

Facoltà di Economia e direzione
delle imprese (Finanza d'impresa)

Cattedra di Economia del mercato
mobiliare (corso progredito)

LA CARTOLARIZZAZIONE DEL
RISCHIO CATASTROFALE:
STRATEGIE DI PRICING DEI CAT BOND

RELATORE
Professor Claudio Boido

CORRELATORE
Professor Gennaro Olivieri

CANDIDATO
Valerio Pizzoli
Matr. 626301

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

INDICE

1. Introduzione
2. La cartolarizzazione del rischio catastrofe: i *Cat Bond*
3. Strategie di *pricing* dei *Cat Bond*
4. Possibili evoluzioni del mercato dei *Cat Bond* e conclusioni personali

1. INTRODUZIONE

Le catastrofi possono essere suddivise, in senso assicurativo, in due categorie a seconda della causa che le ha generate.

Si parla di **catastrofi naturali** se sono causate da forze della natura. L'entità dei danni provocati da tali calamità dipende dalle misure di prevenzione adottate, dalle tecniche di costruzione delle infrastrutture colpite, dalla violenza degli elementi naturali che li generano, dalla forma e dalla struttura delle zone colpite e da fattori casuali (come, ad esempio, l'ora in cui l'evento si è realizzato).

Esempi di catastrofi naturali sono i terremoti, le tempeste, i maremoti, gli uragani, le eruzioni vulcaniche, le inondazioni e le valanghe. Molto spesso eventi di tale tipo non possono essere controllati dall'uomo e si può solamente cercare di limitare i danni potenziali adottando adeguate misure di prevenzione.

Se le catastrofi sono provocate dallo svolgimento di particolari attività umane, esse vengono definite **catastrofi tecniche**. Rientrano in questa categoria i grandi incendi industriali, l'inquinamento dell'aria, dell'acqua, del suolo, nonché tutti i tipi di disastri aerei, ferroviari e marittimi.

Perdite da catastrofi naturali non soddisfano la condizione di indipendenza stocastica¹ e, di conseguenza, non sono localmente assicurabili². Un singolo evento catastrofale può causare perdite

¹ L'indipendenza stocastica di due eventi A e B si ha quando il verificarsi di uno non modifica la probabilità di verificarsi dell'altro, ovvero quando la probabilità condizionata $P(A | B)$ oppure $P(B | A)$ è pari rispettivamente a $P(A)$ e $P(B)$.

² Un obiettivo dell'assicurazione è quello di diversificare il rischio. Le compagnie assicurative assumono i rischi di consumatori e imprese e li diversificano emettendo un elevato numero di polizze. In linea di massima, un rischio è assicurabile se:

- i danni degli assicurati si verificano casualmente e sono tra loro statisticamente indipendenti;

simultanee ad un elevato numero di assicurati, quindi non consente di beneficiare di una possibile diversificazione³. Rischi non assicurabili localmente possono essere, però, diversificati globalmente tramite il mercato riassicurativo⁴.

Vi sono rischi, per i quali il mercato non offre copertura riassicurativa, che non possono essere diversificati nemmeno su scala globale. Si tratta di rischi per i quali è molto difficile trovare copertura a causa della severità e/o della non conoscenza della distribuzione degli eventi⁵.

Talvolta rischi prima assicurabili possono diventare inassicurabili a causa, per esempio, di cambiamenti nelle normative. Così come se fosse necessaria una copertura statale per un rischio inassicurabile per cause di forza maggiore (quali motivi politici e/o sociali), lo Stato dovrebbe intervenire (tramite sovvenzioni, garanzie o normative) per evitare un fallimento del riassicuratore che determinerebbe obbligazioni maggiori di quanto previsto per gli assicuratori (clienti di quest'ultimo), con rischio di fallimento, legato all'impossibilità di soddisfare gli obblighi assunti con i titolari delle polizze, anche per le compagnie assicurative.

La riassicurazione consente all'assicuratore (diretto) di ridurre la propria posizione aleatoria, trasferendo una parte dei propri rischi su un altro assicuratore (indiretto).

-
- se esiste un limite massimo di danno;
 - se è applicabile la legge dei grandi numeri.

I rischi che riportano queste caratteristiche possono essere assicurati su scala locale.

- ³ I rischi catastrofali sono legati ad eventi che colpiscono contemporaneamente più enti o più persone.
- ⁴ Rischi dipendenti a livello locale, possono essere indipendenti su scala globale, come, per esempio, il rischio di tornado nell'America Centrale rispetto a quello in Australia.
- ⁵ Si pensi, per esempio, alla difficoltà nel reperire coperture antiterroristiche per le compagnie di volo all'indomani dell'11 settembre 2001.

Nel biennio 2004-2005, a causa di danni provocati dagli uragani (si sono succeduti sei tra i primi dieci uragani più grandi mai registrati negli Stati Uniti, in termini di perdite assicurate), il ramo catastrofale del settore riassicurativo è stato messo a dura prova, rispondendo complessivamente bene. Poche compagnie riassicurative si sono rivelate insolventi, il *combined ratio* (rapporto tra sinistri e premi incassati) si è mantenuto relativamente moderato rispetto ad altri eventi catastrofali del passato e il settore ha mostrato una buona capacità nel reperire nuovo capitale.

La sottoscrizione di rischi con limiti molto elevati senza la necessità di accantonare capitale addizionale richiede la ripartizione del rischio assunto tra più assicuratori. La ripartizione avviene mediante i contratti di riassicurazione e coassicurazione. Mentre la seconda è una mera forma di condivisione del rischio assicurativo, la riassicurazione costituisce una modalità di protezione finanziaria che permette di ridurre le posizioni aleatorie trasferendo una parte dei rischi assunti ad altre compagnie assicurative⁶.

In generale, un contratto riassicurativo può essere di due tipi:

1. Proporzionale, se prevede la cessione di una parte del rischio al riassicuratore e la partecipazione di quest'ultimo al rimborso dell'eventuale danno, in misura proporzionale alla quota percentuale di rischio assunta;
2. Non proporzionale (*excess of loss*), se prevede la possibilità di recuperare dal riassicuratore i sinistri che eccedono una certa cifra,

⁶ Un contratto di riassicurazione crea un rischio di credito allorché i rimborsi riassicurativi vengono iscritti come posta di bilancio da molte compagnie. Ciò si verifica nel caso in cui vengano contabilizzate le perdite da sinistri già al netto dei presunti rimborsi riassicurativi, esponendosi al rischio di insolvenza della controparte riassicurativa.

entro un limite massimo stabilito⁷. Nella prassi, una garanzia riassicurativa *excess of loss*, che pone a carico del riassicuratore l'importo eccedente la priorità (*l*) nei limiti della portata (*m*), è sinteticamente indicata come **copertura del layer**. In genere, un programma riassicurativo prevede più *layer* consecutivi ed un solo riassicuratore può essere coinvolto su più di una copertura.

Froot (2001) mostra come, nella riassicurazione catastrofale, il mercato non garantisca un'offerta adeguata per la copertura dei *layer* più alti (quelli con ampiezza maggiore e minore esposizione) e come i premi riassicurativi per la copertura degli stessi siano multipli delle perdite attese⁸.

Queste inefficienze nel settore catastrofale possono essere ricondotte a diverse cause: capitali insufficienti nella riassicurazione, potere di mercato dei riassicuratori, *frictional cost* elevati ed eventuali interventi ex-post di terzi (come lo Stato) che eliminano l'incentivo a riassicurarsi.

Il presente lavoro si pone l'obiettivo di introdurre lo strumento della cartolarizzazione del rischio catastrofale come alternativa alla riassicurazione tradizionale.

Gli aspetti principali di questo tema saranno trattati nel secondo capitolo, laddove verrà anche introdotto lo strumento finanziario-assicurativo delle obbligazioni basate sul rischio catastrofale, i c.d. *catastrophe bond* o, più semplicemente, *cat bond*. Inoltre, verranno toccati i primi aspetti relativi alle modalità di emissione dei *cat bond* ed ai principali attori di mercato coinvolti nella trattazione dei *cat bond*. Nel terzo capitolo, saranno trattate alcune delle diverse alternative

⁷ Vi è analogia con i più familiari concetti assicurativi di franchigia e massimale che nel gergo riassicurativo prendono il nome di priorità e portata.

⁸ Il rapporto prezzi/perdite attese solitamente va da 4 a 5.

disponibili per la scelta della strategia di *pricing* da adottare per i *cat bond*.

Essendo uno strumento finanziario relativamente nuovo ma ancora non particolarmente diffuso, nel quarto capitolo verrà affrontata un'analisi delle possibili evoluzioni future del mercato, anche alla luce del dibattito relativo alla proposta di Direttiva comunitaria Solvency II (che ha lo scopo di estendere la normativa di Basilea II al settore assicurativo). Inoltre, verranno riportate delle conclusioni personali ed alcune riflessioni sulla situazione attuale del mercato dei *cat bond*.

2. LA CARTOLARIZZAZIONE DEL RISCHIO CATASTROFALE: I CAT BOND

Una delle modalità preferite dagli assicuratori per far fronte ai costi finanziari dei danni da catastrofi, è stata rappresentata dal crescente ricorso alla cartolarizzazione in maniera da realizzare immediatamente il valore di *asset* che producono liquidità.

Il trasferimento del rischio in un mercato riassicurativo ha conseguenze ben diverse da quelle di un tipico mercato finanziario. Mentre tramite i mercati finanziari si ricerca la “copertura” da un rischio legato ad un evento con l’obiettivo di consolidare (o incrementare) rendimenti attesi, il ricorso al mercato assicurativo è necessario per “coprirsi” finanziariamente dai danni fisici e dal deterioramento delle aspettative causati da eventi catastrofici⁹, al fine di garantirsi un finanziamento - basato sugli indennizzi - della ricostruzione delle infrastrutture, nonché un sostegno ad un eventuale calo della domanda di mercato.

L’aspetto della ricostruzione successiva ad un evento catastrofico ricade, inevitabilmente, sul mercato assicurativo. Nella valutazione del rischio, pertanto, una compagnia assicurativa non considera soltanto le aspettative di realizzazione dell’evento, ma soprattutto le ricadute dello stesso sul sistema economico, finanziario, politico e sociale.

Nell’ottica di “assicurare” una variabile indefinita ed indefinibile, includendo il rischio corrispondente in coperture assicurative “multi-evento”, è stato ritenuto vantaggioso utilizzare strumenti che consentono trasferire sugli investitori anche i rischi derivanti da catastrofi naturali tramite la loro cartolarizzazione.

⁹ I rischi catastrofici sono quelli legati agli eventi che hanno come conseguenza quella di colpire contemporaneamente più enti o più persone.

Il principale approccio seguito nella cartolarizzazione P&C (*Property and Casualty*)¹⁰ è rappresentato dalle obbligazioni basate su catastrofi (*cat bond*), le quali fungono da protezione collaterale per il rischio di eventi estremi, annullando il rischio di controparte contro il pagamento di un prezzo fisso pluriennale.

Nel trasferimento del rischio assicurativo, i *cat bond* rappresentano una forma alternativa alla riassicurazione tradizionale. Essi offrono una soluzione potenziale di copertura nei confronti di eventi poco frequenti e di elevata gravità, trasferendo il rischio in bilancio del riassicuratore sul mercato dei capitali. I *cat bond* possono, dunque, essere una valida soluzione per la copertura dei *layer* più alti, che sono caratterizzati da bassa probabilità di accadimento ed alta severità.

I *Cat Bond* permettono, quindi, alle compagnie di (ri)assicurazione di trasferire sul mercato dei capitali parte (se non la totalità) del rischio assicurato.

L'origine dei *cat bond* deriva dall'inadeguatezza spesso osservata dei metodi tradizionali di assicurazione e riassicurazione nel fronteggiare l'ampiezza dei danni risultanti da disastri naturali. La concentrazione e l'estensione delle perdite che possono accompagnare gli eventi catastrofici hanno spinto il mondo assicurativo a sfruttare il mercato dei capitali come un mezzo per ridurre l'esposizione, ampliando l'insieme delle parti disposte a sopportare il rischio assicurativo per fenomeni a bassa probabilità ed alto impatto.

I *cat bond* sono emessi a favore di investitori che ricevono interessi a livelli commisurati al rischio di perdita (parziale o totale) del proprio capitale al verificarsi di uno o più eventi catastrofici predefiniti

¹⁰ I bond P&C sono nati nel periodo di mercato c.d. "hard" dei primi anni '90, dopo l'uragano Andrew (agosto 1992), quando la capacità di riassicurazione per le catastrofi era limitata e costosa. Le prime forme fornivano un semplice meccanismo per trasferire i rischi da catastrofe al mercato dei capitali, attenuando le limitazioni della capacità del settore.

(*trigger*), dato che il capitale obbligazionario in tali circostanze verrà utilizzato per pagare lo *sponsor* che si è riassicurato nella transazione.

Pertanto, si tratta di obbligazioni con elevata probabilità di rendimenti superiori a quelli di mercato che, in cambio dell'extrarendimento, possono essere private degli interessi o del capitale (o entrambi) a fronte delle richieste di indennizzo in caso di attivazione di uno o più *trigger*.

Un *cat bond* consiste in uno scambio "capitale contro cedole", in cui il pagamento delle cedole e/o il rimborso del capitale dipende dal verificarsi di uno specifico evento catastrofico. Una compagnia che desidera tutelarsi da un rischio assicurativo, attraverso l'emissione obbligazionaria, stabilirà un particolare rapporto di riassicurazione con un'altra società (*Special Purpose Reinsurance Vehicle*, SPRV) da cui acquista un contratto di riassicurazione. Lo SPRV emette una specifica obbligazione con la quale cede, con la sottoscrizione del *bond*, il rischio assicurativo al mercato dei capitali. In altre parole, la compagnia acquista un trattato di riassicurazione finanziario dallo SPRV "scritto" su (o coperto da) uno specifico *bond* (il *cat bond*), mentre l'investitore acquisterà tale titolo ad un prezzo fissato da apposite organizzazioni (tipo l'*Applied Insurance Research*¹¹) composte da attuari, ingegneri, fisici, meteorologi ed analisti finanziari.

Fissato il prezzo (a seguito di approfondite analisi sulle serie storiche del fenomeno da coprire), viene indicato il valore delle cedole, solitamente più elevato di quello medio offerto dal mercato proprio in virtù del fatto che in caso di catastrofe è previsto il default del titolo.

Il costo totale iniziale dell'investitore sarà dato dal valore nominale (pari al massimo danno probabile causato dall'evento) del *bond* più il prezzo legato al rischio assicurato. I proventi derivanti dalla vendita

¹¹ La *Applied Insurance Research* è una tra le società leader per la modellizzazione del rischio catastrofale.

dell'obbligazione vengono successivamente destinati a fondi creati ad hoc che investono a breve termine, in modo da eliminare il rischio di credito.

Con questo meccanismo il rischio assicurativo viene totalmente riversato sull'investitore, il quale incorpora nel suo portafoglio una scommessa sul verificarsi dell'evento catastrofale. Se quest'ultimo non si verifica (nella regione geografica e nel periodo di tempo delineati dal *bond*), il sottoscrittore riceverà le cedole previste più la restituzione del capitale (valore nominale del *bond*). Viceversa l'investitore perderà il capitale investito che andrà a coprire i danni provocati dalla catastrofe.

La remunerazione del *cat bond* è, dunque, legata all'andamento del *loss ratio*¹² con un limite di perdita inferiore al massimo del prezzo del *bond*.

Lo *sponsor* (generalmente una compagnia di assicurazione o riassicurazione, promotrice dell'emissione) genera un *bankruptcy-remote Special Purpose Reinsurance Vehicle* (SPRV) con lo scopo di produrre una copertura a determinate catastrofi, emettendo *bond* per fornire *collateral* a tale fine. Tale SPRV è generalmente creato in una giurisdizione a fiscalità agevolata (c.d. "paradiso fiscale", come, ad esempio, le Isole Cayman, Bermuda o l'Irlanda).

L'emissione dei *bond* avviene in modo tale da pareggiare la potenziale esposizione dello SPRV nei confronti di uno o più eventi catastrofici. Tali obbligazioni sono abitualmente quotate al di sotto dell'*investment grade*¹³, essendo il *rate* influenzato in primis da fattori strutturali,

¹² Il *Loss ratio* è il rapporto tra i sinistri avvenuti e i premi incassati nello stesso esercizio e periodo amministrativo.

¹³ In funzione della capacità di ripagare il debito, le agenzie di rating classificano le società in *investment grade* (società con un livello di affidabilità da eccellente a buono) e in *speculative grade* (società che essendo più vulnerabili ad incertezze e maggiore esposizione a condizioni avverse presentano un rischio di default da

regolamentari e legali, ma anche dai rischi specifici cui la transazione è esposta e dai risultati del *risk modeling*¹⁴. Tali emissioni sono spesso strutturate in maniera da produrre due o più *tranche* quotate con un'esposizione crescente verso la perdita (vedi Egami e Young, 2007). Fino a che non sia richiesto che vengano indirizzati verso gli investitori o lo *sponsor*, i proventi dei *bond* sono collocati in un conto *collateral* separato che, di norma, risiede nel Regno Unito (a meno che considerazioni normative ne richiedano il deposito presso una società assicurativa garante domiciliata negli Stati Uniti) ed investiti in *asset* ad alto *rating*.

I *cat bond* possono assumere, essenzialmente, due forme:

- la sottoscrizione di un contratto di riassicurazione che copra una parte dell'esposizione (pro rata di copertura);
- la sottoscrizione di una serie di contratti di riassicurazione a copertura delle "fasce di costo extra" (*excess cost layer*). Ogni singolo contratto è detto "*excess-of-loss reinsurance contract*". Tale opzione (più diffusa) comporta minori premi di riassicurazione. In questo caso, il riassicurato acquista un *bull spread*¹⁵(vedi Figura 1) sulle perdite complessive, in cui la *call* lunga ha un prezzo d'esercizio (*strike price*) pari all'estremo inferiore della fascia mentre la *call* corta pari all'estremo superiore. Oltre alle alternative esposte, vi è il caso della "*cash or nothing binary call*" scritta sulle

medio ad elevato). Alla classificazione per merito di credito si aggiungono le considerazioni relative alle variazioni delle dinamiche societarie (che vengono sintetizzate nell'outlook positivo, stabile o negativo).

¹⁴ *Risk modeling* è la metodologia per il calcolo dei rischi a cui è sottoposto un portafoglio di attività. Questo modello si avvale di numerose tecniche per il calcolo dei singoli rischi (VaR, dati storici).

¹⁵ *Bull spread* è uno spread "al rialzo", che può essere costruito comprando una *call* con un certo prezzo d'esercizio e vendendo una *call* con prezzo d'esercizio più alto. Le due opzioni sono scritte sullo stesso titolo e hanno stessa scadenza. Si costruisce questa strategia quando si prevede un rialzo contenuto (differenza tra i prezzi d'esercizio delle due *call*) del titolo sottostante.

perdite, ossia un contratto di riassicurazione che prevede il pagamento di un importo prefissato (*lump sum*) nel caso in cui le perdite superino un certo livello.

Bull spread con due opzioni call

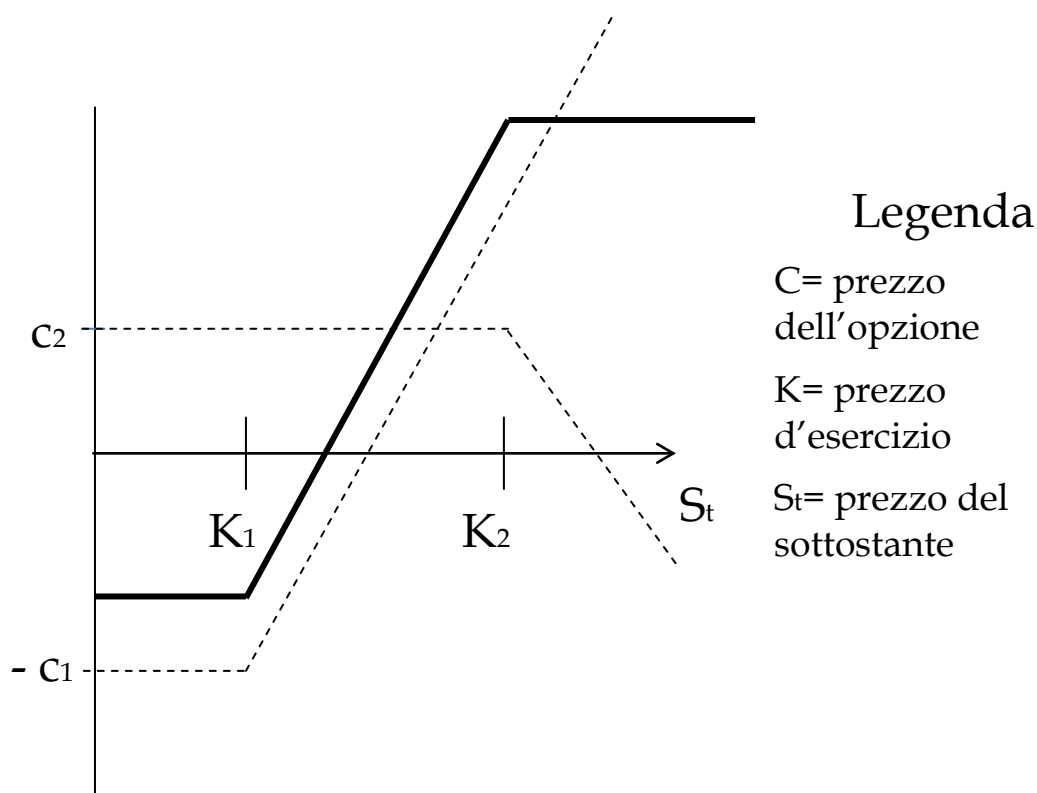


Figura 1

Fonte: produzione personale

All'emissione dei *bond*, lo SPRV può sottoscrivere un accordo di riassicurazione con una compagnia di assicurazione primaria, un accordo di retrocessione con un riassicuratore oppure un contratto di controparte tipo ISDA¹⁶ (*Investment Swaps and Derivatives Association*)

¹⁶ L'ISDA è un'associazione creata dal mercato privato dei derivati negoziati che rappresenta coloro che ne prendono parte. La sua attività è orientata a migliorare il mercato privato dei derivati negoziati attraverso l'individuazione e la riduzione dei rischi nel mercato.

che impegna al pagamento verso lo *sponsor* in caso di occorrenza di uno o più eventi catastrofici predefiniti (*trigger*). In cambio, lo *sponsor* effettua pagamenti periodici allo SPRV (sotto forma di premi di riassicurazione) sufficienti a remunerare lo *spread* rispetto al *benchmark* del tasso di interesse sull'ammontare del capitale *outstanding*¹⁷ dei *bond* e le spese dello SPRV. Tali pagamenti sono quindi utilizzati dallo SPRV per soddisfare le proprie obbligazioni nei confronti dei detentori delle obbligazioni.

* * * * *

Riepilogando, dunque, i *cat bond* sono prestiti obbligazionari legati al verificarsi di un evento aleatorio in cui:

- se non si verifica alcun sinistro, gli investitori ricevono un rendimento sul capitale ed una serie di pagamenti cedolari, che li ricompensano per l'uso dei loro fondi e per l'esposizione al rischio sopportata;
- se si verifica l'evento catastrofico predefinito, gli investitori incorrono in una perdita di interessi, di capitale o di entrambi, in quanto i fondi vengono trasferiti al cedente del rischio, in adempimento del contratto di riassicurazione.

Il meccanismo di copertura di un rischio catastrofale tramite emissione di *cat bond* prevede le seguenti fasi (Figura 2):

¹⁷ Il capitale *outstanding* è il capitale residuo, ovvero il capitale effettivamente ancora impiegato in un investimento in un preciso momento.

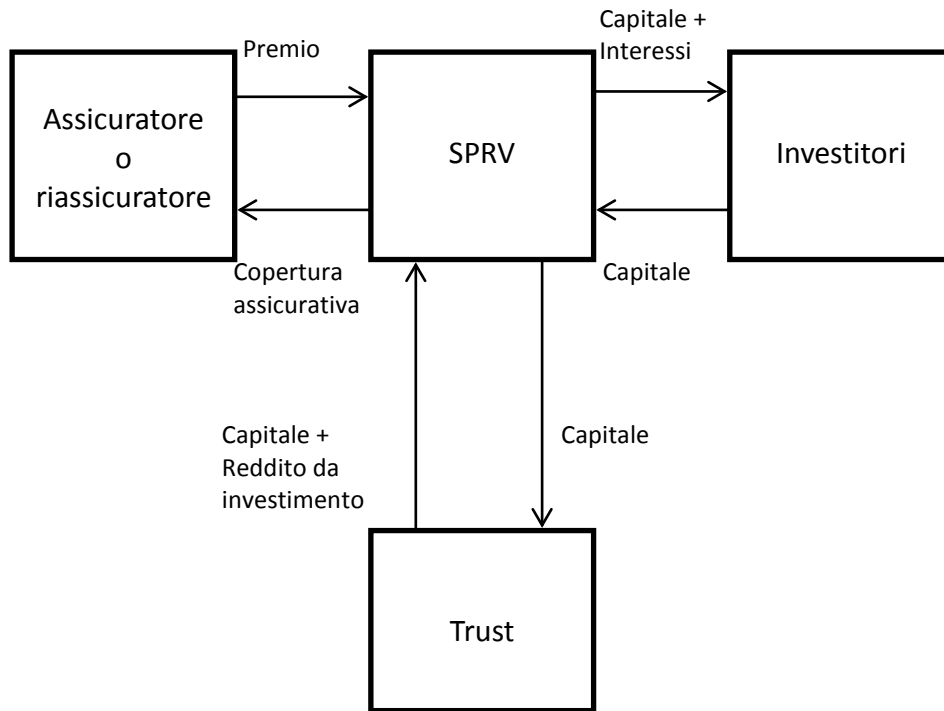


Figura 2

Fonte: produzione personale

1. lo *sponsor* (generalmente una compagnia di assicurazione o riassicurazione, promotrice dell'emissione) stipula un contratto di riassicurazione con un'entità societaria creata ad hoc, un c.d. veicolo riassicurativo finalizzato (*Special Purpose Reinsurance Vehicle, SPRV*). Il capitale dello SPRV, solitamente, fa capo alla stessa (o ad un'altra) compagnia di assicurazione (o di riassicurazione) ed ha, in genere, una struttura di *asset, liability* e status legale tali da rendere le proprie obbligazioni sicure, anche in presenza di fallimento della società madre;
2. con il contratto, lo SPRV, dopo aver ricevuto i premi di riassicurazione dalla compagnia assicurativa, fornisce copertura alla compagnia di

assicurazione (o di riassicurazione) per un insieme di rischi¹⁸;

3. lo SPRV “cartolarizza” i rischi assicurati e struttura un’emissione obbligazionaria nella forma di *cat bond*. Con i fondi raccolti dal collocamento dei titoli tra gli investitori, lo SPRV finanzia un eventuale indennizzo da corrispondere nell’eventualità in cui si verifichi l’evento catastrofe (sottoscritto al punto precedente);
4. lo SPRV deposita, in un conto fiduciario (*trust*), i fondi raccolti dal collocamento dei *cat bond*, nella forma di titoli del Tesoro e di altre attività ad elevato *rating*, nonché i premi incassati per la copertura del rischio. A scadenze prefissate, lo SPRV riceve dal *trust* il reddito degli investimenti effettuati;
5. lo SPRV paga gli interessi agli investitori mediante sia i premi pagati dalla compagnia di assicurazione (o di riassicurazione) sia il rendimento ricevuto dal *trust*;
6. (caso A) l’evento assicurato non si verifica e, quindi, il *cat bond* giunge a scadenza, lo SPRV rimborsa il capitale aumentato e corrisponde gli interessi agli investitori;
6. (caso B) l’evento assicurato si verifica prima della scadenza (ovvero prima della *maturity* del *bond*) ed, in questo caso, gli investitori pagano un indennizzo allo SPRV. Il verificarsi dell’evento riassicurato, infatti, richiede un indennizzo da parte degli investitori allo SPRV, che si concretizza nella perdita del capitale investito da parte degli investitori stessi¹⁹.

A livello generale, i *cat bond* fanno parte delle *Insurance-Linked Securities* (ILS) nei confronti delle quali l’interesse del mercato del reddito fisso è

¹⁸ Per questo motivo, lo SPRV viene definito *bankruptcy-remote entity* in quanto le operazioni che compie sono limitate all’acquisizione e al finanziamento di asset specifici.

¹⁹ Al verificarsi dell’evento catastrofe assicurato (sia questo un uragano, un alluvione o un attacco terroristico), l’investitore perde (in tutto o in parte) sia gli interessi che il capitale.

crescente, poiché:

- offrono investimenti nei confronti di rischi assicurativi specifici (quali, ad esempio, un terremoto in una determinata zona), senza determinare le esposizioni tipiche nei confronti di un rischio puramente assicurativo;
- i fondi sono detenuti in *trust*, quindi l'investitore non sopporta nessun rischio di controparte nei confronti dello *sponsor* delle obbligazioni, l'assicuratore o il riassicuratore;
- sono poco correlati con il mercato azionario e il mercato creditizio, dunque rappresentano una *asset class* adatta per la diversificazione.

I *cat bond* rappresentano soluzioni prettamente finanziarie che aiutano il mercato assicurativo a finanziarsi o a coprire le potenziali perdite derivanti dal verificarsi di catastrofi naturali. Non è infatti molto dissimile il funzionamento dei *cat bond* dalle classiche obbligazioni *corporate*, dal momento che nei primi la situazione di *default* è determinata dall'accadimento della catastrofe, che fa perdere il capitale all'investitore; nelle seconde, invece, il *default* è il fallimento della società emittente. Se, però, in quest'ultima tipologia di emissione il *default* dipende dalle molteplici variabili (finanziarie e non) che possono influenzare il mercato sottostante, nei *cat bond* il *default* è determinato solo da eventi probabilistici "senza memoria" e, come tali, non possono essere considerati come componente principale di un portafoglio di un investitore istituzionale.

Dati gli intermediari specificati nello schema precedente (vedi Figura 2), tra le caratteristiche principali del mercato dei *cat bond* segnaliamo le seguenti:

- i *cat bond* offrono un rendimento agli investitori basato tipicamente sul *London Interbank Offered Rate* (LIBOR), maggiorato di un differenziale predeterminato. Il rendimento di coloro che investono

in *cat bond* è relativamente alto rispetto ai rendimenti offerti da titoli a reddito fisso (come le obbligazioni *corporate*). Nell'ambito di alcune strutture di *cat bond*, peraltro, gli investitori possono dover fronteggiare il rischio di perdere l'intero o buona parte del capitale al verificarsi dell'evento catastrofe assicurato;

- i *rating* dei *cat bond* non sono particolarmente elevati in quanto condizionati dalle grandi perdite potenziali sottostanti all'emissione;
- negli Stati Uniti, i *cat bond* sono offerti solo ad *Investitori Istituzionali Qualificati* nell'ambito della Regola 144A della *Securities and Exchange Commission* (SEC) statunitense e non sono disponibili per l'acquisto diretto da parte di investitori *retail*.

La caratteristica più importante nella definizione del contratto è la puntuale determinazione del *trigger* in base al quale dipenderà l'ammontare del risarcimento riconosciuto al riassicurato e, quindi, l'ammontare di capitale perso dagli investitori²⁰. Se la copertura è

²⁰ Per indice (*trigger*) si intende un'unità di misura definita in modo obiettivo, quantificabile entro un lasso di tempo ragionevole, in questo caso in seguito a un evento assicurato. Gli indici vengono forniti sia dal settore pubblico che da quello privato. Un indice, affinché risulti idoneo per il trasferimento dei rischi assicurativi sul mercato dei capitali, deve soddisfare alcuni criteri fondamentali per essere accettato dagli operatori del mercato finanziario:

- deve essere trasparente, ovvero osservabile, quantificabile e definibile in modo chiaro (i suoi valori devono essere pubblicati al più presto per consentire uno svolgimento rapido delle transazioni finanziarie);
- deve essere esatto, affidabile ed essere sottoposto a un numero quanto più limitato di rettifiche nelle modalità di calcolo;
- deve essere calcolato da provider indipendenti e credibili, tali da minimizzare il rischio soggettivo (*moral hazard*);
- deve essere duraturo nel tempo, tale da massimizzare la sua significatività. I valori storici degli indici che datano indietro nel tempo consentono di effettuare un'analisi esatta nonché un calcolo della correlazione tra l'indice e gli eventi di sinistro pregressi;
- deve essere frequentemente aggiornato, consentendo di valutare in modo più veloce ed esatto la sua correlazione rispetto a determinati eventi.

basata sull'indennizzo, il contratto sarà molto simile ad un tradizionale contratto riassicurativo.

Nella progettazione di un *trigger*, il cedente del rischio (*originator*) deve considerare il *basis risk* a cui va incontro. Il *basis risk* è il rischio che l'ammontare delle perdite a carico dell'emittente (*originator*) sia maggiore dei risarcimenti provenienti dall'SPRV indicati dal *trigger*.

Gli investitori ricercano la massima trasparenza del *trigger*, in modo da minimizzare comportamenti opportunistici dell'*originator*. Quest'ultimo potrebbe, infatti, gonfiare le richieste dei risarcimenti e gestire i sinistri in modo non appropriato in fase di liquidazione. Viceversa, *trigger* controllati solo parzialmente dall'*originator* possono ridurre problematiche di azzardo morale e garantire trasparenza per gli investitori (vedi Lee e Yu, 2002).

Sussiste un *trade-off* tra *basis risk* e trasparenza: i *trigger*, che garantiscono una maggior trasparenza minimizzando fenomeni di azzardo morale, comportano un *basis risk* maggiore per l'*originator*. Per gestire questo conflitto di interessi si utilizzano diversi tipi di *trigger*:

- *Indemnity trigger*: è basato sull'indennizzo e collega il risarcimento alle perdite reali affrontate dall'*originator*. Sostanzialmente un contratto di riassicurazione tradizionale non proporzionale in cui vengono stabiliti l'*attachment point* e l'*exhaustion point* del *bond*. Il primo corrisponde al livello di perdite assicurative oltre il quale capitale degli investitori comincia ad essere utilizzato per risarcimenti (rappresenta quindi la priorità in un contratto tradizionale), il secondo rappresenta invece il livello di perdite assicurative, raggiunto il quale l'intero capitale degli investitori sarà utilizzato per i risarcimenti. Il *basis risk* per questo tipo di *trigger* è minimo, mentre continua a sussistere l'azzardo morale in quanto le richieste dei risarcimenti possono essere gonfiate o non

controllate con attenzione quando le perdite raggiungono il livello dell'*attachment point*;

- *Index trigger*: è basato su un indice dei sinistri relativo all'intero settore²¹. L'idea è quella di stabilire una corrispondenza tra le probabili perdite che può subire il riassicuratore, l'importo da recuperare dagli investimenti e la distribuzione delle perdite del portafoglio di quelle compagnie che riportano i dati per la costruzione dell'indice. L'azzardo morale è ridotto rispetto all'indice precedente, essendo garantita maggior trasparenza agli investitori. L'*originator* è esposto al *basis risk*. La distribuzione dell'attività di questo deve avere qualche somiglianza con quella delle compagnie che contribuiscono alla costruzione dell'indice affinché il *basis risk* non sia troppo alto;
- *Parametric trigger*: una cartolarizzazione basata su un indice parametrico collega il risarcimento alle caratteristiche fisiche dell'evento che causa la perdita (per esempio, può essere presa in considerazione la velocità dei venti o la magnitudo di un terremoto). In questo caso la struttura dei modelli utilizzati è basata esclusivamente sui parametri fisici dell'evento. Utilizzando un *trigger* parametrico si ha un *basis risk* maggiore rispetto ai due casi precedenti ma gli investitori godono di una trasparenza massima, non sussistendo alcuna possibilità di azzardo morale;
- *Industry-Loss trigger*: sono trigger di indice parametrico, costituiscono una versione ottimizzata dei trigger puramente parametrici e si basano su formule complesse e numerose misurazioni particolareggiate;

²¹ Negli Stati Uniti, il *Property Claim Services* (PCS), una divisione di ISO Properties, Inc., effettua, successivamente a un evento catastrofico, una valutazione del sinistro assicurato basata su un'indagine tra gli assicuratori coinvolti. Il PCS mette a disposizione degli operatori di mercato i dati così ottenuti in cambio di una commissione (*fee*).

- *Modeled-Loss trigger*: i danni stimati vengono definiti facendo confluire determinati parametri fisici in un modello in grado di calcolare il danno;
- *Hybrid trigger*: sono indici di tipo multiplo, che impiegano più di un *trigger* in una singola transazione. Questa metodologia è usata essenzialmente in transazioni strutturate su due tipi di rischi contemporaneamente (es. rischio uragano negli Stati Uniti e terremoto in Italia, usando un indice per ogni rischio considerato).

A seguito delle grandi catastrofi del 2004-2005, il settore riassicurativo ha raccolto un ammontare di capitali pari a circa 30 miliardi di dollari. Quasi il 7% (2 miliardi di dollari) dei capitali assorbiti dal settore riassicurativo è stato raccolto emettendo *cat bond*. Secondo lo *US General Accounting Office*²², nei primi anni di diffusione dei *cat bond*, dal 1997 al 2002, ne sono stati emessi 46. Nel 2002 l'ammontare in sospeso per questa tipologia di obbligazioni strutturate era pari a circa 3 miliardi di dollari (tra il 2,5 ed il 3% della componente di rischi catastrofali coperta dal mercato riassicurativo mondiale). Nel novembre 2010, le emissioni di *cat bond* presenti nella banca dati *Bloomberg* erano 112 per un ammontare equivalente di 16,5 miliardi di dollari.

Le prime transazioni mediante SPRV risalgono alla prima metà degli anni '90 a causa degli eventi catastrofici (l'uragano Andrew nel '92, il secondo più distruttivo nella storia degli Stati Uniti, ed il terremoto a Northridge in California nel '94), i quali furono caratterizzati da una limitata e costosa capacità riassicurativa. A quel periodo risalgono, in ambito assicurativo-catastrofale, le prime emissioni di *cat bond* con lo scopo di trasferire i rischi da catastrofe al mercato dei capitali, attenuando le limitazioni della capacità del settore.

²² US General Accounting Office, *Catastrophe Insurance Risks: Status of Efforts to Securitize Natural Catastrophe and Terrorism Risk* (September 2003).

Nel corso degli anni, il tipo di *trigger* per i *cat bond* è passato dai *trigger* di risarcimento ed a indice parametrico a quelli *modeled-loss* e legati a un indice del settore, sebbene ultimamente questa tendenza sia andata stabilizzandosi, riflettendo il mutamento delle necessità dei potenziali *sponsor* di transazioni. In questo modo, i *cat bond* possono attenuare i problemi di azzardo morale e di selezione avversa presenti nel settore riassicurativo ed inoltre possono condurre ad un contenimento del rischio di *default* del riassicuratore.

Condizione necessaria affinché i *cat bond* esprimano i loro potenziali benefici è che i costi di transazione relativi alla loro emissione siano inferiori a quelli di un contratto riassicurativo tradizionale. La presenza di elevati costi di transazione è stata la causa principale del lento sviluppo della loro offerta (fino ad oggi la domanda è sempre stata maggiore dell'offerta). In futuro, in presenza di riduzioni nei costi di transazione e di una portata delle catastrofi, in termini di frequenza e severità, tale da incrementare la scarsità di offerta riassicurativa catastrofale, l'emissione di *cat bond* potrebbe integrare l'offerta riassicurativa, risultandone un valido "ammortizzatore".

I *trigger* per l'indennizzo, nonostante siano stati poco considerati per un lungo periodo, stanno diventando sempre più comuni tra molti grandi emittenti di *bond* negli Stati Uniti. Infatti, pagamenti basati su *trigger* parametrici hanno il vantaggio di evitare il rischio morale e lunghe pratiche di istruttoria poiché la determinazione della perdita è legata ai parametri di un definito evento catastrofico. Se, per esempio, un terremoto si verifica in una predeterminata posizione geografica, il quantum di pagamento sarà calcolato con riferimento alla posizione e dalla magnitudo del terremoto.

È anche possibile correlare i pagamenti ad un indice generico o personalizzato (ossia generato per ogni specifica transazione, che prende alcuni parametri e li inserisce nella formula dell'indice), oppure alle stime di perdite per l'industria nel suo complesso causate

dalla catastrofe definita. I vantaggi conseguiti sono a scapito dell'aumento del *basis risk* potenziale, poiché i rimborsi potrebbero non corrispondere alle perdite effettivamente sostenute.

Nella fase di cartolarizzazione dei rischi assicurati di strutturazione dell'emissione obbligazionaria nella forma di *cat bond*, un aspetto estremamente rilevante, data l'innovazione di prodotto, è quello connesso alla definizione ed al *pricing*. Ricordiamo, infatti, che la raccolta fondi dal collocamento dei titoli deve servire allo SPRV a finanziare un eventuale indennizzo da corrispondere nell'eventualità in cui si verifichi l'evento catastrofale. Di seguito, vengono proposti due schemi che spiegano quali siano gli effettivi flussi di cassa nel processo di investimento in *cat bond*²³.

Il primo schema ipotizza uno scenario in cui la catastrofe ancora non si è verificata, nel quale, dunque, non vi è alcun indennizzo da parte dell'assicuratore verso l'assicurato ed i guadagni sugli investimenti effettuati servono solo a rimborsare i sottoscrittori dei *cat bond*. Il secondo schema rimanda ad una situazione successiva alla catastrofe, nella quale gli investimenti vengono liquidati per indennizzare l'assicurato.

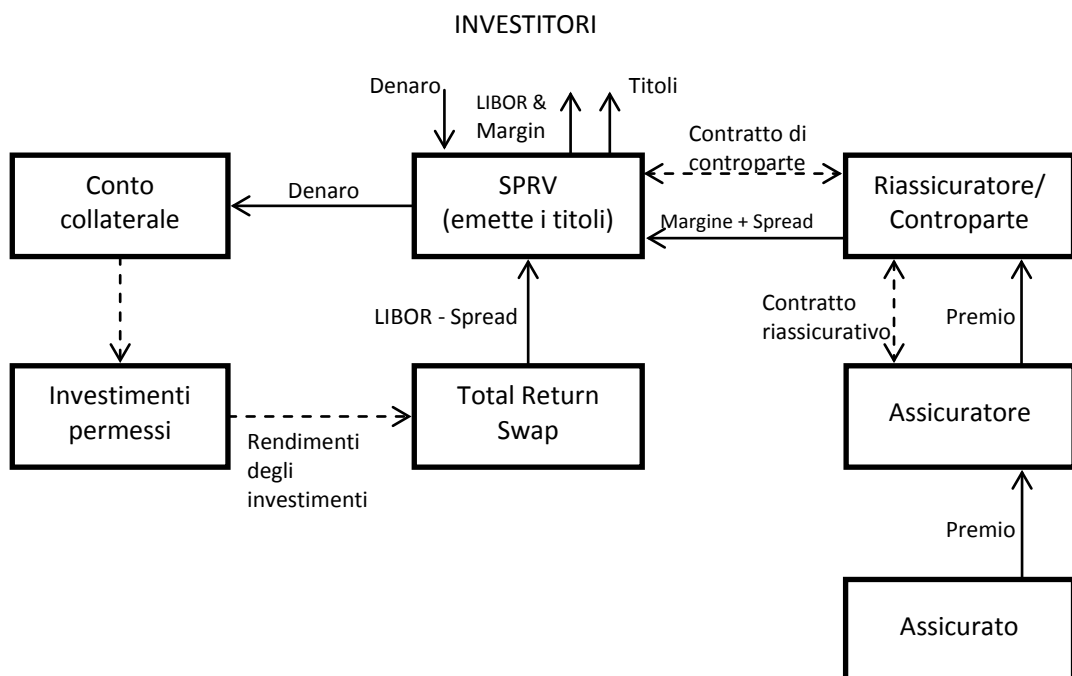
Allo scopo di rendere regolari i flussi di cassa sugli investimenti consentiti, lo SPRV, dunque, tipicamente aderisce in un TRS²⁴ (*Total Return Swap*) con una controparte *swap* ad elevato *rating* nei confronti della quale la controparte TRS effettua dei pagamenti periodici (al

²³ Malcolm Wattman, Christian Parker, Martin Navias, *Catastrophe bonds*, Butterworths Journal of International Banking and Financial Law, October 2007.

²⁴ Total return swap: è un derivato creditizio in base al quale un soggetto, detto "*total return payer*" (acquirente della protezione), cede ad un altro soggetto, detto "*total return receiver*" (venditore della protezione), tutto il rischio ed il rendimento di un sottostante, detto "*reference asset*", a fronte di un flusso monetario che viene pagato secondo determinate scadenze. Il flusso monetario periodico è collegato ad un indicatore di mercato sommato ad uno spread (ad esempio, Euribor + TRS Spread).

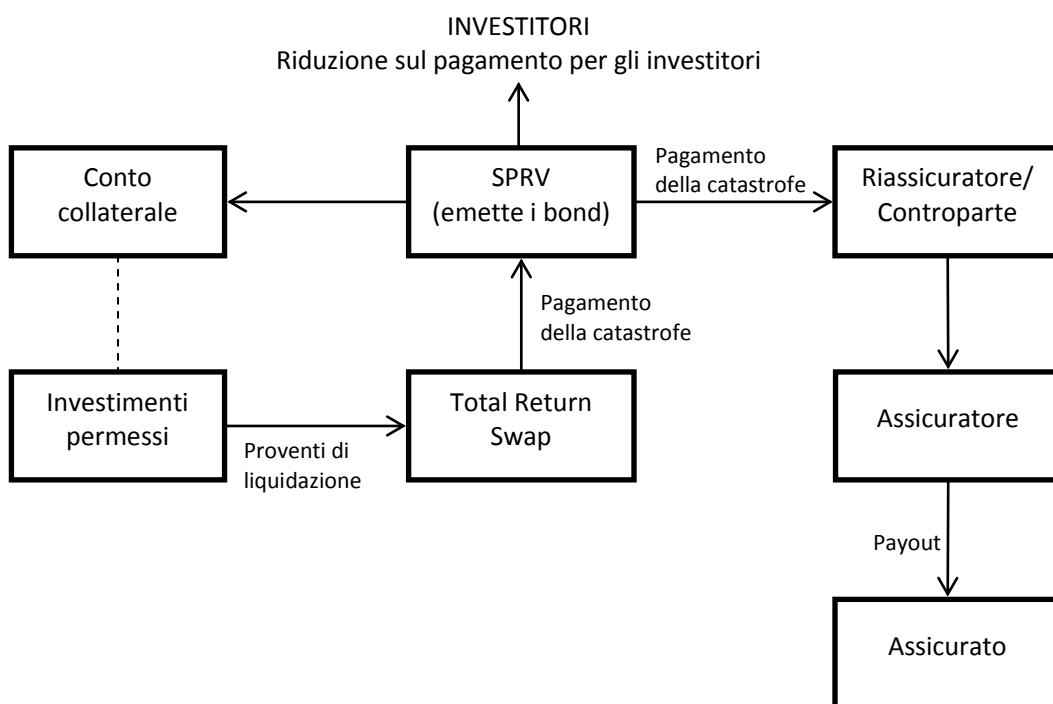
tasso LIBOR o EURIBOR, diminuito di uno *spread* sull'importo del capitale residuo) allo SPRV e, in cambio, la controparte TRS riceve un *cash flow* derivante dai guadagni dello SPRV sui propri investimenti consentiti.

Diagramma 1: Flussi di cassa prima di una catastrofe



Fonte: produzione personale

Diagramma 2: Flussi di cassa a seguito di una catastrofe (ipotizzando un pieno svolgimento)



Fonte: produzione personale

La controparte dello swap rimborserà, inoltre, lo SPRV per qualsiasi perdita subita sui propri investimenti in cambio del ricevimento di ogni guadagno da loro derivante. Come risultato di tali scambi, lo SPRV è in grado di convertire il flusso di reddito derivante dagli investimenti consentiti in un consistente e prevedibile *cash flow* a supporto delle proprie obbligazioni verso i sottoscrittori di *cat bond*.

I pagamenti effettuati dalla controparte dello *swap*, oltre ai pagamenti in base al contratto stipulato, sono utilizzati dallo SPRV per remunerare gli interessi ai detentori dei *bond* per un valore pari al LIBOR (o EURIBOR) più lo *spread* d'interesse necessario ad assicurare che lo *sponsor* e gli obbligazionisti abbiano la disponibilità dei fondi al raggiungimento della *maturity* dei *cat bond*, ovvero il momento in cui avverrà l'effettiva liquidazione.

Se la durata delle obbligazioni trascorre senza il verificarsi dell'evento catastrofico (*trigger del cat bond*), allora, alla scadenza delle obbligazioni, lo SPRV liquiderà gli investimenti nel conto collaterale separato e, attraverso il TRS, userà gli importi svincolati per restituire il capitale delle obbligazioni.

Tuttavia, se l'evento catastrofico definito si verifica, lo SPRV sarà tenuto ad effettuare un pagamento a favore della controparte che si era assicurata verso il verificarsi dello specifico evento catastrofico. Pertanto, il conto collaterale sarà a tal fine liquidato e i titolari di *bond* perderanno (parzialmente o totalmente) il proprio capitale.

I pagamenti dei *cat bond* possono essere attivati in un ampio numero di modi. Originariamente le forme di attivazione preferite dagli *sponsor* sono state quelle che riducono in maniera più efficiente il rischio che il pagamento dell'obbligazione differisca dalla perdita effettivamente sopportata dagli *sponsor*, in quanto i versamenti devono riflettere la perdita effettiva.

Possono però verificarsi problemi nella determinazione dell'esatto ammontare delle perdite da rimborsare e, specialmente nel caso di eventi catastrofici su larga scala, questa definizione può anche richiedere tempo ed una potenziale ampia estensione della durata dei *cat bond*, prima che le perdite possano essere accuratamente indicate.

Un altro problema da fronteggiare è la richiesta dettagliata da parte degli investitori dei rischi assicurati e delle informazioni riguardo alle varie pratiche di assicurazione (comprese le pratiche di sottoscrizione, la *policy* dei termini e le procedure di liquidazione dei sinistri). Un problema che potrebbe sorgere al riguardo è il "rischio morale" che, senza alcun incentivo alle richieste di rimborso, l'assicuratore possa saldare liberamente tutte le richieste di rimborso con i soldi degli investitori. Quindi, uno *sponsor* può ricevere la richiesta di comunicare

informazioni sia in merito alle sue attività che al suo portafoglio, cosa che in genere preferisce mantenere riservata.

I *trigger* per l'indennizzo, nonostante siano stati poco considerati per un lungo periodo, stanno diventando sempre più comuni tra molti grandi emittenti di *bond* negli Stati Uniti. Infatti, pagamenti basati su *trigger* parametrici hanno il vantaggio di evitare il rischio morale e lunghe pratiche di istruttoria, poiché la determinazione della perdita è legata ai parametri di un definito evento catastrofico. Per esempio, se un terremoto si verifica in una predeterminata posizione geografica, il *quantum* di pagamento sarà calcolato con riferimento alla posizione e alla magnitudo del terremoto. È anche possibile correlare i pagamenti ad un indice, ovvero alle stime di perdite per l'industria nel suo complesso causate dalla catastrofe definita o sulla base di indici personalizzati generati per ogni specifica transazione, che prende alcuni parametri e li inserisce nella formula dell'indice. D'altra parte, tali vantaggi sono a scapito dell'aumento del rischio di base potenziale, poiché i rimborsi potrebbero non corrispondere alle perdite effettivamente sostenute.

3. STRATEGIE DI PRICING DEI CAT BOND

Un tema importante relativo al *trading* di *cat bond* è la determinazione del miglior prezzo per transazioni aventi come oggetto questi strumenti finanziari. Galeotti, Gurtler e Winkelvos (2011) confrontano differenti modelli di calcolo del premio, nella definizione del *pricing* di *cat bond*.

In generale, gli approcci sono di due tipi:

A. Modelli *arbitrage-based*

Il *pricing* degli strumenti *cat* tramite modelli *arbitrage-based* si basa sulla considerazione del rischio catastrofale. Non esistendo abitualmente un portafoglio di titoli che replichi questa struttura di rischio, non esiste un'unica misura equivalente per la martingala²⁵, richiesta per il prezzo dei titoli.

Uno dei primi modelli *arbitrage-based* per il *pricing* dei *cat bond* è quello sviluppato da Cummins e Geman (1999), il quale si pone il problema del *pricing* sia dei *future* che delle *call spread* relativi all'assicurazione catastrofale. Un'estensione interessante del modello è offerta da Lee e Yu (2002) i quali considerano nel loro approccio anche l'azzardo morale ed il *basis risk*.

Un principio teorico cardine di questo approccio è stato sviluppato da Cox e Pedersen (2000) i quali assumono che i *cash flow* generati dai *cat bond* dipendano solamente dalle variabili legate al rischio catastrofale, risultando indipendenti dalle variabili finanziarie.

²⁵ La martingala è un processo stocastico X_t , indicizzato da un parametro crescente t (spesso interpretabile come *tempo*), con la seguente proprietà: per ogni $S \leq t$, l'attesa di X_t condizionata rispetto ai valori di X_r , $r \leq S$, è uguale ad X_S . Il concetto di martingala è rilevante perché consente di precisare il ruolo delle aspettative nella formazione dei prezzi. In particolare, nei modelli di arbitraggio in mercati completi l'individuazione di proprietà di martingala consente di produrre espressioni esplicite di prezzo.

Secondo Cox e Pedersen, al verificarsi di una catastrofe, un *cat bond* si comporta come un'obbligazione *corporate* in caso di insolvenza aziendale, ma a differenza di quest'ultima, il rischio di *default* di un *cat bond* non è correlato alle variabili finanziarie di mercato sottostanti (come i tassi di mercato o la domanda aggregata). Di conseguenza, il *pricing* dei *cat bond* implica una struttura di mercato incompleta in quanto nessun portafoglio di titoli può replicare questa tipologia di titoli. Cox e Pedersen utilizzano tale ipotizzata assenza di correlazione tra il rischio catastrofe e le variazioni delle variabili economiche nel *pricing* di un *cat bond*.

Il modello combina la probabilità del verificarsi di un determinato evento catastrofe con le dinamiche della struttura a termine dei tassi di interesse. La procedura seguita consta di due fasi:

- stima della struttura a termine dei tassi di interesse negli Stati del mondo non colpiti da catastrofi;
- stima della probabilità del verificarsi di una catastrofe.

Cox e Pedersen descrivono i *cat bond* come uno strumento adeguato per cartolarizzare le passività. Essi partono da un contratto riassicurativo uniperiodale in base al quale il riassicuratore si accorda per pagare un ammontare fisso L (noto al momento della stipula della polizza) alla fine del periodo se si verifica l'evento catastrofico definito (*trigger*). Viceversa, il riassicuratore non paga nulla se la catastrofe non si verifica.

Data q_{cat} (probabilità dell'evento catastrofico), il valore corretto del prezzo della riassicurazione è:

$$P = \frac{1}{1+r} q_{cat} L$$

dove r è il tasso di interesse effettivo *risk-free*, riferito al periodo considerato. P definisce la corrispondenza tra il prezzo delle obbligazioni e le probabilità del verificarsi dell'evento catastrofe.

L rappresenta il capitale necessario al riassicuratore per garantire l'adempimento dei suoi obblighi contrattuali se si verifica la catastrofe definita.

Per ottenere il capitale, il riassicuratore si indebita emettendo un *bond* soggetto al rischio di *default*, di categoria *junk*²⁶, di ammontare pari a C . Avremo, quindi:

$$(P+C)(1+r)=L$$

I sottoscrittori di obbligazioni sanno che i titoli detenuti saranno inutili se si verifica la catastrofe definita ed, in tal caso, non avranno alcun valore di rimborso. In assenza dell'evento *trigger*, essi avranno rimborsato il capitale aumentato di una cedola (ossia, $R=L-C$).

Il mercato delle obbligazioni determina il prezzo per unità di valore nominale. In termini di *cash flow* attesi attualizzati, il prezzo per unità può essere scritto come:

$$\frac{1}{1+r}(1+c)(1-q_b)$$

dove $c=R/C$ è il tasso cedolare, e q_b indica la probabilità di *default* dei *bond*. Le banche d'investimento descrivendo il contratto definiscono un valore di c tale che i *bond* vengano venduti al loro valore nominale. Pertanto, il *bond* è definito in modo tale che gli investitori paghino 1 per ricevere $(1+c)$ dopo un anno, se non si verifica la catastrofe.

²⁶ Gli investitori acquistano *junk bond* per la presenza di rendimenti più elevati rispetto a titoli più affidabili.

Ciò è espresso come:

$$1 = \frac{1}{1+r}(1+c)(1-q_b)$$

Naturalmente, il *default* sul titolo e la catastrofe sono eventi equivalenti. Le probabilità possono differire perché gli investitori e clienti di riassicurazione potrebbero avere informazioni diverse circa le catastrofi. La probabilità stimata dal mercato si ottiene risolvendo per q_b :

$$q_b = \frac{c-r}{1+c}$$

Il prezzo implicito della riassicurazione (ossia $q_{cat}=q_b$) sarà:

$$P_b = \frac{1}{1+r}q_bL = \frac{1}{1+r}\frac{c-r}{1+c}L$$

Il premio di mercato per la riassicurazione P (ovvero il prezzo di equilibrio determinato dal mercato della riassicurazione, non superiore a P_b) determinerà un equilibrio di prezzo per la compagnia di riassicurazione. Si raccoglierà C dal mercato obbligazionario e P dal mercato riassicurativo all'inizio del periodo della polizza. La somma investita per un periodo al tasso *default-free* sarà almeno pari ad L .

La conclusione di Cox e Pedersen è finché $P_b \leq P$, o equivalentemente, finché:

$$q_{cat} \geq \frac{c-r}{1+c}$$

esisterà un mercato economicamente conveniente per la riassicurazione finanziata tramite l'indebitamento sul mercato dei capitali²⁷. Ciò è dimostrabile osservando la relazione:

$$R=L-C$$

$$(P+C)(1+r) \geq (P_b+C)(1+r)$$

$$= \frac{c-r}{1+c} L + (1+r)C$$

$$= \frac{R-rC}{C+R} L + (1+r)C$$

$$= \frac{R-rC}{L} L + (1+r)C$$

$$= R+C=L$$

Tilley (2003) offre un contributo importante nel collegare il *pricing* relativo alla riassicurazione a quello di un *bond*. Stabilire un "ponte" tra riassicurazione e mercato obbligazionario, infatti, è essenziale nel comprendere come i mercati dei capitali considerano e valutano i rischi assicurativi.

Tilley considera un contratto riassicurativo nell'ambito del quale un assicuratore paga ad un riassicuratore un premio P all'inizio di ogni periodo nel corso della durata del contratto (formato da N periodi). Ogni periodo è lungo T anni. In tal modo, la scadenza del contratto riassicurativo è NT anni. Il riassicuratore si accorda con

²⁷ Indebitarsi (emettendo titoli obbligazionari) per finanziare le perdite non è una cosa nuova nel mercato assicurativo. Nell'ultima metà degli anni Ottanta, quando i prezzi delle assicurazioni delle passività statunitensi erano elevati ed i tassi di interesse bassi, alcuni clienti assicurativi hanno sostituito l'assicurazione con programmi di autoassicurazione finanziati tramite titoli obbligazionari. Ovviamente, questa situazione è differente dalla cartolarizzazione del rischio assicurativo.

l'assicuratore per pagare un'indennità fissa L qualora si verifichi il *trigger* catastrofale²⁸. In tale ultimo caso il contratto può dirsi risolto, altrimenti la scadenza naturale si mantiene alla fine di NT anni (in assenza dell'evento definito nel corso della durata stabilita).

Per modificare questo contratto riassicurativo (semplificato ad un solo titolo), Tilley assume che il riassicuratore sia uno SPRV, il cui capitale sia finanziato da un investitore che apporti un contributo *cash* C in conto capitale.

Un contratto di riassicurazione multi-periodale, con indennizzo fisso e catastrofe definita da un *trigger event*, può essere garantito attraverso uno SPRV, creato allo scopo di sottoscrivere il contratto. I premi periodici da parte dell'assicuratore, la capitalizzazione iniziale dello SPRV, insieme ai guadagni di interessi periodici su tali importi, devono essere sempre sufficienti a remunerare un rendimento periodico per l'investitore (qualora l'evento definito non si verifichi), e a pagare il valore dell'indennità fissa all'assicuratore (qualora si verifichi l'evento).

Per semplicità, Tilley suppone che il rendimento su un *US Treasury bond* con *maturity* pari a T anni sia un tasso fisso (i) per ogni periodo nell'arco dell'intera vita del contratto riassicurativo. Questo significa che un ammontare unitario investito in un *Treasury bond* di T anni maturerà un ammontare $(1+i)$. Il contratto riassicurativo potrà essere, dunque, pienamente collateralizzato da *US Treasury bond* se

²⁸ Secondo Tilley, esempi dell'evento catastrofale definito (*trigger*) possono essere un terremoto di almeno 7,5 della scala Richter oppure perdite infrastrutturali pari ad almeno sette miliardi di dollari come risultato di un solo terremoto verificatosi nel corso del contratto, o ancora un *trigger* aggregato (fissato, ad esempio, ad un miliardo di dollari) applicato a perdite subite da un determinato portafoglio assicurativo risalente a proprietari immobiliari, e non alle perdite subite dall'intera industria assicurativa.

$$L=(1+i)(P+C)$$

ossia se il contributo in conto capitale C , aumentato del pagamento del premio dell'assicuratore P , può essere investito in un *Treasury bond* a T anni che maturerà (al T -esimo anno) un ammontare pari a $[(1+i)(P+C)]$, esattamente sufficiente a coprire il pagamento dell'indennità fissa contrattuale L qualora si verifichi nel corso del periodo il *trigger* contrattuale. In caso contrario, qualora l'evento definito non si realizzi nel periodo dato, l'investitore lascia il suo contributo C investito nello SPRV, ma può prelevare dai fondi in eccesso del veicolo riassicurativo un ammontare pari a

$$R=[(1+i)(P+C)]-C \rightarrow R=L-C.$$

L'assicuratore farà un ulteriore pagamento del premio P all'inizio del periodo successivo nell'arco dei T anni. Ancora, un ammontare $(P+C)$ può essere investito in un *US Treasury bond* a T anni ottenendo come rendimento i . L'equazione $L=(1+i)(P+C)$ si mantiene verificata, ed il contratto riassicurativo si può definire pienamente collateralizzato.

Questo processo di pagamenti periodici del premio e di prelievi periodici dell'investitore dei fondi in eccesso è ripetuto fino all'eventuale accadimento dell'evento definito o, altrimenti, fino alla scadenza del periodo stabilito NT del contratto di riassicurazione.

Dal punto di vista dell'investitore, facendo un investimento iniziale C si riceve: (a) un pagamento R alla fine di ogni anno, purché l'evento definito non si sia verificato dopo la stipula del contratto, (b) il rimborso dell'investimento iniziale C alla *maturity*, se l'evento definito non si è verificato durante l'intera durata del contratto. Al verificarsi dell'evento *trigger*, lo SPRV paga la perdita L all'assicuratore, liberandolo dal pagamento di ulteriori premi

periodici P . In questo caso, l'investitore non riceve alcun pagamento periodico R e perde l'intero capitale investito C .

L'assicuratore costituisce una controparte di un contratto di riassicurazione pienamente garantito, in cui l'investitore riceve un flusso di pagamenti pari al flusso di cedole e rimborso della quota capitale di un *bond*. Il titolo ha una durata di N anni, rende il pagamento annuale di cedole a un tasso RIC²⁹ al valore nominale unitario delle obbligazioni, e ripaga il valore nominale unitario a scadenza. Il *default* del titolo corrisponde al verificarsi dell'evento definito nel contratto di riassicurazione. Il pagamento di cedole e rimborso del capitale sono effettuati solo se il titolo non è in *default*. Il verificarsi dell'evento *trigger* provoca una perdita totale del capitale per l'investitore (eccezion fatta per i *cat bond principal-protected*, in cui si perde solo il flusso cedolare).

Ci si aspetterebbe che la determinazione del prezzo del contratto di riassicurazione e del titolo collegato sia guidata dalla probabilità del verificarsi dell'evento definito, o equivalentemente, dalla probabilità di *default* dell'obbligazione. Maggiore è la probabilità, più alto è il prezzo del contratto di riassicurazione e, di conseguenza, tanto maggiori saranno la cedola del bond ed il valore del RIC.

Sia la probabilità di *default* del *bond* pari a q per periodo (ad esempio, $q=0,01$ rappresenti un 1% di possibilità di *default* in ogni periodo) e considerata costante (ossia, indipendente dal periodo³⁰). Il valore della cedola periodale del *cat bond* dovrà essere tale che il prezzo sia pari al suo valore nominale unitario.

²⁹ Tasso RIC: tasso interno cedolare.

³⁰ Si fa l'ipotesi che la scadenza dell'obbligazione sia ravvicinata.

In presenza di *default*, l'investitore vende il titolo e recupera una frazione f della somma della cedola dovuta³¹ nonché il valore nominale unitario dell'obbligazione.

Si indichi con r_n il rendimento periodale di un *US Treasury bond* privo di rischio di *default*, che matura per un importo unitario dopo n periodi ed oggi ha un prezzo B_n pari a

$$B_n = \frac{1}{1 + r_n} n$$

Il *Treasury bond* non ha cedole, ma un solo pagamento alla *maturity*. Il suo prezzo B , dovrebbe essere calcolato come il valore attuale oggi di un importo unitario da ricevere dopo n periodi a partire da oggi.

Il valore teorico "equo" del flusso di pagamenti dipendente dal default del titolo ad alto rendimento è pari al valore attuale atteso dei flussi dei pagamenti, usando i fattori privi di rischio di default di B_n per eseguire i calcoli di attualizzazione, ossia

$$c \sum_{n=1}^N (1 - q)^n B_n + (1 - q)^N B_N + qf(1 + c) \sum_{n=1}^N (1 - q)^{n-1} B_n$$

Il primo termine è il valore attuale atteso del flusso delle cedole, il secondo è il valore attuale atteso del rimborso del capitale alla scadenza, ed il terzo è il valore attuale atteso di recupero in caso di *default* del *bond*. Data la probabilità di *default* periodale q , si può risolvere l'equazione del *pricing* del titolo per il tasso cedolare periodale c che rende il prezzo "equo" del titolo pari al suo valore nominale unitario.

Assumendo che la struttura a termine dei tassi di interesse dei titoli di Stato sia piatta ed equivalente ad un titolo con rendimento del

³¹ Generalmente, $f > 0$ per *corporate bond* convenzionali ad alto rendimento.

6%, possiamo usare l'equazione di *pricing* del *bond*, da risolvere per il tasso periodale cedolare c applicandolo ad un *cat bond* con durata quadriennale prezzato alla pari, come funzione della stima implicita nel mercato della probabilità di *default* q .

Si è in grado di derivare la relazione di *pricing* per il tasso periodale relativo al costo della copertura riassicurativa, dato il tasso cedolare c per il *bond* catastrofale ed il rendimento periodale del titolo di Stato I :

$$P/L = (CI)/[(1 + c)(1 + I)]$$

La protezione del capitale investito in *cat bond* rende lo SPRV in grado di cartolarizzare coperture catastrofali di tipo *excess-of-loss*.

A fronte di questo schema la realtà ha spesso mostrato come la domanda di riassicurazione sia superiore a quanto l'industria della riassicurazione globale sia disposta ad offrire per la "coda" estrema della distribuzione aggregata di perdita annuale di un assicuratore.

Il livello del premio di riassicurazione che gli assicuratori sono disposti a pagare per trasferire livelli molto elevati di rischio è al massimo da tre a cinque volte il "premio puro", misurato dai vari modelli di perdita esistenti. Se il premio che incassa lo SPRV non è molto grande rispetto all'indennizzo massimo previsto, il differenziale di rendimento ottenibile su un *bond* catastrofale a capitale protetto sarà probabilmente insufficiente per attirare l'interesse degli investitori.

Il ritorno dell'investimento in *cat bond* è dato dal rendimento *risk-free* (cioè quello relativo al titolo di Stato) più il premio di riassicurazione pagato allo SPRV. Nel caso di *cat bond*, tuttavia, una parte molto consistente del capitale dell'investitore è inserito nel conto principale e investito in titoli di Stato *zero-coupon*. Questo

sostanzialmente garantisce, ma riduce il rendimento a scadenza dei *bond* catastrofali.

Ci sono diversi impedimenti nell'impiego di *cat bond* nella cartolarizzazione di livelli di rischio assicurativo molto alti. Il primo (e più importante) è che l'universo di investitori che acquistano le obbligazioni con scadenza di un anno (o meno) è abbastanza limitato. Gli investitori con reddito fisso preferiscono acquistare obbligazioni con scadenza di almeno tre anni, ed in genere di cinque o più anni. Per un titolo catastrofale puro, non c'è alcuna ragione per distinguere il "periodo di rischio" dalla vita del prestito obbligazionario. Così, i *cat bond* con durata quinquennale portano naturalmente un periodo di cinque anni in cui si è esposti al rischio. Nel corso di questo periodo, il profilo di rischio catastrofale del portafoglio dell'impresa cessionaria di polizze assicurative può cambiare drammaticamente, questo è un punto che deve essere affrontato in modo soddisfacente quando si deve strutturare un titolo catastrofale.

Nel caso di un *cat bond* pluriennale, la stabilizzazione intertemporale del profilo di rischio per gli investitori richiede la definizione di vincoli per il trasferimento del rischio stesso. In caso contrario, gli investitori semplicemente non acquisteranno le obbligazioni a nessun prezzo, o richiederanno un *coupon* molto alto. Purtroppo, tali vincoli costituiscono un onere per il cedente, soprattutto se confrontati con l'approccio più flessibile offerto dalla riassicurazione tradizionale, rinnovabile annualmente³².

Relativamente ai *cat bond* emessi da SPRV, per soddisfare le preoccupazioni di rischio di credito della cessionaria per quanto riguarda la solvibilità del riassicuratore, le attività del

³² Il rinnovo annuale è l'opzione migliore per consentire l'assunzione del rischio catastrofe per regolare i termini e il prezzo, e per modifiche sostanziali nel portafoglio della cessionaria dei rischi.

riassicuratore devono essere investite in obbligazioni con elevato *rating* (in genere titoli di Stato). Inoltre, lo SPRV deve avere la capacità di rimborsare il capitale e pagare gli interessi agli obbligazionisti nel periodo in cui la copertura riassicurativa non è stata ancora attivata (poiché non si è verificato l'evento *trigger*) e, quindi, le sue attività devono essere sincronizzate con i *cash flow* dei *cat bond* emessi dal riassicuratore. Così, sia riguardo al credito che al flusso di cassa corrispondente, la possibile strategia di investimento del riassicuratore è molto limitata. Invece, gli investitori preferiscono strategie di investimento più flessibili.

Queste considerazioni portano a ricercare modalità più efficienti di trasferimento del rischio assicurativo direttamente agli investitori, sia dal punto di vista della cessionaria che dell'investitore. La risposta più immediata porta alla strutturazione di strumenti finanziari derivati.

La storia ha dimostrato che il successo degli strumenti derivati è realizzabile successivamente allo sviluppo del mercato sottostante³³. In tal senso, un contratto di riassicurazione di tipo *excess-of-loss* è fondamentalmente un'opzione. Infatti, alla stipula del contratto, l'impresa cessionaria paga al riassicuratore un premio P , in cambio del quale il riassicuratore deve pagare le perdite al di sopra di un valore di attivazione del pagamento X . Questo è economicamente equivalente all'acquisto della cessionaria di un'opzione call catastrofale dal riassicuratore. Il premio di opzione è P e il prezzo di esercizio dell'opzione è X .

La maggior parte dei contratti di riassicurazione non proporzionali comporta solo una responsabilità limitata, cioè si riferiscono ad un

³³ Sarebbe stato assurdo sviluppare le *stock option* senza azioni, i *future* dei tassi di interesse senza titoli di Stato, o i *future* sull'oro o sullo zucchero senza oro e senza zucchero.

solo livello di rischio. Tale soluzione è la sovrapposizione di due contratti:

1. l'impresa cessionaria paga al riassicuratore un premio P_L per coprire tutte le perdite in eccesso X_L sostenute durante un periodo stabilito;
2. il riassicuratore paga all'impresa cessionaria un premio P_U per coprire tutte le perdite in eccesso al di sopra di X_U , sostenute durante lo stesso periodo indicato, dove $X_U > X_L$.

Il prezzo di riassicurazione per la copertura di una catastrofe, espresso come tasso, è $(P_L - P_U)/(X_U - X_L)$. In tal modo, la cessionaria acquista un *call spread* dal riassicuratore. In particolare, la cessionaria ha acquistato per il premio P_L un'opzione *call* catastrofale con prezzo di esercizio X_L e ha scritto per un premio P_U un'opzione *call* catastrofale con prezzo di esercizio X_U .

Il modo "naturale" per strutturare un accordo di trasferimento del rischio direttamente tra una cessionaria e un investitore è tramite un contratto di *call spread* catastrofale.

Questo è ciò che il *Chicago Board Of Trade* (CBOT) ha concluso nei primi anni '90 ed è così che i contratti CBOT recentemente modificati coprono tutti i mercati di riferimento negli Stati Uniti. Nel caso dei contratti CBOT, i prezzi di esercizio sono i livelli specifici di dollari delle perdite del settore assicurativo derivanti da catastrofi come definito e misurato dal già citato *Property Claim Services*. E' possibile creare contratti di *call spread* che hanno prezzi di esercizio o date di scadenza che si differenziano dai contratti CBOT standardizzati, e di basare il profitto sulle perdite attuali dell'assicuratore in luogo di delle perdite a livello di settore. Tutti questi accordi "su misura" sono inclusi tra i contratti *Over-The-Counter* (OTC).

La creazione di un meccanismo per stabilire una *call spread* catastrofale OTC tra due parti, quella cessionaria del rischio e quella che lo assume, mostra criticità particolari³⁴.

Una *call spread* catastrofale OTC può essere sviluppata mediante un meccanismo standardizzato in base al quale l'esposizione del cedente al rischio di credito del sottoscrittore del contratto di *call spread* è mitigata (o eliminata) tramite una garanzia sotto forma di titoli negoziabili. Ciò è realizzato tramite un conto di garanzia speciale (in particolare, come *trust*), o più semplicemente come conto vincolato.

Il sottoscrittore dei depositi formati dai titoli negoziabili mantiene un determinato valore di mercato dei titoli sul conto tramite l'aggiunta, il ritiro o la sostituzione di garanzie giornaliere o settimanali, a seconda dei casi. Se il valore di mercato indicato del conto si mantiene ad un livello pari al limite di copertura totale delle spese previste dal contratto di *call spread*, l'obbligo contingente del sottoscrittore è pienamente garantito³⁵.

Colui che scrive l'opzione *call* mantiene la massima flessibilità degli investimenti nel suo portafoglio di attività. A differenza della situazione in cui un investitore acquista un *cat bond* (puro od a capitale protetto), in questo caso il sottoscrittore dell'opzione mantiene il pieno controllo su come le garanzie saranno investite. In realtà, il sottoscrittore dell'opzione non ha necessità di modificare la sua strategia di *asset allocation*. Il programma di sottoscrizione di *call spread* catastrofali si sovrappone

³⁴ Negli Stati Uniti, a tutela da tali criticità, esistono vincoli imposti dalla regolamentazione dei valori mobiliari e delle assicurazioni, e dalle autorità fiscali e di contabilità.

³⁵ È probabile molti cedenti richiedano la piena collateralizzazione da parte del sottoscrittore della *call spread*.

semplicemente alle altre attività presenti nel portafoglio del sottoscrittore.

Una *call* catastrofale OTC si adatta anche al cambiamento dell'esposizione al rischio di un cedente nel corso di un periodo pluriennale. Gli investitori che scrivono opzioni sulle proprie partecipazioni, in genere le utilizzano per periodi piuttosto brevi, fino alla loro scadenza. Ad esempio, un anno di *call spread* catastrofale è una durata "naturale" sia per l'investitore che sottoscrive l'opzione *call* che per il cedente che abitualmente acquista ogni anno la riassicurazione. I prezzi di esercizio per la *call* possono essere definiti come valori assoluti (in dollari), o meglio ancora, come coefficienti di perdita. In entrambi i casi, in prossimità della scadenza l'intero programma viene aggiornato annualmente con le opzioni relative all'anno in corso e quelle per l'anno successivo (queste ultime riflettendo l'attuale profilo di rischio del *business* dell'impresa cedente).

I principi della moderna teoria di portafoglio suggeriscono che anche dalla detenzione di una nuova *asset class* si ottiene un rendimento atteso, oltre al rendimento *risk free*, che dipende dalla correlazione della nuova *asset class* con il portafoglio. La considerazione di *cat bond* come una nuova *asset class* richiede che, per periodi sufficientemente lunghi di detenzione, i rendimenti da azioni e obbligazioni dovrebbero essere correlati inversamente con l'incidenza e la quantità di danni da catastrofi naturali (eccetto, forse, per gli eventi catastrofici che devastano intere regioni del globo e, quindi, società con sede in quelle regioni e le economie di queste regioni).

Per studiare l'effetto sulla distribuzione dei rendimenti che si ottiene aggiungendo un'esposizione derivante da uno strumento catastrofale ad un portafoglio di titoli (azioni) e obbligazioni, Tilley

ha eseguito un esperimento di simulazione che copre un periodo di 10 anni.

Il caso base è un portafoglio composto per il 60% da titoli azionari e per il 40% da obbligazioni, all'inizio di ogni anno per 10 anni³⁶. Sovrapposto al caso base vi è un'opzione *call* catastrofale in base alla quale viene scritto un limite di perdita legato alla catastrofe pari al 10% del valore di mercato del portafoglio di azioni e obbligazioni sottostante, all'inizio di ogni anno.

Per costruire una diversificazione del rischio catastrofale, si ipotizzano, come limite aggregato, quattro rischi di catastrofe ugualmente indipendenti (inondazioni e tempeste in Europa, terremoti e tifoni in Giappone, terremoti negli Stati Uniti ed uragani negli Stati Uniti).

Tilley suppone che il valore di mercato del portafoglio sia di 1 miliardo di dollari (600 milioni di dollari in azioni e 400 milioni di dollari in obbligazioni) all'inizio di un anno particolare. Le opzioni *call* catastrofali siano iscritte contro un valore di 100 milioni di dollari sul mercato, di cui 25 milioni di dollari siano il limite massimo allocabile per ciascuno dei quattro rischi indipendenti di catastrofe (per esempio, 25 milioni di dollari per inondazioni e tempeste in Europa, 25 milioni di dollari per terremoti e tifoni in Giappone, 25 milioni di dollari per i terremoti negli Stati Uniti ed 25 milioni di dollari per gli uragani negli Stati Uniti)³⁷.

Le ipotesi di Tilley sono le seguenti:

- la probabilità di ogni evento catastrofico sia pari all'1,5% annuo, a fronte della quale viene pagato un premio d'opzione

³⁶ Il ribilanciamento annuale si ipotizza si verifichi senza costi di transazione.

³⁷ Tilley assume che il limite massimo per ogni rischio di catastrofe sia pagabile alla fine dell'anno se la copertura relativa a quel rischio si è attivata in qualsiasi momento durante l'anno.

(equivalente ad un premio di riassicurazione) all'inizio di ogni anno, in una percentuale pari al 6% del limite (per esempio, un tasso del 6% per ognuna delle quattro coperture separate);

- l'accrescimento (o la diminuzione) della ricchezza dall'investire sia in azioni o obbligazioni segua un processo lognormale;
- i rendimenti medi annui per azioni e obbligazioni siano l'11% e l'8%;
- le distribuzioni di probabilità su base annua di azioni e dei rendimenti obbligazionari abbiano deviazione standard del 15% ed del 10%;
- il coefficiente di correlazione lineare tra azioni e rendimenti obbligazionari sia pari a 0,4;

I rendimenti annuali per il portafoglio di base vengono simulati in oltre 10.000 "percorsi", utilizzando campioni distinti stratificati per rendimenti azionari e rendimenti obbligazionari annuali. Tilley simula la sovrapposizione di opzioni catastrofali attraverso 10.000 iterazioni da un campione stratificato della distribuzione binomiale per 0, 1, 2, 3 o 4 accadimenti di eventi catastrofici ogni anno³⁸.

Un risultato interessante che emerge dai risultati della simulazione di Tilley è che l'aggiunta di un'esposizione verso la catastrofe aumenta solo leggermente la varianza dei rendimenti del portafoglio. Ciò può essere spiegato in quanto l'inclusione di un rischio catastrofe non correlato dovrebbe effettivamente ridurre la varianza dei rendimenti del portafoglio. Questa intuizione è

³⁸ La distribuzione binomiale per il numero di eventi catastrofali in un dato anno viene considerata indipendente dalla distribuzione dei rendimenti azionari ed obbligazionari per quell'anno. Si presume che non ci sia (anno per anno) una correlazione tra le variabili stocastiche nella simulazione. Pur incorporando autocorrelazioni tra azioni e rendimenti dei *bond*, i principali risultati della simulazione che riguardano gli effetti del programma di sovrapposizione delle opzioni catastrofali non cambierebbero.

valida solo se parte della ricchezza del portafoglio di base è realmente riallocata ed effettivamente “investita” nella classe dei prodotti finanziari catastrofali.

Per esempio, dato il portafoglio base con valore complessivo pari ad 1 miliardo di dollari (60% in azioni e 40% in obbligazioni), si ipotizzi la riallocazione di 100 milioni di dollari (60 dalle azioni e 40 dalle obbligazioni) in modo da ottenere uno strumento finanziario legato ad un evento catastrofe che non contenga componenti né di equity né di debito, al fine di puntare (in un’ottica tradizionale di portafoglio) ad una riduzione della varianza dei rendimenti.

Le coperture dai rischi catastrofali funzionano, in realtà, come delle opzioni scritte contro un portafoglio di base. I titoli legati alla catastrofe come i *bond* (puri o a capitale protetto) sono, dunque, strumenti composti da opzioni catastrofali incorporate in obbligazioni ordinarie.

In una copertura nei confronti di una catastrofe, o equivalentemente in un programma di sottoscrizione di opzioni *call* catastrofali, colui che assume il rischio catastrofale non effettua un investimento in denaro. Invece, il sottoscrittore della copertura (o dell’opzione) riceve un premio all’inizio del periodo di copertura, ed effettua un pagamento alla fine del periodo. Poiché l’ottenimento del premio è certo, il suo ricevimento sposta semplicemente verso l’alto la media della distribuzione del periodo dei rendimenti del portafoglio di base. Il pagamento dell’indennizzo contingente alla fine del periodo fa sì che la varianza della distribuzione del portafoglio torni ad incrementare leggermente il caso base.

Nella simulazione di Tilley, il 10% del programma di sottoscrizione delle opzioni catastrofali aumenta la media annuale del rendimento di portafoglio oltre i 10 anni di detenzione per un

valore pari a 50,3 punti base, lasciando la varianza dei rendimenti di portafoglio sostanzialmente invariata durante i 10 anni di detenzione. Questo risultato è direttamente osservabile per un periodo sufficientemente lungo di detenzione in cui i premi ricevuti dalle opzioni eccedono sostanzialmente le perdite attese pagate.

Rispetto al modello di Tilley, nel modello di Cox e Pedersen si notano le seguenti differenze:

- i proprietari di compagnie di riassicurazione tradizionali acquistano quote di azioni invece di obbligazioni;
- le perdite derivanti dalla riassicurazione tradizionale influenzano gli investitori (azionisti) in un'ottica di portafoglio piuttosto che su una singola esposizione;
- semplificare e specializzare permette di vendere esposizioni singole attraverso i mercati dei capitali, a differenza di quote di azioni del riassicuratore, che sono i crediti sui risultati aggregati.

Nel modello di Cox-Pedersen, il fondo dispone sempre di liquidità sufficiente per rimborsare le perdite, se si verifica l'evento *trigger*. Se non si verifica l'evento catastrofe, viceversa, il capitale viene rimborsato ai titolari delle obbligazioni. Dal punto di vista degli investitori, il contratto consiste nel prestare denaro esposto al rischio di credito, ad eccezione del rischio di *default* che, in realtà, è il rischio dell'evento catastrofico stesso.

Lee e Yu (2002) seguono un'impostazione diversa dai precedenti modelli, incorporando tassi di interesse stocastici e considerando l'impatto del rischio di *moral hazard*, del *basis risk* e del *credit risk* nel *pricing* dei *cat bond*.

In presenza di *moral hazard*, i costi sopportati dall'assicuratore per il controllo delle perdite sono maggiori dei benefici derivanti dalla remissione del debito. L'assicuratore è incentivato a rimborsare gli assicurati in modo più generoso quando l'ammontare della perdita è vicina al valore del *trigger* scelto in previsione della remissione del debito. Pertanto, eventuali comportamenti di *moral hazard* aumentano i rimborsi delle catastrofi a danno degli investitori, che vedono ridotte le proprie quote di interessi o capitale e, quindi, fanno diminuire il prezzo dei *cat bond*.

Il *basis risk* si riferisce all'esistenza di una copertura "imperfetta" tramite *cat bond*, ovvero è legato alla differenza tra la perdita attuale dell'assicuratore e l'indice delle perdite che impedisce all'assicuratore di raggiungere una perfetta copertura del rischio. Questo tipo di rischio può causare il *default* del titolo in caso di singole, elevate perdite ma può essere anche origine di un basso indice di perdita, e quindi influenza il prezzo del *bond*³⁹.

Lee e Yu mettono in evidenza il *trade-off* che sussiste tra *basis risk* e *moral hazard*. Se si usasse un indice calcolato in modo indipendente per definire i pagamenti dei *cat bond*, allora l'opportunità dell'assicuratore di ingannare i possessori dei *bond* sarebbe ridotta od eliminata, ma così facendo si creerebbe un *basis risk*. Sia il rischio di *moral hazard* che il *basis risk* sono, dunque, correlati inversamente al prezzo dell'emissione, ovvero all'aumentare di

³⁹ Il rischio di *default* corrisponde al momento in cui l'assicuratore diventa insolvente. Si assume che i possessori dei *cat bond* abbiano priorità nel rimborso rispetto agli altri creditori. L'ipotesi si basa sul fatto che i proventi derivanti dall'emissione dei *cat bond* vengono solitamente investiti in un *trust* fiduciario e possono essere liquidati solo con lo scopo di pagare i danni derivanti dalle catastrofi o di rimborsare i possessori dei *bond*. Invece, se l'assicuratore non è insolvente, allora i possessori di *cat bond* possono ricevere l'intero rimborso del capitale quando le perdite sottostanti non superano il livello del *trigger*. Altrimenti, possono ottenere solo parte del capitale investito.

queste due tipologie di rischio, il prezzo del *cat bond* diminuisce sensibilmente.

B. Modelli *preference-based*

L'approccio *preference-based* relativo al *pricing* dei *cat bond* parte da Embrechts e Meister (1997) e da Aase (1999), i quali basano la determinazione del prezzo sul concetto di utilità attesa.

Embrechts e Meister confrontano i *future* assicurativi e le corrispondenti opzioni. Poiché le specifiche dei quattro *future* assicurativi⁴⁰ considerati sono esattamente le stesse, gli autori non fanno distinzione.

I *future* assicurativi catastrofali sono basati su un indice di perdita che misura costi specifici determinati dalle compagnie di assicurazione. Se il portafoglio di polizze di una società di assicurazione è altamente correlato all'indice di perdita, diventa possibile riassicurarsi tramite acquisto di *future* ed opzioni assicurativi catastrofali.

L'indice di perdita è lo strumento sottostante al valore finale del *future*. Esso consiste nelle perdite riportate dall'*Insurance Service Office* (ISO), calcolate tramite circa 100 società. Dovendo rappresentare le perdite selezionate, i differenti livelli di assicurazione, esse vengono sostituite con le perdite ponderate. I pesi corrispondono alle percentuali dei premi (stimati) ricevuti dalle compagnie assicurative scelte e dei premi totali (stimati)

⁴⁰ In risposta alle condizioni di mercato, dal 1992 il *Chicago Board of Trade* (CBOT) ha introdotto dei contratti di opzioni e *future* assicurativi catastrofali. Quattro diverse tipologie di *future* assicurativi catastrofali vengono trattati sul CBOT: Eastern, Midwestern, Western, e *future* assicurativi catastrofali nazionali. Ad oggi, il volume scambiato di opzioni su *future* è maggiore di quello dei *future* stessi. Una ragione è sicuramente che le opzioni tendono a coprire i contratti riassicurativi non-proporzionali rispetto a quelli proporzionali, e i contratti di riassicurazione proporzionali non sono particolarmente comuni nel campo dell'assicurazione a copertura del rischio catastrofe.

incassati per ogni livello. Sia la lista delle società selezionate che il volume dei premi stimati vengono annunciati dal CBOT prima dell'inizio del periodo di contrattazione per questi contratti.

I differenti livelli di assicurazione includono i proprietari di case, diversi pericoli legati al commercio, terremoti, danni fisici derivanti dall'uso dell'automobile, incendi e possessori di terreni agricoli. Le perdite riportate possono derivare dal pericolo di uragani, grandine, terremoti, rivolte ed inondazioni.

Si assuma L_r come la somma delle perdite ponderate scelte realizzate durante il trimestre corrispondente al contratto e riportate alla fine del trimestre successivo⁴¹ e sia Π l'ammontare dei premi incassati durante i tre mesi del periodo di esposizione al rischio catastrofale. Il valore della liquidazione del *future* assicurativo F_r è dato da:

$$F_r = \$25.000 \times \text{Min}\left(\frac{L_r}{\Pi}, 2\right)$$

ovvero

$$F_r = \$25.000 \times \left(\frac{L_r}{\Pi} - \text{Max}\left(\frac{L_r}{\Pi} - 2, 0\right)\right)$$

In termini finanziari, dunque, un *cat future* (o, più precisamente, il suo valore di liquidazione) equivale ad una posizione lunga sul coefficiente di perdita ed una corta su un'opzione *call* europea con

⁴¹ Il commercio dei *future* assicurativi avviene in cicli trimestrali con contratti nei mesi di marzo, giugno, settembre e dicembre. Per esempio, il contratto di giugno copre le perdite dagli eventi che si verificano durante il primo trimestre dello stesso anno come viene riportato alla fine di giugno. Dato che il valore di liquidazione è basato sulle perdite subite, il terzo trimestre permette la liquidazione delle perdite. Il commercio finisce il quinto giorno del quarto mese seguente al mese in cui è stato stipulato il contratto. Pertanto, il regolamento del contratto di giugno inizia il 5 ottobre. Il valore di liquidazione di un contratto è determinato da un indice di perdita.

maturity T , prezzo d'esercizio pari a 2, con un coefficiente della perdita sottostante.

L'obiettivo di Embrechts e Meister è di sviluppare un modello stocastico plausibile per il processo di determinazione delle perdite $(L_t)_{0 \leq t \leq T}$ riportate dalle compagnie assicurative scelte fino al tempo t (T rappresenta la fine del periodo di riferimento).

Fondamentalmente, per $0 \leq t \leq T$:

$$L_T = \sum_{k=1}^7 O_{k,t} + \sum_{l=1}^4 C_{l,t} \equiv L_t^{(1)} + L_t^{(2)}$$

in cui le perdite sono suddivise in sette classi crescenti $(O_{k,t})$, con $k=1, \dots, 7$. Esistono quattro classi di eventi catastrofici $(C_{l,t})$, con $l=1, \dots, 4$, derivanti da terremoti, vento, grandine, inondazioni e rivolte. Le ultime classi delle perdite sono definite come le perdite superiori ad una certa soglia elevata. Partendo dal presupposto che i processi di perdita $L(1)$ ed $L(2)$ siano correlati in forma debole o non correlati, gli autori studiano tre ipotesi⁴²:

- (L_t) segue un processo composto di Poisson;
- (L_t) segue un processo misto composto di Poisson;
- (L_t) segue un duplice processo stocastico composto di Poisson (o processo di Cox).

La conclusione che ne traggono è che qualsiasi derivato assicurativo che comporti pagamenti relativi a catastrofi rientrerà

⁴² Seguendo la letteratura rilevante in materia (Huygues-Beaufond e Partrat, 1992; Daley e Vere-Jones, 1988) vengono classificate come catastrofiche le perdite, legate ad uragani, che superano i 30 milioni di dollari e quelle legate a vento, grandine e inondazioni di circa 7,5 milioni di dollari. Le considerazioni teoriche (sovrapposizione e assottigliamento del punto dei processi) e le verifiche empiriche portano alle assunzioni di tipo poissoniano sia per $L(1)$ che per $L(2)$.

in una delle tre categorie, o costituirà una componente importante per la modellazione.

Aase (1999) affronta il problema del *pricing* del rischio catastrofe, trattandolo come rischio specifico (e non sistematico). Nella rappresentazione dell'indice di sinistralità, Aase segue la tradizione assicurativa seguendo un approccio attuariale standard e rimanendo nel contesto della teoria dell'equilibrio parziale.

Aase presenta un modello di valutazione dei contratti *future* e dei derivati su tali contratti quando il sottostante valore di "consegna" sia un indice di assicurazione che segue un processo stocastico di Poisson, contenente salti casuali di valore dei risarcimenti in punti casuali di accadimento della catastrofe.

Aase considera i risarcimenti causati da incidenti in un quadro assicurativo come indici in rapporto alla perdita in uno scambio del CBOT. Un modello di *pricing* di arbitraggio sulla base di questo assunto di solito contiene molte misure equivalenti ad una martingala, quindi questo approccio non porta alla definizione di un prezzo unico.

A differenza della riassicurazione, la copertura attraverso *future* ha il vantaggio della reversibilità in quanto ogni posizione può essere chiusa prima della scadenza del contratto. In linea di principio, un contratto di riassicurazione tradizionale può essere invertito, anche se invertendo una transazione di riassicurazione l'assicuratore si espone a costi di transazione relativamente elevati, presumibilmente per proteggere il riassicuratore contro la "selezione avversa".

Young (2004) suggerisce un modello *preference-based* sviluppato per *cat bond* con una sola *tranche* con l'uso di un modello di *pricing* di

indifferenza. Young applica il principio dell'utilità equivalente per calcolare il prezzo d'indifferenza per un sottoscrittore di una polizza in un mercato incompleto. Per riconoscere la natura di lungo termine di molte coperture assicurative, Young permette al tasso di breve periodo di essere casuale, in modo tale che la struttura a termine sia affine. Inoltre, viene considerato anche un processo generale di diffusione per lo *stock* (indice) a rischio nel nostro mercato. In un contesto di mercato completo, il prezzo d'indifferenza che ne risulta è lo stesso di quello ottenuto con le argomentazioni derivanti dal principio dell'assenza di arbitraggio. Pertanto, Young ha sviluppato una funzione esponenziale per rappresentare l'utilità ai fini del calcolo dei prezzi d'indifferenza in un mercato incompleto.

In caso di mercati incompleti, al giorno d'oggi non esiste una teoria universale che affronti con successo tutti gli aspetti del *pricing*, come la creazione di strategie di copertura e la robustezza dei prezzi. Sono stati sviluppati vari meccanismi di *pricing* alternativi che sono legati alla natura specifica di ogni frizione del mercato.

Per esempio, l'ipotesi di volatilità costante può essere considerata in modo meno stringente, ed un certo numero di modelli di volatilità stocastica sono stati proposti per la valutazione e la calibrazione della volatilità. In caso di altre frizioni, come costi di transazione o vincoli di *trading*, sono state introdotte strategie di replicazione imperfetta che minimizzano l'errore di scostamento in modo appropriato (relativo ad un singolo modello).

Un approccio diverso è quello che si basa sulle argomentazioni dell'utilità attesa e fornisce prezzi d'indifferenza, o di riserva, ed è questo l'approccio che usa Young nel suo modello. Questa metodologia si basa su preferenze degli investitori verso i rischi che non possono essere eliminati a causa di frizioni del mercato. Le preferenze di rischio sono introdotte attraverso funzioni di utilità

per l'acquirente e lo scrittore dell'indennità finanziaria. Per stabilire prezzo di riserva dello scrittore, per esempio, si esamina la sua massima utilità attesa con e senza sottoscrivere la polizza. La compensazione a cui il sottoscrittore è indifferente tra le due opportunità di investimento alternative rende il suo prezzo d'indifferenza. L'idea fondamentale di questo approccio deriva dal principio economico fondamentale di equivalente certo, il quale viene esteso per inserire anche gli aspetti dinamici del contesto di mercato.

In tale studio, le dinamiche sono nate dalla natura stocastica del mercato finanziario in cui il compratore o il venditore di polizze assicurative investono denaro e dal rappresentare alcuni dei rischi assicurabili come distribuzioni o processi di Poisson.

Young estende il principio di utilità equivalente al caso in cui il mercato finanziario comprenda i tassi di interesse stocastici. In particolare, viene modellato il tasso a breve r_t in modo tale che il prezzo di un titolo senza cedole e senza rischio di default che \$1 al tempo T_1 sia dato da:

$$p_t(T_1) = F^{T_1}(r_t, t) \quad \text{per } t < T_1$$

in cui $F^{T_1}(r, t) = \exp \{ A(t, T_1) - C(t, T_1)r \}$ per alcune funzioni deterministiche A e C .

Young utilizza una funzione esponenziale per diverse ragioni:

- I prezzi d'indifferenza risultanti e le riserve sono indipendenti dalla ricchezza dello scrittore. Così, in un certo senso, questi rappresentano prezzi e riserve universali.
- Utilizzando l'utilità esponenziale, si ottengono formule che sono piuttosto interessanti da interpretare.

- Il numero aggiuntivo di quote di asset rischiosi detenuti a causa del rischio di assicurazione sulla vita è uguale alla derivata del prezzo d'indifferenza (o riserva) rispetto al prezzo delle azioni. Così, si ottiene un tipo di delta hedging⁴³ in senso finanziario.
- C'è un collegamento tra il valore di α e la probabilità di una catastrofe, come dimostrato da Gerber (1976) e Browne (1995). Per il caso in cui si usa l'utilità esponenziale per calcolare le riserve per un rischio che sia indipendente dal mercato azionario, un limite superiore alla probabilità di una catastrofe è $e^{-\alpha w}$, in cui w è la ricchezza iniziale dello scrittore. Così, tanto lo scrittore diventa più grande (come misurato dalla ricchezza iniziale), più piccolo diventa il valore di α , per un limite superiore determinato sulla probabilità di catastrofe.

Infine, Young ha sviluppato due formule relative al pricing dei CAT bond: la funzione di valore del sottoscrittore e la formula per il calcolo del prezzo di indifferenza.

Supponiamo ora che un investitore abbia l'opportunità di sottoscrivere un titolo legato al rischio catastrofe, o CAT bond, che paga \$ 1 al tempo $T < T_1$ se la catastrofe non si verifica. Il mercato è incompleto perché viene assunto che il verificarsi della catastrofe sia indipendente dal moto geometrico browniano. È possibile definire la funzione del valore per il sottoscrittore di questo CAT bond come:

⁴³ Delta hedging: attività che consiste nell'acquisto o nella vendita del sottostante di una opzione, come metodo di copertura dal rischio del venditore di opzioni. Il market maker deve comprare (vendere) il sottostante ogni volta che vende un covered warrant call (put). La quantità di sottostante da comprare o vendere viene calcolata utilizzando il delta. In teoria, ogni volta che cambia il delta di una opzione la copertura dovrebbe essere ricalcolata.

$$U(w, r, S, t) = \sup_{\{\pi^S, \pi^B\} \in A} E^P [u(W_T - Y_T) | W_t = w, r_t = r, S_t = S] \quad ,$$

in cui Y_T è pari ad 1 se la catastrofe non si verifica e viceversa pari a 0. Per concretezza, si supponga che rischio di catastrofe segua un processo di Poisson con una funzione di intensità deterministica θ .

U risolve l'equazione HJB:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_t + rwU_w + (a_0r + b_0)U_r + (r + \gamma)SU_s + \frac{1}{2}(cr + d)U_{rr} + \sqrt{cr + d} \sigma_1 SU_{rs} + \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)S^2U_{ss} + \\ + \max_{\pi^S, \pi^B} \left[(\gamma\pi^S - C(\Delta a r + \Delta b)\pi^B)U_w + \frac{1}{2}\sigma_2^2(\pi^S)^2U_{ww} + \frac{1}{2}(\sigma_1\pi^S - C\sqrt{cr + d}\pi^B)^2U_{ww} + \sigma_2^2S\pi^S U_{ws} + \right. \\ \left. + (\sigma_1\pi^S - C\sqrt{cr + d}\pi^B)(\sqrt{cr + d}U_{wr} + \sigma_1SU_{ws}) \right] + \theta(t)[V - U] = 0, \\ U(w, r, S, T) = u(w) \end{array} \right.$$

in cui $\theta(t)$ rappresenta l'intensità del processo di rischio catastrofale al tempo t.

Inoltre, è possibile ottenere il prezzo d'indifferenza al tempo T, $h(w, r, S, t)$, per un sottoscrittore di una polizza g:

$$V(w, r, S, t) = U(w + h, r, S, t)$$

Risolvendo questa equazione per il prezzo d'indifferenza h al tempo t (per ottenere un'utilità esponenziale) si deriva che:

$$h(r, t) = \frac{F^T(r, t)}{\alpha} \eta(r, t).$$

Bisogna notare che h è indipendente dalla ricchezza poiché si sta utilizzando l'utilità esponenziale. Questa indipendenza della ricchezza è un vantaggio per l'utilità esponenziale per il calcolo dei prezzi d'indifferenza. In un contesto di mercato completo, h è indipendente dalla ricchezza per ogni funzione di utilità perché le singole polizze possono essere completamente coperte.

Questo modello è stato ampliato da Young ed Egami (2008) con l'obiettivo di considerare *cat bond* con più *tranche*, incorporando quindi una struttura dei pagamenti più complessa.

Il *cat bond* considerato in questo modello viene emesso in due note distinte chiamate *tranche*, in particolare *tranche senior* e *junior* con diversi piani di pagamento e diverso grado. *Tranche senior* di solito sono considerati dalle agenzie di *rating* come prodotti finanziari di "investimento" in quanto i titolari di questa tipologia di titoli hanno una priorità maggiore di essere pagati. D'altra parte, *tranche junior* sono valutati come prodotti finanziari "di speculazione", ma il maggior rischio è compensato da pagamenti cedolari più grandi.

Ci sono due modi per il riassicuratore per ridurre il suo rischio: in primo luogo, il riassicuratore potrebbe accettare proporzionalmente meno riassicurazioni e quindi meno premi corrispondenti, in modo tale che l'indennizzo ed il processo in surplus diventino rispettivamente:

$$C_t^\xi = \xi C_t = \xi at - \xi \sigma W_t - \xi \sum_{i=0}^{N_t} Y_i$$

e

$$X_t^\xi = x_0 + \xi \mu t + \xi \sigma W_t - \xi \sum_{i=0}^{N_t} Y_i$$

In alternativa, il riassicuratore potrebbe emettere un *cat bond* per coprire le possibili grandi perdite causate da eventi catastrofici. Coloro che investono in *cat bond*, a loro volta, ricevono importi alla *maturity* del titolo, dipendenti dal verificarsi degli eventi catastrofici definiti. Per esempio, nel modello descritto precedentemente, Young (2004) individua i prezzi d'indifferenza, sotto l'ipotesi di tassi d'interesse stocastici, per il caso in cui gli investitori ricevano

il capitale unitario se la catastrofe non si verifica e 0 viceversa. In questo modello, viene trattato il caso in cui i *cat bond* siano emessi in due *tranche*, in modo tale da attirare investitori con diversa propensione al rischio. Per semplificare la trattazione, viene assunto che le due *tranche* siano entrambi zero-coupon. I rimborsi attualizzati C che il riassicuratore può calcolare sono misurati sono misurati a fronte di un indice di processo R le cui dinamiche sono date da:

$$R_t = R_0 + \rho t - \zeta W_t$$

con costanti positive conosciute ρ , ζ , and R_0 .

Viene assunto che R sia uno standard rispetto al quale l'abilità del riassicuratore può essere misurata. Per esempio, potrebbe rappresentare l'esperienza di tutti i riassicuratori nella stessa linea di business come C. In alternativa, potrebbe essere un indice finanziario che "ammorbisce" il C legato all'esperienza. Pertanto, viene assunto che $\zeta \leq \sigma$; cioè la diffusione di R è meno volatile di quella di C.

Viene definito un tempo di arresto, chiamato "momento critico", da

$$\tau \triangleq \inf \{t > 0 : C_t > R_t\}$$

per indicare la prima volta che il processo di rimborso C diventa maggiore rispetto al processo dell'indice R. Si noti che il tempo di arresto potrebbe essere infinito, ma questo non è un problema, perché si considera un orizzonte temporale finito T.

Per semplificare la notazione, viene definito un processo ausiliario Z:

$$Z_t \triangleq C_t - R_t = z_0 + (a - \rho)t - (\sigma - \zeta)W_t + \sum_{i=0}^{N_t} Y_i$$

con $Z_0 = C_0 - R_0 = -R_0 = : z_0 < 0$. Il momento critico può essere scritto come $\tau = \inf\{t > 0 : Z_t > 0\}$.

Se $\tau \leq T$, quindi il pagamento per la tranche junior diventa zero, e il payoff della tranche senior al tempo T è una funzione del superamento $Z = C - R$. Si ricordi che il processo di rimborso implica un processo di Poisson composto che può causare un superamento (ossia $Z > 0$). Maggiore è il valore di Z , meno sono i fondi disponibili per pagare gli investitori delle obbligazioni catastrofali; quindi, si imposta la funzione di pagamento per essere una funzione decrescente del superamento. D'altra parte, se C non ha raggiunto R (ovvero $\tau > T$), allora sia *tranche senior* che quella *junior* ricevono 1 al tempo T perché ci sono più fondi disponibili per pagare gli investitori per i minori rimborsi assicurativi. In particolare, la funzione di profitto per la tranche senior viene definita da

$$\begin{cases} c(Z_t), & \tau \leq T, \\ 1, & \tau > T, \end{cases}$$

in cui c è una funzione lineare a tratti nella forma

$$c(z) = \begin{cases} c_1 - c_2 \cdot z, & 0 \leq z \leq c_1 / c_2, \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

con $0 < c_1 \leq 1$ e $c_2 > 0$. Le costanti c_1 e c_2 controllano la rischiosità della *tranche senior* del *cat bond*. Il *payoff* per la *tranche junior* è dato da

$$\begin{cases} 0, & \tau \leq T, \\ 1, & \tau > T. \end{cases}$$

Riepilogando, dunque, in un *cat bond*, lo sponsor paga i premi ρ allo SPRV per ricevere una copertura assicurativa fino al limite h . Il premio ρ consiste nel valore atteso della perdita più un ricarico per il margine di rischio e le spese λ . Per garantire la copertura assicurativa allo sponsor, lo SPRV a sua volta emette *cat bond* sottoscritti da un investitore⁴⁴ che paga una somma h alla data di emissione. Se non si verifica l'evento *trigger*, alla scadenza l'investitore riceve un ammontare h ed una cedola c dato dal tasso di interesse *risk-free* r ed dal premio ρ . In caso di evento *trigger*, il coupon dell'investitore si riduce a d (con $0 \leq d \leq 1$). Lo sponsor riceve una copertura assicurativa che si collega al contratto di riassicurazione tra lo sponsor e lo SPV fino al limite h .

Il parametro chiave di una transazione di *cat bond* e, quindi, del suo prezzo, è il premio ρ . I premi sono determinati solitamente sulla base dei modelli per il calcolo del premio che utilizzano una relazione tra ρ e EL .

Nel derivare i premi di *cat bond*, Wang (2004) ottiene le probabilità *risk-adjusted* tramite un operatore di distorsione (c.d. trasformata di Wang) che trasforma una probabilità di perdita in perdita effettiva.

Wang definisce il seguente operatore di distorsione

$$g_{\lambda}(u) = \Phi[\Phi^{-1}(u) - \lambda]$$

⁴⁴ Nella loro rappresentazione semplificata, Galeotti et al. (2011) ipotizzano la presenza di un solo investitore.

con $0 < \lambda < 1$ dove λ è un parametro che riflette il rischio insito nei dati (prezzo di mercato del rischio). Nell'analisi di Wang, le perdite derivanti da catastrofi coperte tramite emissione di *cat bond* sono spesso caratterizzate da una curva di superamento della perdita,

$$S(x) = \Pr\{X > x\}$$

La formula rappresenta la probabilità che la perdita catastrofica X ecceda l'ammontare $S(x)$. La curva della perdita in eccesso è collegata ad una funzione di distribuzione cumulativa tramite la relazione

$$F(x) = 1 - S(x).$$

Per un *cat bond*, gli investitori solitamente considerano una curva dell'eccedenza della perdita $S(x)$ che si ottiene:

- da un software di modellazione della catastrofe che utilizza dati (disponibili alla società di riassicurazione) sull'esposizione verso la perdita;
- dal disegno delle funzioni relative ai pagamenti in relazione ad alcuni indicatori parametrici (ad esempio, la scala Richter per un terremoto in uno specifico luogo, un indice di perdita aggregata industriale).

Incorporate in una curva di eccedenza della perdita $S(x)$ vi sono informazioni sia sulla frequenza attesa del *default*, sia sul tasso di recupero, una volta verificatosi il *default*.

Come compensazione dei rischi di credito (come per i titoli *corporate*), i *cat bond* normalmente offrono agli investitori rendimenti che sono maggiori del tasso di interesse *risk free* (ad esempio, il LIBOR). Il rendimento in eccesso rispetto al tasso *risk free* deve essere tale da compensare il tasso atteso di *default*, dal

momento che dovrebbe anche contenere un premio per il rischio legato al *default*.

Per gli investitori, è desiderabile comparare la differenza dei rendimenti tra *cat bond* e titoli *corporate* tradizionali. Allo scopo di confrontare il rendimento *risk-adjusted* delle varie *asset class*, è necessario utilizzare una metrica comune, applicabile a tutte le tipologie di rischio.

Per i fondi comuni, una misura convenzionale per ponderare i rendimenti per il rischio è l'indice di Sharpe⁴⁵, cioè il rendimento eccedente per unità di volatilità.

Mentre l'indice di Sharpe è utile per *asset* con rendimenti che seguono le distribuzioni normali, per una singola emissione di *cat bond* questo non è applicabile poiché i rendimenti si dispongono in modo inclinato ed a salti. La maggior parte della massa di probabilità è centrata sul valore di perdita zero, mentre vi è una piccola probabilità di rendimenti negativi potenzialmente elevati.

Wang applica delle trasformazioni delle probabilità per estendere il concetto dell'indice di Sharpe ai rischi di credito con distribuzioni del rendimento inclinate, in modo da rendere possibile una valutazione del rendimento *risk-adjusted* anche per i *cat bond*.

Il rischio di *default* dei *cat bond* può essere direttamente traslato sui contratti assicurativi catastrofali. Il rendimento in eccesso rispetto al tasso *risk free* per un *cat bond* può essere spostato tramite un premio per il rischio per un contratto assicurativo che fornisca la stessa protezione, e viceversa.

⁴⁵ L'indice di Sharpe è un indicatore per la misura della performance del portafoglio. Esprime il rendimento di un portafoglio titoli, al netto del rendimento non rischioso, in rapporto al rischio (volatilità, deviazione standard) del portafoglio stesso. Viene così indicato il rendimento in termini percentuali per ogni unità di rischio di un investimento.

Nel *pricing* riassicurativo, un rischio elevato viene spesso suddiviso in diversi livelli. Un livello, nella riassicurazione, è paragonabile ad una *call spread* nel *trading* di opzioni, o di una *tranche* di una serie di *cat bond*. Per una variabile casuale della perdita sottostante X , viene indicato come $X(a;a+h)$ un livello con limite massimo h e limite minimo a . La perdita per lo strato di $X(a;a+h)$ è legato alla perdita X tramite la seguente relazione:

$$X_{(a;a+h)} = \begin{cases} 0 & \text{if } (X < a) \\ X - a & \text{if } (a \leq X < a + h) \\ h & \text{if } (a + h \leq X) \end{cases}$$

Si può verificare che la perdita attesa per lo strato di $X(a;a+h)$ sia uguale all'area sotto la curva di eccedenza della perdita sull'intervallo $(a; a+h]$, ossia

$$E[X_{(a;a+h)}] = \int_a^{a+h} S(x) dx$$

Quando il limite del livello h è sufficientemente piccolo, la perdita attesa per il livello è:

$$E[X_{(a;a+h)}] \approx S(a) \cdot h$$

Supponiamo di avere un prezzo osservabile sul mercato, $E^*[X(a;a+h)]$, per un piccolo livello $(a;a+h)$. Il livello di prezzo $E^*[X(a;a+h)]$ spesso contiene un ricarico di rischio in aggiunta alla perdita attesa $E[X(a;a+h)]$. Il prezzo del livello $E^*[X(a;a+h)]$ si può supporre che contenga un prezzo implicito relativo alla probabilità della perdita eccedente:

$$S^*(a) \approx E^*[X_{(a;a+h)}] \cdot \frac{1}{h}$$

I prezzi di mercato osservati per ogni livello implicano una trasformazione diretta della curva della perdita in eccesso da $S(x)$ a

$S^*(x)$. Wang ha studiato, allora, una classe di trasformazione delle probabilità: $S^*(x)=g[S(x)]$, dove $g[0,1]$ è crescente con $g(0)=0$ e $g(1)=1$.

Una trasformazione delle probabilità particolarmente semplice è la trasformazione proporzionale del rischio: $S^*(x)= S(x)1-\lambda$, con $0\leq\lambda<1$. Essa dispone di auspicabili proprietà attuariali, ma non è direttamente collegata alle teorie dei prezzi finanziari come il CAPM e Black-Scholes. Con l'obiettivo di estendere il concetto dell'indice di Sharpe ai rischi con distribuzione asimmetrica, Wang (2004) ha proposto la seguente trasformazione:

$$S^*(x) = \Phi\left[\Phi^{-1}(S(x)) + \lambda\right]$$

che rappresenta una rielaborazione del suo operatore,

$$g_\lambda(u) = \Phi\left[\Phi^{-1}(u) - \lambda\right]$$

dove Φ rappresenta una distribuzione cumulativa standard. In $S^*(x)$, il parametro λ è una diretta estensione dell'indice di Sharpe.

Per una determinata variabile di perdita X con una curva $S(x)$ della perdita-obiettivo in eccesso, la trasformazione di Wang produce un'altra curva *risk-adjusted* della perdita in eccesso $S^*(x)$. Il valor medio sotto $S^*(x)$, indicato da $E^*[X]$, definirà il *fair value* aggiustato per il rischio di X al tempo T , che può essere ulteriormente scontato al tempo zero, utilizzando il tasso privo di rischio di interesse.

Secondo la trasformazione di Wang, se $S\sim N(\mu,\sigma^2)$, anche S^* si comporta allo stesso modo con $\mu^*=\mu+\lambda\sigma$ e $\sigma^*=\sigma$. Se S segue una distribuzione lognormale $\ln(X)\sim(\mu,\sigma^2)$, S^* è un'altra distribuzione lognormale con $\mu^*=\mu+\lambda\sigma$ e $\sigma^*=\sigma$. Così, per i rischi distribuiti normalmente, il parametro λ in 1 è esattamente l'indice di Sharpe.

Una passività con variabile di perdita X può essere vista come un'attività negativa con guadagno variabile $Y =(-X)$, e viceversa.

Matematicamente, se una passività ha prezzo di mercato pari ad 1, quando è considerata come attività negativa, il prezzo di mercato sarà pari a -1. Il prezzo di mercato del rischio avrà lo stesso valore ma segno opposto. Ciò dipende dal fatto che un veicolo di rischio è considerato come un'attività o una passività. Per un'attività con guadagno variabile X , la trasformazione di Wang ha una rappresentazione equivalente:

$$F^*(x) = \Phi[\Phi^{-1}(F(x)) + \lambda]$$

dove $F(x) = 1 - S(x)$ è una funzione di distribuzione cumulativa di X . Con un cambiamento nel segno della λ , si ottiene lo stesso prezzo per entrambe le parti di una transazione di rischio.

Finora si è assunto che le distribuzioni di probabilità per i rischi considerati siano note. In realtà, è possibile stimare le distribuzioni di probabilità facendo ricorso solo ad un set limitato di dati. Pertanto, l'incertezza del parametro è sempre presente.

Una soluzione proposta da Wang per risolvere questo problema è quella di utilizzare una distribuzione t di Student con $k = (m-2)$ gradi di libertà, dove m rappresenta il numero di osservazioni indipendenti di una data popolazione con una distribuzione normale (μ, σ^2) . La combinazione dell'aggiustamento del parametro per l'incertezza e dell'aggiustamento del rischio puro, tramite la trasformazione di Wang, rende il seguente modello a due fattori:

$$S^*(y) = Q[\Phi^{-1}(S(y)) + \lambda]$$

dove Q ha una distribuzione t di Student con k gradi di libertà.

Dai diversi modelli che abbiamo visto si nota come la procedura di *pricing* nei mercati di riassicurazione sia meno trasparente di quella tipica dei mercati finanziari, in gran parte a causa dell'assenza di un mercato pubblico e liquido per la copertura di questi rischi. La quantità di informazione è dunque limitata.

Come abbiamo visto l'importanza della determinazione del premio nel *pricing* dei *cat bond* attribuisce notevole importanza alla valutazione di modelli che descrivono nella maniera migliore i premi dei *cat bond*.

Nel trasferire il rischio di eventi catastrofici sul mercato dei capitali mediante i *cat bond*, l'emittente riesce a coprire la propria esposizione verso questo tipo di rischio mentre i sottoscrittori guadagnano sui coupon distribuiti dal titolo emesso. Nel caso in cui non si verifichi l'evento catastrofico, gli investitori riceveranno tutti i coupon del titolo e la restituzione del capitale investito, in caso contrario perderanno parte dei pagamenti del titolo ed una grande porzione (o tutto) il capitale investito.

Il tasso ricevuto dagli investitori viene diviso in due componenti:

- una componente basata sull'andamento del tasso LIBOR (*London Interbank Offered Rate*) per remunerare il valore temporale dell'investimento in considerazione del fatto che gli investitori forniscono capitale per uno o più anni;
- un'altra componente formata da uno *spread* calcolato come una percentuale sul totale del valore del *bond* (*risk premium* o *risk spread*), poiché gli investitori sono esposti ad un'eventuale perdita derivante da un determinato evento catastrofico, per il fatto di sopportarne il rischio.

Secondo Lane (2000), i prezzi dei *cat bond* dovrebbero essere collegati ai prezzi del ricorso al credito perché entrambi i rischi contengono un caratteristico *trade-off* tra frequenza e severità degli eventi avversi.

L'obiettivo di Lane è quello di sviluppare un corretto e robusto meccanismo di pricing ed esplorare i suoi usi potenziali in diversi contesti. Il mercato dei titoli *insurance-linked* (ILS), nel momento in cui è stato effettuato questo studio, era ancora in fase embrionale, poiché si è sviluppato solo nel 1995. Infatti, il mercato degli ILS rappresentava per Lane un nuovo ed unico anello di incontro tra i mercati finanziari e riassicurativi e forniva un meraviglioso laboratorio per esplorare i meccanismi di *pricing* dei rischi.

Il mercato degli ILS, anche nella sua fase sperimentale, sembrava richiedere prezzi più bassi per i titoli catastrofali rispetto a quelli di titoli *corporate* per la copertura del rischio di *default*. Quindi, gli accademici hanno cominciato a dare peso a questa questione per spiegarne il perché. Ciò è giustificato dal fatto che il mercato riassicurativo si avvaleva di formule ed indici sviluppati da esperti del settore, in particolare attuari, e quindi le procedure tecniche guida risultavano poco chiare. Inoltre i prezzi della riassicurazione non erano disponibili alla comunità degli investitori. Pertanto, con la cartolarizzazione delle polizze assicurative i prezzi dovevano essere attraenti per gli investitori e contenere le informazioni necessarie per capire a quali si rischi si sarebbe andati incontro investendo in titoli catastrofali. In ultimo, questi prezzi sarebbero dovuti convergere verso alternative di investimento a rendimento fisso e confrontare con altre possibili alternative.

Le probabilità dei rischi contenute nelle coperture assicurative o riassicurative assumono una forma di distribuzione statistica dei profitti e delle perdite particolarmente inclinata. Invece, le misure convenzionali per i rischi, come la deviazione standard, hanno a

che fare con rendimenti casuali che sono simmetriche per loro natura. La volatilità di un prezzo è solitamente vista in modo simmetrico. Al contrario, gli eventi catastrofici non lo sono. Pertanto, è necessario trovare una soluzione per “catturare” questa asimmetria e capire come i fattori di rischio influenzano il prezzo.

La misura convenzionale più usata – e più rispettabile – è la deviazione standard dei rendimenti. Essa è analiticamente valida sia per valutazioni di portafoglio che per investimenti singoli. Ed infatti, il suo promotore iniziale, Harry Markovitz, ha preferito la semi-varianza per catturare le asimmetrie. Il suo divulgatore William Sharpe ha stretto in larga misura la sua applicazione per il *pricing* dei rischi, i quali possono essere considerati generalmente simmetrici nel loro comportamento.

Nonostante ciò, nessun programma di collocamento privato relativo a transazioni ILS ha utilizzato la deviazione standard come misura del rischio per le considerazioni degli investitori. Invece, le misure del rischio impiegate sono state la probabilità dell’evento catastrofico e la perdita attesa.

Con l’emergere di diverse cartolarizzazioni, è diventato evidente che la deviazione standard non era interamente adeguata per l’attività assicurativa. Nel 1997 Lane ha iniziato ad esplorare l’uso della perdita attesa condizionata (*Conditional Expected Loss - CEL*) come una misura migliore per i rischi asimmetrici incorporati nei contratti assicurativi, a questa misura di rischio Lane ha aggiunto nel 1998 anche la probabilità di prima perdita (*Probability of First dollar Loss - PFL*) per irrobustire il modello.

La perdita attesa condizionata (CEL) è conosciuta meglio come la severità della perdita. La probabilità di prima perdita invece si riferisce alla frequenza della perdita. L’influenza della frequenza e della severità per la valutazione dei rischi non è un’idea nuova.

Anzi, è piuttosto antica. Ciò che è nuovo, tuttavia, è l'uso dei prezzi delle transazioni di mercato come meccanismo per misurare empiricamente come il mercato crei un *trade-off* tra queste due componenti di rischio. Da questa assunzione viene derivata una funzione basata sulle preferenze di rischio, simile ad una funzione di produzione di tipo Cobb-Douglas.

Ciò che aggiunge valore a questa costruzione analitica è che le intuizioni empiriche derivate dal mercato degli ILS possono essere utili anche in altri mercati con rendimenti fissi apparentemente non correlati. Il rischio di *default* è asimmetrico se proviene da singoli titoli obbligazionari *corporate* o finanziamenti.

Pertanto, Lane considera i prezzi del mercato degli ILS e cerca di anticipare i prezzi dei titoli. Nonostante i risultati non siano interamente scientifici, certamente motivano ricerche successive. Il mercato dei titoli obbligazionari è sicuramente più grande e più volatile di quello degli ILS. Quindi, le preferenze di rischio derivate dai titoli dovrebbero dettare i prezzi degli ILS e non il contrario.

Seguendo l'approccio di Bodoff e Gan (2009), la suddetta modalità di *pricing*, dunque, prevede che:

$$\text{Tasso ricevuto dagli investitori \%} = \text{LIBOR \%} + \text{spread \%}$$

Il tasso LIBOR serve a remunerare gli investitori principalmente per il fatto che le società di riassicurazione detengono il loro capitale, ma non per l'esposizione al rischio catastrofale. Lo *spread* è la componente del tasso del *coupon* relativo al rischio dell'evento catastrofico. Pertanto, lo *spread* può essere considerato come il "prezzo" del trasferimento del rischio:

$$\text{Prezzo del trasferimento del rischio} = \text{spread \%}$$

Nonostante lo *spread* rappresenti il prezzo del *bond*, esso non misura il “costo netto” dell'emittente. Quest'ultimo, infatti, ha un'aspettativa matematica di ricevere un recupero delle perdite relative alla catastrofe. Il suo ammontare è quantificato dall'*Annual Average Loss* (AAL, o Valore Atteso di Recupero).

Nel processo di emissione dei *cat bond*, l'emittente determina la perdita attesa in percentuale sul valore totale del *bond* emesso. Solitamente, lo *spread* è maggiore della perdita attesa stimata in quanto dovrebbe contemplare un rendimento addizionale (margine):

$$\text{Spread \%} = \text{Perdita attesa \%} + \text{Margine \%}$$

$$\text{Margine \%} = \text{Spread \%} - \text{Perdita attesa \%}$$

Un modello del multiplo della perdita attesa per il *pricing* dei *cat bond* misura gli *spread* relativi a questa particolare tipologia di *bond*. Da cui, si ottiene:

$$\text{Spread \%} = \text{Perdita attesa \%} * \text{Multiplo}$$

dove quando la perdita attesa è grande, il multiplo è piccolo, e viceversa.

Il multiplo della perdita attesa non è una regola per il *pricing* dei contratti di riassicurazione, bensì solo una metrica descrittiva che illustra quanto possa essere costosa una copertura assicurativa rispetto al “giusto” premio attuariale. Questa offre un modo relativamente semplice per tenere conto dei costosi sistemi tecnologici della riassicurazione: infatti si potrebbe sostituire una somma monetaria equivalente, determinabile con certezza, con un premio assicurativo che eguagli il multiplo della perdita attesa.

Nella definizione dello *spread* basata sulla valutazione dei rischi, la valutazione del rischio del *bond* (o *tranche*) preso singolarmente prevede che lo *spread* sia pari a:

$$\text{Spread \%} = \text{Perdita attesa \%} + \text{Margine \%}$$

con il margine basato sulla valutazione indipendente dei rischi e considerato in due modi:

- in funzione della deviazione standard considerata separatamente;
- in funzione delle perdite attese condizionate (ad esempio, in base alla gravità dell'evento).

Purtroppo, la deviazione standard non descrive accuratamente le distribuzioni molto asimmetriche del rischio di ribasso massimo (caratteristiche dei *cat bond*). Inoltre, una visione *stand alone* della deviazione standard deve essere sostituita da una visione di portafoglio che tenga conto dei benefici relativi alla diversificazione.

Per risolvere il problema della rappresentazione del rischio di ribasso massimo risulta utile introdurre il modello basato sul massimo ribasso del valore del capitale a rischio.

In caso di grave perdita sul *bond*, legata al verificarsi della catastrofe, la possibilità di perdere l'intero capitale investito è elevata. Pertanto, il valore del "capitale a rischio" eguaglia l'intero ammontare del *bond*:

$$\text{Spread\%} = \text{Perdita attesa\%} + \frac{\text{Capitale a rischio} \times \text{Tasso di rendimento richiesto\%}}{\text{Valore del bond}}$$

Sostituendo il termine "Capitale a rischio" con "Valore del bond" è possibile eliminare il termine al numeratore ed al denominatore e modificare l'equazione in:

$$\text{Spread \%} = \text{Perdita attesa \%} + \text{Tasso di rendimento richiesto \%}$$

Nei modelli precedenti si assume che lo *spread*, oltre il LIBOR, debba essere sufficientemente grande per coprire la perdita attesa e fornire un rendimento addizionale residuo per compensare l'assunzione del rischio catastrofe. Un modello tale soddisfa una percezione del mercato dei *cat bond* secondo la quale:

- se la perdita attesa di un *bond* è bassa, allora lo *spread* calcolato secondo il modello del "multiplo della perdita attesa" sarà relativamente alto;
- se la perdita attesa di un *bond* è alta, allora lo *spread* calcolato secondo il modello del "multiplo della perdita attesa" sarà relativamente basso.

Tuttavia, una verifica empirica basata sui prezzi di mercato dei *cat bond* mostra che questo modello non spiega in modo affatto completo tutte le sue variabili. Infatti, all'aumentare della perdita attesa, non aumenta solo lo *spread*, ma tende ad aumentare anche il margine (inteso come *spread* al netto della perdita attesa).

Questo fenomeno relativo al divario tra *spread* e perdita di *default* attesa (c.d. *credit spread puzzle*) è osservabile anche sul mercato dei *corporate bond*.

È possibile quindi modificare l'ipotesi iniziale del modello in:

$$\text{Spread \%} = \text{perdita attesa \%} + \text{margine relativo ad uno specifico pericolo\%}$$

e descrivere il margine come funzione crescente della perdita attesa:

$$\text{Margine \%} = \text{Margine netto per il pericolo specifico \%} + (\text{Fattore pericolo specifico} * \text{Perdita attesa \%})$$

Lo *spread* potrà essere rappresentato, dunque, come una funzione lineare di una retta:

$$\text{Spread \%} = \text{Margine netto per il pericolo specifico \%} + \text{Perdita attesa \%} * (1 + \text{Fattore pericolo specifico})$$

Per ogni singolo pericolo, si può scrivere :

$$\text{Spread \%} = \text{Costante} + \text{Moltiplicatore della perdita} * \text{Perdita attesa \%}$$

Moltiplicando entrambi i termini dell'equazione per il valore del *bond* (supposto in euro) si ottiene:

$$\text{Spread €} = \text{Valore del bond €} * \text{Costante} + \text{Moltiplicatore della perdita} * \text{Perdita attesa €}$$

E' possibile riscrivere l'equazione utilizzando la tradizionale terminologia della riassicurazione:

$$\text{Premio €} = \text{Rimborso massimo €} * \text{Costante} + \text{Moltiplicatore della perdita} * \text{Perdita attesa €}$$

Secondo questo modello, il prezzo totale in euro del trasferimento del rischio sul mercato della riassicurazione è una funzione lineare della perdita attesa e del rimborso massimo.

Un aspetto favorevole di questo modello è quello di essere conforme al principio di assenza di arbitraggio nel *pricing* (ovvero non è possibile realizzare un guadagno certo all'epoca $t=0$ senza alcun impegno di fondi), al contrario del modello basato sulla valutazione della varianza dei singoli rischi che viola questo principio.

Un grande limite del modello proposto è che il parametro del moltiplicatore della perdita si riferisce all'incertezza nella stima della perdita attesa. Infatti, non è possibile conoscere il vero valore

sottostante alla perdita attesa. Pertanto, è necessario modificare la formula del modello aggiungendo il moltiplicatore della perdita:

$$\text{Spread \%} = \text{costante} + \text{moltiplicatore della perdita} * \text{perdita attesa \%}$$

Dalle strategie di *pricing* considerate, si evince come con la sponsorizzazione di un *cat bond*, un assicuratore (o un riassicuratore) possa potenzialmente migliorare l'efficienza sia della gestione dei rischi che della gestione del capitale.

I *cat bond* offrono una strada ulteriore per coprirsi dal rischio di sottoscrizione, in particolare legato ad eventi poco frequenti e di elevata gravità, trasferendo il rischio dal bilancio dell'assicuratore o del riassicuratore (supportato in larga parte da capitale azionario) al mercato del reddito fisso, riducendo il rischio di punta per l'assicuratore o il riassicuratore.

Con la cartolarizzazione, la flessibilità nell'accesso alla capacità del riassicuratore aumenta. A differenza della riassicurazione tradizionale, solitamente non vi è alcun rischio di credito per l'assicuratore o il riassicuratore emittente, dal momento che la copertura è interamente protetta da garanzie.

Anche gli investitori con propensione verso il reddito fisso possono trarre vantaggio dall'investimento in *cat bond*. Le obbligazioni permettono di investire in rischi assicurativi specifici senza esporsi ad altri rischi sostenuti dall'assicuratore o dal riassicuratore che l'investimento azionario, invece, comporta. Inoltre, a causa della scarsa correlazione delle inadempienze tra i mercati obbligazionari e i rischi catastrofali, gli investitori possono migliorare il profilo rischio/rendimento del loro portafoglio. I *cat bond* possono pagare un tasso d'interesse più elevato rispetto a obbligazioni *corporate* e a titoli garantiti tradizionali dotati di *rating* analogo (ad esempio,

titoli garantiti da ipoteca). Questi *spread* più elevati compensano gli investitori per l'illiquidità percepita dei *cat bond* e per la natura non tradizionale dei titoli (ovvero il premio di novità).

Solitamente, gli acquirenti di protezione tramite *cat bond* devono affrontare un *basis risk* maggiore degli acquirenti di riassicurazione tradizionale, poiché per questo tipo di obbligazioni gli investitori preferiscono *trigger* modellizzati o indicizzati. In effetti, le operazioni legate a portafogli sintetici (come gli indici di sinistri del settore), al contrario di quelle legate ai *trigger* di risarcimento, non sono soggette a rischi soggettivi.

I trattati riassicurativi tradizionali presentano numerosi sottolimiti, esclusioni, termini e condizioni che possono introdurre il *basis risk* e vanno contro il principio fondamentale del trattato riassicurativo del "*follow the fortunes*". Tuttavia, queste caratteristiche sono spesso secondarie rispetto al *basis risk* che comportano i *cat bond* o le *Insurance-Linked Security (ILS)*.

Le agenzie di *rating* hanno recentemente concentrato la loro attenzione sul *basis risk* introdotto dai *cat bond* e dalle ILS, per riflettere in maniera accurata sui vantaggi e sugli svantaggi di questi prodotti nei loro modelli di solidità finanziaria.

Nei prossimi anni, questo approccio dovrebbe evolversi ed essere notevolmente affinato con lo sviluppo dei modelli di solidità finanziaria unitamente a iniziative di regolamentazione del mercato assicurativo, come la proposta di Direttiva comunitaria *Solvency II*.

Finora i *cat bond* emessi riguardano prevalentemente rischi a breve scadenza. Poiché i portafogli devono essere chiusi al momento della scadenza delle obbligazioni, gli investitori e gli sponsor non

sono disposti a sostenere il rischio di *run-off*⁴⁶, potenzialmente elevato, connesso ai rischi a più lunga scadenza.

Le operazioni con i *cat bond* standard, inoltre, essendo interamente garantite, richiedono che lo SPRV detenga l'intera copertura in investimenti a rating elevato. Pertanto, gli investitori in ILS non possono godere dei vantaggi automatici offerti dagli investimenti in azioni (ri)assicurative.

⁴⁶ Il rischio di *run-off* (o rischio ad estinzione) riguarda l'impegno del riassicuratore a far fronte ai propri impegni contrattuali per tutti i sinistri che possono colpire un contratto, secondo il risarcimento sostenuto da parte della cedente. Implicito in tutti i contratti di riassicurazione, questo termine indica che, salva ogni pattuizione diversa, il riassicuratore avrà estinto i propri impegni soltanto con la liquidazione definitiva dell'ultimo sinistro risultante a carico della copertura sottoscritta.

4. POSSIBILI EVOLUZIONI DEL MERCATO DEI *CAT BOND* E CONCLUSIONI PERSONALI

Uno dei maggiori ostacoli alla crescita del settore dei *cat bond* è rappresentato dal fatto che i modelli delle agenzie di rating e di patrimonio di vigilanza sottovalutano alcuni dei principali vantaggi di tale strumento finanziario-assicurativo.

Mentre la garanzia di crediti da attività riassicurative gode di un trattamento favorevole, con l'acquisto di una riassicurazione da uno SPRV specializzato in *cat bond* (o da riassicuratori con rating elevati), i vantaggi incrementali sono minimi o addirittura inesistenti rispetto all'acquisto di riassicurazione da riassicuratori con *rating* più basso.

Il rischio della controparte derivante dall'insolvenza del riassicuratore aumenta considerevolmente per gli eventi relativamente remoti per i quali i *cat bond* offrono capacità assicurativa.

Il trattamento del patrimonio di vigilanza, relativamente meno favorevole per gli assicuratori e i riassicuratori rispetto alle banche per operazioni economicamente equivalenti, impedisce lo sviluppo di alcuni tipi di operazioni, come ad esempio nel ramo auto.

In base a un approccio simile, la maggior parte delle operazioni in *asset backed securities* statunitensi che forniscono un sostanziale finanziamento del capitale non supererebbero i test sul trasferimento dei rischi imposti agli assicuratori per essere considerati una forma di riassicurazione. Nelle stesse condizioni, l'impiego di tali operazioni da parte degli assicuratori e dei riassicuratori potrebbe estendersi notevolmente.

Nei modelli attuali relativi ai *cat bond*, il fatto di essere in grado di ottenere capacità a prezzi fissi pluriennali non si traduce in alcun

vantaggio, nonostante questo crei un sostanziale valore. Talvolta, nel corso della durata di un importante *cat bond*, un evento di portata significativa può modificare il prezzo del rischio sottostante. Lo *sponsor* di questo *cat bond* non incorre in alcun rischio di rideterminazione dei prezzi o rifinanziamento, come invece accade agli operatori del mercato con protezione rinnovata annualmente. Questa diversificazione della protezione con obbligazioni pluriennali e riassicurazione a rinnovo annuale non è riconosciuta né dalle agenzie di *rating* né dagli analisti. Tuttavia, essa è ampiamente riconosciuta nel caso di finanziamento del debito, dove una combinazione di debito a breve e a lungo termine è vista con favore.

La domanda di *cat bond* è stata spesso superiore all'offerta. Una delle ragioni alla base di questa carenza in termini di offerta sembra essere legata ai costi particolarmente elevati per lo *sponsor*. L'effetto leva rispetto al surplus intrinseco alla struttura del capitale di un riassicuratore diversificato gli conferisce un importante vantaggio in termini sia di efficienza del capitale sia di prezzi rispetto alla cartolarizzazione delle catastrofi per rischi catastrofali non di punta che difficilmente può essere superato.

Anche nel caso di rischi di punta, gli investitori continuano a richiedere premi di novità (*novelty premium*) e liquidità per i rischi non standard sebbene nel frattempo si stia sviluppando un mercato liquido e negoziabile.

Col tempo questi premi sono notevolmente diminuiti sia perché gli investitori del reddito fisso hanno acquisito maggiore dimestichezza con i *cat bond* e le tecniche finanziarie ad essi collegate sia perché la liquidità è aumentata.

In passato, uno degli svantaggi per gli *sponsor* era rappresentato, talvolta, dalla scarsa chiarezza del trattamento normativo,

contabile e fiscale dei *cat bond*. Oggi, una copertura riassicurativa, adeguatamente strutturata da indennizzi legati a *cat bond*, gode di un trattamento contabile simile a quello della riassicurazione. Anche una copertura riassicurativa da un *non-indemnity cat bond* correttamente strutturato può ottenere un trattamento normativo, contabile e fiscale sostanzialmente equivalente.

Un ulteriore ostacolo alla crescita del mercato dei *cat bond* è il limite che, solitamente, le agenzie di *rating* applicano al merito di credito dei *cat bond*. I *rating* effettivi, pertanto, spesso amplificano la perdita prevista sull'operazione. Questo vale in particolar modo per i *layer* più remoti, dove il vantaggio della garanzia per il settore sarebbe maggiore.

La mancanza di standardizzazione nei contratti di *cat bond* ha ridotto la liquidità e rallentato lo sviluppo di un mercato secondario. Per la maggior parte dei rischi assicurativi catastrofali, definire un *trigger* standardizzato e comunemente accettato è tuttora una vera e propria sfida.

Lo sviluppo di indici di sinistralità del settore trasparenti, obiettivi, coerenti, credibili, frequenti e opportuni per un'ampia gamma di rischi catastrofali potrebbe essere molto vantaggiosa. Attualmente, indici di questo tipo esistono solo negli Stati Uniti che dispongono dei dati del *Property Claim Service* (PCS) per gli indici di sinistri del settore. L'elaborazione di indici di sinistri del settore per il vento e le alluvioni in Europa e per i terremoti in Giappone incrementerebbe l'emissione di *cat bond*.

Qualunque tipo di standardizzazione, tuttavia, dovrebbe tener conto anche dell'evoluzione dei punti di vista degli organi di vigilanza e delle agenzie di *rating* per quanto riguarda il *basis risk* rimanente.

Gli investitori preferiscono i *trigger* di non risarcimento ai *trigger* di risarcimento per i rischi *property* catastrofali, al fine di ridurre il rischio soggettivo ed evitare le incertezze dei modelli di calcolo associate ai rischi secondari - soprattutto nel caso di portafogli commerciali - che potrebbero sopravvenire con i *trigger* di risarcimento. A causa del *basis risk*, i *trigger* di non risarcimento sono sicuramente più accettabili per i grandi assicuratori e riassicuratori diversificati che per i clienti con un'esposizione al rischio limitata.

Nonostante l'aumento degli *spread* e delle incertezze legate ai modelli sottostanti alla strutturazione dei *cat bond*, tali strumenti mantengono un forte interesse per gli investitori, considerati i loro rendimenti relativi e la ridotta correlazione con altri investimenti a reddito fisso.

I *cat bond* possono infatti generare rendimenti congrui, solitamente meno volatili delle obbligazioni societarie equivalenti, soprattutto se si esclude la variabilità stagionale delle obbligazioni legata a uragani e tempeste di vento (ad es. rendimenti su base annua). Inoltre, i rendimenti sui *cat bond* potrebbero includere ancora premi novità, offrendo quindi rendimenti più elevati per lo stesso *rating*.

Considerato che le obbligazioni *corporate* comportano un certo rischio di credito, mentre i *cat bond* prevedono un rischio di catastrofe naturale, la correlazione tra queste due diverse categorie di *asset* a reddito fisso è trascurabile. Pertanto, l'inserimento di *cat bond* in un portafoglio migliora la performance e riduce il rischio del portafoglio.

Il motivo principale di interesse degli investitori nei confronti dei *cat bond* si ritrova nell'assenza di correlazione tra il rischio catastrofale ed i rendimenti di mercato. I *cat bond*, non essendo soggetti al rischio sistemico, a fronte di un portafoglio

sufficientemente ampio e ben diversificato, possono rappresentare dunque un'integrazione interessante per i portafogli degli investitori, essendo normalmente il tasso di rendimento atteso di un *cat bond* è maggiore di quello *risk free*.

I *cat bond* tendono a essere meno volatili delle obbligazioni *corporate* con lo stesso *rating*. Pertanto, inserire *cat bond* in un portafoglio a reddito fisso riduce la deviazione standard dei rendimenti. Inoltre, supponendo che i rendimenti delle obbligazioni societarie abbiano una distribuzione di probabilità normale, che non siano correlati alle ILS e che i rischi singoli dei *cat bond* non siano correlati, si dimostra che l'indice di Sharpe⁴⁷ migliora con l'inserimento di *cat bond* in un portafoglio di obbligazioni societarie con *rating speculative-grade* (Swiss RE, 2006).

L'indice di Sharpe adegua il rendimento di un portafoglio alla sua volatilità. Un indice di Sharpe più elevato implica una migliore performance ponderata per il rischio, ossia maggiori profitti con un livello di volatilità uguale o inferiore. Aggiungendo attività con un rendimento leggermente più elevato ma molto più volatile a un portafoglio, l'indice di Sharpe diminuisce; ma aggiungendo attività con un rendimento più elevato ma meno volatile, come i *cat bond*, a un portafoglio di obbligazioni societarie con *rating speculative-grade*, l'indice di Sharpe aumenta.

Le cartolarizzazioni potrebbero imporre una disciplina di mercato al settore assicurativo fornendo continuamente un quadro del prezzo dei rischi, riducendo potenzialmente la volatilità dei cicli di determinazione dei prezzi delle assicurazioni.

⁴⁷ L'indice di Sharpe è una misura di rendimento elaborata dal Premio Nobel William Sharpe per valutare la performance ponderata in base al rischio. Viene calcolato sottraendo il tasso privo di rischio dal tasso di rendimento di un portafoglio e dividendo il risultato per la deviazione standard del rendimento del portafoglio.

E' tuttavia improbabile che i *cat bond* possano diventare un sostituto dei prodotti assicurativi o riassicurativi. Piuttosto, questi strumenti finanziari-assicurativi completano ed espandono il settore, mettendo a disposizione capitali per rischi di elevata frequenza, offrendo protezione assicurativa da perdite estreme derivanti da rischi legati ad eventi a frequenza ridotta ed elevata gravità.

Il costo del capitale di una cartolarizzazione è inferiore rispetto a quello di una riassicurazione finanziaria. Tuttavia, sussistono rigidità maggiori, poiché le cartolarizzazioni sono operazioni strutturate e per loro natura, a lungo termine. La riassicurazione finanziaria potrebbe essere dunque più adatta per operazioni flessibili a breve e medio termine.

Per sostenere questo mercato sarebbe utile, in particolare, una maggiore standardizzazione dei contratti, degli SPRV e dei *trigger*.

Una delle ragioni per cui le cartolarizzazioni assicurative relative ai rami vita e malattia hanno riscosso maggiore successo presso gli investitori rispetto alle obbligazioni catastrofali riguarda il fatto che i loro *cash flow* sono documentati meglio e sono maggiormente disponibili, assicurando maggiore trasparenza nella valutazione.

Vari fattori concorrono alla determinazione del premio di riassicurazione. Oltre al tecnicismo attuariale, vi è la componente commerciale che risente della illiquidità dei mercati, dell'aumento della concorrenza, delle crisi finanziarie dei *competitor*, e delle esposizioni dei riassicuratori in investimenti in società prossime al *default*.

Le catastrofi naturali del 2008, e la conseguente crisi per il mercato assicurativo, hanno fornito un'evidenza incontestabile all'industria assicurativa dell'assenza di correlazione tra *cat bond* e tutti gli altri *asset* finanziari.

Qualunque *asset* finanziario (obbligazioni convenzionali, azioni, titoli legati al settore immobiliare) ha, infatti, una molteplicità di fattori economici che ne regola le dinamiche, facendo sì, in tal modo, che le sue performance siano altamente correlate.

Gli investitori, al contrario, sono alla continua ricerca di *asset* che presentino un potenziale di diversificazione. Per questo, vi è una crescente consapevolezza, soprattutto tra i fondi pensione, che un'allocazione dell'1-2% nei confronti del rischio assicurativo cartolarizzato possa rappresentare un buon investimento alternativo⁴⁸.

Parlando in termini di strumenti finanziari assicurativi, attualmente, molti investimenti da parte dei fondi pensione, delle fondazioni e dei fondi sovrani sono rivolti più verso i c.d. contratti di riassicurazione collateralizzati⁴⁹ piuttosto che verso i tradizionali *cat bond*.

Uno dei principali vantaggi di questi contratti è che questi possono essere emessi in tagli inferiori ai *cat bond* tradizionali, e più rapidamente poiché non hanno bisogno delle garanzie offerte dai *credit rating*.

I collocamenti privati sono spesso più rischiosi dei *cat bond* con *rating* elevato. Mentre i *cat bond* generalmente hanno una perdita attesa tra lo 0,5 ed il 4% annuo ed un coupon tra il 4 ed il 12%, i collocamenti privati spesso hanno tassi di perdita attesa tra il 5 ed il 7% e coupon tra il 15 e il 20%.

⁴⁸ Davies (2011).

⁴⁹ Secondo un report di Swiss Re del dicembre 2010, le Insurance-Linked Securities (ILS, tra le quali i *cat bond*) hanno registrato il loro terzo miglior risultato nel 2010 con 3,8 miliardi di dollari di titoli venduti. Contestualmente, il mercato della riassicurazione collateralizzata (nel quale gli investitori che non hanno un *credit rating* anticipano in contanti la copertura dell'assicurazione sottoscritta) ha raggiunto un picco di circa 10-15 miliardi di dollari prima della crisi finanziaria, anche se da allora ha iniziato a diminuire. Cfr. Davies (2010).

Con l'inizio della stagione degli uragani statunitensi, questi mercati sarebbero in una posizione tale da cogliere i vantaggi della crescita nei premi in misura maggiore rispetto ai riassicuratori tradizionali. Questo perché la bassa valutazione sui prezzi delle azioni riassicurative - la maggior parte delle quali scambiate al di sotto del loro valore contabile - renderebbe difficoltosa per loro la raccolta di capitale nuovo.

Nel contesto di una Conferenza del *National Bureau of Economic Research* sul finanziamento del rischio catastrofe tenutasi in Florida nel novembre 1996, il professor Ken Froot della Harvard University fece circolare una bozza di documento che riassumeva la sua posizione in materia (Froot, 1997). Nel suo *paper*, Froot assumeva come dati sia il fallimento del sistema di distribuzione del rischio catastrofe globale nel ripartire i rischi di megacatastrofi sia gli elevati costi associati con le inefficienti distribuzioni del rischio. Otto erano le differenti spiegazioni delle barriere alla diffusione di elevati *layers* di rischio, molte delle quali causa di elevati prezzi per la riassicurazione catastrofe:

1. capitale insufficiente per le esigenze dell'industria riassicurativa globale;
2. eccessivo potere di mercato dei riassicuratori;
3. inefficienza (ad esempio, elevati costi di capitale) della forma aziendale adottata nella riassicurazione;
4. elevati costi frizionali per la strutturazione ed il collocamento dei prodotti riassicurativi;
5. presenza di azzardo morale e selezione avversa nel comportamento dell'assicuratore;
6. assenza di vincoli sul tasso che obblighino gli assicuratori a prezzare il rischio catastrofe in maniera adeguata;

7. esistenza di un finanziamento ex-post delle perdite catastrofali da parte di altri soggetti;
8. fattori comportamentali opportunistici negli acquirenti di riassicurazione.

Mentre i punti 1, 3 e 5 riguardano il problema di una diffusione inadeguata ed inefficiente del rischio catastrofale, gli altri creano effetti negativi nel rapporto tra mercati dei capitali e la *securitization* del rischio assicurativo.

Le cartolarizzazioni nel ramo assicurativo danni sono suscettibili di imporre una disciplina al settore fornendo con maggiore continuità un quadro del prezzo dei rischi, e riducendo potenzialmente la volatilità dei cicli di determinazione dei prezzi delle assicurazioni. E' tuttavia improbabile che esse diventino un sostituto dei prodotti assicurativi o riassicurativi. Piuttosto, esse completano ed espandono il settore, mettendo a disposizione capitali per rischi di elevata frequenza e offrendo protezione da perdite estreme derivanti da rischi legati ad eventi a frequenza ridotta ed elevata gravità. Il costo del capitale di una cartolarizzazione è inferiore rispetto a quello di una riassicurazione. Tuttavia, sussistono rigidità maggiori, poiché le cartolarizzazioni sono operazioni strutturate e per loro natura, a lungo termine. La riassicurazione potrebbe essere dunque più adatta per operazioni flessibili a breve e medio termine.

Per sostenere questo mercato (ancora in fase embrionale), occorre ancora molto. Il settore assicurativo deve incrementare la trasparenza di queste tipologie di operazioni finanziarie. Occorre precisare in modo più accurato i rischi trasferiti migliorando le informazioni e i modelli, nonché vi è il bisogno di una maggiore standardizzazione dei contratti, delle società veicolo e dei *trigger*. Infine, vi è l'esigenza di un confronto esplicito tra i prezzi di una

cartolarizzazione ed i prezzi dei contratti di assicurazione e riassicurazione, a vantaggio della trasparenza informativa. In questo modo, la scelta tra cartolarizzazione e assicurazione sarebbe più immediata, nonostante la necessità di stimare il *basis risk* intrinseco nella maggior parte delle cartolarizzazioni.

* * * * *

Obiettivo della tesi è stato quello di proporre un quadro iniziale relativo alla cartolarizzazione del rischio assicurativo connesso ad eventi catastrofici. In particolare, si è tentato di fornire una visione d'insieme dei diversi problemi inerenti il mercato riassicurativo ed il suo rapporto con il mercato nascente dei *cat bond*. Ci sarebbe ancora molto da dire e da scrivere, ma si presume che una prima impronta all'argomento sia stata data.

BIBLIOGRAFIA

Aase, K., 1999, *An Equilibrium Model of Catastrophe Insurance Future and Spreads*, The GENEVA Papers on Risk and Insurance-Theory, n°24: 69-96

Bodoff, N.M., Gan Y., 2009, *An Analysis of the market price of Cat Bonds*, Casualty Actuarial Society E-Forum

Canabarro, E., Finkemeier, M., Anderson, R.R., Bendimerad, F., Ottobre 1998, *Analyzing Insurance-Linked Securities*, The Journal of Risk Finance, Vol. 1, n°2: 49-75

Carpenter, G., 2007, *The Catastrophe Bond Market at Year-end 2006*, Guy Carpenter & Company, New York

Chang, C.W., Chang, J.S.K., Yu, M., 1996, *Pricing Catastrophe Insurance Futures Call Spreads: A Randomized Operational Time Approach*, The Journal of Risk and Insurance, Vol. 63, n°4: 599-617

Cox, S., Pedersen, H., 2000, *Catastrophe Risk Bonds*, North American Actuarial Journal, Vol. 4, n°4: 56-82

Cummins, J.D., Geman, H., 1995, *Pricing Catastrophe Insurance Futures and Call Spreads: An Arbitrage Approach*, Journal of Fixed Income, Vol. 4, n°4: 46-57

Dassios, A., Jang, J., 2003, *Pricing of catastrophe reinsurance and derivatives using the Cox process with shot noise intensity*, Finance Stochastics, Vol. 7, 73-95

Davies, P.J., *Funds drawn to risky catastrophe bonds*, Financial Times, 27 Luglio 2011

Davies, P.J., *Catastrophe risk investment fund lists*, Financial Times, 19 Dicembre 2010

Embrechts, P., Meister, S., 1997, *Pricing Insurance Derivatives. The case of cat futures*, in *Proceedings of the 1995 Bowles Symposium on Securitization of Risk*, Georgia State University, Society of Actuaries, Monograph M-FI97-1, 15-26

Froot, K.A., 2001, *The Market of catastrophe risk. A clinical examination*, NBER n.8110, *Journal of Financial Economics*, 60 (2-3): 529-571

Froot, K.A., 1997, *The Limited Financing of Catastrophe Risk: A Partial Diagnosis*, Harvard University and National Bureau of Economic Research, Working paper prepared for the NBER Conference on The Financing of Property/Casualty Risks, Palm Beach FL, 21-23 Novembre 1996

Galeotti, M., Gurtler, M., Winkelvos, C., 2011, *Accuracy of premium calculation models CAT bonds - An empirical analysis*, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1392734>

Kunreuther, H.C., Erwann, O. M.K., 2009, *The development of new catastrophe risk markets*, *The Annual Review of Resource Economics*, Vol. 1, n°1: 19-37

Lane, M.N., 2000, *Pricing Risk Transfer Transactions*, *ASTIN Bulletin* 30:2, 259-293

Lane, M.N., Beckwith, R. G., 2008, *The 2008 Review of ILS Transactions, what Price ILS? A Work in Progress*, Lane Financial LLC Trade Notes, Lane Financial LLC Trade Notes, 31 Marzo, 2008

Lane, M.N., Mahul, O., 2008, *Catastrophe Risk Pricing: an Empirical Analysis*, World Bank Policy Research Working Paper 4765

Lee, J.P., Yu, M.T., 2002, *Pricing Default-Risky CAT Bonds with Moral Hazard and Basis Risk*, Journal of Risk and Insurance, vol.69, n.1: 25-44

Major, J., Kreps, R., 2003, *Catastrophe Risk Pricing in the Traditional Market*, In Lane, M., editor, Alternative Risk Strategies, Risk Books, London

Papachristou, D., 2009, *Statistical analysis of the spreads of catastrophe bonds at the time of issue*, ASTIN Colloquia, Helsinki, in S2: Securitisation, n°6

Reshetar, G., *Pricing of multiple event coupon paying CAT bond*, 2008, Swiss banking institute, University of Zurich, 25 Febbraio 2008

Swiss RE, 2006, *Cartolarizzazione - Nuove opportunità per assicuratori e investitori*, Sigma n.7

Tilley, J.A., *The Securitization of Catastrophic Property Risks*, Insurance: Mathematics and Economics, n°22(3): 299

Wang, S., 2000, *A Class of Distortion Operators for Pricing Financial and Insurance Risks*, Journal of Risk and Insurance, n°67(1): 15-36

Wang, S., 2004, *Cat Bond Pricing using Probability Transforms*, Geneva Papers: Etudes et Dossiers, special issue on "Insurance and the State of the Art in Cat Bond Pricing", n° 278: 19-29

Weistroffer, C., 2010, *Insurance-linked securities: A niche market expanding*, Deutsche bank research, 4 Ottobre 2010

Young, V., 2004, *Pricing in an Incomplete Market with an Affine Term Structure*, Mathematical Finance n°14 (3): 359-381

Young, V., Egami, M., 2008, *Indifference Prices of Structured Catastrophe (CAT) Bonds*, Insurance: Mathematics and Economics n°42: 771-778