



LIBERA UNIVERSITÀ INTERNAZIONALE DEGLI STUDI SOCIALI
"LUISS - GUIDO CARLI"

DIPARTIMENTO DI ECONOMIA E FINANZA

Corso di Laurea Magistrale in Banche e Intermediari Finanziari

Cattedra di Econometria per la Finanza

Strategie di Trading Quantitativo: Previsioni del VIX con tecniche di Machine Learning ed Econometriche

Candidato: **Chiara Fabiani**

Correlatore:
Prof.ssa Marta Catalano

Relatore:
Prof. Federico Carlini

Anno Accademico 2024/2025

Indice

Abstract	3
Introduzione	4
1 Fondamenti Teorici e Revisione della Letteratura	6
1.1 Introduzione al VIX	6
1.1.1 Il Volatility Index	6
1.1.2 L'andamento storico del VIX	11
1.1.3 Relazione tra VIX e S&P 500	13
1.2 Revisione della Letteratura	18
1.2.1 Stato dell'arte sui modelli per la previsione del VIX	18
1.2.2 Il Modello Heterogeneous Autoregressive (HAR)	20
1.2.3 Il Modello AdaBoost	23
2 Previsione del VIX	28
2.1 Raccolta, preprocessing e feature engineering dei dati	28
2.2 Implementazione del modello HAR e analisi dei risultati	34
2.2.1 Modello HAR su RV	34
2.2.2 Modello HAR su $\log(\text{VIX})$	37
2.2.3 Modello HAR-EGARCH su $\log(\text{RV})$	39
2.2.4 Discussione dei risultati	41
2.3 Implementazione del modello AdaBoost e analisi dei risultati	44
2.3.1 Preprocessing dei dati	45
2.3.2 Suddivisione train/test e bilanciamento delle classi	45
2.3.3 Addestramento del modello	46
2.3.4 Risultati della classificazione	48
2.3.5 Analisi dell'importanza delle feature	49
2.3.6 Confronto tra segnale reale e segnale predetto	51
2.3.7 Criticità emerse e prospettive di miglioramento	52

3	Sviluppo e Analisi delle Strategie di Trading basate sui segnali del VIX	53
3.1	Sviluppo della strategia di trading basata sul segnale (rialzo/ribasso del VIX)	53
3.1.1	Strategia 1: strategia semplice sui segnali VIX	53
3.1.2	Strategia 2: Segnali VIX con filtro RSI e medie mobili	54
3.1.3	Strategia 3: Segnali VIX con conferma su due giorni consecutivi . .	55
3.1.4	Strategia 4: Segnali VIX filtrati sulla base della volatilità storica . .	56
3.1.5	Strategia 5: Segnali VIX con filtri multipli (SMA e volatilità) . . .	57
3.2	Backtesting della strategia e analisi dei rendimenti	59
3.2.1	Strategia 1: strategia semplice sui segnali VIX	60
3.2.2	Strategia 2: Segnali VIX con filtro RSI e medie mobili	63
3.2.3	Strategia 3: Segnali VIX con conferma su due giorni consecutivi . .	66
3.2.4	Strategia 4: Segnali VIX filtrati sulla base della volatilità storica . .	69
3.2.5	Strategia 5: Segnali VIX con filtri multipli (SMA e volatilità) . . .	72
3.3	Confronto finale tra le strategie	74
	Considerazioni finali	77
	Bibliografia	79

Abstract

Questa tesi si propone di analizzare la possibilità di prevedere la dinamica della volatilità implicita del mercato azionario, rappresentata dall'indice VIX, e di trasformare tali previsioni in segnali operativi per strategie di investimento.

Dopo aver costruito un dataset giornaliero esteso, che include dati sull'indice VIX, variabili macroeconomiche, commodity, valute e indicatori tecnici, si è proceduto con un'accurata fase di preprocessing e selezione delle caratteristiche più informative. Sono stati sviluppati tre modelli HAR: il primo applicato alla volatilità realizzata (RV), il secondo sul logaritmo del VIX e il terzo su $\log(RV)$ integrando una struttura EGARCH per modellare l'eteroschedasticità condizionata, includendo effetti asimmetrici. In parallelo, è stato costruito un classificatore AdaBoost con l'obiettivo di anticipare la direzione giornaliera del VIX (rialzo o ribasso). La qualità delle previsioni è stata valutata attraverso metriche di accuratezza quantitativa e direzionale, con l'obiettivo di comprendere se e in che misura tali modelli siano utili per la generazione di segnali di trading.

Sulla base dei segnali generati, sono state ideate e backtestate cinque strategie che prevedono l'assunzione di posizioni long o neutrali sull'ETF dell'S&P 500, utilizzando anche filtri operativi su trend, forza relativa e volatilità per migliorare l'efficacia delle decisioni. I risultati mostrano che alcune configurazioni riescono a generare rendimenti annui interessanti, con un profilo rischio/rendimento più favorevole rispetto all'investimento passivo.

La discussione finale sottolinea alcune criticità emerse, in particolare la difficoltà di prevedere shock improvvisi nella volatilità e i limiti imposti da una disponibilità storica relativamente contenuta. Tuttavia, i risultati ottenuti suggeriscono che l'integrazione tra modelli econometrici e tecniche di machine learning può rappresentare una strada promettente per sviluppare strategie sistematiche fondate su previsioni robuste, interpretabili e adattabili a differenti condizioni di mercato.

Introduzione

Negli ultimi decenni, l'interesse verso la modellazione e la previsione della volatilità finanziaria ha assunto un ruolo centrale, sia in ambito accademico sia per le applicazioni pratiche nella gestione del rischio, nell'asset allocation e nello sviluppo di strategie di investimento quantitativo. In questo contesto, l'indice VIX — noto anche come “indice della paura” — rappresenta una misura sintetica della volatilità implicita attesa dell'S&P500 e viene ampiamente utilizzato come proxy del livello di incertezza percepita dagli operatori di mercato. Comprendere e anticipare le dinamiche del VIX può dunque costituire un vantaggio informativo rilevante, soprattutto in fasi di instabilità macro-finanziaria o in prossimità di shock sistemici.

L'obiettivo di questa tesi è duplice: da un lato, si intende valutare la capacità di modelli econometrici e di machine learning nel prevedere i movimenti del VIX; dall'altro, si mira ad analizzare l'efficacia operativa delle previsioni generate, applicandole alla costruzione di strategie di trading direzionale sull'azionario. In particolare, vengono messi a confronto due approcci modellistici differenti: il modello HAR (Heterogeneous AutoRegressive), apprezzato per la sua abilità nel catturare la persistenza e la struttura a scala multipla della volatilità, e un classificatore AdaBoost, impiegato per la previsione della direzione del VIX (rialzo o ribasso) sulla base di un ricco insieme informativo che comprende variabili macroeconomiche, indici di mercato, indicatori tecnici e misure di volatilità realizzata e implicita.

Il lavoro si articola su più livelli. Dopo aver raccolto e preprocessato un ampio dataset, vengono implementate tre specificazioni del modello HAR: una sulla volatilità realizzata (RV), una sul logaritmo del VIX e una versione estesa che integra un componente EGARCH all'interno della struttura HAR, con l'obiettivo di modellare la log-varianza condizionata e cogliere l'eteroschedasticità asimmetrica che caratterizza le serie finanziarie. Parallelamente, si sviluppa un modello AdaBoost finalizzato alla previsione della direzione giornaliera del VIX, prendendo come target la variazione di segno rispetto al giorno precedente. Le performance predittive dei modelli vengono valutate tramite metriche quantitative come l'MSE, MAE e R^2 , e mediante misure di accuratezza direzionale, al fine di apprezzarne la capacità discriminante.

A partire dai segnali prodotti — indicazioni di rialzo o ribasso atteso della volatilità — vengono progettate cinque strategie di trading long/cash sull'ETF SPY, che replica

l'andamento dell'S&P500. Queste strategie si fondano sulla relazione generalmente inversa tra volatilità implicita e rendimenti azionari. I cinque approcci differiscono per le regole di filtraggio e conferma adottate: alcune strategie richiedono conferme tramite segnali consecutivi coerenti, altre impongono soglie massime alla volatilità dell'ETF per evitare ingressi in fasi turbolente, mentre altre ancora integrano indicatori tecnici come filtri. L'obiettivo comune è quello di ridurre l'esposizione a contesti di mercato poco strutturati o dominati dal rumore, aumentando così la robustezza operativa delle strategie.

Ogni strategia è sottoposta a backtest fuori campione sul periodo storico di riferimento ed è valutata tramite i principali indicatori di performance finanziaria: il tasso di crescita annualizzato (CAGR), gli indici di Sharpe e Sortino, il drawdown massimo, il profit factor e la percentuale di tempo in cui si è esposti al mercato. Questi parametri permettono di apprezzare la sostenibilità e la solidità economica delle strategie, sia in termini di rapporto rischio/rendimento, sia dal punto di vista operativo. L'analisi congiunta dei modelli predittivi e delle strategie consente di integrare la valutazione teorico-statistica con un'analisi concreta della redditività delle previsioni, verificando se esse possano tradursi in vantaggio economico effettivamente sfruttabile.

La struttura della tesi riflette tale impostazione: il Capitolo 1 introduce i fondamenti teorici relativi al VIX e presenta una rassegna della letteratura più rilevante, includendo una trattazione dei modelli HAR e AdaBoost sul piano teorico. Il Capitolo 2 è dedicato alla descrizione del dataset, al preprocessing, alla costruzione delle variabili esplicative e all'implementazione dei modelli. Il Capitolo 3 riporta i risultati empirici, sia in termini di performance predittiva che di efficacia delle strategie di trading proposte. Infine, nelle conclusioni si sintetizzano i principali risultati ottenuti, si discutono i limiti metodologici e si offrono spunti per sviluppi futuri, con l'intento di estendere l'approccio a contesti operativi più ampi o a modelli ancora più flessibili.

Capitolo 1

Fondamenti Teorici e Revisione della Letteratura

1.1 Introduzione al VIX

1.1.1 Il Volatility Index

Il **Volatility Index** (VIX), spesso definito “*indice della paura*” o “*fear gauge*”, rappresenta una misura della volatilità implicita delle opzioni a 30 giorni sull’indice S&P 500. Introdotto nel 1993 dalla Chicago Board Options Exchange (CBOE), il VIX nacque per fornire agli investitori uno strumento in grado di sintetizzare le aspettative di volatilità del mercato azionario statunitense.

In origine (formulazione sviluppata da Whaley nel 1993) l’indice veniva calcolato utilizzando i prezzi di otto opzioni (call e put) *at-the-money* scritte sull’S&P 100 (ticker OEX). Col passare del tempo, e in seguito allo spostamento dei volumi di trading sulle opzioni dell’S&P 500, il CBOE ha aggiornato il metodo di calcolo nel 2003, includendo anche le opzioni *out-of-the-money*, frequentemente acquistate per finalità di copertura. A partire dal 2004, il VIX non è più solo un indicatore: è divenuto negoziabile attraverso contratti *future* e, dal 2006, anche tramite opzioni.

Un aspetto peculiare del VIX è che esso estrae le aspettative di volatilità direttamente dai prezzi delle opzioni con scadenze comprese tra 23 e 37 giorni. In particolare, si calcolano due varianze, indicate come σ_1^2 e σ_2^2 , corrispondenti rispettivamente alle opzioni *near-term* e *next-term*; tali varianze vengono interpolate per ottenere una stima della volatilità implicita a 30 giorni. La formula attualmente utilizzata per calcolare il VIX (spesso riportata in modo esteso in letteratura) è:

$$\text{VIX} = 100 \times \sqrt{\frac{T_1 \sigma_1^2 (N_{T_2} - N_{30})}{N_{T_2} - N_{T_1}} + \frac{T_2 \sigma_2^2 (N_{30} - N_{T_1})}{N_{T_2} - N_{T_1}}} \times \sqrt{\frac{N_{365}}{N_{30}}}. \quad (1.1)$$

In altra forma equivalente:

$$\text{VIX} = 100 \times \frac{N_{T_2} - N_{T_1}}{\left[T_1 \sigma_1^2 (N_{T_2} - N_{30}) + T_2 \sigma_2^2 (N_{30} - N_{T_1}) \right]} \times \frac{N_{30}}{N_{365}}, \quad (1.2)$$

dove:

- σ_j^2 (per $j = 1, 2$) rappresenta la varianza implicita delle opzioni di tipo j ed è calcolata tramite la seguente espressione:

$$\sigma_j^2 = \frac{2}{T_j} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{r_j T_j} Q(K_i) - \frac{1}{T_j} \left(\frac{F_j}{K_0} - 1 \right)^2, \quad (1.3)$$

in cui:

- ΔK_i è la differenza media tra gli strike adiacenti,
- K_i rappresenta il prezzo di esercizio della i -esima opzione con bid non nullo,
- $Q(K_i)$ indica il punto medio dello spread bid-ask per l'opzione di strike K_i .
- T_j è il tempo residuo alla scadenza per le opzioni di tipo j ; i tassi di interesse a scadenza, indicati con r_j , sono calcolati sui rendimenti dei Treasury statunitensi (solitamente ottenuti tramite curve di rendimento a maturità costante e spline cubiche).
- F_j denota il livello forward dell'indice, ricavato dai prezzi delle opzioni, mentre K_0 è il primo strike al di sotto del livello forward.
- N_{T_j} indica il numero di minuti fino alla scadenza per le opzioni di tipo j . In particolare, si definiscono:
 - N_{T_1} : il numero di minuti residui fino alla scadenza delle opzioni *near-term* (quelle con più di 23 giorni alla scadenza),
 - N_{T_2} : il numero di minuti residui fino alla scadenza delle opzioni *next-term* (quelle con meno di 37 giorni alla scadenza).
- N_{30} e N_{365} sono, rispettivamente, il numero di minuti in 30 giorni (tipicamente 43,200 minuti, calcolati come $30 \times 1,440$) e il numero di minuti in un anno ($525,600$, ovvero $365 \times 1,440$).

Questa formula, basata sull'interpolazione di varianze a scadenze differenti, rende il VIX un indicatore sensibile e reattivo alle variazioni del *sentiment* di mercato, senza ricorrere alle ipotesi restrittive tipiche dei modelli classici di pricing, come ad esempio

quello di Black–Scholes¹. Tale metodologia *model-free*², prevede una ponderazione accurata dei contributi in base al tempo residuo fino alla scadenza dei contratti, impiegando una costante moltiplicativa (indicata solitamente con $N_{T_2} - N_{T_1}$) che consente di stimare in maniera precisa le aspettative di volatilità del mercato su un orizzonte standard di 30 giorni. Ogni componente del calcolo è progettata per minimizzare l’impatto delle fluttuazioni momentanee e per fornire un quadro complessivo della percezione del rischio, in modo che, ad esempio, durante periodi di alta incertezza – come durante la crisi finanziaria del 2008 o il crollo dovuto alla pandemia COVID-19 – il VIX possa raggiungere valori estremamente elevati (superiori a 80).

Esempio illustrativo: calcolo del VIX Per offrire una comprensione più immediata, proponiamo un esempio semplificato di calcolo del VIX. Supponiamo di avere:

$$T_1 = 0.08 \quad (\text{circa 29 giorni alla scadenza}), \quad T_2 = 0.10 \quad (\text{circa 36 giorni alla scadenza}),$$

$$N_{T_1} = 41,760 \quad \text{minuti}, \quad N_{T_2} = 51,840 \quad \text{minuti}, \quad N_{30} = 43,200, \quad N_{365} = 525,600.$$

Inoltre, immaginiamo di aver già calcolato le varianze implicite $\sigma_1^2 = 0.00012$ e $\sigma_2^2 = 0.00015$. Per semplicità, ipotizziamo che i tassi r_1, r_2 e il differenziale $\frac{F_j}{K_0}$ siano già inglobati in tali valori di varianza.

A questo punto, secondo la prima delle due formule del VIX, otteniamo:

$$\text{VIX} = 100 \times \sqrt{\frac{T_1 \sigma_1^2 (N_{T_2} - N_{30})}{N_{T_2} - N_{T_1}} + \frac{T_2 \sigma_2^2 (N_{30} - N_{T_1})}{N_{T_2} - N_{T_1}}} \times \sqrt{\frac{N_{365}}{N_{30}}}.$$

Osserviamo che:

$$N_{T_2} - N_{30} = 51,840 - 43,200 = 8,640,$$

$$N_{30} - N_{T_1} = 43,200 - 41,760 = 1,440,$$

$$N_{T_2} - N_{T_1} = 51,840 - 41,760 = 10,080.$$

Di conseguenza, la parte centrale che interpola le varianze diventa:

$$\frac{T_1 \sigma_1^2 (8,640)}{10,080} + \frac{T_2 \sigma_2^2 (1,440)}{10,080} = \frac{0.08 \times 0.00012 \times 8,640}{10,080} + \frac{0.10 \times 0.00015 \times 1,440}{10,080}.$$

Da cui abbiamo:

$$\frac{0.08 \cdot 0.00012 \cdot 8,640}{10,080} \approx 0.00082$$

¹Il modello Black–Scholes è uno dei modelli di pricing delle opzioni più noti.

²Il termine *model-free*, in ambito finanziario, indica metodi che non impongono uno specifico modello probabilistico per descrivere la dinamica dei prezzi degli asset sottostanti, basandosi esclusivamente su informazioni osservabili, come prezzi delle opzioni o momenti realizzati dei rendimenti.

$$\frac{0.10 \cdot 0.00015 \cdot 1,440}{10,080} \approx 0.00021$$

$$\text{somma} = 0.00103$$

Moltiplicando poi per $\sqrt{\frac{N_{365}}{N_{30}}} \approx \sqrt{\frac{525,600}{43,200}} \approx \sqrt{12.17} \approx 3.49$, si ottiene:

$$\sqrt{0.00103} \times 3.49 \approx 0.113 \times 3.49 \approx 0.394.$$

Infine, moltiplicando per 100, si ricava $VIX \approx 39.4$. Tale valore, puramente esemplificativo, corrisponde a una fase di mercato piuttosto instabile, poiché un VIX vicino a 40 è spesso associato a condizioni di accentuata incertezza.

In pratica, il calcolo effettivo del VIX sfrutta un numero molto più ampio di strike e un metodo di integrazione più articolato per σ_j^2 , producendo una misura aggregata della volatilità implicita. L'esempio proposto ha lo scopo di rendere più chiara l'intuizione alla base dell'indice: costruire un indicatore sintetico che, attraverso un'opportuna ponderazione temporale, combina le varianze implicite su scadenze diverse per restituire una stima annualizzata della volatilità attesa su un orizzonte di 30 giorni.

Nel calcolo *reale* del VIX, non ci si limita a un paio di prezzi di esercizio, bensì si integra su un ampio insieme di opzioni con *strike* diversi, distribuendo in modo quasi “continuo” l'apporto di ciascun punto lungo l'asse dei possibili valori dell'indice. In questo modo, la stima della varianza implicita (espressa come σ_j^2) risulta molto più accurata, poiché recepisce la struttura dei premi pagati per proteggersi contro un'ampia varietà di scenari di mercato. Come discusso in *Whaley (2008)*, l'informazione contenuta nei prezzi delle opzioni può riflettere le aspettative di volatilità futura, a condizione che si assumano mercati liquidi ed efficienza informativa.

Oltre alla pura metodologia di calcolo, va notato che il VIX si fonda sulla selezione di opzioni specifiche: vengono infatti utilizzate esclusivamente le opzioni SPX *out-of-the-money* (sia call che put) che presentano quotazioni non nulle. Questa selezione viene eseguita in modo tale da centrare le opzioni attorno a uno strike *at-the-money*, definito come il primo prezzo di esercizio minore o uguale al livello forward. In situazioni in cui la volatilità di mercato aumenta, la gamma degli strike con prezzi non nulli si espande, portando a una variazione nel numero di opzioni impiegate nel calcolo, il che può comportare aggiornamenti quasi continui (fino a livello minuto per minuto) del valore del VIX.

Un ulteriore elemento da considerare riguarda il “roll over” settimanale delle opzioni SPX. Le opzioni standard, ad esempio, si intendono scadere all'apertura delle negoziazioni del terzo venerdì del mese, mentre le opzioni settimanali si considerano scadute al termine della sessione di trading (intorno alle 15:00 CT). Tali regole, che stabiliscono anche la misura del tempo di scadenza (dividendo ogni giorno in minuti per ottenere una maggiore precisione), permettono di replicare con estrema accuratezza il comportamento atteso dagli operatori professionali del mercato delle opzioni.

Infine, è importante sottolineare che il CBOE integra nel calcolo del VIX ulteriori misure, quali il VIX Indicative Bid Index (VWB) e il VIX Indicative Ask Index (VWA), che stimano lo spread bid-ask espresso in termini di volatilità. Inoltre, informazioni relative alle volatilità near-term e next-term sono pubblicate ogni 15 secondi tramite i ticker VIN (VIX Index Near-Term) e VIF (VIX Index Far-Term), offrendo agli operatori dati quasi in tempo reale sullo stato del mercato.

Evoluzione e strumenti derivati. Dal momento in cui è stato possibile negoziare *future* e opzioni sul VIX, l'indice ha acquisito un ulteriore ruolo: non solo indicatore, ma anche asset su cui è possibile costruire strategie di copertura (*hedging*) o di speculazione sulla volatilità. L'interesse per tali strumenti è andato via via crescendo, con volumi di scambio che in certi momenti hanno superato il milione di contratti giornalieri, soprattutto nei periodi di maggiore turbolenza.³

Indici correlati (VXN, VXD) e altri indicatori. Nel panorama degli strumenti per la misurazione della volatilità, il VIX è certamente il più noto, ma non è l'unico. Esistono infatti altri indici che forniscono informazioni complementari su segmenti specifici di mercato. Il **VXN** è stato creato per monitorare la volatilità implicita delle opzioni sul Nasdaq-100, particolarmente reattivo a shock di breve termine nel settore tecnologico. Il **VXD**, invece, si focalizza sul Dow Jones Industrial Average, un paniere di società *blue chip* statunitensi, considerate spesso indicatori dello stato di salute dell'economia americana.

Altri mercati e asset hanno propri indici di volatilità (europei, settoriali, ecc.), offrendo ulteriori prospettive sul rischio percepito dagli operatori. In tutti i casi, si tratta di *barometri* del sentiment di mercato: un forte aumento di uno di questi indici segnala un incremento dell'incertezza, mentre una riduzione suggerisce un ritorno della fiducia.

Indicatori complementari: skew, scadenze multiple e open interest. Oltre al VIX tradizionale, si utilizzano diversi altri strumenti per affinare l'analisi della volatilità. Tra questi, in via esemplificativa, possiamo citare:

- **Lo skew**, che misura la differenza tra la volatilità implicita delle opzioni put e call *out-of-the-money*, utile per cogliere possibili asimmetrie: un elevato skew segnala in genere un timore più marcato di ribassi, con maggior acquisto di put.
- **Le versioni a breve termine del VIX** (ad esempio su orizzonti di nove giorni), che forniscono un'istantanea ravvicinata delle aspettative di volatilità e permettono di anticipare variazioni legate a eventi specifici.
- **Il VIX a un anno**, che consente di valutare la struttura a termine della volatilità. Analizzare la curva dei *futures* (contango o backwardation) offre informazioni su

³Per ulteriori dettagli, si veda ad esempio il report del CBOE relativo ai volumi di trading sul VIX.

come il mercato preveda l'andamento della volatilità: in contango i prezzi a lunga scadenza sono più alti di quelli a breve, mentre in backwardation avviene il contrario.

- **L'open interest** delle opzioni, cioè il numero di contratti aperti: un suo aumento o concentrazione su determinati strike può indicare un maggiore coinvolgimento del mercato e suggerire possibili movimenti futuri.

Nonostante la crescente disponibilità di indici e strumenti, il VIX rimane il punto di riferimento primario. Grazie all'adozione su larga scala e alla trasparenza del suo metodo di calcolo, esso fornisce un'istantanea affidabile delle aspettative di volatilità sul mercato azionario statunitense. Nel corso degli anni, i picchi del VIX hanno coinciso con i momenti di maggiore tensione sui mercati, fungendo da vero e proprio *barometro dell'incertezza*. Al tempo stesso, la presenza di altri indici come il VXN o il VXD, focalizzati su differenti segmenti (tecnologico o *blue chip*), e di indicatori come lo skew o l'open interest, contribuisce a fornire un quadro più granulare e completo del sentiment di mercato.

La capacità di combinare VIX, VXN, VXD, skew, analisi della struttura a termine della volatilità e open interest consente infatti di elaborare strategie di investimento e copertura più sofisticate e mirate. Dalla prospettiva degli investitori, tutto ciò si traduce in una comprensione più profonda delle dinamiche di mercato e in una maggiore tempestività nell'adattare le proprie posizioni a seconda delle condizioni di rischio.

Dunque, la famiglia completa di indici di volatilità — con il VIX in testa — si configura come uno strumento essenziale per l'interpretazione delle aspettative di rischio e per la definizione di strategie di gestione del portafoglio.

1.1.2 L'andamento storico del VIX

L'evoluzione storica del VIX offre una finestra preziosa sulla percezione del rischio da parte degli operatori finanziari.

Fin dagli anni '90, in un periodo caratterizzato da crisi internazionali e da eventi traumatici come il crollo di hedge fund, l'indice ha mostrato una moderata sensibilità, pur mantenendo valori generalmente contenuti. Tuttavia, il panorama cambiò radicalmente durante la crisi finanziaria globale del 2008, quando il VIX raggiunse picchi eccezionali, superando il valore di 80. Tale improvviso aumento evidenziò l'intenso panico che si era impresso sui mercati, fungendo da barometro estremo dell'incertezza.

Come mostrato nella Figura 1.1, l'indice VIX ha attraversato fasi di forte volatilità in corrispondenza delle crisi economiche globali (evidenziate in grigio), con un evidente ritorno verso la media nei periodi di stabilità.

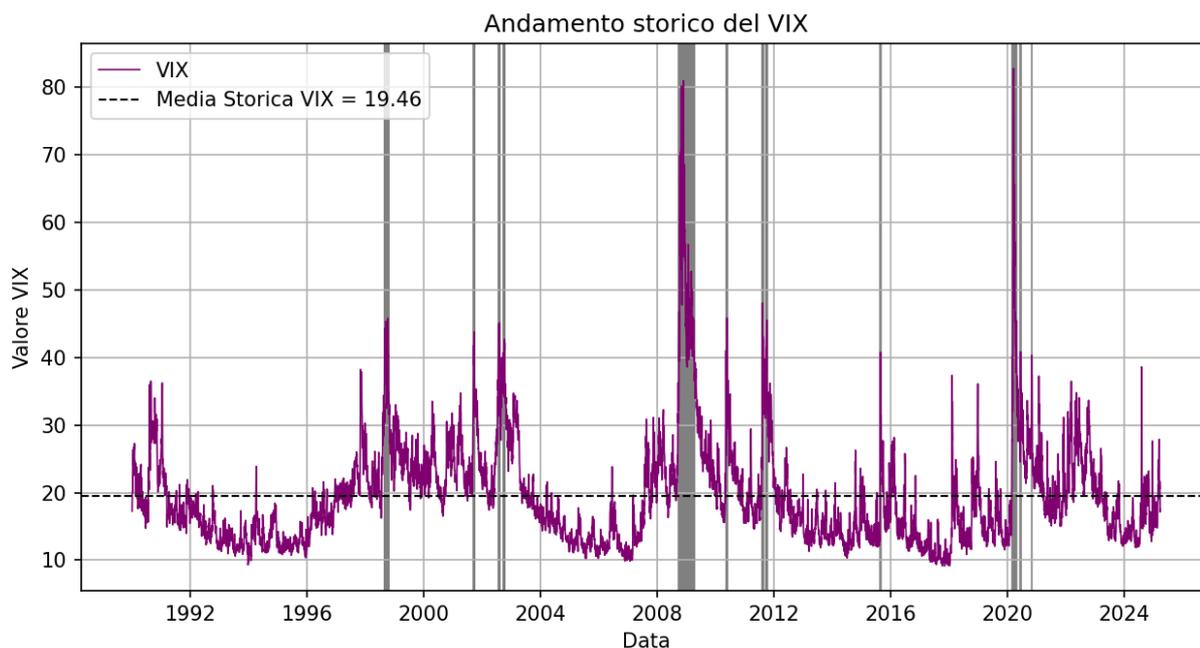


Figura 1.1: Andamento storico del VIX dal 1990 al 2025 con evidenziazione della media storica.

Dopo il crollo del 2008, il comportamento del VIX si è progressivamente orientato verso un fenomeno di *mean reversion* – ovvero una tendenza a ritornare a un valore medio nel lungo termine. Durante il periodo preso in considerazione nella nostra analisi, che va dal 1990 a Marzo 2025, la media del VIX si è attestata a 19.46. Dati storici riportati da Whaley (2008) indicano che, nei periodi pre crisi, come ad esempio dal 1986 al 2008, la mediana del VIX era pari a circa 18.88, con il 50% dei giorni compreso tra 14.60 e 23.66. Questi intervalli, che si restringono ulteriormente considerando percentili più elevati, sottolineano come la maggior parte dei valori tenda a concentrarsi intorno a un livello medio, nonostante le fluttuazioni dovute a eventi eccezionali.

Il meccanismo di *mean reversion* osservato nel VIX è attribuibile a diverse dinamiche di mercato. Durante fasi di estrema incertezza, come nel 2008 o nel crollo indotto dalla pandemia COVID-19, il VIX esplose a valori molto alti. Tuttavia, man mano che la crisi si attenua e il mercato recupera fiducia, l'indice tende a scendere verso il suo valore medio storico. Questo comportamento riflette l'idea che, sebbene gli shock possano spingere temporaneamente la volatilità a livelli elevati, esiste una forza di attrazione che riporta il sistema verso un equilibrio di lungo periodo.

A supporto di questa tesi, possiamo osservare come la frequenza di superamento di soglie critiche, ad esempio il valore di 34.22 – che secondo i dati storici è superato solo nel 5% dei giorni – evidenzia la natura transitoria degli estremi di volatilità. Inoltre, la durata dei periodi in cui il VIX resta al di sopra di tali soglie coincide con le fasi di crisi, come il

“Black Monday” del 1987 (circa 47 giorni consecutivi), il downturn del 2002 (46 giorni) e la crisi dei mutui subprime del 2008 (139 giorni).

Il processo di *mean reversion* non è soltanto un fenomeno statistico, ma anche un riflesso della psicologia di mercato. Durante i periodi di panico, la paura e l'incertezza spingono gli investitori a reagire in modo eccessivo, facendo lievitare il VIX. Con il tempo, quando la pressione di mercato si attenua e le notizie positive iniziano a riprendere il sopravvento, il panico si dissolve e l'indice ritorna verso i livelli medi, tipicamente intorno a 18–20. Questo ritorno alla media è essenziale per gli operatori che, mediante strategie di hedging e di trading basate sul tail-risk, cercano di sfruttare proprio questi movimenti estremi per proteggere i propri portafogli.

1.1.3 Relazione tra VIX e S&P 500

Negli ultimi decenni il VIX si è affermato come uno strumento cruciale per interpretare l'incertezza del mercato azionario, in particolare quello rappresentato dall'indice S&P 500. La dinamica alla base di questo indicatore è profondamente radicata nel comportamento degli operatori sui mercati delle opzioni: in prossimità di un atteso ribasso, la domanda di protezione mediante opzioni put aumenta sensibilmente, determinando un rialzo della volatilità implicita e, di conseguenza, del VIX.

In un contesto di mercato ribassista, l'aumento del rischio percepito induce gli investitori a richiedere premi di rischio maggiori, provocando un calo dei prezzi azionari. Al contrario, in situazioni di mercato rialzista, il flusso di opzioni call – pur presente – è meno marcato, evidenziando così un'inerzia nel calo del VIX. Tale asimmetria si traduce in una risposta non lineare: le variazioni negative del mercato hanno un impatto proporzionalmente più elevato sul VIX rispetto alle variazioni positive.

Numerose ricerche, tra cui quella di Whaley (2008), hanno formalizzato questa relazione attraverso una regressione del tipo:

$$R_{VIX} = \beta_0 + \beta_1 R_{SPX} + \beta_2 R_{SPX}^{(-)} + \varepsilon, \quad (1.4)$$

dove:

- R_{VIX} è il rendimento percentuale del VIX.
- β_0 è il termine costante (intercetta).
- β_1 misura la sensibilità del rendimento del VIX (R_{VIX}) rispetto al rendimento percentuale dell'indice S&P 500 (R_{SPX}).
- R_{SPX} è il rendimento percentuale dell'indice S&P 500.
- β_2 misura l'effetto addizionale sul rendimento del VIX in corrispondenza di rendimenti negativi dell'indice S&P 500.

- $R_{SPX}^{(-)}$ è la componente negativa del rendimento dell'indice S&P 500, definita come:

$$R_{SPX}^{(-)} = R_{SPX} \cdot \mathbb{I}_{\{R_{SPX} < 0\}},$$

con la funzione indicatore $\mathbb{I}_{\{R_{SPX} < 0\}}$ definita come:

$$\mathbb{I}_{\{R_{SPX} < 0\}} = \begin{cases} 1 & \text{se } R_{SPX} < 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- ε è il termine di errore che rappresenta i fattori casuali non spiegati dal modello.

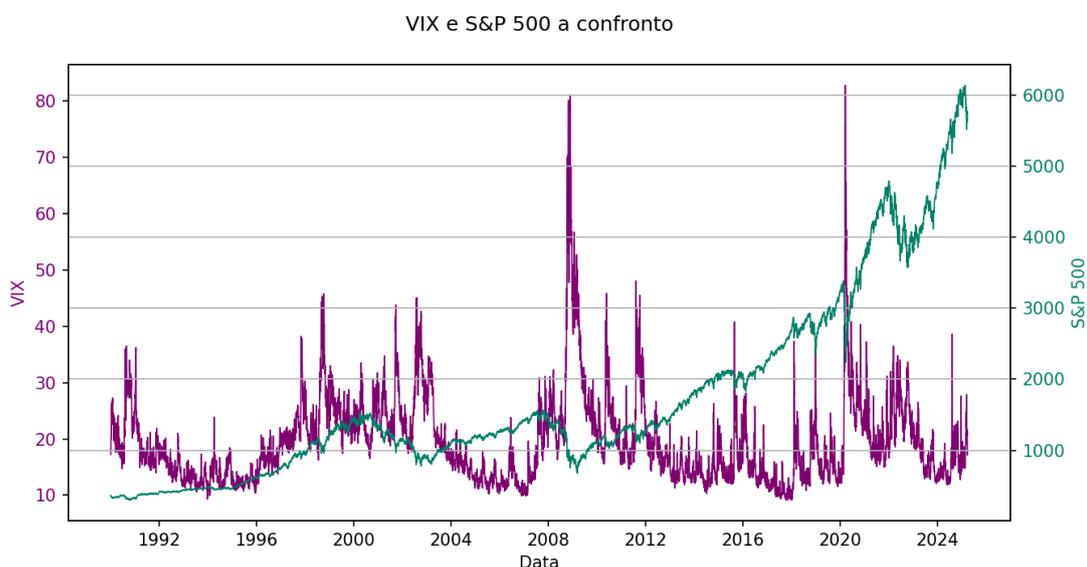


Figura 1.2: Andamento comparato tra il VIX e l'indice S&P 500 dal 1990 al 2018.

La figura in 1.2 illustra chiaramente l'evoluzione congiunta del VIX e dell'indice S&P 500 nel periodo analizzato, ovvero quello che va dal 1990 al 2025. I picchi evidenziati nel VIX, durante momenti di crisi, trovano corrispondenza in mercati ribassi azionari, dimostrando come l'indice sia in grado di riflettere l'incremento della percezione del rischio e l'instabilità del mercato. I dati empirici evidenziano una forte correlazione inversa tra i rendimenti giornalieri dei due indici. Come illustrato nella Tabella 1.1, il coefficiente di correlazione risulta essere intorno a -0.71, il che significa che in presenza di cali significativi nei rendimenti dell'S&P 500 il VIX tende a incrementare in misura rilevante.

	SPX Returns	VIX Returns
SPX Returns	1	-0.7088
VIX Returns	-0.7088	1

Tabella 1.1: Matrice di correlazione tra i rendimenti di S&P 500 e VIX.

Parallelamente, l'analisi di regressione in stile Whaley fornisce importanti spunti sulla natura asimmetrica della relazione tra l'andamento dell'indice S&P 500 e il VIX. In questo contesto, il modello stimato si esprime come:

$$R_{VIX} = \beta_0 + \beta_1 R_{SPX} + \beta_2 D_{SPX}^{(-)} + \varepsilon, \quad (1.5)$$

dove:

- R_{VIX} rappresenta la variazione del VIX,
- R_{SPX} è il rendimento percentuale complessivo dell'S&P 500,
- $D_{SPX}^{(-)}$ è una variabile dummy che vale 1 nei giorni in cui il rendimento è negativo e 0 altrimenti,
- ε è il termine di errore.

Parametro	Valore	P-Value	T-Statistic
Intercept	-0.011	0.000	-12.946
β_1 (R_{SPX})	-3.436	0.000	-60.021
β_2 (Dummy)	0.023	0.000	17.587

Tabella 1.2: Risultati della regressione: $R_{VIX} = \beta_0 + \beta_1 R_{SPX} + \beta_2 D_{SPX}^{(-)} + \varepsilon$.

I risultati della regressione, riportati nella tabella 1.2, evidenziano quanto segue:

- **Intercetta** (β_0): Il valore leggermente negativo (circa -0.0109) suggerisce che, in assenza di movimenti marcati sul mercato, il VIX tenda a decrescere in modo marginale.
- β_1 (**R_SPX**): Con un coefficiente intorno a -3.44, emerge chiaramente che un aumento percentuale dell'indice S&P 500 porta a una significativa riduzione del VIX.
- β_2 (**Dummy**): Il coefficiente positivo (circa 0.023) indica che nei giorni in cui il rendimento dell'S&P 500 è negativo si attiva un effetto addizionale: il VIX registra un incremento, evidenziando una risposta asimmetrica. In altre parole, la volatilità implicita risponde in maniera più marcata in presenza di shock ribassisti.

Questa specifica, che integra una dummy per i giorni negativi, permette di catturare in maniera più accurata la dinamica differenziata del VIX: mentre l'effetto complessivo di R_{SPX} è quello di deprimere il VIX, l'attivazione della dummy nei giorni di ribasso comporta un impulso positivo, riflettendo una percezione di rischio amplificata durante i

momenti di stress di mercato. I p-value significativi all'1% indicano che il modello spiega in modo soddisfacente la variabilità del VIX.

Questi risultati mettono quindi in luce da un lato la relazione negativa esistente tra variazione del VIX e quella dell'SP&500, dall'altro come il mercato percepisca il rischio in maniera asimmetria, accompagnando il movimento rialzista sul VIX da un ulteriore incremento nei giorni di ribasso. Dal lato delle opzioni, tale asimmetria si manifesta nel ben noto *volatility skew*: le opzioni put sull'S&P 500, utilizzate per proteggersi dai ribassi, presentano volatilità implicite più elevate rispetto alle call, segnalando una maggiore preoccupazione degli operatori per gli scenari di crollo rispetto a quelli di rialzo. La regressione proposta nel presente lavoro, attraverso i coefficienti β_1 e β_2 , consente di quantificare questa asimmetria in modo formale: un coefficiente $\beta_2 < 0$ indica che l'effetto leva inverso (cioè la crescita della volatilità al calare dei prezzi) è particolarmente pronunciato, amplificando la volatilità attesa nei momenti di mercato ribassista

Pur appartenendo a mercati distinti — le opzioni per il VIX e le azioni per l'S&P 500 — i due indicatori mostrano una connessione molto stretta. Il VIX rappresenta, infatti, la volatilità attesa dell'indice azionario nei successivi 30 giorni, misurata in termini risk-neutral, e quindi riflette non solo le aspettative future degli operatori, ma anche un premio per il rischio implicito nelle opzioni. Quando l'S&P 500 subisce un calo improvviso, gli investitori si attendono maggiore turbolenza futura e aumentano la domanda di coperture tramite l'acquisto di opzioni put, determinando un'impennata delle volatilità implicite e, di conseguenza, del VIX. Viceversa, in fasi di mercato stabili o in crescita, la minore domanda di protezione tende a ridurre il livello del VIX.

Dal punto di vista teorico, questo legame negativo tra rendimenti azionari e volatilità implicita è stato interpretato attraverso diversi meccanismi economici. Uno di essi è il cosiddetto *effetto leva*, proposto da Black (1976): un ribasso del mercato azionario aumenta il rapporto debito/capitale proprio delle imprese, incrementando la loro leva finanziaria e rendendole più rischiose, con conseguente aumento atteso della volatilità. Un'altra spiegazione è il *volatility feedback effect*, secondo cui un incremento improvviso della volatilità attesa implica una revisione al ribasso dei prezzi azionari, poiché gli investitori richiedono un premio per il rischio più elevato. Tuttavia, entrambi questi meccanismi si manifestano su orizzonti temporali relativamente estesi e non riescono da soli a spiegare la forte correlazione negativa osservata su base giornaliera.

Più recentemente, la letteratura ha posto l'accento su dinamiche comportamentali e sulla componente di *sentiment* nel determinare la risposta del VIX. Gli investitori tendono a mostrare un'elevata avversione alle perdite: le notizie negative (come ribassi improvvisi dei mercati) generano reazioni più forti rispetto a quelle positive, traducendosi in aumenti della volatilità implicita più pronunciati di quanto avvenga in contesti favorevoli. Questo comportamento spiega perché il VIX spesso cresca in modo sproporzionato durante fasi di sell-off rispetto alla sua discesa nei rally: in tali contesti, il mercato delle opzioni prezza

un *premio per la paura* quando prevalgono le aspettative di rischio al ribasso (Whaley, 2000).

Queste informazioni risultano cruciali non solo per comprendere il rischio di coda percepito dal mercato e il relativo sentiment, ma anche per la costruzione di strategie di *risk management*. Un gestore consapevole dell'asimmetria del VIX potrà strutturare coperture più efficienti contro i ribassi, allocando una parte del portafoglio a strumenti di volatilità che si attivano proprio nei momenti di maggiore necessità.

1.2 Revisione della Letteratura

1.2.1 Stato dell'arte sui modelli per la previsione del VIX

La letteratura sulla previsione dell'indice VIX (Chicago Board Options Exchange Volatility Index) si articola principalmente in due filoni distinti: da un lato i contributi basati su modelli econometrici tradizionali, dall'altro quelli che impiegano metodologie di apprendimento automatico. I primi si fondano su specificazioni parametriche derivate dalla teoria economico-finanziaria, mentre i secondi sfruttano la capacità degli algoritmi data-driven di apprendere dai dati pattern complessi e non lineari. Questa distinzione riflette un'evoluzione metodologica nella modellizzazione dell'implied volatility, dove strumenti classici come i modelli GARCH o HAR vengono progressivamente affiancati – e in alcuni casi superati – da approcci di machine learning che fanno uso di grandi insiemi informativi e tecniche predittive avanzate.

Contributi econometrici

Negli ultimi decenni la letteratura ha evidenziato un notevole interesse per la previsione dell'implied volatility, in particolare per il VIX, indice che sintetizza le aspettative di volatilità del mercato azionario statunitense. Tradizionalmente, i modelli utilizzati per la previsione del VIX hanno avuto un duplice obiettivo: da un lato, fornire stime affidabili della volatilità futura, dall'altro, agire come variabile esogena nei modelli di previsione dei rendimenti degli asset.

Inizialmente, i modelli GARCH, introdotti da Engle (1982) e Bollerslev (1986), hanno rappresentato lo standard per catturare l'eteroschedasticità condizionale nelle serie temporali. Studi successivi, come quelli di Andersen et al. (2003), hanno dimostrato che la modellazione della volatilità realizzata multivariata può superare in termini di performance out-of-sample i tradizionali modelli GARCH e quelli a volatilità stocastica.

Numerosi studi hanno confrontato l'efficacia delle previsioni basate sull'implied volatility con quelle derivate dai modelli di volatilità storica, come i modelli GARCH e le loro varianti, trovando che il VIX, pur presentando alcune criticità (ad es. bias positivo nelle previsioni, come evidenziato da Corrado e Miller, 2005), spesso risulta superiore in termini di errore quadratico medio rispetto ai modelli tradizionali (Fleming et al., 1995).

Diversi studi hanno esaminato la relazione tra volatilità storica e implicita. Ad esempio, Christensen e Prabhala (1998) hanno osservato che la volatilità implicita dello S&P 100 tende a rispecchiare quella storica, sebbene le sue capacità previsive siano limitate. In contrasto, Blair (2001) ha evidenziato che le previsioni basate sul VIX risultano superiori rispetto a quelle ottenute tramite i modelli GARCH tradizionali. Altri studi, come quelli di Canina e Figlewsky (1993) e di Lewis (1992) insieme a Lamoureux e Lastrapes (1993),

hanno invece riscontrato una debole correlazione, suggerendo che la volatilità implicita non sia sempre una stima accurata della futura volatilità.

Un'altra linea di ricerca si è focalizzata sul forecasting diretto dell'implied volatility, utilizzando tecniche non parametriche e modelli semiparametrici. Giot e Laurent (2007) hanno, ad esempio, confrontato modelli che incorporano componenti continue e jump, dimostrando che il VIX da solo possiede un elevato potere esplicativo per la volatilità realizzata. Tuttavia, Becker (2006) et al. hanno suggerito che, soprattutto su base giornaliera, l'aggiunta di stime storiche della volatilità possa migliorare le previsioni ottenute esclusivamente tramite il VIX.

Parallelamente, altri studi hanno integrato variabili macroeconomiche e indicatori di liquidità nei modelli di forecasting per catturare le dinamiche di mercato in contesti di elevata incertezza. Ad esempio, l'inclusione dei rendimenti dell'S&P 500 e dei volumi di trading, in un quadro ARIMA-GARCH ampliato, ha portato a miglioramenti significativi nell'accuratezza delle previsioni (Harvey e Whaley, 1992; Brooks e Oozer, 2002). Questi approcci, combinando informazioni dal mercato azionario e dalla struttura delle opzioni, hanno evidenziato una maggiore capacità di predire le variazioni future del VIX, specialmente in situazioni di stress di mercato.

Un ulteriore passo avanti è stato compiuto con il modello HAR di Corsi (2009), capace di riprodurre la persistenza della volatilità su orizzonti giornalieri, settimanali e mensili grazie alla sua struttura semplice ma efficace.

Contributi da modelli di machine learning

Numerosi studi hanno poi integrato questi approcci con metodi non lineari – quali reti neurali, LSTM e altre tecniche avanzate – per migliorare ulteriormente l'accuratezza delle previsioni, evidenziando come tali metodi siano in grado di catturare aspetti della volatilità che i modelli lineari tradizionali non riescono a spiegare. Un contributo importante è stato dato da modelli basati sul machine learning, che sfruttano tecniche di ensemble e reti neurali per processare enormi dataset in tempo reale (BlackRock, 2019⁴). Tali metodi, sebbene ancora in fase di sperimentazione rispetto ai tradizionali modelli econometrici, hanno mostrato promettenti capacità predittive e una maggiore adattabilità alle dinamiche non lineari del VIX.

Studi pionieristici hanno evidenziato che, sebbene le reti neurali possano addirittura superare il VIX nel predire i futures sull'S&P 500, l'impiego di metodi di regressione e di modelli VAR consente di individuare pattern prevedibili nella sua evoluzione. Ricerche come quella di Konstantinidi et al. (2008) sottolineano l'importanza di includere variabili economiche, ottenendo modelli in cui il legame tra fattori macroeconomici e volatilità risulta determinante.

⁴BlackRock (2019) ha sperimentato modelli di machine learning per il forecasting della volatilità.

In particolare, il lavoro di Bai e Cai, "Predicting VIX with Adaptive Machine Learning", offre un contributo rilevante alla comprensione della prevedibilità del VIX utilizzando tecniche di machine learning adattivo. I ricercatori hanno sviluppato un framework automatizzato in tre fasi, analizzando un ampio set di 278 variabili economiche e finanziarie. Tra i modelli testati, l'Adaptive Boosting (AdaBoost) ha mostrato la maggiore efficacia nella previsione del VIX, con un tasso di successo medio del 57% durante un periodo di 11 anni fuori campione. Questo approccio ha evidenziato l'importanza congiunta di variabili macroeconomiche e di indicatori tecnici di alcuni membri dell'S&P 500.

Infine, numerosi studi hanno eseguito simulazioni di trading basate sulle previsioni del VIX, evidenziando che strategie di opzioni come gli straddle possono trarre vantaggio dalla capacità del VIX di anticipare periodi di elevata incertezza⁵. La convergenza tra le previsioni ottenute tramite modelli econometrici e quelle derivate da approcci di ML suggerisce che una fusione di queste metodologie potrebbe rappresentare la frontiera più promettente per il forecasting dell'implied volatility.

Questi studi, presi insieme, forniscono un quadro esaustivo dello stato dell'arte e confermano come il VIX continui a rappresentare uno degli strumenti più preziosi per la misurazione e la previsione del rischio nei mercati finanziari.

1.2.2 Il Modello Heterogeneous Autoregressive (HAR)

Il modello Heterogeneous Autoregressive (HAR) rappresenta una delle innovazioni più interessanti nella modellizzazione della volatilità, in quanto permette di catturare la persistenza e il clustering osservati nei dati finanziari attraverso un approccio semplice e lineare. La genesi di questo modello affonda le sue radici nella letteratura che indaga l'eterogeneità degli investitori e la presenza di differenti orizzonti temporali nei mercati finanziari, come evidenziato dai contributi di Peters (1994⁶), nella "Fractal Market Hypothesis", Lux e Marchesi (1999⁷), Alfarano e Lux (2007⁸) e LeBaron (2006⁹). Questi studi sostengono che la diversità degli investitori – in termini di capitale investito, tolleranza al rischio, orizzonti temporali, ubicazione geografica e modalità di accesso alle informazioni – genera diverse componenti di volatilità, le quali possono essere distinti in breve, medio e lungo termine.

L'idea alla base del modello HAR è che i movimenti della volatilità non siano omogenei nel tempo, ma riflettano il comportamento eterogeneo degli investitori. In particolare, chi opera su orizzonti brevi è più sensibile alle fluttuazioni giornaliere, mentre investitori istituzionali o a lungo termine tendono a reagire a variazioni aggregate su scale settimanali o mensili. Questa caratteristica spiega perché la volatilità realizzata, che è spesso misurata

⁵Le simulazioni di trading evidenziano l'importanza pratica del forecasting del VIX.

⁶Peters (1994) introduce la "Fractal Market Hypothesis", una visione alternativa sui mercati finanziari.

⁷Lux e Marchesi (1999) forniscono una modellizzazione basata sull'eterogeneità degli agenti.

⁸Alfarano e Lux (2007) approfondiscono l'impatto degli orizzonti temporali nelle dinamiche di mercato.

⁹LeBaron (2006) contribuisce con evidenze empiriche sull'importanza dei differenti orizzonti temporali.

come la somma delle variazioni quadratiche dei rendimenti intraday, evidenzia una struttura di memoria lunga nonostante un modello autoregressivo lineare sembri formalmente avere memoria corta. Per "long memory" (o memoria lunga) si intende quella proprietà per cui le autocorrelazioni della serie decadono lentamente all'aumentare del lag, evidenziando un effetto persistente nel tempo. Più formalmente, come discusso da Granger (1996), si può descrivere la long memory anche dal punto di vista spettrale: la densità spettrale della serie a bassa frequenza non tende a zero rapidamente, ma decade come una potenza della frequenza (e l'esponente di questa potenza costituisce un indicatore della memoria lunga). In tal modo, perfino un modello lineare con termini autoregressivi limitati può riprodurre, attraverso la componente di lungo periodo, una dipendenza prolungata che non si esaurisce rapidamente, spiegando la persistenza e la forte correlazione spesso osservate nella volatilità dei mercati finanziari.

Corsi (2009) ha proposto una specificazione, comunemente definita HAR(3), che scompone la volatilità realizzata RV_t in tre componenti:

$$RV_t = \beta_0 + \beta_d RV_{t-1}^{(d)} + \beta_w RV_{t-1}^{(w)} + \beta_m RV_{t-1}^{(m)} + \varepsilon_t, \quad (1.6)$$

dove:

- RV_t è la volatilità realizzata osservata al tempo t ;
- $RV_{t-1}^{(d)}$ è la volatilità realizzata sul periodo giornaliero, solitamente il valore osservato al giorno precedente;
- $RV_{t-1}^{(w)}$ rappresenta la media della volatilità realizzata negli ultimi 5 giorni, come proxy per l'orizzonte settimanale;
- $RV_{t-1}^{(m)}$ è la media della volatilità realizzata negli ultimi 22 giorni, a indicare l'orizzonte mensile;
- β_0 è il termine costante, mentre β_d , β_w e β_m sono i coefficienti associati alle rispettive componenti;
- ε_t rappresenta il termine di errore, ipotizzato essere una serie bianca (cioè, a media zero e con varianza costante).

Questa specificazione consente di interpretare i coefficienti come misure dell'influenza delle diverse scale temporali sulla volatilità futura. Ad esempio, un valore elevato di β_m indica che le informazioni di volatilità a lungo termine (mensile) hanno un impatto rilevante anche sui rendimenti a breve termine, confermando il fenomeno di asimmetria in cui la volatilità a lungo termine influenza quella a breve termine in misura maggiore rispetto al contrario.

Per approfondire ulteriormente il modello, Corsi (2009) introduce il concetto di volatilità latente parziale, denotata con $\sigma_t(\cdot)$, che rappresenta la porzione della volatilità generata da una determinata componente temporale. Il modello prevede che la volatilità futura di ciascuna componente sia funzione sia della sua realizzazione passata sia del valore atteso delle componenti con orizzonti temporali più lunghi. In una forma più dettagliata, il modello HAR(3) può essere sviluppato in tre equazioni distinte:

$$\sigma_{t+1}^{(m)} = c(m) + \phi(m) RV_t^{(m)} + \omega_{t+1}^{(m)}, \quad (1.7)$$

$$\sigma_{t+1}^{(w)} = c(w) + \phi(w) RV_t^{(w)} + \gamma(w) E_t[\sigma_{t+1}^{(m)}] + \omega_{t+1}^{(w)}, \quad (1.8)$$

$$\sigma_{t+1}^{(d)} = c(d) + \phi(d) RV_t^{(d)} + \gamma(d) E_t[\sigma_{t+1}^{(w,d)}] + \omega_{t+1}^{(d)}, \quad (1.9)$$

dove $E_t[\cdot]$ indica l'aspettativa condizionata all'informazione disponibile al tempo t , e $\omega_{t+1}^{(\cdot)}$ sono le innovazioni, assunte indipendenti, che garantiscono il rispetto della positività della volatilità. Attraverso sostituzioni ricorsive si giunge ad una forma compatta:

$$RV_{t+1}^{(d)} = c + \beta_d RV_t^{(d)} + \beta_w RV_t^{(w)} + \beta_m RV_t^{(m)} + \omega_{t+1}, \quad (1.10)$$

che rappresenta il modello HAR(3) utilizzato per la previsione della volatilità giornaliera realizzata. Questa equazione, pur essendo un modello autoregressivo lineare, è in grado di spiegare le proprietà di memoria lunga grazie alla sua struttura composita.

L'applicazione empirica del modello HAR ha fornito risultati molto interessanti. In numerosi studi si è osservato che la componente mensile ha un impatto significativamente maggiore sulla volatilità di breve termine rispetto alla componente giornaliera o settimanale, in linea con l'ipotesi secondo cui gli investimenti di lungo periodo rappresentano una base più solida per la formazione delle aspettative di rischio, mentre le fluttuazioni giornaliere, pur influenzate, sono meno robuste.

Inoltre, nonostante il modello HAR sia formalmente un modello a memoria corta (AR), esso è in grado di ricreare dinamiche caratteristiche dei processi a memoria lunga (long memory) osservate nei dati di volatilità, senza dover ricorrere a strutture non lineari o a modelli di variazione stocastica complessi. Questa caratteristica lo rende particolarmente appetibile per applicazioni pratiche nella gestione del rischio e nella previsione finanziaria.

Successivamente alla proposta originale, il modello HAR è stato esteso per includere variabili esogene che catturano ulteriori aspetti del rischio di mercato, come gli indicatori di liquidità o il sentiment degli investitori. Tali estensioni hanno dimostrato di migliorare ulteriormente la capacità predittiva del modello e di fornire una visione più completa delle dinamiche della volatilità. Ad esempio, l'integrazione di variabili macroeconomiche ha permesso di spiegare meglio le variazioni improvvise nei periodi di crisi, mentre l'aggiunta di indicatori di mercato ha rafforzato la relazione tra la volatilità realizzata e quella implicita.

Il modello HAR si distingue, quindi, per la sua semplicità e pur essendo basato su concetti economici intuitivi, può fornire risultati robusti e coerenti con le evidenze empiriche, contribuendo significativamente al campo della modellizzazione della volatilità. L'adozione di questo modello ha infatti consentito agli operatori di mercato di sviluppare strategie di trading e hedging più mirate, sfruttando le caratteristiche intrinseche del processo di volatilità.

1.2.3 Il Modello AdaBoost

L'Adaptive Boosting, noto come AdaBoost, è un algoritmo di ensemble learning che rientra nel più ampio ambito del *supervised learning*. Per comprendere appieno AdaBoost, è importante chiarire i due concetti fondamentali su cui si basa: il *supervised learning* e l'*ensemble learning*.

Supervised Learning ed Ensemble Learning Il supervised learning, o apprendimento supervisionato, è un metodo di machine learning in cui il modello viene addestrato su un dataset etichettato, composto da coppie input-output. L'obiettivo è individuare una funzione f tale che, dato un nuovo input x , il modello predica correttamente l'output y . Il processo di apprendimento avviene su un *training set*, dove ogni elemento è un'istanza etichettata con un valore di output noto. I modelli sviluppati possono essere usati per la classificazione, quando y è categorico, oppure per la regressione, quando y è numerico.

L'*ensemble learning* è la tecnica che consiste nel combinare più modelli deboli (weak learner¹⁰) per ottenere un modello complessivo (strong learner¹¹) che migliori le prestazioni rispetto a ciascun componente preso singolarmente. Questo approccio riduce l'errore complessivo, attenuando contemporaneamente il *bias*¹² e la *varianza*¹³ del modello.

Il Principio di AdaBoost AdaBoost, introdotto da Schapire nel 1995, applica il concetto di ensemble learning concentrandosi sugli esempi più difficili del training set. Il meccanismo chiave dell'algoritmo è l'aggiornamento iterativo dei pesi assegnati alle istanze. All'inizio, tutte le osservazioni hanno lo stesso peso. Dopo ogni iterazione, il classificatore¹⁴ addestrato viene valutato: le istanze erroneamente classificate aumentano di peso, mentre quelle correttamente classificate lo vedono ridotto. In questo modo, le iterazioni successive si focalizzano sugli errori, migliorando l'adattamento del modello ai dati.

¹⁰**Weak learner:** un modello di apprendimento che, preso singolarmente, offre una capacità predittiva appena superiore al caso, ma che, se combinato con altri, può portare a prestazioni notevolmente migliorate.

¹¹**Strong learner:** un modello predittivo che raggiunge prestazioni elevate grazie all'integrazione di numerosi weak learner.

¹²Bias: errore sistematico dovuto ad assunzioni errate nel modello.

¹³Varianza: misura della sensibilità del modello alle variazioni nei dati di training; un'elevata varianza può portare a overfitting.

¹⁴**Classificatore:** un modello che assegna un'etichetta (o classe) ad una data istanza.

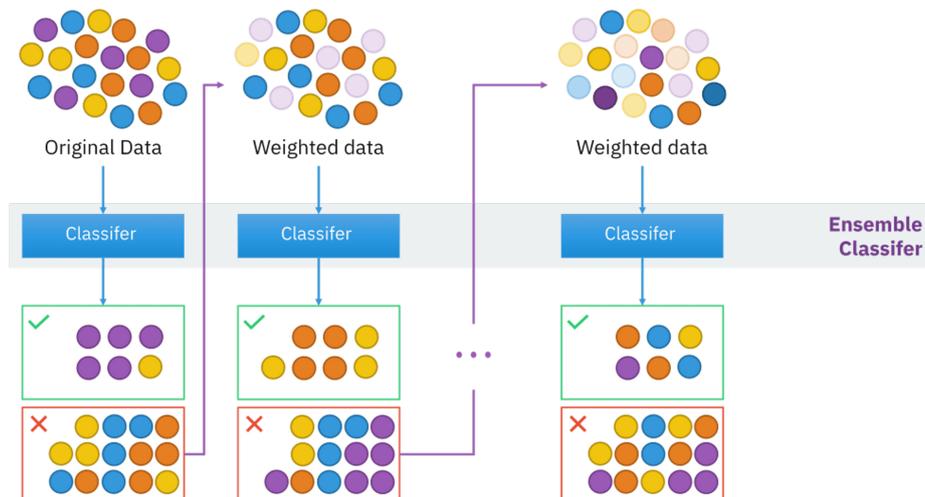


Figura 1.3: Schema esplicativo del funzionamento di AdaBoost. Ad ogni iterazione, le istanze mal classificate vengono pesate maggiormente per concentrare il training sulle aree problematiche del dataset. Fonte: <https://www.almabetter.com/bytes/tutorials/data-science/adaboost-algorithm>

La figura 1.3 illustra graficamente il funzionamento di AdaBoost. Iterazione dopo iterazione, l'algoritmo concentra l'attenzione sugli errori, rendendolo particolarmente efficace nel ridurre l'errore complessivo. Tuttavia, questa sensibilità può comportare un'eccessiva enfasi su rumore e anomalie, con il rischio di overfitting. Per questo motivo, sono state proposte varianti più robuste in grado di mitigare l'effetto delle istanze rumorose.

La combinazione finale dei weak learner avviene tramite una votazione pesata. Se indichiamo con $h_t(x)$ il classificatore all'iterazione t e con α_t il peso assegnato, la decisione finale per un nuovo input x è data da:

$$H(x) = \text{sign} \left(\sum_{t=1}^T \alpha_t h_t(x) \right). \quad (1.11)$$

Il peso α_t dipende dall'errore ϵ_t del classificatore, secondo:

$$\alpha_t = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - \epsilon_t}{\epsilon_t} \right), \quad (1.12)$$

così che i modelli più accurati contribuiscano maggiormente alla decisione complessiva.

Durante il processo iterativo, i pesi $D_t(i)$ associati a ciascuna istanza i vengono aggiornati con la seguente regola:

$$D_{t+1}(i) = \frac{D_t(i) \exp(-\alpha_t y_i h_t(x_i))}{Z_t}, \quad (1.13)$$

dove y_i è l'etichetta corretta dell'istanza i e Z_t è un fattore di normalizzazione tale che $\sum_i D_{t+1}(i) = 1$.

Funzione obiettivo e incertezza delle previsioni AdaBoost può essere formalmente interpretato come un algoritmo che minimizza una funzione obiettivo definita sul training set. Nel caso di classificazione binaria con etichette $y_i \in \{-1, +1\}$, l'algoritmo cerca di minimizzare la cosiddetta *funzione di perdita esponenziale*:

$$J(F) = \sum_{i=1}^n \exp(-y_i F(x_i)), \quad (1.14)$$

dove:

- n è il numero di osservazioni nel training set;
- $x_i \in \mathbb{R}^p$ rappresenta il vettore delle caratteristiche dell'osservazione i -esima;
- $y_i \in \{-1, +1\}$ è l'etichetta vera associata all'osservazione x_i ;
- $F(x)$ è il classificatore finale, definito come:

$$F(x) = \sum_{t=1}^T \alpha_t h_t(x), \quad (1.15)$$

- $h_t(x)$ è il classificatore debole (tipicamente un albero decisionale poco profondo) selezionato alla t -esima iterazione;
- $\alpha_t \in \mathbb{R}^+$ è il peso assegnato al classificatore $h_t(x)$ in base alla sua accuratezza;
- T è il numero totale di iterazioni (o boosting rounds).

La funzione $J(F)$ penalizza fortemente le classificazioni errate e guida l'algoritmo verso soluzioni che riducono progressivamente la perdita complessiva. L'ottimizzazione di tale funzione è effettuata attraverso un approccio incrementale detto *forward stage-wise*: ad ogni passo si aggiunge un nuovo classificatore $h_t(x)$ che minimizza l'errore residuo.

Incetenza nelle previsioni e conformal prediction nel contesto della classificazione binaria Nel presente lavoro, ci si concentra sull'utilizzo di modelli di classificazione binaria, in particolare AdaBoost, per la generazione di segnali direzionali sulla volatilità, dove la variabile target è definita come $y \in \{0, 1\}$, con $y = 1$ indicante un aumento previsto della volatilità e $y = 0$ una sua diminuzione. In questo contesto, sarebbe utile affiancare alla previsione una misura dell'incertezza associata, al fine di valutare l'affidabilità operativa del segnale prodotto.

Una metodologia adatta a questo scopo è la *conformal prediction*, un approccio *distribution-free* che consente di costruire insiemi predittivi (o intervalli nel caso di regressione) con garanzie finite-campionarie di copertura, senza richiedere ipotesi forti sulla distribuzione

dei dati. Questo metodo può essere applicato sia a modelli di regressione che di classificazione, e si adatta in modo flessibile a qualsiasi algoritmo predittivo, inclusi quelli non probabilistici come AdaBoost.

Nel caso della classificazione binaria, conformal prediction fornisce, per ciascuna osservazione, un sottoinsieme di etichette predette (tra $\{0, 1\}$) che contiene la vera etichetta con una probabilità almeno pari a $1 - \alpha$, dove α è il livello di significatività scelto. Formalmente, dato un classificatore f e una funzione di non conformità A , si definisce per una nuova osservazione x_{n+1} l'insieme predittivo come:

$$\Gamma_{n+1} = \{y \in \{0, 1\} : p_y \geq \alpha\},$$

dove p_y è il p-valore associato all'ipotesi che l'etichetta corretta sia y , calcolato confrontando il grado di non conformità della coppia (x_{n+1}, y) rispetto al set di calibrazione. L'insieme Γ_{n+1} può contenere:

- solo un'etichetta ($\Gamma_{n+1} = \{1\}$ o $\{0\}$) se il modello è sufficientemente confidente;
- entrambe le classi ($\Gamma_{n+1} = \{0, 1\}$) se il livello di incertezza è elevato;
- il caso limite $\Gamma_{n+1} = \emptyset$, indicativo di una violazione delle assunzioni del metodo.

Nel nostro lavoro abbiamo deciso di adottare un approccio basato sulla classificazione binaria (rialzo o ribasso), piuttosto che utilizzare un modello regressivo, perché la classificazione rende più agevole produrre segnali operativi chiari, immediatamente spendibili in strategie di trading che prevedano di assumere posizioni long oppure neutrali sul mercato. Tuttavia, è utile sottolineare che la conformal prediction, è un metodo estremamente flessibile che può essere efficacemente impiegato anche per problemi di regressione. Nel caso regressivo, infatti, il vantaggio principale della conformal prediction è quello di poter costruire intervalli predittivi concreti per variabili continue, come ad esempio il valore futuro della volatilità realizzata (nella sua forma logaritmica) oppure dello stesso indice VIX. Ciò significa che, invece di ottenere una semplice indicazione sulla direzione futura (rialzo o ribasso) e una probabilità associata, è possibile quantificare direttamente l'incertezza della previsione attraverso intervalli numerici che, con un determinato livello di confidenza, contengono il valore atteso.

Applicazioni pratiche AdaBoost è stato impiegato con successo in numerosi settori, tra cui la visione artificiale, la diagnostica medica e l'analisi del rischio finanziario. Un esempio è fornito dallo studio di Zhang e Li (2023), in cui il modello è stato utilizzato per analizzare e predire il rischio finanziario delle imprese. Confrontando AdaBoost con metodi tradizionali come gli alberi decisionali e la regressione logistica, gli autori hanno riscontrato che il modello AdaBoost offre performance significativamente superiori, raggiungendo una capacità di identificare correttamente le imprese ad alto rischio superiore

al 90%, e garantendo una specificità altrettanto elevata nell'identificazione delle imprese a basso rischio.

Recentemente, Bai e Cai (2025) hanno ulteriormente mostrato come l'algoritmo, applicato alla previsione della direzione del VIX, sia in grado di anticipare i movimenti dell'indice combinando un ampio insieme di variabili macroeconomiche e finanziarie. Nel nostro lavoro adotteremo una strategia analoga: a partire da un dataset etichettato, addestreremo AdaBoost per identificare i pattern associati a rialzi o ribassi del VIX. Ogni iterazione dell'algoritmo si focalizzerà sulle osservazioni più difficili da classificare e la combinazione finale dei weak learner ci permetterà di costruire un modello robusto e adattivo con l'obiettivo di massimizzare la capacità predittiva del modello.

Capitolo 2

Previsione del VIX

2.1 Raccolta, preprocessing e feature engineering dei dati

Nella previsione della volatilità implicita misurata dall'indice VIX, la qualità e l'affidabilità dei dati costituiscono una premessa fondamentale per ottenere risultati robusti, coerenti e replicabili. Infatti, la precisione e la consistenza dei dati giocano un ruolo cruciale, influenzando direttamente la capacità predittiva e la validità delle analisi condotte. Pertanto, particolare attenzione è stata dedicata alla fase preliminare di preprocessing e di feature engineering, che rappresenta un elemento centrale del processo di modellazione.

Scelte metodologiche non rigorose, affrettate o superficiali durante questa fase possono portare a distorsioni significative nei risultati delle previsioni, compromettendo l'efficacia delle strategie operative che ne derivano e causando potenziali perdite finanziarie. Per minimizzare tali rischi, l'elaborazione dei dati è stata svolta con estrema accuratezza e rigore metodologico, assicurando che ciascuna variabile selezionata rispecchiasse elevati standard qualitativi.

In questo studio, i dati impiegati provengono prevalentemente dalla piattaforma Bloomberg, riconosciuta come fonte autorevole e consolidata nel campo della ricerca economico-finanziaria. Tale scelta risponde alla duplice esigenza di garantire da un lato una significativa profondità temporale, necessaria per cogliere eventuali dinamiche storiche rilevanti, e dall'altro lato l'assoluta accuratezza e attendibilità delle informazioni relative alle variabili economiche e finanziarie considerate. In particolare, i dati utilizzati comprendono un ampio spettro di informazioni, quali prezzi giornalieri di azioni, obbligazioni, materie prime e valute, oltre a numerosi indicatori macroeconomici come tassi di interesse, inflazione, disoccupazione e vari indicatori di liquidità.

Per offrire una panoramica completa e strutturata delle variabili analizzate, nella Tabella 2.1, vengono elencate in dettaglio tutte le variabili utilizzate, classificate accuratamente per tipologia.

Tabella 2.1: Elenco delle variabili utilizzate nello studio, classificate per tipologia

Variabile	Classe
JENUSD	Valute
EURUSD	Valute
GBPUSD	Valute
AUDUSD	Valute
CNYUSD	Valute
BRLUSD	Valute
DOLLAR INDEX	Valute
GOVT 2YR	Obbligazioni
GOVT 3YR	Obbligazioni
GOVT 5YR	Obbligazioni
GOVT 12MTH	Obbligazioni
GOVT 3MTH	Obbligazioni
GOVT 6MTH	Obbligazioni
GOVT 30YR	Obbligazioni
UST 13-WEEK Bill	Obbligazioni
US Generic Govt 10Y	Obbligazioni
US CORP HY	Obbligazioni Corporate
IBM	Equities
AAPL	Equities
GE	Equities
MICRON	Equities
MSFT	Equities
BRISTOL	Equities
FEDEX	Equities
SPX	Indici Azionari
VIX	Indici Volatilità
ISM Manufacturing PMI	Macroeconomiche
U-3 US Unemployment Rate	Macroeconomiche
US PPI Finished Goods MoM	Macroeconomiche
Adjusted Retail and Food Service	Macroeconomiche
US IMPORT	Macroeconomiche
US EXPORT	Macroeconomiche
US Employment Nonfarm Net Change	Macroeconomiche
US Employment Nonfarm Private Ch	Macroeconomiche
FED Target Rate	Macroeconomiche
US Initial Jobless Claims	Macroeconomiche
US CPI Urban Consumers MoM	Macroeconomiche
Confidence Index	Macroeconomiche
US Durable Goods	Macroeconomiche
MBA US Mortgage Market Index	Macroeconomiche
New One-Family Houses Sold	Macroeconomiche
New Privately Owned Housing	Macroeconomiche
US Industrial Production MoM	Macroeconomiche
US Manufacturers New Orders	Macroeconomiche
US Personal Income MoM	Macroeconomiche
PCE MoM	Macroeconomiche
US Trade Balance	Macroeconomiche
Conference Board Leading Index	Macroeconomiche
Michigan Sentiment Index	Macroeconomiche
BCOM	Commodity
WTI Crude	Commodity
Brent Crude	Commodity
Copper	Commodity
Gold Future	Commodity
Soybean Future	Commodity
Corn Future	Commodity
GOLDUSD	Commodity
Volume CallOption OTC	Derivati
Volume PutOption OTC	Derivati

Per uniformare le diverse frequenze originarie dei dati (giornaliere, settimanali, mensili e trimestrali), è stato definito un intervallo temporale comune che va dal 25 settembre 1992 al 25 marzo 2025, considerando esclusivamente i giorni lavorativi. La scelta di un intervallo così ampio e ben definito consente di includere differenti cicli economici, periodi di volatilità estrema (come le crisi finanziarie del 2008 e del 2020), e quindi catturare dinamiche di mercato molto eterogenee.

Una volta definita questa struttura temporale comune i dati sono stati aggregati mediante tecniche specifiche. Per le variabili macroeconomiche, tipicamente aggiornate con frequenza inferiore a quella giornaliera, si è applicato un metodo di forward-fill, ipotizzando una persistente validità del dato fino alla successiva pubblicazione. Questo approccio metodologico è giustificato dal fatto che variabili come inflazione o tassi di interesse hanno una significativa persistenza temporale e influenzano le aspettative degli investitori in maniera relativamente stabile nel breve periodo.

Per quanto concerne invece i dati giornalieri, prevalentemente costituiti da prezzi di mercato come indici azionari (S&P 500), obbligazionari, commodities e valute, è stata utilizzata l'interpolazione lineare per colmare eventuali lacune, tecnica consolidata nella letteratura finanziaria per evitare interruzioni che potrebbero distorcere l'analisi dei trend.

Un passaggio cruciale nella costruzione del dataset finale è stato il rigoroso controllo della completezza delle serie temporali. Sono state escluse tutte le variabili che non garantiscono una copertura temporale sufficiente, nello specifico quelle con inizio posteriore al gennaio 1993 o termine anteriore al gennaio 2025. Questo criterio restrittivo assicura una solidità metodologica essenziale, minimizzando possibili distorsioni derivanti da serie parziali o insufficientemente informative.

Successivamente al trattamento dei dati mancanti mediante forward-fill e interpolazione lineare, è stato applicato un back-fill limitato a dieci giorni lavorativi per colmare eventuali lacune residue nella parte iniziale delle serie temporali. Questa restrizione al back-fill evita la propagazione eccessiva di informazioni obsolete, preservando la qualità del dataset finale.

Terminata questa fase preliminare, è stato implementato un controllo finale per assicurarsi della totale assenza di valori mancanti nel dataset finale, garanzia cruciale per la robustezza delle analisi predittive successive, dato che algoritmi come AdaBoost e HAR richiedono dati completi e coerenti per generare previsioni affidabili.

La fase successiva dell'analisi ha riguardato il feature engineering, un passaggio cruciale per arricchire il dataset con informazioni rilevanti e migliorare la capacità predittiva dei modelli utilizzati. In particolare, questa fase consiste nella creazione di nuove variabili esplicative a partire dalle serie storiche già pre-processate, allo scopo di catturare relazioni, dinamiche e strutture dei dati non immediatamente evidenti.

Le serie storiche originali, rappresentate da prezzi e indici economico-finanziari, sono state trasformate principalmente in rendimenti logaritmici (per le serie sempre positive)

o percentuali. Tale scelta metodologica consente di stabilizzare la varianza delle serie temporali, renderle stazionarie e quindi più adatte all'applicazione di tecniche predittive avanzate, sia econometriche che basate su algoritmi di machine learning.

Parallelamente ai rendimenti, il dataset è stato arricchito da una serie di indicatori tecnici avanzati, largamente utilizzati nella pratica finanziaria e supportati dalla letteratura specialistica. Tra questi indicatori figurano il Relative Strength Index (RSI), calcolato su diverse finestre temporali per individuare condizioni di ipercomprato e ipervenduto, e il Moving Average Convergence Divergence (MACD), particolarmente utile per rilevare potenziali inversioni di tendenza e cambiamenti nel momentum dei mercati. Inoltre, sono state calcolate medie mobili semplici (Simple Moving Average, SMA) e deviazioni standard su differenti orizzonti temporali, allo scopo di cogliere fenomeni di persistenza o di rapida variazione nella volatilità dei mercati analizzati. Infine, per catturare ulteriormente le dinamiche della volatilità implicita, sono state incluse differenze del prezzo del VIX calcolate su vari intervalli temporali.

L'analisi è stata ulteriormente approfondita con l'inclusione di variabili temporali specifiche, progettate per intercettare effetti stagionali, ciclici o periodici, che spesso influenzano significativamente il comportamento dei mercati finanziari. Queste variabili comprendono il giorno della settimana, il giorno del mese, il mese dell'anno e la settimana dell'anno, consentendo così di identificare pattern ricorrenti o anomalie sistematiche. Infine, è stata introdotta una variabile appositamente concepita per indicare i giorni mancanti alla scadenza mensile dei contratti future sul VIX, un fattore noto per influenzare significativamente le decisioni degli investitori e le dinamiche della volatilità implicita.

Per una dettagliata descrizione delle feature create e delle relative trasformazioni applicate, si rimanda alla Tabella 2.2, nella quale sono riportate in modo sintetico tutte le variabili aggiuntive introdotte in questa fase dello studio.

Tabella 2.2: Tabella riassuntiva delle feature create e relative trasformazioni

Feature	Trasformazione effettuata
Rendimenti variabili originali	Rendimento Logaritmico o Percentuale
RSI_SPX_{3,9,14,30}	Relative Strength Index calcolato su SPX per varie finestre temporali
RSI_VIX_{3,9,14,30}	Relative Strength Index calcolato su VIX per varie finestre temporali
MACD_SPX	Moving Average Convergence Divergence calcolato su SPX
MACD_VIX	Moving Average Convergence Divergence calcolato su VIX
RSI_SPX_3_div_14	Rapporto tra RSI a 3 giorni e RSI a 14 giorni per SPX
SMA_SPX_{5,10,20,30,60,90,120}	Simple Moving Average di SPX su diverse finestre temporali
SMA_VIX_{5,10,20,30,60,90,120}	Simple Moving Average di VIX su diverse finestre temporali
STD_SPX_{5,10,20,30,60,90,120}	Deviazione Standard di SPX su diverse finestre temporali
STD_VIX_{5,10,20,30,60,90,120}	Deviazione Standard di VIX su diverse finestre temporali
vixchanged_{3d,5d,10d,30d,60d}	Differenza del valore del VIX rispetto a diversi giorni precedenti
SPX_30d_max, SPX_30d_min	Massimo e minimo di SPX negli ultimi 30 giorni
DayOfWeek	Giorno della settimana
DayOfMonth	Giorno del mese
Month	Mese dell'anno
WeekOfYear	Settimana dell'anno
DaysToExpiry	Giorni mancanti alla prossima scadenza delle opzioni

Infine, a completamento della fase di feature engineering, è stata realizzata una matrice di correlazione finalizzata ad analizzare le relazioni lineari esistenti tra tutte le variabili ottenute, utile a individuare possibili ridondanze informative, relazioni spurie o, al contrario, pattern di complementarità che possono arricchire la capacità esplicativa dei modelli.

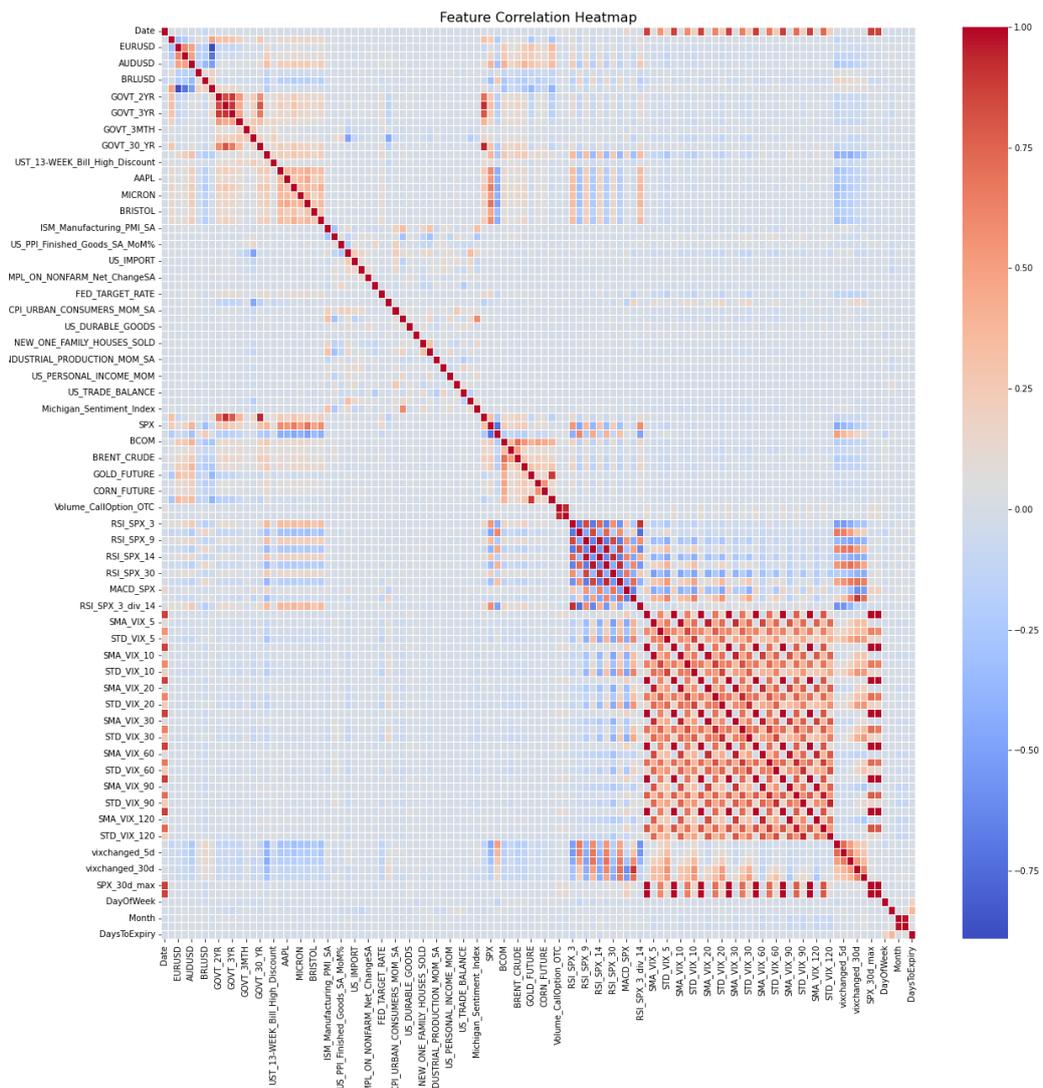


Figura 2.1: Heatmap delle correlazioni tra le variabili del dataset

La Figura 2.1 mostra la mappa di correlazione dell'intero insieme di variabili (feature) utilizzate nel modello predittivo. La rappresentazione è costruita calcolando la matrice di correlazione lineare (Pearson) su tutte le feature quantitative del dataset pre-elaborato. Il risultato è visualizzato attraverso una scala cromatica continua, in cui le tonalità di rosso indicano correlazioni positive crescenti, mentre quelle tendenti al blu riflettono relazioni negative sempre più marcate. I valori prossimi a zero, corrispondenti a relazioni deboli o nulle, sono invece rappresentati da sfumature intermedie (grigio chiaro).

Questa rappresentazione grafica consente una valutazione immediata della struttura di dipendenza tra le variabili, evidenziando cluster informativi e potenziali ridondanze. È uno strumento fondamentale sia nella fase esplorativa iniziale che in quella di ottimizzazione finale, ad esempio per escludere feature eccessivamente collineari, con l'obiettivo di migliorare la stabilità e l'efficienza dei modelli predittivi.

Un elemento che risalta in particolare è la presenza di un blocco di colore rosso scuro ben definito nell'angolo in basso a destra della heatmap. Questo quadrato evidenzia un gruppo di variabili fortemente correlate tra loro, quasi a formare un sottosistema coerente e internamente ridondante. Esaminando le etichette sull'asse delle variabili, si osserva che questo cluster è costituito principalmente da indicatori tecnici calcolati sul VIX, tra cui:

- le medie mobili semplici e esponenziali del VIX (`SMA_VIX_x`, `EMA_VIX_x`),
- gli indicatori RSI del VIX su orizzonti differenti (`RSI_VIX_x`),
- le variazioni percentuali del VIX (`vixchange_1d`, `vixchange_5d`),
- i massimi e minimi su orizzonti mobili,
- e altre trasformazioni laggate.

La forte correlazione interna tra queste variabili è attesa, poiché tutte derivano da manipolazioni dello stesso indice sottostante, il VIX, su finestre temporali differenti ma spesso sovrapposte. Pertanto, pur riconoscendo la rilevanza informativa di queste variabili, si renderà probabilmente necessario un processo di riduzione dimensionale o di selezione basata su criteri di importanza statistica e predittiva, al fine di ottenere un modello parsimonioso, stabile e generalizzabile.

Tutte le procedure sono state sviluppate tramite codici Python e il dataset finale, costruito con rigore metodologico e arricchito da una varietà di informazioni economico-finanziarie, costituisce quindi una base dati solida e adatta alla successiva implementazione dei modelli predittivi HAR e AdaBoost, descritti nei paragrafi seguenti.

2.2 Implementazione del modello HAR e analisi dei risultati

Dopo aver presentato nel Capitolo 1 la motivazione teorica alla base del modello Heterogeneous AutoRegressive (HAR), si passa ora all'implementazione empirica di tre specificazioni, finalizzate alla previsione di un segnale di rialzo o ribasso del VIX. L'obiettivo è confrontare la capacità predittiva delle diverse formulazioni per valutare quale approccio meglio cattura la dinamica della volatilità implicita.

I modelli stimati sono:

- **HAR su RV**: modello lineare sui livelli della volatilità realizzata;
- **HAR su log(VIX)**: modello lineare sulla trasformazione logaritmica del VIX;
- **HAR-EGARCH su log(RV)**: modello HAR sulla log-volatilità realizzata, con varianza condizionata modellizzata tramite una dinamica EGARCH(1,1) arricchita da regressori HAR.

La scelta di queste specificazioni riflette diverse esigenze metodologiche. Il modello HAR su RV rappresenta la formulazione canonica introdotta da Corsi, in grado di catturare la persistenza tipica della volatilità mediante medie mobili su orizzonti multipli. Il modello su log(VIX) segue invece l'approccio proposto da Blair, Poon e Taylor e da Corrado e Miller, che evidenziano come la trasformazione logaritmica migliori la qualità della previsione in presenza di volatilità implicita. Infine, il modello HAR-EGARCH su log(RV) costituisce un'estensione strutturale che consente di modellare simultaneamente la log-volatilità realizzata e la log-varianza condizionata latente, integrando la componente autoregressiva osservabile con una dinamica EGARCH arricchita da regressori HAR, sulla linea seguita da Huang et al.

2.2.1 Modello HAR su RV

La prima specificazione implementata è il modello HAR sui livelli della volatilità realizzata:

$$RV_t = \beta_0 + \beta_1 RV_{t-1} + \beta_2 \overline{RV}_{t-5,t-1} + \beta_3 \overline{RV}_{t-22,t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

dove:

- RV_t è la volatilità realizzata osservata al giorno t ;
- RV_{t-1} è il valore di RV osservato il giorno precedente;
- $\overline{RV}_{t-5,t-1}$ è la media dei valori di RV osservati nei 5 giorni precedenti;

- $\overline{RV}_{t-22,t-1}$ è la media dei valori di RV osservati nei 22 giorni precedenti;
- ε_t è il termine di errore, con proprietà tali da garantire che le previsioni di RV_t siano sempre positive.

I coefficienti stimati sono riportati nella Tabella 2.3.

Tabella 2.3: Risultati della regressione HAR su RV

Variabile	Coefficiente	T-Statistic	P-value
Intercetta	0.001691	6.1396	9.03×10^{-10}
RV_{t-1}	2.03×10^{-10}	2.98×10^{-8}	1.0000
$\overline{RV}_{t-5,t-1}$	0.156813	2.8971	0.00378
$\overline{RV}_{t-22,t-1}$	0.327909	3.5880	3.37×10^{-4}
R^2	0.0268		

L'analisi dei risultati evidenzia alcuni aspetti interessanti. Anzitutto, il termine costante è positivo e altamente significativo, indicando la presenza di una componente media persistente nella dinamica della volatilità realizzata, indipendente dalle informazioni passate.

Per quanto riguarda le variabili esplicative, si osserva che il coefficiente associato al valore giornaliero della volatilità, RV_{t-1} , risulta praticamente nullo e non significativo (p-value pari a 1), suggerendo che la componente giornaliera da sola non apporta informazioni rilevanti nella previsione della volatilità futura in questo contesto specifico.

Diversamente, le componenti settimanale e mensile forniscono contributi statisticamente significativi. In particolare, il coefficiente relativo alla media settimanale ($\overline{RV}_{t-5,t-1}$) è positivo e significativo al livello dell'1%, mentre il coefficiente mensile ($\overline{RV}_{t-22,t-1}$) è ancora più rilevante, sia in termini di ampiezza che di significatività statistica (p-value inferiore a 5×10^{-4}). Questo risultato è in linea con l'ipotesi teorica del modello HAR, secondo cui le componenti di volatilità su orizzonti temporali più lunghi esercitano un'influenza più stabile e prevedibile sulla dinamica futura della volatilità.

Il valore di R^2 complessivo è pari a 0.0268, indicando che il modello riesce a spiegare circa il 2.7% della varianza osservata della volatilità realizzata. Sebbene questo valore possa apparire contenuto, è importante sottolineare che nei modelli di previsione della volatilità su base giornaliera, specie quando si utilizzano semplici specificazioni lineari, è consuetudine ottenere R^2 relativamente bassi. La volatilità dei mercati finanziari è infatti fortemente influenzata da shock imprevedibili e da eventi esogeni, che non possono essere catturati integralmente tramite modelli deterministici basati su medie storiche.

Il confronto grafico tra valori osservati e predetti (Figura 2.2) evidenzia una buona capacità del modello nel catturare la tendenza di fondo, ma anche una difficoltà nel replicare i picchi estremi.

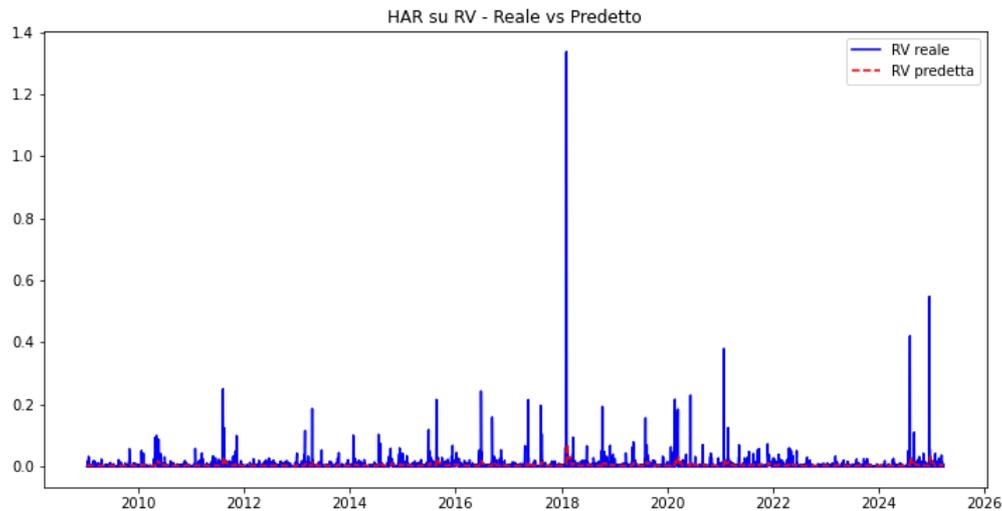


Figura 2.2: Confronto tra RV osservato e RV predetto - HAR su RV

Infine, le metriche di valutazione utilizzate sono:

- **Mean Squared Error (MSE)**: misura la media dei quadrati degli errori di previsione.

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2$$

dove y_t rappresenta il valore osservato della variabile target al tempo t e \hat{y}_t il corrispondente valore previsto dal modello.

Valore ottenuto: 0.000808.

- **Mean Absolute Error (MAE)**: media dei valori assoluti degli errori, utile per valutare l'errore tipico senza penalizzare eccessivamente gli outlier.

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t|$$

Valore ottenuto: 0.006532.

- **Accuracy del segnale**: percentuale di giorni in cui la previsione del movimento (aumento o diminuzione) è corretta rispetto al valore reale.

$$\text{Accuracy} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \mathbf{1}(\hat{s}_t = s_t)$$

dove:

- \hat{s}_t è il segnale direzionale previsto dal modello al tempo t , pari a 1 se la previsione della volatilità è maggiore del valore osservato il giorno precedente, e 0 altrimenti:

$$\hat{s}_t = \mathbf{1}(\hat{y}_t > RV_{t-1})$$

- s_t è il segnale reale osservato al tempo t , pari a 1 se la volatilità realizzata effettiva è aumentata rispetto al giorno precedente, e 0 altrimenti:

$$s_t = \mathbf{1}(y_t > RV_{t-1})$$

- \hat{y}_t è il valore di volatilità previsto dal modello per il giorno t ;
- y_t è il valore osservato della volatilità realizzata al giorno t ;
- RV_{t-1} è la volatilità realizzata osservata il giorno precedente;
- $\mathbf{1}(\cdot)$ è la funzione indicatrice, pari a 1 se la condizione tra parentesi è vera, 0 altrimenti.

Valore ottenuto: 67.74%.

2.2.2 Modello HAR su $\log(\text{VIX})$

Il secondo modello considera la trasformazione logaritmica del VIX:

$$\log(\text{VIX}_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(\text{VIX}_{t-1}) + \alpha_2 \overline{\log(\text{VIX})}_{t-5,t-1} + \alpha_3 \overline{\log(\text{VIX})}_{t-22,t-1} + u_t, \quad (2.2)$$

dove tutte le variabili sono espresse in logaritmi naturali e $u_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2)$.

I coefficienti stimati, riportati nella Tabella 2.4, evidenziano un'elevata significatività di tutte le componenti.

Tabella 2.4: Risultati della regressione HAR su $\log(\text{VIX})$

Variabile	Coefficiente	T-Statistic	P-value
Intercetta	0.020711	2.8758	0.00405
$\log(\text{VIX}_{t-1})$	0.881621	57.3969	0.0000
$\overline{\log(\text{VIX})}_{t-5,t-1}$	0.075484	3.8067	0.000143
$\overline{\log(\text{VIX})}_{t-22,t-1}$	0.035905	3.3766	0.000740
R^2	0.9764		

In particolare, il termine costante assume un valore positivo ed è significativo a livelli standard di confidenza (p-value = 0.00405), indicando l'esistenza di una tendenza media al rialzo nella dinamica del logaritmo del VIX anche al netto degli effetti passati.

Il coefficiente relativo alla componente giornaliera, $\log(\text{VIX}_{t-1})$, risulta estremamente elevato (0.8816) e altamente significativo (t-statistic superiore a 57), a conferma della

forte dipendenza autoregressiva della serie temporale del VIX. Questo risultato suggerisce che il valore odierno della volatilità implicita è largamente spiegabile dal valore del giorno precedente, fenomeno coerente con la natura persistente della volatilità nei mercati finanziari.

Anche le componenti settimanale e mensile risultano positive e statisticamente significative, con coefficienti pari rispettivamente a 0.0755 e 0.0359. Sebbene di entità inferiore rispetto alla componente giornaliera, questi coefficienti indicano che la memoria a medio e lungo termine gioca comunque un ruolo rilevante nella determinazione della volatilità futura. In particolare, l'influenza della media settimanale appare più marcata di quella mensile, coerentemente con l'ipotesi che gli shock recenti abbiano un impatto più forte rispetto agli eventi più distanti nel tempo.

Il valore di R^2 raggiunto dal modello è pari a 0.9764. Questo livello di aderenza, sebbene molto elevato, è plausibile data la struttura intrinsecamente persistente del VIX e l'uso di trasformazioni logaritmiche che tendono a rendere la serie più regolare e prevedibile. È importante sottolineare che, in serie altamente stazionarie o in presenza di dinamiche dominanti a bassa frequenza, R^2 così alti non necessariamente implicano fenomeni di overfitting, soprattutto se la qualità predittiva viene confermata anche out-of-sample, come risulta dalle analisi successive.

Nel complesso, l'evidenza empirica suggerisce che il modello HAR applicato al logaritmo del VIX offre una descrizione estremamente accurata della dinamica della volatilità implicita, catturando sia la dipendenza immediata che gli effetti mediati su orizzonti settimanali e mensili. Questa capacità di sintetizzare efficacemente le diverse scale temporali conferma la validità dell'approccio HAR nel contesto della previsione della volatilità di mercato.

La Figura 2.3 mostra l'eccellente aderenza tra serie osservata e predetta.

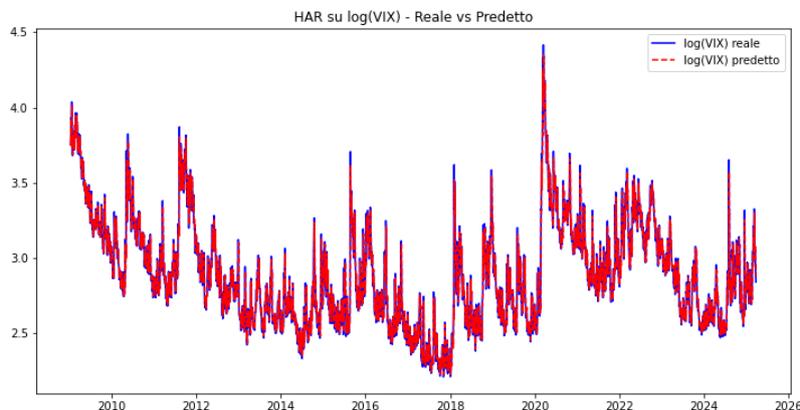


Figura 2.3: Confronto tra $\log(\text{VIX})$ osservato e predetto - HAR su $\log(\text{VIX})$

Le metriche risultano:

- MSE = 0.005422.
- MAE = 0.051415.
- Accuracy del segnale = 53.41%.

2.2.3 Modello HAR–EGARCH su $\log(RV)$

L'ultimo modello stimato è il modello HAR–EGARCH applicato al logaritmo della volatilità realizzata, che permette di modellare simultaneamente la persistenza delle componenti osservabili e l'evoluzione della varianza condizionata.

Il modello stimato è così specificato:

$$\log(RV_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(RV_{t-1}) + \alpha_2 \overline{\log(RV)}_{t-5,t-1} + \alpha_3 \overline{\log(RV)}_{t-22,t-1} + u_t, \quad (2.3)$$

dove il termine di errore u_t ha varianza condizionata σ_t^2 , la cui dinamica segue un processo EGARCH(1,1):

$$\begin{aligned} \log(\sigma_t^2) = & \omega + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \gamma \left(\left| \frac{u_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - \mathbb{E}|z_t| \right) \\ & + \delta_1 \log(RV_{t-1}) + \delta_2 \overline{\log(RV)}_{t-5,t-1} + \delta_3 \overline{\log(RV)}_{t-22,t-1}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

La principale novità del modello consiste nell'inserimento delle medie passate della log-volatilità realizzata direttamente nella EGARCH equation, il che consente di cogliere il contributo delle misure realizzate non solo alla previsione della media, ma anche alla dinamica della varianza condizionata.

I risultati della stima sono riportati nella Tabella 2.5.

Tabella 2.5: Risultati del modello HAR–EGARCH su $\log(RV)$

Variabile	Coefficiente	T-Statistic	P-value
Intercetta (media)	0.0240	5.395	0.0000
$\log(RV_{t-1})$	0.8184	62.89	0.0000
$\overline{\log(RV)}_{t-5,t-1}$	0.1127	5.21	0.0000
$\overline{\log(RV)}_{t-22,t-1}$	0.0473	4.14	0.0000
Intercetta (EGARCH) ω	-0.1252	-7.26	0.0000
β	0.9417	45.12	0.0000
α	0.1651	8.44	0.0000
γ	-0.2128	-10.75	0.0000
δ_1 (giornaliera)	0.0351	4.09	0.0000
δ_2 (settimanale)	0.0163	2.48	0.0131
δ_3 (mensile)	0.0097	2.11	0.0347
AIC	-7.2041		
BIC	-7.1293		

Tutti i coefficienti risultano altamente significativi. La forte dipendenza autoregressiva della log-volatilità realizzata è confermata dal coefficiente vicino a 0.82 su $\log(RV_{t-1})$, che sottolinea la marcata persistenza della serie. Anche le componenti settimanali e mensili apportano un contributo rilevante, rafforzando l'ipotesi di una struttura a memoria lunga, tipica della volatilità finanziaria.

Passando alla dinamica della varianza condizionata, si osserva una configurazione che riflette chiaramente la presenza di effetti asimmetrici. Il modello include due termini distinti: uno che dipende direttamente dal segno dello shock (α) e uno che ne considera l'ampiezza (γ), al netto della media. È proprio l'interazione tra questi due elementi a determinare una risposta diversa della volatilità a seconda della natura dello shock. Nel caso specifico, la combinazione di un α positivo e di un γ negativo implica che gli shock negativi tendono ad aumentare la volatilità più degli shock positivi di pari intensità. Questo comportamento, noto come effetto leva, è ampiamente documentato nei mercati finanziari, dove i ribassi dei prezzi sono spesso accompagnati da un'impennata della volatilità. La significatività delle componenti HAR anche nella log-varianza conferma infine che le misure realizzate apportano informazioni utili non solo nella media, ma anche nella struttura della varianza condizionata, contribuendo a una modellizzazione più articolata e realistica della volatilità latente.

La Figura 2.4 mostra il confronto tra la serie osservata del $\log(RV)$ e le previsioni out-of-sample del modello, evidenziando una buona capacità di seguire l'evoluzione della volatilità realizzata.

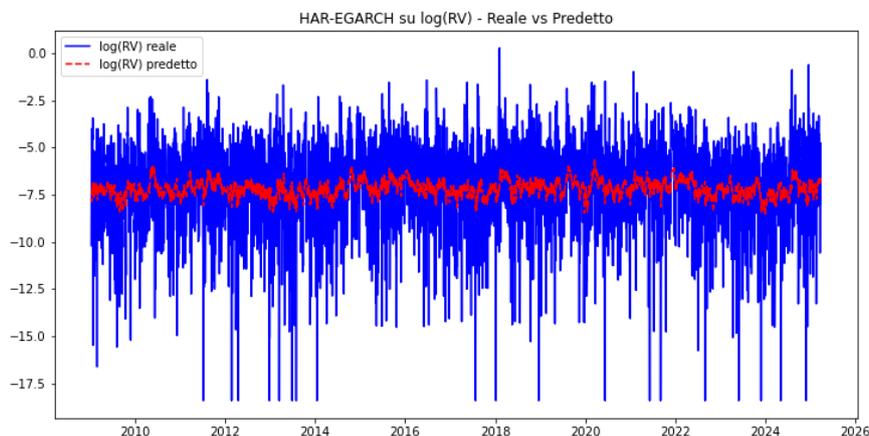


Figura 2.4: Confronto tra $\log(RV)$ osservato e predetto - HAR-EGARCH

Infine, le metriche di performance predittiva sono le seguenti:

- **MSE (Mean Squared Error):** 5.6282
- **MAE (Mean Absolute Error):** 1.8205
- **Accuratezza del segnale direzionale:** 71.90%

2.2.4 Discussione dei risultati

Dal confronto emerge quanto segue:

- Il modello HAR su $\log(\text{VIX})$ fornisce la migliore approssimazione puntuale, evidenziando un valore di R^2 particolarmente elevato, pari a circa il 97%.
- Il modello HAR-EGARCH su $\log(\text{RV})$ ottiene la miglior performance in termini di previsione direzionale, con un'accuracy pari al 71.90%.

Questi risultati sono coerenti con quanto emerso nella letteratura recente. La trasformazione logaritmica del VIX stabilizza la varianza della serie e riduce l'influenza di outlier, facilitando la modellazione lineare e migliorando l'aderenza ai dati.

Il valore di R^2 osservato nel modello HAR su $\log(\text{VIX})$, pari a circa il 97%, può inizialmente apparire sorprendentemente alto. Tuttavia, in contesti di serie temporali altamente persistenti come la volatilità implicita, caratterizzata da forti dipendenze autoregressive e da una dinamica relativamente prevedibile nei periodi tranquilli, livelli di R^2 così elevati sono del tutto plausibili. In particolare, il VIX tende a seguire traiettorie piuttosto stabili in assenza di shock esogeni rilevanti, rendendo la sua evoluzione facilmente modellabile con strutture HAR lineari.

Tuttavia, la previsione della direzione dei movimenti di volatilità si avvantaggia notevolmente della struttura più flessibile del modello HAR-EGARCH, che consente di integrare le informazioni contenute nelle misure realizzate direttamente nella dinamica della varianza condizionata. La superiorità del modello HAR-EGARCH nel catturare la direzione dei movimenti deriva dalla capacità del modello di modellare simultaneamente la media e la varianza condizionata del processo. La significatività delle componenti HAR anche nella dinamica della varianza conferma che le informazioni contenute nelle misure realizzate sono preziose anche per la stima della volatilità latente.

Non si evidenziano segnali di overfitting. Il rischio di sovradattamento, infatti, si manifesterebbe se il modello performasse molto bene sul campione di training ma risultasse inadeguato su dati di test. In questo caso, le metriche di errore calcolate out-of-sample (MSE e MAE) rimangono su livelli contenuti, e la previsione della direzione dei movimenti di volatilità si mantiene sopra il 50%, confermando la validità predittiva del modello.

In conclusione, le tre specificazioni forniscono evidenze complementari sulla dinamica della volatilità. La struttura HAR consente di catturare la memoria a lungo termine; la trasformazione logaritmica migliora l'efficienza stimativa; e l'integrazione EGARCH introduce una componente stocastica flessibile in grado di catturare effetti asimmetrici e clustering della volatilità.

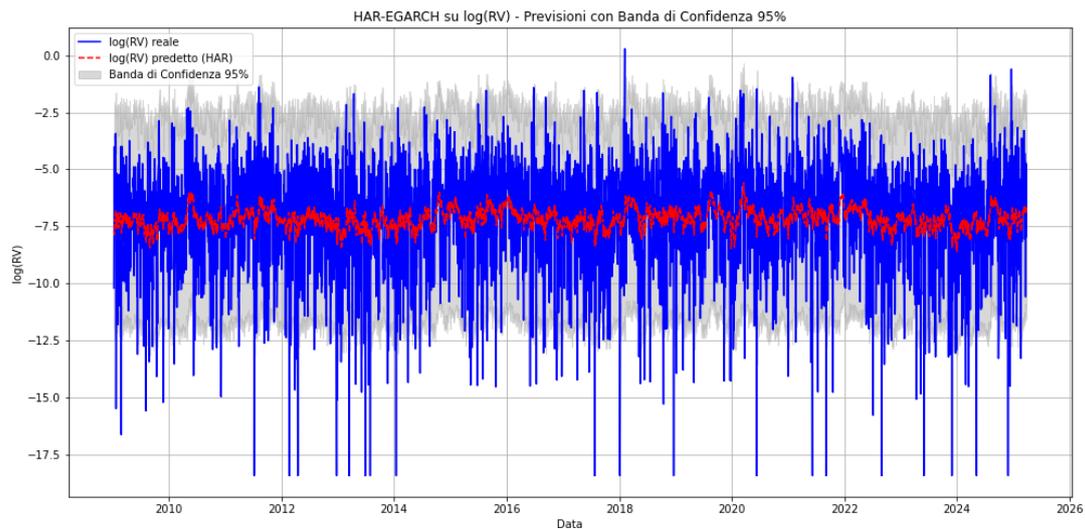


Figura 2.5: Previsioni HAR–EGARCH su $\log(RV)$ con bande di confidenza al 95%

L’inclusione delle bande di confidenza nella Figura 2.5 consente di valutare l’incertezza associata alla previsione puntuale della volatilità. Queste bande, costruite sulla base della varianza condizionata stimata, riflettono l’ampiezza dell’incertezza nei diversi regimi di mercato: più strette in fasi stabili, più larghe in presenza di shock improvvisi. Ciò conferma ulteriormente la solidità e la capacità interpretativa del modello HAR–EGARCH.

Costruzione e scelta del segnale direzionale per le strategie operative.

In previsione dello sviluppo di strategie di trading basate sulla previsione della volatilità, per ciascun modello è stato costruito un segnale direzionale di rialzo o ribasso. Tale segnale viene definito confrontando la previsione della volatilità futura con il valore osservato più recente. Formalmente, il segnale S_t viene costruito come:

$$S_t = \begin{cases} 1 & \text{se } \hat{y}_t > y_{t-1}, \\ 0 & \text{se } \hat{y}_t \leq y_{t-1}, \end{cases} \quad (2.5)$$

dove \hat{y}_t rappresenta la previsione della volatilità al tempo t , e y_{t-1} il valore osservato al tempo $t - 1$.

Sebbene il modello HAR-EGARCH su $\log(RV)$ abbia ottenuto le migliori prestazioni in termini di accuratezza direzionale, si è deciso di utilizzare, per la costruzione delle strategie operative nel prossimo capitolo, il segnale generato dal modello HAR su $\log(VIX)$.

Tale scelta si fonda su una valutazione empirica ex post: a dispetto di metriche predittive più deboli, i segnali provenienti da questa specificazione hanno condotto a risultati di backtesting più stabili e profittevoli. In altri termini, il segnale HAR su $\log(VIX)$, pur meno preciso nel classificare i singoli movimenti giornalieri, sembra cogliere con maggiore efficacia le fasi di mercato favorevoli alla costruzione di posizioni direzionali, traducendosi in strategie più robuste dal punto di vista operativo.

2.3 Implementazione del modello AdaBoost e analisi dei risultati

Alla luce delle evidenze emerse nella letteratura recente, come illustrato nel capitolo precedente, i modelli di *ensemble learning* si sono affermati come strumenti efficaci per migliorare la capacità predittiva in contesti caratterizzati da alta complessità e forte non linearità, come la previsione della volatilità implicita dei mercati finanziari.

Tra i principali algoritmi di ensemble supervisionato, l'Adaptive Boosting (AdaBoost) occupa una posizione di rilievo. Proposto originariamente da Freund e Schapire nel 1995, AdaBoost si fonda sull'idea di combinare sequenzialmente molteplici *weak learner* — modelli deboli appena superiori al caso — in modo da costruire un *strong learner* altamente performante. Ogni iterazione del processo di boosting enfatizza gli errori commessi dalle iterazioni precedenti, consentendo al modello finale di concentrarsi progressivamente sui casi più difficili da classificare.

Il contesto della previsione della direzione del VIX si presta particolarmente all'applicazione di tecniche di boosting. La natura rumorosa, l'alta variabilità e la presenza di relazioni non lineari tra il VIX e le variabili macro-finanziarie suggeriscono che modelli flessibili, capaci di adattarsi localmente agli errori, possano fornire un vantaggio rispetto a metodi lineari tradizionali. Inoltre, l'abilità di AdaBoost di ridurre il bias senza incrementare eccessivamente la varianza del modello rappresenta un ulteriore punto di forza in un contesto, come quello finanziario, caratterizzato da elevato rischio di overfitting.

Sulla base di queste premesse teoriche, si è deciso di implementare AdaBoost su un ampio set di dati economico-finanziari, con l'obiettivo specifico di:

- Prevedere la direzione futura del VIX su orizzonte giornaliero (rialzo o ribasso).
- Valutare la qualità predittiva del modello in un framework rigorosamente out-of-sample.
- Analizzare le feature più rilevanti individuate da AdaBoost e interpretarne il significato economico.
- Identificare eventuali limiti e prospettive di miglioramento alla luce delle metriche di performance ottenute.

La sezione seguente descrive nel dettaglio il processo di implementazione pratica del modello, a partire dal preprocessing dei dati fino all'analisi critica dei risultati.

2.3.1 Preprocessing dei dati

Il dataset di partenza, composto da variabili finanziarie e macroeconomiche, è stato sottoposto a un rigoroso processo di preprocessing, al fine di garantire la qualità e l'omogeneità dei dati utilizzati per l'addestramento del modello.

Le principali operazioni svolte sono:

- **Shift temporale:** tutte le feature predittive sono state arretrate di un giorno rispetto al target, in modo da evitare look-ahead bias e simulare un reale scenario di previsione.
- **Gestione dei dati mancanti:** i valori nulli sono stati trattati mediante imputazione con la media della variabile su base campionaria.
- **Standardizzazione:** le variabili numeriche sono state standardizzate (media zero, varianza unitaria) utilizzando i parametri calcolati sul campione di training, evitando così contaminazioni future.
- **Riduzione dimensionale con PCA:** è stata applicata l'Analisi delle Componenti Principali, selezionando un numero di componenti in grado di spiegare l'84.5% della varianza totale.
- **Creazione di lag:** sui primi tre componenti principali sono stati calcolati ritardi da 1 a 5 giorni, introducendo dinamiche temporali esplicite nel set di feature.

Tale procedura ha garantito la costruzione di un dataset predittivo robusto, minimizzando il rischio di overfitting e migliorando la capacità di generalizzazione del modello.

2.3.2 Suddivisione train/test e bilanciamento delle classi

Al fine di garantire un'adeguata separazione tra la fase di addestramento e quella di validazione del modello predittivo, il dataset preprocessato è stato suddiviso seguendo un criterio temporale rigoroso. In particolare, è stato destinato all'addestramento (*training set*) il segmento iniziale dei dati, corrispondente a un orizzonte temporale di circa 240 mesi (pari a 20 anni). Il restante periodo è stato riservato alla fase di validazione out-of-sample (*test set*), durante la quale si è valutata la capacità del modello di generalizzare le proprie previsioni su dati mai visti prima.

Questa modalità di suddivisione cronologica, piuttosto che una classica randomizzazione dei dati, è risultata imprescindibile, trattandosi di serie temporali finanziarie: il mantenimento della sequenza temporale è fondamentale per evitare *data leakage*, ossia il trasferimento inconsapevole di informazioni dal futuro al passato, che comprometterebbe la validità del modello predittivo.

Tuttavia, dall'analisi esplorativa della variabile target (indicante il movimento rialzista o ribassista del VIX), è emerso un certo squilibrio nella distribuzione delle classi. In particolare, la classe corrispondente a un ribasso del VIX (classe 0) contava 1265 osservazioni, mentre quella associata a un rialzo (classe 1) si fermava a 1082 osservazioni. Sebbene questo sbilanciamento non fosse estremo, risultava comunque sufficiente a potenzialmente influenzare negativamente l'addestramento del modello.

In presenza di dataset sbilanciati, gli algoritmi di apprendimento supervisionato tendono a favorire la classe maggioritaria, ottimizzando la funzione obiettivo sulla base della frequenza relativa delle osservazioni. Questo comportamento può portare a modelli apparentemente accurati — in quanto capaci di predire correttamente la classe dominante — ma incapaci di riconoscere in modo affidabile la classe minoritaria, che spesso rappresenta proprio il fenomeno di maggiore interesse (nel nostro caso, i rialzi del VIX).

Per ovviare a tale problematica, si è fatto ricorso alla tecnica del *Random Oversampling* applicata esclusivamente al training set. Il Random Oversampling consiste nel replicare casualmente le osservazioni appartenenti alla classe minoritaria fino a raggiungere una distribuzione bilanciata tra le classi. In sostanza, alcune osservazioni della classe meno rappresentata vengono copiate più volte, senza introdurre variazioni artificiali nei dati.

Dal punto di vista teorico, il Random Oversampling presenta il vantaggio di preservare tutte le informazioni disponibili nelle osservazioni originali, senza alterare la distribuzione empirica della classe minoritaria. Inoltre, è una tecnica semplice da implementare e particolarmente adatta a contesti in cui la quantità di dati a disposizione è sufficiente a evitare fenomeni gravi di overfitting dovuti alla duplicazione degli esempi.

L'applicazione del Random Oversampling ha permesso di rendere bilanciate le due classi nel training set, migliorando significativamente l'efficacia dell'addestramento del modello AdaBoost. In particolare, l'equilibrio tra precision e recall è stato reso più armonico, evitando che il classificatore apprendesse a prediligere sistematicamente la classe maggioritaria. Questo intervento ha contribuito a una maggiore robustezza e generalizzabilità delle previsioni fuori campione, come discusso nella successiva analisi dei risultati.

Da un punto di vista operativo, il Random Oversampling è stato implementato prima della fase di addestramento, assicurandosi che il bilanciamento avvenisse solo sui dati di training, mentre il test set è rimasto invariato, così da mantenere una valutazione imparziale della reale capacità predittiva del modello.

2.3.3 Addestramento del modello

Per l'addestramento del modello predittivo, è stato implementato l'algoritmo AdaBoost, configurato con 30 weak learners e un learning rate pari a 0.3. Questa scelta parametrica è frutto di una calibratura preliminare, volta a mantenere un equilibrio tra complessità modellistica e capacità di generalizzazione out-of-sample.

In particolare, ciascun weak learner utilizzato è rappresentato da un semplice classificatore ad albero decisionale (*decision stump*) di profondità uno. I decision stump sono alberi estremamente semplici, che si limitano a una sola divisione dei dati in base a una soglia di una singola variabile esplicativa. Sebbene presi singolarmente abbiano capacità predittive estremamente limitate — appena superiori al caso casuale — combinati tramite AdaBoost possono costruire un modello complesso e discriminante.

Questo ciclo iterativo di aggiornamento dei pesi, costruzione di un nuovo classificatore debole e aggregazione al modello finale si ripete per un numero prestabilito di iterazioni — nel nostro caso 30 — o fino a quando il miglioramento delle prestazioni si stabilizza. Ogni weak learner contribuisce alla classificazione finale in misura proporzionale alla sua accuratezza: i modelli più performanti ricevono un peso maggiore nella decisione aggregata.

L'adozione di un learning rate pari a 0.3 rappresenta un ulteriore meccanismo di regolarizzazione del processo di boosting. Il learning rate agisce scalando l'importanza di ciascun nuovo weak learner prima della sua aggiunta al modello finale. Valori inferiori a 1 rallentano il processo di adattamento, riducendo il rischio di overfitting, a costo di dover aumentare il numero di iterazioni per raggiungere la piena capacità predittiva. In questo lavoro, la scelta di un learning rate moderatamente basso si è dimostrata efficace nel controllare la complessità del modello e nel favorire una migliore generalizzazione.

Durante tutto il processo di addestramento, non sono emerse problematiche di instabilità numerica, anomalie nei pesi o segnali di divergenza. Questo risultato conferma l'efficacia delle tecniche di preprocessing adottate nelle fasi precedenti — quali la standardizzazione delle feature, l'imputazione dei dati mancanti, la gestione degli outlier e la riduzione della dimensionalità tramite PCA — che hanno garantito un dataset ben condizionato e adatto all'applicazione di tecniche di boosting.

Inoltre, il monitoraggio delle metriche interne durante l'addestramento ha evidenziato un comportamento coerente con quanto atteso: la progressiva riduzione dell'errore ponderato ad ogni iterazione e la stabilizzazione delle performance sui dati di validazione indicano che il modello ha appreso in modo incrementale senza fenomeni di sovradattamento evidente.

Nel complesso, l'addestramento del modello AdaBoost si è rivelato stabile, efficace e metodologicamente fondato, ponendo solide basi per la successiva fase di valutazione delle prestazioni predittive out-of-sample.

2.3.4 Risultati della classificazione

Prima di analizzare i risultati, richiamiamo brevemente le principali metriche di valutazione impiegate dal classificatore AdaBoost:

- **Precision**: quota di previsioni positive corrette

$$\text{Precision} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}}$$

- **Recall** (o sensibilità): capacità di cogliere tutti i casi positivi

$$\text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}$$

- **F1-Score**: media armonica tra precisione e recall

$$\text{F1} = 2 \frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}$$

- **Supporto**: numero di osservazioni appartenenti alla classe considerata

$$\text{Supporto} = \text{TP} + \text{FN}$$

- **Accuracy**: quota di previsioni corrette sul totale

$$\text{Accuracy} = \frac{\text{TP} + \text{TN}}{\text{TP} + \text{FP} + \text{FN} + \text{TN}}$$

dove TP indica i *true positives*, FP i *false positives*, FN i *false negatives* e TN i *true negatives*.

Il modello ha raggiunto un'accuratezza complessiva pari a circa il 56,5%, un valore che, pur risultando moderato, si posiziona comunque al di sopra del livello di casualità (baseline teorica del 50%). In un contesto complesso e altamente rumoroso come quello dei mercati finanziari, in cui la volatilità risponde spesso a eventi imprevedibili ed esogeni, ottenere un margine predittivo superiore alla casualità costituisce già un risultato rilevante, confermando la difficoltà intrinseca nella previsione direzionale del VIX.

Nello specifico i risultati ottenuti sul *test set* sono riportati nella Tabella 2.6.

Tabella 2.6: Classification report del modello AdaBoost

Classe	Precision	Recall	F1-Score	Supporto
0 (ribasso)	0.594	0.609	0.601	1265
1 (rialzo)	0.529	0.514	0.521	1082
Media macro	0.562	0.561	0.561	2347
Media pesata	0.564	0.565	0.564	2347

Analizzando più in dettaglio le metriche per ciascuna classe, si nota che il modello presenta una precisione più elevata nella classificazione dei ribassi (classe 0), con un valore pari a 0.594, rispetto ai rialzi (classe 1), per cui la precisione scende a 0.529. Analogamente, anche il recall risulta superiore per la classe 0 (0.609) rispetto alla classe 1 (0.514). Questa asimmetria suggerisce che il modello è più efficace nell’identificare i contesti di riduzione della volatilità implicita rispetto a quelli di aumento. Tale comportamento può riflettere caratteristiche strutturali del VIX stesso, che tende ad aumentare bruscamente in risposta a shock improvvisi, mentre i ribassi si verificano più gradualmente, offrendo segnali più “prevedibili” agli algoritmi di apprendimento supervisionato.

Il valore dell’F1-score, che rappresenta la media armonica tra precisione e recall, si attesta a 0.601 per la classe 0 e a 0.521 per la classe 1. L’F1-score globale (media macro) è pari a 0.561, mentre la media pesata, che tiene conto della diversa numerosità delle due classi, è di 0.564. Questi risultati evidenziano una capacità predittiva bilanciata, sebbene il modello risulti leggermente più orientato verso il riconoscimento corretto dei movimenti di ribasso del VIX.

Dal punto di vista interpretativo, il raggiungimento di questi livelli di accuratezza e F1-score deve essere valutato alla luce delle peculiari difficoltà del problema affrontato. La previsione della direzione della volatilità, infatti, è influenzata da una moltitudine di fattori esogeni — notizie economiche, eventi geopolitici, decisioni di politica monetaria — la cui insorgenza è spesso improvvisa e difficilmente anticipabile sulla base di pattern storici. Pertanto, l’ottenimento di un margine di miglioramento predittivo rispetto alla pura casualità rappresenta un’indicazione di validità dell’approccio metodologico seguito.

2.3.5 Analisi dell’importanza delle feature

Una volta addestrato il modello AdaBoost, è possibile stimare il contributo di ciascuna variabile predittiva al processo decisionale. L’algoritmo assegna a ogni feature un *peso di importanza grezzo*, qui indicato con I_j , che misura la riduzione di errore ottenuta grazie alla variabile j sui diversi boosting round. Poiché questi valori possono trovarsi su scale eterogenee, li si rende confrontabili attraverso una *normalizzazione*:

$$\tilde{I}_j = \frac{I_j}{\sum_{k=1}^p I_k}, \quad \sum_{j=1}^p \tilde{I}_j = 1,$$

dove p è il numero totale di predittori. Il coefficiente \tilde{I}_j rappresenta quindi la quota di rilevanza attribuita dal modello alla variabile j rispetto all'intero insieme informativo.

La Tabella 2.7 riassume le dieci feature più rilevanti, riportando la rispettiva \tilde{I}_j e la categoria di appartenenza.

Tabella 2.7: Feature principali utilizzate, categorie di appartenenza e importanza normalizzata

Feature	Categoria	Importanza Normalizzata
DayOfWeek	Variabile temporale	0.1333
IBM PX LAST	Prezzo di mercato (Equity)	0.1000
WTI CRUDE PX LAST	Prezzo di mercato (Commodity)	0.0667
RSI SPX 14	Indicatore tecnico (Momentum)	0.0333
RSI SPX 9	Indicatore tecnico (Momentum)	0.0333
US MANUFACTURERS NEW ORDERS PX LAST	Variabile macroeconomica (Produzione)	0.0333
VIX PX LAST	Prezzo di mercato (Indice di volatilità)	0.0333
BCOM PX LAST	Prezzo di mercato (Commodity Index)	0.0333
US INITIAL JOBLESS CLAIMS SA PX LAST	Variabile macroeconomica (Occupazione)	0.0333
STD VIX 30	Indicatore tecnico (Volatilità)	0.0333

Si evidenzia una forte concentrazione su pochi driver chiave. In particolare, la variabile **DayOfWeek**, che codifica il giorno della settimana, risulta la più influente, seguita da prezzi di mercato, indicatori tecnici e variabili macroeconomiche. Ciò suggerisce che AdaBoost capta regolarità di calendario, segnali di momentum e informazioni di tipo fondamentale.

L'analisi mostra che:

- **Le variabili temporali** (DayOfWeek) hanno un impatto rilevante, suggerendo possibili effetti di calendario o comportamenti ricorrenti degli investitori.
- **I prezzi di mercato**, sia azionari che delle materie prime, riflettono dinamiche fondamentali di rischio e crescita economica.
- **Gli indicatori tecnici**, come gli RSI e la deviazione standard su 30 giorni del VIX, catturano segnali di momentum e cambiamenti nella volatilità percepita.
- **Le variabili macroeconomiche**, come gli ordini di nuovi impianti industriali e le richieste di disoccupazione, forniscono indicazioni sullo stato dell'economia reale e sulle aspettative di rischio futuro.

Nel complesso, il modello AdaBoost ha saputo valorizzare un insieme eterogeneo di informazioni, combinando componenti cicliche, fondamentali e tecniche per migliorare la previsione direzionale della volatilità implicita. Questo risultato conferma la bontà delle scelte effettuate nella fase di feature engineering e la capacità del modello di selezionare autonomamente le fonti informative più rilevanti.

2.3.6 Confronto tra segnale reale e segnale predetto

Il confronto grafico tra il segnale reale e quello predetto dal modello AdaBoost, riportato in Figura 2.6, offre spunti interessanti sull'efficacia e sui limiti della capacità predittiva del modello implementato.

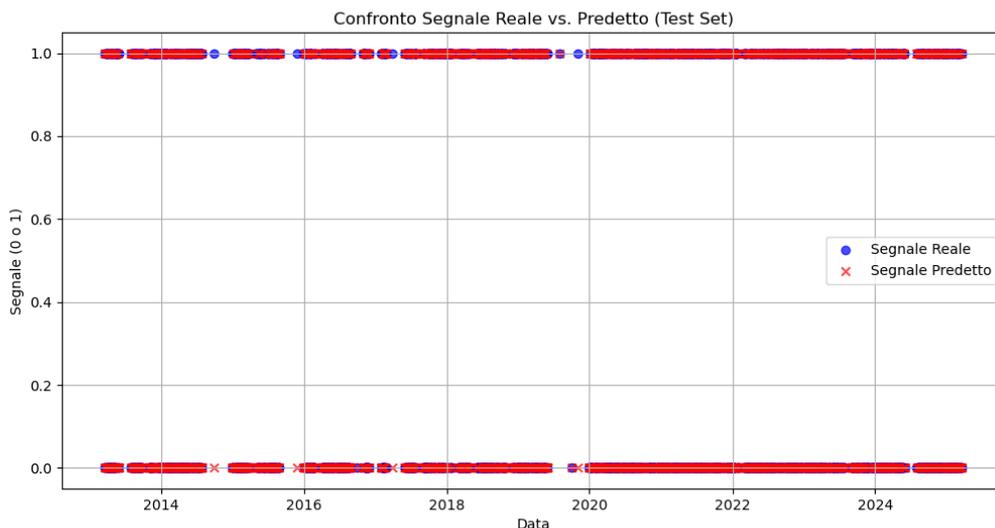


Figura 2.6: Confronto tra segnale reale e predetto dal modello AdaBoost

Nel grafico viene rappresentato l'andamento temporale dei segnali binari (0 o 1), confrontando il valore effettivo osservato (segnale reale) con la previsione effettuata dal modello (segnale predetto). Da esso si evince che il modello AdaBoost è in grado di intercettare correttamente diverse sequenze di rialzi e ribassi, mostrando una certa capacità di adattamento alle dinamiche evolutive del VIX. In particolare, nelle fasi in cui il mercato manifesta movimenti più persistenti e strutturati, il modello riesce a catturare le inversioni di tendenza con una discreta tempestività. Questo comportamento è coerente con la natura di AdaBoost, che tende ad affinare progressivamente la classificazione concentrandosi sugli esempi più complessi e difficili da interpretare.

Un aspetto positivo è che la distribuzione degli errori non appare sistematicamente sbilanciata verso una delle due classi: gli errori commessi nelle fasi di rialzo e ribasso sono infatti distribuiti in modo abbastanza simmetrico rispetto allo zero. Ciò suggerisce che il modello non soffre di un bias strutturale verso una delle due direzioni di mercato, ma piuttosto presenta errori attribuibili alla complessità dei dati e all'elevato livello di rumore presente nelle serie storiche del VIX.

Il comportamento osservato risulta coerente anche con le metriche quantitative (precisione, recall e F1-score) analizzate in precedenza, confermando la validità del framework implementato per scopi di previsione direzionale.

2.3.7 Criticità emerse e prospettive di miglioramento

Nonostante l'approccio ensemble adottato, il modello AdaBoost si è dimostrato solo parzialmente efficace nel predire la direzione del VIX. La complessità intrinseca della variabile target, la forte presenza di rumore e l'elevato livello di non linearità dei dati potrebbero aver limitato la capacità predittiva del modello.

Tra le principali direzioni di miglioramento individuate si segnalano:

- l'arricchimento del set di feature con variabili alternative (ad esempio dati di sentiment, informazioni di alta frequenza o misure di skew e kurtosis implicite),
- l'esplorazione di modelli ensemble più complessi, quali Gradient Boosting o XGBoost, eventualmente combinati con tecniche di regolarizzazione,
- l'esplorazione di tecniche di *conformal prediction* per classificazione binaria (ad esempio mediante mondrian conformal prediction o Venn prediction), con l'obiettivo di quantificare l'incertezza associata ai segnali di rialzo/ribasso del VIX.

In conclusione, sebbene i risultati siano incoraggianti, l'applicazione di AdaBoost evidenzia le sfide strutturali del forecasting direzionale sulla volatilità implicita. Una possibile estensione futura della ricerca sarebbe da concentrare su strategie di raffinamento del modello e integrazione di nuove fonti informative, in linea con le migliori pratiche della letteratura finanziaria recente.

Capitolo 3

Sviluppo e Analisi delle Strategie di Trading basate sui segnali del VIX

In questo capitolo si descrive lo sviluppo di diverse strategie di trading che sfruttano i segnali predittivi di rialzo o ribasso del VIX generati dai modelli HAR e AdaBoost. I segnali vengono applicati su un portafoglio basato sull'ETF dell'S&P500, con l'obiettivo di valutare se una strategia guidata da tali segnali possa offrire un miglior profilo rischio/rendimento rispetto a un approccio buy&hold. L'idea di base è che, quando il modello prevede un aumento del VIX, l'incertezza di mercato cresce e ci si posiziona prudentemente o in direzione ribassista sull'ETF, mentre quando il modello prevede un calo del VIX si assumono posizioni rialziste. Viene data particolare enfasi all'analisi quantitativa dei risultati di backtest per capire se e come l'impiego di questi segnali possa superare in performance il riferimento di mercato.

3.1 Sviluppo della strategia di trading basata sul segnale (rialzo/ribasso del VIX)

Di seguito si illustrano le cinque strategie sviluppate, descrivendone la logica operativa, la costruzione della posizione, i filtri applicati e le motivazioni alla base delle scelte.

3.1.1 Strategia 1: strategia semplice sui segnali VIX

La prima strategia rappresenta il banco di prova più essenziale dell'intero studio: si utilizza *solo* l'informazione direzionale fornita dal modello di previsione del VIX, senza applicare filtri tecnici o vincoli di gestione del rischio aggiuntivi.

- **Segnale ribasso del VIX (score = 0)** – Il modello prevede una contrazione della volatilità implicita sull'S&P 500; si assume che il contesto di mercato torni

relativamente sereno e si apre (o si mantiene) una posizione **long** sull'ETF che replica l'indice (`position = 1`),

- **Segnale rialzo del VIX** (`score = 1`) – Il modello si attende un aumento della volatilità e, quindi, dell'incertezza; la strategia chiude completamente l'esposizione sull'ETF e si porta in **cash** (`position = 0`). Non vengono assunte posizioni short: l'idea è limitarsi a proteggere il capitale evitando di rimanere esposti durante possibili fasi di correzione.

Operativamente, a inizio di ogni seduta t si osserva il segnale calcolato il giorno precedente ($t - 1$), per cui lo *shift* di un giorno evita qualsiasi forma di *look-ahead bias*. Il rendimento giornaliero della strategia è dunque

$$r_t^{\text{strat}} = r_t^{\text{ETF}} \times \text{position}_t, \quad \text{con } \text{position}_t \in \{0, 1\},$$

dove r_t^{ETF} è il rendimento dell'ETF sull'S&P 500 tra le chiusure di $t-1$ e t . Il capitale cumulato (base 100) è ottenuto con compounding discreto:

$$\text{Equity}_t = 100 \times \prod_{k \leq t} (1 + r_k^{\text{strat}}).$$

La semplicità estrema di questa costruzione la rende un benchmark interno: qualsiasi miglioramento che osserveremo con filtri tecnici, filtri di volatilità o regole di conferma dovrà portare metriche di performance (Sharpe ratio, drawdown, ecc.) più favorevoli di quelle registrate da questa *long/cash* basata unicamente sulla previsione del VIX.

3.1.2 Strategia 2: Segnali VIX con filtro RSI e medie mobili

La seconda strategia mira a migliorare la qualità dei segnali operativi provenienti dal VIX attraverso l'applicazione di due filtri di analisi tecnica: un filtro di tendenza basato sulle medie mobili e un filtro di momentum fondato sull'indice RSI. L'obiettivo è quello di intervenire sul mercato soltanto quando il contesto generale appare favorevole, riducendo così il rischio di aprire posizioni in situazioni caratterizzate da elevata incertezza o probabili inversioni.

Segnale di base: previsione del VIX

Il punto di partenza rimane la previsione direzionale del VIX ottenuta tramite i modelli HAR o AdaBoost. In particolare, come nella strategia 1, viene interpretato come segnale positivo (e quindi propenso a una posizione long sull'ETF S&P500) il caso in cui si prevede una diminuzione del VIX rispetto al giorno precedente. Per evitare qualsiasi forma di *look-ahead bias*, il segnale viene shiftato di una giornata in avanti rispetto al momento di esecuzione del trade.

Filtro di tendenza: medie mobili semplici

Per identificare un contesto di mercato strutturalmente positivo, si richiede che la media mobile semplice calcolata sui 20 giorni precedenti (SMA_{20}) sia superiore alla media mobile a 200 giorni (SMA_{200}). Tale condizione evidenzia la presenza di un trend rialzista di fondo, condizione considerata essenziale per procedere con l'operazione.

Filtro di momentum: indice RSI

Accanto al filtro di tendenza, viene utilizzato un filtro di momentum basato sull'*Relative Strength Index* (RSI) calcolato su una finestra di 14 sedute. Si decide di procedere con l'operazione soltanto quando l'RSI si colloca in una zona intermedia, compresa tra 30 e 70. Valori inferiori a 30 suggerirebbero condizioni di ipervenduto, mentre valori superiori a 70 indicherebbero situazioni di ipercomprato; in entrambi i casi, il rischio di inversioni di breve termine viene ritenuto troppo elevato per giustificare l'ingresso a mercato.

Condizione finale di operatività

La posizione viene aperta esclusivamente quando contemporaneamente si verificano le seguenti condizioni:

- il segnale prevede un calo del VIX,
- la media mobile a 20 giorni risulta superiore a quella a 200 giorni,
- l'RSI a 14 giorni si mantiene all'interno dell'intervallo (30, 70).

In caso contrario, non viene assunta alcuna posizione.

Si evidenzia come anche questa strategia non preveda mai posizioni short: l'intento è esclusivamente quello di mantenere esposizioni long nei contesti statisticamente più favorevoli, cercando al contempo di minimizzare l'esposizione ai rischi di drawdown associati ai mercati ribassisti o alle inversioni improvvise.

Rispetto alla Strategia 1, ci si aspetta che il numero di operazioni si riduca sensibilmente, dato che i filtri di tendenza e di momentum agiscono da severi meccanismi selettivi, limitando l'operatività ai soli periodi in cui sussiste una conferma tecnica del contesto di mercato.

3.1.3 Strategia 3: Segnali VIX con conferma su due giorni consecutivi

La terza strategia nasce dall'esigenza di ridurre ulteriormente la frequenza dei falsi segnali, introducendo un criterio di conferma temporale. Piuttosto che reagire immediatamente a ogni previsione direzionale del VIX, si decide di attendere che il segnale si manifesti in modo coerente per due giorni consecutivi.

Logica operativa

La strategia analizza le previsioni giornaliere del VIX e agisce soltanto se il medesimo segnale — rialzo o ribasso atteso — si ripete identico per due sedute consecutive. Se, ad esempio, il modello prevede un aumento della volatilità sia a $t-1$ sia a t , viene considerata confermata l'aspettativa di instabilità, e quindi si opta per l'uscita dal mercato e una posizione neutrale. Viceversa, se per due giorni consecutivi si anticipa una diminuzione della volatilità, si assume una posizione long sull'ETF S&P500.

Costruzione della posizione

Anche in questo caso si effettua uno *shift* di un giorno prima dell'esecuzione operativa, per evitare contaminazioni da look-ahead bias. Nel dettaglio, il segnale operativo viene attivato solo se il valore del giorno corrente coincide con quello della seduta precedente. Nel caso di segnali contrastanti tra due giorni successivi, non si assume alcuna esposizione.

Motivazione della strategia

Rispetto alle strategie basate su singoli segnali giornalieri, ci si aspetta che questa logica comporta un numero significativamente inferiore di operazioni, poiché molte delle fluttuazioni casuali del VIX, che generano segnali isolati, vengono filtrate. La conferma su due periodi consecutivi mira dunque a privilegiare soltanto quelle situazioni in cui emerge una direzionalità più solida, aumentando la probabilità che il segnale rifletta un movimento strutturale anziché una semplice anomalia statistica di breve termine.

Con questo approccio, la strategia si caratterizza per una maggiore prudenza: pur rinunciando a parte delle opportunità immediate, si punta a migliorare il rapporto rischio/rendimento complessivo, riducendo l'esposizione nei momenti di incertezza.

3.1.4 Strategia 4: Segnali VIX filtrati sulla base della volatilità storica

La quarta strategia introduce un filtro basato sul livello di volatilità realizzata del mercato, con l'obiettivo di operare solamente nei contesti caratterizzati da una minore instabilità.

Logica operativa

Accanto al segnale direzionale fornito dal modello predittivo sul VIX, si considera il valore corrente della volatilità storica calcolata sull'ETF di riferimento. La volatilità viene stimata come deviazione standard dei rendimenti giornalieri, su una finestra mobile di 20 sedute.

Si stabilisce una soglia prestabilita — in questo caso pari al 20% — e si consente l'attivazione del segnale solo quando la volatilità storica è inferiore a tale livello. Se la volatilità eccede la soglia, si evita di aprire posizioni, indipendentemente dalla previsione direzionale del VIX.

Costruzione della posizione

Anche in questo caso, il segnale direzionale viene *shiftato* di un giorno per evitare problemi di look-ahead bias. La posizione finale deriva dalla combinazione dei due elementi:

- Se il VIX è previsto in ribasso e la volatilità è bassa, si assume una posizione **long** sull'ETF.
- Se il VIX è previsto in rialzo oppure la volatilità è elevata, si rimane **in cash**, senza esposizione al mercato.

Motivazione della strategia

L'inclusione di un criterio basato sulla volatilità si fonda sull'osservazione empirica che, nei contesti di mercato altamente turbolenti, i segnali predittivi sulla direzione del VIX tendono a essere meno affidabili. Inoltre, elevati livelli di volatilità storica si associano a drawdown più ampi e a maggiori rischi operativi.

Concentrandosi sulle fasi di volatilità contenuta, la strategia mira a intercettare movimenti di mercato più ordinati, con l'obiettivo di ridurre il rischio dell'operatività.

Rispetto alle strategie senza filtro, questa impostazione comporta una minore presenza a mercato (minore *time in market*), ma potenzialmente una gestione del rischio più efficiente. In tal modo, si privilegia un approccio selettivo, rinunciando a parte delle opportunità nei periodi turbolenti, in cambio di una maggiore protezione del capitale nei momenti più incerti.

3.1.5 Strategia 5: Segnali VIX con filtri multipli (SMA e volatilità)

La quinta strategia adotta un approccio particolarmente selettivo, combinando simultaneamente diversi criteri di analisi tecnica e un filtro basato sulla volatilità di mercato, al fine di perfezionare ulteriormente il processo decisionale.

Logica operativa

Come punto di partenza si utilizza, anche in questo caso, il segnale direzionale derivato dal modello predittivo del VIX, traslato in avanti di un giorno per evitare fenomeni di *look-ahead bias*.

Tuttavia, l'apertura di una posizione long sull'ETF avviene solo se vengono soddisfatte, simultaneamente, le seguenti condizioni:

- Il VIX è previsto in ribasso (**score** uguale a 0).
- La media mobile semplice a 20 sedute si colloca al di sopra della media mobile a 200 sedute, condizione che segnala la presenza di un trend rialzista.

- La volatilità storica su base 20 giorni è inferiore alla soglia prestabilita del 20%, per assicurare un contesto di mercato sufficientemente stabile.

Costruzione della posizione

La posizione finale è determinata dalla moltiplicazione dei filtri sopra elencati: se tutte le condizioni risultano vere contemporaneamente, viene aperta una posizione **long** sull'ETF. In caso contrario, si rimane completamente **in cash**, senza alcuna esposizione al mercato.

Motivazione della strategia

L'obiettivo di questa strategia è duplice: da un lato, aumentare la probabilità di successo selezionando solamente quei contesti di mercato che, sulla base di più dimensioni tecniche, appaiono statisticamente più favorevoli; dall'altro, ridurre l'esposizione durante le fasi più incerte, caratterizzate da alta volatilità o segnali tecnici deboli.

Naturalmente, un approccio così selettivo comporta una significativa riduzione del numero di trade rispetto alle strategie precedenti. Tuttavia, questa riduzione vorrebbe essere bilanciata dal potenziale miglioramento in termini di rapporto rischio/rendimento, come verrà evidenziato nell'analisi dei risultati.

La Strategia 5 rappresenta dunque l'apice dell'approccio conservativo adottato nell'ambito di questo studio: solo quando il segnale fondamentale (VIX in calo) trova conferma su tutte le principali dimensioni tecniche (trend e stabilità) si procede all'investimento operativo.

3.2 Backtesting della strategia e analisi dei rendimenti

Per ciascuna delle strategie operative analizzate è stato eseguito un backtest sull'ETF S&P500, utilizzando i segnali sul VIX generati *out-of-sample* dai modelli HAR su log VIX e AdaBoost. Le performance ottenute sono valutate rispetto a un insieme fisso di metriche, al fine di confrontare l'efficacia di ciascun approccio anche in rapporto al benchmark *Buy&Hold*. Di seguito si descrivono brevemente le metriche considerate:

- **Profit Factor:** rappresenta il rapporto tra profitti totali e perdite totali. Un valore superiore a 1 indica una strategia mediamente profittevole.
- **Numero Trade:** indica quante volte la strategia è entrata o uscita dal mercato. È utile per valutare la frequenza operativa e la sensibilità ai segnali.
- **Massimo Drawdown (%):** misura la perdita percentuale massima registrata da un picco locale al successivo minimo. Riflette la vulnerabilità della strategia durante fasi di mercato avverse.
- **Sharpe Ratio:** esprime il rendimento in eccesso rispetto al tasso privo di rischio (ipotizzato essere pari al 2%), normalizzato per la deviazione standard dei rendimenti. Fornisce un'indicazione sintetica del rapporto rischio/rendimento.
- **Sortino Ratio:** variante della Sharpe Ratio che considera solo la volatilità negativa (cioè le deviazioni al ribasso).
- **Days in Market:** numero totale di giornate in cui la strategia è risultata esposta al mercato.
- **% Time in Market:** percentuale di tempo in cui la posizione è rimasta attiva. Una strategia con bassa esposizione ma buon rendimento evidenzia una gestione efficiente del rischio.
- **Final Value:** valore finale del capitale al termine del periodo analizzato, considerando un capitale iniziale pari a 100.
- **CAGR (%):** tasso di crescita annualizzato del capitale, utile per confrontare strategie con orizzonti temporali diversi.

Tali metriche consentono un confronto esaustivo tra le strategie analizzate, evidenziandone punti di forza e criticità non solo in termini di rendimento assoluto, ma anche di rischio, efficienza e robustezza operativa. I risultati così ottenuti vengono confrontati, per ciascuna strategia, con il benchmark rappresentato dalla semplice strategia *Buy&Hold*, che funge da riferimento passivo. Le tabelle che seguono sintetizzano le evidenze emerse.

3.2.1 Strategia 1: strategia semplice sui segnali VIX

Metrica	Strategia HAR	Strategia AdaBoost	Buy&Hold
Profit Factor	1.2601	1.1974	1.2158
Numero Trade	503	949	1
Massimo Drawdown (%)	-30.97	-26.15	-33.90
Sharpe Ratio	0.6263	0.5663	0.9074
Sortino Ratio	0.8688	0.7486	1.1686
Days in Market	883	1277	2276
% Time in Market	38.80	56.11	100.00
Final Value	239.83	221.33	434.12
CAGR (%)	10.18	9.20	17.66

Tabella 3.1: Metriche di performance della Strategia 1 (segnali VIX semplici) con segnali generati da modelli HAR e AdaBoost, confrontate con Buy&Hold.

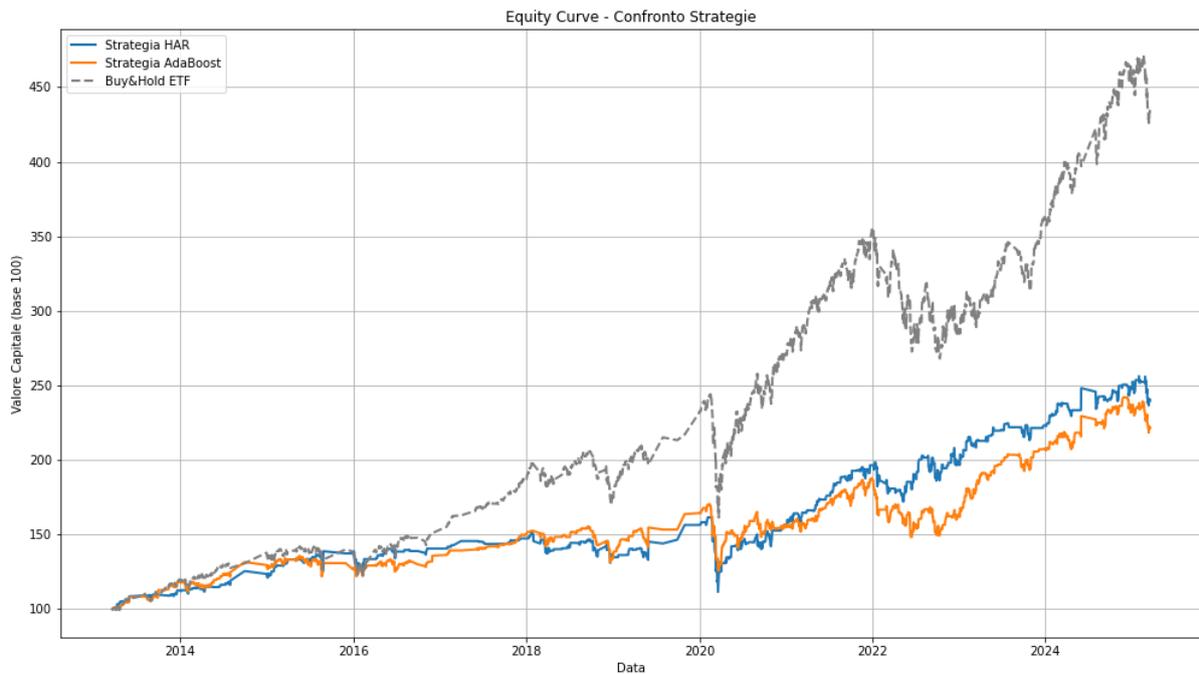


Figura 3.1: Confronto tra le equity line delle strategie basate su segnali VIX: modello HAR, modello AdaBoost e approccio Buy&Hold.

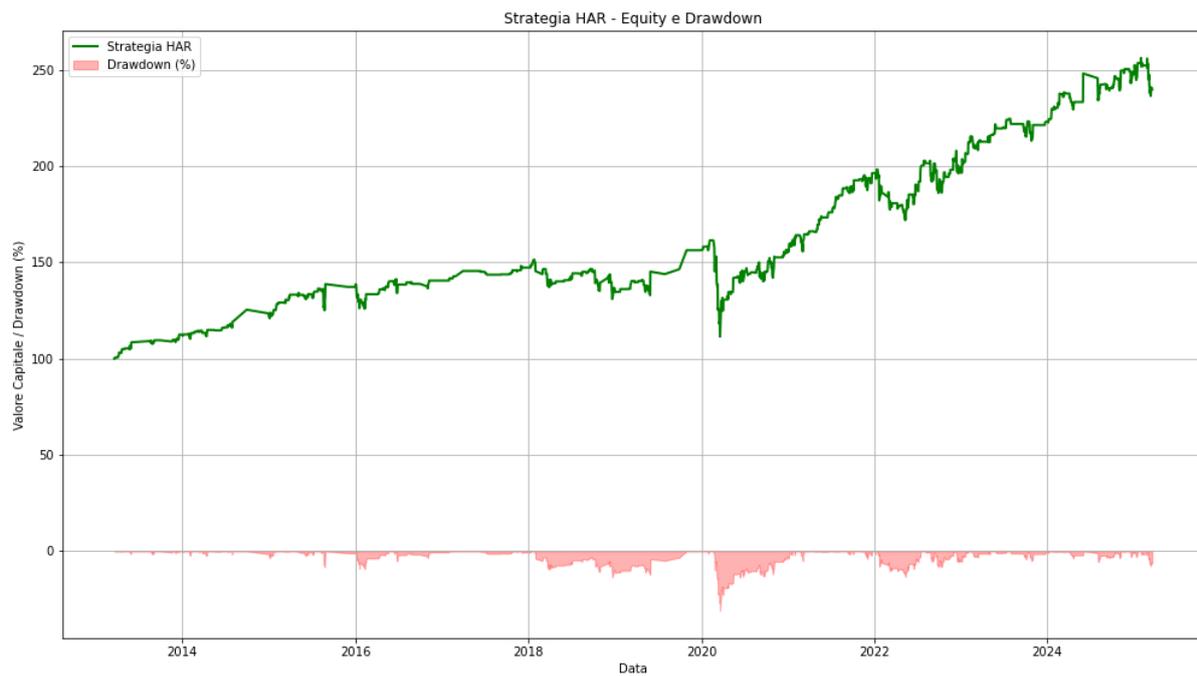


Figura 3.2: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello HAR.

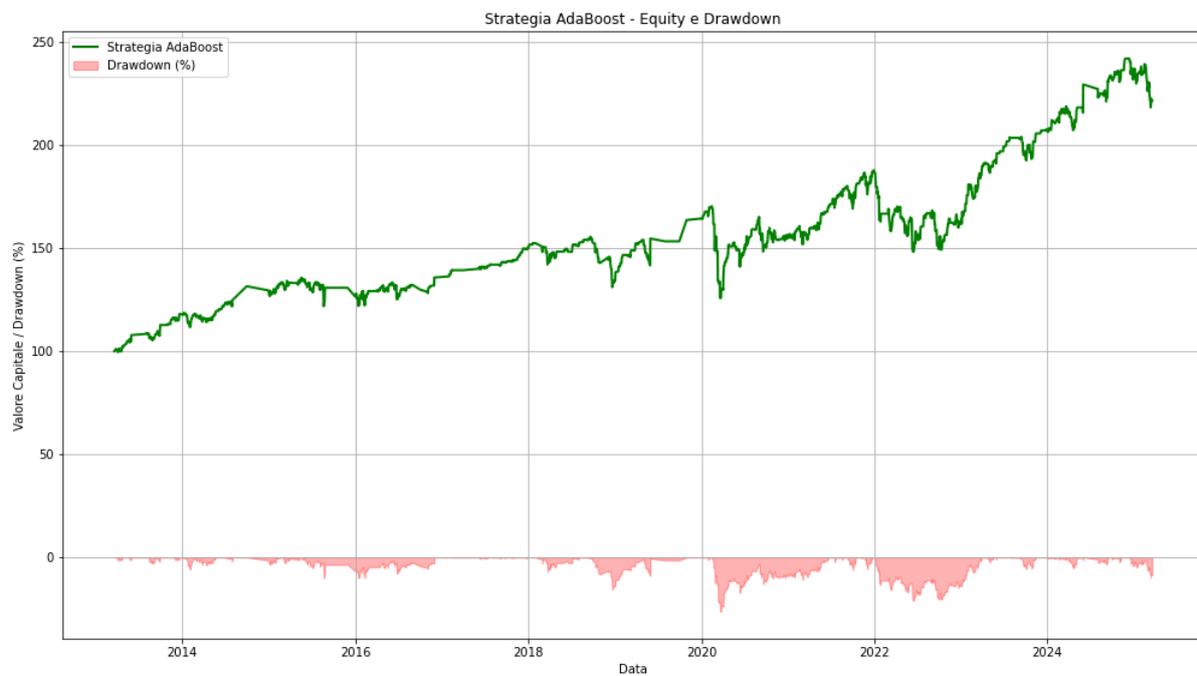


Figura 3.3: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello AdaBoost.

I risultati della Strategia 1 confermano la validità dell'approccio HAR per la generazione di segnali direzionali sul VIX. Il modello riesce a tradurre le informazioni contenute nella dinamica della volatilità implicita in decisioni operative che si dimostrano redditizie, soprattutto se confrontate con quelle prodotte dal classificatore AdaBoost. In termini di performance complessiva, la strategia HAR evidenzia un *Profit Factor* superiore a entrambe le alternative e un rendimento annualizzato (CAGR) che, pur distante dal Buy&Hold, resta competitivo considerando il ridotto tempo di esposizione al mercato.

Un aspetto particolarmente rilevante è proprio la selettività della strategia HAR: il modello entra in posizione solo nel 38,8% delle giornate disponibili, segno che non forza l'operatività, ma privilegia contesti di mercato percepiti come favorevoli sulla base del segnale di volatilità previsto. Questo approccio prudente si riflette anche in un numero contenuto di operazioni (503 trade), ben lontano dalla frequenza operativa della versione AdaBoost. Tuttavia, la selettività non sembra tradursi in una sostanziale mitigazione del rischio: il massimo drawdown registrato (-30,97%) rimane ampio, e solo marginalmente più contenuto rispetto al Buy&Hold, che peraltro implica un'esposizione costante.

La strategia AdaBoost, pur essendo basata su un algoritmo di apprendimento supervisionato più flessibile, non riesce a superare il modello HAR né in termini di rendimento né di stabilità. A fronte di un'esposizione maggiore (oltre il 56% del tempo) e di un numero quasi doppio di operazioni, produce un valore finale più basso e un drawdown soltanto leggermente inferiore. Questo suggerisce che l'uso diretto dei segnali classificatori possa portare a un eccesso di reattività, con una qualità media dei trade inferiore rispetto a quella ottenuta con un modello basato su struttura temporale, come l'HAR.

Il confronto con il Buy&Hold evidenzia, invece, come l'approccio passivo continui a garantire, su orizzonti lunghi, rendimenti superiori, grazie alla completa partecipazione alla crescita del mercato. Tuttavia, il prezzo pagato per questa performance è un'esposizione ininterrotta al rischio, che si manifesta con drawdown profondi e persistenti. La strategia HAR, pur non eliminando del tutto queste fasi di perdita, offre un'alternativa più contenuta in termini di esposizione e quindi, potenzialmente, più gestibile in ottica di controllo del rischio.

Nel complesso, i risultati suggeriscono che un approccio basato su modelli parsimoniosi e interpretabili come l'HAR, se opportunamente calibrato e utilizzato in un contesto selettivo, può rappresentare una soluzione efficace per costruire strategie attive basate su segnali di volatilità. Il valore di tale modello non risiede necessariamente nel massimizzare la performance assoluta, ma nel fornire un equilibrio credibile tra rischio e rendimento, elemento essenziale in qualunque applicazione operativa.

3.2.2 Strategia 2: Segnali VIX con filtro RSI e medie mobili

Metrica	Strategia HAR	Strategia AdaBoost	Buy&Hold
Profit Factor	1.2522	1.1339	1.2158
Numero Trade	384	628	1
Massimo Drawdown (%)	-14.29	-17.79	-33.90
Sharpe Ratio	0.4207	0.2239	0.9074
Sortino Ratio	0.6269	0.3162	1.1686
Days in Market	577	846	2276
% Time in Market	25.35	37.17	100.00
Final Value	168.93	140.84	434.12
CAGR (%)	5.98	3.87	17.66

Tabella 3.2: Metriche di performance della Strategia 2 (filtri RSI e SMA) con modelli HAR e AdaBoost, e confronto con Buy&Hold.

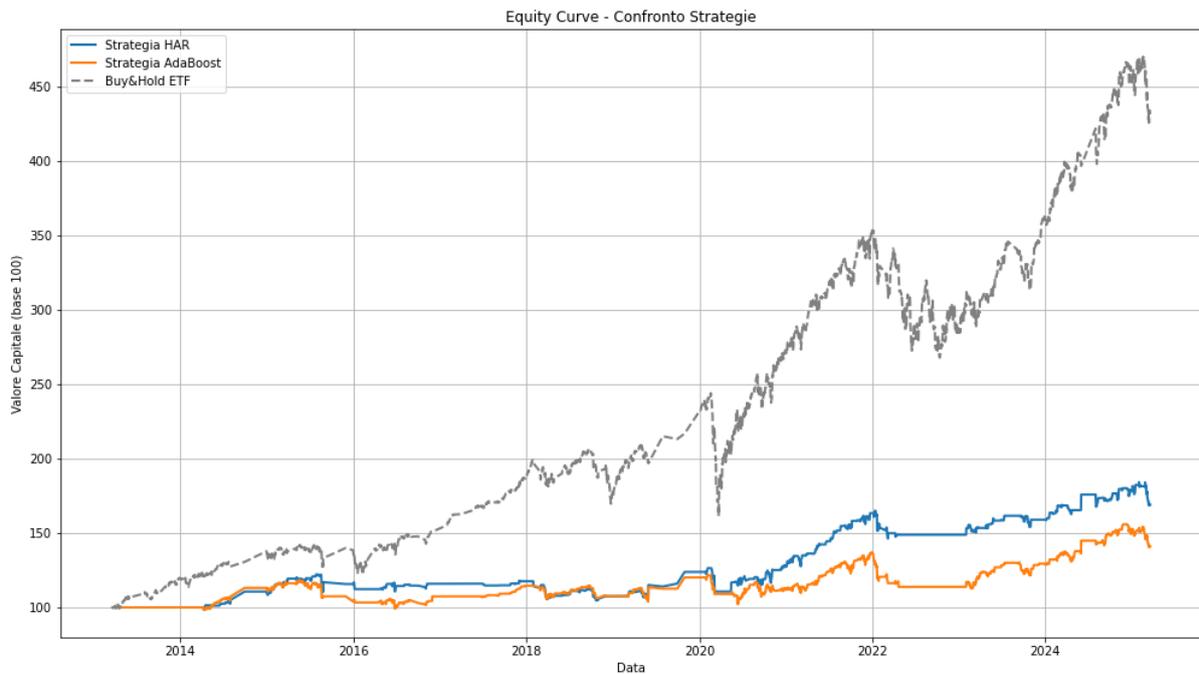


Figura 3.4: Equity line della Strategia 2 (filtri RSI/SMA) basata sui segnali VIX.

CAPITOLO 3. SVILUPPO E ANALISI DELLE STRATEGIE DI TRADING BASATE SUI SEGNALI DEL VIX

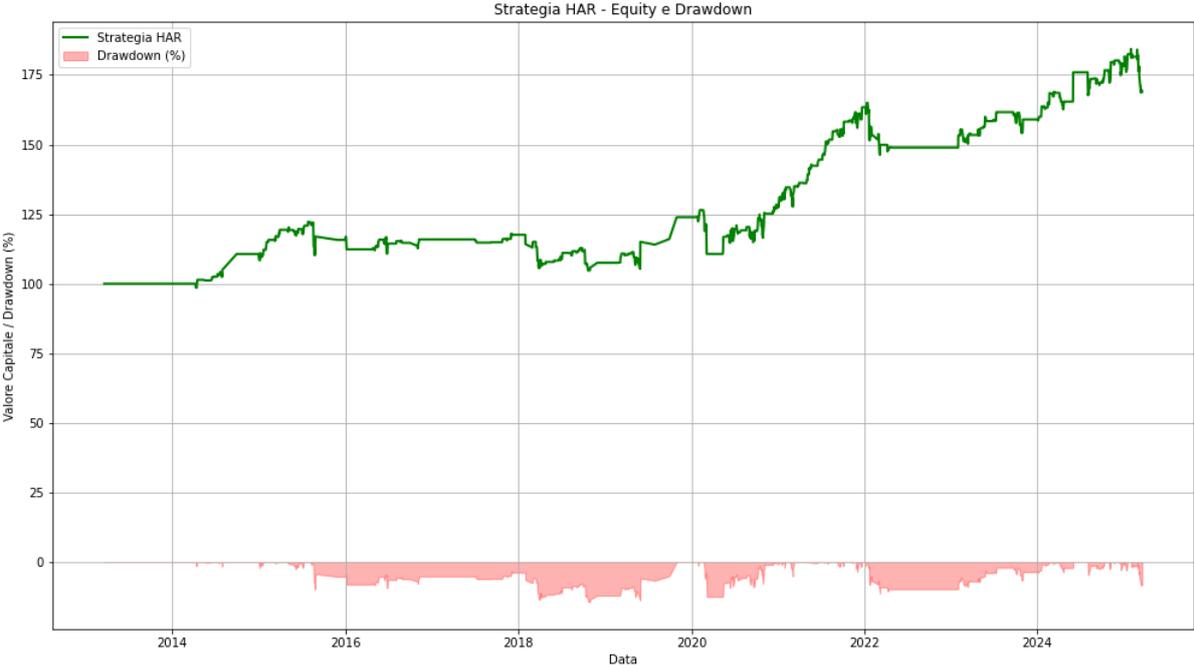


Figura 3.5: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello HAR.

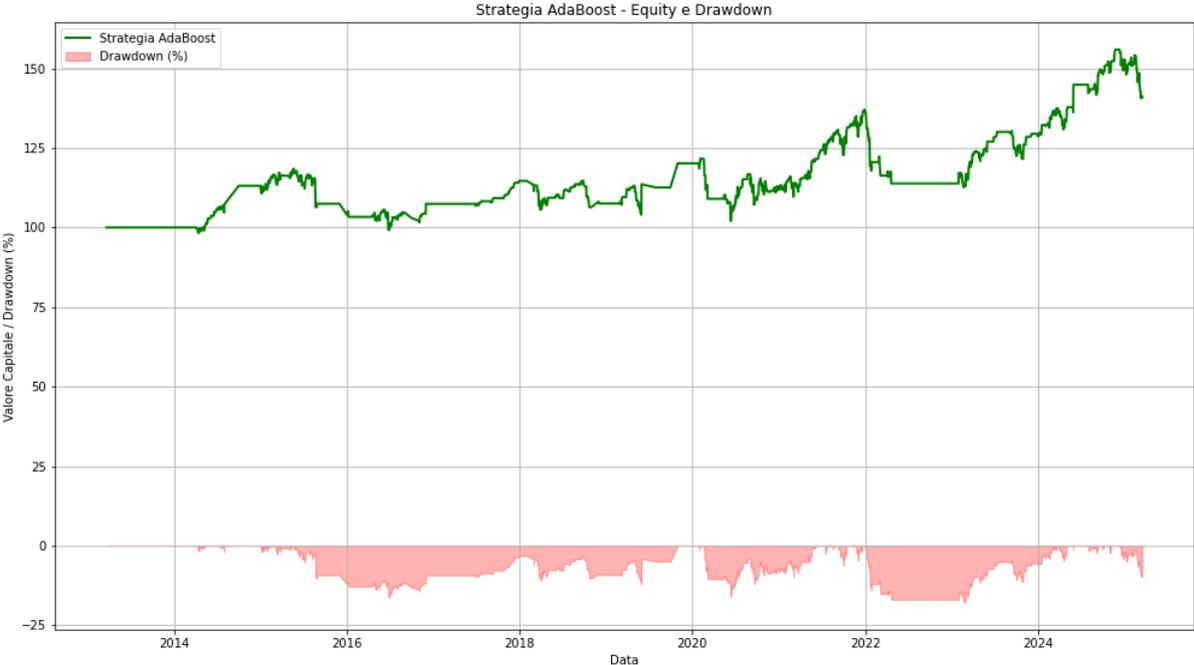


Figura 3.6: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello AdaBoost.

L'introduzione dei filtri tecnici RSI e medie mobili produce un impatto visibile sulle metriche di performance delle strategie basate sui segnali di volatilità. Rispetto alla Strategia 1, si osserva una riduzione del numero complessivo di operazioni: il modello HAR esegue 384 trade, contro i 503 precedenti, mentre la strategia basata sul classificatore AdaBoost passa da 949 a 628 operazioni. Questa contrazione operativa si riflette anche sul tempo di permanenza nel mercato, che scende al 25,35% per HAR e al 37,17% per AdaBoost.

L'effetto più evidente dell'inserimento dei filtri è il miglioramento della stabilità del capitale: il massimo drawdown si riduce sensibilmente, pari al -14,29% nel caso del modello HAR, valore dimezzato rispetto a quello della Strategia 1. Anche la strategia basata sull'AdaBoost beneficia di una simile attenuazione del rischio, contenendo le perdite massime al -17,79%. La maggiore prudenza comporta però un rendimento finale più contenuto: il valore finale del portafoglio HAR si attesta a circa 169, e quello di AdaBoost a 141, entrambi ben distanti dal 434 della strategia Buy&Hold.

Dal punto di vista rischio/rendimento, il modello HAR mantiene un profilo equilibrato: sebbene lo *Sharpe Ratio* si riduca a 0,4207 e il *CAGR* scenda al 5,98%, le performance si dimostrano comunque solide per una strategia non sistematicamente esposta al mercato. Al contrario, la strategia AdaBoost continua a presentare un rapporto rischio/rendimento meno favorevole, con un *Sharpe* ridotto (0,2239) e un *Sortino Ratio* piuttosto debole.

Nel complesso, la Strategia 2 si caratterizza per un approccio più difensivo rispetto alla precedente, con l'obiettivo di filtrare i segnali in contesti direzionalmente meno favorevoli. L'effetto ottenuto è una maggiore robustezza in termini di drawdown, a fronte di un sacrificio in termini di crescita del capitale. Questo rende la strategia particolarmente interessante in un'ottica di risk management o come componente di un portafoglio più ampio, in combinazione con strategie maggiormente orientate al rendimento.

3.2.3 Strategia 3: Segnali VIX con conferma su due giorni consecutivi

Metrica	Strategia HAR	Strategia AdaBoost	Buy&Hold
Profit Factor	1.2182	1.2355	1.2158
Numero Trade	259	299	0
Massimo Drawdown (%)	-29.91	-27.11	-33.90
Sharpe Ratio	0.5002	0.7231	0.9074
Sortino Ratio	0.6825	0.9675	1.1686
Days in Market	842	1413	2276
% Time in Market	36.99	62.08	100.00
Final Value	203.74	279.81	434.12
CAGR (%)	8.22	12.10	17.66

Tabella 3.3: Metriche di performance della Strategia 3 (conferma su due giorni consecutivi) con modelli HAR e AdaBoost, vs Buy&Hold.

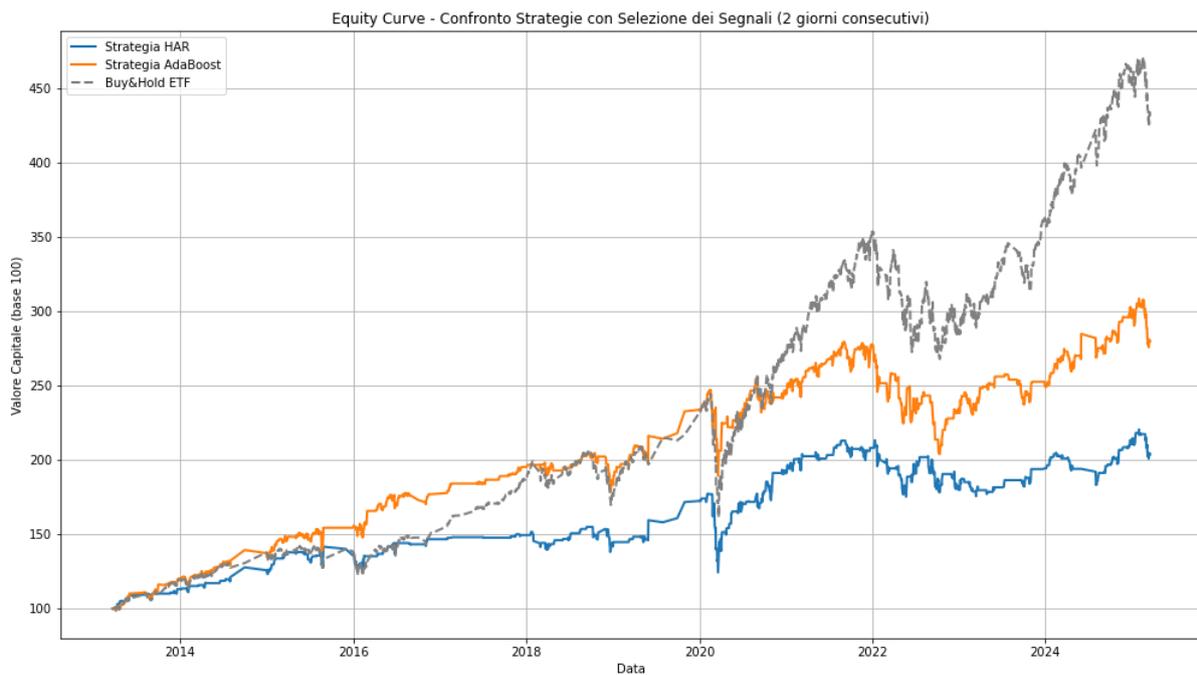


Figura 3.7: Equity line della Strategia 3 (conferma su due giorni consecutivi) basata sui segnali VIX.

CAPITOLO 3. SVILUPPO E ANALISI DELLE STRATEGIE DI TRADING BASATE SUI SEGNALI DEL VIX

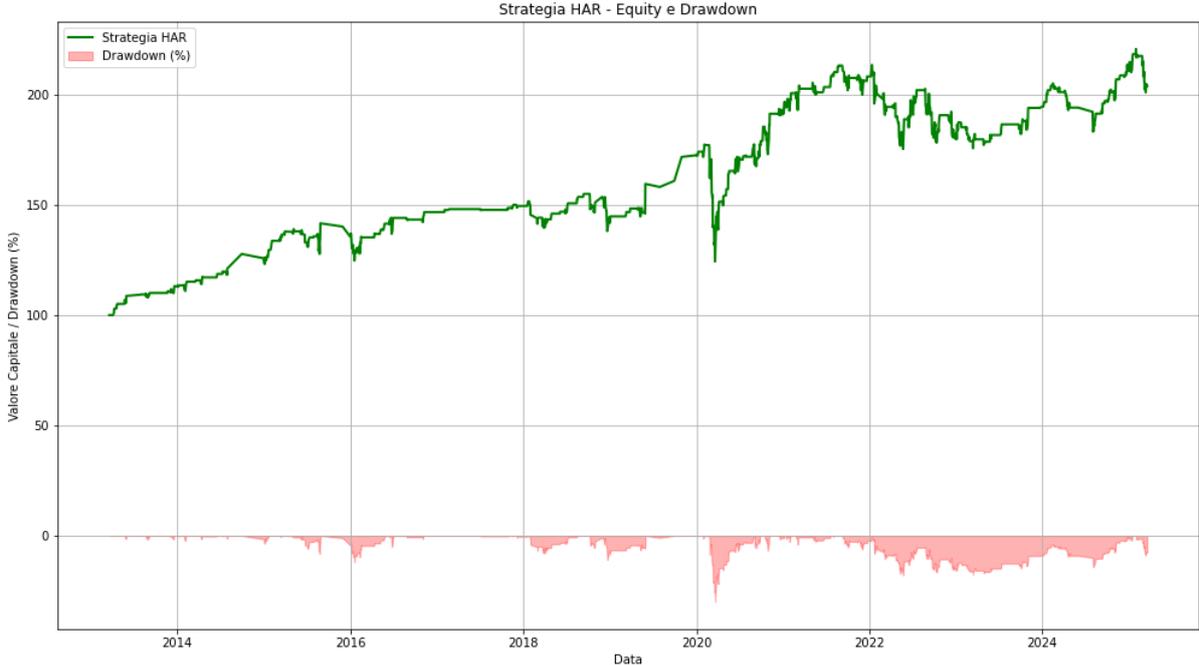


Figura 3.8: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello HAR.

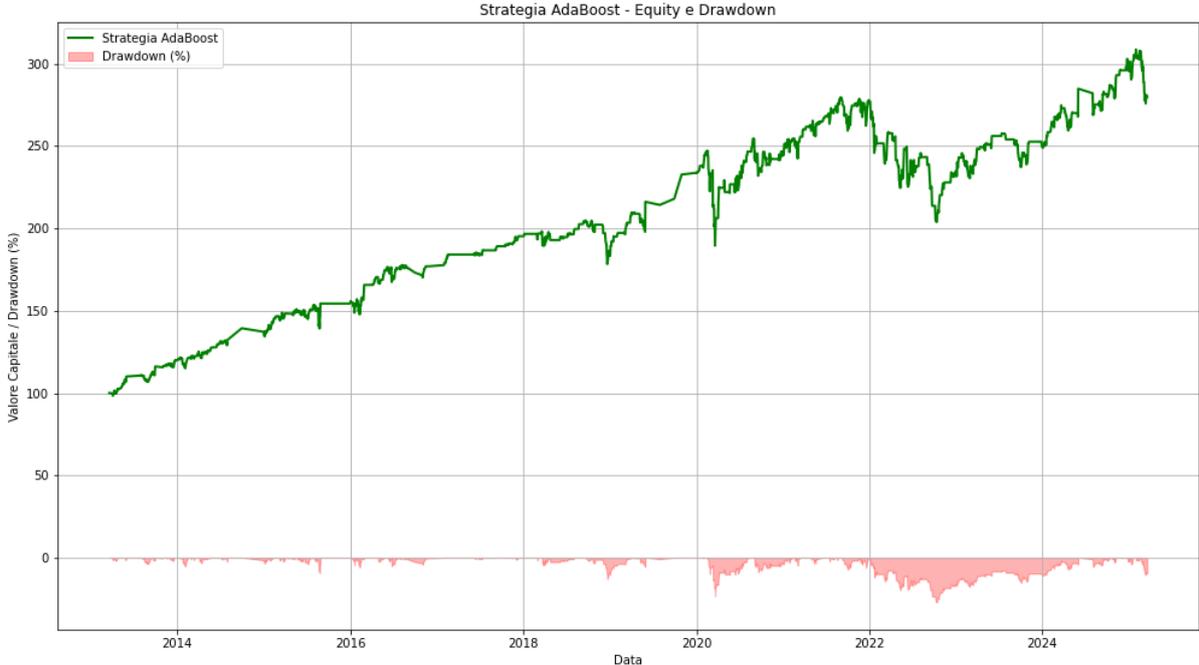


Figura 3.9: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello AdaBoost.

La terza strategia analizzata introduce un criterio di selezione che impone una conferma del segnale su due sedute consecutive. Questo semplice filtro ha l'obiettivo di ridurre la frequenza di ingresso e uscita dalle posizioni, minimizzando il rischio di reagire a movimenti di breve termine poco significativi. In sostanza, una posizione long viene aperta solo se il modello prevede un segnale favorevole per almeno due giorni consecutivi; viceversa, si esce dal mercato solo se il segnale negativo si conferma per due giorni. Questo tipo di approccio si ispira a logiche di "signal smoothing" che spesso trovano applicazione in contesti operativi più difensivi.

Dal punto di vista quantitativo, l'effetto di questo filtro è ben visibile: il numero di trade diminuisce sensibilmente rispetto alle strategie precedenti, con 259 operazioni nel caso del modello HAR e 299 con AdaBoost. Nonostante la riduzione dell'operatività, le strategie mantengono una presenza significativa sul mercato (37% per HAR, oltre il 62% per AdaBoost), suggerendo che il filtro non riduce in modo drastico l'esposizione, ma piuttosto seleziona con maggiore cautela le fasi in cui restare investiti.

La performance del modello HAR si conferma solida: il capitale finale raggiunge 203,74, con un rendimento annualizzato composto (CAGR) pari all'8,22%. Si tratta di un risultato interessante, soprattutto se si considera la minore esposizione e il contesto difensivo. Le metriche di rischio-rendimento sono coerenti con questo profilo: lo *Sharpe Ratio* si attesta a 0,5002, mentre il *Sortino Ratio* — che penalizza maggiormente la volatilità negativa — si mantiene su un buon livello (0,6825). Il drawdown massimo registrato resta inferiore a quello della strategia Buy&Hold, limitandosi a -29,91%, confermando che il filtro a due giorni contribuisce effettivamente a contenere le perdite nelle fasi più critiche di mercato.

Nel caso del modello AdaBoost, i risultati sono persino più interessanti in termini di rendimento assoluto: il capitale finale raggiunge 279,81, con un CAGR del 12,10%. La strategia mostra anche un profilo rischio-rendimento più favorevole rispetto alla controparte HAR, con uno *Sharpe Ratio* di 0,7231 e uno *Sortino* di 0,9675. È tuttavia importante notare che questa performance deriva da una maggiore permanenza in posizione e da un numero di operazioni più elevato, il che implica un'esposizione sistematica più accentuata rispetto al modello HAR. Nonostante questo, anche il drawdown massimo (-27,11%) rimane sotto controllo, ma comunque di poco inferiore a quello del benchmark passivo.

Nel complesso, la Strategia 3 conferma l'utilità di inserire meccanismi di conferma nella generazione dei segnali. Questo tipo di filtro consente di attenuare la sensibilità ai falsi positivi e contribuisce a migliorare la qualità media delle decisioni di ingresso e uscita. Il risultato è una curva dei rendimenti più regolare, con performance stabili, a costo di una minore reattività. Questo approccio risulta particolarmente adatto a investitori più avversi alla volatilità, o a contesti operativi in cui la semplicità e la robustezza dei segnali assumono un valore prioritario rispetto alla massimizzazione del rendimento.

3.2.4 Strategia 4: Segnali VIX filtrati sulla base della volatilità storica

Metrica	Strategia HAR	Strategia AdaBoost	Buy&Hold
Profit Factor	1.2604	1.2521	1.2158
Numero Trade	416	740	0
Massimo Drawdown (%)	-14.93	-17.03	-33.90
Sharpe Ratio	0.4593	0.6005	0.9074
Sortino Ratio	0.6653	0.8508	1.1686
Days in Market	630	998	2276
% Time in Market	27.68	43.85	100.00
Final Value	171.51	201.37	434.12
CAGR (%)	6.10	8.07	17.66

Tabella 3.4: Metriche di performance della Strategia 4 (ingresso condizionato da segnale VIX e bassa volatilità) con modelli HAR e AdaBoost, confrontate con Buy&Hold.

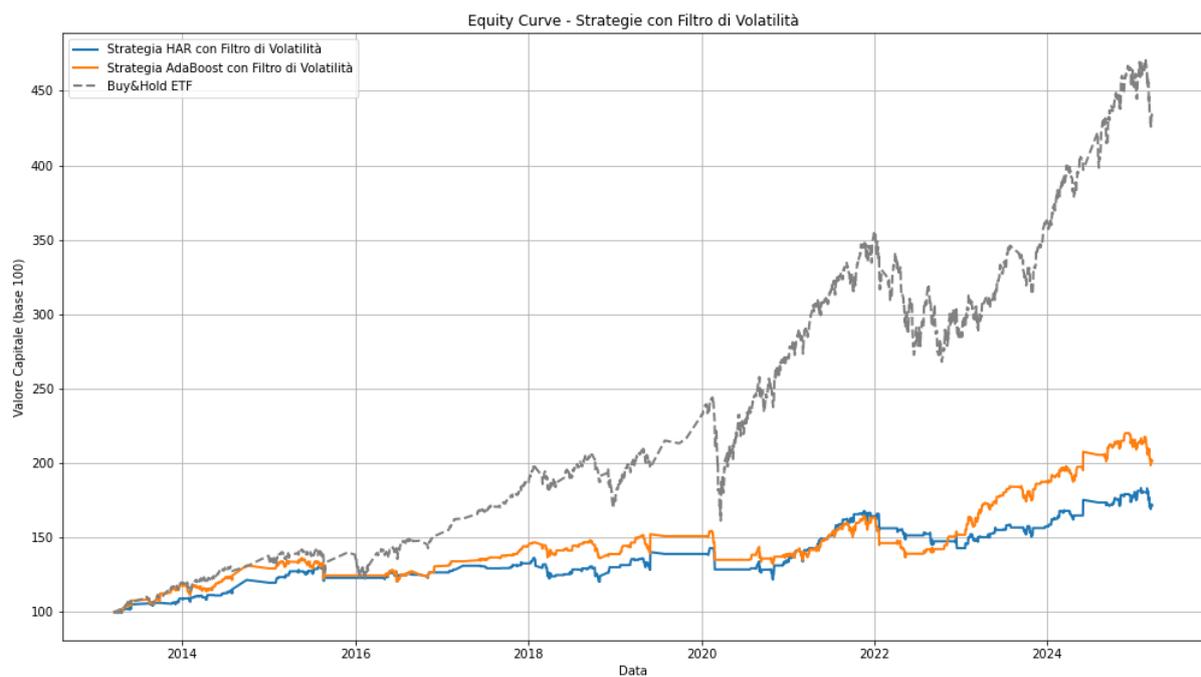


Figura 3.10: Equity line della Strategia 4 basata su segnali VIX e filtro di volatilità.

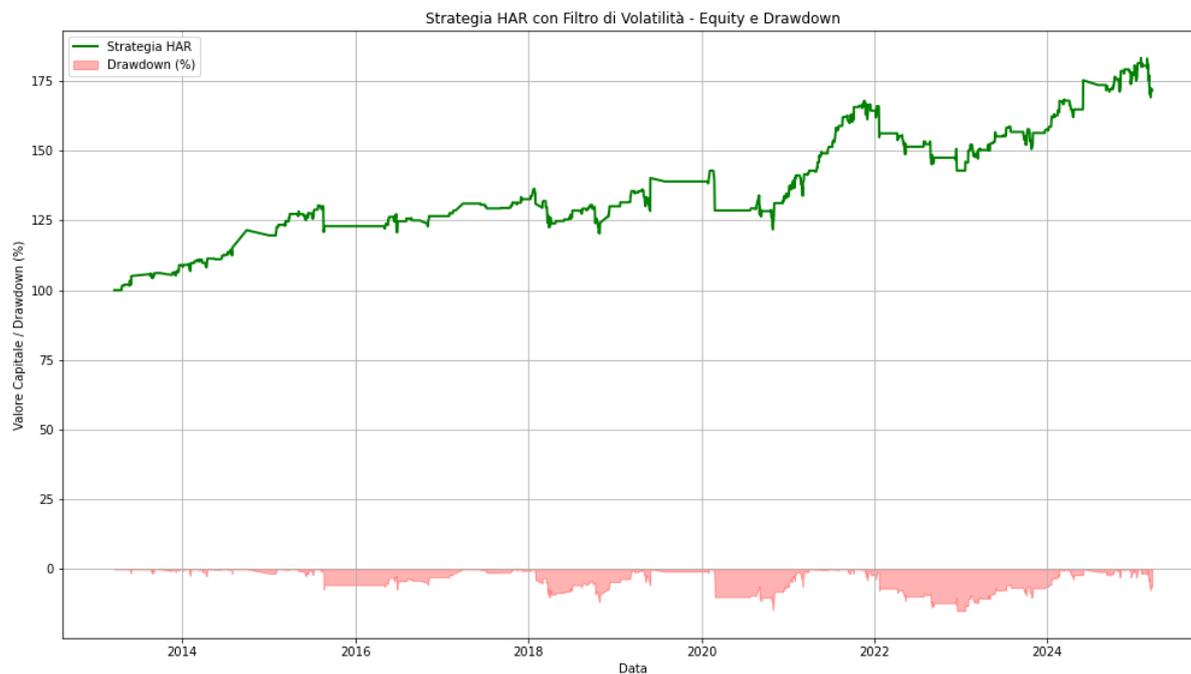


Figura 3.11: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello HAR.

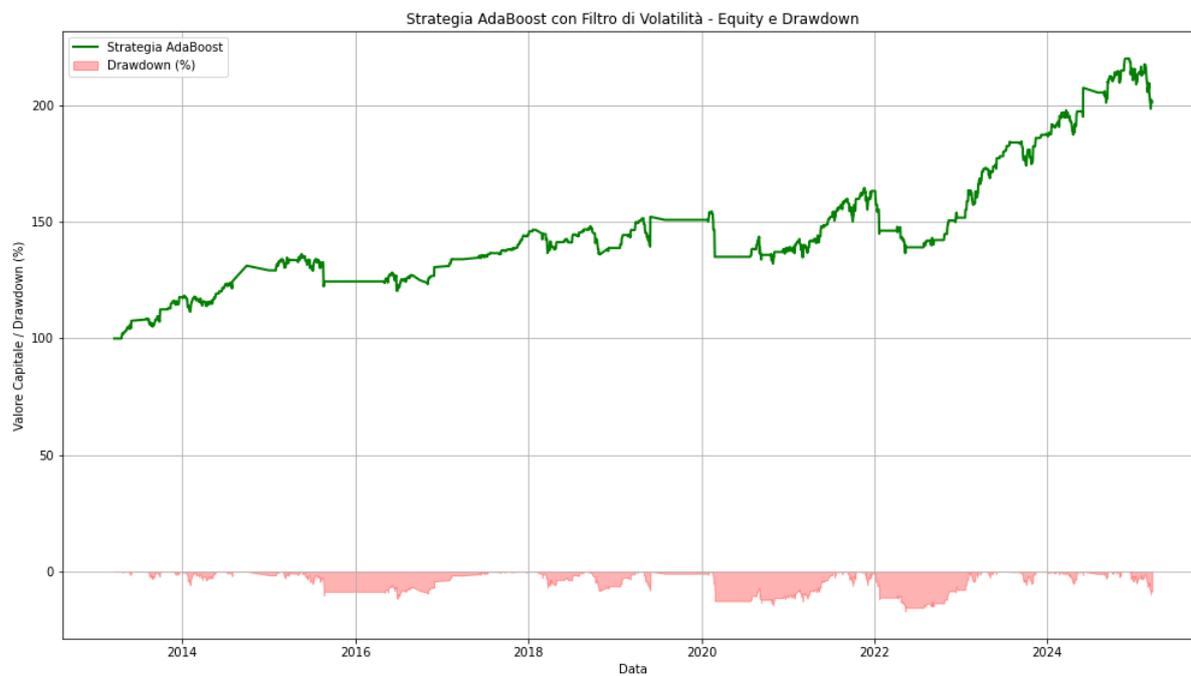


Figura 3.12: Equity line e drawdown percentuale della strategia basata sul modello AdaBoost.

L'obiettivo della Strategia 4 è ridurre l'esposizione nei periodi di alta incertezza, combinando il segnale VIX con un filtro di volatilità storica calcolata su 20 giorni. Si entra long esclusivamente quando il segnale VIX è pari a zero e la volatilità è inferiore alla soglia del 20% annualizzato. Questo approccio selettivo riduce i falsi positivi in fase di ingresso, privilegiando contesti di mercato più tranquilli.

I risultati mostrano un buon bilanciamento tra rendimento e rischio. La strategia HAR realizza un Profit Factor di 1.2604, mentre AdaBoost ottiene 1.2521, entrambi superiori al Buy&Hold (1.2158). Il numero di operazioni è contenuto (416 per HAR, 740 per AdaBoost), con una permanenza media sul mercato sensibilmente inferiore rispetto al benchmark (circa il 28% e 44% del tempo, rispettivamente).

In termini di rischio, i drawdown si mantengono contenuti: -14.9% per HAR e -17.0% per AdaBoost, a confronto con il -33.9% del Buy&Hold. La combinazione tra minore esposizione e contenimento delle perdite contribuisce a migliorare gli indicatori rischio/rendimento. Lo Sharpe Ratio per AdaBoost è pari a 0.6005, mentre il Sortino raggiunge 0.8508, evidenziando una buona efficienza del capitale investito.

Il capitale finale (171.5 HAR, 201.4 AdaBoost) è più basso rispetto al benchmark, ma la strategia compensa in termini di stabilità e controllo del rischio. Il CAGR di AdaBoost si attesta all'8.07%, risultando interessante per un approccio difensivo.

In sintesi, la Strategia 4 dimostra che una semplice condizione sulla volatilità può aumentare la qualità operativa dei segnali VIX, riducendo l'esposizione in fasi pericolose e preservando rendimenti contenuti ma soddisfacenti nel lungo termine. È una soluzione adatta a chi desidera protezione nelle fasi di incertezza, senza rinunciare a buone opportunità di crescita.

3.2.5 Strategia 5: Segnali VIX con filtri multipli (SMA e volatilità)

Metrica	Strategia HAR	Strategia AdaBoost	Buy&Hold
Profit Factor	1.2658	1.1703	1.2158
Numero Trade	358	610	0
Massimo Drawdown (%)	-14.75	-15.05	-33.90
Sharpe Ratio	0.3990	0.2998	0.9074
Sortino Ratio	0.5816	0.4167	1.1686
Days in Market	539	840	2276
% Time in Market	23.68	36.91	100.00
Final Value	159.78	149.10	432.00
CAGR (%)	5.33	4.53	17.60

Tabella 3.5: Metriche di performance della Strategia 5 con filtri combinati (volatilità e SMA).

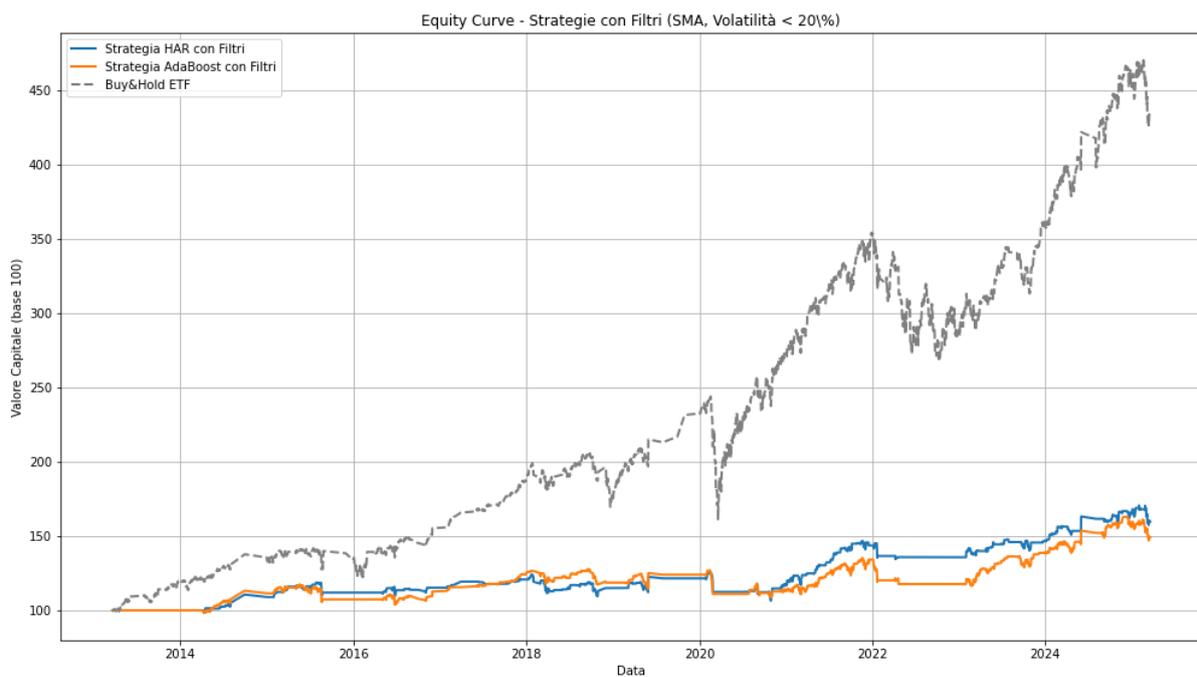


Figura 3.13: Equity curve della Strategia 5 con segnali HAR e AdaBoost filtrati per volatilità e trend (SMA20 > SMA200).

CAPITOLO 3. SVILUPPO E ANALISI DELLE STRATEGIE DI TRADING BASATE SUI SEGNALI DEL VIX

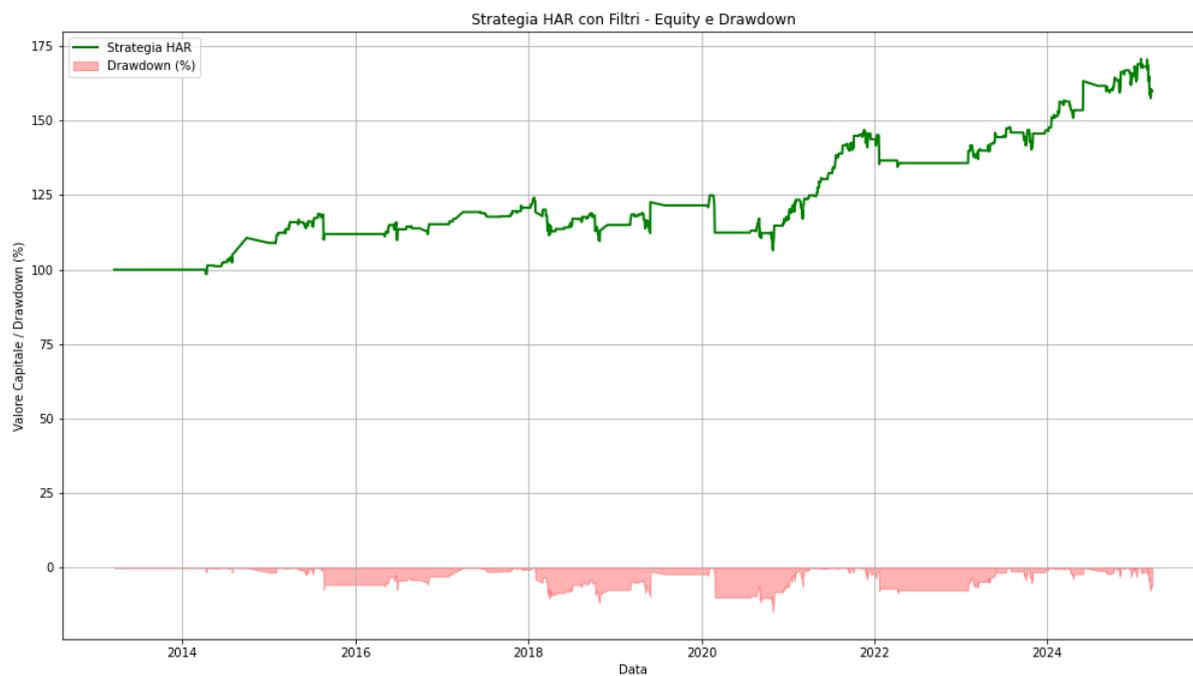


Figura 3.14: Equity line e drawdown percentuale della strategia HAR con filtri.

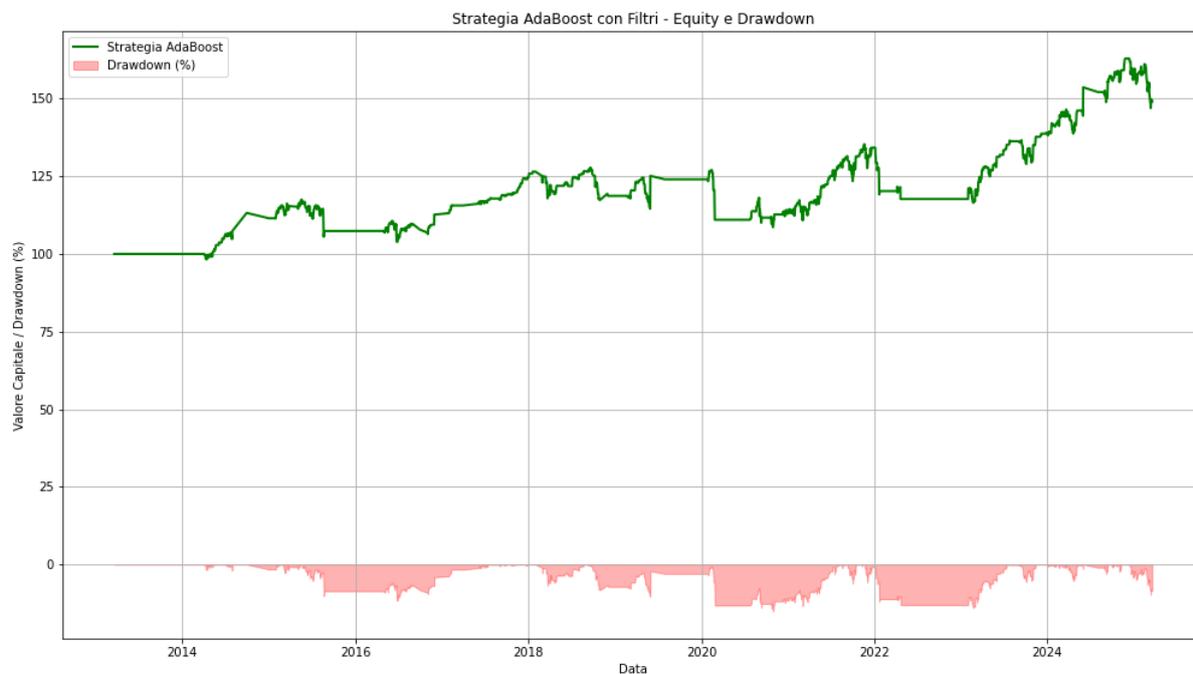


Figura 3.15: Equity line e drawdown percentuale della strategia AdaBoost con filtri.

La Strategia 5 implementa una logica più prudente rispetto alle versioni precedenti, combinando tre condizioni per l'ingresso a mercato: segnale direzionale (basato su VIX), volatilità contenuta (inferiore al 20% su base annua) e trend positivo definito dal superamento della media mobile a 20 giorni su quella a 200 giorni. Questo approccio, sebbene limiti il numero di operazioni (358 per HAR e 610 per AdaBoost), consente un'esposizione più selettiva e meno vulnerabile agli shock di mercato.

I risultati mostrano una crescita moderata ma regolare: il *CAGR* per la strategia HAR si attesta al 5.33%, mentre la variante AdaBoost segue con un 4.53%. Entrambe le strategie superano la soglia del 1.25 nel *Profit Factor*, con drawdown ben contenuti (-14.75% e -15.05%). Tuttavia, i rapporti rischio/rendimento (*Sharpe* e *Sortino*) risultano inferiori rispetto ad approcci più esposti, confermando l'effetto difensivo dei filtri.

In conclusione, la Strategia 5 si configura come un approccio disciplinato e sobrio, pensato per navigare i mercati con cautela. Questa strategia si adatta a un profilo di investitore attento alla gestione del rischio e interessato a un'esposizione solo nei momenti di mercato considerati più favorevoli in termini di volatilità e direzionalità. Nonostante la performance assoluta sia distante dal benchmark Buy&Hold, il profilo di rischio contenuto e la linearità della crescita rappresentano un punto di forza per strategie conservative o da integrare in un portafoglio più ampio.

3.3 Confronto finale tra le strategie

Metrica	Strat 1	Strat 2	Strat 3	Strat 4	Strat 5	Buy&Hold
Profit Factor (HAR)	1.260	1.252	1.218	1.260	1.266	1.216
Profit Factor (AdaBoost)	1.197	1.134	1.236	1.252	1.170	1.216
Max Drawdown (HAR) [%]	-30.97	-14.29	-29.91	-14.93	-14.75	-33.90
Max Drawdown (AdaBoost) [%]	-26.15	-17.79	-27.11	-17.03	-15.05	-33.90
CAGR (HAR) [%]	10.18	5.98	8.22	6.10	5.33	17.66
CAGR (AdaBoost) [%]	9.20	3.87	12.10	8.07	4.53	17.66
Sharpe Ratio (HAR)	0.626	0.421	0.500	0.459	0.399	0.907
Sharpe Ratio (AdaBoost)	0.566	0.224	0.723	0.601	0.300	0.907

Tabella 3.6: Confronto tra le strategie: metriche chiave per i modelli HAR, AdaBoost e benchmark Buy&Hold.

Il confronto finale tra tutte le strategie consente di trarre alcune considerazioni conclusive di natura sia quantitativa che qualitativa. A livello di rendimento annualizzato (*CAGR*), la strategia Buy&Hold rimane imbattuta, con un tasso pari al 17.66%, ma ciò è ottenuto al prezzo di un'esposizione continua al rischio di mercato e di un drawdown massimo elevato (-33.90%). Le strategie attive, pur non riuscendo a superare il benchmark in termini assoluti, si distinguono per una maggiore efficienza nel rapporto rischio/rendimento.

Tra i modelli basati sul framework HAR, la strategia 1 ottiene il rendimento più elevato (CAGR 10.18%), confermandosi come la più redditizia in termini netti, pur esponendosi a drawdown significativi. La strategia 2, pur offrendo protezione più efficace (drawdown dimezzato rispetto alla Strategia 1), sacrifica parte del rendimento per contenere la volatilità operativa. La strategia 3, con conferma su due giorni, rappresenta un buon compromesso tra frequenza operativa contenuta, rischio ridotto e ritorno soddisfacente (CAGR 8.22%).

Dal lato AdaBoost, la strategia 3 emerge chiaramente come la migliore in termini di Sharpe Ratio (0.723) e CAGR (12.10%), superando tutte le altre alternative, compreso il modello HAR. Questo suggerisce che il filtro temporale (doppia conferma) agisca in modo particolarmente efficace sul classificatore AdaBoost, riducendo l'eccessiva reattività che penalizza altre configurazioni.

Le strategie 4 e 5, caratterizzate da un'impostazione più difensiva e selettiva, raggiungono un drawdown contenuto sotto il 15%, confermando la loro efficacia nel controllo del rischio. In particolare, la strategia 4 (HAR e AdaBoost) mostra valori di Profit Factor molto solidi (1.26 e 1.25), a fronte di una presenza ridotta sul mercato e di rendimenti coerenti con un approccio prudente.

In sintesi, la migliore strategia in assoluto dipende dal profilo di rischio dell'investitore:

- Se si privilegia la massimizzazione del rendimento, la strategia 1 (HAR) o la strategia 3 (AdaBoost) risultano le più interessanti.
- Se invece si ricerca un profilo più bilanciato, la strategia 4 offre un compromesso ottimale tra crescita, contenimento del drawdown e stabilità.
- La strategia 5, infine, si distingue per la massima cautela operativa, ed è indicata per investitori con una marcata avversione al rischio.

In conclusione, l'analisi dimostra come i segnali VIX possano costituire una base operativa solida per strategie attive, ma il loro successo dipende fortemente dal modo in cui vengono filtrati e integrati con informazioni di tipo tecnico e statistico.

A margine del confronto tra le singole strategie, è utile soffermarsi brevemente su un confronto aggregato tra i due modelli di previsione utilizzati, indipendentemente dalla strategia adottata. Complessivamente, il modello HAR si è rivelato più conservativo: genera un numero inferiore di operazioni, mantiene un'esposizione media al mercato più bassa e tende a privilegiare la selettività rispetto alla reattività. Questo si riflette in un andamento del capitale più regolare, ma con una crescita generalmente più contenuta rispetto ad AdaBoost.

Il modello AdaBoost, al contrario, ha mostrato una maggiore capacità di adattamento ai cambi di contesto, con un'esposizione più ampia e rendimenti potenzialmente superiori nelle configurazioni ben calibrate, come nel caso della Strategia 3. Tuttavia, questa

flessibilità comporta anche una maggiore sensibilità al rumore di breve periodo, con un aumento del numero di operazioni e una variabilità più marcata nei risultati.

In sintesi, il modello HAR sembra più adatto per strategie basate su segnali essenziali e regole operative semplici, mentre AdaBoost esprime il massimo potenziale quando affiancato da filtri di conferma che ne controllano l'iperattività. Nessuno dei due approcci prevale in assoluto: entrambi offrono spunti solidi per costruire strategie robuste, ma la scelta tra i due dipende in ultima analisi dalla tolleranza al rischio e dagli obiettivi di investimento dell'utilizzatore.

Considerazioni finali

Questo lavoro ha analizzato la possibilità di prevedere l'andamento della volatilità implicita rappresentata dal VIX, tramite modelli econometrici e algoritmi di machine learning, con lo scopo di valutare l'efficacia pratica di tali previsioni nell'ambito di strategie di trading sull'azionario.

Dai risultati empirici emerge che i modelli HAR, implementati nelle specificazioni sulla volatilità realizzata, sul logaritmo del VIX e nella versione estesa HAR-EGARCH sulla log-volatilità realizzata, riescono efficacemente a catturare le dinamiche multiscala e la persistenza tipica della volatilità finanziaria. Parallelamente, l'algoritmo AdaBoost ha dimostrato una valida capacità nel prevedere la direzione dei movimenti del VIX, facendo leva su una vasta gamma di indicatori macroeconomici, tecnici e di mercato, e producendo segnali direzionali operativamente rilevanti.

Le strategie di trading costruite sui segnali predittivi, ulteriormente filtrati da regole di conferma e di controllo qualitativo, hanno mostrato performance, soprattutto sul controllo del rischio, interessanti, soprattutto se rapportate a un benchmark passivo. In particolare, i backtest hanno evidenziato risultati positivi in termini di rendimenti corretti per il rischio, minori drawdown e maggiore percentuale di operazioni profittevoli. Questi risultati indicano che le previsioni generate dai modelli, se opportunamente filtrate e interpretate, offrono un concreto valore economico nell'ottica della gestione attiva dell'esposizione azionaria.

Tuttavia, il processo di sviluppo e validazione dei modelli non è stato privo di difficoltà. In particolare, una delle principali sfide incontrate riguarda la difficoltà di prevedere eventi estremi di volatilità, spesso causati da shock esterni difficilmente catturabili tramite pattern storici. Altre complessità significative hanno riguardato la gestione delle variabili con frequenze temporali differenti, la selezione delle feature più informative e il bilanciamento tra accuratezza predittiva e rischio di overfitting. Anche l'ottimizzazione delle strategie ha comportato decisioni cruciali, quali la scelta dello strumento finanziario più appropriato e l'identificazione dei filtri operativi da applicare, elementi in grado di influenzare sensibilmente il risultato finale.

Date le considerazioni precedenti, sono possibili diversi sviluppi futuri. Sul piano metodologico, si potrebbero approfondire tecniche avanzate di modellazione non lineare, quali reti neurali ricorrenti (LSTM), modelli transformer applicati alle serie temporali o

ancora approcci basati su modelli a stati latenti per una migliore stima della volatilità non osservabile. Dal punto di vista dei dati, sarebbe promettente l'integrazione di informazioni aggiuntive, come quelle derivanti dai mercati delle opzioni (skew implicito, open interest) o da indicatori alternativi quali il sentiment estratto da notizie finanziarie o social media.

Un'altra area di miglioramento consisterebbe nel rendere più realistica la valutazione delle strategie, incorporando una stima dettagliata dei costi di transazione, dello slippage e dei vincoli di liquidità, aspetti fondamentali per una corretta valutazione della reale applicabilità operativa delle strategie proposte. Inoltre, estendere l'analisi a differenti mercati o strumenti finanziari (indici europei, emergenti o ETF sulla volatilità) potrebbe offrire preziose indicazioni sulla generalizzabilità e robustezza dei risultati ottenuti.

Sul piano personale, il percorso svolto ha rappresentato una sfida importante, richiedendo l'integrazione tra conoscenze finanziarie, statistiche e computazionali. La principale difficoltà affrontata non è stata solamente tecnica, ma soprattutto interpretativa e metodologica: decidere cosa testare, come farlo in modo rigoroso e dare un'interpretazione economica concreta ai risultati numerici, ha reso questa esperienza formativa e arricchente, aprendo nuove prospettive sia in ambito accademico che professionale.

In conclusione, pur considerando i limiti metodologici ed empirici intrinseci a ogni modello, questa tesi dimostra come l'applicazione rigorosa e disciplinata di modelli relativamente semplici, combinati con regole operative ben definite, possa fornire un valido contributo nell'ambito della previsione della volatilità e della gestione attiva dei portafogli. Le metodologie esplorate costituiscono quindi una solida base per ulteriori ricerche e applicazioni future nel campo del trading quantitativo e della gestione del rischio finanziario.

Bibliografia

- [1] Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., & Labys, P. (2003). Modeling and Forecasting Realized Volatility. *Econometrica*, 71(2), 579–625.
- [2] Angelopoulos, A. N., & Bates, S. (2021). *A Gentle Introduction to Conformal Prediction and Distribution-Free Uncertainty Quantification*.
- [3] Bai, Y., & Cai, C. X. (2025). Predicting VIX with Adaptive Machine Learning. *Journal of Forecasting*, 43(7), 1857–1873.
- [4] Becker, R., Clements, A. E., & White, S. I. On the Informational Efficiency of S&P500 Implied Volatility.
- [5] Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes. *Proceedings of the 1976 Meetings of the Business and Economic Statistics Section*, American Statistical Association, 177–181.
- [6] BlackRock. (2019). *Machine learning models for volatility forecasting*. BlackRock Research Department.
- [7] Blair, Bevan, Poon, Ser-Huang, & Taylor, Stephen J. (2000). Forecasting S&P 100 Volatility: The Incremental Information Content of Implied Volatilities and High Frequency Index Returns. Lancaster University Management School, Accounting and Finance Working Paper No. 99/014.
- [8] Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
- [9] Brooks, C., & Oozeer, M. C. (2002). Modelling the Implied Volatility of Options on Long Gilt Futures. *Journal of Business Finance & Accounting*, 29(1 & 2), January/March 2002, 0306–686X.
- [10] Campbell, R. H., & Whaley, R. E. (1992). Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S&P 100 Index Option Market. *Journal of Financial Economics*, 31(1), 43–73.

- [11] Canina, L., & Figlewsky, R. (1993). The Link Between Implied and Realized Volatility: Some Evidence from the Options Market.
- [12] Christensen, B. J., & Prabhala, N. R. (1998). The Relation Between Implied and Realized Volatility. *Journal of Financial Economics*, 50(2), 125–150.
- [13] Christensen, K., Kim, M., & Shephard, N. (2010). The realized GARCH model: A joint model for returns and realized measures of volatility. *Journal of Econometrics*, 160(1), 145–159.
- [14] Corrado, C.J., & Miller, T.W. (2005). The forecast quality of CBOE implied volatility indexes. *Journal of Futures Markets*, 25(4), 339–373.
- [15] Corrado, C. J., & Miller, T. W. (2005). The Forecast Quality of CBOE Implied Volatility Indexes. *Journal of Futures Markets*, 25(4), 339–373.
- [16] Corsi, F. (2009). A Simple Approximate Long-Memory Model of Realized Volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7(3), 174–196.
- [17] Day, T. E., & Lewis, C. M. (1992). Stock market volatility and the information content of stock index options. *Journal of Econometrics*, 52(1–2), 267–287.
- [18] Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- [19] Fleming, J., Ostdiek, B., & Whaley, R. E. (1995). Predicting Stock Market Volatility: A New Measure. *Journal of Futures Markets*, 15(3), 265–302.
- [20] Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2000). *Additive Logistic Regression: A Statistical View of Boosting*. *Annals of Statistics*, 28(2), 337–374.
- [21] Giot, P., & Laurent, S. (2007). The Information Content of Implied Volatility in Light of the Jump/Continuous Decomposition of Realized Volatility. *Journal of Futures Markets*.
- [22] C.W.J. Granger e Z. Ding (1996). *Varieties of long memory models*, *Journal of Econometrics*, vol. 73, n. 1, pp. 61–77.
- [23] Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- [24] Huang, X., Liu, L. Y. J., Sheng, X., & Tu, Y. (2016). Modeling and forecasting realized volatility using a Realized HAR GARCH model. *Journal of Empirical Finance*, 36, 57–75.
- [25] Konstantinidi, A., Skiadopoulos, G., & Tzagkaraki, I. (2008). Predicting the CBOE Volatility Index: Evidence from a Multivariate Model.

- [26] Lamoureux, C. G., & Lastrapes, W. D. (1993). Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities. *The Review of Financial Studies*, 6(2), 293–326.
- [27] Murphy, J. J. (2001). *Analisi tecnica dei mercati finanziari: Metodologie, applicazioni e strategie operative* (2^a ed.). Hoepli.
- [28] Poterba, J. M., & Summers, L. H. (1986). The persistence of volatility and stock market fluctuations. *American Economic Review*, 76(5), 1142–
- [29] P. Schneider e F. Trojani, *(Almost) Model-Free Recovery*, Journal of Finance, vol. 74, no. 1, pp. 323–370, 2019.
- [30] Simon, D. P. (2003). The Nasdaq Volatility Index During and After the Bubble. *Journal of Derivatives*, 11(2), 9–24.
- [31] Trombetta, G. (2020). *Strategie di trading con Python: Modelli di analisi quantitativa al servizio dell'investitore*. Copertina flessibile, 8 maggio 2020.
- [32] Jansen, S. (2020). *Machine Learning for Algorithmic Trading: Predictive Models to Extract Signals from Market and Alternative Data for Systematic Trading Strategies* (2nd ed.). Packt Publishing.
- [33] Whaley, R. E. (2008). Understanding the VIX. *The Journal of Portfolio Management*, 35(3), 98–105.
- [34] Whaley, R. E. (2000). The investor fear gauge. *Journal of Portfolio Management*, 26(3), 12–17.
- [35] Zhang, D., & Li, H. (2023). Application of Adaboost Algorithm in Enterprise Financial Risk Analysis Model. In *Proceedings of the 2023 International Conference on Ambient Intelligence, Knowledge Informatics and Industrial Electronics (AIKIIIE)*, Ballari, India, 2–3 November 2023. IEEE.