta_1)]}{(1 - \mu_{t-1}) f[(y_t - (\lambda_{t-1} + \zeta_t)\theta_0)]}.$$

Payoff di un ordine.

Se $y_t > \bar{x}$ avviene una svalutazione ed il payoff ex-post è
$$\frac{(A - \gamma) \max(\bar{x} - \lambda_{t-1}\theta - \eta, 0)}{\zeta_t \theta}.$$
 Altrimenti, se nessuna svalutazione

avviene in t , lo stesso payoff è rappresentato dal valore di tenere l'asset sottraendo il prezzo di acquisto: $u(\theta, \eta) = \delta V_{t+1}(\lambda_{t-1} + \zeta_t, \mu_t) - (1 + a y_t)$. Dove il valore nel continuo, V_{t+1} , dipende dalla frazione degli speculatori che detengono l'asset $\lambda_t = \lambda_{t-1} + \zeta_t$, dalla belief μ_t alla fine del periodo t .

Il payoff di un ordine è il valore attuale del payoff ex-post per tutti i possibili valori di θ e η . Se la funzione di densità cumulata di (θ, η) , è denotata con $F(\theta, \eta; \mu_{t-1})$ il payoff è dato da:

$$\mu_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = \int_{y_t \leq x} (A - \gamma) \frac{\max(\bar{x} - \lambda_{t-1}\theta - \eta, 0)}{\zeta_t \theta} dF(\theta, \eta; \mu_{t-1}) +$$

$$f_1(y_t(t < X)) \left(\delta V_1(t+1)(\lambda_{t-1} + \zeta_t, \mu_t) - (1 + a y_t) \right) dF(\theta, \eta; \mu_{t-1}) .$$

L'Arbitraggio e il payoff dell 'attesa.

In equilibrio il payoff di attendere è uguale a quello di prendere una decisione finale nel periodo successivo, o di piazzare un ordine di acquisto in $t+1$ oppure di non farlo mai. Il payoff risultante è :

$$w_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = \delta f_1(y_t(t < X)) \max [U_1(t+1)](\lambda_{t-1} + \zeta_t, \mu_t),$$

0) $dF(\theta, \eta; \mu_{t-1})$ dove U_t è il valore di tenere la moneta interna.

Siccome la massa dei detentori di asset non è maggiore di 1, abbiamo che $\zeta \in (0, 1 - \lambda_{t-1})$ e la condizione necessaria per cui ζ sia un valore di equilibrio in t è che il payoff di un ordine di acquisto è almeno uguale a quello di una attesa: $\mu_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) \geq w_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$.

Primo caso : Se non c'è $\zeta > 0$ che soddisfa la precedente disequazione , il valore di equilibrio è $\zeta_t = 0$, e il gioco termina in t con l'equilibrio in zero, inoltre, gli speculatori tengono soltanto la moneta per tutti i periodi rimanenti.

Secondo caso : Se invece, $\zeta > 0$ t.c. la precedente è soddisfatta il valore di equilibrio sarà rappresentato da

$$\zeta_t \text{ Max } \{ \zeta \in (0, 1 - \lambda_{t-1}) \mid \mu_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) \geq w_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) \}$$

In generale , la strategia in t è una funzione $\zeta_t = \varphi_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$ con

$$\varphi_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = \text{Max}_{\{ \zeta \in (0, 1 - \lambda_{t-1}) \mid \mu_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) \geq w_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) \}} \quad (12)$$

Quando $\zeta_t = \varphi_t > 0$, avviene un attacco speculativo, e si manifesta attraverso queste due tipologie :

- 1) Se $\zeta_t = 1 - \lambda_{t-1}$, tutti gli agenti che hanno un opzione piazzano un ordine . Siccome non ci sono nuovi ordini in t, l'attacco o avviene in t oppure fallisce con tutti gli agenti che venderanno in t+1.
- 2) Se $0 < \zeta_t < 1 - \lambda_{t-1}$, grazie alla continuità di μ_t e w_t , deve esserci una uguaglianza , $\mu_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = w_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$. In tale, equilibrio, c'è un arbitraggio tra comprare in t ad un prezzo relativamente basso con minore informazione, e aspettare fino a t+1 con maggiore informazione mentre si fronteggia il rischio di prendere il beneficio da una svalutazione in t.

La strategia $\varphi_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$ determina il payoff di un ordine di equilibrio :

$$U_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = \mu_t(\varphi_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}), \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}).$$

Valore di tenere l'asset.

Si ipotizza ora che ci sia una belief μ t.c. alcuni agenti piazzano ordini. Questi comprano dopo che ci sono stati agenti che hanno già posseduto l'asset pagando quindi un prezzo più alto. In tale situazione, se qualche agente trova profittevole provvedere ad un altro ordine, allora chi già lo ha posseduto e ha la stessa informazione preferirà tenerlo per poi rivenderlo.

Il valore di tenere l'asset all' inizio di t dipende se l'attacco speculativo continua durante il periodo. E questo valore deve soddisfare la seguente formula ricorsiva:

- Se $\varphi_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) > 0$, allora :

$$V_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = \int_{y_{t,x}} (1+A) dF(\theta, \eta; \mu_{t-1}) + \delta \int_{y_{t,x}} V_{t+1}(\lambda_{t-1}, \varphi_t, \mu_t)$$

$$dF(\theta, \eta; \mu_{t-1}).$$

- Se $\varphi_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = 0$ l'equilibrio risulta uno zero-equilibrio e $V_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) = \bar{V}$.

Determinazione dell'equilibrio a ritroso.

L'equilibrio è per tutti i periodi determinato attraverso una induzione a ritroso. La definizione di funzione di policy (12) genera un equilibrio che è stabile nel senso che piccole deviazioni della strategia di chi detiene la moneta porta una reazione verso la strategia di equilibrio.

Si assume che $\zeta_t = 1 - \lambda_{t-1} > 0$, escludendo un evento con probabilità zero, si ha che $\mu_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) > 0 = w_t(\zeta_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$. Si presuppone inoltre, che un disturbo avviene nella forma di una piccola diminuzione di ζ_t che lo porta a $\zeta'_t < \zeta_t$ (oppure una piccola frazione di currency holders non specula). Continuando, è anche vero che l'esercizio dell'opzione e la speculazione portano un payoff maggiore, $\mu_t(\zeta'_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$, piuttosto che tenere l'opzione che ha il seguente valore $w_t(\zeta'_t; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$. Quindi l'azione ottima è ancora piazzare l'ordine con probabilità pari a 1.

Supponiamo ora che ci sia un arbitraggio con $0 < \varphi_t(\lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) < 1 - \lambda_{t-1}$ e si considera tra il payoff di un ordine e quello di una attesa:

$$D(\zeta) = \mu_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}) - w_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1}).$$

Dalla definizione di φ_t , $D(\zeta) < 0$ per $\forall \zeta \in (\varphi_t, 1 - \lambda_{t-1})$, e la derivata non è uguale a zero nel punto $\zeta = \varphi_t$. Così il grafico di $\mu_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$ taglia quello di $w_t(\zeta; \lambda_{t-1}, \mu_{t-1})$ sopra il punto $\zeta = \zeta_t$: se la quantità degli ordini è diminuita dal valore di equilibrio ζ_t fino ad un valore leggermente più piccolo ζ'_t , il valore di esercizio dell'opzione, μ , diventa strettamente più alto del valore di detenere w , e l'azione ottima è di speculare.

Politiche di difesa.

Una politica di difesa è di successo se annulla la coordinazione di equilibrio associata ad un attacco speculativo. Vengono considerate diverse tipologie di politiche:

- 1) Allargamento della banda di fluttuazione : allargare la banda mentre si tiene il tasso di svalutazione invariato è equivalente ad un aumento di $\mathcal{V}$. Nel modello, se $\mathcal{V} = A$, non c'è nessun guadagno da una eventuale svalutazione. Se invece l'attacco fallisce c'è una perdita. Quindi in equilibrio non ci sono attacchi speculativi e tale proprietà tiene se $\mathcal{V}^* < \mathcal{V} \leq A$ e per alcuni $\mathcal{V}^*$ ($0 < \mathcal{V}^* < A$).
- 2) Stabilizzazione del tasso di cambio attraverso il trade : Ci sono due linee di intervento da parte delle Banche centrali: ossia quelle deterministiche e quelle random. Le prime, possono essere anticipate dagli speculatori, quindi se per esempio il prezzo della moneta estera sale (per attacco) la Banca centrale invece di vendere dovrebbe comprare.
- 3) Interventi random : si assume che la banca centrale offra un ammontare random R , che è distribuito come una normale, e scelto prima dell'apertura del mercato. Gli speculatori conoscono il parametro σ_R ma non possono chiaramente osservare R . Il trade random della Banca Centrale aggiunge rumore e riduce l'informazione contenuta nel prezzo nel primo periodo. Numerose simulazioni mostrano che la diminuzione dell'informazione riduce la possibilità di coordinazione degli speculatori.
- 4) Il tasso di interesse : muovere il tasso di interesse è uno strumento di difesa standard. Diverse simulazioni mostrano come nel modello sia efficace e lo è perché aumenta il costo della comunicazione attraverso il prezzo all'inizio di ogni attacco.

3.7.2) Ritardi di informazione nei mercati finanziari.

L'aggregazione dell'informazione privata sul valore fondamentale dell'asset è un tema importante in finanza e una domanda che sarà oggetto della analisi in questione sarà verificare se possono essere equilibri multipli che generano diversi ammontare di informazione.

Per quanto riguarda i Cara-Gauss models , dove lo stato è il valore dell'asset, la risposta è negativa. Mentre potrebbe risultare il contrario in quelli in cui lo stato è definito dalla massa degli agenti: infatti potrebbe esserci un equilibrio con un prezzo basso (perché gli agenti sono insicuri sulla loro massa totale, positiva se relazionata col prezzo futuro), e un altro dove la domanda di ogni agente è ampia e la varianza sulla futura domanda ugualmente, portando quindi ad un prezzo futuro basso.

In questa parte del capitolo, il valore di un asset dipende dalla quantità di fondi reperibili per il suo acquisto. L'incertezza sul valore è dettata da quella sulla domanda per esso in futuro. Per affinare l'analisi gli agenti non hanno informazioni di ogni tipo. L'informazione è generata dal mercato attraverso l'azione degli agenti. Infine l'incertezza sulla quantità dei fondi disponibili diminuisce la domanda per l'asset e così il contenuto informativo del prezzo di equilibrio, lasciando una incertezza significativa.

Il Modello.

Ci sono due periodi e un asset con ritorno incerto dopo il secondo periodo.

Come di consueto sono previsti due tipologie di traders: Rational e Noise. Gli agenti sono identici e hanno una domanda per il titolo nel periodo uno e due che è dettata dalla funzione di utilità Cara normalizzata a 1. Il valore di θ ci dà lo stato ed è realizzato prima del primo periodo e fisso per i due periodi ed è estratto da una normale $N(m_\theta, \sigma_\theta^2)$ non osservabile.

Il mercato nel periodo 2.

Il valore del titolo nel periodo 2, p_2 , è funzione crescente della massa degli agenti θ e per semplicità si assume una relazione lineare.:

$p_2 = a + b\theta + \varepsilon$ (13) dove ε è una variabile normalizzata $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ e dove σ_ε^2 e i parametri a e b sono pubblicamente noti.

Il mercato nel periodo 1.

L'offerta dell'asset è endogena in 1 e assunta nella forma $\beta(p_1 - \bar{p})$, dove p_1 è chiaramente il prezzo in 1 e $\bar{p}$ un parametro. La domanda di un agente in

$$1 \text{ è data da : } x = \frac{E[p_2] - p_1}{VAR[p_2]} \quad (14).$$

E l'equazione dell'equilibrio di mercato nel periodo 1 è $\theta x + \eta = \beta(p_1 - \bar{p})$ (15), dove η è la domanda dei noise che è distribuita come $N(0, \sigma_\eta^2)$.

L'equilibrio.

Siccome tutti gli agenti hanno la stessa domanda, il valore di x in 1 è comunemente conosciuto. Usando la (13) per p_2 abbiamo che $E[p_2] = a + bE[\theta]$ e $VAR[p_2] = b^2 VAR(\theta)$. Gli agenti razionali useranno le osservazioni sul prezzo e la conoscenza su (15) per aggiornare le loro distribuzioni di probabilità su θ . Nell'equazione (15) gli agenti conoscono la parte destra. L'osservazione di p_1 quindi equivale a osservare un flusso di

ordine $Y = \theta x + \eta$, che sarebbe un segnale di disturbo su θ , che sarebbe equivalente dal punto di vista informativo a : $Z = Y/x = \theta + \eta/x$. (16)

Il tasso del segnale al rumore dipende dalla domanda individuale x : se è piccola il rumore η diminuisce la componente endogena θx nella domanda Y (oppure la varianza di η/x è maggiore in Z) e il tasso del segnale al rumore è piccolo. Una domanda alta x di tutti gli agenti diminuisce la varianza di θ e quindi ha un effetto positivo su quella singola di ogni agente. Questa proprietà di strategica complementarietà sarà critica in caso di equilibri multipli. Seguendo l'osservazione del prezzo p_1 o equivalentemente

Z , la distribuzione di θ è aggiornata da $N(m_\theta, \frac{1}{\rho_\theta})$ a $N(\tilde{m}_\theta, \frac{1}{\tilde{\rho}_\theta})$ con $\tilde{\rho}_\theta = \text{VAR}(\theta | p_1) = \rho_\theta + \rho_\eta x^2$ (17) e $\tilde{m}_\theta = E[\theta | p_1] = \gamma Y/x + (1 - \gamma) m_\theta$ dove $\gamma = \frac{\rho_\eta x^2}{\rho_\theta + \rho_\eta x^2}$

Sostituendo Y/x con la (16) si ottiene : $E[\theta | p] = \gamma (\theta - m_\theta) + m_\theta + \gamma/x \eta$.

Usando a sua volta la (13) per p_2 in 2 si ottiene :

$$E[p_2 | p_1] = a + b E[\theta | p_1], \quad \text{VAR}[p_2 | p_1] = \sigma_\varepsilon^2 + \frac{b^2}{\tilde{\rho}_\theta} = \sigma_\varepsilon^2 + \frac{b^2}{\rho_\theta + \rho_\eta x^2}$$

Sostituendo nella funzione di domanda (14) risulta:

$$x = \frac{\rho_\theta + \rho_\eta x^2}{\sigma_\varepsilon^2 (\rho_\theta + \rho_\eta x^2) + b^2} \cdot \left(a + b \left(\frac{\rho_\eta x^2}{\rho_\theta + \rho_\eta x^2} (\theta - m_\theta) + m_\theta + \frac{\rho_\eta x}{\rho_\theta + \rho_\eta x^2} \eta \right) - p_1 \right) \quad (18).$$

Siccome nella (15) si ha che $\theta x + \eta = \beta (p_1 - \bar{p})$ attraverso la sostituzione di p_1 nella precedente, l'equilibrio è dato dalla soluzione in x della seguente equazione :

$$x = \frac{\rho_\theta + \rho_\eta x^2}{\sigma_\theta^2 (\rho_\theta + \rho_\eta x^2) + b^2} \cdot \left(A + b \left(\frac{\rho_\eta x^2}{\rho_\theta + \rho_\eta x^2} (\theta - m_\theta) + m_\theta + \frac{\rho_\eta x}{\rho_\theta + \rho_\eta x^2} \eta \right) - \frac{\theta}{\beta} x - \frac{\eta}{\beta} \right) \quad \text{dove } A + b m_\theta - \bar{p}.$$

Il prezzo p_1 è allora determinato attraverso l'equazione di equilibrio seguente :

$$p_1 = \bar{p} + \frac{\theta x + \eta}{\beta}.$$

Equilibri Multipli .

L'informazione trasmessa dal mercato è misurata dall'incremento della precisione di θ seguendo le osservazioni di mercato. E' ottenuto dalla (17) ed è uguale a $\hat{\rho}_\theta - \rho_\theta = \rho_\eta x^2$.

Quando gli equilibri sono 2 , quello con prezzo più alto (e quindi domanda più alta) genera un livello maggiore di informazione. Questo rivela il valore di θ con più precisione al contrario di quello più basso. Quando θ e η sono positivi e sufficientemente grandi il prezzo più alto sarà quello di equilibrio altrimenti (se negativi) l'unico sarà quello più basso.

3.7.3) Lo scoppio di una bolla.

Tale forma di evento avviene quando un titolo che non fornisce dividendi effettivi ha un prezzo positivo. Il prezzo di equilibrio è positivo perché gli agenti si aspettano che si apprezzi, in media. Sotto condizioni ragionevoli, tuttavia il prezzo è soggetto ad un limite alto, che se raggiunto, non è possibile nessun altro apprezzamento e il prezzo alto non è sostenibile in equilibrio in nessun periodo.

Questo problema, è il principale contro l'esistenza delle bolle con agenti razionali. Una analisi delle bolle più significative mostra che sono sempre originate da buone news ma il problema principale sta nella transizione da un apprezzamento dovuta ai fondamentali e una vera e propria bolla.

Durante il boom dei titoli tecnologici per esempio, nessuno si è domandato sulla emergenza delle nuove opportunità: per alcuni il Dow Jones doveva salire a 30,000, per altri il valore era già al di sopra dei valore fondamentali. In altri termini, il problema centrale è la mancanza di conoscenza comune all'inizio di un innalzamento dei prezzi che non deriva dai fondamentali.

Ora si procederà alla presentazione del modello.

Il Modello.

Un titolo ha un prezzo fondamentale, che cresce al tasso g nel primo intervallo di tempo, $[0, \theta]$; dopo il tempo θ , il prezzo cresce al tasso di mercato $r < g$. La prima fase è dovuta al graduale arrivo di buone news sui profitti futuri generati dal titolo (innalzamento dovuto ai fondamentali).

La realizzazione di θ è casuale e distribuita come un processo di Poisson con parametro λ per unità di tempo. Gli agenti non osservano perfettamente θ .

Dopo θ , il prezzo continua ad innalzarsi al tasso che si aveva prima di tale tempo, ossia g , più alto di r e senza che una qualche forma di Crash avvenga.

Infatti, se questo avviene ad un qualche tempo t , il prezzo crollerebbe da assunzione, fino al prezzo fondamentale al tempo t .

Ora si suppone che $p(t)$ sia il Bubble Price al tempo $t > \theta$: $p(t) = p(\theta) e^{q(t-\theta)}$. Siccome il prezzo fondamentale in t è $p(\theta) e^{r(t-\theta)}$, quando un crash avviene, il prezzo perde una frazione $\beta(t-\theta)$ del suo valore, con $\beta(t-\theta) = 1 - e^{-(q-r)(t-\theta)}$. Non c'è fondamento microeconomico del mercato che determina il prezzo del titolo ma questo dipende dalle azioni degli agenti : il titolo è detenuto da un numero continuo di agenti all'inizio del tempo; ognuno detiene una quantità fissa che può essere normalizzata a 1 come nel modello degli attacchi speculativi. Un agente, inoltre, può operare con il titolo e con il mercato ad ogni tempo potendo guadagnare r .

Tutto il modello è semplificato dal fatto che la strategia dell'agente ruota intorno al momento della vendita di quello che detiene. Un altro aspetto chiave del modello è quello di rappresentare l'acquisizione graduale delle informazione e l'assenza di conoscenza comune. Al tempo θ quando la fase di crescita al di sopra del mercato si ferma, un flusso costante di informazione inizia : la massa di agenti al tempo $t > \theta$ è $(t-\theta)/\sigma$. Quando questo al tempo t diventa informed, apprende che il prezzo di mercato è sopra il fondamentale, $\theta + \sigma$. Questo processo generatore implica che la recezione del segnale degli agenti informed in t è equivalente all'informazione che $\theta \in [t-\sigma, t]$, una parte di informazione che lascia incertezza significativa sull'informazione degli altri. Il Crash avviene quando si verificano una di queste condizioni :

- 1) La frazione di Gap tra prezzo di bolla e quello fondamentale, $\beta(t-\theta)$, raggiunge il valore massimo $\bar{\beta}$, un parametro fisso;

- 2) La massa degli agenti che ha venduto l'asset raggiunge il livello critico k , anch'esso parametro fisso.

Nel primo caso il crash è esogeno. Siccome il gap $\beta(t) - \theta$ è una funzione crescente, c'è un valore nel tempo, $\bar{t}$, tale che $\beta(\bar{t}) = \bar{\beta}$. La bolla può perdurare al massimo $\bar{t}$ unità di tempo : un crash avviene esogenamente al tempo $\theta + \bar{t}$ se la massa di agenti che ha venduto a quel tempo è più piccola di k . (eventuale figura).

La strategia di trading in equilibrio.

Si presume che, in equilibrio, la strategia di un 'agente che è recentemente informato al tempo t_i sia di tenere fino al tempo $t_i + \tau^1$ per poi rivendere alla fine di questo tempo. Dato il flusso dei recentemente informati, la massa di vendite al tempo $\theta + \tau$ è $\max((\tau - \tau^1) / \sigma, 0)$. Ci sono due possibili casi :

- Se $(\tau - \tau^1) / \sigma < \bar{X}$, allora l'ammontare delle vendite è minore del valore critico alla durata massima della bolla e un crash esogeno avverrebbe sicuramente;
- Se la precedente disuguaglianza non è soddisfatta allora arriva un crash endogeno al tempo $\theta + \tau^*$, dove la lunghezza del tempo τ^* soddisfa $[(\tau^* - \tau^1) / \sigma] = k$.

L'agente tiene l'asset fin tanto che la probabilità di un crash è sufficientemente piccola comparata con il guadagno in conto capitale che si avrebbe se nessun crash avvenisse. Il problema principale di inferenza è di determinare la probabilità di un crash in $t_i + \tau$. Questo avverrebbe infatti, se $\theta = t_i - [(\tau^* - \tau^1) / \sigma]$, dove la durata della bolla, τ^* , è esogeno o endogena.

Prima del tempo $t_i + \tau$, la distribuzione di θ per l'agente è la distribuzione esponenziale troncata all'intervallo $[t_i - \tau, t_i]$.

Arbitraggio.

Un agente tiene il titolo per un momento dopo che è informato della bolla, perché lui stima razionalmente che alcuni agenti sono già informati, o che il gap del prezzo di bolla non è ampio abbastanza.

L'agente vende al tempo $t_i + \tau$ quando il ritorno istantaneo dal mercato, $r = p(t_i + \tau)$, diventa identico al return istantaneo del detenere il titolo, ossia $g = p(t_i + \tau) - \pi [t_i - \tau] \beta [t_i - \tau] p(t_i + \tau)$. Dove τ^* è il ritardo tra θ e il tempo del crash.

Il rendimento differenziale tra il tenere e vendere è dato da :

$U(\tau, t_i) = (g - r - \pi [t_i - \tau] \beta [t_i - \tau]) p(t_i + \tau)$, che è funzione decrescente di τ .

La strategia attuale τ^* è definita dall'equazione di arbitraggio $U(\tau, t_i) = 0$.

Dalla quale si ottiene : $g - r = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda(t_i - \tau^*)}} \beta [t_i - \tau^*]$ (19).

Il Crash Esogeno.

Questo caso serve per sottolineare le proprietà principali del modello. Un crash esogeno avviene se la massa di agenti che ha venduto al tempo $\theta + \bar{\tau}$, dove $\bar{\tau}$ è determinato dal massimo gap del prezzo, è più piccolo di k . Data la strategia τ^* tale condizione è equivalente a scrivere $(\tau - \tau^*) / \sigma \leq k$ (20).

Il valore di τ^* è determinato dalla (19) dove τ^* è sostituito da $\bar{\tau}$.

Uno scoppio della bolla esogeno avviene se $\tau^1 > \bar{\tau} - \sigma k$. La soluzione di τ^1 è una funzione decrescente del parametro λ : se λ è più piccola , la probabilità di un inizio di bolla è più piccola. Un agente informato sa che la bolla arriva , ma il valore più basso di λ aumenta la probabilità che θ sia avvenuto recentemente e che uno scoppio avverrebbe successivamente. Così l'agente tiene il titolo per un tempo più lungo.

La condizione per un crash esogeno può essere così sostituita attraverso la condizione $\lambda < \bar{\lambda}$ con $\bar{\lambda}$ soluzione di $g - r = \frac{\bar{\lambda}}{1 - e^{-\bar{\lambda}\sigma k}} \beta \quad [(E) 1_*)$.

Il Crash Endogeno.

La caratterizzazione è la stessa del precedente ma bisogna sostituire la lunghezza $\bar{\tau}$ con quella endogena τ^* . La disuguaglianza in (20) viene sostituita con una uguaglianza (la massa delle vendite al momento dello scoppio è esattamente k) :

$$(\tau^* - \tau^1) = \sigma k \quad , \quad g - r = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda(\tau^* - \tau^1)}} \beta \quad [(E) 1_*) \quad .$$

La condizione necessaria e sufficient per l'esistenza di tale crash è che $\tau^1 < \bar{\tau}$, che equivale a dire $\bar{\lambda} < \lambda$.

3.8) Conclusione .

In questo capitolo si è provveduto a fornire una visione più tecnica e specifica della modellistica che avvolge l'herding , in un contesto prettamente finanziario.

In principio si introduce l'argomento attraverso i modelli considerati alla base dell'herding finanziario, che vengono raggruppati sotto due grosse famiglie: quelli alla Glosten e Milgrom (82') e i modelli di natura Gaussiana con funzione di utilità CARA.

Sotto la prima configurazione viene fornita una microstruttura delle azioni molto simile al modello BHW. Il modello G&M genera uno bid-ask spread endogeno che non è dovuto ai costi di transazione. In tale modello vedremo che la convergenza sarà più veloce tanto più il segnale privato sarà osservabile. Successivamente verrà apportata una modifica, infatti Avery e Zemsky ('95) generalizzano questo modello al caso in cui i segnali privati soddisfano la MLRP (Monotone Likelihood ratio property). La convergenza spesso risulta essere sovrastimata. Risulta più rilevante studiare come la gente può sbagliare su un periodo esteso di tempo e come un prezzo può improvvisamente cambiare. Tutto ciò è oggetto del loro studio e loro estendono il modello visto precedentemente con una speciale struttura di informazione privata che chiamiamo "non monotona".

Come ultima classe di modelli viene considerata quella che comprende I Gaussian financial Markets: ossia modelli che hanno una differente struttura, la domanda del titolo è simile a quella dell'investimento nel modello quadratico, con l'importante differenza che il costo è endogeno all'informazione rivelata dagli altri. Inoltre, in tali modelli il mercato è modellizzato con una struttura standard: un numero ampio di agenti, ognuno con una curva di domanda, che incontra il mercato, e un banditore che compensa il mercato facendo incontrare domanda e offerta attraverso un prezzo di equilibrio. La struttura dei Cara è basata su una utilità con un'avversione al rischio costante degli agenti e variabili casuali gaussiane.

Infine come ultimo aspetto si affronta il contesto delle frenesie finanziarie dedicando attenzione particolare verso modelli che simulano e spiegano

attacchi speculativi, scoppi di bolle e i ritardi informativi nei mercati finanziari.

Note bibliografiche :

- “ Rational Herds “ Economic Models of Social Learning , C. P. *Chamley*
- “Asset Pricing Under Asymmetric Information “ , *Markus K. Brunnermeyer*
- Banerjee Paper : “ A simple model of Herd Behaviour”.
- Bikhchandani, S. , Hirshleifer, D. and Welch, I. : “ A theory of Fads, fashion , customs and cultural change as informational cascades”.
- Welch , I. : “Sequential Sales, learning, and cascades”, *Journal of Finance*.
- Welch, I. : “Herding among security analysts”, *Journal of Financial Economics*

CAP 4

L'Herding in laboratorio :

Verifica e Analisi del contenuto teorico attraverso gli esperimenti.

4.1) Introduzione.

Lo scopo ultimo dell'elaborato in questione, è quello di fornire una attenta e critica analisi delle sperimentazioni che sono state effettuate da diversi teorici sui comportamenti di Herding all'interno dei mercati finanziari. Tale presupposto infatti, risulta fondamentale per verificare da una parte, che il contenuto teorico finora riscontrato sia in linea con i risultati empirici, e dall'altra, andare a scovare quali sia i punti deboli e le imperfezioni che tali modelli conseguono.

Il problema principale per la ricerca empirica sui comportamenti di Herding ci porta a non prendere in esame fenomeni effettivamente accaduti nella realtà quotidiana, questo perché non sono disponibili dati sulle informazioni private degli agenti e quindi risulta difficile capire se i traders si dissociano dalla loro informazione privata andando di conseguenza ad imitare.

Inizialmente si prenderanno come riferimento gli esperimenti effettuati da Cipriani e Guarino (2005) arrivando a dare conferma a quanto predetto dai modelli teorici: nel farlo, si prenderanno come esempio due casi: il primo, prevede che il prezzo del titolo sia fisso, l'altro invece che sia flessibile. Quest'ultimo verrà implementato attraverso due modi: nel primo il prezzo sarà aggiornato attraverso una regola deterministica basata sul flusso di ordini, mentre nell'altro, sarà determinato dai partecipanti dell'esperimento.

Ed il risultato sarà che per entrambe i settaggi gli agenti saranno portati a rifiutare la propria informazione privata ed a fare herding molto meno rispetto a quando il prezzo sia fisso. Inoltre, sebbene la teoria sia in grado di prevedere l'effetto sul comportamento imitativo di un prezzo flessibile, non riesce per quanto riguarda due fenomeni che si riscontreranno nella simulazione. Il primo riguarda la possibilità di un "not trade" che i soggetti possono preferire in tale regime. Il secondo ha a che fare con i comportamenti contrari, ossia gli agenti vanno contro le loro credenziali. Entrambe questi fenomeni fanno sì che il prezzo abbia difficoltà nell'aggregazione delle

informazioni (inefficienze informative). Infine si sperimenterà quanto detto nei confronti di professionisti, ossia si proverà a confrontare le differenze di risultato in termini comportamentali, se ci saranno, tra studenti e professionisti che saranno chiamati a partecipare all'esperimento.

4.2) Il Modello.

L'analisi mediante l'esperimento è basata sulla struttura del modello di Glosten e Milgrom con opportune modifiche che ci semplificano il tutto. Nella nostra economia c'è un titolo trattato da una sequenza di agenti che interagiscono con un Market Maker.

Per quanto concerne il mercato, il valore fondamentale del titolo è dato da V , rappresentato dalla realizzazione di una variabile casuale distribuita su $\{0, 100\}$ con la stessa probabilità $1/2$. Lo spazio delle azioni del trader è dato da $A = \{\text{compra, vendi, no trade}\}$ ed intraprende una azione ad ogni tempo t denotata con a_t . Infine si denota con H_t la storia passata delle azioni fino a $t-1$.

Il Market Maker ad ogni t , sceglie il prezzo unico (differenza notevole rispetto al modello originale, in quanto erano previsti un prezzo Bid e uno Ask) al quale compratore e venditore scambiano. Nel settaggio col prezzo unico Il M.M. sceglie il prezzo in modo tale che sia uguale al valore atteso incondizionato del titolo: $P_t = E(V) = 50$ per ogni t .

In quello flessibile invece, sarà pari al valore atteso condizionato a tutta l'informazione disponibile fino a t : $P_t = E(V | H_t)$.

A differenza del modello di base si hanno soltanto informed traders rappresentati da un numero finito che opera secondo un ordine esogeno. Ognuno può operare una sola volta al tempo t e osserva un segnale privato

sulla realizzazione di V . Anche questo è la realizzazione di una variabile casuale X_t distribuita su $\{0, 100\}$. Oltre al loro segnale, osservano la storia dei trades e dei prezzi precedenti nonché il prezzo corrente. Quindi il valore atteso del titolo sarà : $E(V | H_t, x_t)$. La loro dotazione di cash è denominata con $K > 0$ e la loro funzione di payoff è la seguente :

$$U(V, h_t, P_t) = \begin{cases} v - P_t + K & \text{se } h_t = \text{compra} \\ K & \text{se } h_t = \text{no trade} \\ P_t - v + K & \text{se } h_t = \text{vendi} \end{cases}$$

I traders sono risk-neutral e scelgono h_t per massimizzare $E(U(V, h_t, P_t) | H_t, x_t)$. Quindi loro compreranno quando $E(V | H_t, x_t) > P_t$ e venderanno nel caso contrario. Se uguale a P_t rimarranno indifferenti tra le tre possibili azioni.

Previsione con il prezzo fisso:

Definita con *Trade balance* la differenza tra gli ordini di acquisto e quelli di vendita, e fissato il valore del titolo al valore incondizionato $E(V) = 50$, si ottiene una cascata informativa se il trade balance assume dei valori ≥ 2 oppure ≤ -2 . : Esempio : se si suppone che a $t=3$ il trade balance sia 2, allora $H_3 = \{ \text{compra}, \text{compra} \}$. Su suppone inoltre che il terzo agente riceva un segnale pari a $x_3 = 0$. Attraverso la regola Bayesiana il suo valore atteso sul titolo è rappresentato da 70, dato il prezzo fisso a 50 lui ignorerà il suo segnale iniziando quindi una cascata.

Previsione con prezzo flessibile :

In tal caso il Market Maker aggiorna il prezzo con attraverso la regola bayesiana sulla base del flusso di ordine ed in questo modo nessun tipo di cascata informativa avviene. Anche qui si procederà con un esempio :

Quando il M.M. sceglie il prezzo P_t che eguaglia $E(V | H_t)$, gli agenti operano sempre in accordo con il loro segnale e quindi non avviene nessuna forma di herding. L'agente, per decidere se comprare o vendere, calcola il valore atteso e lo compara al prezzo. Se a t un trader riceve un segnale di 100 il suo valore atteso sarà:

$$\begin{aligned}
 E(V | H_t, x_t = 100) &= 100 \Pr(V = 100 | H_t, x_t = 100) \\
 &= \\
 &100 \\
 &((.7)\Pr(V = 100 | H_{t-1})) / ((.7)\Pr(V = 100 | H_{t-1}) + (.3)(1 - \Pr(V = 100 | H_{t-1}))) \\
 &> 100 \Pr(V = 100 | H_t) = E(V | H_t).
 \end{aligned}$$

Similmente, se invece riceve un segnale 0, il suo valore atteso sarà $E(V | H_t, x_t = 0) < E(V | H_t)$. Questo mostra che un agente troverà sempre più conveniente agire secondo il suo segnale privato evitando come già detto che avvenga una cascata informativa. Questo avviene anche perché, quando un trader ha la opportunità di operare ad un prezzo certo, conoscere la storia passata delle trattative non gli fornisce nessuna ulteriore informazione sul valore del titolo, essendo la storia già incorporata nel prezzo.

4.3) L'esperimento .

L'esperimento che gli autori si propongono consiste nel selezionare 216 studenti da 2 distinte Università, prendendoli casualmente in modo tale che questi non si conoscano. Questi non hanno nessun tipo di esperienza riguardo ad esperimenti simili. Saranno previste 16 sessioni, quattro per ogni trattamento e al momento l'attenzione sarà rivolta alle prime 3, dove ad ognuna di queste vengono usati 13 partecipanti di cui 1 si comporta come soggetto amministratore e i restanti 12 come traders. Forniti delle informazioni necessarie, ogni sessione è composta da 10 rounds, in ognuno dei quali sarà richiesto ai traders di fare trade uno dopo l'altro secondo una

sequenza random : all' inizio della sessione ognuno dei partecipanti pesca una carta da un mazzo di 13 assegnandosi così un numero. Il numero 0 corrisponde al soggetto amministratore. Quest'ultimo chiama ogni traders pescando una carta dal mazzo senza reinserimento. Inoltre, prima che ogni round inizi , un addetto all 'esperimento , lancia una monetina lontano dalla vista dei partecipanti, la quale fornisce il valore del titolo (100, 0). Lo stesso soggetto, durante l 'esperimento rimane fuori dalla stanza con due borse : una contiene 30 monete blu e 70 bianche e l'altra 30 bianche e 70 blue. Ogni soggetto quando chiamato attraverso il suo numero deve uscire e prelevare un gettone da una borsa, e il colore del gettone estratto rappresenta un segnale riguardi il valore dell'asset. Fatto ciò, il trader rimette il gettone all'interno della borsa. E' importante far notare inoltre che il soggetto non può rivelare agli altri il colore del gettone estratto. All ' interno della stanza , c'è un altro addetto all 'esperimento che fa da Market maker scegliendo il prezzo al quale i trader possono trattare. Il soggetto che è uscito per pescare il gettone , rientrando osserva tale prezzo ed è allora che fa la sua scelta : comprare , vendere o non operare. L'amministratore registra su una lavagna tutte le transazioni avvenute, in modo tale che ogni soggetto viene a conoscenza della storia dei trades e dei prezzi, oltre a conoscere già il proprio segnale. Alla fine di ogni round , ossia dopo che i 12 partecipanti hanno preso la loro decisione di investimento una volta, viene rivelata la realizzazione del valore del titolo e i partecipanti procedono col calcolo del payoff nel modo seguente : nel caso di acquisto, ottengono $100 + v - P_t$, se di vendita $100 + P_t - v$, e infine se non operano loro hanno guadagnato 100 ossia la loro dotazione iniziale , quindi potenzialmente loro possono non perdere mai non eseguendo nessuna operazione.

Descrivendo le differenze tra i primi 3 esperimenti, si nota che nel caso di prezzo fisso questo viene fissato a 50 e da come accennato già nel modello

una cascata non avviene a meno che non ci sia un trade balance maggiore di $|2|$. Nel secondo esperimento, quando il prezzo è flessibile, questo viene aggiornato attraverso la regola bayesiana dopo ogni transazione e agenti razionali dovrebbero sempre seguire il loro segnale. Nel caso di not trade, il prezzo rimane banalmente costante. Inoltre è corretto menzionare che in tale settaggio il prezzo si muove all'interno di una griglia, infatti dato che il prezzo dipende soltanto dal trade balance ci saranno soltanto una fascia di valori che potrebbe assumere il prezzo.

Nel terzo esperimento, viene eliminata la possibilità di poter osservare la storia dei trades e dei prezzi, proprio per verificare sia che tipo di effetti possa apportare una scelta simile al nostro modello e sia per far comprendere il meccanismo di formazione del prezzo ai concorrenti. E per essere sicuri che questo avvenga, non solo verrà descritto nelle istruzioni pre-esperimento ma si procederà nei primi 3 rounds con un settaggio di prezzo flessibile, mostrando quindi ai partecipanti come il Market maker aggiorna il prezzo dopo ogni decisione di investimento. Per questo motivo che nelle sezioni successive, quando si analizzeranno i risultati, si prenderanno in considerazione soltanto gli ultimi 7 rounds non considerando i primi 3.

4.4) I risultati .

I risultati ottenuti si presenteranno suddividendoli per aspetto trattato. Si inizia con la discussione riguardo le cascate informative.

Cascate Informative e comportamenti contrastanti.

Iniziando col caso del prezzo fisso, da come predetto, avremo una cascata informativa se il trade balance eccede $|2|$. I periodi di cascate potenziali sono 58 (sono ossia i periodi in cui abbiamo il trade balance almeno ≥ 2 e ≤ -2

e allo stesso momento arriva un segnale contrario), in tali casi, da come mostra la tabella 1 si ha comportamento imitativo nel 52% dei casi, mentre nel

Tabella 1

	Fixed Price	Flex Price	No History	Endogenous P.
Trading against the signal	52%	12%	24%	21%
No trading	26%	42 %	33%	34%
Trading following the signal	22%	46%	43%	45%
Relevant Periods	58	66	70	58

26% si decide di non operare e infine nel 22% si decide di seguire il proprio segnale. Nel caso di prezzi flessibili invece, ossia si aggiornano con il flusso di ordini, abbiamo più periodi potenziali, soltanto nel 12% dei casi non seguono il loro segnale, nel 42% non operano e infine nel 46% dei casi seguono la loro conoscenza privata. Quindi l'evidenza empirica supporta quanto affermato dalla teoria , in quanto gli agenti difficilmente scelgono di seguire il comportamento degli altri evitando quindi che avvengano delle cascate informative.

Per quanto concerne il terzo esperimento, quello per evidenziare gli effetti della storia passata sulle decisioni dei traders, se la teoria suggerisce che in caso di prezzi flessibili le decisioni sono influenzate da quelle degli altri soltanto attraverso i prezzi anche in questo caso dovrebbe essere uguale. Se, in contrasto , i risultati si dimostrassero differenti, allora potrebbero esserci

altri effetti riflessi nei prezzi. Infatti se avessero una preferenza irrazionale verso la conformità, ci si dovrebbe aspettare una percentuale più alta di irrational herding quando gli agenti fanno osservare le loro decisioni. Ma dalla tabella 1 si nota che questo non rappresenta l'evidenza empirica, infatti, gli agenti fanno operare contro il loro segnale nel 24% dei casi contro il 12% del caso dei prezzi flessibili. Soprattutto, i risultati mostrano che, con prezzi flessibili, i soggetti raramente tendono ad imitare i loro predecessori, di conseguenza l'herding non è una fonte significativa di inefficienza informativa.

Potrebbe essere utile anche osservare come i soggetti si comportano in media durante l'esperimento: la tabella 2 infatti riassume infatti le decisioni che sono razionali ossia conformi con i presupposti teorici. Le decisioni teoriche ammontano all'84% del totale nel settaggio con prezzi fissi e al 65% in quello con prezzi flessibili. Quindi, nonostante il meccanismo dei prezzi dovrebbe scoraggiare l'herding, sembrerebbe che riduca soprattutto la razionalità dei comportamenti dei partecipanti. In particolare, ci sono meno no trades irrazionali (22% contro l'11%) e c'è una proporzione più alta di ordini di acquisti e vendite irrazionali.

Tabella 2 (Decisioni irrazionali e razionali)

Fixed Price		
Rational decisions		84%
	No trading	3
	Buying or Selling	81
Irrational Decisions		16%
	No trading	11
	Buying or Selling	5
Flexible Price		
Rational decisions		65%
Irrational Decisions		35%
	No trading	22
	Buying or Selling	13
No History		
Rational decisions		61%
Irrational Decisions		39%
	No trading	25
	Buying or Selling	14
Endogenous Price		
Rational decisions		57%
Irrational Decisions		43%
	No trading	24
	Buying or Selling	19

Ora si analizzeranno questi due effetti partendo dalle decisioni di no trade: nell'impostazione a prezzi flessibili, la frequenza dei no trade aumenta con il valore assoluto del trade balance, in altre parole, si osservano più decisioni di questo tipo quando il prezzo è vicino a 0 o a 100. Dati i payoff, rimane difficile collegare questo comportamento con livelli plausibili di avversione al rischio. Una possibile spiegazione alternativa è che soggetti preferiscono non

operare più quando il trade balance è alto perché loro fronteggiano una perdita massima maggiore. Per capire meglio perché con prezzi flessibili una percentuale delle decisioni di trading è presa contro l'informazione privata si considera che lo faccia per ragioni diverse dall'imitazione. Infatti si studia un'altra forma di comportamenti irrazionali che si chiameranno comportamenti contrari o contrastanti, attraverso i quali un soggetto rigetta il suo segnale per comprare ad un prezzo più basso oppure per vendere ad uno più alto. Ossia si definisce un comportamento simile quando questo compra nonostante un segnale negativo, ad un prezzo basso (30) e viceversa ad un prezzo per esempio di 70. Equivalentemente si afferma che un soggetto si comporta come contrario quando compra con un segnale negativo e c'è un trade balance $\leq (-2)$, o vende con segnale positivo e trade balance $\geq (+2)$.

Tale concezione di comportamento irrazionale per catturare il comportamento di agenti che usano la strategia di andare contro il mercato. Analizzando la tabella 3 si evince che nel caso dei prezzi flessibili ci sono 132 periodi potenziali in cui tale comportamenti possono essere accaduti. Nel 19% di questi si sono verificati, il 18% rappresenta un not trade, e infine nel 63% gli agenti hanno seguito il loro segnale. Simili effetti si hanno anche quando il passato non è più osservabile. In tutti questi casi di comportamenti contrari il mercato non è in grado di aggregare l'informazione.

Tabella 3 (Comportamenti contrari)

	Fixed Price	Flex. price	No History	Endog. Price
--	-------------	-------------	------------	--------------

Contrarian Behav.	0%	19%	10%	24%
No Trading	1%	18%	25%	23%
Following Pr. Info	99%	63%	65%	53%
Relevant Periods	121	132	134	116

Lo stesso tipo di analisi viene effettuata anche sul settaggio a prezzo fisso, nel quale si evince che in nessun caso i soggetti adottano comportamenti contrastanti, infatti loro seguono il loro segnale nel 99% dei casi. I risultati riportati dalla tabella 1 e 3 suggeriscono che, mentre con prezzi flessibili gli agenti raramente incombono in comportamenti di Herding (e quindi il mercato aggrega efficientemente l'informazione) ed inoltre hanno un incentivo più basso ad usare la loro informazione quando questa è coerente con la storia passata dei trades. Questa inefficienza informativa è chiaramente non presente nel caso in cui al prezzo non è consentito di reagire alla storia passata ossia ci si riferisce al prezzo fisso.

Rimane importante capire i differenti effetti dell'Herding e dei comportamenti contrari in termini di apprendimento sociale. Infatti, il primo amplifica l'importanza delle prime decisioni (se le decisioni sono incorrette , ognuno fa lo stesso errore), mentre i comportamenti contrari , in contrasto , andando contro la storia passata dei trades riducono la loro importanza. In termini di percorso dei prezzi, questo significa che l'Herding fa in modo che il prezzo converga verso il valore sbagliato(se i primi agenti vendono e il valore è 100) , mentre i contrarian fanno in modo che il prezzo regredisca fino alla media (dato per esempio che i primi traders vendono , e loro comprano).

4.5) L'esperimento con Professionisti dei Mercati Finanziari.

Gli stessi autori dell'esperimento precedente hanno provato ad applicare la stessa metodologia a diversi soggetti , ossia ad operatori professionisti che operano quotidianamente sui mercati e che quindi avendo una età più matura, un differente livello di esperienza e training sul campo potrebbero avere una tendenza di comportamento ben diversa da quella dimostratasi dagli studenti. Anche in questo caso si analizzeranno due modi differenti di approccio : nel primo , come visto precedentemente, il prezzo si aggiusta in base al flusso di ordine e quindi l'herding difficilmente avviene, nell'altro in cui l' incertezza sull 'evento (per esempio incertezza sulla misura di traders informati) fa in modo che invece questo accada. Inoltre, rispetto alla precedente esperienza viene cambiata la metodologia di intervento e scelta degli agenti : mentre prima era chiesto ai traders di agire in sequenza , uno dopo l'altro, ossia l'agente riceveva un segnale privato e poi faceva la sua scelta, ora chi non ha ancora operato, prende la propria decisione condizionatamente a tutte le realizzazioni di segnale, infatti, soltanto dopo che sia stata scelta la propria strategia che un soggetto viene chiamato casualmente ad agire e la sua strategia implementata per il valore del segnale realizzatosi. Questa è una importante novità, in quanto , dal momento che ogni soggetto fa la sua scelta per ogni realizzazione del segnale , si può osservare direttamente se e quando lui sceglie la stessa azione non rispettando la sua informazione privata e quindi ricorrendo ad un comportamento di herding. Inoltre, per la stessa ragione avremo un dataset più ampio rispetto agli esperimenti precedenti: infatti ad ogni settaggio si osservano in media 36 decisioni per soggetto invece di una soltanto (una per round). Fermo restando i presupposti e le basi teoriche del modello precedente, che rimangono le stesse anche in tal caso si procede con estendere quelle che sono le caratteristiche dell 'esperimento in esame.

4.5.1) L'Esperimento .

I partecipanti sono rappresentati da 32 professionisti in ambito finanziario che lavorano per 13 differenti istituzioni finanziarie a Londra. Tra questi , il 28% sono traders, il 48% analisti di mercato, il 9% sono degli addetti alle sales, un altro 9% sono investment bankers ed infine il restante 6 % è rappresentato da managers. Le sessioni previste sono 4 ed ognuno di loro parteciperà ad una.

Come si è accennato l 'esperimento viene eseguito secondo 2 diversi settaggi : il primo inizia con 2 rounds di pratica (ossia senza pagamenti , soltanto per famigliarizzare i partecipanti con l'esperimento) e 7 successivi nei quali ogni agente riceverà la propria dotazione monetaria. Dopo il completamento del primo si passa al secondo settaggio affrontando direttamente la modalità a pagamento. I partecipanti agiscono come informed traders e scambiano il titolo con un market maker computerizzato . I due settaggi si differenziano secondo la regola di aggiornamento del prezzo usata dal Market maker.

All'inizio di ogni round, il computer estrae casualmente il valore dell'asset : che può essere uguale a 0 o 100 con probabilità $\frac{1}{2}$. I partecipanti non lo conoscono ma sanno tuttavia che riceveranno un segnale simmetrico e binario sul valore del titolo : se il valore è 100 questi ricevono un segnale bianco con probabilità 0.7 e uno blu con probabilità 0.3. Altrimenti , in caso di valore uguale a 0 saranno invertite le probabilità.

Ogni round consiste in 8 periodi di trading. Nel primo, tutti e 8 gli agenti prendono 2 decisioni, condizionate alle due possibili realizzazioni di segnale. Loro dovranno intraprendere una decisione in entrambe i casi (sia nel caso di segnale bianco che blu). Dopo che tutti i partecipanti hanno fatto la loro decisione , il computer casualmente seleziona uno di loro (con stessa probabilità) come il trader per quel periodo e questo esegue la sua

operazione in base al suo segnale privato. Gli altri soggetti osservano sugli schermi la decisione di trading eseguita come il nuovo prezzo del periodo successivo. Nel secondo periodo ci saranno 7 soggetti che dovranno intervenire ancora, come nel primo periodo loro indicano la loro decisione (buy, sell o not trade) in base al segnale bianco o blu. Poi anche in tal caso ne viene selezionato uno e così via di seguito. Alla fine del round, dopo che le decisioni degli otto traders sono state eseguite, la realizzazione del titolo viene rivelata e quindi ogni partecipante vede sul suo schermo il proprio payoff realizzarsi per il round in questione. Questi vengono calcolati nel modo seguente : se l' agente ha comprato, ottiene $v - P_t$, se venduto $P_t - v$, e infine se non ha operato, non ha guadagnato e perso niente.

Alla fine dell'esperimento si sommano i payoffs per round di entrambe i settaggi di esperimenti. Prima di andarsene, inoltre, i partecipanti compilano un questionario dove , oltre che inserire i loro dati personali, descrivono la loro strategia e le loro beliefs sulle strategie degli altri partecipanti.

I due settaggi .

Nel primo, si implementa il modello senza l'evento incerto (μ e $p = 1$), mentre nel secondo c'è incertezza sull'evento informativo ($p=0.55$ e $\mu = 0.95$). Infatti, mentre nel primo settaggio c'è sempre un evento di informazione, nel secondo arriva con probabilità 0.15 nonostante l'esperimento parte con l'assunzione che un evento informativo sia avvenuto. Quindi per il punto di vista di tutti i partecipanti , la principale differenza tra i due è come il prezzo viene aggiornato per un dato flusso di ordini. Analizzando proprio questo aspetto si nota che nel primo , come predetto dalla teoria , in equilibrio , gli agenti dovrebbero sempre seguire i loro segnali, ossia comprare dopo un segnale bianco e vendere davanti ad uno blu, comportando il fatto che nessuno sceglierà di non operare visto che

l'informazione privata permette loro di fare profitti col Market Maker. Di conseguenza davanti ad un acquisto, il prezzo è aggiornato secondo l'idea che sia arrivato un segnale buono e viceversa. Nel caso di un not trade rimane chiaramente costante. Come risultato si ha che il prezzo si muove dentro una griglia : inizia al tempo 1 partendo dal valore atteso incondizionato di 50 per poi , data una serie di acquisti, spostarsi verso 100 ; al contrario con una serie di vendite si muoverà verso il basso. Il prezzo ad ogni tempo dipenderà dal Trade Balance.

Nella seconda tipologia di settaggio , il prezzo è aggiornato con una regola di aggiornamento secondo i presupposti teorici che prevedono l'incertezza dell'evento . Sarà implementato nell'esperimento, spiegando ai partecipanti che il market maker aggiornerà i prezzi come se dovesse operare non più con informed ma con noise traders. Le figure 1 e 2 mostrano i movimenti dei prezzi dopo una sequenza di 8 ordini di buy e altrettanti di sell. Concentrando l'attenzione sulla seconda si nota che dopo gli ordini di sell il prezzo scende ma meno rispetto al primo settaggio , di conseguenza soggetti dovrebbero seguire il loro segnale nei primi due periodi ma poi dovrebbero vendere indipendentemente dal loro segnale dal periodo 3 al 6 facendo così herding. Al tempo 7 il prezzo è talmente basso che che gli agenti dovrebbero vendere solamente in caso di segnale blu e comprare in caso di bianco. La figura 3 offre un altro esempio di cambiamento del prezzo mostrando una vendita al tempo 1 e poi una serie di acquisti. In questo caso i soggetti dovrebbero fare herding solamente a partire dal tempo 6, mentre dovrebbero seguire il proprio segnale nei primi 5 tempi. Notare che , come nella prima trattazione, il primo settaggio, il prezzo è aggiornato assumendo che i traders scelgano la azione migliore, ossia loro seguono la loro informazione privata quando la loro aspettativa condizionata ad un segnale bianco (blu) è sopra (sotto) il prezzo di mercato, e loro comprano (vendono) non considerando il loro segnale quando

loro sono in un periodo di Herd di acquisti (periodo di imitazione nelle vendite).

Figura 1 *Prezzi e aspettative dei traders dopo una storia di Buys.*

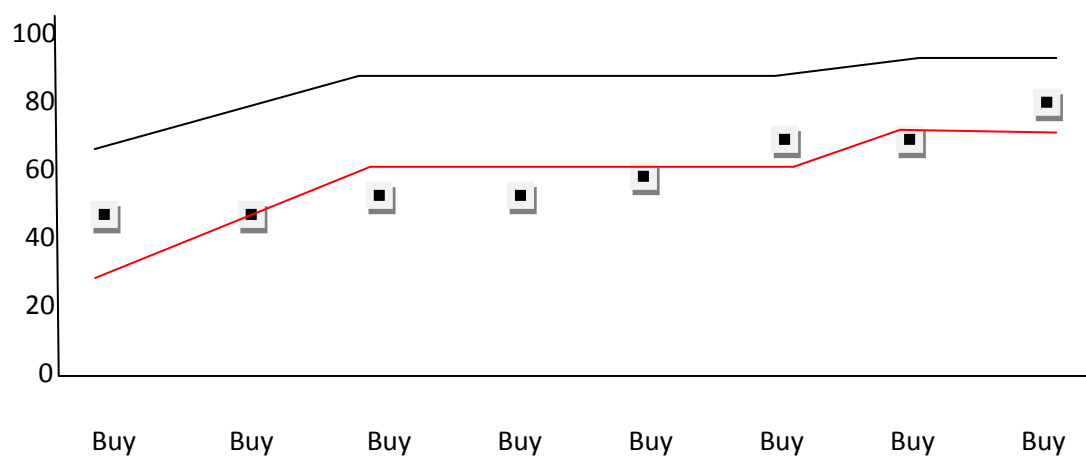


Figura 2 *Prezzi e aspettative dei traders dopo una storia di Sells*

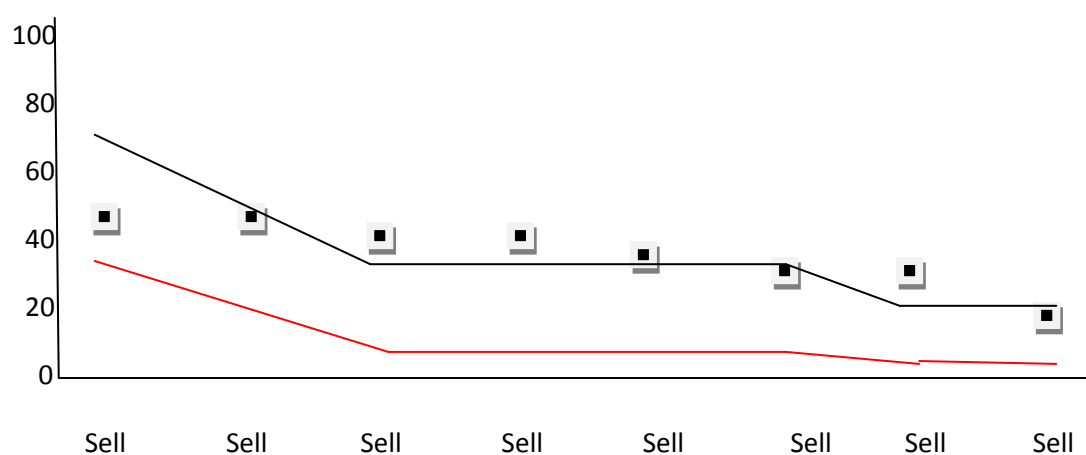
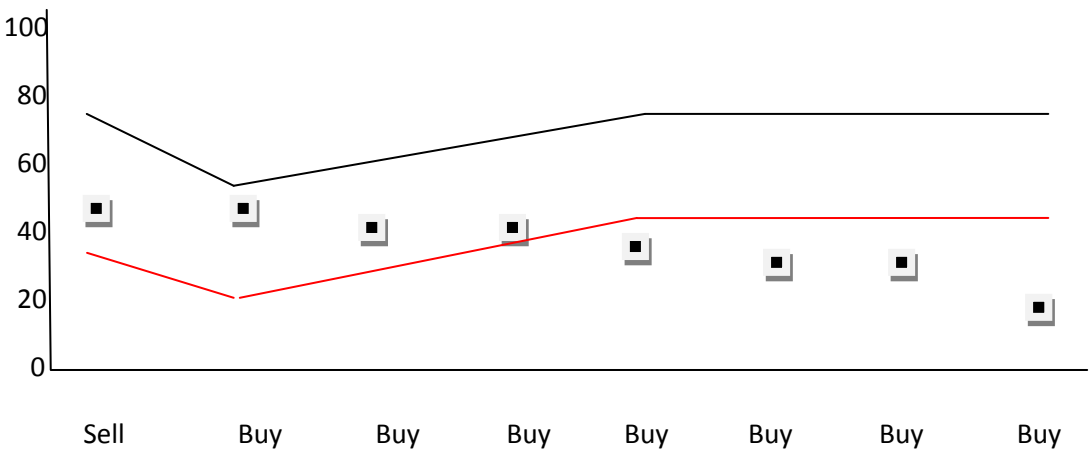


Figura 3 *Prezzi e aspettative dei traders dopo un Sell seguito da una storia di Buys.*



4.5.2) Risultati.

Primo Settaggio .

Tabella 1 *Comportamento in media nel Primo Trattamento.*

Decisioni	
Seguire l’info privata	45.7%
Seguire l’info privata parzialmente	19.6%
Cascade di Trading	19.0%
Cascade di NO-Trading	12.3%
Errors	3.4%
Total	100 %

Dalla tabella 1 si mostrano le decisioni dei partecipanti alla prima trattazione , ossia come questi hanno usato la loro informazione privata. Nel 45.7% dei casi i soggetti la seguono comprando davanti ad un segnale bianco e vendendo davanti ad un blu. Nel 19.6% loro seguono uno dei 2 segnali astenendosi però da atteggiamenti imitativi. Nel 19% loro imitano operazioni provocando delle cascate di comportamenti di trading, mentre il caso opposto (no trading cascade) è rappresentato dal 12.3%. Infine, ci sono pochi casi dove le loro decisioni sono contraddittorie per loro e quindi non in linea con ogni credenziale. Nonostante i presupposti teorici affermano che in tale trattamento le cascate non dovrebbero avvenire, abbiamo diverse percentuali che evidenziano tale possibilità : infatti gli agenti potrebbero dare più peso all'informazione pubblica (la storia delle operazioni) di quanto faccia la regola di aggiornamento sul prezzo, e credere che condizionare il segnale privato non sia ottimale quando il flusso di ordine già mostra evidenza riguardo al valore del titolo, ossia che sia alto o basso. Un'altra possibilità, potrebbe essere che , come già accennato, il soggetto scelga un comportamento contrario per andare appositamente contro il mercato. La tabella 2 invece, mostra come le cascate si muovano in sintonia con il valore assoluto del Trade Imbalance : più questo aumenta e più aumentano in proporzioni le possibilità che una cascata avvenga. Vale la pena far notare inoltre, che quando il trade imbalance è zero , non si può classificare le cascades come herding o comportamenti contrari , e questo perché in tal caso il numero degli acquisti o delle vendite risulterebbe lo stesso (visto che il prezzo è uguale al valore atteso incondizionato, ossia 50. In questa situazione infatti, la scelta dell'agente non può essere ne spiegata come un comportamento imitativo e ne come un tentativo di andare contro mercato.

Tabella 2 *Comportamenti di cascade di trading nel primo Trattamento.*

Trade Imb.	Cascade trading	Herd Behavior	Contr. Beha.
0	5.8%		
1	18.5%	5.7%	12.9%
2	42.7%	16.1%	26.6%
3	54.3%	23.9%	30.4%
≥ 4	62.5%	21.9%	40.6%