



Corso di Economia e Management

Cattedra: Statistica

Il rischio estremo nei mercati finanziari:
la Teoria dei Valori Estremi e l'analisi del rischio
sistemico legato al carry trade sullo yen

Prof. Paolo Pierciballi

RELATORE

Ruggiero Devito (288621)

CANDIDATO

Anno accademico: 2024/ 2025

Indice

| | |
|---|------------|
| Indice | II |
| Indice Figure | III |
| Introduzione | IV |
| Capitolo 1..... | 1 |
| <i>Teoria ed Analisi del rischio di coda nei mercati finanziari.....</i> | 1 |
| 1.1 Definizione e caratteristiche del rischio di coda..... | 1 |
| 1.1.1 La distribuzione normale | 4 |
| 1.1.2 “25-sigma moves” | 5 |
| 1.2 Correlazione tra gestione del rischio e coda: il VaR e l’Expected Shortfall..... | 6 |
| 1.3 Distribuzione leptocurtica..... | 10 |
| 1.3.1 Heavy Tail distribution Vs. Fat Tail distribution..... | 10 |
| 1.4 Distribuzione t- Student e t- Student generalizzata | 12 |
| 1.6 Distribuzione S_U- normale | 15 |
| Capitolo 2..... | 22 |
| <i>La Simulazione storica e l’Extreme Value Theory</i> | 22 |
| 2.1 la simulazione storica | 22 |
| 2.1.1 Stressed VaR..... | 24 |
| 2.1.2 Stressed Expected Shortfall..... | 24 |
| 2.1.3 I limiti della simulazione storica | 25 |
| 2.2 Extreme Value Theory..... | 33 |
| 2.2.1 Distribuzione di Gumbel, Fréchet e di Weibull..... | 34 |
| 2.2.2 Distribuzione di Valori estremi generalizzati (GEV) | 36 |
| 2.2.3 Extreme Value Theory: applicazioni in finanza | 38 |
| 2.2.4 EVT nel calcolo del VaR e dell’ES..... | 39 |
| Capitolo 3..... | 43 |
| <i>La Prossima Crisi Globale,.....</i> | 43 |
| <i>evidenze empiriche e canali di contagio</i> | 43 |
| 3.1 Contesto macro-fiscale e di mercato (2024-2025) | 43 |
| 3.2 Crisi finanziaria del Giappone | 44 |
| 3.2.1 Il lunedì nero della Borsa giapponese | 45 |
| 3.3 EVT e carry trade..... | 48 |
| 3.3.1 Applicazione dell’EXT: un approccio previsionale e regolatore..... | 49 |
| 3.3.2 Trigger e canali di trasmissione di una crisi/stress | 49 |
| 3.4 Preoccupazioni future e conclusioni | 50 |
| Bibliografia | 52 |

Indice Figure

| | |
|---|----|
| <i>Figura 1</i> Funzione di densità di probabilità delle perdite. Fonte: Capitolo 2, "Quantitative Risk Management" di Alexander J. McNeill..... | 8 |
| <i>Figura 2</i> Curva di densità di probabilità <i>t</i> di Student, con diversi gradi di libertà, e la curva normale standard..... | 14 |
| <i>Figura 3</i> Rappresentazione grafica (realizzata attraverso il software RStudio) del confronto tra la funzione di densità di probabilità della <i>S_U</i> normale e la FDP della <i>t</i> -student e della normale. | 20 |
| <i>Figura 4</i> Rappresentazione grafica (realizzata attraverso il software RStudio) del confronto della coda sinistra della funzione di densità di probabilità della <i>S_U</i> normale e la FDP della <i>t</i> -student e della normale. | 20 |
| <i>Figura 5</i> Funzione di densità di probabilità di Gumbel..... | 35 |
| <i>Figura 6</i> Funzione di densità di probabilità di Weibull | 36 |
| <i>Figura 7</i> La valutazione fondamentale delle borse mondiali alla chiusura del 5 agosto 2024. P/E medio e distanza in deviazione standard dalla media ventennale. Fonte: Mondo Economico. | 47 |

Introduzione

L'incertezza e il rischio sono due dimensioni intrinseche all'economia e al sistema finanziario globale, che si manifestano principalmente in due forme: da un lato la dimensione temporale, dal momento in cui il passare del tempo comporta inevitabilmente mutamenti nello stato del sistema, dall'altro la “*dimensione trasversale*”, legata all'asimmetria informativa presente sul mercato.

Questo non è un problema solo teorico, difatti la storia recente dei mercati ha mostrato in più occasioni come eventi inattesi possano condurre a crisi sistemiche. Negli ultimi decenni si sono succedute diverse turbolenze significative, tra cui: il crollo del mercato azionario del 19 ottobre 1987 (il cosiddetto “*Black Monday*”), quando l'indice S&P 500 perse oltre il 20% in una sola giornata, la crisi finanziaria asiatica del 1997-1998, la crisi dei fondi hedge del 1998 e infine la crisi globale del 2007-2008.

Alla luce di tali episodi, la previsione del rischio e la sua gestione sono divenute preoccupazioni centrali, sia per gli investitori privati che per le istituzioni finanziarie e le autorità di vigilanza. L'obiettivo è duplice, ridurre l'impatto potenziale di eventi estremi sui portafogli e garantire la stabilità complessiva del sistema, anche grazie allo sviluppo di un quadro teorico sempre più articolato e al progresso degli strumenti computazionali.

Il compito primario della gestione del rischio è la quantificazione dello stesso. In linea teorica, la misura più completa e informativa è data dall'intera coda della distribuzione dei rendimenti di un'attività finanziaria, poiché è proprio in quella regione che si collocano le perdite potenzialmente più gravi. Tuttavia, due difficoltà si presentano immediatamente: da un lato la distribuzione dei rendimenti non è nota a priori, e possiamo solo dedurla indirettamente attraverso l'osservazione delle serie storiche. Dall'altro, una distribuzione completa racchiude una mole eccessiva di informazioni, non sempre gestibile in modo operativo. Da qui la necessità di sintetizzare tale ricchezza informativa in indicatori più semplici, capaci di guidare le decisioni pratiche.

Negli ultimi sessant'anni, tre principali strumenti hanno dominato la scena della misurazione del rischio: il primo è la varianza, introdotta da Markowitz (1952) nell'ambito della teoria della selezione di portafoglio, il secondo è il Value at Risk (VaR), comparso in seguito al crollo borsistico globale del 1987, successivamente sviluppato e diffuso da J.P. Morgan nel 1994 con il modello ‘*RiskMetrics*’ e divenuto poi un indicatore di riferimento con l'accordo di Basilea II. Il terzo strumento è rappresentato dall'Expected Shortfall (ES), un vero e

proprio perfezionamento del VaR, in quanto incorpora l'intera coda della distribuzione ed è coerente con le proprietà formali delle c.d. *'misure di rischio coerenti'* definite da Artzner.

Nonostante vi siano critiche diffuse all'efficacia e persino all'appropriatezza di tali misure, esse restano i benchmark principali contro cui vengono confrontate le proposte alternative. La loro forza risiede nella capacità di sintetizzare in un unico numero l'informazione contenuta nelle code delle distribuzioni di probabilità, rendendole più agevole interpretazione e utilizzazione nelle decisioni operative.

Storicamente, gli studi di Mandelbrot e Fama hanno messo in discussione l'assunzione di normalità delle serie finanziarie. All'epoca queste posizioni furono, tuttavia, considerate eterodosse, poiché la normalità costituiva la base di modelli consolidati, come la teoria di Markowitz, il CAPM di Sharpe e il modello di Black-Scholes. Oggi invece, vi è ampia evidenza che la normale sottostima la probabilità di osservare eventi estremi. Per questo motivo l'attenzione si è spostata su distribuzioni alternative, capaci di catturare meglio la realtà empirica.

Il problema rimane tuttavia aperto, ovvero: *quale distribuzione utilizzare per calcolare in modo affidabile le misure di rischio?* È proprio in questo contesto che l'Extreme Value Theory (EVT) si propone come uno strumento particolarmente adatto. La teoria dei valori estremi, infatti, concentra la sua attenzione sugli estremi della distribuzione piuttosto che sulla sua parte centrale e fornisce una base teorica solida per stimare i quantili più alti della distribuzione dei rendimenti.

Nata dagli studi pionieristici di Fisher, Tippett (1928) e di Gnedenko (1943), l'EVT dimostra che i massimi (o minimi) di un campione di variabili indipendenti, identicamente distribuite e opportunamente normalizzate, convergono in una sola delle tre famiglie possibili: la distribuzione di Gumbel, quella di Fréchet o quella di Weibull. Per cui, il comportamento asintotico della coda non dipende dalla distribuzione esatta dei rendimenti.

L'EVT presenta come primo vantaggio quello di fornire stime di VaR ed ES più affidabili, dal momento in cui adotta un ragionamento opposto a quello tradizionale del teorema del limite centrale. Come secondo vantaggio, consente di trattare le due code della distribuzione in modo indipendente, incorporando così l'asimmetria tipica delle serie finanziarie, e infine si caratterizza per avere un approccio flessibile, evitando che le assunzioni parametriche sui rendimenti condizionino in modo eccessivo le stime dei rischi estremi. Non a caso DuMouchel (1983) sintetizza l'essenza di questa metodologia nell'espressione: *"let the tails speak for them selves"*, ovvero non bisogna forzare i dati a seguire un modello imposto a

priori, al contrario, occorre lasciare che i dati relativi alle code della distribuzione (cioè gli eventi rari ed estremi) forniscano direttamente le informazioni sulla loro natura.

Oltre ai casi di crisi finanziaria più noti citati in precedenza, un ulteriore esempio emblematico è la “*decade perduta*” giapponese.

Dopo lo scoppio della bolla immobiliare e azionaria all’inizio degli anni ’90, il Giappone vide il proprio PIL reale crescere in media di appena l’1% l’anno e attraversò tre recessioni in dieci anni. Il crollo simultaneo dei prezzi azionari e dei valori immobiliari erose i collaterali e il capitale bancario, rendendo molte istituzioni incapaci di sostenere l’economia. Questi problemi furono aggravati da una persistente deflazione, dal rallentamento della produttività e dalla difficoltà di adattare il modello economico tradizionale a un contesto globale più competitivo. Per stabilizzare il sistema finanziario e stimolare il credito, le autorità mantennero tassi d’interesse molto bassi, con effetti collaterali inattesi. Difatti, lo yen divenne una valuta privilegiata, anche nota come “*valuta di finanziamento*”, per le operazioni di “*carry trade*”. Ovvero, operazioni in cui ci si indebitava in yen e si investiva in asset denominati in valuta ad alto rendimento. Questa strategia, tuttavia, è redditizia finché il differenziale di tasso resta stabile e la volatilità è bassa, ma è vulnerabile a improvvisi cambiamenti, difatti se una crisi futura spingesse gli investitori a ritirarsi, le conseguenze potrebbero essere significative e la prima implicazione sarebbe un rapido apprezzamento dello yen. Gli operatori dovrebbero vendere gli asset acquistati con i prestiti in yen e riacquistare la valuta giapponese per rimborsare il debito, generando un boom della domanda di yen. In passato, episodi di disfacimento del carry trade hanno causato forti movimenti valutari, con l’apprezzamento improvviso dello yen si ridurrebbe la competitività delle esportazioni giapponesi, comprimendo i profitti delle imprese esposte e accentuando la recessione interna.

A livello mondiale, l’unwinding innescherebbe una spirale di deleveraging. Poiché molti carry trade sono finanziati con leva, i margini obbligano a vendite forzate di titoli, con effetti a catena su borse e mercati obbligazionari. La fuga dalle posizioni rischiose aumenta la richiesta di beni di rifugio come dollari USA, facendo salire i loro corsi e deprimendo gli asset rischiosi. Questi movimenti possono deprimere gli indici azionari mondiali, ad esempio nel 2008 lo unwinding contribuì al crollo di circa il 12% del Nikkei 225 e a perdite anche negli indici statunitensi. Infine, la crisi può ripercuotersi sulle valute emergenti, destinatarie dei flussi, con il loro rapido deprezzamento. Un nuovo shock in Giappone non riguarderebbe solo Tokyo, ma potrebbe rapidamente propagarsi attraverso la rete dei carry trade, amplificando la volatilità e mettendo alla prova la stabilità del sistema finanziario globale.

Alla luce di questi casi, questo elaborato di tesi persegue tre obiettivi:

- Esaminare come la letteratura economica e finanziaria abbia affrontato la stima del rischio di coda, con particolare attenzione agli sviluppi successivi alle crisi globali;
- Valutare l'adeguatezza delle misure classiche di rischio, confrontandole con approcci più recenti basati su distribuzioni asimmetriche e a code pesanti.
- Ricostruire l'evoluzione dei metodi statistici, arrivando alla teoria dei valori estremi.

Per perseguire questi obiettivi sono state consultate fonti accademiche e istituzionali, selezionate per autorevolezza, analizzando sia contributi teorici sia applicazioni empiriche.

Capitolo 1

Teoria ed Analisi del rischio di coda nei mercati finanziari

Come si è letto nell'introduzione del presente elaborato di tesi, la storia della finanza è costellata da eventi che hanno dimostrato i limiti dei modelli statistici tradizionali. Per decenni si è ipotizzato che i rendimenti dei mercati seguissero distribuzioni normali. Nel presente capitolo, quindi, inizieremo a domandarci se le dinamiche finanziarie obbediscano a questa regolarità.

Le grandi crisi finanziarie hanno confermato che il rischio di coda non è solo un dettaglio statistico, ma un fattore sistemico, e in ognuno di questi episodi critici si è osservato come i modelli tradizionali, basati su ipotesi di normalità, abbiano sottovalutato la probabilità di shock estremi, alimentando un'illusione di stabilità che è svanita al primo segnale di stress. Per cui si vuole andare a studiare il comportamento a margine delle curve di distribuzione, come gli indicatori di rischio si legano al concetto di coda e quali sono le distribuzioni, nel panorama della statistica, che meglio possono adattarsi a descrivere la probabilità che si verifichino eventi estremi e rari ma dall'impatto potenzialmente devastante, capace di propagarsi ben oltre i confini nazionali o continentali, destabilizzando l'intero sistema finanziario globale. Oggi, analizzare il rischio di coda significa non solo rileggere le crisi del passato, ma anche interrogarsi sulle minacce future.

1.1 Definizione e caratteristiche del rischio di coda

Il 'rischio di coda' rappresenta la probabilità di eventi estremi e rari, che si verificano nelle code di distribuzione di probabilità dei rendimenti finanziari, ovvero nelle aree più lontane dalla media. Tuttavia, per quanto il concetto di coda sia importante in statistica, per le sue implicazioni in svariati ambiti, si deve precisare che non esiste una definizione rigorosa, ciò dato dal fatto che non tutte le distribuzioni hanno una coda. Difatti, non tutte le distribuzioni hanno un comportamento "corretto" come la distribuzione normale, un esempio è la

distribuzione *t-Student* con 1 grado di libertà (c.d. ‘*Distribuzione di Cauchy*’). Essa è un esempio di distribuzione con media o varianza non ben definita, ciò rende difficile la possibilità di definire la coda a un certo numero di deviazioni standard dalla media o dalla mediana. Seguendo l’indirizzo di alcuni ricercatori, anche la distribuzione uniforme da $[0, 1]$ non ha una coda, in particolare se si desidera che il comportamento della coda descriva le caratteristiche della funzione di densità di probabilità, quando il valore assoluto di x diventa grande, allora le distribuzioni limitate non hanno code, per cui non è sufficiente utilizzare il 95° percentile¹ per definire la coda. Inoltre, se è vero che le code di alcune distribuzioni non sono ben definite, è altresì vero che vi sono alcune caratteristiche delle code che possono essere quantificate, complicando ancora di più la possibilità di dare una definizione univoca al concetto di coda. A favore dell’argomentazione di cui si sta trattando, è opportuno far riferimento alla definizione di distribuzioni a ‘*code sottili*’ e a ‘*code pesanti*’ in particolare, considerando i limiti e il comportamento asintotico delle distribuzioni di probabilità.

Possiamo suddividere le distribuzioni in due categorie sulla base del comportamento delle loro funzioni di densità di probabilità per valori elevati del valore assoluto di x . Le funzioni di distribuzione di probabilità, che decadono più velocemente di una distribuzione esponenziale, sono chiamate “*distribuzioni a coda sottile*”; un esempio è la sopra nominata distribuzione normale. Le funzioni di distribuzione di probabilità che decadono più lentamente di una distribuzione esponenziale sono chiamate “*distribuzioni a coda pesante*”, di cui un esempio è la distribuzione *t Student*, non esponenzialmente limitata per valori elevati del valore assoluto di x . Una distribuzione a coda pesante ha una massa sostanziale nella coda; quindi, funge da modello per situazioni in cui eventi estremi si verificano con una certa frequenza.

Come detto, questi eventi, sebbene a bassa probabilità, possono portare a perdite significative per i players finanziari, rendendo così necessaria l’esigenza di misurare il rischio di una loro occorrenza, limitandone l’impatto negativo. La ‘*Grande Recessione*’ è un esempio di materializzazione di eventi estremi sottovalutati da modelli finanziari tradizionali, basati su distribuzioni normali per cui gli eventi estremi sono altamente improbabili.

¹ In una distribuzione normale il 95% dei dati cade nell’intervallo media più o meno 1.96 volte la deviazione standard. Il percentile rappresenta la condizione in cui una percentuale x della distribuzione è minore o pari al valore del percentile. In particolare, quindi, il percentile al 95% è quel valore che eguaglia o supera il 95% dei valori di concentrazione che costituiscono l’insieme dei dati.

Per gran parte del XX secolo la distribuzione normale ha fornito l'ossatura di modelli e procedure in finanza, come per la varianza di Markowitz, il VaR parametrico e il test e gli intervalli basati sul teorema del limite centrale. Ciò dal momento in cui, per somme di shock "piccoli e indipendenti", il Teorema del Limite Centrale² rende la gaussiana una buona approssimazione. Ma i mercati reali raramente rispettano quell'idealizzazione, a documentarlo furono Mandelbrot e Fama, che tra il 1963 e il 1965 documentarono code grasse (o c.d. '*leptocurtosi*') e discontinuità dei rendimenti, mostrando che la normale sottopesava fortemente gli estremi. Queste evidenze, divenute poi i '*fatti stilizzati*' della finanza empirica, sono state sistematizzate nei primi anni 2000, con i concetti di: '*cluster di volatilità*', '*code pesanti*', '*asimmetria*' e '*assenza di autocorrelazione dei rendimenti*' in contrasto con una forte '*eteroschedasticità*'.

Gli sviluppi metodologici, recependo quei '*fatti*' hanno sviluppato modelli pratici in grado di sostituire l'innovazione normale, tra questi particolarmente innovativo, rispetto alla distribuzione tradizionale t-student, è il '*modello a salti*' o '*jump-diffusion*' di Lévy (2007), utile sia per il rischio di mercato che per il credito.

Tuttavia, per quanto la letteratura statistico-finanziaria indicasse già prima del 2007 che l'assunzione gaussiana "pura" fosse eccessivamente ottimista sugli estremi, ci si continuò ad affidare a strumenti basati sulla normalità. Una scelta che si rivelò fatale durante la Grande Recessione del 2007-2008, che con lo scoppio della crisi dei mutui subprime e la successiva propagazione sistemica, mise in luce la drammatica sottostima del rischio estremo.

In particolare, i modelli di VaR gaussiani e pro-ciclicità inducono a sottostimare il rischio congiunto di coda ed inducono pro-ciclicità. Questi indicavano che eventi come i crolli del 2008 avrebbero dovuto verificarsi una volta ogni migliaia di anni; nella realtà si ripeterono nell'arco di poche settimane (si tratta meglio questa argomentazione nel sottoparagrafo 1.1.2).

Un ruolo centrale, nella letteratura precrisi, ebbero anche i modelli di correlazione del credito, in particolare la copula gaussiana proposta da Li. Tuttavia, questo modello va a sottovalutare la probabilità di insolvenze simultanee nei portafogli di obbligazioni strutturate.

² Il teorema del limite centrale afferma che la somma (o la media) di un gran numero di variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite, tende a seguire una distribuzione normale, indipendentemente della distribuzione di partenza.

È in questo contesto che si inserisce anche la riflessione critica di studiosi come Taleb che nel 2007 sviluppò la metafora del ‘*cigno nero*’ denunciando la pericolosa illusione di poter descrivere il rischio sistemico attraverso curve simmetriche che sottostimano il rischio di coda.

1.1.1 La distribuzione normale

Per una variabile casuale X che segue una distribuzione normale con media μ e deviazione standard σ la funzione di densità di probabilità è:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

La probabilità che X assuma un valore nell’intervallo $[a, b]$ è data dalla probabilità cumulativa, ricavata dall’integrazione della curva di densità di probabilità su tale intervallo.

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x)$$

Se consideriamo intervalli che si allontanano progressivamente dalla media μ , il comportamento di $f_X(x)$ suggerisce una decrescita esponenziale della densità man mano che x si allontana dalla media, con una velocità che dipende da $-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2$. Questo può essere formalizzato considerando che:

$$P(|X - \mu| \geq t) = 1 - P(|X - \mu| < t) = 1 - \int_{\mu-t}^{\mu+t} f_X(x)$$

Dove t esprime la probabilità che la variabile X assuma valori lontani almeno t dalla media. Andiamo così a calcolare la probabilità complementare che X cada nell’intervallo $[\mu - t, \mu + t]$, in modo da ottenere la probabilità di coda.

Per $t \rightarrow \infty$, questa probabilità converge a zero in modo molto rapido, dato che la distribuzione normale ha code che decrescono con un tasso di crescita di ordine:

$$O\left(\exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)\right)$$

Ciò conferma quanto detto in precedenza, ovvero che la distribuzione normale sottostima la probabilità di eventi estremi lontani dalla media.

1.1.2 “25-sigma moves”

Quando si fa riferimento a un crollo di mercato, sotto l’ipotesi di normalità, si intende che l’ampiezza dello scostamento, in termini di *Z-score*, di k deviazioni standard dalla media ha una probabilità di coda che decresce esponenzialmente con k . La probabilità di osservare un esito più estremo di k deviazioni standard, si calcola attraverso la seguente formula :

$$p_k = 1 - \phi(k)$$

A titolo d’esempio, in ipotesi di normalità, un evento a 5-sigma, considerando solo la coda sinistra della distribuzione, ha probabilità di circa:

$$p \approx 2,87 \times 10^{-7}$$

Per cui, se un evento giornaliero ha probabilità p (indipendente nel tempo) e ci sono n sedute annue³, il tempo di ritorno (o di attesa medio), è:

$$E[t_{anni}] \approx \frac{1}{np}$$

Assumiamo (per semplicità) 252 sedute di mercato l’anno e indipendenza giorno per giorno, il tempo d’attesa medio (in anni) per un evento con probabilità giornaliera p è circa:

$$E[t_{anni}] \approx \frac{1}{252p}$$

Applicando il valore gaussiano $p \approx 2,87 \times 10^{-7}$ del 5-sigma, risulta che

$$E[t_{anni}] \approx 13\,800 \text{ anni}$$

Questi calcoli servono a dare la scala della rarità con la quale sono previsti eventi estremi qual ora i rendimenti seguano una distribuzione gaussiani e abbiano varianza costante. Tuttavia, come già annunciato, le condizioni che rendono corretta l’interpretazione precedente non sono soddisfatte nei mercati finanziari. La volatilità difatti nella realtà finanziaria è non-stazionaria ed eteroschedastica, ovvero varia con il tempo e tende a raggrupparsi nel tempo, per cui periodi di crisi caratterizzati da alta volatilità vengono seguiti da altri periodi di alta volatilità. Difatti gli shock estremi arrivano “a grappoli” (a causa del

³ Le ‘*sedute annue*’ sono il numero di giorni di negoziazione in un anno, ovvero i giornate in cui la borsa è aperta in un anno. Convenzionalmente in finanza si assume che i giorni di mercato aperto in un anno (trading year) possano oscillare tra i 250 e i 255.

contagio di altri settori, delle spirali di liquidità e del deleveraging) e violano l'assunzione di indipendenza alla base dell'aspettativa formulata da $\frac{1}{np}$.

Nel pieno della turbolenza del 2007, il CFO di Goldman Sachs, David Viniar, dichiarò: “*We were seeing things that were 25-standard deviation moves, several days in a row*”. Questa frase fu riportata dal Financial Times il 13 agosto 2007 e divenne un emblema dell'uso improprio della normalità in contesti di stress sistemico, difatti, se l'esito osservato è a 25 deviazioni standard dalla media del modello, la probabilità a 25-sigma è:

$$p = 1 - \phi(25) \approx 3,06 \times 10^{-138}$$

Che in termini di tempo di attesa, con n standard, equivale a:

$$E[t_{anni}] \approx \frac{1}{252p} \approx 1,3 \times 10^{135} \text{anni}$$

Numeri così indicano che, se il mondo fosse gaussiano e con varianza fissa, un 25- σ è praticamente impossibile.

1.2 Correlazione tra gestione del rischio e coda: il VaR e l'Expected Shortfall

In questo paragrafo andiamo ad analizzare le definizioni e le proprietà principali dei due misuratori del rischio maggiormente usati per le distribuzioni dei rendimenti e/o delle perdite: il *Valore a Rischio (VaR)* e l'*Expected Shortfall (ES)*. Se la parte finale della distribuzione ci consente di gestire il rischio, questi due indicatori si concentrano sulle code della distribuzione, tralasciano la parte centrale. Si osserverà, attraverso passaggi statistico-matematici, questa correlazione, per poi osservare nel prossimo capitolo un approccio alternativo a quello tradizionale alla stima, attraverso l'EVT, del VaR e dell'ES.

Il *VaR (Valore a rischio o Value at Risk)*, è un indicatore di rischio utilizzabile nelle decisioni finanziarie, esso esprime la perdita massima probabile (a un certo livello di confidenza statistica) in un determinato orizzonte temporale.

Dopo il crollo del 1987, diverse istituzioni iniziarono a introdurre misure simili al VaR, finché J.P. Morgan, a metà degli anni Novanta, lo portò all'attenzione di una platea più ampia. Con l'Accordo di Basilea II, esso venne definitivamente consacrato come fondamento della misurazione del rischio di mercato nelle istituzioni finanziarie. Tuttavia, numerose critiche sono state rivolte al VaR come misura efficace di rischio, tra cui quelle di

Danielsson, Artzner e Acerbi, i quali hanno sottolineato la maggiore adeguatezza di misure alternative, come l'ES e più in generale delle *'coherent risk measures'*.

Il VaR viene definito come l'opposto della perdita minima che può verificarsi a un dato livello di confidenza elevato, per un orizzonte temporale prefissato. In ambito regolamentare, tale orizzonte è fissato in 10 giorni (tempo stimato necessario affinché una banca possa liquidare le proprie posizioni), mentre il livello di confidenza è comunemente stabilito al 99%.

Formalmente, il VaR al livello di confidenza α corrisponde al quantile α della distribuzione delle perdite, tuttavia a seconda della formulazione, può essere espresso come il quantile della variabile casuale dei rendimenti (con segno opposto per indicare una perdita positiva) oppure come quantile empirico di una serie di perdite positive.

I principali vantaggi del VaR risiedono nella sua semplicità interpretativa e nella capacità di cogliere le grandi perdite rare, fornendo quindi uno strumento pratico ed efficace per il risk management. Tuttavia, come già annunciato, il VaR presenta anche limiti rilevanti, difatti come afferma il dottore in ingegneria elettronica Giovanni Conti: *'il VaR pur essendo uno strumento semplice ed intuitivo, e facile da sottoporre a verifiche di backtesting, non è una misura coerente di rischio, oltre a non dirci nulla di ciò che potrebbe accadere oltre le 'Colonne d'Ercole' del VaR stesso'*. Questo misuratore di rischio si concentra sul cut-off tra la parte centrale e la coda della distribuzione, ignorando completamente ciò che accade nella coda oltre la soglia fissata, quindi oltre il 99° percentile.

Per ovviare a questi limiti è stata introdotta una misura alternativa: l'*Expected Shortfall (ES)*.

L'*ES (Expected Shortfall)*, anche noto come *'Conditional VaR' (CVaR)*, è anch'esso un indicatore di rischio ed esprime la perdita attesa in eccesso al VaR che si stima con un dato livello di probabilità e in un determinato periodo di tempo. Essa si può esprimere come:

$$ES_{\alpha} = E\{X | X > VaR_{\alpha}\}$$

dove α rappresenta il livello di significatività di un test statistico, ovvero indica la probabilità di commettere un errore di tipo I, ovvero di rifiutare l'ipotesi nulla quando in realtà è vera. In altre parole, alpha definisce il livello di rischio che si è disposti ad accettare nel concludere che esiste un effetto significativo quando, in realtà, potrebbe non esserci.

Ora si vuole osservare, attraverso un ragionamento statistico matematico, la correlazione tra questi indicatori di rischio e la coda.

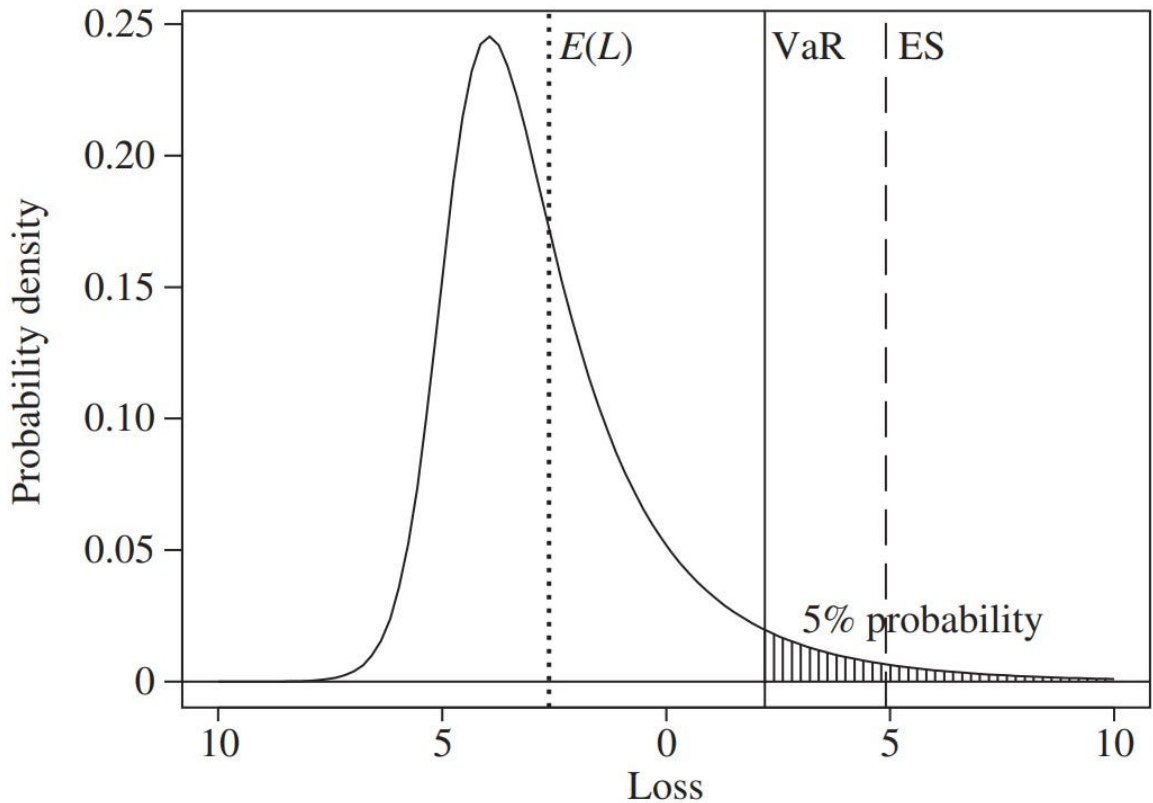


Figura 1 Funzione di densità di probabilità delle perdite. Fonte: Capitolo 2, "Quantitative Risk Management" di Alexander J. McNeill

Si consideri la distribuzione della perdita, L , equivalente al rendimento (negativo), su un asset in un dato periodo di determinazione. Per maggiore comprensione, ipotizziamo che la variabile casuale delle perdite future segua una distribuzione normale, con media μ_L e varianza σ_L^2 . Per cui:

$$L_{-}(t + 1) \sim N(\mu_L, \sigma_L^2)$$

Si può esprimere il VaR_{α} al livello di confidenza α sia come il quantile della distribuzione delle perdite [Formula 1], che come la perdita minima che verrà superata solo con probabilità $1 - \alpha$ [Formula 2].

$$VaR_{\alpha} = F_L^{-1}(\alpha; \mu_L, \sigma_L) = q_{\alpha}^L \quad \text{[Formula 1]}$$

$$P(L_{t+1} \geq VaR_{\alpha}) = 1 - \alpha \quad \text{[Formula 2]}$$

$$q_{\alpha}^L = \mu_L + \sigma_L \times \phi^{-1}(\alpha)$$

dove $\phi^{-1}(\alpha)$ rappresenta il quantile della distribuzione normale standard (q_{α}^Z).

Possiamo così osservare come il VaR ci dia informazioni su quale sia la soglia critica di perdita che sarà superata solo in una piccola percentuale dei casi. Tuttavia, il VaR non ci dice quanto grave può essere la perdita se entriamo in quella porzione della coda della funzione di distribuzione delle perdite attese, per questo ci affidiamo all'ES come misuratore del rischio ma soprattutto come descrittore della gravità dello scenario estremo.

Procediamo così ad analizzare la correlazione tra Expected Shortfall (ES) e la parte finale della distribuzione. Sapendo che il deficit atteso, ad un livello di confidenza α , è la perdita attesa condizionata a che le perdite siano maggiori di quelle previste con il metodo del VaR_{α} , possiamo esprimere l'Expected Shortfall (ES) come segue:

$$ES_{\alpha} = E[L_{t+1} \mid L_{t+1} \geq VaR_{\alpha}]$$

Per calcolare questa perdita, dobbiamo computare la media della distribuzione delle perdite, nell'area di quella 'coda' della distribuzione (c.d. 'troncata'), dove le perdite sono più grandi di quelle indicate dal VaR.

$$ES_{\alpha} = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{VaR_{\alpha}}^{\infty} (l \times f_L(l)) dl$$

Dove:

- l rappresenta in un dato punto della distribuzione
- $f_L(l)$ è la funzione di densità di probabilità delle perdite, ovvero come sono distribuite le perdite in tutto il campione
- $1/(1-\alpha)$ è un fattore di normalizzazione che tiene conto del fatto che stiamo considerando solo le perdite al di sopra del VaR.

La precedente trattazione è stata sviluppata assumendo che la distribuzione delle perdite fosse normale. Questa ipotesi ha il vantaggio di semplificare i calcoli, ma come ampiamente detto non descrive adeguatamente i dati reali dei mercati finanziari, che mostrano una frequenza molto più alta di eventi estremi di quanto previsto dal modello gaussiano.

Per questo motivo, nel paragrafo successivo andremo a descrivere le distribuzioni leptocurtiche, caratterizzate da code più pesanti rispetto alla normale, e come queste possono migliorare la capacità di rappresentare il rischio di eventi rari ma rilevanti.

1.3 Distribuzione leptocurtica

La *curtosi* (o *kurtosi*) è una misura statistica che descrive l'allontanamento dalla normalità distributiva, rispetto alla quale si può verificare un maggiore appiattimento (distribuzione platicurtica) o un maggiore allungamento (distribuzione leptocurtica). In statistica, l'indice di curtosi, per quanto relativo alla forma di una distribuzione di probabilità di una variabile casuale, costituisce una misura dello spessore delle code di una funzione di densità, ovvero il grado di 'appiattimento' di una distribuzione.

Il coefficiente di curtosi è dato dalla formula⁴:

$$\gamma_2 = \beta_2 - 3$$

Dove β_2 rappresenta l'indice di curtosi, dato dal rapporto tra il quarto momento centrale, e il quadrato del secondo momento centrale, corrispondente al quadrato della varianza:

$$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \text{Curtosi}[X]$$

$$\text{Curtosi}[X] = E\left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right)^4\right] = \frac{E[(X - \mu)^4]}{\{[(X - \mu)^2]\}^2} = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

Il valore dell'indice in corrispondenza di una distribuzione normale standardizzata è 0. Nel seguente caso la curva si definisce '*normocurtica*' (o '*mesocurtica*'), ovvero "piatta" come una normale. Un valore minore di 0 indica una distribuzione '*platicurtica*', mentre un valore maggiore di 0 indica una distribuzione '*leptocurtica*'.

La tendenza ad osservare code più pesanti e un picco più accentuato, rispetto alla distribuzione normale, è definita col termine *leptocurtosi*. Una curva di frequenza più alta significa che l'aumento della varianza è dovuto non a frequenti deviazioni modeste ma a deviazioni rare ed estreme, dal momento che l'indice e il coefficiente di curtosi vengono calcolati considerando lo scarto dalla media alla quarta potenza, dando ai valori molto distanti dalla media (c.d. '*outlier*') un peso maggiore rispetto a valori equidistanti

1.3.1 Heavy Tail distribution Vs. Fat Tail distribution

La distribuzione a coda grassa è una sottoclasse della distribuzione a coda pesante. Ciò significa che, sebbene ogni distribuzione a coda grassa sia una coda pesante, il contrario non

⁴ Il valore dell'indice di curtosi nel caso di normalità è 3. Si è sottratto 3, al coefficiente di curtosi per confrontare ogni altra distribuzione con quella normale .

è vero. D'accordo con gli appunti del professore di statistica Jay Taylor, possiamo differenziare la distribuzione pesante da quella grasse come segue:

'Si dice che la distribuzione ha una coda pesante sinistra se le code "non" sono limitate esponenzialmente', per cui:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \exp[(\lambda x) * P(X < -x)] = \infty \quad \forall \lambda > 0$$

'Quando la variabile causale x diventa grande, la velocità di crescita esponenziale è maggiore della velocità di diminuzione della probabilità sulla coda sinistra pesante'.

Immaginiamo di avere una distribuzione con coda sinistra pesante, ciò significa che i valori estremamente negativi hanno una probabilità di verificarsi più alta rispetto a quanto accadrebbe in una distribuzione 'normale' come la gaussiana. In certi contesti statistici, entrano in gioco due forze opposte: una componente esponenziale, che cresce molto velocemente, ed una componente probabilistica. La probabilità nella coda sinistra pesante diminuisce più lentamente rispetto a una coda leggera, ma con una velocità inferiore alla crescita esponenziale tale da non compensare la crescita.

Una distribuzione ha una coda grassa sinistra se esiste un esponente positivo (alfa) chiamato indice di coda tale che:

$$P(X > x) \sim x^{-\alpha} \quad \text{con } x \rightarrow \infty$$

Il simbolo "∼" rappresenta l'equivalenza asintotica, per cui il rapporto $\frac{P(X > x)}{C x^{-\alpha}}$ tende a 1 quando x cresce. In altre parole, *'in coda la probabilità di scendere al di sotto di x decresce come una potenza di x '* e non come un'esponenziale. Minore è il valore di alfa, più lenta sarà la diminuzione e quindi più pesante sarà la coda, con una probabilità relativamente elevata di eventi estremamente negativi anche per valori molto grandi di x .

L'indice di coda alfa è un parametro cruciale perché determina l'esistenza dei momenti della distribuzione. Per una variabile di tipo Pareto (riflessa a sinistra), ad esempio, $E[X^K]$ è finito solo se $k < \alpha$. Ciò implica che:

- se $\alpha \leq 1$, la media non esiste;
- se $1 < \alpha \leq 2$, la media è finita ma la varianza è infinita;
- solo se $\alpha > 2$ entrambi i primi due momenti sono finiti, pur mantenendo una coda più pesante rispetto a una distribuzione normale.

Esempi tipici di distribuzioni con coda di potenza sono la Pareto riflessa, la t di Student (con indice α pari ai gradi di libertà) e la Cauchy $\alpha = 1$, tutte caratterizzate da code più pesanti di quelle di distribuzioni a decadimento esponenziale.

In ambito applicativo la lentezza di decadimento ha un impatto diretto sulla frequenza relativa, sugli eventi estremi e sulle misure di rischio. Per la distribuzione di tipo Pareto, il Value at Risk ad un livello di confidenza p cresce proporzionalmente a $p^{-\frac{1}{\alpha}}$, segnalando che piccole variazioni nella probabilità target possono produrre variazioni molto ampie nella soglia di perdita stimata.

1.4 Distribuzione t - Student e t - Student generalizzata

Il chimico e matematico William Sealy Gosset (1876-1937) è noto per aver sviluppato la distribuzione statistica t e le relative procedure inferenziali. Egli fu tra i primi a comprendere la necessità di integrare l'effetto della dimensione del campione nell'analisi, dal momento in cui la riduzione della numerosità campionaria introduceva un'ulteriore fonte di incertezza nei calcoli statistici. Per affrontare questo problema, elaborò il t -test di Student, una delle procedure statistiche più diffuse ancora oggi, dal momento che i problemi di campioni ridotti sono universali e riguardano qualsiasi ambito della ricerca scientifica, dalle scienze naturali alle applicazioni sociali ed economiche.

Il teorema del limite centrale descrive come la distribuzione della media campionaria tenda a normalizzarsi con l'aumentare del numero di osservazioni. Per cui, più grande è il campione, maggiore è la probabilità che la media stimata si avvicini al valore reale della popolazione. Viceversa, quando si lavora con campioni molto piccoli, la media campionaria è soggetta a maggiore variabilità e i valori stimati possono discostarsi sensibilmente dalla media vera.

Operativamente, questo concetto si traduce nell'uso dell'errore standard della media (SEM), calcolato dal rapporto tra la deviazione standard del campione e la radice quadrata della numerosità. Il SEM fornisce una misura dell'incertezza associata alla stima della media campionaria e quella della popolazione, per cui se per campioni ampi il suo valore è piccolo e la stima è affidabile, per campioni piccoli il suo valore è più elevato e l'attendibilità della stima diminuisce. L'intuizione di Gossett fu proprio quella di proporre un metodo che, attraverso il t -test, tenesse conto sia della dispersione dei dati sia della numerosità campionaria, fornendo un criterio più rigoroso e realistico per stabilire la significatività statistica.

Uno dei temi centrali della statistica è stabilire se una differenza osservata tra due gruppi sia reale o solo frutto del caso. Per farlo, si parte dalla formulazione di un'ipotesi nulla (H_0), che generalmente assume assenza di differenze, contrapposta a un'ipotesi alternativa (H_1) che riflette la tesi di ricerca. Il concetto di significatività statistica nasce proprio dalla necessità di decidere se rigettare o meno l'ipotesi nulla. La convenzione più diffusa prevede che, se la probabilità che i dati osservati siano compatibili con H_0 è inferiore al 5%, quest'ultima venga rigettata, e si possa concludere che la differenza osservata è significativa.

Questo problema, apparentemente teorico, ha in realtà forti implicazioni pratiche, soprattutto quando si tratta di stabilire se un campione sia davvero rappresentativo della popolazione di riferimento.

Nei mercati finanziari, le decisioni si basano su campioni di dati storici. Tuttavia, la gran parte di questi dati copre periodi limitati e non include eventi rari e cruciali, come crolli di mercato, guerre o crisi sanitarie globali. In tali circostanze, basarsi esclusivamente su serie storiche brevi equivale a commettere lo stesso errore che Gossett volle evitare, ovvero trarre conclusioni su un intero sistema a partire da osservazioni non rappresentative. Ad esempio, durante la crisi finanziaria del 2008, si utilizzarono numerosi modelli di rischio, basati sul Value at Risk (VaR) parametrico, calcolati utilizzando dati provenienti da periodi di relativa stabilità dei mercati. I campioni analizzati erano dunque insufficienti a catturare la reale distribuzione dei rendimenti. Questo portò a una sottostima sistematica dei rischi e contribuì a rendere il sistema bancario vulnerabile allo shock.

La statistica t ha un'interpretazione analoga a quella di una qualsiasi statistica standardizzata, essa misura la distanza di \bar{x} dalla sua media μ in rapporto alla sua deviazione standard. Ad ogni diversa numerosità campionaria corrisponde una diversa distribuzione t . Ogni distribuzione t viene specificata assegnandole i propri gradi di libertà. I gradi di libertà per una statistica test t si calcolano sulla base della deviazione standard campionaria s che si trova al denominatore.

Comparazione delle Distribuzioni t

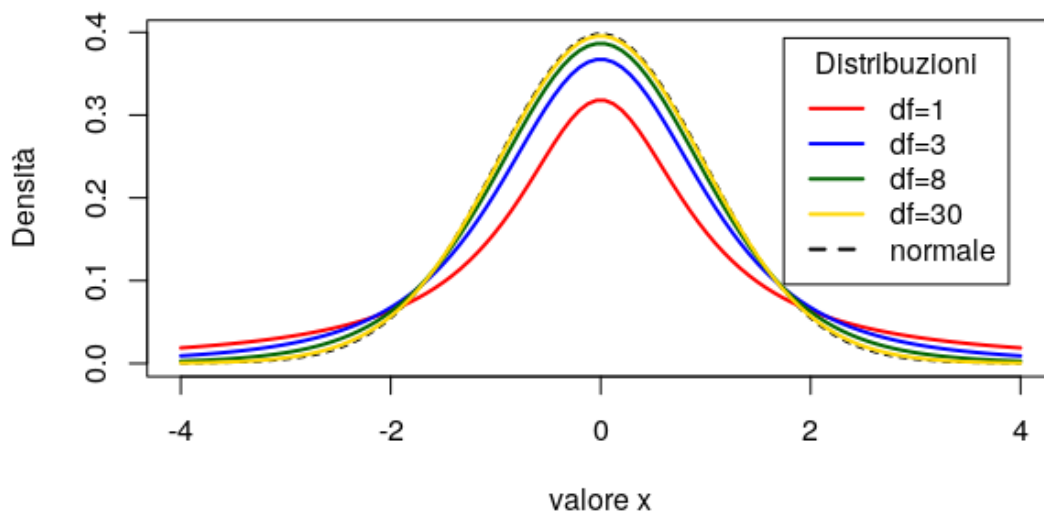


Figura 2 Curva di densità di probabilità t di Student, con diversi gradi di libertà, e la curva normale standard

La Figura 2 mette a confronto le curve di densità di una normale standardizzata e quelle della distribuzione t con k gradi di libertà (degrees of freedom)

Dalla figura possiamo estrapolare le seguenti proprietà:

- Le curve di densità della distribuzione t sono simili nella forma alla curva della distribuzione normale standardizzata. Sono tutte simmetriche rispetto a 0, unimodali e a forma campanulare;
- La dispersione della distribuzione t è maggiore rispetto a quella di una normale standardizzata. Difatti, le distribuzioni t hanno maggiore probabilità nelle code e meno al centro di quanto accade nella Normale standardizzata. Questo si verifica perché sostituendo la stima s al posto del parametro σ si introduce una maggiore variabilità nella statistica.
- All'aumentare dei gradi di libertà k la curva di densità si avvicina sempre più alla curva della normale standardizzata. Infatti, all'aumentare della numerosità campionaria, cresce la precisione con cui s stima σ . Per cui, quando n è elevato, l'aumento di variabilità causato dall'utilizzo di s al posto di σ è di dimensioni ridotte.

1.6 Distribuzione S_U - normale

Parallelemente al crescente interesse per la gestione del rischio finanziario, la stima della forma completa delle distribuzioni multivariate dei rendimenti delle attività finanziarie sta diventando un'area di relativa importanza nella finanza empirica.

La distribuzione normale S_U è un modello statistico utilizzato per descrivere le caratteristiche di non normalità delle serie temporali finanziarie. La necessità di questa tipologia di distribuzione è motivata dall'inadeguatezza della distribuzione normale, di cui si è ampiamente parlato. Nel tentativo di ovviare ai limiti della distribuzione normale, molti studi hanno suggerito diverse distribuzioni partendo dal considerare distribuzioni simmetriche ma con curtosi più elevati rispetto alla distribuzione normale. Tra queste, la *t* di Student di Bollerslev e Hsieh, la *t* generalizzata e la distribuzione degli errori generalizzata.

⁵

La distribuzione S_U *normale*, tuttavia, supera la distribuzione normale e la distribuzione *t*-Student nel descrivere la forma complessiva della distribuzione condizionata, nonché la forma della coda estrema dei tassi di cambio giornalieri e dei rendimenti azionari, come indicato dai risultati del test del rapporto di eccedenza (ER) e dai test della bontà di adattamento (GoF).

La distribuzione normale S_U deriva da una trasformazione monotona della distribuzione normale. Yeo Johnson ha proposto tre trasformazioni dalla densità normale: il *sistema log-normale* (S_L), il *sistema limitato* (S_B) e il *sistema illimitato* (S_U). I detti tre sistemi sono costruiti per fornire una distribuzione approssimata che possa servire per la distribuzione empirica.

La trasformazione log-normale è ampiamente usata in economia e finanza, specialmente per modellare variabili positive; tuttavia, questa trasformazione ha dei limiti se riferita ai rendimenti finanziari. Questo tipo di trasformazione ha dominio positivo, per cui i dati devono essere strettamente positivi; i rendimenti finanziari, tuttavia, possono assumere valori negativi. Per cui questa distribuzione non può gestire il fatto che i rendimenti di un titolo o i tassi di cambio possano assumere valori minori o uguali a 0. Inoltre, la distribuzione log-normale, per quanto sia una distribuzione asimmetrica (cioè non simmetrica), è limitata e non è in grado di modellarsi adeguatamente al verificarsi di shock finanziari.

⁵ Journal of Empirical Finance Volume 15, Issue 1, January 2008, Pages 41-63: 'Asymmetric and leptokurtic distribution for heteroscedastic asset returns: The S_U -normal distribution'

Per concludere, la distribuzione log-normale ha una curtosi relativamente bassa e non può rappresentare adeguatamente le code grasse.

La trasformazione limitata è un altro tentativo di modellare dati che sono limitati in un intervallo specifico, ad esempio dati che variano tra 0 e 1, come le probabilità. Questo tipo di distribuzione è spesso usata per situazioni dove i dati hanno limiti superiori e inferiori, ed è inappropriata per dati non limitati. Ciò rende questa distribuzione inadeguata nel rappresentare i rendimenti finanziari. Inoltre, l'inadeguatezza nel gestire l'elevata asimmetria o le code pesanti che si riscontrano nei dati finanziari reali la rende definitivamente inappropriata per modellare le serie di rendimenti delle attività. Per questa motivazione analizziamo una distribuzione normale illimitata (S_U).

Si consideri una trasformazione monotona di una variabile casuale x nella variabile normale standardizzata z , tale per cui:

$$g(x) = z$$

Dove le forme funzionali desiderabili di $g(x)$ dovrebbero essere quelle che producono una trasformazione semplice nelle manipolazioni computazionali e algebriche.

In particolare, le distribuzioni risultanti dalla trasformazione dovrebbero essere le più flessibili possibili per catturare sia l'asimmetria che l'eccesso di curtosi delle serie temporali finanziarie.

La funzione di densità di probabilità di x è definita come segue:

$$f(x) = 2\pi^{-\frac{1}{2}} |g'(x)| e^{-\frac{1}{2}[g(x)]^2}$$

Dove:

- $|g'(x)|$ è il termine jacobiano della trasformazione.

La distribuzione normale S_U si basa sulla seguente trasformazione del seno iperbolico inverso ($[\sinh(x)]^{-1}$) di una variabile normale x :

$$g(x) = \sinh^{-1}(x) = \lambda + \theta z$$

Con dominio:

$$-\infty < x < \infty, -\infty < \lambda < \infty$$

Dove:

- λ (*lambda*), misura quanto la curva è “storta”, ovvero asimmetria. Se λ è positivo, la curva pende a destra, mentre se λ è negativo, la curva pende a sinistra;
- θ (*theta*), controlla quanto la curva è larga e schiacciata, ovvero le curtosi nella distribuzione. Per valori molto alti di θ , maggiore sarà il verificarsi di eventi estremi.
- z , è una variabile normale standard, con media uguale a zero e varianza uguale ad uno.

$$x = \sinh(\lambda + \theta z)$$

Per definizione $\sinh^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

Per definizione $\sinh(y) = \frac{1}{2} [\exp(y) - \exp(-y)]$

La funzione di densità di probabilità della variabile causale x , calcolata partendo dalla sua trasformata normale z , la possiamo così calcolare:

$$f(x) = \phi(z) * |J|$$

Dove:

- $\phi(z)$ è la densità della normale standard, pari a: $\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{1}{2}z^2}$
- $z = \theta^{-1}[\sinh^{-1}[(x) - \lambda]]$ è la trasformata della variabile x nella normale standard
- $J = \left| \frac{dz}{dx} \right| = \theta^{-1}(x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}$ è il termine jacobiano ovvero un fattore di aggiustamento

$$f(x) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) * J$$

Una volta calcolata la funzione di densità di probabilità, passiamo a calcolare i momenti di una distribuzione normale trasformata illimitata. Questi ci aiutano a descrivere la forma della distribuzione e servono per riassumere le caratteristiche fondamentali della variabile casuale.

I momenti della distribuzione normale S_U possono essere facilmente derivati dalla funzione generatrice dei momenti di una variabile normale. La media (μ) è il primo momento in corrispondenza del quale valore è centrata la distribuzione, la varianza (σ^2) è invece il c.d. secondo momento, e ci dà informazioni su quanto si disperdono i dati attorno alla media.

Il primo e il secondo momento della distribuzione normale S_U sono definite rispettivamente come segue:

$$\mu = \varpi^{\frac{1}{2}} \sinh(\lambda)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}(\varpi - 1)[\varpi \cosh(2\lambda) + 1]$$

Il terzo e il quarto momento centrale della distribuzione normale S_U ci danno informazioni su quanto la curva sia sbilanciata a destra o a sinistra (concetto di asimmetria) e su quanto la curva abbia code pesanti (concetto di curtosi). Questi indici si calcolano come segue :

$$\mu_3 = \frac{1}{4} \varpi^{\frac{1}{2}} (\varpi - 1)^2 [\varpi(\varpi + 2) \sinh(3\lambda) + 3 \sinh(\lambda)]$$

$$\begin{aligned} \mu_4 = \frac{1}{8} (\varpi - 1)^2 [\varpi(\varpi^4 + 2\varpi^3 + 3^2 - 3) \cosh(4\lambda) + 4\varpi^2(\varpi + 2) \cosh(2\lambda) \\ + (6\varpi + 3)] \end{aligned}$$

Dove $\varpi = \exp(\theta^2)$ e $\cosh(x) = \frac{1}{2}[\exp(x) + \exp(-x)]$

Nella distribuzione normale S_U , i parametri di forma λ e θ determinano, come detto, l'asimmetria e la curtosi della distribuzione. Il coefficiente di asimmetria della distribuzione normale S_U ha lo stesso segno del valore di λ , ed è tale che maggiore è l'asimmetria, maggiore sarà l'asimmetria della densità e quando $\lambda = 0$, la distribuzione normale S_U diventa simmetrica. Allo stesso modo, maggiore è il valore di θ , maggiore è il numero di curtosi.

L'aggiunta di parametri di posizione e scala trasforma la normale S_U in una distribuzione a quattro parametri, permettendo la sua caratteristica flessibilità e adattabilità ai dati.

Inoltre, una delle caratteristiche più notevoli della distribuzione normale S_U è che tutti i suoi momenti sono finiti. Questa è un'importante proprietà pratica, poiché alcune distribuzioni leptocurtiche comunemente usate, come la t di Student e certe distribuzioni di Pearson, possono avere momenti di ordine elevato anche infiniti. In questo caso, le stime di massima verosimiglianza basate su queste distribuzioni possono produrre valori non finiti per la curtosi, l'asimmetria o la varianza incondizionata.

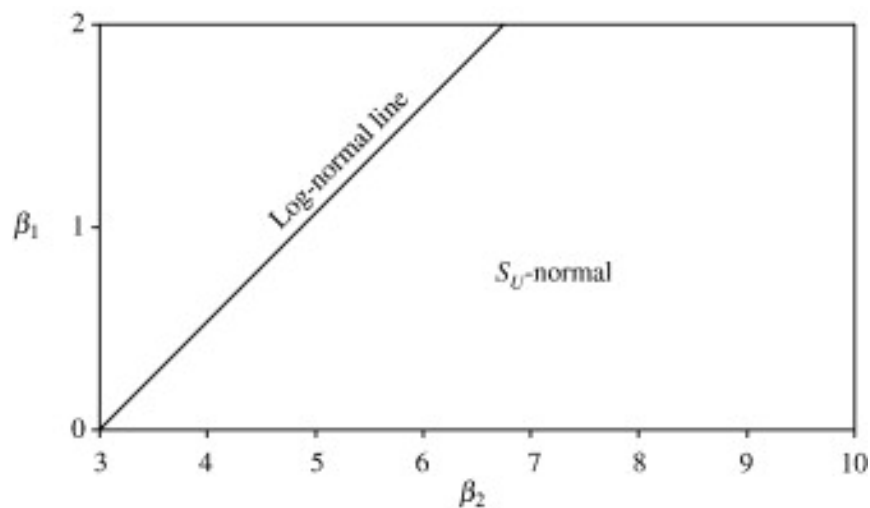


Figura 2 Flessibilità della distribuzione normale S_U sul piano di asimmetria e curtosi. β_1 indica il quadrato del coefficiente di asimmetria e β_2 indica il coefficiente di curtosi.

La figura 2 mostra la flessibilità della S_U nel piano β_1, β_2 , ovvero del coefficiente di asimmetria al quadrato (β_1) e del coefficiente di curtosi (β_2). Su questo piano può essere rappresentato qualsiasi insieme ammissibile di (β_1, β_2) per una certa distribuzione.

La distribuzione normale, ad esempio, può prendere solo l'origine (0, 3) della figura, mentre la distribuzione log-normale prende tutti i punti lungo la retta crescente nella figura. Poiché la t è simmetrica e può avere un coefficiente di curtosi superiore a tre e potenzialmente infinito, l'insieme ammissibile di β_1, β_2 della t di Student è l'asse orizzontale nella figura. Pertanto, il grafico mostra che la distribuzione normale è estremamente restrittiva nel rappresentare l'asimmetria e la curtosi.

Nel caso della distribuzione normale S_U , l'insieme ammissibile di (β_1, β_2) include tutta l'area al di sotto della linea log-normale, inclusa la linea orizzontale. Ciò significa che la distribuzione normale S_U può rappresentare qualsiasi distribuzione con code più pesanti di una log-normale, fornendo quindi una gamma molto ampia di combinazioni di asimmetria e curtosi in eccesso rispetto a distribuzioni t non centrali o di Pearson.

Tuttavia, la distribuzione normale S_U può apparire come un esercizio di modellizzazione teorica, e che per questa ragione è destinata allo studio nella letteratura accademica; tuttavia, ciò che dobbiamo prendere in considerazione è l'approccio operativo che, integrato nella pratica di gestione del rischio e nella valutazione degli strumenti finanziari, consente di ridurre le distorsioni tipiche dei modelli gaussiani avvicinandoci alla complessità reale dei mercati.

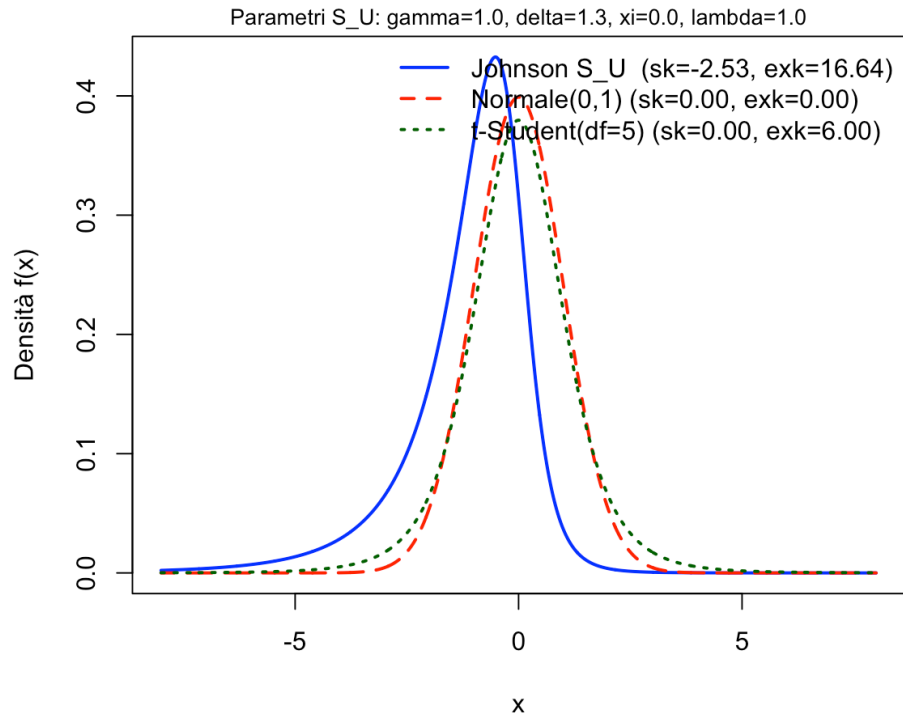


Figura 3 Rappresentazione grafica (realizzata attraverso il software RStudio) del confronto tra la funzione di densità di probabilità della S_U normale e la FDP della t -student e della normale.

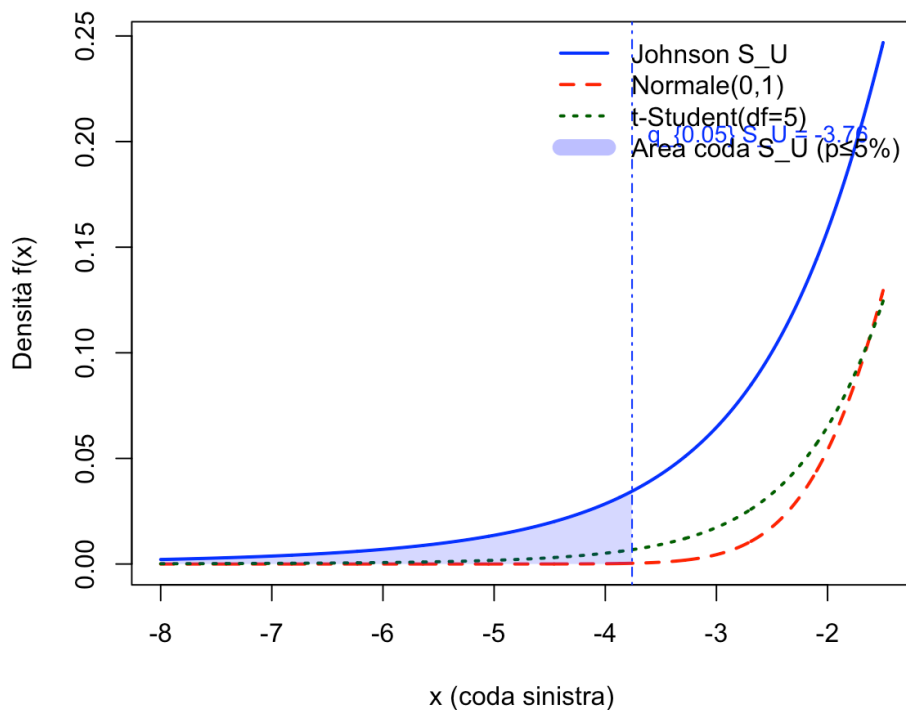


Figura 4 Rappresentazione grafica (realizzata attraverso il software RStudio) del confronto della coda sinistra della funzione di densità di probabilità della S_U normale e la FDP della t -student e della normale.

Capitolo 2

La Simulazione storica e l'Extreme Value Theory

All'interno di questo capitolo proseguiamo il nostro studio con uno dei metodi più diffusi per valutare il rischio di mercato: la *'simulazione storica'*.

Questo approccio ci consente di stimare il Value at Risk (VaR) e l'Expected Shortfall (ES) a partire dalle variazioni passate dei prezzi, senza ipotizzare distribuzioni teoriche. La simulazione storica è un metodo c.d. *"non parametrico"*. Ovvero, non assume che i rendimenti seguano una certa distribuzione, ci si limita a osservare come i prezzi sono cambiati in passato e si usano quelle variazioni come scenari possibili per il futuro.

In questo capitolo vedremo come alcuni perfezionamenti della simulazione storica, come il VaR e l'Expected Shortfall calcolati in condizioni di stress e l'Extreme Value Theory, possono aiutarci a migliorare le stime quando si verificano movimenti di mercato fuori scala. Tutti gli esempi sotto riportati sono tratti dal manuale *"Risk Management and Financial Institutions"* di John C. Hull, docente di derivatives and risk management presso l'università di Toronto, edito da Wiley.

Gli esempi sono sviluppati su un portafoglio composto da quattro indici azionari (*"Dow Jones Industrial Average"* (DJIA), *"FTSE 100"*, *"CAC 40"* e *"Nikkei 225"*).

2.1 la simulazione storica

La simulazione storica utilizza dati passati come guida per prevedere cosa potrà accadere in futuro. Il procedimento standard prevede la scelta dell'orizzonte temporale e del livello di confidenza. Ad esempio, possiamo ipotizzare di calcolare il VaR giornaliero al 99% usando 501 giorni di osservazioni. Questa scelta è comune nei modelli di rischio di mercato poiché 501 giorni permettono di creare esattamente 500 scenari, uno per ogni coppia di giorni consecutivi. Una volta identificate le variabili di mercato che si vuole studiare, si passa alla raccolta delle variazioni storiche di tali variabili nel periodo di tempo considerato (501, nel

nostro caso specifico). Ognuna delle variazioni giornaliere costituisce uno scenario di ciò che potrebbe succedere tra un giorno e l'altro. Per ogni serie di variazioni si calcola quale sarebbe il valore del portafoglio se domani le variazioni fossero identiche a quelle osservate in quel giorno storico. Le variazioni di valore ottenute nei diversi scenari, nell'orizzonte temporale di riferimento, vengono poi ordinate dalla peggiore alla migliore e si calcola il VaR al livello di confidenza scelto, questo corrisponde alla perdita associata al percentile di riferimento, ferma restando l'ipotesi che i cambiamenti delle variabili di mercato osservati nei precedenti m giorni siano rappresentativi di quelli futuri. Formalizzando, si definisce v_i il valore di una variabile di mercato nel giorno i (considerando che oggi sia il giorno n) e v_{i-1} , il valore della stessa variabile il giorno precedente. L' i -esimo scenario nell'approccio della simulazione storica stabilisce che il valore di mercato della variabile scelta nello scenario i -esimo sarà:

$$\text{Valore nello scenario } i\text{-esimo} = v_n \left(\frac{v_i}{v_{(i-1)}} \right)$$

L'idea è semplice: si moltiplica la variazione percentuale osservata tra i giorni $i - 1$ e i al valore attuale della variabile di mercato, per simulare cosa potrebbe accadere domani.

La metodologia della simulazione storica prevede che tali misurazioni vengano calcolate a partire dalla distribuzione empirica dei rendimenti osservati in un certo numero di giorni passati, generalmente corrispondenti a un anno di dati di mercato. In questo approccio, i rendimenti storici vengono ordinati in senso crescente e il VaR corrispondente al quantile empirico associato al livello di significatività α . L'ES, invece, si calcola come la media delle perdite peggiori che superano la soglia identificata dal VaR. Tuttavia, questa procedura standard presenta un limite importante: utilizzando esclusivamente i dati più recenti, il livello di rischio stimato riflette le condizioni di mercato prevalenti nel periodo di osservazione. Ciò implica che, in fasi di bassa volatilità, il VaR e l'ES risultano artificialmente bassi, non catturando adeguatamente la possibilità di un improvviso deterioramento delle condizioni di mercato. Viceversa, in periodi di elevata volatilità, queste misure possono risultare sensibilmente più alte, determinando un impatto significativo sui requisiti patrimoniali e sulla gestione del rischio. Per affrontare questa problematica, il Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria (BIS, 20011; BCBS, 2016) ha introdotto il concetto di '*Stressed VaR*' e di '*Stressed ES*' nell'ambito dei requisiti regolamentari di Basilea 2.5 e successivamente di Basilea 3. L'obiettivo è misurare il rischio di mercato non soltanto sulla base delle condizioni correnti, ma anche considerando scenari storici caratterizzati da elevata tensione sui mercati,

in modo da garantire che le misure di rischio rimangano prudenti anche nei periodi di apparente stabilità.

2.1.1 Stressed VaR

La procedura di calcolo dello Stressed VaR in simulazione storica prevede innanzitutto l'individuazione di un periodo di osservazione storica di durata prefissata (tipicamente un anno di dati di mercato) durante il quale il portafoglio o il modello di riferimento avrebbe registrato il livello massimo di VaR. Questo intervallo temporale viene definito 'periodo di stress' e deve essere rappresentativo di condizioni di mercato eccezionalmente avverse, come la crisi finanziaria del 2008, la crisi del debito sovrano europeo o altre fasi analoghe di volatilità e correlazione anomale.

Una volta individuato il periodo di stress, si calcola la distribuzione empirica dei rendimenti utilizzando esclusivamente i dati di tale intervallo. Ordinando i rendimenti dal più negativo al più positivo, il VaR in condizioni di stress viene determinato come il quantile empirico di ordine α . Lo Stressed VaR a livello di confidenza $1 - \alpha$ e orizzonte temporale di un giorno, indicato con la notazione $r_1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_N$ nonché l'insieme ordinato dei rendimenti storici nel periodo di stress, è definito formalmente come:

$$\text{Stressed VaR}_\alpha = -r_{[\alpha N]}$$

Tuttavia, si deve precisare che in alcuni modelli interni adottati dalle istituzioni finanziarie, anziché utilizzare un unico quantile empirico, si impiega una combinazione ponderata delle peggiori perdite, al fine di ottenere una stima più stabile.

2.1.2 Stressed Expected Shortfall

Il calcolo dello Stressed ES segue un'impostazione analoga, con la differenza che non si limita a individuare la soglia del quantile, ma ne considera l'intera coda delle perdite peggiori. Dato il livello di significatività α e il numero di osservazioni N nel periodo di stress si definisce $m = [\alpha N]$ come il numero di osservazioni che ricadono nella coda sinistra della distribuzione empirica. Lo Stressed ES è quindi la media aritmetica delle m perdite più gravi osservate:

$$\text{Stressed ES}_\alpha = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_i$$

Questa definizione garantisce che lo Stressed ES, rispetto allo Stressed VaR, fornisca una misura più sensibile alla forma della coda e quindi alla severità delle perdite estreme.

Dal punto di vista regolamentare, lo Stressed VaR e lo Stressed ES vengono calcolati separatamente dal VaR e dall'ES correnti (basati sui dati più recenti), e i due valori risultanti possono essere combinati per determinare i requisiti di capitale complessivi. L'uso di uno scenario di stress consente di evitare che periodi di bassa volatilità conducano a una sottostima del rischio, riducendo così la probabilità che un'istituzione finanziaria si trovi improvvisamente esposta a perdite non previste in scenari di mercato estremi.

La rilevanza di queste misure è ampiamente documentata in letteratura accademica, in cui si sottolinea come la valutazione del rischio debba necessariamente includere scenari avversi e realistici, per catturare adeguatamente il comportamento delle code di distribuzione dei rendimenti e per integrare la gestione operativa del rischio con le esigenze di conformità regolamentare.

2.1.3 I limiti della simulazione storica

Uno dei limiti dell'approccio classico della simulazione storica per la stima di VaR ed ES è l'assunzione che ogni osservazione passata abbia lo stesso peso, indipendentemente dalla sua distanza temporale. In termini pratici, con n osservazioni, ciascun giorno contribuisce in misura pari a $\frac{1}{n}$.

Questa ipotesi risulta spesso poco realistica, poiché le condizioni di mercato non sono stazionarie, poiché la volatilità e i rischi cambiano nel tempo. Per ovviare a ciò, alcuni autori tra cui Boudoukh, Richardson e Whitelaw, hanno proposto di attribuire pesi decrescenti nel tempo, in modo che le osservazioni più recenti abbiano maggiore rilevanza nella costruzione della distribuzione delle perdite.

Un metodo diffuso è la ponderazione esponenziale, in cui il peso di ciascun dato decresce secondo una funzione geometrica. Formalmente, il peso assegnato all'osservazione i (a partire dall'osservazione più recente) è dato da:

$$\omega_i = \frac{\lambda^{n-i}(1 - \lambda)}{(1 - \lambda^n)}$$

Dove n è il numero di scenari e $\lambda \in (0, 1)$ è il parametro di decadimento, per cui se:

- λ tende ad 1, si torna al modello classico con pesi uguali;
- λ è inferiore ad 1, il peso delle osservazioni recenti è molto maggiore rispetto a quelle lontane.

In questo modo, il modello risulta più sensibile ai cambiamenti di volatilità e alle dinamiche di mercato contemporanee.

Il calcolo ponderato del VaR segue lo stesso principio della simulazione storica classica, ovvero si ordinano le perdite dalla più grande alla più piccola, ma invece di attribuire lo stesso peso, si applicano dei pesi decrescenti, che danno maggiore peso alle osservazioni recenti. Si calcola quindi la somma cumulata di questi pesi lungo la distribuzione ordinata delle perdite, e il VaR al livello di confidenza scelto corrisponde al punto in cui la somma cumulata raggiunge la soglia corrispondente.

Lo stesso ragionamento si applica all'Expected Shortfall, che diventa la media ponderata delle perdite appartenenti alla coda della distribuzione. In questo caso, le perdite estreme hanno pesi proporzionali alla loro rilevanza temporale, producendo uno Shortfall atteso che riflette meglio i rischi attuali.

Un ulteriore passo evolutivo è stato proposto da Hull e White (1998), i quali hanno suggerito di integrare nel metodo di simulazione storica anche delle stime della volatilità condizionata. L'idea è che la variabilità delle variabili di mercato non sia costante. Per cui se oggi ci si aspetta che la volatilità futura sia più elevata di quella osservata nel passato, le perdite storiche devono essere corrette verso l'alto. Possiamo esprimere formalmente il valore della variabile di mercato nello scenario i aggiustato per la volatilità attraverso la formula che segue:

$$\text{Valore nello scenario } i - \text{esimo} = v_n * \frac{v_{i-1} + (v_i - v_{i-1}) * \left(\frac{\sigma_{n+1}}{\sigma_i}\right)}{v_{i-1}}$$

Dove:

- σ_{n+1} è il valore della volatilità stimata tra oggi, il giorno n , e domani;
- σ_i è il valore della volatilità stimata alla fine del giorno $i - 1$ calcolata per una particolare variabile di mercato

Il rapporto tra il valore delle due volatilità sopra menzionate agisce da fattore di scala, correggendo i dati storici affinché riflettano meglio le condizioni attese per il futuro.

Questo approccio consente di adattare la simulazione storica non solo al peso temporale delle osservazioni, ma anche all'intensità dei movimenti di mercato, migliorando la capacità predittiva delle misure di rischio.

Le divergenze tra indicatori calcolati rispetto alla simulazione standard e tenendo conto degli opportuni aggiustamenti, sono particolarmente evidenti negli anni di crisi finanziaria, come

il 2008, in cui la volatilità giornaliera degli indici azionari oscillava tra il 5% e il 10%. In questi casi basarsi solo sui dati storici senza correggerli avrebbe portato a una percezione eccessivamente ottimistica del rischio.

Un metodo alternativo e più facilmente implementabile per monitorare la volatilità consiste nell'utilizzo dell' EWMA (Exponentially Wighted Moving Average), che calcola la volatilità giornaliera dando un maggiore peso alle osservazioni recenti.

La formula per la stima della varianza è:

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda) * u_{n-1}^2$$

Dove:

- λ è il parametro di decadimento
- u_{t-1} è il rendimento osservato nel tempo $n - 1$

Quando queste nuove volatilità vengono applicate agli scenari storici, le perdite vengono corrette di conseguenza:

$$L_i^{adj} = L_i \times \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

Dove:

- L_i è la perdita storica osservata
- σ_i è la volatilità stimata per quello scenario
- σ_m è la volatilità media calcolata sull'intero periodo

Sicché, gli scenari originariamente caratterizzati da bassa volatilità (ad esempio nel 2006) vengono amplificati quando usati in un contesto di alta volatilità (come durante la crisi finanziaria del 2008), fornendo stime di rischio più prudenti.

Andiamo ora ad analizzare un esempio tratto dal libro “*Risk Management and Financial Institutions*” quarta edizione, edito da Wiley. I relativi file Excel sono disponibili al link:

www-2.rotman.utoronto.ca/~hull/RMFI/VaRExample. Il portafoglio di investimento considerato è composto da quattro titoli: DJIA, FTSE 100, CAC 40, Nikkei 225, per un valore complessivo al 25 settembre 2008 di 10 000, come riportato nella *Tabella 1*.

Tabella 1 Portafoglio d'investimento usato per il calcolo del VaR al 25 settembre 2008

| Index | Valori del portafoglio |
|-------------------|-------------------------------|
| DJIA | 4 000 |
| FTSE 100 | 3 000 |
| CAC 40 | 1 000 |
| Nikkei 225 | 2 000 |
| Totale | 10 000 |

Riportiamo i valori degli indici azionari dei titoli in portafoglio per 500 giornate di osservazione, dal 7 agosto 2006 al 25 settembre 2008, con l'obiettivo di calcolare il VaR e l'ES mediante la simulazione storica e analizzare successivamente come questi valori e i diversi scenari di rischio possano mutare prendendo in considerazione diversi pesi, come la volatilità.

Tabella 2 Equivalente in dollari U.S. degli indici azionari

| Day | Date | DJIA | FTSE 100 | CAC 40 | Nikkei 225 |
|------------|---------------|-------------|-----------------|---------------|-------------------|
| 0 | Ago. 7, 2006 | 11 219, 38 | 11 131, 84 | 6 373, 89 | 131, 77 |
| 1 | Ago. 8, 2006 | 11 173, 59 | 11 096, 28 | 6 378, 16 | 134, 38 |
| 2 | Ago. 9, 2006 | 11 076, 18 | 11 185, 35 | 6 474, 04 | 135, 94 |
| 3 | Ago. 10, 2006 | 11 124, 37 | 11 016, 71 | 6 357, 49 | 135, 44 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 499 | Set. 24, 2008 | 10 825, 17 | 9 438, 58 | 6 033, 93 | 114, 26 |
| 500 | Set. 25, 2008 | 11 022, 06 | 9 599, 90 | 6 200, 40 | 112, 82 |

Secondo l'approccio della simulazione storica tradizionale, si calcolano tutti i possibili scenari applicando ai titoli in portafoglio le variazioni percentuali osservate nei dati storici.

Per ciascun scenario si determina così un nuovo valore del portafoglio, dal quale si ottiene la corrispondente perdita o il guadagno rispetto al valore iniziale.

Tabella 3 Scenari generati per il giorno 26 settembre 2008, usando i dati della tabella 2

(Tutti gli indici sono calcolati in dollari U.S.)

| <i>i-Scenario</i> | DJIA | FTSE 100 | CAC 40 | Nikkei 225 | Val. portafoglio |
|-------------------|-------------|-----------------|---------------|-------------------|-------------------------|
| 1 | 10 977, 08 | 9 569, 23 | 6 204, 55 | 115, 05 | 10 014, 334 |
| 2 | 10 925, 97 | 9 676, 96 | 6 293, 60 | 114, 13 | 10 027, 481 |
| 3 | 11 070, 01 | 9 455, 16 | 6 088, 77 | 112, 40 | 9 946, 736 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 499 | 10 831, 43 | 9 383, 49 | 6 051, 94 | 113, 85 | 9 857, 465 |
| 500 | 11 222, 53 | 9 763, 97 | 6 371, 45 | 111, 40 | 10 126, 439 |

Successivamente, gli scenari vengono ordinati in base alle perdite, dal valore più elevato al più contenuto. Questo ordinamento consente di individuare i peggiori esiti e di stimare così il Value at Risk (VaR), che corrisponde alla soglia oltre la quale le perdite si verificano con una probabilità prefissata (ad esempio l'1% nel caso di un VaR al 99%)

Tabella 4 Perdite ponderate ed ordinate dalla maggiore alla minore per i 500 scenari

| <i>i-Scenario</i> in ordine decrescente delle perdite | Perdite in ordine decrescente, calcolate mediante l'approccio standard (\$000s) |
|---|---|
| 494 | 477, 841 |
| 339 | 345, 435 |
| 349 | 282, 204 |
| 329 | 277, 041 |
| 487 | 253, 385 |
| 227 | 217, 974 |

| | |
|------------|----------|
| 131 | 202, 256 |
| 238 | 201, 389 |
| 473 | 191, 269 |
| ... | ... |

La Tabella 4 riporta le perdite del portafoglio ordinate dal valore più elevato al meno rilevante, in un insieme di 500 scenari ottenuti tramite simulazione storica. Questo ordinamento consente di individuare rapidamente le peggiori realizzazioni, che sono fondamentali per il calcolo dell'Value at Risk e dell'Expected Shortfall. In particolare, la quinta peggior perdita rappresenta il VaR al 99% su un orizzonte di un giorno. Tale scelta deriva dal fatto che, disponendo di 500 osservazioni, l'1% di probabilità corrisponde a cinque scenari. La quindi la perdita in ordine crescente, pari a 253 385 milioni di dollari e viene dunque identificata come la stima del one-day 99% VaR, ossia il valore oltre il quale ci si attende che le perdite possano superarsi soltanto nell'1% dei casi.

La tabella 4 è utile anche per il calcolo dell'Expected Shortfall (ES), che è definito come la perdita media condizionata al verificarsi di un evento peggiore del VaR. Nel nostro esempio, L'ES corrisponde alla media delle cinque peggiori perdite, che ammonta a 327 181 milioni di dollari. Questo indicatore fornisce una misura più coerente del rischio estremo, poiché tiene conto non solo della soglia critica, ma anche della gravità delle perdite oltre di essa.

Un ulteriore aspetto da considerare riguarda l'accuratezza della stima del VaR, poiché il metodo di simulazione storica si basa su un numero finito di osservazioni, la misura ottenuta è soggetta a errore campionario. Applicando la formula dell'errore standard per percentile stimato, per cui:

$$SE = \frac{1}{f(x)} \sqrt{\frac{(1-q)q}{n}}$$

Calcolato al 99-esimo percentile della distribuzione delle perdite è uguale a:

$$SE = \frac{1}{0,000284} \times \sqrt{\frac{0.01 * 0.99}{500}} = 15.643$$

Quindi, se il VaR stimato è \$253 385, l'intervallo di confidenza al 95-esimo percentile è compreso tra \$220 000 e \$280 000 milioni di dollari, evidenziando quanto il valore di partenza vada interpretato con cautela.

Tabella 5 Scenari risultanti dal monitoraggio della volatilità delle perdite simulate

| <i>i</i> -Scenario | Perdite stimate mediante l'approccio standard | Perdite a fronte della volatilità stimata (\$000) | Perdite normalizzate rispetto la volatilità |
|--------------------|---|---|---|
| 1 | -14, 334 | 93, 698 | -31, 571 |
| 2 | -27, 481 | 90, 912 | -62, 385 |
| 3 | 53, 264 | 88, 399 | 124, 352 |
| ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... |
| 499 | 142, 535 | 209, 795 | 140, 214 |
| 500 | -126 439 | 206, 398 | -126, 439 |

Tabella 6 Perdite simulate corrette per la loro volatilità e classificate dalla maggiore alla minore per i 500 scenari

| <i>i</i> -Scenario in ordine decrescente delle perdite | Perdite in ordine decrescente, calcolate sulla base della volatilità stimata (\$000) |
|--|--|
| 131 | 891, 403 |
| 494 | 763, 818 |
| 227 | 757, 355 |
| 339 | 697, 604 |
| 98 | 627, 916 |
| 329 | 609, 815 |

| | |
|------------|----------|
| 283 | 523, 259 |
| 487 | 512, 525 |
| 441 | 456, 700 |
| ... | ... |

Con questi dati possiamo calcolare il VaR e l'ES quando le perdite simulate sono aggiustate alla loro volatilità, per cui il VaR di un giorno al 99% percentile è pari a \$627 916, mentre l'Expected Shortfall a un giorno è di \$747 649.

Un ulteriore strumento, utile per raffinare la simulazione storica, è rappresentato dal bootstrap, che consente di stimare un intervallo di confidenza per il VaR.

Il procedimento consiste nel campionare con reinserimento dalle osservazioni storiche, genera molti dataset alternativi. Per ciascun dataset viene calcolato il VaR, ottenendo una distribuzione di stime. Questa distribuzione permette di definire intervalli di confidenza che quantificano l'incertezza legata alla stima puntuale.

Il vantaggio del bootstrap è che non richiede ipotesi parametriche forti (come la normalità dei rendimenti), ed è quindi particolarmente adatto a catturare la variabilità effettiva dei dati.

Un ulteriore limite pratico della simulazione storica, soprattutto quando applicata a portafogli complessi, riguarda il costo computazionale. Infatti, il richiede di rivalutare il portafoglio per centinaia o migliaia di scenari, e questo può diventare oneroso se il portafoglio contiene strumenti complessi come opzioni e derivati.

In questo senso, il problema è molto simile a quello affrontato nelle simulazioni Monte Carlo, che richiedono numerose valutazioni ripetute.

Per ridurre il carico computazionale, si ricorre spesso ad approssimazioni analitiche, come l'approssimazione delta che considera solo la sensibilità lineare del portafoglio alle variazioni delle variabili di mercato e l'approssimazione delta-gamma, che aggiunge un termine quadratico per catturare anche gli effetti di convessità.

Questi strumenti consentono di evitare il ricalcolo puntuale del prezzo di ciascun titolo per ogni scenario, riducendo drasticamente i tempi di calcolo e rendendo la simulazione storica applicabile anche a portafogli molto ampi e complessi.

2.2 Extreme Value Theory

L'Extreme Value Theory è la branca della statistica matematica che si occupa di studiare le deviazioni estreme dalla porzione centrale di una distribuzione di probabilità.

La teoria che entra in contrapposizione al teorema del limite centrale, e che modella e prevede la probabilità del verificarsi di eventi estremi, come il crollo della borsa valori, trova le sue origini negli studi del matematico Nicolas Bernoulli e nei suoi studi relativi al massimo scostamento rispetto a zero dei numeri generati da distribuzioni statistiche. Tuttavia, è solo agli inizi del XX secolo, che la comunità scientifica maturò l'interesse a descrivere in modo rigoroso le fluttuazioni eccezionali osservabili nei fenomeni naturali e sociali, come i rendimenti finanziari anomali.

Il primo contributo sistematico si deve a Ronald A. Fisher e Leonard H. C. Tippett, che nel celebre articolo del 1928 posero le basi per la teoria dei valori estremi. Essi dimostrarono che, sotto condizioni generali, la distribuzione dei massimi (o dei minimi) di campioni indipendenti e identicamente distribuiti non converge a una qualsiasi distribuzione arbitraria, ma appartiene a una delle sole tre famiglie possibili di distribuzioni limitate, precedentemente citate, ovvero la distribuzione di Gumbel, quella di Fréchet e quella di Weibull. Questo risultato, di natura asintotica, rappresenta l'analogo del Teorema del Limite Centrale (che riguarda invece la somma di variabili casuali), ma applicato ai massimi.

Successivamente, fu Boris Gnedenko (1943) a formalizzare e generalizzare i risultati di Fisher e Tippett, sistematizzando la teoria e dimostrando le condizioni precise sotto le quali le distribuzioni dei valori estremi convergono a una delle tre leggi fondamentali. Questo contributo segnò il vero atto di nascita delle EVT come disciplina autonoma, dotata di una propria struttura matematica e di strumenti applicativi.

Negli anni Cinquanta e Sessanta, la teoria si sviluppò ulteriormente grazie a contributi provenienti soprattutto dalla matematica applicata e dall'ingegneria idraulica. In particolare, lo studio delle piene fluviali spinse i ricercatori a cercare modelli affidabili per stimare le probabilità di eventi rari ma catastrofici, dando vita alle prime applicazioni pratiche della EVT in ambito ambientale e ingegneristico. In questo contesto, fu introdotta anche la Generalized Extreme Value distribution, che racchiude in un'unica forma parametrica le tre famiglie individuate da Fisher, Tippett e Gnedenko.

Negli anni Settanta, il lavoro di Bruce M. Hill (1975) rappresentò una svolta per l'approccio non parametrico allo studio delle code delle distribuzioni. Egli propose il cosiddetto Hill estimator, ancora oggi uno degli strumenti più utilizzati per stimare l'indice di coda (tail

index), cioè il parametro che determina la pesantezza della coda di una distribuzione. Con questo contributo, la EVT si arricchì di strumenti più flessibili, adatti a descrivere fenomeni caratterizzati da distribuzioni a code grasse, tipiche ad esempio dei mercati finanziari.

A partire dagli anni Novanta, grazie anche ai contributi di autori come Paul Embrechts, Clausa Klüppelberg e Thomas Mikosch, la EVT entrò a pieno titolo nel campo della finanza quantitativa e della gestione del rischio, venendo applicata alla modellizzazione dei rendimenti finanziari e alla valutazione del rischio di coda. In parallelo, autori come Stuart Coles e Beirlant offrirono presentazioni sistematiche della teoria, rendendola più accessibile anche agli studiosi non strettamente matematici.

2.2.1 Distribuzione di Gumbel, Fréchet e di Weibull

Gli studi sulla distribuzione asintotica del massimo di un campione, terminarono con il teorema dei tipi estremi (o teorema di Fisher-Tippett-Gnedenko), per cui se esistono costanti di normalizzazione $a_n > 0$ e b_n tali che, al crescere di n , la distribuzione della variabile normalizzata $\frac{(M_n - b_n)}{a_n}$ convergono a una funzione di ripartizione non degenere $G(x)$, allora G appartiene a una delle tre famiglie fondamentali citate nel paragrafo 2.2 e di cui si procederà allo studio.

La distribuzione di Gumbel è la famiglia di primo tipo ed è usata per campioni con code esponenziali, ovvero per dati normalmente distribuiti. La distribuzione definita su tutto \mathbb{R} è descritta dalla seguente funzione di densità di probabilità:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}} \frac{e^{x-\mu}}{\sigma}$$

Dove μ è il parametro di posizione e σ il parametro di scala.

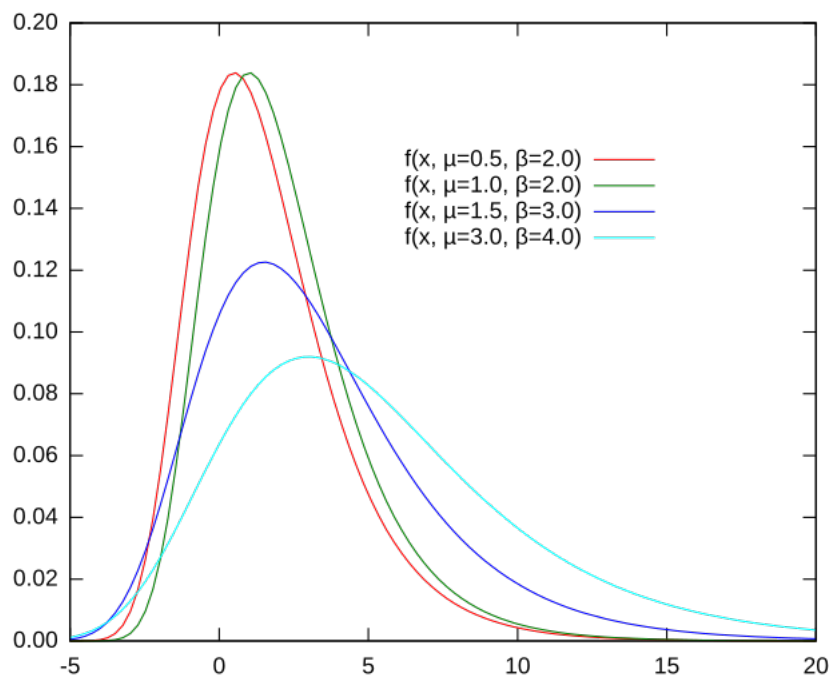


Figura 5 Funzione di densità di probabilità di Gumbel

Il secondo tipo di distribuzione prende il nome dal matematico Maurice Fréchet che nel 1927 propose un modello statistico per descrivere la distribuzione di una sequenza di valori massimi, la cui caratteristica principale è la presenza di un'importante coda destra. Grazie a questa proprietà, questo modello è molto usato in ambito finanziario, per quanto questa distribuzione soffra di un limite dato dal fatto che la distribuzione è definita solo per valori positivi. La distribuzione di Fréchet è descritta dalla seguente funzione di densità di probabilità:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} e^{-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}}$$

Con $\alpha > 0$ parametro di forma e $\beta > 0$ parametro di scala.

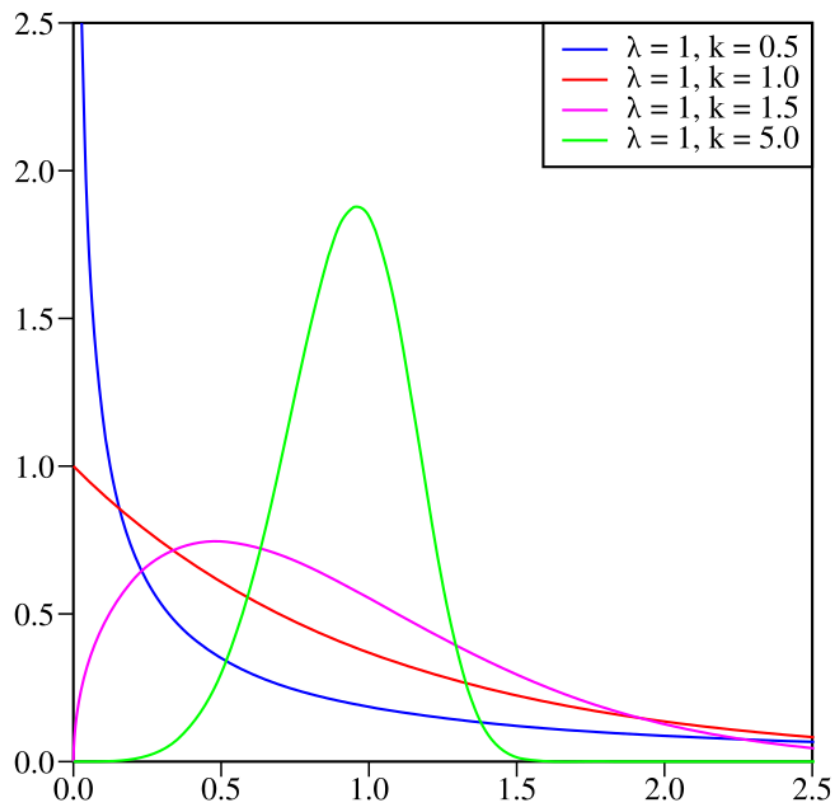


Figura 6 Funzione di densità di probabilità di Weibull

L'ultimo e terzo tipo distribuzione è quella di Weibull a due parametri ed anch'essa definita per valori positivi, e la sua funzione di densità è descritta di seguito:

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta}$$

Con $\beta > 0$ parametro di forma e $\eta > 0$ è un parametro di scala.

Queste tre forme, note collettivamente come distribuzioni di valori estremi, costituiscono i possibili limiti per le distribuzioni dei massimi quando si applica un'adeguata normalizzazione. Tuttavia, scegliere tra tre modelli distinti risulta poco pratico. Per questo von Mises e Arthur Jenkinson proposero un'unica famiglia parametrica che comprenda tutte e tre le tipologie.

2.2.2 Distribuzione di Valori estremi generalizzati (GEV)

Arthur Jenkinson e Arthur Jenkinson, leggendo la difficoltà nella scelta tra i tre modelli, combinarono le tre famiglie, note collettivamente come distribuzioni dei valori estremi e che costituiscono i possibili limiti per le distribuzioni dei massimi quando si applica un'adeguata normalizzazione.

La distribuzione dei valori estremi generalizzata dipende da tre parametri:

- Il parametro $\mu \in \mathbb{R}$ è di posizione e regola l'origine della distribuzione, trasladando la curva lungo l'asse delle ascisse.
- il parametro σ è di scala ed è sempre maggiore di zero. Questo controlla la dispersione, per cui valori più grandi di σ allargano la distribuzione.
- il parametro $\xi \in \mathbb{R}$ determina la forma e la pesantezza delle code e sulla base del segno del presente parametro si definiscono tre tipi di distribuzione di valori estremi.

tale per cui la funzione di ripartizione:

$$G(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left\{ - \left[1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}$$

Per cui se :

- $\xi > 0$, (tipo II, Fréchet), con dominio $x \geq \frac{\mu - \sigma}{\xi}$, le code sono polinomiali;
- $\xi = 0$, (tipo I, Gumbel): con dominio tutto \mathbb{R} ;
- $\xi < 0$, (tipo III, Weibull): con dominio $x \leq \frac{\mu - \sigma}{\xi}$ e nulla oltre il limite superiore.

Questa continuità mediante la stima di ξ ci consente di capire a quale famiglia appartengono i dati. In applicazioni pratiche si considerano spesso massimi su intervalli temporali ("blocchi"). Sia $M_{n,i}$ il massimo osservato nel blocco i . L'applicazione della GEV prevede le seguenti fasi:

1. Pre-elaborazione dei dati: si suddivide la serie temporale in blocchi di uguale lunghezza e si seleziona il massimo di ciascun blocco. È necessario scegliere una lunghezza del blocco adeguata, difatti blocchi troppo brevi possono violare i presupposti asintotici, mentre blocchi troppo lunghi riducono il numero di osservazioni disponibili.
2. Stima dei parametri: si adatta la distribuzione GEV ai valori massimi mediante metodi di stima, di cui la 'massima verosimiglianza' è la procedura più diffusa. Essa richiede di massimizzare la log-verosimiglianza ottenuta dalla densità della GEV e produce le stime dei parametri μ, σ, ξ . Dato che non esistono forme chiuse per queste stime, la massimizzazione viene effettuata numericamente. Le incertezze sui

parametri possono essere valutate usando la matrice informazione o intervalli di confidenza ricavati dal profilo di verosimiglianza.⁶

3. Verifica dell'adeguatezza del modello: si confrontano i quantili teorici con quelli empirici tramite Q-Q plot, si analizzano i residui e si usano grafici di probabilità per verificare se la GEV fornisce una buona descrizione dei massimi osservati. Una verifica importante è se il segno di ξ stimato è coerente con la teoria o con informazioni a priori sulla distribuzione di partenza.

Oltre all'approccio basato sui massimi, la GEV viene utilizzata anche come funzione di link in modelli di regressione per eventi a bassa probabilità. Calabrese e Osmetti mostrano che la regressione logistica tende a sottostimare la probabilità di eventi molto rari (es. default), mentre questa GEV- regressione, applicata ai dati di default delle piccole e medie imprese italiane, migliora la stima delle probabilità di default.

2.2.3 Extreme Value Theory: applicazioni in finanza

L'applicazione più diffusa dell'EVT in ambito finanziario riguarda la stima di VaR ed ES, ma non si esaurisce qui: essa trova impiego nella scelta tra diverse ipotesi distributive, nell'allocazione ottimale degli asset sotto vincoli di tipo "safety-first" e nell'analisi della dipendenza tra mercati finanziari.

Dal punto di vista metodologico, esistono tre approcci principali. I primi due sono parametrici: il metodo dei massimi a blocchi (block maxima), che analizza i valori massimi di sottocampioni e porta alla distribuzione limite generalizzata dei valori estremi (GEV), e il metodo delle eccedenze oltre soglia (Peaks Over Threshold), che conduce alla distribuzione di Pareto generalizzata (GPD). Il terzo approccio è non parametrico, e utilizza stimatori come quello di Hill per stimare direttamente l'indice di coda.

Tutti questi metodi implicano la scelta di un punto di cut-off tra la parte centrale della distribuzione e la coda, scelta che influenza fortemente la qualità delle stime e che richiede quindi strumenti diagnostici (come le già citate tecniche bootstrap e la simulazione Monte Carlo) per bilanciare il compromesso tra bias e varianza.

⁶ "Modelling Fata with the Generalized Extreme Value Distribution – MATLAB & Simulink Example"
Mathworks.com

Vi sono inoltre difficoltà pratiche legate alle ipotesi teoriche, difatti, l'EVT richiede che i dati siano indipendenti e identicamente distribuiti, condizione raramente rispettata dalle serie finanziarie, caratterizzate invece da volatilità condizionate e dipendenza seriale. Per affrontare il problema, la letteratura propone due approcci: stimare un indice estremo che corregge per la dipendenza, oppure filtrare i dati tramite modelli econometrici come i GARCH e applicare l'EVT ai residui standardizzati, che risultano più vicini all'"*indipendenti e identicamente distribuiti*".

Infine, l'EVT si scontra con una tensione intrinseca: da un lato necessita di molti dati per giustificare i suoi risultati asintotici, dall'altro deve concentrarsi su eventi rari e quindi per definizione poco numerosi. Soluzioni pratiche includono l'uso di dati ad alta frequenza, l'estensione delle finestre temporali, la combinazione di informazioni provenienti da entrambe le code della distribuzione o persino l'aggregazione di più serie in un unico dataset.

2.2.4 EVT nel calcolo del VaR e dell'ES

Nei primi anni di diffusione dell'Extreme Value Theory (EVT) in ambito finanziario, la sua principale applicazione consisteva nel testare differenti ipotesi distributive sui rendimenti. Con l'inizio del nuovo millennio, tuttavia, il calcolo del Value at Risk (VaR) è diventato progressivamente la dimensione preminente. A determinare questo spostamento sono due fattori principali: da un lato, la crescente centralità del risk management e il consolidamento del VaR come misura standard di rischio, sostenuto e formalizzato dalle risoluzioni del Comitato di Basilea, dall'altro, l'affinità concettuale tra VaR ed EVT, in quanto entrambi si concentrano sulle code della distribuzione, tralasciando la parte centrale. Tale convergenza ha reso naturale l'adozione dell'EVT come strumento privilegiato per la stima del VaR e successivamente anche dell'Expected Shortfall.

I primi contributi influenti all'applicazione dell'EVT al calcolo del VaR risalgono alla fine degli anni Novanta. Pownall e Koedijk (1999), analizzando la crisi dei mercati asiatici, dimostrarono che un approccio condizionato basato su EVT produce stime più accurate rispetto al modello *RiskMetrics*. Allo stesso modo, Longin confrontò l'EVT con metodi standard (Historical Simulation, normalità, GARCH e EWMA) su dati dello S&P 500, mostrando la capacità superiore dell'EVT di catturare i rischi nelle code, sia per posizioni lunghe sia corte.

McNeil e Frey applicarono la loro procedura in due stadi a diversi mercati (S&P 500, DAX e cambio USD/GBP), concludendo che l'approccio condizionato tramite EVT è complessivamente più performante rispetto a metodi puramente parametrici o non

parametrici. Neftci, analizzando i tassi di interesse e cambio, osservò che il VaR stimato con EVT può risultare dal 20% al 30% più elevato rispetto a quello ottenuto con l'approccio tradizionale, evitando il rischio di sottostima insito nei modelli standard.

Un metodo semplice basato su EVT, per il calcolo del VaR, consiste nell'adottare l'*approccio delle soglie* (anche noto come '*Peaks Over Threshold*', POT), per cui fissata una soglia elevata u , si assume che le eccedenze rispetto a tale soglia siano distribuite asintoticamente secondo una Generalized Pareto Distribution. La stima dei parametri della GPD, in particolare la forma (ξ) e la scala (β), permette di calcolare la probabilità di osservare un valore oltre la soglia e, invertendo la funzione di distribuzione, di ricavare il quantile corrispondente al livello di confidenza desiderato. Per cui Dato un livello α vicino a 1, il quantile estremo (VaR) si ottiene come segue:

$$VaR_\alpha \approx u + \frac{\beta}{\xi} \left[\left(\frac{1-\alpha}{\zeta} \right)^{-\xi} - 1 \right]$$

Dove:

- $\zeta = P(X > x)$, è la frequenza di superamento della soglia

Mentre, l'Expected Shortfall con POT si calcola come segue:

$$ES_\alpha \approx \frac{VaR_\alpha}{1-\xi} + \frac{\beta - \xi u}{1-\xi}$$

Un'alternativa al calcolo del VaR e dell'ES è costituita dal metodo dei massimi a blocchi (block maxima), che si fonda sull'analisi delle distribuzioni limite dei massimi campionari. Anche in questo è possibile derivare valori di VaR per livelli di confidenza estremi, sfruttando le proprietà asintotiche delle distribuzioni di tipo *Generalized Extreme Value*.

In ambito non parametrico, invece, si utilizza lo stimatore di Hill che consente di stimare direttamente l'esponente di coda e da questo ricavare i quantili estremi.

Dopo aver stimato il VaR e l'Expected Shortfall con la simulazione storica, è utile applicare l'Extreme Value Theory (EVT) per analizzare in maniera più approfondita la coda della distribuzione delle perdite. Usando le perdite stimate in ordine decrescente, calcolate mediante l'approccio standard, possiamo stimare una Generalized Pareto Distribution ottenendo gli scenari più estremi, al fine di valutare la probabilità di perdite eccezionali e confrontare le stime di VaR ed ES con quelle precedenti. Applicando l'Extreme Value Theory alle perdite del portafoglio (Tabella 4), con parametri $\beta = 40$ e $\xi = 0.3$, si ottiene che la probabilità che la probabilità di una perdita superiore al 5% del portafoglio è pari a 0.00086.

I valori del VaR ed Expected Shortfall risultano in linea con la simulazione storica al livello del 99%, ma divergono sensibilmente per livelli di confidenza più elevati. Difatti, il VaR al 99% è uguale a \$227 800 milioni e l'ES è uguale a \$337 900 milioni, mentre al 99,97% i valori crescono a \$742 500 e \$774 800 milioni.

Ciò evidenzia come l'EVT, a differenza della simulazione storica, permetta di stimare in modo più coerente il rischio estremo, mettendo in luce la pesantezza delle code e la possibilità di perdite maggiori rispetto a quelle osservate, andando oltre le serie storiche.

Un aspetto rilevante è che tali approcci non condizionati trascurano la dipendenza temporale e l'eteroschedasticità della volatilità, risultando adeguati a dati a bassa frequenza, dove gli effetti di volatilità stocastica sono meno pronunciati. Tuttavia, in applicazioni con dati ad alta frequenza, o in contesti multivariati complessi, l'uso di misure condizionate diventa cruciale. Per tener conto della natura dinamica dei rendimenti, McNeil e Frey hanno proposto un approccio in due fasi: il primo luogo si stima un modello GARCH per catturare la volatilità condizionata e successivamente si applica l'EVT ai residui standardizzati, ottenendo così una misura di VaR condizionata. Questo metodo migliora la precisione delle stime, anche se introduce una maggiore variabilità temporale che ne limita l'uso come benchmark regolamentare

Daniélsson e de Vries, a seguito di alcuni studi comparativi, evidenziarono che al livello di confidenza del 95% il modello RiskMetrics fornisce stime più adeguate, mentre dal 99% in su l'EVT diventa il metodo preferibile. Altri studi condotti da Gençay & Salçuk e successivamente da Tolikas, confermano che la validità comparativa dell'EVT dipende in realtà dalla natura dei dati, per cui, per i mercati azionari si ha una forte adeguatezza, mentre su alcune serie di cambio, caratterizzate da code meno pesanti, le performance sono decisamente inferiori.

Capitolo 3

La Prossima Crisi Globale, evidenze empiriche e canali di contagio

Comprendere l'impatto di una crisi finanziaria globale e la sua prossimità è essenziale in un sistema economico interconnesso e una crisi finanziaria globale provocata dal carry trade sullo yen offre un caso paradigmatico per riflettere su quanto una crisi valutaria possa essere vicina e rilevante.

3.1 Contesto macro-fiscale e di mercato (2024-2025)

Negli ultimi anni la politica monetaria giapponese è stata caratterizzata da un forte interventismo della Banca centrale giapponese, che dal 2016 ha adottato lo strumento dello Yield Curve Control (YCC). Tale misura consiste nel fissare obiettivi precisi per i rendimenti a breve e a lungo termine, mantenendo vicino allo zero il tasso d'interesse a dieci anni, attraverso l'acquisto massiccio di titoli di Stato. Questa strategia, pensata per contrastare la deflazione cronica e sostenere la crescita, ha determinato una compressione artificiale della curva dei rendimenti e un'espansione straordinaria del bilancio della banca centrale. La decisione di porre fine al YCC nel 2024 ha segnato un punto di svolta, con implicazioni dirette per il costo del debito e la stabilità finanziaria.

Secondo l'Articolo IV del Report del Fondo Monetario Internazionale (2025), il Giappone mantiene un debito pubblico lordo tra i più alti al mondo, stimato al circa 236,7% del PIL nel 2024. Le proiezioni di base indicano un calo temporaneo fino al 228,8% nel 2027, favorito da un differenziale interessi-crescita ($r - g$) ancora contenuto e da un'inflazione più sostenuta rispetto al passato. Tuttavia, senza misure di consolidamento fiscale, la dinamica tornerà a peggiorare dopo il 2030, quando l'invecchiamento demografico e la crescita della spesa per interessi riporteranno il debito su una traiettoria crescente.

La fine del YCC ha modificato in modo significativo la microstruttura del mercato di titoli di Stato giapponesi (JGB). La Banca di Giappone ha avviato un graduale ridimensionamento degli acquisti, continuato nel 2025, migliorando in parte la liquidità e la funzionalità del mercato.

Un altro elemento cruciale è la distribuzione dei detentori del debito. Dati del Ministero delle Finanze giapponese mostrano che, alla fine del 2024 circa il 46% dei JGB e dei T-bill era detenuto dalla Banca centrale, il 15-16% da compagnie assicurative, il 14-15% da banche domestiche e il 12% da investitori esteri. Questa prevalenza di soggetti nazionali (home bias) ha storicamente ridotto i rischi di fuga di capitali e reso più gestibile il rifinanziamento del debito. Tuttavia, con l'invecchiamento della popolazione e la contrazione del risparmio interno, la capacità di assorbimento domestico non è destinata a rimanere illimitata.

Per il bilancio dell'anno fiscale 2026, il Ministero delle Finanze ha annunciato un aumento del tasso di lungo periodo di riferimento al 2,6%, il livello più alto degli ultimi 17 anni, riflettendo l'inevitabile incremento della spesa per interessi sul debito pubblico.

Un'analisi di questo contesto mostra come le tensioni odierne non siano fenomeni isolati, ma si inseriscano in una traiettoria storica di lungo periodo. In questo senso, la sostenibilità del debito giapponese e la stabilità del mercato valutario devono essere lette alla luce delle fragilità strutturali che il paese affronta dagli anni 80.

3.2 Crisi finanziaria del Giappone

Con l'Accordo del Plaza del settembre 1985 i Paesi del G5 favorirono l'apprezzamento dello yen per riequilibrare gli squilibri globali. Lo yen si rivalutò rapidamente contro il dollaro e per attenuare il colpo all'export, si adottarono condizioni monetarie accomodanti. Ne seguì un boom del credito che, unitamente a deregolamentazioni parziali e aspettative esuberanti, alimentò una bolla su azioni e immobili, mentre il Nikkei 225 toccò il massimo storico a fine 1989 con circa 39 000 punti.

Tra il 1990 e il 1992 il crollo degli attivi, erode le garanzie e indebolisce i bilanci bancari e il sistema, protetto a lungo dal c.d. "convoy system", fatica a riconoscere le perdite e l'accumulo di Non-Performing Loans (NPLs) su macro-scala, spinse il governo negli anni successivi a cercare, attraverso ricapitalizzazioni mirate, di smaltirli.

Nel 1997 il prolungamento della stagnazione, a causa di un aumento della tassa sul consumo dal 3% al 5% e dell'Asian Financial Crisis, portò la Banca Centrale del Giappone (BoJ) ad introdurre lo "Zero Interest Rate Policy" (ZIRP) nel 1999 e il "Quantitative Easing" (QE)

nel 2001, mentre procedeva il rafforzamento del settore bancario. Questo è un primo tentativo di riavvio, che tuttavia non ha portato a una crescita sostenuta.

La crisi finanziaria globale del 2008-2009 colpì un'economia ancora fragile, portando a un'ulteriore contrazione del PIL reale, condizione che andò peggiorando nel 2011 con il terremoto noto come: il “*Great East Japan Earthquake*”, di cui conseguenza fu l'incidente di Fukushima, che inflisse ingenti danni e un'ulteriore contrazione (con successiva ripresa trainata dalla ricostruzione).

Per cui, all'avvio del decennio del 2010, il Giappone combina un debito/PIL eccezionalmente elevato, una bassa inflazione/ deflazione, un sistema bancario ripulito ma prudente, e una demografia sfavorevole, con un rapido invecchiamento della popolazione, bassi tassi demografici e livelli di forze lavoro. Questo è il contesto in cui nel 2013 nascono le “*Abenomics*”, le quali poggiano su tre direttrici, una politica monetaria audace, una politica fiscale flessibile e delle riforme strutturali. La prima freccia è stata implementata con coerenza, attraverso acquisti massicci di JGB, tassi negativi nel 2016 e yield-curve control sul decennale successivo. Tuttavia, le altre due frecce hanno avuto attuazione più discontinua, difatti sul lato fiscale si registra l'innalzamento della tassa sul consumo dall'8% del 2014 al 10% nel 2019 e nonostante anni di condizioni finanziarie eccezionalmente favorevoli, una crescita potenziale modesta a causa dei sopra citati vincoli strutturali e una domanda interna prudente, a causa delle dinamiche salariale e la concorrenza crescente dall'Asia.

Tuttavia, si deve precisare che, anche se il rapporto debito pubblico/PIL del Giappone è tra i più alti del mondo avanzato, il profilo dei detentori ne rende il caso giapponese peculiare, difatti in una quota molto ampia di JGB è in mani domestiche e la BoJ è il singolo maggiore detentore, grazie agli acquisti del decennio QQE/YCC . Questo ha attenuato i rischi di rollover e stabilizzato i rendimenti. Per cui, la questione cruciale per gli anni a venire non è tanto “se” il debito sia sostenibile, ma come sostituire gradualmente la domanda della BoJ con investitori privati senza generare strappi sui tassi.

3.2.1 Il lunedì nero della Borsa giapponese

Il 5 agosto 2024 la Borsa di Tokyo ha vissuto la giornata più nera della sua storia recente, con un crollo dell'indice Nikkei pari al -12,4% in una sola seduta con un minimo intorno al -15%, sollevando l'interrogativo sulla natura dell'accaduto e se questa fosse una semplice correzione di mercato o l'inizio di una vera e propria crisi sistemica.

L'improvviso apprezzamento dello yen e il conseguente aumento del suo rapporto di cambio hanno colpito duramente gli operatori impegnati in operazioni di carry trade, una delle strategie più diffuse negli ultimi vent'anni. Il meccanismo del carry trade si basa sull'indebitarsi in una valuta a tassi molto bassi (come lo yen), per reinvestire in asset denominati in valute più redditizie. Per anni, se la Federal Reserve alzava il costo del denaro fino al 5%, la Bank of Japan, con la sua politica ultra-espansiva, ha mantenuto tassi uguali a zero e addirittura negativi, rendendo le operazioni di carry trade sullo yen estremamente profittevoli. Si stima che, al momento del crollo dell'indice Nikkei, il valore complessivo dei carry trade in yen si aggirasse intorno ai 30 000 miliardi di dollari equivalenti .

La banca centrale giapponese ha a lungo inondato i mercati di liquidità a basso costo, basti pensare che nel 2024 il bilancio della BoJ aveva raggiunto circa il 127% del PIL, un livello ben più alto rispetto a quello della BCE (44%) e della Fed (25%). Tuttavia, il 5 agosto, quando lo yen si è improvvisamente apprezzato di oltre il 10% (da 162 a 147 per dollaro in poche settimane), i trader si sono affrettati a chiudere le posizioni, generando vendite simultanee e diffuse.

Il governo giapponese ha tentato di intervenire spendendo circa 17 miliardi di dollari per acquistare yen nella notte tra il 4 e il 5 agosto, ma senza riuscire a invertire la dinamica. Si tratta, in realtà, di una strategia già vista, difatti dal 2000 in avanti le autorità hanno bruciato complessivamente oltre 1 2000 miliardi di dollari di riserve valutarie per rallentare la caduta della moneta spesso senza risultati duraturi.

Il contesto macroeconomico giapponese rende questo equilibrio particolarmente fragile, un debito pubblico pari al 263% del PIL, una banca centrale che da anni monetizza i deficit e una base di investitori domestici (banche, assicurazioni, fondi pensione) sempre più esposta. La politica monetaria ultra-accommodante ha garantito tassi bassi a grande liquidità, ma a costo di una crescente dipendenza dall'attivismo della BoJ.

L'elemento di rottura è stato l'aumento inatteso dei tassi da parte della BoJ (+0,25 punti percentuali), in risposta a un'inflazione core salita al 2,9%. Nello stesso periodo, negli Stati Uniti i dati macroeconomici deboli avevano fatto ipotizzare tagli ai tassi da parte della Fed, riducendo ulteriormente il differenziale di rendimento a favore del carry trade. Se ad agosto 2023 il differenziale tra titolo biennali USA e Giappone era intorno al 5%, dopo le mosse di agosto 2024 era sceso al 3,67%. Questo significava che un ulteriore apprezzamento dello yen poteva azzerare i guadagni e trasformare il trade in perdita.

Molti operatori impossibilitati a liquidare immediatamente le posizioni sui mercati azionari americani (chiusi per fuso orario) hanno scaricato i futures notturni, amplificando la caduta di tutti gli strumenti finanziari collegati. La correlazione tra yen e Borsa di Tokyo, salita negli anni fino a 0,7, ha fatto sì che anche il Nikkei precipitasse in parallelo, perdendo oltre il 12% in un solo giorno.

Dopo la turbolenza del 5 agosto, gli effetti si sono visti anche a livello globale. Le borse mondiali, già sopravvalutate in molti casi, hanno subito un'accelerazione della correzione in atto. Alcuni mercati, come quello italiano e spagnolo, hanno riportato valutazioni più in linea con la media storica (P/E intorno a 10), mentre gli Stati Uniti restano caratterizzati da multipli molto elevati (P/E oltre 3 deviazioni standard dalla media ventennale).⁷

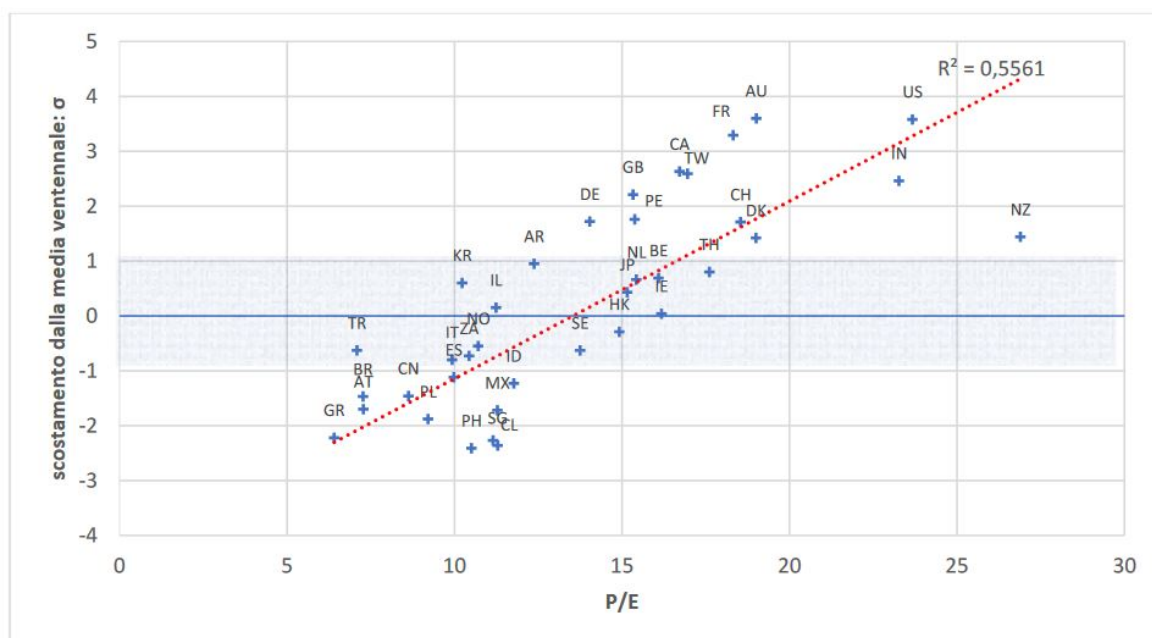


Figura 7 La valutazione fondamentale delle borse mondiali alla chiusura del 5 agosto 2024. P/E medio e distanza in deviazione standard dalla media ventennale. Fonte: Mondo Economico.

Il 6 agosto si è assistito a un parziale recupero, ma la vicenda ha mostrato con chiarezza i limiti della strategia giapponese. Per trent'anni il Paese ha potuto monetizzare il debito

⁷ Un criterio diffuso per misurare la valutazione dei mercati è il Price/Earnings (P/E), ovvero il rapporto tra il prezzo corrente delle azioni e l'utile futuro generato, ricavato dai dati storici e assumendo l'assenza particolari variazioni. Intuitivamente, questo rappresenta l'inverso del rendimento e più alto è l'indice minore è la redditività. (Fonte: Mondo Economico)

grazie a una bassa inflazione e un surplus commerciale, ma il nuovo contesto globale ha incrinato questa stabilità.

3.3 EVT e carry trade

Le operazioni di carry trade contribuiscono a rendere i mercati valutari più stabili, accelerando l'aggiustamento ai fondamentali, oppure generano instabilità alimentando bolle speculative e crash di mercato?

La letteratura accademica e l'evidenza empirica non forniscono una risposta univoca. Difatti, se da un lato il carry trade valuta e migliora la trasmissione dei differenziali di tassi, dall'altro la natura fortemente pro-ciclica di tali operazioni, unita all'uso intensivo della leva finanziaria, espone i mercati valutari a rischio di instabilità, amplificando lo shock improvviso e generando episodi di crash.

La teoria dei valori estremi rappresenta un approccio particolarmente efficace nell'analisi del rischio di coda insito nelle strategie di carry trade, dal momento in cui consente di focalizzarsi non tanto sul comportamento medio dei rendimenti, quanto sulla probabilità e sull'intensità degli eventi estremi. Nel contesto del short-yen carry, la perdita è naturalmente definita come un apprezzamento improvviso dello yen (ad esempio a causa di un rendimento negativo di USD/JPY o di cross ad alto rendimento).

Attraverso l'approccio Peaks Over Threshold si selezionano i ritorni peggiori al di sotto di una soglia elevata (es. il 99-esimo percentile), modellando gli eccessi oltre detta soglia attraverso una Generalized Pareto Distribution. La bontà della soglia scelta si verifica tramite strumenti "diagnostici" come l'indice di coda ξ , ovvero il parametro che descrive la pesantezza della stessa. A partire dalla GPD stima, si possono calcolare VaR ed Expected Shortfall a livelli elevati di confidenza. Queste metriche forniscono una quantificazione del potenziale di perdita in scenari estremi di short-squeeze sullo yen. A differenza della simulazione storica, che si limita al campione osservato, l'EVT consente di estrapolare oltre i dati disponibili, in modo coerente con le proprietà asintotiche della distribuzione dei massimi (o minimi). Ciò è cruciale perché i drawdown più severi del carry trade derivano, in molti casi, da spirali di liquidità e margin calls, che eccedono di gran lunga la variabilità "normale" dei rendimenti valutari.

Tuttavia, un'applicazione puramente statica dell'EVT rischia di sottostimare la natura dinamica e time-varying della volatilità. Per questo motivo l'analisi EVT viene spesso combinata con modelli di volatilità condizionata per catturare la natura nel tempo della stessa. Inoltre, estendendo l'analisi a un contesto multivariato, si possono studiare le tail-

dependence tra valute, equity e credito. Difatti, nei momenti di deleveraging, sono frequenti correlazioni endogene che annullano i benefici della diversificazione.

3.3.1 Applicazione dell'EXT: un approccio previsionale e regolatore

Le applicazioni della teoria dei valori estremi non si limitano all'analisi accademica, ma gli istituti di intermediazione finanziaria integrano le metriche nei propri sistemi di risk management e nei framework di stress testing. In presenza di segnali di tensione sui mercati (come un incremento del VIX, un indice di volatilità dell'indice SP&P 500 a 30 giorni, o del TED spread), la probabilità di crash del carry trade cresce. Le metriche EVT permettono di ricalibrare ex ante il VaR e l'ES, offrendo un indicatore quantitativo del rischio di coda condizionato allo stato del mercato. Inoltre, le autorità di vigilanza possono includere scenari estremi nelle prove di stress prudenziali, andando oltre le assunzioni gaussiane. Ad esempio, nel caso di cross valutari, l'EVT consente di simulare short-squeeze improvvisi coerenti con l'evidenza empirica (skewness negativa osservata nei rendimenti fisici e negli indicatori risk-neutral come i risk reversals). Per cui l'EVT consente di tradurre le evidenze empiriche microstrutturali, come l'unwinding e le dinamiche di liquidità, in metriche quantitative per il presidio del rischio, fungendo al contempo da supporto operativo e da strumento di policy macroprudenziale.

3.3.2 Trigger e canali di trasmissione di una crisi/stress

La trasformazione di un carry trade profittevole in un evento di coda catastrofico raramente dipende da un mutamento graduale dei fondamentali, ma al contrario è il risultato di shock di liquidità e di comportamenti non lineari degli operatori.

Ad esempio, un improvviso aumento dell'avversione al rischio, dovuto a forti tensioni sui mercati monetari o con il rialzo degli indici di volatilità sui titoli, porta a un aumento del TED spread, riducendo la leva disponibile e innescando margin calls e forzando la liquidazione delle posizioni. Un ulteriore trigger in grado di scatenare una crisi riguarda le decisioni monetarie, come il rialzo inatteso dei tassi o le modifiche al regime di controllo della curva dei rendimenti, che possono alterare in modo repentino i differenziali di interesse che sostengono la logica del carry. Anche la chiusura simultanea di posizioni short yen amplifica l'apprezzamento della valuta giapponese, generando perdite ingenti in tempi brevissimi. Questo rischio è riflesso nei mercati delle opzioni, dove i risk reversals mostrano sistematicamente un'asimmetria più negativa per le valute d'investimento.

Le perdite sui cambi portano a richieste di margini, che forzano ulteriori liquidazioni, alimentando nuove pressioni al ribasso sugli asset. Questo processo circolare produce le c.d.

spirali di liquidità che rappresentano la quinta essenza degli eventi di coda nei carry trades. Le analisi Var mostrano che shock positivi ai differenziali di tasso, aumentano il rendimento medio del carry, ma al tempo stesso accentuano l'asimmetria per i trimestri successivi, aumentando la volatilità di mercato. Inoltre, le valute con caratteristiche simili (es. high-yield vs funding) tendono a muoversi insieme nei momenti di crisi, per cui portafogli "diversificati" su più carry trades non sono lontani dal rischio di coda, dal momento in cui nei momenti di "flight to quality" o "flight to liquidity" tutte le posizioni subiscono perdite simultanee. Un rafforzamento repentino dello yen e un rialzo dei rendimenti sui JGB a lungo termine possono ridurre la propensione al rischio degli investitori domestici, incidere negativamente sul mark-to-market di banche e assicurazioni fortemente esposte a titoli pubblici, e minare la liquidità del mercato obbligazionario giapponese, per cui il monitoraggio degli eventi estremi nei carry trade è fondamentale più in generale per garantire una stabilità macro-fiscale, non solo nazionale ma anche globale.

3.4 Preoccupazioni future e conclusioni

Per concludere, il disfacimento delle posizioni di carry trading sullo yen non rappresenta soltanto una difficoltà circoscritta all'economia giapponese, ma potrebbe portare ad uno scenario di crisi finanziaria globale, minando la stabilità dell'economia mondiale.

L'apprezzamento repentino dello yen costringerebbe gli operatori a liquidare in fretta gli asset acquistati a leva e a chiudere i prestiti in yen. Da qui nascerebbe una spirale di deleveraging, fatta di vendite forzate, perdite diffuse e tensioni che inevitabilmente si propagherebbero anche ai mercati emergenti, spesso destinatari dei flussi di capitale del carry trade.

La portata di uno shock simile dipenderebbe però in larga parte dal contesto istituzionale e normativo in cui le banche e gli intermediari si trovano ad operare. All'indomani della crisi del 2007-2009, era chiaro che il quadro normativo allora in vigore presentava delle lacune, con conseguenze già previste dal Fondo monetario internazionale nel 1997, il quale a conclusione di una stagione di fallimenti bancari, espresse preoccupazioni sulle conseguenze di tali eventi, con risultati simili a quelli registrati durante la Grande Recessione.

Per colmare tali lacune, nel 2009 il Comitato di Basilea introdusse un pacchetto normativo noto come "Basilea II.5", che andò ad aggiungere al requisito del VaR anche una componente per il rischio di default e di migrazione dei rating sui titoli non cartolarizzati, innalzò i requisiti patrimoniali per gli intermediari finanziari e ridusse l'arbitraggio regolamentare. Successivamente con il "Fundamental Review of the Trading Book", la

misura di rischio principale fu sostituita con l'Expected Shortfall. Con Basilea III, il Comitato introdusse innovazioni più profonde, ad esempio i buffer di capitale per la conservazione e quelli anticiclici, pensati per accumulare riserve nelle fasi positive del ciclo, i requisiti di liquidità, come il Liquidity Coverage Ratio e il Net Stable Funding Ratio, e un limite minimo al rapporto di leva, per impedire che l'indebitamento eccessivo diventasse nuovamente un canale di fragilità.

Tuttavia, resta centrale un'applicazione coerente e coordinata a livello internazionale, difatti nessuna regola può da sola impedire che il disfacimento di strategie come il carry trade si trasformi in una crisi sistemica. Per questo la combinazione tra un'architettura regolatoria robusta e strumenti di analisi come l'Extreme Value Theory, capaci di stimare in maniera realistica i rischi di coda, rappresenta oggi l'unico modo per preparare il sistema finanziario a shock improvvisi e potenzialmente devastanti.

Bibliografia

- A. J. McNeil, R. F. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach. *Journal of Empirical Finance*.
- B. Kelly, H. J. (2014). *Tail Risk and Asset Prices* . Oxford University Press.
- Basel Committee on Banking Supervision*. (2006). Bank for International Settlements.
- Brusuelas, J. (2024, August 5). *Notes on a classic market panic: Unwinding of the yen-based carry trade*. Tratto da realeconomy.rsmus: <https://realeconomy.rsmus.com/notes-on-a-classic-market-panic-unwinding-of-the-yen-based-carry-trade>
- C. Acerbi, D. T. (2003, December 02). Expected Shortfall: A Natural Coherent Alternative to Value at Risk. In *Economic Notes*. Wiley. Tratto da <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/1468-0300.00091>
- C.W.S. Chen, R. G. (2011). Bayesian Forecasting for Financial Risk Management, Pre and Post the Global Financial Crisis . *Journal of Forecasting*.
- Coles, S. (2001). *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer.
- Conti, G. (2017). *Le misure di rischio nelle banche: il VAR e l'Expected Shortfall (parte 1)*. Tratto da mathisintheair: <https://www.mathisintheair.org/wp/2017/08/le-misure-di-rischio-nelle-banche-il-var-e-lexpected-shortfall-parte-1/>
- Conti, G. (2017). *Le misure di rischio nelle banche: l'expected shortfall*. Tratto da mathisintheair: <https://www.mathisintheair.org/wp/2017/10/le-misure-di-rischio-nelle-banche-lexpected-shortfall/>
- D'Agostini, G. (2001). *Distribuzione normale*. Tratto da roma1: <https://www.roma1.infn.it/~dagos/PRO/node178.html>
- Danielsson, J. (2011). *Financial risk forecasting: The theory and practice of forecasting market risk with implementation in R and Matlab*. Wiley.
- Distribuzioni di valori estremi*. (s.d.). Tratto da Tecram: <https://www.reliability.it/distribuzioni-di-valori-estremi>
- Dupuy, P. (2015). The tail risk premia of the carry trades. *Journal of International Money and Finance*.
- Fabbro, G. (s.d.). *Caratteristiche statistiche delle serie storiche frattali I*. Tratto da performancetrading: https://www.performancetrading.it/Documents/GfAnalisi/GfA_cCaratteristiche1.htm
- Glossario finanziario - Value at Risk*. (s.d.). Tratto da borsaitaliana: <https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/value-at-risk.html>
- Green, A. (2015). Regulation: the Basel II and Basel III Frameworks. In *XVA: Credit, Funding and Capital Valuation Adjustments*. Wiley.

- Gregory, J. (2024, September 2). *Yen carry trade volatility a reminder that trusted technology and partnerships matter*. Tratto da iongroup: <https://iongroup.com/blog/markets/yen-carry-trade-volatility-a-reminder-that-trusted-technology-and-partnerships-matter>
- H. White, T. K. (2013). VAR for VaR: Measuring tail dependence using multivariate regression quantiles. *Journal of Econometrics*.
- H. White, T. K. (2015). VAR for VaR: Measuring tail dependence using multivariate regression quantiles. *Journal of Econometrics*, 169-188.
- Hull, J. (2015). *Risk Management and Financial Institutions*. Wiley.
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk*. McGraw-Hill.
- Livingston, E. (2003). Who was student and why do we care so much about his t-test? *Journal of Surgical Research*.
- M. Hattori, H. S. (2009). *Previous Article Next Article Yen Carry Trade and the Subprime Crisis*. eLibrary.
- M. Moschella, E. T. (2013). Regulating finance after the crisis: Unveiling the different dynamics of the regulatory process. In *Regulation & Governance* (p. 407-416). Wiley.
- M.K. Brunnermeier, S. N. (2009). Carry Trades and Currency Crashes. In *NBER Macroeconomics Annual 2008, Volume 23*. University of Chicago Press.
- M.R.C. van Oordt, C. Z. (2016). Systematic Tail Risk. *Journal of financial and quantitative analysis*, 685–705.
- McNeil, A. (2015). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press.
- Minini, A. (s.d.). *La distribuzione normale*. Tratto da andreaminini.org: https://www.andreaminini.org/statistica/distribuzione-normale#google_vignette
- Monti, A. (2008). *Introduzione alla statistica*. Edizioni Scientifiche Italiane.
- Moore, D. (2005). *Statistica di base*. Apogeo.
- N. Roubini, S. M. (2010). *Crisis Economics a crash course in the future of finance*. New York: The penguin press.
- P. Choi, K. N. (2008). Asymmetric and leptokurtic distribution for heteroscedastic asset returns: The SU-normal distribution. *Journal of Empirical Finance*, 41-63.
- P. Embrechts, C. K. (1997). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*.
- R. Baciocchi, E. S. (s.d.). Calcolo della Concentrazione Rappresentativa della Sorgente (CRS). *Applicazione dell'analisi di Rischio ai siti Contaminati*. Università Tor Vergata.

Rischio di coda misurazione del rischio di coda attraverso il valore condizionale a rischio. (2025, May 12). Tratto da fastercapital: <https://fastercapital.com/it/contenuto/Rischio-di-coda--misurazione-del-rischio-di-coda-attraverso-il-valore-condizionale-a-rischio.html>

Rixen, T. (2013). Why reregulation after the crisis is feeble: Shadow banking, offshore financial centers, and jurisdictional competition . In *Regulation & Governance* (p. 435-459). Wiley.

Rocco, M. (2013, June 11). Extreme value theory in finance: a survey. *Journal of Economic Surveys*, p. 82-108.

Roh, H. (2020, June 17). *Understanding Fat-tailed Distribution.* Tratto da medium: <https://medium.com/data-science/journey-to-tempered-stable-distribution-part-1-fat-tailed-distribution-958d28bc20c>

Russo, G. (2024, August 6). *Correzione o crisi? Il mercato azionario dopo il lunedì nero della Borsa giapponese.* Tratto da mondoeconomico: <https://mondoeconomico.eu/sviluppo-e-economia/correzione-o-crisi-il-mercato-azionario-dopo-il-lunedì-nero-della-borsa-giapponese-5-agosto>

Supervision, B. C. (2011). *Revisions to the Basel II market risk framework (updated version).* Bank for International Settlements.

Wicklin, R. (2014, October 13). *Fat-tailed and long-tailed distributions.* Tratto da sas: <https://blogs.sas.com/content/iml/2014/10/13/fat-tailed-and-long-tailed-distributions.html>

Wicklin, R. (2025, July 7). *Noncentrality parameters and confidence intervals.* Tratto da sas: <https://blogs.sas.com/content/iml/2025/07/07/noncentrality-parameters.html>

Yen Carry Trade Unwind Threatens Global Markets. (2025, August 17). Tratto da seekingalpha: <https://seekingalpha.com/article/4814303-yen-carry-trade-unwind-threatens-global-markets>

Yen Carry Trade Unwind Threatens Global Markets. (2025, August 17). Tratto da seekingalpha: <https://seekingalpha.com/article/4814303-yen-carry-trade-unwind-threatens-global-markets>

Yuxuan, T. (2024, October 16). *Amid rate cuts, do carry trades still work?* Tratto da jpmorgan privatebank: <https://privatebank.jpmorgan.com/nam/en/insights/markets-and-investing/amid-rate-cuts-do-carry-trades-still-work>