



*Dipartimento di Economia e Finanza      Cattedra di Risk Management*

## **Applicazioni dei modelli di gestione del rischio di credito**

RELATORE

Prof. Domenico Curcio

CANDIDATA

Greta Di Fabio

Matr. 626781

CORRELATORE

Prof. Emilio Barone

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

*Ai miei genitori*

## Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Il rischio di credito</b> .....	<b>6</b>
2.1	Definizione .....	6
2.2	Componenti.....	8
2.2.1	Perdita attesa ( <i>EL, expected loss</i> ).....	8
2.2.1.1	PD ( <i>default probability</i> ) .....	9
2.2.1.2	LGD ( <i>loss given default</i> ).....	10
2.2.1.3	EAD ( <i>exposure at default</i> ) .....	13
2.2.2	Perdita inattesa ( <i>UL, unexpected loss</i> ) .....	14
2.3	Tipologie .....	16
<b>3</b>	<b>Aspetti regolamentari sul rischio di credito</b> .....	<b>18</b>
3.1	Il Comitato di Basilea.....	18
3.2	Basilea 1 (1988).....	19
3.3	Basilea 2 (2004).....	22

<b>4</b>	<b>I modelli di scoring</b> .....	<b>32</b>
4.1	L'analisi discriminante lineare e lo <i>Z-score</i> di Altman .....	32
4.2	Test sui modelli di analisi discriminante lineare e di Altman .....	49
4.3	I modelli di regressione .....	53
4.4	Test sui modelli di regressione.....	62
4.5	I modelli di natura induttiva (cenni) .....	75
4.6	Analisi dei risultati ottenuti con i diversi modelli.....	81
4.7	Pregi e difetti dei modelli di scoring .....	84
<b>5</b>	<b>I modelli basati sul mercato dei capitali</b> .....	<b>86</b>
5.1	I modelli in forma ridotta.....	86
5.1.1	I modelli basati sugli <i>spread</i> dei <i>corporate bond</i> .....	87
5.1.2	Pregi e difetti dei modelli basati sugli <i>spread</i> obbligazionari..	90
5.2	I modelli strutturali .....	92
5.2.1	Il modello di Merton "classico" .....	92
5.2.2	Test sul modello di Merton "classico" .....	124
5.2.3	Pregi e difetti del modello di Merton "classico" .....	134
5.2.4	Il modello di Merton a "2 equazioni" ed il modello di KMV	136
5.2.5	Test sul modello di Merton a "2 equazioni" .....	147
5.2.6	Pregi e difetti dei modelli di Merton a "2 equazioni" e .....	
	di KMV.....	153
5.2.7	Analisi dei risultati ottenuti con i diversi modelli.....	155
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b> .....	<b>157</b>

<b>Bibliografia .....</b>	<b>162</b>
<b>Siti internet consultati .....</b>	<b>169</b>
<b>Indice delle figure .....</b>	<b>170</b>
<b>Indice delle tabelle .....</b>	<b>172</b>

## 1 Introduzione

La storia moderna offre numerosi esempi<sup>1</sup> di come, sempre più frequentemente, i fallimenti degli intermediari finanziari siano dovuti ad eccessive ed incontrollate esposizioni nei confronti di creditori che versano in situazioni di straordinaria difficoltà. Le complicate vicende che negli anni più recenti<sup>2</sup> hanno colpito i mercati finanziari, provocando dapprima la caduta dei “colossi” americani nel campo dell’intermediazione finanziaria ed in seguito uno strascico di gravi conseguenze che hanno travolto l’intera economia mondiale, infatti, dimostrano come il rischio di credito occupi senza dubbio un ruolo di primo piano tra le varie cause scatenanti della crisi.

In effetti, gli episodi che si sono susseguiti dal 2007 ad oggi, hanno profondamente inciso sulle economie dei diversi Paesi ed in particolare sul loro sistema finanziario. Per quanto riguarda le banche, infatti, la maggiore attenzione al rischio di credito delle controparti ed il *credit crunch*, ovvero l’improvviso inasprimento dei criteri relativi all’offerta di credito, ha provocato notevoli cambiamenti nella composizione stessa dei bilanci degli intermediari

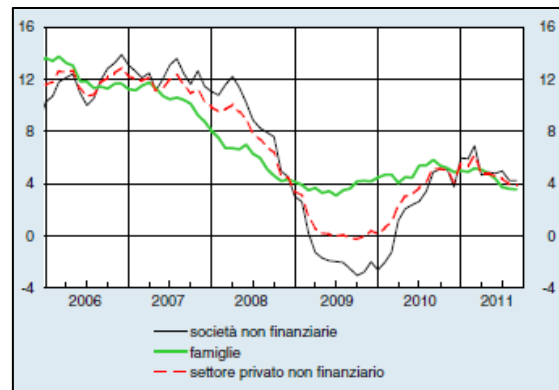
---

<sup>1</sup> Basti pensare ai fallimenti di *Enron e Worldcom* nel 2002 in America ma anche ai casi Cirio e Parmalat in Italia tra il 2003 ed il 2004, per poi arrivare alla recente crisi del 2007.

<sup>2</sup> Si fa riferimento alla crisi finanziaria che si è sviluppata a partire dal 2007 negli Stati Uniti ed ha condotto a fallimenti eccellenti, quali il crollo di *Lehman Brothers* nel settembre 2008, nonché a pericolose conseguenze per le principali economie globali.

finanziari. In particolare in Italia, l'attività di finanziamento al settore privato da parte delle banche (**Figura 1-1**), per i motivi appena esposti, si è fortemente ridotta negli anni immediatamente successivi allo scoppio della crisi.

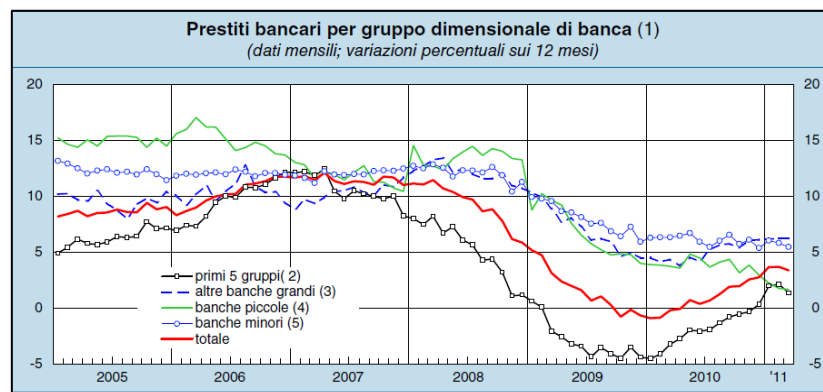
**Figura 1-1: Evoluzione del credito al settore privato da parte delle banche (2006-2011)**



Fonte: Banca d'Italia (2011)

A partire dal 2010 si è assistito comunque ad un miglioramento della situazione, con un aumento di tale attività sia per i grandi gruppi bancari che per le banche minori (**Figura 1-2**).

**Figura 1-2: Prestiti bancari per gruppo dimensionale di banca (2005-2011)**



Fonte: Banca d'Italia (2011)

Oltre ad un netto rallentamento nell'attività di finanziamento, negli ultimi anni si è assistito ad un pesante deterioramento della qualità del credito, dovuto

principalmente ad un aumento delle sofferenze nei bilanci degli intermediari (Tabella 1-1).

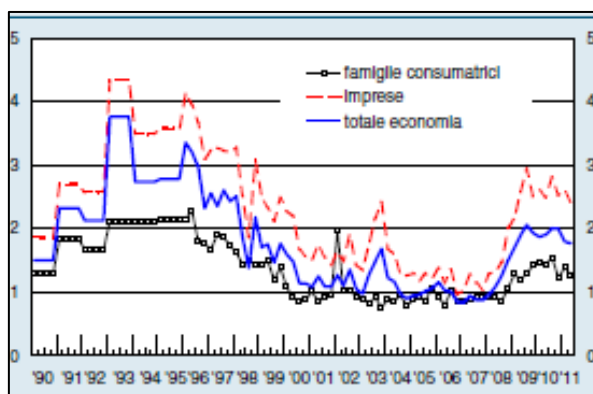
Tabella 1-1: *Qualità del credito erogato dai 5 maggiori gruppi bancari italiani*

	Valore	Variazione percentuale rispetto a dicembre 2010	Quota sul totale dei crediti verso clientela		Tasso di copertura (2)	
			dic. 2010	glu. 2011	dic. 2010	glu. 2011
Esposizioni lorde deteriorate	151.515	4,4	10,7	11,1	41,3	42,0
sofferenze	86.175	7,0	5,9	6,3	57,7	57,9
incagli	42.739	-0,8	3,2	3,1	24,6	24,6
esposizioni ristrutturate	15.134	7,5	1,0	1,1	14,3	15,6
esposizioni scadute deteriorate	7.467	0,7	0,5	0,5	11,3	10,8

Fonte: Banca d'Italia (2011)

La **Figura 1-3**, a tal proposito mostra l'andamento del "tasso di ingresso in sofferenza", calcolato come rapporto tra i prestiti in sofferenza e gli impieghi complessivi<sup>3</sup>, dell'intero sistema bancario italiano.

Figura 1-3: *Andamento tasso di ingresso in sofferenza per le banche italiane (1990-2011)*



Fonte: Banca d'Italia (2011)

Per i motivi appena esposti, oggi è sempre maggiore la richiesta di strumenti e modelli atti a valutare in maniera efficace il rischio di credito delle controparti

<sup>3</sup> Banca d'Italia, (2011), *Rapporto sulla stabilità finanziaria*, Novembre 2011, n. 2, p. 38.



con cui le banche e gli altri intermediari finanziari si trovano a concludere molteplici e sempre più complesse operazioni.

Attualmente il ventaglio di modelli per la stima del rischio di credito, dunque della probabilità di default, dei creditori è abbastanza ampio, tuttavia, nonostante la varietà, frequentemente tali modelli non risultano sufficientemente adeguati a fronteggiare le complicate circostanze che caratterizzano numerose economie, in primo luogo quella italiana, in questo difficile momento. Infatti, oltre a notevoli vantaggi, essi presentano spesso considerevoli difetti, che in alcuni casi possono andare ad inficiare il risultato stesso al quale si è giunti e quindi generare stime distorte con ripercussioni più o meno gravi sull'economia.

Lo scopo di questa trattazione è quello di fornire un quadro dettagliato di due delle tipologie più utilizzate, nell'ambito dei modelli di valutazione del rischio di credito, sottolineandone la metodologia adottata e gli aspetti positivi e negativi.

In particolare, dopo una prima parte teorica, nella quale si andranno a chiarire i concetti fondamentali relativi alla definizione, alle componenti e alle principali tipologie di rischio di credito (nel *Capitolo 2*) nonché ai principali aspetti regolamentari ad esso inerenti (nel *Capitolo 3*), verranno presi in esame:

- i modelli di scoring (nel *Capitolo 4*), i più diffusi per la valutazione del rischio di credito, che utilizzano un metodo statistico per stimare la probabilità di default. In maniera specifica nell'elaborato verranno trattati il modello dell'analisi discriminante lineare, il modello basato sullo Z-score di Altman ed i modelli di regressione per i quali, in seguito ad un'esposizione puramente teorica della tecnica adottata, verrà condotta un'applicazione pratica relativa ad un campione scelto di

imprese, quindi una successiva valutazione dei risultati ottenuti e dei pregi e difetti legati al modello;

- i modelli basati sul mercato dei capitali (nel *Capitolo 5*), i quali hanno trovato applicazione soprattutto negli anni più recenti, con particolare attenzione al modello di Merton e a quello di KMV, per i quali verrà portata avanti una trattazione simile a quella precedentemente enunciata per l'altra classe di modelli.

Infine verranno rivalutati gli approcci esposti alla luce del drammatico contesto economico in cui attualmente si trovano la maggior parte delle economie mondiali ed inoltre saranno elencati i principali interventi normativi che mirano ad evidenziare l'importanza del rischio di credito nei mercati finanziari ed in particolare la sua corretta valutazione.

## 2 Il rischio di credito

### 2.1 Definizione

Il rischio di credito può essere definito come *“la possibilità che una variazione inattesa del merito creditizio di una controparte generi una corrispondente variazione inattesa del valore corrente della relativa esposizione creditizia”*<sup>4</sup>.

In questa definizione sono impliciti alcuni concetti di fondamentale importanza che è interessante chiarire:

- la variazione inattesa del merito creditizio può manifestarsi in seguito all'insolvenza del debitore, in questo caso si parlerà di *default-made paradigm* e di vero e proprio rischio di insolvenza, oppure in seguito al deterioramento del merito creditizio della controparte (*downgrading*), trattando l'insolvenza come evento estremo, in tal caso si farà riferimento al *mark-to-market paradigm* e al rischio di *downgrading* (o di migrazione);
- affinché si possa configurare un rischio, la variazione della posizione creditizia deve essere inattesa. In effetti, la banca monitora costantemente l'evoluzione attesa delle condizioni economico-finanziarie dell'affidato, in maniera da stimare, nel modo più corretto possibile, le probabilità

---

<sup>4</sup> Resti A. & Sironi A., (2008), *Rischio e valore nelle banche*, Milano, Egea, p.351.

d'insolvenza e il tasso attivo da applicare al prestito. La vera parte di rischio, dunque, deriva da un deterioramento non previsto del merito creditizio e per questo inatteso;

- il concetto di rischio di credito non si limita agli impieghi "classici" di una banca, quali i titoli di Stato, in particolare quelli emessi dai Paesi Emergenti, i titoli di debito emessi da Enti pubblici, le obbligazioni emesse da società private, i finanziamenti alle aziende, i mutui e in generale il credito al consumo; ma deve essere esteso anche alle posizioni fuori bilancio, ossia strumenti derivati trattati nei mercati *Over The Counter* (per i quali si parla di rischio di controparte) e regolamentati (sebbene in questo caso il rischio di credito sia molto meno rilevante), i titoli derivati la cui attività sottostante comporta rischio di credito (come opzioni emesse su obbligazioni) e i derivati creditizi (contratti che consentono di trasferire il rischio di una determinata attività dal soggetto che acquista la protezione, a quello che la vende).
- il problema delle posizioni off-balance deriva dal fatto che queste spesso sono iscritte in bilancio al valore storico e non al valore corrente (o *fair value*, definito come "il corrispettivo al quale un'attività potrebbe essere scambiata, o una passività estinta, in una libera transazione tra parti consapevoli e disponibili"<sup>5</sup>) ed inoltre, sovente tali esposizioni riguardano attività illiquide, che non hanno un mercato secondario sviluppato, il cui valore corrente può essere solo stimato approssimativamente in base a modelli interni di *asset pricing*<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup> Regolamento (CE) N. 2237/2004 (2004), *Principio Contabile Internazionale IAS n. 16*, par. 6.

<sup>6</sup> Cfr. Resti A. & Sironi A., *Op. Cit.*, pp. 351-353.

## 2.2 Componenti

Avendo definito il rischio di credito come la possibilità che una variazione inattesa del merito creditizio di una controparte, nei confronti della quale esiste un'esposizione, generi una corrispondente variazione inattesa del valore del credito, è naturale pensare che il prestatore di fondi sia tenuto a monitorare costantemente la situazione economico-finanziaria della controparte, in modo da stimare l'eventuale perdita attesa, che non costituisce rischio, e distinguerla dalla perdita inattesa, la vera e propria fonte di rischio.

### 2.2.1 Perdita attesa (*EL, expected loss*)

Per perdita attesa (*expected loss, EL*) si intende "il valore medio della distribuzione delle perdite che un'istituzione creditizia si attende di subire su un portafoglio prestiti"<sup>7</sup>; sostanzialmente essa rappresenta la perdita, dunque il costo, che l'istituzione si attende (ex-ante) di dover sostenere a fronte dell'esposizione creditizia.

In particolare per ogni posizione in portafoglio vengono quantificate tre grandezze:

- la probabilità di insolvenza (*default probability – PD*);
- il tasso di perdita in caso di insolvenza (*loss given default – LGD*), cioè la percentuale dell'esposizione che si prevede di non riuscire a recuperare (equivale al complemento a uno del tasso di recupero atteso, *RR, recovery rate*);

---

<sup>7</sup> www.portalino.it, Rossi Mariano, (2003), Perdita attesa, perdita inattesa e diversificazione.

- l'esposizione in caso di insolvenza (*exposure at default – EAD*), data dall'esposizione corrente più la variazione attesa della dimensione del prestito da oggi fino al momento del possibile default.

Combinando questi tre elementi si ottiene la perdita attesa riferita alla singola posizione:

$$EL = PD \times EAD \times LGD \quad [2.1]$$

La perdita attesa è dunque una componente conosciuta, da non considerare come rischio, poiché è già incorporata nelle aspettative della banca.

#### 2.2.1.1 *PD (default probability)*

La probabilità di default (PD) può essere definita come la rischiosità della controparte destinataria dell'esposizione. In generale si possono seguire due approcci differenti per stimare le PD: nel primo le probabilità di default vengono calibrate sui dati di mercato (come ad esempio le *expected default frequencies*, EDF, nel modello di KMV, che sarà oggetto di analisi nelle pagine successive); nel secondo invece esse vengono calibrate sulla base dei rating creditizi, formulati da agenzie specializzate, quali Moody's, S&P e Fitch, oppure dalla banca stessa (mediante rating interni), assegnando ad ogni classe di rating una corrispondente PD<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> Cfr. Nardon M., (2004), *Un'introduzione al rischio di credito*, Venezia, Università Ca' Foscari, pp. 5-6.

### 2.2.1.2 LGD (*loss given default*)

La LGD rappresenta la perdita che la banca subisce a fronte dell'esposizione quando la controparte diventa insolvente, essa non è mai nota *ex ante*, ma si manifesta solo quando l'operazione è conclusa.

In formule è possibile identificare la LGD come:

$$LGD = 1 - RR \quad [2.2]$$

dove *RR* indica il cosiddetto *recovery rate* (tasso di recupero).

**Tabella 2-1: Principali determinanti del tasso di recupero**

Tipologia di fattori	Fattore	Impatto su...
Caratteristiche dell'esposizione	Garanzie reali Garanzie di subordinazione Garanzie personali	Ammontare recuperato
Caratteristiche del debitore	Settore Paese Ratios di bilancio	Possibilità di trovare un compratore per l'impresa insolvente Durata del processo di recupero Ammontare recuperato
Fattori interni alla banca	Velocità ed efficienza del processo di recupero Cessione di crediti in contenzioso e utilizzo di procedure stragiudiziali	Importo recuperato e durata del processo
Fattori esterni di tipo macroeconomico	Stato del ciclo economico Livello dei tassi d'interesse	Ammontare recuperato Valore attuale dei recuperi

Fonte: Resti A. & Sironi A., (2008)

Il tasso di recupero è influenzato (come mostrato nella **Tabella 2-1**) dalle caratteristiche dell'esposizione (le garanzie reali, il grado di priorità dell'esposizione, eventuali garanzie personali), dalle caratteristiche della

controparte (il settore ed il Paese in cui la società opera, alcuni indici finanziari, tra cui la leva), dalle caratteristiche della banca (l'efficienza dell'ufficio che si occupa del processo di recupero, la frequenza degli accordi stragiudiziali con i debitori, la tendenza a cedere a terzi pacchetti di crediti in contenzioso) e da fattori esterni (lo stato del ciclo economico, il livello dei tassi d'interesse).

I due modelli principali per calcolare i tassi di recupero, dunque le LGD sono:

- l'approccio *Market LGD*, che utilizza i prezzi delle esposizioni in default per stimare il *recovery rate*. Se un'obbligazione emessa da una società insolvente viene scambiata sul mercato a 30 centesimi per ogni euro di capitale nominale, ciò vuol dire che si sta stimando un tasso di recupero pari circa al 30%, per cui una LGD pari al 70%. Uno dei problemi di questo modello è costituito dal fatto che può essere utilizzato solo per le esposizioni dotate di un mercato secondario. Per ovviare a questa mancanza sono state create due varianti del modello: la prima (*emergence LGD*) stima il tasso di recupero sulla base dei nuovi strumenti finanziari offerti agli investitori in sostituzione dei loro crediti divenuti inesigibili; la seconda (*implied market LGD*) utilizza le stime delle PD per ricavare la LGD implicita negli spread di mercato;
- il modello *Workout LGD*, che si basa sugli effettivi flussi di recupero realizzati nei mesi (o negli anni) successivi al default, suddividendo i dati in base al tipo di esposizione, di debitore, di procedura seguita ecc., con il fine di creare delle famiglie (*clusters*) con caratteristiche affini e analoghe LGD, per poi stimare la LGD attesa sui default futuri. In questo modo, tenendo conto degli opportuni fattori, quali l'effetto finanziario del tempo che trascorre tra il default e i recuperi e tutti i costi diretti e indiretti che la banca sostiene nell'attività di recupero del credito, si può esplicitare la *workout LGD* come:



$$LGD = 1 - RR = 1 - \left[ \frac{RL}{EAD} \times \frac{RL - CA}{RL} \times (1 + i)^{-T} \right] \quad [2.3]$$

dove:

$RL$ , è il recupero lordo, cioè il valore nominale degli importi recuperati, tratto dalle scritture contabili della banca;

$EAD$ , è l'esposizione al momento del default;

$CA$ , sono i costi amministrativi connessi con la procedura di recupero;

$i$ , è un tasso di sconto;

$T$ , è la durata del processo di recupero.

E' interessante analizzare il legame tra PD e LGD, per dimostrare come queste due variabili siano fortemente correlate tra loro. Si possono individuare, infatti, fattori sistematici di rischio che incidono contemporaneamente sui tassi di default e su quelli di recupero, come:

- effetti a catena, come il ciclo economico, per cui ad esempio in presenza di una crisi i tassi di default aumentano e conseguentemente i tassi di recupero diminuiscono;
- tassi d'interesse e attività finanziarie che possono costituire oggetto di garanzie reali alla base delle esposizioni; infatti, un eventuale aumento dei tassi d'interesse può portare ad un innalzamento dei tassi di default, a una riduzione del valore delle garanzie e quindi ad una diminuzione dei tassi di recupero;
- tassi d'interesse e proprietà immobiliari, ancora una volta per il problema legato alle garanzie;
- effetti settoriali, infatti, se il tasso di default aumenta in uno specifico settore, ad esempio per una riduzione nel fatturato dovuta

all'obsolescenza del prodotto, allora questo influirà negativamente sul valore degli impianti e delle scorte, nonché sui tassi di recupero.

In generale l'evidenza dimostra una relazione inversa tra tassi di default e tassi di recupero, dunque diretta tra PD e LGD, esistono però delle eccezioni dovute al fatto che a volte l'attività finanziaria o l'immobile oggetto di garanzia può appartenere ad un settore che risulta inversamente correlato a quello del garante e ciò fa sì che un aumento della PD si traduca in una diminuzione della LGD, al contrario di quanto accade solitamente<sup>9</sup>.

### 2.2.1.3 EAD (*exposure at default*)

La EAD indica l'esposizione attesa al momento del default ed è una variabile la cui aleatorietà cambia al variare della forma tecnica del finanziamento. Si distinguono due tipologie di esposizioni: quelle a valore certo, per le quali è noto alla banca l'ammontare esatto del finanziamento concesso, e quelle a valore incerto, il cui importo non è quantificabile immediatamente, ma solo al manifestarsi dell'insolvenza, come ad esempio l'apertura di un credito in conto corrente.

Per stimare la EAD attesa si può applicare analiticamente la seguente formula:

$$EAD = DP \times UP \times CCF \quad [2.4]$$

dove:

*DP* (*drawn portion*), indica la quota di fido utilizzata;

*UP* (*undrawn portion*), è la quota non utilizzata;

---

<sup>9</sup> Cfr. Resti A. & Sironi A., *Op. Cit.*, p. 444.

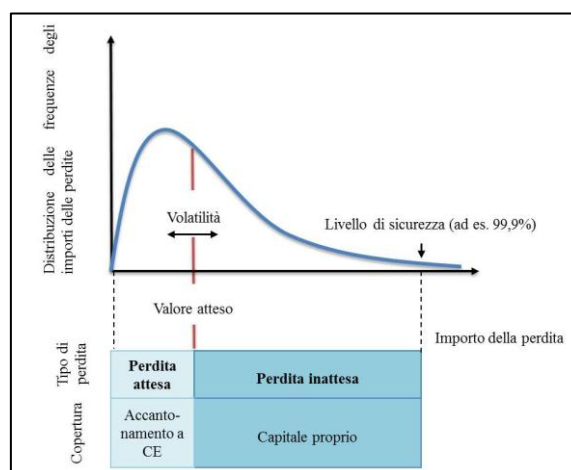
*CCF* (*credit conversion factor*), è la percentuale di quota inutilizzata che si ritiene venga utilizzata dal debitore in corrispondenza dell'insolvenza.

### 2.2.2 Perdita inattesa (*UL, unexpected loss*)

La perdita inattesa costituisce la vera fonte di rischio per la banca ed è definita come "la variabilità della perdita attorno al suo valore medio, cioè attorno alla *EL*"<sup>10</sup>.

Essa rappresenta in pratica il rischio che la perdita, a posteriori, si dimostri superiore a quella stimata ex ante.

Figura 2-1: *Perdita attesa e inattesa*



Fonte: Credit Suisse

Analiticamente la perdita inattesa può essere definita come segue:

$$U_L = \sqrt{\sigma_{EDF}^2 \times LGD + EDF \times \sigma_{LGD}^2} \quad [2.5]$$

dove:

<sup>10</sup> Resti A. & Sironi A., (2008), *Rischio e valore nelle banche*, Milano, Egea, p.356.

$\sigma_{EDF}^2$ , rappresenta la varianza del tasso di insolvenza;

$\sigma_{LGD}^2$ , rappresenta la varianza del tasso di perdita;

$LGD$ , è il tasso di perdita atteso in caso di insolvenza;

$EDF$ , è il tasso di insolvenza atteso.

La formula appena esposta si basa sull'ipotesi che  $LGD$  ed  $EDF$  siano indipendenti, perciò i fattori che incidono su una variabile non influiscono anche sull'altra, ma nel caso in cui tale ipotesi non sia valida, la formula va corretta aggiungendo anche il termine relativo alla covarianza delle variabili.

La distinzione tra  $EL$  e  $UL$  risulta molto utile soprattutto dal punto di vista della diversificazione del portafoglio impieghi, infatti, mentre il livello di perdita attesa totale, pari alla media ponderata delle perdite attese dei singoli impieghi, non può essere diversificato, la variabilità della perdita diminuisce al diminuire della correlazione tra gli impieghi. Questa è una caratteristica fondamentale, poiché permette, mediante una buona diversificazione del portafoglio, di ridurre il rischio di credito totale a parità di rendimento.

Un'ulteriore distinzione tra perdita attesa e inattesa, significativa dal punto di vista economico, riguarda il fatto che, se per la prima tipologia di perdita è previsto un corrispondente accantonamento a riserva registrato in conto economico<sup>11</sup>, per la perdita inattesa invece deve essere stabilita la copertura mediante il patrimonio della banca, tale ammontare dovrà dunque essere sopportato dagli azionisti.

---

<sup>11</sup> In questo caso il ragionamento economico non trova riscontro nei principi contabili internazionali, in quanto secondo gli IFRS (*International Financial Reporting Standards*) si possono creare fondi rischi solo a fronte di obbligazioni derivanti da eventi passati e non anche a fronte di perdite future.

### 2.3 Tipologie

Dopo aver definito le varie componenti del rischio di credito, è interessante soffermarsi sulle diverse tipologie di questo rischio:

- *rischio di insolvenza*, il quale rappresenta l'eventualità che una controparte affidata, verso la quale esiste un'esposizione creditizia, divenga insolvente, a questo punto la perdita per il creditore equivale alla differenza tra il valore del credito e l'ammontare effettivamente recuperato e viene quantificata come prodotto tra EAD e LGD;
- *rischio di migrazione* o di *downgrading*, che deriva dal deterioramento del merito creditizio della controparte, il quale tuttavia non dà luogo a una perdita economica immediata per la banca, visto che il declassamento è comunque graduale;
- *rischio di recupero*, dovuto al fatto che il tasso di recupero su un'esposizione, dopo l'insolvenza, si riveli inferiore rispetto a quello che era stato stimato, o perché il valore di realizzo è stato inferiore a quello definito ex ante, o perché il processo di recupero ha richiesto più tempo del previsto;
- *rischio di esposizione*, che si verifica nel momento in cui la dimensione dell'esposizione aumenta inaspettatamente in prossimità del default;
- *rischio di spread*, legato ad un innalzamento degli spread, dunque del premio per il rischio richiesto dal mercato dei capitali, a parità di rating e di probabilità di default (ad esempio nel caso in cui il mercato è "spaventato" da eventi politici, catastrofi naturali o grandi fallimenti finanziari, il differenziale di spread tra le obbligazioni di più alta qualità e quelle peggiori aumenta notevolmente, si parla allora di "*flight to*

*quality*”), ciò comporta una diminuzione dell’esposizione senza che il merito creditizio sia cambiato;

- *rischio di pre-regolamento o di sostituzione*, che si verifica quando la controparte di una transazione in derivati negoziati sul mercato *over the counter* diviene insolvente prima della scadenza del contratto, costringendo così la banca a “sostituire” la posizione sul mercato a condizioni differenti;
- *rischio Paese*, quando una controparte non residente non è in grado di adempiere alle proprie obbligazioni per cause di natura politica o legislativa (come l’introduzione di vincoli valutari, che non permettono di rimborsare il debito).

Si deve ricordare, inoltre, che le tipologie di rischio di credito qui citate possono poi essere accentuate quando si è in presenza di portafogli con scarsa diversificazione geografico-settoriale, per i quali si deve considerare anche un rischio di concentrazione<sup>12</sup>.

---

<sup>12</sup> Cfr. Resti A. & Sironi A., *Op. Cit.*, p. 357.

### 3 Aspetti regolamentari sul rischio di credito

#### 3.1 *Il Comitato di Basilea*

Il Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria nasce nel 1974 ad opera dei governatori delle banche centrali dei paesi del G10, sotto il patrocinio della Banca per i Regolamenti Internazionali (BRI). Attualmente i membri provengono da: Belgio, Canada, Francia, Germania, Italia, Giappone, Lussemburgo, Olanda, Spagna, Svezia, Svizzera, Regno Unito e Stati Uniti d'America. Ha sede a Basilea e si riunisce quattro volte all'anno.

Il Comitato fornisce una serie di *standards*, raccomandazioni e *best practices*, poi spetta alla singola Autorità di Vigilanza farle proprie ed adattarle nel miglior modo possibile al proprio sistema nazionale.

Tale organismo si propone una serie di scopi che vanno dal rafforzare la sicurezza e l'affidabilità del sistema finanziario, alla definizione di *standards* minimi per la vigilanza prudenziale, alla promozione della cooperazione internazionale per quel che concerne la vigilanza prudenziale<sup>13</sup>.

---

<sup>13</sup> Cfr. [www.wikipedia.it](http://www.wikipedia.it), *Comitato di Basilea*.

### 3.2 *Basilea 1 (1988)*

Già a partire dall'Accordo sul Capitale Minimo delle Banche del 1988, conosciuto come Basilea 1, si capisce come il rischio di credito e in particolare la sua "prevenzione" venga ad assumere un ruolo fondamentale per la realizzazione degli scopi del Comitato, precedentemente esposti.

Basilea 1 prevedeva innanzitutto la costituzione di un patrimonio di vigilanza (PV) che servisse da "cuscinetto di sicurezza" in caso di perdite; a tal proposito il capitale veniva suddiviso in:

- patrimonio di base (*TIER 1*), composto dal capitale sociale, gli utili non distribuiti e le riserve palesi;
- patrimonio supplementare (*TIER 2*), che non poteva superare il 50% del patrimonio complessivo e comprendeva le riserve occulte, il debito subordinato, i fondi rischi e gli strumenti ibridi di patrimonializzazione.

Per quanto concerne il rischio di credito, è stato creato un sistema di ponderazioni distinguendo le esposizioni in base al grado di liquidità (contanti, titoli, ecc.), la natura dei mutuatari (governi, banche centrali, banche) e l'area geografica di residenza (paesi area OCSE e non)<sup>14</sup>, come mostrato nella **Tabella 3-1**.

---

<sup>14</sup> Cfr. Trevisan S., *Op. Cit.*, pp. 6-7.



Tabella 3-1: Ponderazioni per il rischio di credito

PONDERAZIONE AL RISCHIO	ESPOSIZIONI	
	Attività "in bilancio"	Attività "fuori bilancio"
<u>0%</u>	Contante e valori assimilati; crediti vs banche centrali dei paesi OCSE; titoli di Stato emessi dai governi dei paesi OCSE	Impieghi analoghi all'erogazione di credito con scadenza inferiore a 1 anno
<u>20%</u>	Crediti vs banche multilaterali di sviluppo e di crediti garantiti da tali istituzioni o da titoli emessi dalle medesime; titoli emessi da enti pubblici statunitensi	Impieghi di firma legati a operazioni commerciali (crediti documentari con garanzia reale)
<u>50%</u>	Mutui integralmente assistiti da garanzia ipotecaria su immobili residenziali che sono – o saranno – occupati dal mutuatario oppure che sono locati	Facilitazioni in appoggio all'emissione di titoli; altri impieghi all'erogazione di credito in scadenza superiore a 1 anno
<u>100%</u>	Crediti vs imprese private, partecipazioni in imprese private; crediti vs banche e governi di paesi non OCSE	Sostituti diretti del credito (fidejussioni e accettazioni); cessioni di attività prosolvendo, con rischio di credito a carico della banca

Fonte: Banca d'Italia

L'Accordo infine prevedeva che le banche si munissero, per fronteggiare il rischio di credito, di un ammontare di capitale pari almeno all'8% delle attività ponderate per il rischio, definendo così un coefficiente di solvibilità pari a:

$$Risk Asset Ratio = \frac{PV}{(\sum_{i=1}^n A_i P_i)} \geq 8\% \quad [3.1]$$

in cui:

$PV$ , rappresenta il patrimonio di vigilanza;

$A_i$ , è l'attività  $i$ -esima;

$P_i$ , è il coefficiente di ponderazione al rischio per le varie classi di attività.

Tale approccio, però, presentava numerosi limiti, quali:

- il fatto concentrarsi prevalentemente sul rischio di credito, ignorando le altre tipologie, come ad esempio il rischio di mercato, poco considerato, e quello operativo, classi queste che saranno invece valorizzate nel successivo Accordo del 2004;
- la scarsa differenziazione del rischio per quanto riguarda la categoria delle imprese private commerciali e industriali, alle quali si applicava una ponderazione pari al 100%, il che sta a significare che a imprese con rating diversi venivano imposti i medesimi requisiti patrimoniali;
- il limitato riconoscimento del legame tra scadenza e rischio di credito, infatti, all'aumentare dell'orizzonte temporale si prevede un possibile aumento del rischio di credito, dovuto al fatto che, per esempio, un'esposizione creditizia potrebbe subire un *downgrading* (una migrazione verso una classe di rating peggiore);
- il mancato riconoscimento dei benefici derivanti dalla diversificazione di portafoglio che si traduce in una mancata considerazione delle correlazioni tra le esposizioni;
- limitata individuazione di eventuali strumenti di *risk mitigation*, quali garanzie o derivati creditizi per l'attenuazione del rischio di credito;
- la staticità del requisito patrimoniale, che non segue le diverse fasi congiunturali.

### 3.3 *Basilea 2 (2004)*

Dal giugno del 1999, il Comitato ha avviato un lungo processo di revisione del documento risalente al 1988, che si è concluso nel 2004 con la stesura della versione finale del Nuovo Accordo di Basilea, Basilea 2 appunto, tuttavia per assistere alla sua prima effettiva applicazione si è dovuta aspettare la fine del 2006. La peculiarità di Basilea 2 riguarda innanzitutto il passaggio da una vigilanza “amministrativa”, improntata al raggiungimento di un’uniformità internazionale della regolamentazione, ad un approccio più orientato al mercato, che pone l’accento sull’attività ispettiva delle varie autorità nazionali<sup>15</sup>.

Il nuovo schema proposto dal Comitato si articolava in tre pilastri<sup>16</sup>:

1. Requisiti patrimoniali minimi (*Minimum Capital Requirements*), per fronteggiare i rischi tipici dell’attività finanziaria, di credito, di controparte, di mercato ed operativo;
2. Supervisione del sistema finanziario (*Supervisory Review*), mediante l’analisi dell’adeguatezza patrimoniale delle banche e del relativo processo interno di valutazione del capitale;
3. Disciplina del mercato (*Market Discipline*), per rafforzare la trasparenza e la stabilità del sistema.

---

<sup>15</sup> Cfr. Belli G., (2003-2004), *Valutazione delle imprese e merito creditizio alla luce del Nuovo Accordo di Basilea*, Roma, Università degli studi La Sapienza.

<sup>16</sup> Come si desume dalla consultazione del documento “*A new capital adequacy framework*”, pubblicato il 3 giugno 1999 dal Comitato di Basilea.

Figura 3-1: *Principi per la gestione del rischio di credito stabiliti dal Comitato di Basilea*

## I PRINCIPI PER LA GESTIONE DEL RISCHIO DI CREDITO STABILITI DAL COMITATO DI BASILEA

### *Parte A. Sviluppare un ambiente adeguato per la gestione del rischio di credito*

1. Il consiglio di amministrazione è responsabile di approvare e rivedere periodicamente (almeno una volta all'anno) la strategia della banca relativa al rischio di credito e le politiche della banca relative al rischio di credito. La strategia dovrebbe riflettere l'avversione al rischio della banca e il livello di redditività che la banca si aspetta dall'assunzione del rischio di credito.

2. Il senior management della banca è responsabile di implementare la strategia approvata dal consiglio di amministrazione e di sviluppare le politiche e le procedure per l'identificazione, la misurazione, il monitoraggio e il controllo del rischio di credito. Queste politiche e procedure dovrebbero essere tali da coprire il rischio di credito connesso a tutte le attività della banca sia a livello di singola esposizione sia a livello di portafoglio.

3. Le banche devono identificare e gestire il rischio di credito connesso a tutte le attività e a tutti i propri prodotti. Le banche devono inoltre assicurarsi che i rischi connessi a nuove attività o a nuovi prodotti siano soggetti ad adeguate politiche e procedure di risk management, approvate dal consiglio di amministrazione, prima che tali attività e prodotti siano introdotti.

### *Parte B. Sviluppare un processo adeguato per la concessione di credito*

4. Le banche devono operare nell'ambito di solidi e ben definiti criteri per la concessione del credito. Questi criteri dovrebbero indicare

5. Le banche devono fissare limiti di credito per singola controparte e per gruppi di controparti fra loro collegate. Tali limiti devono essere tali da aggregare fra loro in modo confrontabile e sensato le esposizioni di diversa natura, sia del portafoglio immobilizzato che del portafoglio di negoziazione, sia in che fuori bilancio.

6. Le banche dovrebbero disporre di un sistema chiaro ed efficace per l'approvazione dei nuovi crediti e per il rinnovo, la ristrutturazione e il rifinanziamento dei crediti già esistenti.

7. Tutte le concessioni di crediti devono essere effettuate "on an arm's length basis". In particolare, i crediti nei confronti di società e individui collegati devono essere autorizzati come eccezioni e monitorati con particolare attenzione. Altre misure appropriate devono essere adottate per controllare e ridurre i rischi connessi ai prestiti concessi on a non-arm's length basis.

**Parte C. Mantenere un sistema adeguato per la misurazione e il monitoraggio del rischio di credito**

8. Le banche dovrebbero disporre di un sistema per l'amministrazione dei propri portafogli che comportano assunzione di rischio di credito.

9. Le banche devono disporre di un sistema di monitoraggio delle condizioni relative a singoli crediti, includendo fra queste l'adeguatezza degli accantonamenti e delle riserve.

10. Le banche sono incoraggiate a sviluppare e utilizzare un sistema interno di rating per la gestione del rischio di credito. Il sistema di rating dovrebbe essere coerente con la natura, la dimensione e la complessità delle attività della banca.

11. Le banche devono disporre di un sistema informativo e di tecniche analitiche che consentano al management di misurare il rischio di credito connesso a tutte le attività in e fuori bilancio. Il sistema informativo dovrebbe fornire informazioni adeguate relative alla composizione del portafoglio creditizio, inclusa l'identificazione di ogni rischio di concentrazione.

12. Le banche devono disporre di un sistema di monitoraggio della composizione e della qualità del portafoglio creditizio.

13. Le banche dovrebbe tenere in adeguata considerazione i potenziali futuri cambiamenti delle condizioni economiche nel valutare i singoli crediti e i propri portafogli creditizie e dovrebbero valutare le proprie esposizioni al rischio di credito nel caso di condizioni di stress.

***Parte D. Assicurare un sistema di controlli adeguati per il rischio di credito***

14. Le banche devono istituire un sistema di valutazione periodica e indipendente dei processi relativi alla gestione del rischio di credito e i risultati di queste valutazioni devono essere comunicati direttamente al CdA e all'Alta Direzione della banca.

15. Le banche devono assicurarsi che la funzione di concessione del credito sia gestita in modo appropriato e che le esposizioni creditizie restino nell'ambito di standard prudenziali e dei limiti interni. Le banche dovrebbero inoltre istituire e rendere vincolanti dei controlli interni e altre procedure volte ad assicurare che le eventuali eccezioni alle politiche, procedure e limiti vengano comunicate tempestivamente al livello adeguato del management della banca affinché quest'ultimo adotti i provvedimenti appropriati.

16. Le banche dovrebbero disporre di un sistema di azioni correttive immediate.

**Parte E. Il ruolo delle autorità di vigilanza**

17. Le autorità di vigilanza devono verificare che le banche dispongano di un sistema efficace per identificare, misurare, monitorare e controllare il rischio di credito quale parte integrante di un più ampio approccio alla gestione dei rischi. Gli organi di vigilanza devono inoltre effettuare una valutazione indipendente delle strategie, politiche, procedure e pratiche relative alla concessione del credito e alla gestione del portafoglio di esposizioni creditizie. Le autorità di vigilanza dovrebbero inoltre considerare l'opportunità di fissare limiti prudenziali volti a contenere le esposizioni di una banca nei confronti di singoli debitori o gruppi di debitori fra loro collegati.

Fonte: Basel Committee on Banking Supervision (2000)

Per quanto riguarda il rischio di credito, un ruolo fondamentale nel Nuovo Accordo è giocato dall'assegnazione di un rating al cliente, vale a dire di un giudizio che misura il grado di rischio di un titolo obbligazionario. La novità riguarda il fatto che Basilea 2 introduce la possibilità, per gli istituti di credito, di affiancare ai rating prodotti dalle agenzie specializzate (ECAI, *External Credit Assessment Institution*), giudizi prodotti al proprio interno (mediante il metodo IRB, *Internal Rating Based*).

A tal proposito si distinguono tre approcci:

1. il "Metodo Standard" (*Standardized Approach*), che sostanzialmente non si discosta dall'approccio previsto nel precedente Accordo, in quanto prevede ancora un accantonamento pari all'8% delle attività ponderate per il rischio, ma, questa volta, seguendo il principio dei requisiti patrimoniali ponderati per il rischio degli impieghi, in base al quale si ha l'assegnazione ad ogni attività di un fattore di ponderazione, stimato dalle agenzie di rating esterne autorizzate dall'Autorità di vigilanza e tenute al rispetto, nel prestare il loro servizio, di precisi requisiti (obiettività, indipendenza dalle influenze politiche, accesso internazionale delle informazioni offerte, trasparenza, sufficienti risorse e

credibilità). Seguendo il nuovo metodo, dunque, ad un rating molto alto corrisponderà un accantonamento inferiore all'8%, visto che, in tal caso, si prevede che l'azienda che chiede un credito fornirà tutte le adeguate garanzie a restituirlo nei tempi e nei modi prestabiliti. Viceversa a rating molto bassi, corrisponderà un accantonamento maggiore.

**Tabella 3-2: Ponderazioni per il rischio nel nuovo approccio Standard**

ESPOSIZIONI		PONDERAZIONI PER IL RISCHIO						
<i>Standard &amp; Poor's</i>		da AAA a AA-	da A+ a A-	da BBB+ a BBB-	da BB+ a BB-	da B+ a B-	< B-	Unrated
<i>Moody's</i>		da Aaa a Aa3	da A1 a A3	da Baa1 a Baa3	da Ba1 a Ba3	da B1 a B3	< B3	Unrated
<i>Enti sovrani</i>		0	20%	50%	100%	100%	150%	100%
<i>Banche</i>	<i>Opzione 1</i>	20%	20%	50%	50%	100%	50%	100%
	<i>Opzione 2</i>	100%	100%	100%	150%	150%	100%	50%
<i>Imprese private</i>		20%	50%	100%	100%	150%	150%	100%
<i>Operazioni di securitization</i>		20%	50%	100%	150%	Deduzione dal patrimonio		
<i>Retail (privati e PMI)</i>		75%						
<i>Mutui residenziali</i>		35%						
<i>Mutui commerciali</i>		Da 100% a 50%, a scelta delle Autorità di vigilanza nazionali						

Fonte: Basel Committee on Banking Supervision (2001)

La metodologia standard individua il valore pesato delle esposizioni analizzando la qualità creditizia, la perdita in caso di insolvenza e l'esposizione al momento del default, non tenendo conto né della vita residua né del grado di concentrazione delle attività. La nuova normativa, inoltre, distingue tra il debito sovrano, per cui si fa riferimento esclusivamente al rating, e le banche, per le quali sono previste due possibilità: l'utilizzo del rating individuale

dell'intermediario e, laddove questo non sia disponibile, una ponderazione più elevata di quella generalmente applicata (50% contro 20%); oppure una ponderazione legata al rating del paese di insediamento (**Tabella 3-2**);

2. il "Metodo basato sui rating interni di base" (*IRB Foundation*), del quale possono usufruire soltanto le istituzioni creditizie che dimostrano di soddisfare precisi requisiti richiesti dall'Autorità di vigilanza. Tale approccio, in sostanza, prevede che le banche possano calcolare, in base ai propri strumenti analitici (previamente approvati dagli organi di vigilanza), la probabilità di default (PD). In particolare si fa riferimento ad una funzione di default che abbia valenza a livello internazionale, per la quale: *"si ha default del prestatore al ricorrere di almeno una tra due condizioni: la prima di tipo soggettivo (la banca ritiene improbabile che il debitore adempia in pieno alle sue obbligazioni) e la seconda di tipo oggettivo (sussiste un ritardo nei pagamenti di almeno 90 giorni - 180 giorni per l'Italia fino al 2011)"*<sup>17</sup>.

Nel metodo in questione le esposizioni vengono suddivise in varie classi (dette "portafogli") a seconda della natura della controparte, delle caratteristiche tecniche e delle modalità di svolgimento del rapporto ecc., in particolare vengono individuate sei grandi categorie in cui è articolato il *banking book* (debitori corporate, banche, enti sovrani, *retail*, *project finance* e capitale di rischio). In funzione delle diverse classi vengono individuate le varie attività ponderate per il rischio, definite come:

$$RWA = K \times 12,5 \times EAD$$

---

<sup>17</sup> [www.wikipedia.it](http://www.wikipedia.it), *Basilea II*.



Nella suddetta formula il fattore  $K$  rappresenta il requisito patrimoniale ed è calcolato nel modo seguente:

$$\begin{aligned}
 K = & 1,06 \times LGD \times \{N[(1 - R)^{-0,5} \\
 & \times G(PD) + (R \div (1 - R))^{0,5} \\
 & \times G(0,999)] - PD\} \times [1 + (M - 2,5) \times b] \\
 & \div (1 - 1,5 \times b)
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

dove:

$N(x)$ , rappresenta la funzione di distribuzione cumulativa di una variabile casuale normale standard (cioè la probabilità che una variabile casuale normale con media 0 e varianza 1 sia inferiore o uguale a  $x$ );

$G(z)$ , indica la funzione di distribuzione cumulativa inversa di una variabile casuale normale standard (cioè il valore di  $x$  tale per cui  $N(x) = z$ );

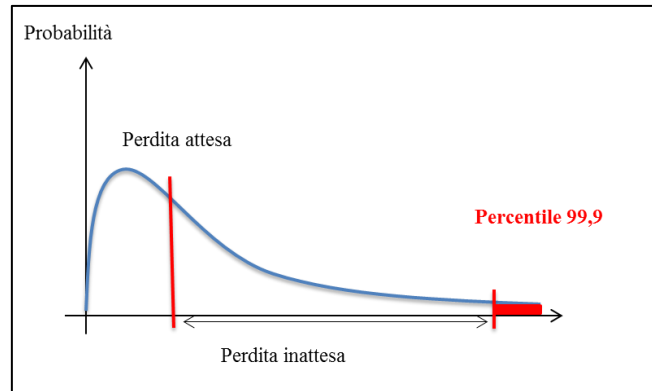
$R$ , rappresenta la correlazione ed è calcolata come:

$$R = 0,12 \times [1 + \text{EXP}(-50 \times PD)];$$

$b$ , rappresenta l'aggiustamento in funzione della scadenza e può essere ottenuto come:  $b = [0,011852 - 0,05478 \times \ln(PD)]^2$ .

Il capitale così quantificato copre ogni possibile perdita fino al 99,9% dei casi ed include le perdite attese e quelle inattese (escluse quelle che si verificano in scenari estremi), come mostrato nella figura sottostante:

Figura 3-2: Possibile distribuzione delle perdite su crediti

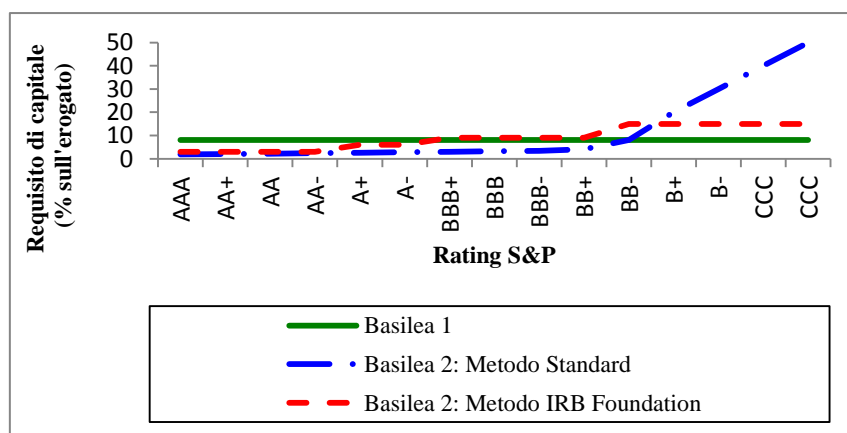


Fonte: Berardi Andrea, (2009)

3. il “Metodo basato sui rating interni avanzato” (*IRB Advanced*), che costituisce il metodo più complesso, sofisticato e costoso. Infatti, oltre alla PD, in questo caso vengono stimate internamente anche la LGD, la EAD e la *Maturity* (M), che, invece, nell'*IRB foundation* assumono valori determinati dalle Autorità di vigilanza. Per il resto il procedimento segue le medesime fasi della metodologia di base.

L'evidenza empirica mostra che, passando dal metodo standard a quello IRB, le ponderazioni diventano più sensibili al rischio, con effetti positivi o negativi, tradotti in risparmi o ulteriori spese, a seconda della rischiosità del portafoglio.

Figura 3-3: Il capitale assorbito da Basilea 1 a Basilea 2

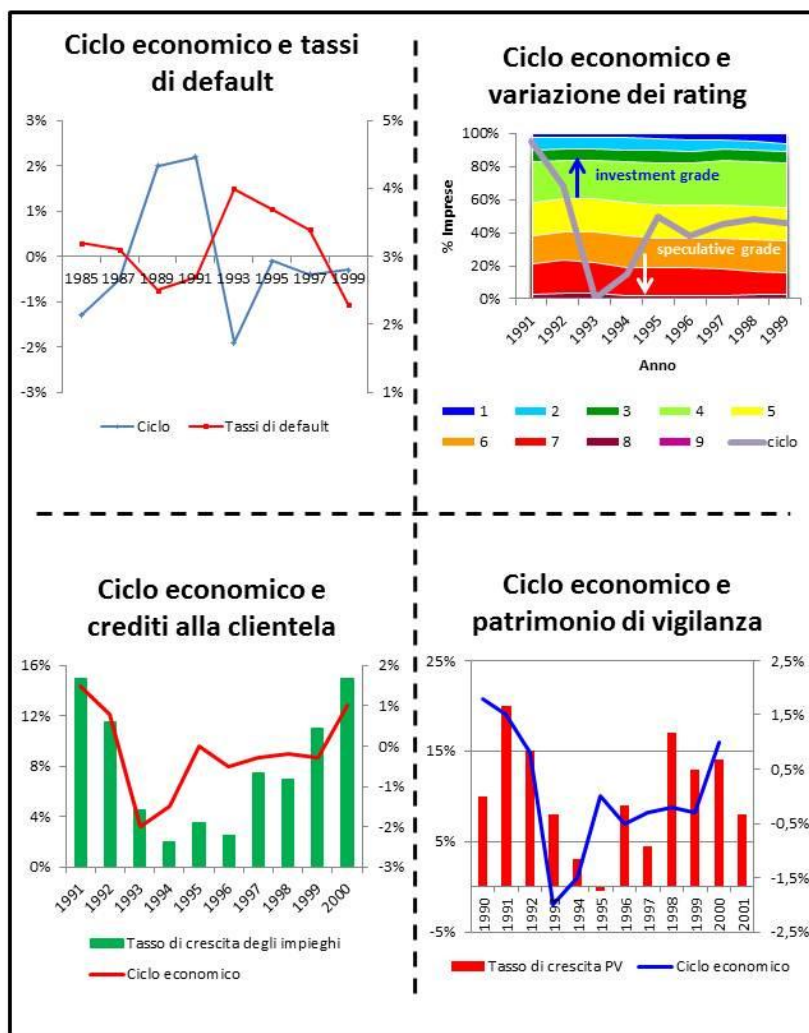


Fonte: Belli G., (2003-2004)

Nonostante Basilea 2 abbia permesso di superare alcuni dei limiti caratterizzanti il precedente Accordo, presenta ancora degli aspetti di problematicità:

- la difficoltà per le banche di raccogliere tutte le informazioni e i dati necessari per sviluppare le metodologie più avanzate per la misurazione del rischio di credito, in particolare per le piccole banche, portando così ad un’inevitabile discriminazione tra gli istituti;
- vi è il timore che il metodo dei rating interni vada a penalizzare le piccole e medie imprese, erroneamente considerate più rischiose, verso le quali le banche sarebbero indotte a praticare una diminuzione dei crediti concessi ed un innalzamento dei tassi d’interesse;
- permane ancora una scarsa differenziazione delle ponderazioni per il rischio previste per le diverse classi di rating;
- il modo rigido ed irrealistico con cui l’approccio dei rating interni misura la concentrazione e la correlazione tra i prenditori;
- la prociclicità finanziaria, deleteria per la stabilità del sistema economico, dovuta al fatto che i requisiti patrimoniali, essendo basati sui rating, possano accentuare le fluttuazioni del ciclo economico. Un eventuale deterioramento del ciclo economico, associato, ad esempio, ad un aumento dei tassi di default e ad un conseguente *downgrading* dell’esposizione, infatti, determinerebbe un inasprimento dei requisiti patrimoniali imposti dalle banche e ciò porterebbe ad una contrazione del credito, accentuando gli effetti della situazione recessiva del ciclo (come dimostrato nella **Figura 3-4**). Viceversa nel caso di un’espansione ciclica.

Figura 3-4: Prociclicità e Basilea 2



Fonte: Berardi A., (2009)

## 4 I modelli di scoring

I modelli tradizionalmente più utilizzati per la valutazione del rischio di credito sono quelli di tipo statistico, più conosciuti come modelli di scoring. Essi si servono di alcuni indici economico-finanziari della performance aziendale, ai quali vengono attribuite precise ponderazioni, che riflettono la relativa capacità di prevedere l'insolvenza. In tal modo si arriva ad una valutazione del merito creditizio, sintetizzata in un valore numerico, chiamato *score*, rappresentativo della probabilità di insolvenza<sup>18</sup>.

### 4.1 *L'analisi discriminante lineare e lo Z-score di Altman*

L'analisi discriminante lineare è una tecnica statistica, studiata da Fisher nel 1936, che ha l'obiettivo di classificare un'osservazione, ad esempio un'impresa, in base a una serie di variabili (generalmente indici economico-finanziari), in uno dei diversi gruppi, definiti a priori<sup>19</sup>. Tale classificazione avviene mediante la cosiddetta *funzione discriminante*, definita come:

---

<sup>18</sup> Cfr. Resti A. & Sironi A., *Op. Cit.*, p. 361.

<sup>19</sup> Cfr. Bottani P., Cipriani L., Serao F., (2004), "Analisi del rischio di insolvenza di una PMI tramite l'utilizzo del modello dello Z-Score", *Amministrazione e Finanza*, n. 1/2004, p.1.

$$Z = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n = \sum_{i=1}^n a_iX_i \quad [4.1]$$

dove:

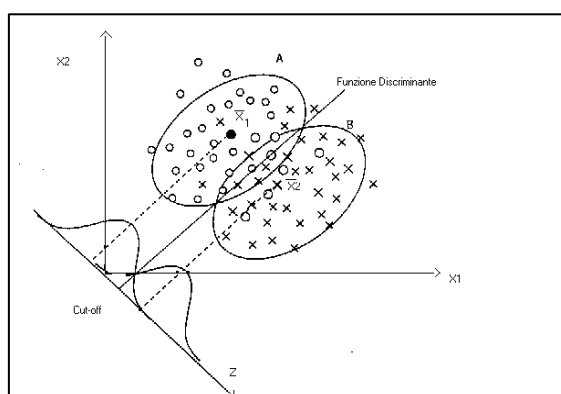
$Z$ , è il valore discriminante per ogni singolo cliente;

$a_i$ , sono i coefficienti di discriminazione;

$X_i$ , sono le variabili esplicative.

Questo tipo di funzione utilizza informazioni tratte dai dati di bilancio di un campione di imprese, in modo da definire una linea di confine tra i soggetti, distinguendoli ad esempio in imprese sane ed imprese insolventi (**Figura 4-1**)

**Figura 4-1:** Sintesi grafica dell'analisi discriminante lineare



Fonte: Resti A. & Sironi A., (2009)

Nella **Figura 4-1** si ipotizza che due gruppi di imprese, affidabili (A) ed insolventi (B), siano identificati da due sole variabili,  $X_1$  e  $X_2$ , sull'asse  $Z$  è invece rappresentato lo *score*, generato combinando queste due variabili. La funzione discriminante così definita permette di minimizzare la varianza all'interno del singolo gruppo e di massimizzare la varianza tra i gruppi. Per questo motivo si vuole ottenere degli *score* tali da massimizzare la distanza tra i

centroidi,  $z_A$  e  $z_B$ , ovvero tra le medie dei due gruppi. A tal proposito, bisogna costruire la funzione discriminante come:

$$z = \sum_{i=1}^n a_i X_i = \mathbf{a}'\mathbf{X} \quad [4.2]$$

dalla quale si procede poi a massimizzare la distanza tra i centroidi:

$$\text{Max}_{\mathbf{a}} = \frac{|z_A - z_B|}{\sigma_z} = \frac{|\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B|}{\sigma_z}$$

Si può eliminare il valore assoluto da questa equazione e lavorare sul quadrato  $q$ :

$$\text{Max}_{\mathbf{a}} = \frac{(\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B)^2}{\sigma_z^2} = \frac{(\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B)^2}{\mathbf{a}'\Sigma\mathbf{a}} \equiv q(\mathbf{a})$$

Calcolando la derivata prima di tale espressione ed eguagliandola a zero si ottiene:

$$\frac{\partial q}{\partial \mathbf{a}} = \frac{2(\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B)(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)\mathbf{a}'\Sigma\mathbf{a} - 2\Sigma\mathbf{a}(\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B)^2}{(\mathbf{a}'\Sigma\mathbf{a})^2} = 0$$

$$(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B)\mathbf{a}'\Sigma\mathbf{a} - \Sigma\mathbf{a}(\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B) = 0$$

$$\mathbf{a} = \Sigma^{-1}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B) \frac{\mathbf{a}'\Sigma\mathbf{a}}{(\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B)}$$

La quantità  $\frac{\mathbf{a}'\Sigma\mathbf{a}}{(\mathbf{a}'\mathbf{X}_A - \mathbf{a}'\mathbf{X}_B)}$  è una costante, dunque, essendo l'equazione omogenea di grado zero, essa può essere eliminata, ottenendo un vettore dei coefficienti  $\mathbf{a}$  del tipo:

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B) \quad [4.3]$$

con:

$\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ , matrice inversa di varianza e covarianza del campione;

$\mathbf{X}_A$ , vettore delle medie del gruppo di imprese sane;

$\mathbf{X}_B$ , vettore delle medie del gruppo di imprese anomale.

Un esempio può essere molto utile al fine di dimostrare praticamente l'utilizzo del modello appena esposto. Si supponga di far riferimento ad un campione di 38 imprese selezionate tra le società operanti nel settore dei beni di consumo (in particolare nei settori: automobili e componentistica, alimentari e prodotti per la casa) e quotate presso la Borsa Italiana<sup>20</sup>. Tali aziende sono state distinte in due gruppi in base ai valori assunti da un indice di indipendenza finanziaria<sup>21</sup> calcolato come rapporto tra i mezzi propri ed i mezzi totali a disposizione dell'azienda, ponendo come limite per il suddetto indice il valore del 33%<sup>22</sup>. In base a tale discriminazione, dunque, si distinguono 22 imprese "sicure" appartenenti al gruppo A e con valori dell'indice di indipendenza finanziaria maggiori del 33% e 16 imprese "rischiose" appartenenti al gruppo B, con un indice inferiore al 33% (**Tabella 4-1**).

---

<sup>20</sup> Cfr. Sito [www.borsaitaliana.it](http://www.borsaitaliana.it).

<sup>21</sup> Tutti i dati contabili utilizzati fanno riferimento ai Bilanci consolidati relativi al 31/12/2010.

<sup>22</sup> In particolare, valori dell'indice inferiori al 33% indicano una struttura finanziaria critica, valori compresi tra il 33% ed il 55% sottolineano che la situazione finanziaria è da monitorare, valori compresi tra il 55% ed il 66% indicano una struttura finanziaria equilibrata mentre per valori maggiori di 66% si prevedono possibilità di sviluppo future.



Tabella 4-1: *Imprese del campione distinte in base ai valori dell'indice di indipendenza finanziaria*

Imprese Gruppo A	Indice di indipendenza finanziaria	Imprese Gruppo B	Indice di indipendenza finanziaria
Aeffe	40,32%	Antichi Pellettieri	15,65%
B&C Speakers	59,49%	Bialetti Industrie	3,84%
Basicnet	36,20%	Caleffi	29,87%
Benetton Group	51,23%	Cobra	24,92%
Bonifiche Ferraresi	73,68%	Cogeme Set	31,72%
Brembo	33,68%	Fiat	16,97%
Campari	47,26%	Immsi	27,86%
Centrale del Latte di Torino	36,03%	Indesit Company	25,66%
Csp International	43,24%	Piaggio	28,65%
De Longhi	49,35%	Pininfarina	6,53%
Elica	42,01%	Poltrona Frau	21,03%
Emak	55,09%	Ratti	31,57%
Geox	68,44%	Richard-Ginori 1735	18,69%
La Doria	35,56%	Rosss	26,18%
Landi Renzo	44,42%	Sogefi	29,00%
Luxottica	40,91%	Zucchi	8,15%
Marcolin	42,78%		
Parmalat	76,05%		
Pirelli	36,09%		
Rcf Group	42,70%		
Safilo Group	51,61%		
Tod'S	67,54%		

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Per ogni impresa sono state definite, per semplicità, solo due variabili indipendenti: il rapporto tra oneri finanziari e fatturato<sup>23</sup>, indice che esprime l'incidenza dei costi di reperimento dei mezzi finanziari di terzi (cioè l'indebitamento) sui ricavi delle vendite ed il rapporto tra totale attivo e capitale proprio<sup>24</sup>, un indice di leva finanziaria che evidenzia in che modo l'azienda riesce a finanziare i propri investimenti, se con prevalenza di capitale proprio o di terzi (tali dati vengono di seguito riassunti nella **Tabella 4-2** ed in forma grafica nella **Figura 4-2**).

<sup>23</sup> Per fatturato si intendono i ricavi netti.

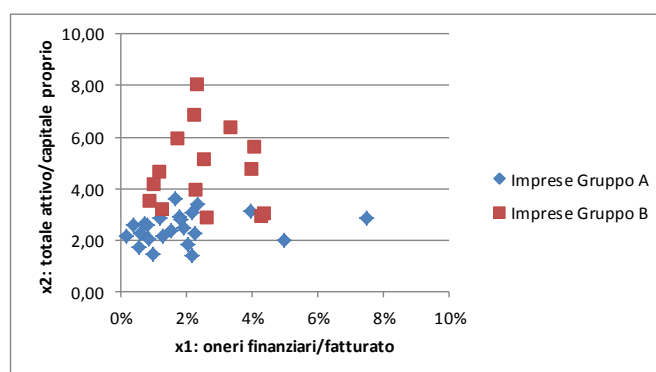
<sup>24</sup> Il capitale proprio comprende il capitale sociale e le riserve, ma non l'utile (o la perdita) d'esercizio.

Tabella 4-2: Valori delle due variabili indipendenti per le banche

Imprese Gruppo A	x <sub>1</sub> : oneri finanziari/fatturato	x <sub>2</sub> : totale attivo/capitale proprio	Imprese Gruppo B	x <sub>1</sub> : oneri finanziari/fatturato	x <sub>2</sub> : totale attivo/capitale proprio
Aeffe	1,79%	2,92	Antichi Pellettieri	2,53%	5,13
B&C Speakers	0,58%	2,23	Bialetti Industrie	2,26%	6,84
Basicnet	3,95%	3,09	Caleffi	0,88%	3,47
Benetton Group	1,28%	2,12	Cobra	4,29%	2,88
Bonifiche Ferraresi	2,16%	1,37	Cogeme Set	10,86%	3,15
Brembo	2,33%	3,39	Fiat	3,38%	6,36
Campari	0,17%	2,12	Immsi	4,09%	5,60
Centrale del Latte di Torino	1,19%	2,84	Indesit Company	1,20%	4,62
Csp International	0,38%	2,57	Piaggio	2,28%	3,91
De Longhi	2,26%	2,25	Pininfarina	1,75%	5,94
Elica	0,73%	2,62	Poltrona Frau	4,01%	4,72
Emak	0,85%	2,03	Ratti	4,37%	3,03
Geox	0,54%	1,69	Richard-Ginori 1735	2,65%	2,85
La Doria	1,67%	3,60	Rosss	1,28%	3,16
Landi Renzo	0,79%	2,59	Sogefi	1,03%	4,14
Luxottica	1,85%	2,81	Zucchi	2,33%	8,03
Marcolin	2,15%	3,06			
Parmalat	0,99%	1,44			
Pirelli	7,49%	2,85			
Rcf Group	1,51%	2,36			
Safilo Group	4,96%	1,97			
Tod'S	2,03%	1,82			
<b>VALORI MEDI</b>	<b>1,89%</b>	<b>2,44</b>	<b>VALORI MEDI</b>	<b>3,07%</b>	<b>4,62</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Figura 4-2: Grafico valori delle due variabili indipendenti per le imprese



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

In base ad un'analisi puramente statistica si possono ottenere le informazioni fondamentali (media, varianza e covarianza) per effettuare l'analisi discriminante lineare, riferite all'intero campione di imprese, alle imprese del gruppo A e a quelle del gruppo B (Tabella 4-3).

Tabella 4-3: *Statistiche descrittive dati*

INTERO CAMPIONE	$x_1$	$x_2$	INTERO CAMPIONE VAR-COV	$x_1$	$x_2$
Media	0,0239	3,3577	$x_1$	0,0004	0,0040
Varianza	0,0004	2,4033	$x_2$	0,0040	2,4033
GRUPPO A	$x_1$	$x_2$	GRUPPO A VAR-COV	$x_1$	$x_2$
Media	0,0189	2,4432	$x_1$	0,0003	0,0021
Varianza	0,0003	0,3616	$x_2$	0,0021	0,3616
GRUPPO B	$x_1$	$x_2$	GRUPPO B VAR-COV	$x_1$	$x_2$
Media	0,0307	4,6152	$x_1$	0,0006	-0,0081
Varianza	0,0006	2,5086	$x_2$	-0,0081	2,5086

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

A questo punto è possibile costruire i vettori  $X_A$  e  $X_B$ , che indicano rispettivamente i valori medi del primo e del secondo gruppo di imprese, relativamente alle due variabili considerate:

$$X_A = \begin{pmatrix} 0,0189 \\ 2,4432 \end{pmatrix} \quad X_B = \begin{pmatrix} 0,0307 \\ 4,6152 \end{pmatrix}$$

Tali vettori verranno poi utilizzati per ricavare i coefficienti  $a_i$ , necessari per ottenere lo score  $z$ , a partire dalla [4.3].

In base ai dati statistici precedentemente calcolati, è possibile riportare le matrici di varianze-covarianze per i due gruppi come:

$$\Sigma_A = \begin{pmatrix} 0,0003 & 0,0021 \\ 0,0021 & 0,3616 \end{pmatrix} \quad \Sigma_B = \begin{pmatrix} 0,0006 & -0,0081 \\ -0,0081 & 2,5086 \end{pmatrix}$$

A partire da queste si ottiene la matrice  $\Sigma$ , valida per entrambi i gruppi, mediante una media ponderata per il numero di banche che compongono i due insiemi<sup>25</sup>:

---

<sup>25</sup> Nella formula compaiono  $n_A - 1$  e  $n_B - 1$  perchè nel calcolo di varianze e covarianze si divide per il numero delle osservazioni nel campione meno uno.

$$\begin{aligned}\Sigma &= \frac{n_A-1}{n_A+n_B-2} \Sigma_A + \frac{n_B-1}{n_A+n_B-2} \Sigma_B = \frac{21}{36} \Sigma_A + \frac{15}{36} \Sigma_B = \\ &= \begin{pmatrix} 0,0002 & 0,0012 \\ 0,0012 & 0,2110 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,0002 & -0,0034 \\ -0,0034 & 1,0453 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0004 & -0,0022 \\ -0,0022 & 1,2562 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Andando quindi ad invertire la matrice appena trovata si ricava:

$$\Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 2497,0116 & 4,3005 \\ 4,3005 & 0,8034 \end{pmatrix}$$

Applicando ora la [4.3] si può arrivare ai valori dei coefficienti  $a_i$ :

$$\mathbf{a} = \Sigma^{-1}(\mathbf{X}_A - \mathbf{X}_B) = \begin{pmatrix} 2497,0116 & 4,3005 \\ 4,3005 & 0,8034 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0,0118 \\ -2,1720 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -38,8446 \\ -1,7959 \end{pmatrix}$$

Con gli  $a_i$  così individuati, lo score  $z$  per la generica banca  $i$  sarà:

$$\begin{aligned}z_i &= a_i X_{i=} & [4.4] \\ &= -38,8446 \cdot X_{1,i} - 1,7959 \cdot X_{2,i}\end{aligned}$$

Si può facilmente verificare che alle variabili indipendenti, nello *score*, viene dato un peso differente, negativo per entrambe le variabili, tuttavia la prima (oneri finanziari su fatturato) ha un peso maggiore, dunque una capacità discriminante superiore rispetto alla seconda.

Si possono ora calcolare i punteggi associati alle diverse aziende (**Tabella 4-4**).

I valori dei centroidi per i due gruppi risultano dunque pari a  $z_A = -5,123$  e  $z_B = -9,483$ . Uno step successivo, a tal punto, può essere quello di andare a definire una soglia, un *cut-off point*, al di sotto della quale una banca rifiuterà il finanziamento all'impresa, perché considerata eccessivamente rischiosa.

Tabella 4-4: Valori degli score per le imprese

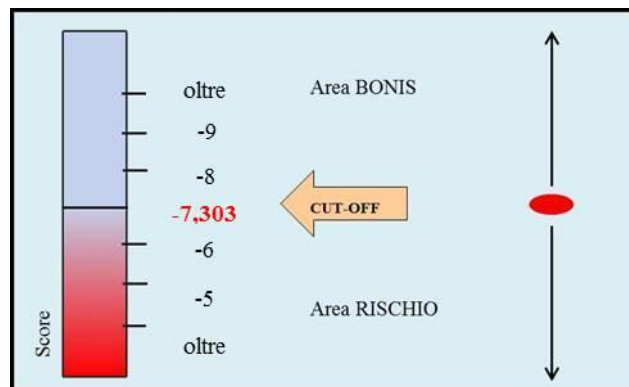
Imprese Gruppo A	$z_i$	Imprese Gruppo B	$z_i$
Aeffe	-5,943	Antichi Pellettieri	-10,194
B&C Speakers	-4,229	Bialetti Industrie	-13,169
Basicnet	-7,086	Caleffi	-6,580
Benetton Group	-4,311	Cobra	-6,831
Bonifiche Ferraresi	-3,297	Cogeme Set	-9,881
Brembo	-6,983	Fiat	-12,739
Campari	-3,876	Immsi	-11,637
Centrale del Latte di Torino	-5,569	Indesit Company	-8,761
Csp International	-4,761	Piaggio	-7,911
De Longhi	-4,923	Pininfarina	-11,357
Elica	-4,980	Poltrona Frau	-10,041
Emak	-3,978	Ratti	-7,144
Geox	-3,246	Richard-Ginori 1735	-6,148
La Doria	-7,119	Rosss	-6,163
Landi Renzo	-4,964	Sogefi	-7,843
Luxottica	-5,755	Zucchi	-15,327
Marcolin	-6,335		
Parmalat	-2,972		
Pirelli	-8,036		
Ref Group	-4,824		
Safilo Group	-5,462		
Tod'S	-4,060		
<b>VALORI MEDI</b>	<b>-5,123</b>	<b>VALORI MEDI</b>	<b>-9,483</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Come riferimento si può dunque considerare come *cut-off point* il punto che si trova a metà tra i due centroidi:

$$\alpha \equiv \frac{1}{2} a_i (\mathbf{X}_A + \mathbf{X}_B) = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{-5,123 - 9,483}{2} \cong -7,303 \quad [4.5]$$

Figura 4-3: Cut-off point



Fonte: Propria elaborazione

Dal confronto tra gli *z-score* rilevati e suddetta soglia, emerge che, sotto le ipotesi considerate dal modello, una banca potrebbe negare il credito a 12 imprese su 38, tutte appartenenti al gruppo delle aziende più “a rischio” tranne una (Tabella 4-5).

Tabella 4-5: Valori degli *z-score* rispetto ad  $\alpha$

Imprese Gruppo A	$z_i$	Imprese Gruppo B	$z_i$
Aeffe	-5,943	Antichi Pellettieri	-10,194
B&C Speakers	-4,229	Bialetti Industrie	-13,169
Basicnet	-7,086	Caleffi	-6,580
Benetton Group	-4,311	Cobra	-6,831
Bonifiche Ferraresi	-3,297	Cogeme Set	-9,881
Brembo	-6,983	Fiat	-12,739
Campari	-3,876	Immsi	-11,637
Centrale del Latte di Torino	-5,569	Indesit Company	-8,761
Csp International	-4,761	Piaggio	-7,911
De Longhi	-4,923	Pininfarina	-11,357
Elica	-4,980	Poltrona Frau	-10,041
Emak	-3,978	Ratti	-7,144
Geox	-3,246	Richard-Ginori 1735	-6,148
La Doria	-7,119	Rosss	-6,163
Landi Renzo	-4,964	Sogefi	-7,843
Luxottica	-5,755	Zucchi	-15,327
Marcolin	-6,335		
Parmalat	-2,972		
Pirelli	-8,036		
Ref Group	-4,824		
Safilo Group	-5,462		
Tod'S	-4,060		
<b>VALORI MEDI</b>	<b>-5,123</b>	<b>VALORI MEDI</b>	<b>-9,483</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Per rendere più accurato il modello può essere interessante passare dallo *score* alla probabilità di default, andando a ricavare la PD come:

$$PD = p(B|\mathbf{x}_i) = \frac{1}{1 + \frac{1 - \pi_B}{\pi_B} e^{z_i - \alpha}} \quad [4.6]$$

con:

$p(B|\mathbf{x}_i)$ , probabilità di appartenere al gruppo B (quello delle imprese “rischiose”), dato il vettore  $\mathbf{x}_i$  delle variabili indipendenti considerate;

$z_i$ , come definita nella [4.7];

$\alpha$ , come definita nella [4.8];

$\pi_B$ , probabilità di default a priori (o *prior*), che in mancanza di informazioni più dettagliate può essere ricavata in base all'incidenza delle aziende appartenenti al gruppo B rispetto all'intero campione.

In questo esempio, dunque, si può considerare:

$$\pi_B \cong \frac{16}{22} = 72,73\%$$

Andando ad applicare la [4.6] per ogni società si ottengono i risultati riportati nella **Tabella 4-6**.

**Tabella 4-6: Valori degli z-score e delle PD**

Imprese Gruppo A	$z_i$	PD	Imprese Gruppo B	$z_i$	PD
Aeffe	-5,943	41%	Antichi Pellettieri	-10,194	98%
B&C Speakers	-4,229	11%	Bialetti Industrie	-13,169	100%
Basicnet	-7,086	68%	Caleffi	-6,580	56%
Benetton Group	-4,311	12%	Cobra	-6,831	62%
Bonifiche Ferraresi	-3,297	5%	Cogeme Set	-9,881	97%
Brembo	-6,983	66%	Fiat	-12,739	100%
Campari	-3,876	8%	Immsi	-11,637	100%
Centrale del Latte di Torino	-5,569	32%	Indesit Company	-8,761	92%
Csp International	-4,761	17%	Piaggio	-7,911	83%
De Longhi	-4,923	20%	Pininfarina	-11,357	99%
Elica	-4,980	21%	Poltrona Frau	-10,041	98%
Emak	-3,978	9%	Ratti	-7,144	69%
Geox	-3,246	4%	Richard-Ginori 1735	-6,148	46%
La Doria	-7,119	69%	Rosss	-6,163	46%
Landi Renzo	-4,964	20%	Sogefi	-7,843	82%
Luxottica	-5,755	36%	Zucchi	-15,327	100%
Marcolin	-6,335	50%			
Parmalat	-2,972	3%			
Pirelli	-8,036	85%			
Ref Group	-4,824	18%			
Safilo Group	-5,462	30%			
Tod'S	-4,060	9%			
<b>VALORI MEDI</b>	<b>-5,123</b>	<b>29%</b>	<b>VALORI MEDI</b>	<b>-9,483</b>	<b>83%</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

E' molto facile notare come le probabilità di default aumentino al diminuire dello *score*.

Si può ora procedere ad affinare ulteriormente il modello andando ad indicare una nuova soglia<sup>26</sup> che tenga in considerazione anche la probabilità di default a priori, il *prior*  $\pi_B$ :

$$\alpha' \equiv \alpha + \ln \frac{\pi_B}{1 - \pi_B} = -7,303 + \ln \frac{0,7273}{1 - 0,7273} \cong -6,332 \quad [4.7]$$

Essendo tale soglia più alta, è ovvio che alcune imprese precedentemente considerate sane ora non lo saranno più poiché il loro *score* sarà inferiore ad  $\alpha'$ .

Per giungere alla [4.7] si è ipotizzato che un'azienda fosse "affidabile" se la sua PD risultava essere inferiore al 50%, tuttavia nella realtà anche probabilità di default del 30% o del 40% potrebbero risultare fortemente negative ed andare ad influenzare la decisione di una banca che si appresta a concedere un finanziamento all'impresa. A tal proposito si tende a minimizzare il più possibile le PD per rispecchiare nel migliore dei modi quanto accade nella realtà, andando ad introdurre nel modello un elemento di ulteriore complessità come i costi di errata classificazione.

In riferimento alla situazione presa in esame, la banca che valuta se concedere o meno il prestito può incontrare, durante la sua valutazione, due tipologie di errori:

- l'errore del primo tipo, per cui si classifica un cliente rischioso fra quelli sani;

---

<sup>26</sup> Il nuovo *cut-off point* viene ricavato a partire dalla [4.6], ipotizzando di considerare rischiosa una banca se la sua PD supera il 50%:  $PD = \frac{1}{1 + \frac{1 - \pi_B}{\pi_B} e^{z_i - \alpha}} > 0,5$ .



- l'errore del secondo tipo, in base al quale un'impresa "affidabile" viene classificata come eccessivamente rischiosa.

Tali errori comportano, per la banca che produce la valutazione, dei costi. In particolare, legati al primo tipo di errore sono i costi inerenti alla perdita, totale o parziale, degli interessi e del capitale, ai quali poi si aggiungono gli oneri legali e amministrativi per la gestione dell'insolvenza e la riscossione di eventuali garanzie, tali costi nel modello sono indicati con  $C(A|B)$ . In seguito all'errore del secondo tipo, invece, si generano costi  $C(B|A)$  corrispondenti al mancato guadagno, in termini di commissioni e margine di interesse, per aver considerato un'impresa "sana" come rischiosa.

Alla luce di queste ulteriori considerazioni il *cut-off* può essere ricalibrato, considerando l'eventualità di rifiutare di entrare in operazioni con alcuni clienti, quando il costo atteso<sup>27</sup> dell'errore del primo tipo è superiore al costo atteso dell'errore del secondo tipo, cioè quando:

$$C(A|B) \cdot PD > C(B|A) \cdot (1 - PD)$$

La nuova soglia può essere definita come<sup>28</sup>:

$$\alpha'' = \alpha + \ln \frac{\pi_B \cdot C(A|B)}{(1 - \pi_B) \cdot C(B|A)} = -5,793 + \ln \frac{0,7273 \cdot 0,70}{0,2727 \cdot 0,02} \cong -2,767$$

La **Tabella 4-7** mostra come nel passaggio da  $\alpha$  ad  $\alpha'$  ed infine ad  $\alpha''$  il modello diventi molto più restrittivo (ciò viene spiegato dal fatto che, arrivati al terzo tipo di *cut-off*, per rendere le assunzioni il più realistiche possibili, viene dato

<sup>27</sup> E' il costo dell'errore ponderato per la probabilità che esso si verifichi.

<sup>28</sup> Sotto le ipotesi che l'errore del primo tipo produca una perdita del 70% del capitale prestato (dunque si abbia un tasso di recupero del 30%) e quello del secondo tipo sia legato ad un mancato guadagno pari ad uno spread del 2% sul capitale prestato.

maggior peso all'errore del primo tipo, che in effetti è quello che conduce a perdite di maggiore rilevanza). Il modello a questo punto è stato reso, oltre che più vicino alla realtà, anche più prudente.

**Tabella 4-7: Conclusioni del modello sulla base dei diversi cut-off**

Imprese Gruppo A	$z_i$	$\alpha=-7,303$	$\alpha'=-6,322$	$\alpha''=-2,767$	Imprese Gruppo B	$z_i$	$\alpha=-7,303$	$\alpha'=-6,322$	$\alpha''=-2,676$
Aeffe	-5,943	√	√	x	Antichi Pellettieri	-10,194	x	x	x
B&C Speakers	-4,229	√	√	x	Bialetti Industrie	-13,169	x	x	x
Basicnet	-7,086	√	x	x	Caleffi	-6,580	√	x	x
Benetton Group	-4,311	√	√	x	Cobra	-6,831	√	x	x
Bonifiche Ferraresi	-3,297	√	√	x	Cogeme Set	-9,881	x	x	x
Brembo	-6,983	√	x	x	Fiat	-12,739	x	x	x
Campari	-3,876	√	√	x	Immsi	-11,637	x	x	x
Centrale del Latte di Torino	-5,569	√	√	x	Indesit Company	-8,761	x	x	x
Csp International	-4,761	√	√	x	Piaggio	-7,911	x	x	x
De Longhi	-4,923	√	√	x	Pininfarina	-11,357	x	x	x
Elica	-4,980	√	√	x	Poltrona Frau	-10,041	x	x	x
Emak	-3,978	√	√	x	Ratti	-7,144	√	x	x
Geox	-3,246	√	√	x	Richard-Ginori 1735	-6,148	√	√	x
La Doria	-7,119	√	x	x	Rosss	-6,163	√	√	x
Landi Renzo	-4,964	√	√	x	Sogefi	-7,843	x	x	x
Luxottica	-5,755	√	√	x	Zucchi	-15,327	x	x	x
Marcolin	-6,335	√	x	x					
Parmalat	-2,972	√	√	x					
Pirelli	-8,036	x	x	x					
Ref Group	-4,824	√	√	x					
Safilo Group	-5,462	√	√	x					
Tod'S	-4,060	√	√	x					

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Uno tra i più importanti e noti modelli che sfruttano proprio la logica dell'analisi discriminante è quello sviluppato da Edward Altman nel 1968, in seguito ad uno studio eseguito utilizzando i dati di bilancio di 66 imprese, delle quali la metà era insolvente, con un grado di accuratezza del 95%.

Lo *Z-score* individuato da Altman risulta essere funzione di cinque variabili, ricavate direttamente dai dati contabili:

1.  $x_1 = \frac{\text{capitale circolante netto}}{\text{totale attivo}}$ <sup>29</sup>, che esprime il valore delle attività liquide dell'azienda rispetto alla capitalizzazione totale. E' evidente che se la società produce cospicue perdite operative, si andrà incontro ad una forte riduzione delle attività correnti rispetto alle attività totali;
2.  $x_2 = \frac{\text{utili non distribuiti}}{\text{totale attivo}}$ <sup>30</sup>, ossia la capacità che l'azienda ha di reinvestire i propri utili. Le aziende più giovani avranno un valore minore di tale indice rispetto a quelle più mature, questo perché esse non hanno avuto ancora il tempo necessario per costruire le loro riserve;
3.  $x_3 = \frac{EBIT}{\text{totale attivo}}$ , dove per EBIT si intende l'utile ante interessi e imposte, misura la reale produttività dell'impresa;
4.  $x_4 = \frac{\text{capitalizzazione}}{\text{valore contabile delle passività}}$ <sup>31</sup>, indica di quanto le attività di un'azienda possono ridursi prima che queste risultino inferiori alle passività totali, dunque prima che si creino i presupposti per il fallimento;
5.  $x_5 = \frac{\text{ricavi netti}}{\text{totale attivo}}$ , mostra la capacità dell'impresa di generare ricavi, dato un certo valore dell'attivo, dunque è anche un indice di competitività rispetto al mercato di riferimento<sup>32</sup>.

---

<sup>29</sup> Il capitale circolante netto è ottenuto come differenza tra attività correnti (crediti verso clienti, magazzino, prodotti finiti, in lavorazione e materie prime, anticipi ai fornitori) e passività correnti (debiti verso fornitori, debiti verso dipendenti e lavoratori terzi, escluso il TFR, debiti tributari di natura ricorrente).

<sup>30</sup> Gli utili non distribuiti vengono calcolati a partire dai dati contabili come differenza tra utile netto e dividendi.

<sup>31</sup> Per capitalizzazione si intende valore di mercato del patrimonio netto, ricavato dai dati disponibili sul sito [www.borsaitaliana.it](http://www.borsaitaliana.it) come prodotto tra il numero delle azioni ed il loro prezzo ufficiale.

<sup>32</sup> Altman E., (2000), *Predicting financial distress of companies: revisiting the z-score and zeta<sup>®</sup> models*, Stern School of Business, New York University, pp. 9-12.

A questo punto si può delineare la funzione con la quale ricavare lo *score*, per la generica impresa *i*:

$$z_i = 1,2 \cdot x_{i,1} + 1,4 \cdot x_{i,2} + 3,3 \cdot x_{i,3} + 0,6 \cdot x_{i,4} + 1,0 \cdot x_{i,5} \quad [4.8]$$

All'aumentare di  $z_i$  diminuisce la probabilità di insolvenza, perciò la qualità dell'impresa sarà migliore. Altman stesso fissa una soglia inferiore pari a 1,81 ed una superiore uguale a 2,99 (in base ai dati utilizzati, relativi al campione di 66 imprese), per cui:

- se  $z_i > 2,99$ , l'impresa sarà considerata "sana";
- se  $1,81 < z_i < 2,99$ , ci si trova nella cosiddetta "grey area", dunque il modello non consente di arrivare a risultati soddisfacenti;
- se  $z_i < 1,81$ , l'impresa verrà considerata "pericolosa".

E' utile applicare praticamente il modello appena esposto utilizzando gli stessi dati con i quali è stata sviluppata precedentemente l'analisi discriminante lineare.

La **Tabella 4-8** mostra i valori delle variabili e i diversi score per ogni impresa, ottenuti applicando la [4.8].

Utilizzando il modello *Z-score* di Altman dunque i risultati sul campione preso in esame evidenziano: 5 imprese sane (in verde nella **Tabella 4-8**), 8 imprese appartenenti alla cosiddetta "grey area" (in giallo) e 9 aziende "pericolose" (evidenziate in rosso), nel gruppo A, mentre 12 imprese "pericolose" e 4 nella "grey area" per quanto riguarda il gruppo B.

Tabella 4-8: Z- score per le imprese

Imprese Gruppo A	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	z <sub>i</sub>	Imprese Gruppo B	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	z <sub>i</sub>
Aeffe	-0,036	-0,032	-0,034	0,229	0,568	<b>0,505</b>	Antichi Pellettieri	-0,429	-0,112	-0,071	0,161	1,015	<b>0,205</b>
B&C Speakers	0,339	0,146	0,230	5,743	1,308	<b>6,123</b>	Bialetti Industrie	-0,193	-0,101	0,079	0,155	0,997	<b>0,977</b>
Basicnet	0,120	-0,005	0,075	1,189	0,597	<b>1,694</b>	Caleffi	0,343	0,000	0,016	0,404	1,184	<b>1,889</b>
Benetton Group	0,000	0,021	0,060	0,628	0,702	<b>1,306</b>	Cobra	-0,206	-0,099	-0,060	0,238	0,823	<b>0,382</b>
Bonifiche Ferraresi	0,029	0,006	0,009	4,047	0,050	<b>2,550</b>	Cogeme Set	0,055	-0,010	0,011	0,121	0,288	<b>0,451</b>
Brembo	0,123	0,018	0,055	0,807	1,111	<b>1,950</b>	Fiat	0,221	0,005	0,014	0,303	0,489	<b>0,986</b>
Campari	0,180	0,046	0,102	2,038	0,439	<b>2,278</b>	Immsi	0,000	0,000	0,041	0,168	0,694	<b>0,929</b>
Centrale del Latte di Torino	-0,002	0,009	0,027	0,325	0,876	<b>1,168</b>	Indesit Company	-0,054	0,033	0,082	0,556	1,290	<b>1,877</b>
Csp International	0,345	0,031	0,048	0,446	0,775	<b>1,658</b>	Piaggio	-0,026	0,011	0,072	0,795	0,961	<b>1,659</b>
De Longhi	0,214	0,041	0,096	1,108	1,038	<b>2,334</b>	Pininfarina	0,296	-0,103	-0,062	0,362	0,636	<b>0,859</b>
Elica	0,106	0,029	0,032	0,467	1,109	<b>1,662</b>	Poltrona Frau	0,065	0,002	0,036	0,573	0,860	<b>1,403</b>
Emak	0,382	0,036	0,078	1,313	0,999	<b>2,553</b>	Ratti	0,363	-0,014	0,003	0,811	0,823	<b>1,736</b>
Geox	0,413	0,092	0,150	4,519	1,365	<b>5,196</b>	Richard-Ginori 1735	-0,056	-0,164	-0,124	0,454	0,623	<b>0,188</b>
La Doria	0,256	0,023	0,080	0,273	1,299	<b>2,066</b>	Rosss	0,094	-0,054	-0,051	1,422	1,106	<b>1,828</b>
Landi Renzo	0,261	0,038	0,096	1,769	0,873	<b>2,619</b>	Sogefi	0,043	0,025	0,057	0,548	1,251	<b>1,853</b>
Luxottica	0,081	0,030	0,089	2,256	0,725	<b>2,512</b>	Zucchi	-0,131	-0,074	0,008	0,052	0,690	<b>0,486</b>
Marcolin	0,358	0,101	0,136	2,552	1,130	<b>3,680</b>							
Parmalat	0,397	0,037	0,072	3,207	0,939	<b>3,628</b>							
Pirelli	0,016	-0,014	0,073	0,630	0,863	<b>1,480</b>							
Ref Group	0,270	0,004	0,030	0,457	0,740	<b>1,442</b>							
Safilo Group	0,189	0,002	0,046	1,045	0,727	<b>1,733</b>							
Tod'S	0,326	-0,046	0,175	7,622	0,860	<b>6,337</b>							

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

## 4.2 Test sui modelli di analisi discriminante lineare e di Altman

Per misurare la bontà dei modelli di analisi discriminante lineare vengono utilizzati diversi test, uno dei più noti è il cosiddetto *lambda di Wilks*.

Tale indice è ottenuto come rapporto tra la somma delle devianze degli *score* relativi ai due gruppi di imprese e la devianza<sup>33</sup> totale nel campione:

$$\Lambda = \frac{\sum_{i \in A} (z_i - z_A)^2 + \sum_{i \in B} (z_i - z_B)^2}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}$$

con  $\bar{z}$  pari alla media di  $z_i$  sull'intero campione di imprese.

Se il modello è efficace allora i valori degli *score* per i singoli gruppi sono molto simili tra loro, ciò significa dunque che le due quantità al numeratore si

<sup>33</sup> La devianza viene calcolata come  $[Var \cdot (N - 1)]$ .

avvicinano a 0 e con esse anche l'intero valore del  $\lambda$ . Se, al contrario, la capacità discriminante del modello è bassa il quoziente sarà più vicino a 1.

Applicando il suddetto indice alle aziende appartenenti al settore "beni di consumo", si ottiene un  $\lambda$  del 49,94% per l'analisi discriminante lineare e del 74,08% per il modello di Altman (in base ai calcoli riportati nella **Tabella 4-9**), il che evidenzia come entrambi i modelli non siano comunque perfetti.

Tabella 4-9: *Lambda di Wilks*

ANALISI DISCRIMINANTE LINEARE			
	Gruppo A	Gruppo B	Intero campione
Media	-5,123	-9,483	-6,959
Varianza	1,899	7,748	8,978
Devianza	39,882	139,472	359,104
<b>Lambda di Wilks</b>	<b>49,94%</b>		

MODELLO DI ALTMAN			
	Gruppo A	Gruppo B	Intero campione
Media	2,567	1,107	1,952
Varianza	2,393	0,413	2,060
Devianza	50,260	6,193	76,206
<b>Lambda di Wilks</b>	<b>74,08%</b>		

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Un elemento molto importante nei modelli che utilizzano l'analisi discriminante lineare è la selezione delle variabili con le quali viene costruito il modello. In generale si distinguono due modalità di selezione: il metodo diretto (o simultaneo) ed il metodo indiretto (o *stepwise*). Nel primo caso il modello è costruito a partire da una scelta delle variabili che deriva esclusivamente da un ragionamento teorico e i coefficienti stimati empiricamente, mentre nel secondo le variabili vengono selezionate all'interno di un gruppo, in base alla propria capacità discriminante. In quest'ultima modalità è possibile sia inserire tutte le variabili all'inizio e successivamente rimuovere quelle con un minore potere discriminante (mediante la cosiddetta *backward elimination*), che cominciare con un'unica variabile e poi aggiungere progressivamente tutte quelle che

apportano un maggior potere discriminante al modello (con la *forward selection*). Un'ulteriore possibilità è quella di seguire un approccio ibrido, la *stepwise selection*, aggiungendo e rimuovendo di volta in volta le variabili.

Indipendentemente dal metodo di selezione delle variabili utilizzato, risulta molto utile andare a definire un criterio che permetta di comprendere se l'aggiunta di una determinata variabile vada a migliorare o meno la capacità discriminante del modello. Un esempio è dato dal test *F-to-remove*:

$$F = (N - m - 1) \cdot \frac{\frac{1 - \lambda^{(m)}}{\lambda^{(m-1)}}}{\frac{\lambda^{(m)}}{\lambda^{(m-1)}}} \quad [4.9]$$

dove:

$N$ , è il totale di osservazioni nel campione;

$m$ , è il numero delle variabili esplicative nel modello;

$\lambda^{(m)}$ , è il lambda di Wilks del modello con  $m$  variabili;

$\lambda^{(m-1)}$ , è il lambda di Wilks di un modello con  $m - 1$  variabili (uguale al precedente, ma dal quale è stata eliminata la variabile  $x_j$ ).

Sotto l'ipotesi nulla che  $x_j$  sia irrilevante,  $F$  si distribuisce come una  $F_{N-3}$ , cioè come una  $F$  di Snedecor con  $(1, N - 3)$  gradi di libertà<sup>34</sup>. A tal punto si può andare a ricavare il *p-value* associato al test, vale a dire la probabilità di respingere l'ipotesi nulla quando essa è corretta, mediante l'errata inclusione nel modello di una variabile irrilevante, e andare a ritenere significativa la variabile  $x_j$  solo se il *p-value* è vicino a zero.

---

<sup>34</sup> Cfr. Resti A. & Sironi A., *Op. Cit.*, p.374.

Applicando il test all'esempio sviluppato, si può pensare di passare da un modello di analisi discriminante lineare a due variabili, ad uno in cui viene considerata solo la variabile  $x_2$ , costituita dal quoziente tra il totale attivo sul capitale proprio (andando quindi ad eliminare la variabile  $x_1$  che esprime il rapporto tra oneri finanziari e fatturato); per il modello di Altman, invece, si può ipotizzare di ragionare su un modello a quattro variabili, con l'esclusione del rapporto tra capitalizzazione e valore contabile delle passività ( $x_4$ ).

La **Tabella 4-10** mostra i principali passaggi per arrivare al *lambda di Wilks* nei modelli con  $m - 1$  variabili:

Tabella 4-10: Lambda di Wilks (m-1)

ANALISI DISCRIMINANTE LINEARE			
	Gruppo A	Gruppo B	Intero campione
Media	-3,772	-7,126	-5,184
Varianza	0,862	5,980	5,729
Devianza	18,105	107,648	229,177
<b>Lambda di Wilks (m-1)</b>	<b>54,87%</b>		

MODELLO DI ALTMAN			
	Gruppo A	Gruppo B	Intero campione
Media	1,403	0,840	1,166
Varianza	0,370	0,275	0,401
Devianza	7,767	4,120	14,830
<b>Lambda di Wilks (m-1)</b>	<b>80,15%</b>		

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Con tali dati, applicando la [4.9], si ottiene, per l'analisi discriminante lineare, un *F-to-remove* pari a:

$$F = (38 - 2 - 1) \cdot \frac{\left(\frac{1 - 49,94\%}{58,87\%}\right)}{\left(\frac{49,94\%}{58,87\%}\right)} \cong 3,452$$

mentre per il modello di Altman uguale a:



$$F = (38 - 5 - 1) \cdot \frac{\left(\frac{1 - 74,08\%}{80,15\%}\right)}{\left(\frac{74,08}{80,15\%}\right)} \cong 2,624$$

Da questi valori si ricava un *p-value* rispettivamente del 7,16%<sup>35</sup>, nel primo caso e dell'11,42%, nel secondo, valori che sottolineano in entrambe le situazioni come il rischio di considerare  $x_j$  rilevante, quando in realtà non lo è, sia di un certo peso (visto che in entrambi i casi i valori del *p-value* risultano non inferiori all'1%). Per questo motivo, in base ai risultati ottenuti mediante l'*F-test*, si può affermare che è possibile eventualmente eliminare la variabile  $x_1$  nel modello basato sull'analisi discriminante lineare e la variabile  $x_4$  nello *Z-score* di Altman.

### 4.3 I modelli di regressione

L'analisi discriminante lineare consente di individuare la migliore combinazione lineare in grado di distinguere nel modo più efficace possibile due gruppi di imprese. Si può dimostrare che tale approccio ha alcune caratteristiche in comune con quello basato sulla regressione lineare: i coefficienti dell'analisi lineare sono pari a quelli della regressione con i minimi quadrati ordinari a meno di un rapporto costante<sup>36</sup>.

Uno dei principali esempi dei modelli di regressione è il cosiddetto *linear probabilistic model*, nel quale le variabili che determinano la probabilità di insolvenza ed il relativo peso vengono individuate in base ad una regressione lineare. In pratica il modello ricava le probabilità di insolvenza mediante quattro diverse fasi:

---

<sup>35</sup> Il *p-value* è stato calcolato mediante la funzione di Excel: DISTRIB.F(F;1;N-3).

<sup>36</sup> Cfr. Petralia G., (2011), *L'approccio dei rough sets basati sulla dominanza applicato alla valutazione del merito creditizio*, p. 28.

1. *Selezione del campione.* Si definisce un campione costituito da un numero sufficiente di imprese, che poi sono distinte in due gruppi, identificati dalla variabile binaria  $Y$ : imprese che si sono in seguito rivelate insolventi (con  $Y = 1$ ) ed imprese che hanno puntualmente rimborsato il proprio debito (con  $Y = 0$ ). Il numero di imprese appartenenti al primo gruppo deve essere sufficientemente elevato, in modo che i risultati della regressione siano statisticamente significativi;
2. *Selezione delle variabili indipendenti.* Per ogni impresa  $i$ , appartenente ai due gruppi, vengono individuate alcune variabili rilevanti ( $x_{ij}$ ) dal punto di vista quantitativo che, come per l'analisi discriminante lineare, consistono in indici economico-finanziari che riflettono l'andamento dell'impresa;
3. *Stima dei coefficienti.* Si utilizzano le variabili selezionate nella regressione lineare (attraverso l'approccio dei minimi quadrati), per ottenere lo *score*  $y_i$ :

$$y_i = \alpha + \sum_{j=1}^m \beta_j x_{i,j} + \varepsilon_i$$

dove i  $\beta_j$  sono i coefficienti della regressione;

4. *Stima della probabilità di insolvenza.* I risultati così ottenuti possono essere utilizzati al fine di stimare la probabilità di insolvenza di un'impresa che chiede un finanziamento.

Con riferimento alle imprese italiane quotate nella categoria beni di consumo, si supponga di costruire il *linear probabilistic model* ed in particolare i coefficienti di tale modello utilizzando la funzione di Excel: REGR.LIN( $Y$ ,  $x$ , [cost], [stat]), dove con  $Y$  viene indicata la variabile binaria che, nel caso in esame viene

riferita alla probabilità che l'indice di indipendenza finanziaria (dato dal rapporto tra mezzi propri e mezzi totali), già utilizzato in precedenza come principale discriminante per definire i due gruppi di imprese, assuma valori superiori o inferiori al 33%. Nel primo caso (i.i.f.>33%) la variabile  $Y$  sarà pari a 0, mentre nel secondo (i.i.f.≤33%)  $Y$  varrà 1. Con il secondo parametro  $x$  si intende l'intervallo delle variabili esplicative (che vengono ipotizzate uguali a quelle utilizzate nel modello di Altman). Le ultime due variabili nella funzione di Excel sono valori logici, riferiti rispettivamente all'inclusione di una costante nel modello (per cui [cost] assumerà un valore pari a 1 se la costante è inclusa, pari a 0 se è esclusa) e al calcolo delle statistiche di regressione (dunque [stat] varrà 1 se tali statistiche aggiuntive devono essere calcolate, 0 nel caso contrario)<sup>37</sup>.

Utilizzando la formula appena spiegata si può ipotizzare che una banca, in base al campione di imprese dell'esempio esposto precedentemente, abbia stimato la seguente funzione lineare:

$$\begin{aligned}
 y_i &= \beta_0 + \beta_1 x_{i,1} + \beta_2 x_{i,2} + \beta_3 x_{i,3} + \beta_4 x_{i,4} + \beta_5 x_{i,5} = \\
 &= 0,38 - 0,04 \cdot x_{i,1} - 1,63 \cdot x_{i,2} - 2,75 \cdot x_{i,3} - 0,25 \cdot x_{i,4} + 0,24 x_{i,5} \quad [4.10]
 \end{aligned}$$

Applicando la [4.10] a tutte le aziende del campione si ottengono i seguenti risultati per la variabile  $y_i$  (**Tabella 4-11**):

---

<sup>37</sup> Cfr. Löffler G. & Posh P., (2011), *Credit risk modeling using Excel and VBA*, pp. 4-5.

Tabella 4-11: Valori della variabile  $y_i$  per le imprese

Imprese Gruppo A	$y_i$	Imprese Gruppo B	$y_i$
Aeffe	61%	Antichi Pellettieri	98%
B&C Speakers	-162%	Bialetti Industrie	54%
Basicnet	2%	Caleffi	51%
Benetton Group	19%	Cobra	85%
Bonifiche Ferraresi	-66%	Cogeme Set	40%
Brembo	26%	Fiat	37%
Campari	-39%	Immsi	39%
Centrale del Latte di Torino	42%	Indesit Company	28%
Csp International	26%	Piaggio	20%
De Longhi	2%	Pininfarina	77%
Elica	39%	Poltrona Frau	34%
Emak	0%	Ratti	38%
Geox	-100%	Richard-Ginori 1735	103%
La Doria	36%	Rosss	52%
Landi Renzo	-19%	Sogefi	35%
Luxottica	-31%	Zucchi	64%
Marcolin	-54%		
Parmalat	-47%		
Pirelli	25%		
Rcf Group	35%		
Safilo Group	16%		
Tod'S	-174%		

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Come si può notare dalla **Tabella 4-11** appena esposta, tale approccio presenta un evidente problema, cioè il fatto di generare valori degli  $y_i$  spesso superiori al 100% o inferiori allo 0%, che solitamente vengono troncati in corrispondenza di questi estremi. A questa situazione, palesemente irrealistica, bisogna affiancare poi altre carenze, come ad esempio il fatto che la varianza dei residui nel modello lineare non è costante, ma risente di un problema di eteroschedasticità (la varianza dei residui, quindi, assume valori differenti tra le varie osservazioni del campione, comportando il venir meno di una delle ipotesi base della regressione lineare, l'omoschedasticità che consiste, invece, nell'indipendenza dei residui dalle variabili esplicative<sup>38</sup>), che porta a stime imprecise e distorte.

<sup>38</sup> Cfr. [www.wikipedia.it](http://www.wikipedia.it).

Al fine di superare queste difficoltà la forma lineare viene sostituita con regressioni di tipo esponenziale, come nel caso del *logistic probability model* (o più semplicemente modello *logit*).

L'idea cardine del modello logistico consiste nel supporre una relazione tra la probabilità di insolvenza (che è una variabile inosservabile) ed una serie di grandezze osservabili e strettamente legate al default. Nella realtà, dunque, è possibile osservare esclusivamente una realizzazione dicotomica (0;1) di tale probabilità di insolvenza. Identificando con  $p$  la probabilità di insolvenza, con  $X$  il vettore delle variabili indipendenti, con  $\alpha$  e  $\beta$  rispettivamente la costante ed i coefficienti del modello, si otterrà:

$$p = F(\alpha + \beta X)$$

dove  $F$  indica la funzione standard cumulativa logistica, che può essere espressa come:

$$F = (\alpha + \beta X) = \int_{-\infty}^{\alpha + \beta X} f(h) dh = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + \beta X)}} \quad [4.11]$$

con  $f(h)$ , funzione di densità logistica pari a:

$$f(h) = \frac{e^h}{(1 + e^h)^2}$$

Nel modello *logit*, dunque, viene posta un'ipotesi forte sulla forma della distribuzione (come dimostrato nella **Figura 4-4**), infatti partendo da:

$$p = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + \beta X)}}$$

si ottiene:

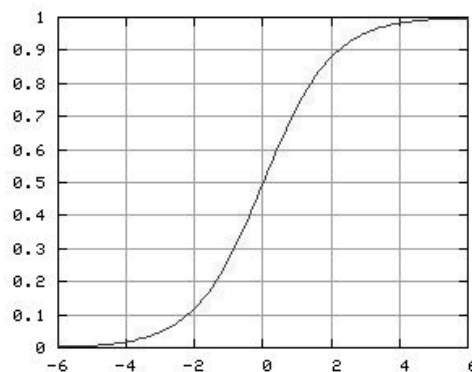
$$e^{-(\alpha + \beta X)} = \frac{1 - p}{p}$$

quindi:

$$e^{(\alpha+\beta X)} = \frac{p}{1-p}$$

dove con  $\frac{p}{1-p}$  si identifica il cosiddetto *odd ratio* (dato dal rapporto tra la probabilità dell'evento e ed il suo complemento a 1).

Figura 4-4: Sigmoide logistica



Fonte: Giuseppe Sandro Mela (2011)

Considerando ora il logaritmo naturale, si può scrivere:

$$\ln \frac{p}{1-p} = \alpha + \beta X$$

Da questa elaborazione si intuisce come se nel *linear probability model* è  $p$  ad essere messo in relazione con  $\alpha + \beta X$ , ora nel modello logistico è il logaritmo dell'*odd ratio* ad essere legato ad  $\alpha + \beta X$ .

Applicando la [4.11] ai dati del campione, si ottengono i seguenti valori per le probabilità di default:

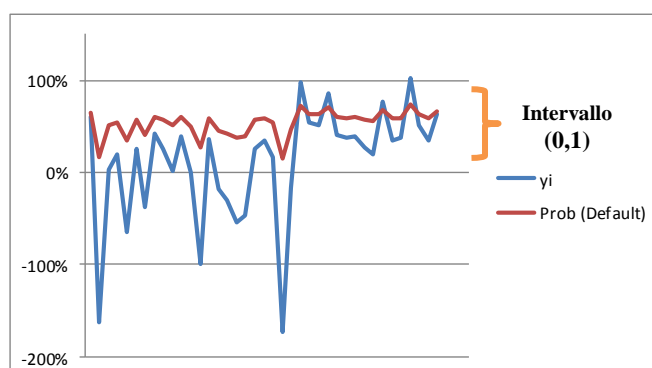
Tabella 4-12: Probabilità di default con il modello logit

Imprese Gruppo A	$y_i$	Prob (Default)	Imprese Gruppo B	$y_i$	Prob (Default)
Aeffe	61%	65%	Antichi Pellettieri	98%	73%
B&C Speakers	-162%	16%	Bialetti Industrie	54%	63%
Basicnet	2%	51%	Caleffi	51%	62%
Benetton Group	19%	55%	Cobra	85%	70%
Bonifiche Ferraresi	-66%	34%	Cogeme Set	40%	60%
Brembo	26%	56%	Fiat	37%	59%
Campari	-39%	40%	Immsi	39%	60%
Centrale del Latte di Torino	42%	60%	Indesit Company	28%	57%
Csp International	26%	56%	Piaggio	20%	55%
De Longhi	2%	50%	Pininfarina	77%	68%
Elica	39%	60%	Poltrona Frau	34%	58%
Emak	0%	50%	Ratti	38%	59%
Geox	-100%	27%	Richard-Ginori 1735	103%	74%
La Doria	36%	59%	Rosss	52%	63%
Landi Renzo	-19%	45%	Sogefi	35%	59%
Luxottica	-31%	42%	Zucchi	64%	65%
Marcolin	-54%	37%			
Parmalat	-47%	38%			
Pirelli	25%	56%			
Ref Group	35%	59%			
Safilo Group	16%	54%			
Tod'S	-174%	15%			
<b>VALORI MEDI</b>	<b>-16%</b>	<b>47%</b>	<b>VALORI MEDI</b>	<b>53%</b>	<b>63%</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

A differenza di quella lineare, la funzione logistica ha per codominio l'intervallo limitato (0,1) e questo garantisce il fatto che la variabile dipendente ( $y_i$ ) sia sempre compresa tra lo 0 ed il 100 per cento, dunque possa essere correttamente considerata come una probabilità di default.

Figura 4-5: Confronto grafico dei risultati con regressione lineare e logistica



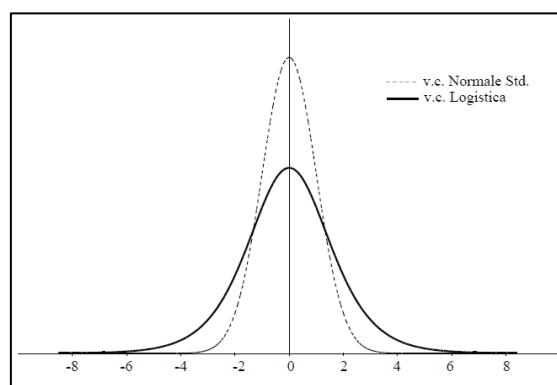
Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Un modello molto simile a quello logistico è quello detto *probit*, il quale ha comunque per codominio l'intervallo (0,1), ma viene definito da una funzione di distribuzione cumulata delle probabilità di insolvenza che assume la forma di una normale standardizzata:

$$F(\alpha + \beta X) = \int_{-\infty}^{\alpha + \beta X} f(h) dh = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{h^2}{2}}$$

I risultati utilizzando il modello *probit*, nonostante le distribuzioni siano diverse (come dimostrato dalle **Tabelle 4-6** e **4-7**<sup>39</sup>), sono abbastanza prossimi a quelli ottenuti con il modello *logit*, la distribuzione normale, però, presenta una difficoltà maggiore nel calcolo matematico, per questo motivo è molto più frequente l'utilizzo della distribuzione logistica nelle applicazioni pratiche.

**Figura 4-6:** Funzione di densità, differenze tra il modello *logit* ed il modello *probit*



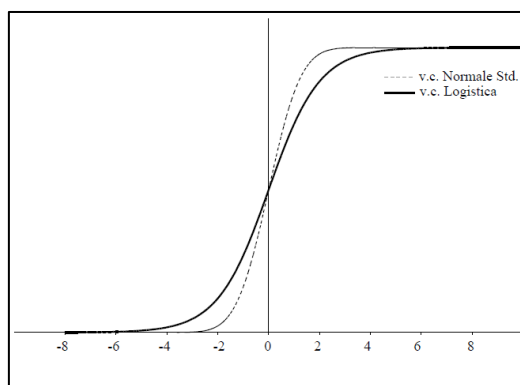
Fonte: Palomba (2008)

---

<sup>39</sup> In riferimento alle due figure citate, per funzione di densità si intende la funzione di probabilità di una variabile casuale continua, mentre con funzione di ripartizione si indica la funzione che associa a ciascun valore della variabile casuale la probabilità dell'evento.



Figura 4-7: Funzione di ripartizione, differenze tra il modello logit ed il modello probit



Fonte: Palomba (2008)

Prima di andare ad analizzare l'efficacia dei risultati ottenuti mediante i modelli di regressione, è utile fare alcune precisazioni circa le fondamentali differenze concettuali tra l'analisi discriminante ed i modelli logistici.

Nell'analisi discriminante lineare si ipotizza che le imprese del campione siano tratte da due diversi gruppi di dati e si cerca di prevedere l'appartenenza ad un gruppo in seguito all'analisi di determinati valori di bilancio.

Nei modelli di regressione, invece, la cui ipotesi di base è l'estrazione casuale delle imprese da un unico universo, si vuole stimare una precisa caratteristica riferita all'azienda presa in esame, come ad esempio il grado di salute, vale a dire la probabilità (che può essere logistica, lineare o normale) di insolvenza della stessa. Tale caratteristica viene osservata come una variabile latente continua, della quale sono osservabili solo due possibili realizzazioni estreme, 0 e 1. Il principale presupposto di questi modelli, dunque, sta nella relazione di causa-effetto tra i fenomeni economici sintetizzati dalle variabili di bilancio e lo stato di salute dell'impresa; questo spiega come il fine ultimo dei modelli di regressione non sia l'appartenenza di un'impresa ad un gruppo, ma piuttosto la determinazione dello stato di difficoltà economico-finanziaria in cui versa l'azienda.

#### 4.4 Test sui modelli di regressione

Utilizzando il software Stata, si possono visualizzare le principali indicazioni statistiche relative alla regressione lineare [4.10]:

Figura 4-8: Statistiche regressione lineare

Source	SS	df	MS	Number of obs = 38		
Model	13.9616502	5	2.79233005	F( 5, 32) =		
Residual	.000032862	32	1.0269e-06	Prob > F =	0.0000	
Total	13.9616831	37	.377342787	R-squared =	1.0000	
				Adj R-squared =	1.0000	
				Root MSE =	.00101	
y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	-.0393042	.0011273	-34.86	0.000	-.0416005	-.0370079
x2	-1.622573	.0050935	-318.56	0.000	-1.632948	-1.612198
x3	-2.75371	.0050157	-549.02	0.000	-2.763927	-2.743493
x4	-.2503819	.0001425	-1757.31	0.000	-.2506721	-.2500916
x5	.2418271	.0006312	383.12	0.000	.2405414	.2431128
_cons	.3809207	.0005788	658.14	0.000	.3797418	.3820997

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Analizzando i dati sopra esposti si possono dedurre informazioni sulla bontà dei coefficienti ed in generale della regressione.

Innanzitutto il software utilizzato fissa automaticamente un intervallo di confidenza per i coefficienti pari al 95%, ottenuto analiticamente come

$$[\beta_i - t_i SE(\beta_i), \beta_i + t_i SE(\beta_i)] \quad [4.12]$$

dove:

$\beta_i$ , indica il coefficiente della regressione preso in esame;

$t_i$ , è il "valore critico" della distribuzione "t-di Student"<sup>40</sup> (determinato

---

<sup>40</sup> La "t di Student" è una distribuzione di probabilità continua che governa il rapporto tra due variabili aleatorie, una con distribuzione normale e l'altra il cui quadrato ha la distribuzione chi quadrato. In particolare una "t di Student" con  $n$  gradi di libertà è costituita come:  $T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}}$ , dove  $Z$  e  $S^2$  sono due

automaticamente dal software a seconda dei gradi di libertà), che

aumenta al crescere del livello di confidenza;

$SE(\beta_i)$ , è l'errore standard del coefficiente  $\beta_i$ .

Un'interpretazione formale di questa assunzione è data dal fatto che, se viene utilizzata la [4.12] ripetutamente per calcolare gli intervalli di confidenza, allora il 95% degli intervalli così costruiti conterrà il vero valore del coefficiente  $\beta_i$ .

Per errore standard ( $SE(\beta_i)$ ) si intende la stima della deviazione standard dello stimatore, dunque della sua variabilità. Se come stimatore si considera la media campionaria, allora l'errore standard viene calcolato come:

$$SE(\beta_i) = \frac{\sigma_i}{\sqrt{n}}$$

con  $\sigma_i$ , deviazione standard della popolazione.

Essendo un indice di variabilità, quindi in qualche modo una misura dell'imprecisione del modello, naturalmente saranno preferibili valori molto bassi per gli errori standard, cosa che accade nel modello analizzato, visto che gli  $SE(\beta_i)$  non superano comunque lo 0,51% (**Figura 4-9**).

**Figura 4-9:** Errori Standard regressione lineare

	y	Coef.	Std. Err.
	x1	-.0393042	.0011273
	x2	-1.622573	.0050935
	x3	-2.75371	.0050157
	x4	-.2503819	.0001425
	x5	.2418271	.0006312
	_cons	.3809207	.0005788

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

---

variabili aleatorie indipendenti, distribuite rispettivamente come una normale standard  $N(0,1)$  e un chi quadrato  $\chi^2(n)$  con  $n$  gradi di libertà.

Importante a questo punto è la verifica delle ipotesi fatte, con particolare attenzione a quelle riguardanti i coefficienti della regressione (i vari  $\beta_i$ ). Sotto questo aspetto è interessante verificare l'ipotesi che  $\beta_i = 0$ , ciò equivale a dire che la variabile  $x_{i,j}$  non ha alcun potere esplicativo rispetto alla variabile dipendente  $y_i$ . Un modo per verificare questa ipotesi è accertarsi che l'intervallo di confidenza legato a  $\beta_i$  contenga il valore 0. Se ciò non accade, allora si può concludere affermando che  $\beta_i \neq 0$ . Un modo alternativo (ma del tutto equivalente) è quello di calcolare una statistica test, il cosiddetto *t-stat*, costruita come:

$$t_i = \frac{\beta_i}{SE(\beta_i)}$$

Elevati valori del *t-stat* indicano che  $\beta_i \neq 0$ , mentre valori bassi di  $t_i$  informano che  $\beta_i = 0$ . Il problema è capire cosa si intende per valori "elevati" e "bassi"; un modo molto semplice e rapido per interpretare tali aggettivi è il *p-value*. Il "valore p", infatti indica "la probabilità di ottenere un risultato pari o più estremo di quello osservato, supposta vera l'ipotesi nulla"<sup>41</sup> (in questo caso l'ipotesi che  $\beta_i = 0$ ).

Avendo considerato un intervallo di confidenza del 95%, il livello di significatività (o *p-value*) di riferimento è pari al 5%, da questo si può dedurre che:

- se il *p-value*  $\leq 5\%$ , allora il *t-stat* ha un valore elevato, il che implica che  $\beta_i \neq 0$ ;
- se il *p-value*  $> 5\%$ , allora la "statistica t" assume valori bassi, quindi  $\beta_i = 0$ .

---

<sup>41</sup> [www.wikipedia.it](http://www.wikipedia.it)

Come si riscontra nella **Figura 4-10**, nell'esempio i *p-value* riferiti ai vari coefficienti sono tutti inferiori al 5%, ragione per cui si può concludere che tutti i  $\beta_i$  sono significativi per la regressione.

**Figura 4-10:** *P-value regressione lineare*

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t
x1	-.0393042	.0011273	-34.86	0.000
x2	-1.622573	.0050935	-318.56	0.000
x3	-2.75371	.0050157	-549.02	0.000
x4	-.2503819	.0001425	-1757.31	0.000
x5	.2418271	.0006312	383.12	0.000
_cons	.3809207	.0005788	658.14	0.000

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Un indice della bontà di adattamento della regressione è dato dal coefficiente di determinazione, più conosciuto come  $R^2$ , il quale è "una proporzione tra la variabilità dei dati e la correttezza del modello statistico utilizzato"<sup>42</sup>. In pratica l' $R^2$  è una misura della frazione della varianza della variabile dipendente che può essere spiegata tramite il modello, dunque mediante le variabili indipendenti, il che in termini formali viene determinato come:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

dove:

$ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ , è la devianza spiegata dal modello (*Explained Sum of Squares*), con  $\hat{y}_i$  la variabile dipendente stimata con il modello e  $\bar{y}$  la media dei dati osservati;

$TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ , è la devianza totale (*Total Sum of Squares*), con  $y_i$  i dati effettivamente osservati;

---

<sup>42</sup> [www.wikipedia.it](http://www.wikipedia.it)

$RSS = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ , è la devianza residua (*Residual Sum of Squares*).

Il valore dell' $R^2$  varia tra 0 e 1, in particolare se è 0, questo sta a significare che il modello non spiega per niente i dati, mentre se è uguale a 1 (come nel caso dell'esempio evidenziato nella **Figura 4-11**), allora si può affermare che il modello spiega perfettamente i dati.

Importante, soprattutto per la regressione lineare multipla (nella quale si utilizzano più regressori), è la considerazione di una variante dell' $R^2$ , definita *adjusted-R<sup>2</sup>*, pari a:

$$Adjusted - R^2 = 1 - \frac{n - 1}{n - k - 1} \frac{RSS}{TSS}$$

con  $n$  numero delle osservazioni e  $k$  numero dei regressori.

Figura 4-11:  $R^2$  regressione lineare

Number of obs	=	38
F( 5, 32)	=	.
Prob > F	=	0.0000
R-squared	=	1.0000
Adj R-squared	=	1.0000
Root MSE	=	.00101

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Un altro test utile è quello effettuato mediante un'analisi di scenario sui dati, per misurare gli effetti sulle probabilità di default stimate con il modello logit di una variazione dei valori delle cinque variabili alla base del modello. A tal proposito, si ipotizzano due scenari: uno positivo (definito *better*) in cui si prospetta un aumento dell'1% dei *ratios* caratterizzati da un coefficiente negativo ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) e una diminuzione dell'1% dell'ultima variabile ( $x_5$ ) e una situazione completamente opposta nello scenario negativo (connotato come

worse); la **Figura 4-12** mostra come è stata costruita l'analisi, che verrà poi applicata a tutte le imprese del campione, una ad una.

**Figura 4-12: Struttura analisi di scenario**

	COSTANTE	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>
<b>MODELLO STIMATO</b>						
Coefficienti	0,38	-0,04	-1,63	-2,75	-0,25	0,24
<b>DATI PER IMPRESA "AEFFE"</b>						
Ratio	1	-0,036	-0,032	-0,034	0,229	0,568
y	61%					
PD	65%					
<b>ANALISI DI SCENARIO</b>						
<u>Scenario valori per le variabili</u>						
better		0,064	0,068	0,066	0,329	0,468
worse		-0,136	-0,132	-0,134	0,129	0,668
<u>Scenario PD</u>						
better		65%	61%	58%	64%	64%
worse		65%	68%	71%	65%	65%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Le **Tabelle 4-13** e **4-14**, presentano i risultati dell'analisi di scenario rispettivamente per le imprese del gruppo A e per quelle del gruppo B.

Tabella 4-13: Risultati analisi di scenario per le imprese del gruppo A

Scenario PD	PD	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	Impresa
better	65%	65%	<b>61%</b>	<b>58%</b>	64%	64%	Aeffe
worse		65%	<b>68%</b>	<b>71%</b>	65%	65%	
better	16%	16%	<b>14%</b>	<b>13%</b>	16%	16%	B&C Speakers
worse		17%	<b>19%</b>	<b>21%</b>	17%	17%	
better	51%	51%	<b>47%</b>	<b>44%</b>	50%	50%	Basicnet
worse		51%	<b>55%</b>	<b>57%</b>	51%	51%	
better	55%	55%	<b>51%</b>	<b>48%</b>	54%	54%	Benetton Group
worse		55%	<b>59%</b>	<b>61%</b>	55%	55%	
better	34%	34%	<b>31%</b>	<b>28%</b>	34%	34%	Bonifiche Ferraresi
worse		34%	<b>38%</b>	<b>41%</b>	35%	35%	
better	56%	56%	<b>52%</b>	<b>50%</b>	56%	56%	Brembo
worse		57%	<b>60%</b>	<b>63%</b>	57%	57%	
better	40%	40%	<b>37%</b>	<b>34%</b>	40%	40%	Campari
worse		41%	<b>44%</b>	<b>47%</b>	41%	41%	
better	60%	60%	<b>56%</b>	<b>54%</b>	60%	60%	Centrale del Latte di Torino
worse		61%	<b>64%</b>	<b>67%</b>	61%	61%	
better	56%	56%	<b>52%</b>	<b>50%</b>	56%	56%	Csp International
worse		57%	<b>60%</b>	<b>63%</b>	57%	57%	
better	50%	50%	<b>46%</b>	<b>44%</b>	50%	50%	De Longhi
worse		50%	<b>54%</b>	<b>57%</b>	51%	51%	
better	60%	60%	<b>56%</b>	<b>53%</b>	59%	59%	Elica
worse		60%	<b>64%</b>	<b>66%</b>	60%	60%	
better	50%	50%	<b>46%</b>	<b>43%</b>	49%	50%	Emak
worse		50%	<b>54%</b>	<b>57%</b>	51%	51%	
better	27%	27%	<b>24%</b>	<b>22%</b>	26%	26%	Geox
worse		27%	<b>30%</b>	<b>33%</b>	27%	27%	
better	59%	59%	<b>55%</b>	<b>52%</b>	58%	58%	La Doria
worse		59%	<b>63%</b>	<b>65%</b>	59%	59%	
better	45%	45%	<b>41%</b>	<b>39%</b>	45%	45%	Landi Renzo
worse		45%	<b>49%</b>	<b>52%</b>	46%	46%	
better	42%	42%	<b>39%</b>	<b>36%</b>	42%	42%	Luxottica
worse		43%	<b>46%</b>	<b>49%</b>	43%	43%	
better	37%	37%	<b>33%</b>	<b>31%</b>	36%	36%	Marcolin
worse		37%	<b>41%</b>	<b>43%</b>	37%	37%	
better	38%	38%	<b>35%</b>	<b>32%</b>	38%	38%	Parmalat
worse		39%	<b>42%</b>	<b>45%</b>	39%	39%	
better	56%	56%	<b>52%</b>	<b>50%</b>	56%	56%	Pirelli
worse		56%	<b>60%</b>	<b>63%</b>	57%	57%	
better	59%	58%	<b>55%</b>	<b>52%</b>	58%	58%	Rcf Group
worse		59%	<b>62%</b>	<b>65%</b>	59%	59%	
better	54%	54%	<b>50%</b>	<b>47%</b>	53%	53%	Safilo Group
worse		54%	<b>58%</b>	<b>61%</b>	55%	55%	
better	15%	15%	<b>13%</b>	<b>12%</b>	15%	15%	Tod'S
worse		15%	<b>17%</b>	<b>19%</b>	15%	15%	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana



Tabella 4-14: Risultati analisi di scenario per le imprese del gruppo B

Scenario PD	PD	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	Impresa
better	73%	73%	<b>69%</b>	<b>67%</b>	72%	72%	Antichi
worse		73%	<b>76%</b>	<b>78%</b>	73%	73%	Pellettieri
better	63%	63%	<b>59%</b>	<b>57%</b>	63%	63%	Bialetti Industrie
worse		63%	<b>67%</b>	<b>69%</b>	64%	64%	
better	62%	62%	<b>59%</b>	<b>56%</b>	62%	62%	Caleffi
worse		63%	<b>66%</b>	<b>69%</b>	63%	63%	
better	70%	70%	<b>67%</b>	<b>64%</b>	70%	70%	Cobra
worse		70%	<b>73%</b>	<b>76%</b>	71%	71%	
better	60%	60%	<b>56%</b>	<b>53%</b>	59%	59%	Cogeme Set
worse		60%	<b>64%</b>	<b>66%</b>	61%	61%	
better	59%	59%	<b>55%</b>	<b>52%</b>	59%	59%	Fiat
worse		59%	<b>63%</b>	<b>66%</b>	60%	60%	
better	60%	60%	<b>56%</b>	<b>53%</b>	59%	59%	Immsi
worse		60%	<b>64%</b>	<b>66%</b>	60%	60%	
better	57%	57%	<b>53%</b>	<b>50%</b>	56%	56%	Indesit
worse		57%	<b>61%</b>	<b>63%</b>	57%	57%	Company
better	55%	55%	<b>51%</b>	<b>48%</b>	54%	54%	Piaggio
worse		55%	<b>59%</b>	<b>62%</b>	56%	56%	
better	68%	68%	<b>65%</b>	<b>62%</b>	68%	68%	Pininfarina
worse		68%	<b>72%</b>	<b>74%</b>	69%	69%	
better	58%	58%	<b>54%</b>	<b>52%</b>	58%	58%	Poltrona Frau
worse		59%	<b>62%</b>	<b>65%</b>	59%	59%	
better	59%	59%	<b>55%</b>	<b>53%</b>	59%	59%	Ratti
worse		59%	<b>63%</b>	<b>66%</b>	60%	60%	
better	74%	74%	<b>70%</b>	<b>68%</b>	73%	73%	Richard-Ginori
worse		74%	<b>77%</b>	<b>79%</b>	74%	74%	1795
better	63%	63%	<b>59%</b>	<b>56%</b>	62%	62%	Rosss
worse		63%	<b>66%</b>	<b>69%</b>	63%	63%	
better	59%	59%	<b>55%</b>	<b>52%</b>	58%	58%	Sogefi
worse		59%	<b>62%</b>	<b>65%</b>	59%	59%	
better	65%	65%	<b>62%</b>	<b>59%</b>	65%	65%	Zucchi
worse		66%	<b>69%</b>	<b>71%</b>	66%	66%	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Dai dati sopra riportati si capisce come dei cinque *ratios* utilizzati nell'analisi, quelli che maggiormente incidono sulla variabilità della probabilità di default sono:  $x_2$ , che lega gli utili non distribuiti al totale attivo e  $x_3$ , il rapporto tra l'EBIT ed il valore dell'attivo. Viceversa la variabile che va ad intaccare in modo minore, a volte addirittura nullo per quanto riguarda le variazioni percentuali prese in esame, è  $x_1$ , cioè il quoziente tra capitale circolante netto e totale attivo, risultati tra l'altro prevedibili, in base al valore dei coefficienti nella regressione lineare impostata.

Un problema che può spesso rivelarsi di notevole entità, poiché potrebbe andare ad inficiare i risultati, dunque la qualità, dei modelli, è la presenza dei valori estremi (detti anche *outliers*). Essi, infatti, potrebbero effettivamente

riflettere una situazione “straordinaria” dell’impresa, oppure può anche succedere che questi siano dovuti ad errori nei dati o eventualmente a problemi nella definizione stessa degli indici. Per determinare se e in quale maniera valori estremi delle variabili incidono sul modello, sono state calcolate alcune statistiche descrittive fondamentali (**Figura 4-13**).

**Figura 4-13: Statistiche descrittive delle 5 variabili**

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
Media	0,125	-0,001	0,047	1,310	0,864
Mediana	0,113	0,005	0,051	0,600	0,861
Dev.St.	0,195	0,061	0,069	1,681	0,292
Asimmetria	-0,549	-0,473	-0,012	2,294	-0,468
Curtosi	0,208	1,134	0,974	5,389	0,419
Valori estremi/percentile					
Min	-0,429	-0,164	-0,124	0,052	0,050
0,50%	-0,388	-0,154	-0,114	0,065	0,094
1%	-0,346	-0,145	-0,105	0,078	0,138
5%	-0,195	-0,104	-0,064	0,150	0,416
95%	0,384	0,094	0,154	4,702	1,300
99%	0,407	0,130	0,209	6,927	1,344
99,50%	0,410	0,138	0,220	7,275	1,354
Max	0,413	0,146	0,230	7,622	1,365

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Un buon indicatore per identificare la presenza di *outliers* è la curtosi, che costituisce una misura dello “spessore” delle code della distribuzione, rispetto alla normale (la cui curtosi è pari a 0). Dalla **Figura 4-13** si nota come l’indice di curtosi sia positivo per tutte le variabili e particolarmente elevato per la variabile  $x_4$ , per le quale si può affermare che esistono molte osservazioni lontane dalla media (si è dunque in presenza del fenomeno delle *fat tails*, che comporta una massa maggiore di valori nelle code). Legato a quello di curtosi è il concetto di asimmetria per il quale, analizzando i dati, si riscontrano valori negativi per  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_5$ , ciò sta a significare che i valori estremi si concentrano nella coda sinistra della distribuzione; caratterizzata invece da un valore positivo dell’indice di asimmetria è la variabile  $x_4$ , per la quale, c’è una concentrazione di valori nella coda destra della distribuzione. Guardando poi i

percentili, se si considera che la distribuzione normale ha la caratteristica di avere il 99% di tutte le osservazioni a  $\pm 2,58$  deviazioni standard dalla media allora, ipotizzando per le variabili una distribuzione normale, verrebbero definiti i seguenti intervalli (calcolati come  $[(\mu - n \cdot \sigma); (\mu + n \cdot \sigma)]$ , con  $n = \pm 2,58$ ):

**Tabella 4-15: Intervallo al 99% per le variabili, con ipotesi di distribuzione normale**

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
Intervallo al 99% (distribuzione normale)	[-0,38; 0,63]	[-0,16; 0,16]	[-0,13; 0,23]	<b>[-3,03; 5,65]</b>	[0,11; 1,62]

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Confrontando tali risultati con i dati rilevati nel modello e riassunti nella **Tabella 4-16** si nota che la variabile  $x_4$  presenta le maggiori differenze rispetto alla distribuzione normale.

**Tabella 4-16: Intervallo al 99% per le variabili del modello**

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
Intervallo al 99% (modello)	[-0,39; 0,41]	[-0,15; 0,14]	[-0,11; 0,22]	<b>[0,06; 7,27]</b>	[0,09; 1,35]

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Questo comporta, per  $x_4$  un intervallo meno ampio, anche se di poco e, cosa più interessante, spostato verso destra, confermando i risultati ottenuti in precedenza in merito all'asimmetria e alla curtosi dell'indice.

Una volta individuati gli *outliers* e definita la loro influenza sul modello, è importante utilizzare degli stimatori che in qualche modo vadano a minimizzare gli errori del modello dovuti proprio alla presenza di valori

estremi. Le tecniche maggiormente usate in questo campo sono due: il *trimming* e la *winsorization*.

Il *trimming* consiste “nell’eliminazione di una percentuale fissa di valori estremi”<sup>43</sup>, dopo aver ordinato i valori dal più piccolo al più grande. Supponendo di eliminare i due valori più estremi in entrambe le code per ogni variabile, le medie con il *trimming* per le cinque variabili sono:

Tabella 4-17: Confronto media, asimmetria e curtosi delle variabili dopo l’applicazione del *trimming*

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
<b>MEDIA</b>	0,125	-0,001	0,047	1,310	0,864
<b>MEDIA CON TRIMMING</b>	0,135	0,000	0,046	1,063	0,877
<b>ASIMMETRIA</b>	-0,549	-0,473	-0,012	2,294	-0,468
<b>ASIMETRIA CON TRIMMING</b>	-0,039	-0,891	-0,397	1,840	0,106
<b>CURTOSI</b>	0,208	1,134	0,974	5,389	0,419
<b>CURTOSI CON TRIMMING</b>	-1,038	0,831	0,150	2,981	-0,719

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Si nota immediatamente come, data la presenza di *outliers* notevoli nella quarta variabile, in questo caso i valori delle statistiche, calcolati con il *trimming* subiscano maggiori variazioni rispetto a quelli rilevati all’inizio nel modello “completo”. In generale comunque, per tutti i ratios, il *trimming* presenta il vantaggio di avvicinare di più i valori dell’asimmetria e della curtosi a 0, quindi all’ipotesi di una distribuzione normale.

---

<sup>43</sup> Marzinotto M., (2002-2005), *Coordinamento dell’isolamento delle linee in cavo a dielettrico estruso*, Roma, Università degli Studi “La Sapienza”, p. 212.

La *winsorization*, a differenza del *trimming*, “non elimina i valori più estremi, ma li sostituisce con altri meno estremi”<sup>44</sup>. In particolare in questo caso i due *outliers*, in entrambe le direzioni, vengono sostituiti con il valore a loro più vicino.

**Tabella 4-18:** Confronto media, asimmetria e curtosi delle variabili dopo l'applicazione del *trimming* e della *winsorization*

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
<b>MEDIA</b>	0,125	-0,001	0,047	1,310	0,864
<b>MEDIA CON TRIMMING</b>	0,135	0,000	0,046	1,063	0,877
<b>MEDIA CON WINSORIZATION</b>	0,130	-0,001	0,046	1,195	0,876
<b>ASIMMETRIA</b>	-0,549	-0,473	-0,012	2,294	-0,468
<b>ASIMMETRIA CON TRIMMING</b>	-0,039	-0,891	-0,397	1,840	0,106
<b>ASIMMETRIA CON WINSORIZATION</b>	-0,153	-0,545	-0,246	1,607	0,046
<b>CURTOSI</b>	0,208	1,134	0,974	5,389	0,419
<b>CURTOSI CON TRIMMING</b>	-1,038	0,831	0,150	2,981	-0,719
<b>CURTOSI CON WINSORIZATION</b>	-1,051	0,021	-0,335	1,515	-0,887

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

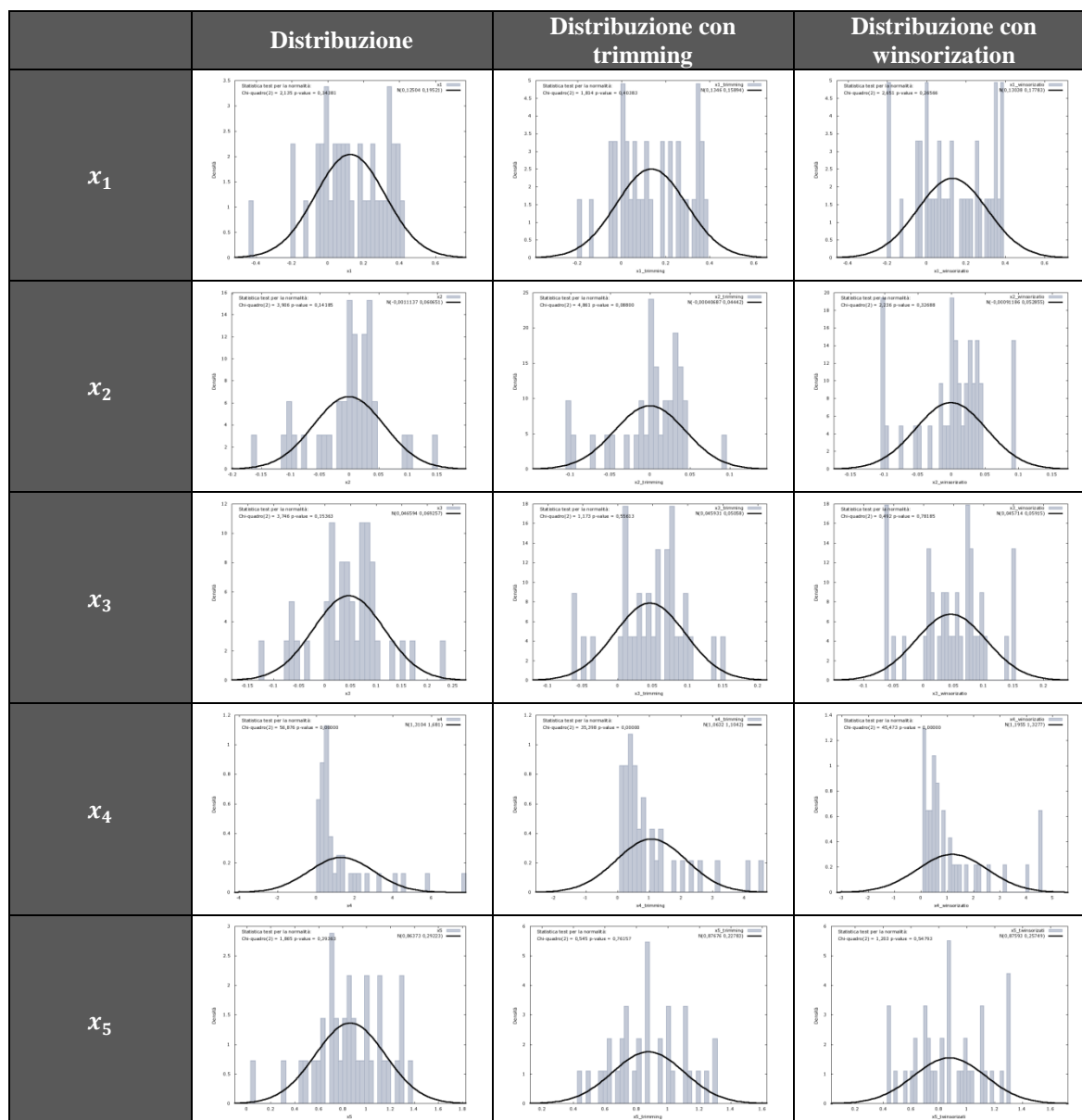
La **Tabella 4-17** viene completata con i dati sulle statistiche in seguito all'applicazione della *winsorization* nella **Tabella 4-18** che mostra come, in linea generale, i valori per curtosi e asimmetria siano prossimi allo 0 e sottolinea come le due tecniche statistiche impiegate permettano di migliorare il modello, in modo particolare con riferimento alla variabile  $x_4$ , la più “problematica” in termini di valori estremi. Il cambiamento nelle distribuzioni delle variabili

---

<sup>44</sup> Marzinotto M., (2002-2005), *Coordinamento dell'isolamento delle linee in cavo a dielettrico estruso*, Roma, Università degli Studi “La Sapienza”, p. 212.

utilizzate, in seguito all'applicazione dei due test di "aggiustamento", è mostrato graficamente nella **Figura 4-14**<sup>45</sup>.

**Figura 4-14: Confronto distribuzioni variabili**



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

<sup>45</sup> I grafici sono stati elaborati mediante il programma statistico *Gretl*.

### 4.5 I modelli di natura induttiva (cenni)

I modelli di scoring presi in considerazione fino a questo punto si basano principalmente sulle caratteristiche strutturali di un'impresa, maggiormente in grado di spiegarne le condizioni di salute. La scelta delle variabili rilevanti però, anche se calibrata con tecniche statistiche, riflette comunque sempre una scelta a priori fatta in base al ragionamento economico. Per questo motivo si può affermare che tali modelli seguono un approccio "strutturale": a partire dalle convinzioni di un analista (come ad esempio il fatto che un'azienda con un elevato grado di leva finanziaria è più soggetta al default), infatti, si cerca di trovare conferme a tali convinzioni in un campione empirico di dati.

Nei modelli di natura induttiva, come d'altronde traspare dal nome stesso, all'approccio strutturale viene preferito un procedimento induttivo, secondo il quale, partendo da un campione di dati, si riscontra una certa regolarità (per esempio l'evidenza che molte imprese rischiose presentano valori per una certa variabile  $x_j$  superiori ad una soglia di riferimento  $k$ ), la quale viene utilizzata per cercare di prevedere nel tempo il default di altre imprese, seguendo un approccio puramente empirico.

Un'ulteriore differenza sta nel fatto che, mentre i modelli strutturali si fondano su algoritmi solidi e dimostrati, corredati da test statistici per verificare la significatività dei coefficienti, al contrario i modelli induttivi possono essere considerati come dei *black box* (scatole nere), dei quali non è sempre facile comprendere la logica, ma che permettono di giungere rapidamente a dei risultati.

Nel caso particolare del rischio di credito, inoltre, i modelli strutturali con il tempo potrebbero perdere la loro efficacia, dal momento che possono essere

facilmente “imparati” e neutralizzati dalle imprese (che, ad esempio, potrebbero essere in grado di ricostruirne la logica e condizionarne il risultato, al fine di farsi concedere comunque un finanziamento da una banca). Per i modelli induttivi, invece, non c’è questo rischio, poiché essi presentano una struttura funzionale molto spesso complessa e non riconoscibile.

Alla famiglia dei modelli di natura induttiva appartengono le reti neurali, “*dei sistemi di elaborazione dell’informazione che cercano di simulare all’interno di un sistema informatico il funzionamento dei sistemi nervosi biologici che sono costituiti da un gran numero di cellule nervose o neuroni collegati tra di loro in una complessa rete*”<sup>46</sup>.

In generale una rete neurale è composta da un numero elevato di elementi, detti “neuroni” appunto, legati tra loro da relazioni elementari, dette “sinapsi”. I neuroni possono essere classificati in:

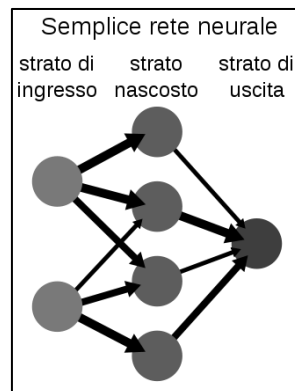
- *neuroni input*, le cui attivazioni rappresentano i valori input della rete;
- *neuroni output*, le cui attivazioni rappresentano l’output della rete;
- *neuroni nascosti (hidden)*, tutti quelli rimanenti, che non sono visibili dall’esterno.

---

<sup>46</sup> Gallo C., (2007), *Reti neurali artificiali: teoria e applicazioni*, Foggia, Università degli studi di Foggia, p. 2.



Figura 4-15: Schema di rete neurale



Fonte: Wikipedia

La struttura dei neuroni, come mostrato nella **Figura 4-15**, è a “strati” (*layers*): ogni neurone dello strato più esterno riceve come input  $n$  variabili (che, nel caso dei modelli per la previsione dell’insolvenza, possono essere costituite da indici economico-finanziari) e le elabora con una funzione (lineare o meno), il cui risultato viene poi trasmesso ai neuroni dello strato successivo. Anche questi poi elaborano gli input ricevuti con una funzione e li trasmettono allo strato seguente, fino a che, dopo uno o più “strati nascosti” la rete genera un output finale (che nel caso della previsione del default potrebbe essere considerato come uno *score* numerico, con un valore prossimo a 1 per le imprese rischiose e vicino a 0 per quelle sane). I coefficienti delle singole funzioni elementari vengono definiti mediante un meccanismo detto di “apprendimento”, che viene effettuato in maniera iterativa. In pratica grazie a una serie di tentativi si riesce a modellare in modo ottimale i pesi che collegano gli input con l’output passando per i neuroni degli strati nascosti.

Le principali fasi per elaborare una previsione tramite reti neurali, soprattutto al fine di ridurre i tempi di costruzione della rete stessa, sono:

1. l’individuazione dell’obiettivo della previsione;

2. la costruzione dell'archivio di dati su cui attivare l'apprendimento della rete neurale;
3. l'apprendimento vero e proprio, con la scelta dell'architettura e dei parametri necessari per la definizione dei pesi di connessione tra i neuroni;
4. la generalizzazione dell'output per la previsione dei mercati finanziari<sup>47</sup>.

Come le reti neurali, anche gli algoritmi genetici simulano il comportamento degli organismi biologici, in particolare il loro funzionamento, messo a punto da John Holland negli anni '60 e '70, si ispira ai meccanismi dell'evoluzione naturale di tipo darwiniano. Per comprendere al meglio gli algoritmi genetici è, dunque, indispensabile illustrare gli elementi fondamentali del processo di evoluzione naturale proposto da Charles Darwin nel 1859 in *The Origin of Species*.

Gli individui di una stessa specie animale competono continuamente tra loro per accaparrarsi risorse necessarie per l'esistenza, come cibo e luoghi di rifugio, e sono sempre in concorrenza al fine di attirare una compagna con cui accoppiarsi. E' ovvio che solo gli individui con migliori caratteristiche per interagire con l'ambiente esterno (quindi con un elevato grado di *fitness*) hanno buona probabilità di sopravvivere e di riprodursi. Il processo evolutivo, dunque, porta ad un continuo miglioramento della specie, dato che solo gli individui migliori riescono a trasferire il loro bagaglio genetico alle generazioni future.

Oltre alla selezione naturale, però, altri due meccanismi concorrono all'evoluzione e al miglioramento della specie. Innanzitutto, quando due

---

<sup>47</sup> Cfr. Gallo C., (2007), *Reti neurali artificiali: teoria e applicazioni*, Foggia, Università degli studi di Foggia, p. 11.

individui generano un erede, la ricombinazione genetica (detta *cross-over*) può portare ad una progenie con caratteristiche migliori (con un *superfit*) rispetto a quelle delle generazioni passate; questa maggiore qualità genetica viene poi diffusa tra i membri delle popolazioni tramite successive riproduzioni. In secondo luogo, è possibile che il bagaglio genetico contenuto nei cromosomi degli individui cambi anche in seguito a improvvise mutazioni casuali di singoli geni<sup>48</sup>.

Gli algoritmi genetici si ispirano proprio al meccanismo appena descritto. In questo caso gli individui da evolvere sono le possibili soluzioni ad un problema, al fine di raggiungere la migliore possibile.

Ipotizzando, ad esempio, di voler generare una funzione basata su una serie di indici di bilancio  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , costruita in modo da assegnare valori più elevati alle imprese sane e più bassi a quelle rischiose, se si considera, per semplicità, che la funzione sia lineare:

$$z = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_m x_m$$

allora ogni individuo sarà rappresentato da un vettore  $\alpha = [\alpha_0 \dots \alpha_m]'$  nel quale si evidenzia con quale segno e con quale peso i vari indicatori entrano nella costruzione dello *score*  $z$ .

Il procedimento seguito dagli algoritmi genetici allo scopo di selezionare le migliori soluzioni e affinarle, si può riassumere in diverse fasi:

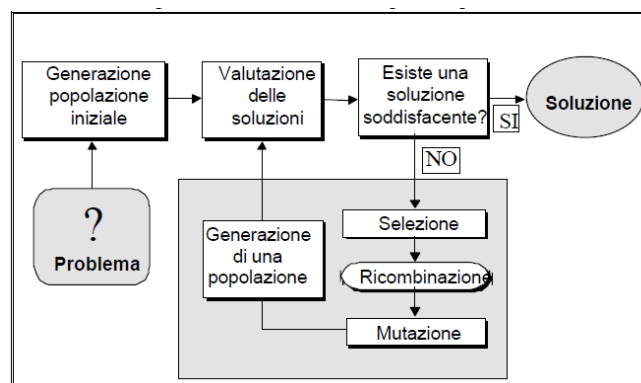
1. "generazione" di una popolazione iniziale costituita da  $s$  individui-soluzioni;

---

<sup>48</sup> Cfr. Resti A. & Sironi A., *Op. Cit.*, pp. 380-381.

2. valutazione, mediante una specifica funzione, della bontà (*fitness*) degli individui, vale a dire la loro capacità di rappresentare una buona soluzione per il problema;
3. applicazione di un algoritmo (“operatore genetico”) di selezione che identifica gli individui destinati a sopravvivere, perché migliori, e quelli destinati a morire;
4. applicazione di un secondo “operatore genetico” (detto *cross-over* o ricombinazione) che permette agli individui sopravvissuti di riprodursi, quindi di dar vita ad una seconda generazione di  $s$  soluzioni, con un bagaglio genetico ereditato dai “genitori”;
5. applicazione dell’operatore genetico di “mutazione”, che prende in considerazione la possibilità di registrare un’improvvisa modifica delle soluzioni della nuova generazione;
6. misurazione della *fitness* di ogni individuo appartenente a questa nuova generazione di soluzioni (“figlie” della prima ed in alcuni casi trasformate da una mutazione genetica). Se alla fine nessuna di esse è pienamente soddisfacente, il processo viene ripetuto (dal punto 3 al punto 5), finché non si trova una soluzione attraente.

Figura 4-16: La struttura di un algoritmo genetico



Fonte: Pomante (1999)

Il processo di miglioramento delle soluzioni, però, non dura all'infinito, infatti una volta prodotti risultati ottimi questi, in seguito all'elevata *fitness*, trasmettono le loro caratteristiche alle generazioni future che pian piano arrivano ad assumere una struttura pressochè identica a quella delle generazioni precedenti.

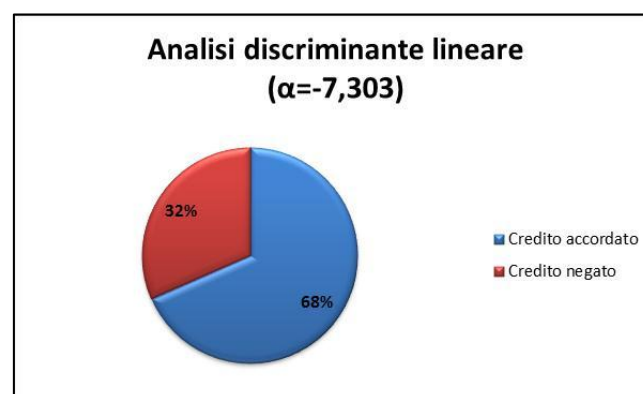
#### 4.6 *Analisi dei risultati ottenuti con i diversi modelli*

Dopo aver esaminato e applicato ai dati del campione i principali modelli di scoring per l'analisi del rischio di credito, è interessante fare un riassunto ed in seguito un confronto dei risultati ottenuti con i diversi modelli.

Con l'applicazione dell'analisi discriminante lineare si è giunti a risultati differenti in base alla scelta del *cut-off*:

- con  $\alpha = -7,303$ , si è arrivati alla decisione di negare il credito a 12 imprese su 38, 11 inserite nel Gruppo B ed una nel Gruppo A;

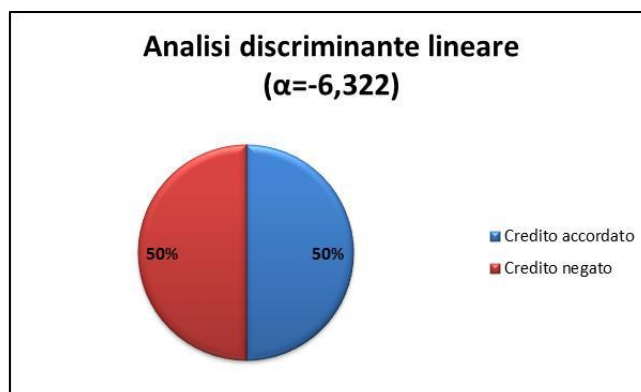
Figura 4-17: *Risultati analisi discriminante lineare ( $\alpha=-7,303$ )*



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

- con  $\alpha' = -6,322$ , si negherebbe invece il credito a 19 aziende, quindi a tutte le 14 imprese del Gruppo B e a 5 imprese appartenenti al Gruppo A;

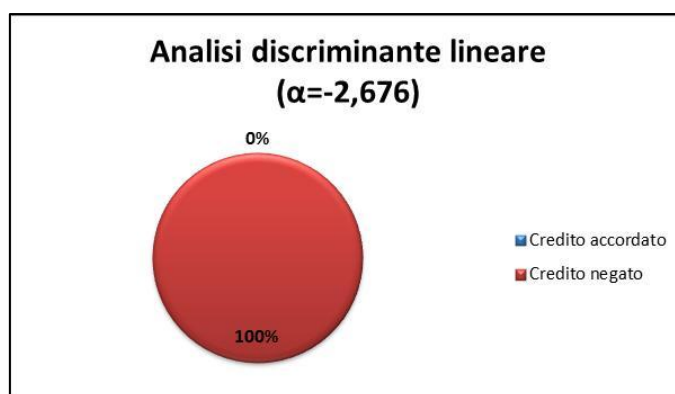
Figura 4-18: Risultati analisi discriminante lineare ( $\alpha'=-6,322$ )



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

- con  $\alpha'' = -2,767$ , avendo imposto vincoli ancora più stringenti, si arriverebbe a non concedere il credito a nessuna delle 38 imprese del campione.

Figura 4-19: Risultati analisi discriminante lineare ( $\alpha''=-2,676$ )

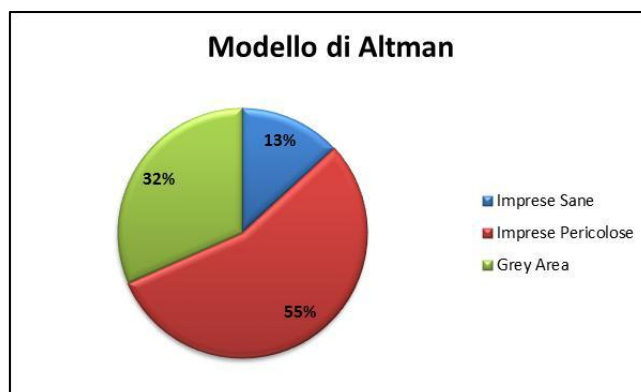


Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Con il modello di Altman è stato possibile considerare sane 5 imprese (tutte nel Gruppo A), 21 aziende "pericolose" (9 nel Gruppo A e 12 nel Gruppo B) mentre

per le restanti 12 (8 classificate nel gruppo A e 4 nel gruppo B) il modello utilizzato non ha fornito risultati utili e per questo motivo le imprese sono state incluse nella cosiddetta *grey area* (**Figura 4-20**).

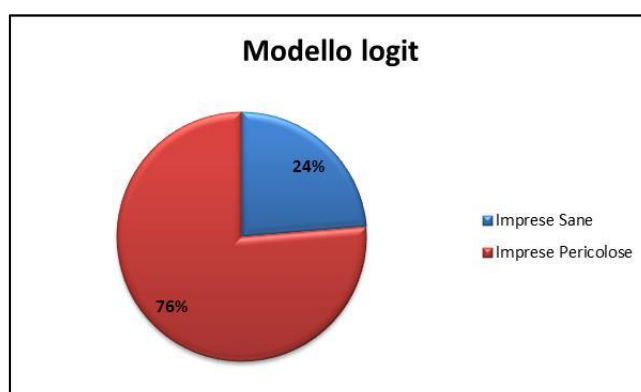
**Figura 4-20:** Risultati modello di Altman



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Andando infine a valutare i dati sulle probabilità di default ricavate mediante il modello logit, se si considerano “pericolose” quelle imprese che mostrano delle  $PD \geq 50\%$ , allora si ottengono 9 imprese sane (tutte inserite nel Gruppo A) e 29 rischiose (le 16 appartenenti al Gruppo B e 13 nel Gruppo A); tali risultati sono riassunti nella **Figura 4-21**.

**Figura 4-21:** Risultati modello logit



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

### 4.7 *Pregi e difetti dei modelli di scoring*

I modelli di scoring esaminati in questo capitolo vengono impiegati nella realtà principalmente al fine di raggiungere due scopi differenti:

- la previsione delle insolvenze, mediante una distinzione qualitativa degli impieghi, con particolare riferimento al livello di rischio di questi ultimi;
- la stima, per ogni debitore, della probabilità di default, in seguito alla quale ognuno di essi viene assegnato ad una precisa classe di default.

In merito al primo utilizzo tale categoria di modelli prevede una certa facilità e rapidità di applicazione, visto che la decisione di concedere o meno il credito è legata esclusivamente al valore dello *score* rilevato per quel cliente rispetto ad una certa soglia prefissata.

Per quanto riguarda il secondo fine, i modelli qui analizzati permettono di determinare, in funzione dello *score* individuato, una precisa probabilità di default, che può poi essere utilizzata da un istituto di credito per stimare la perdita attesa sulle esposizioni creditizie di un cliente.

A fronte di questi vantaggi, fondamentalmente in termini di agevolezza e semplicità nella stima dei parametri e degli obiettivi posti, sussistono però evidenti limiti nei modelli di scoring.

Con riferimento all'analisi discriminante lineare, in particolare, sono necessarie alcune ipotesi di base che, molto spesso, ne limitano l'effettiva applicazione a casi reali. Innanzitutto questa tipologia di modelli è basata sull'ipotesi che le matrici di varianze e covarianze delle variabili indipendenti siano uguali per i due gruppi di imprese considerati. In realtà però, i dati riportano sempre un certo livello di eteroschedasticità, che necessiterebbe di modelli più appropriati



e complessi, i quali, però, comportano anche la stima di un maggior numero di parametri, dunque la maggiore probabilità di imbattersi in errori ed imprecisioni nelle stime. Un altro problema tipico dell'analisi discriminante lineare sta nel fatto che, nel calcolo delle PD a partire dagli *score* (mediante la formula [4.11]) si ipotizza che le variabili indipendenti siano rappresentate da una distribuzione normale multivariata, cosa evidentemente irrealistica, dato che molti indici economici sono strutturalmente limitati tra lo 0 ed il 100%, mentre la distribuzione normale è illimitata, dunque spesso questo metodo non fornisce stime adeguate.

In generale i più evidenti problemi legati ai modelli di scoring sono:

- la suddivisione del campione in imprese “sane” e “rischiose”. Poiché esistono diversi livelli di rischiosità delle imprese, è chiaro che la definizione adottata dell'indice utilizzato per suddividere il campione, va ad influenzare inevitabilmente i risultati del modello;
- l'importanza relativa delle variabili indipendenti utilizzate, espressa nei coefficienti di discriminazione e di regressione, potrebbe variare nel tempo, in seguito a variazioni del ciclo economico, dei mercati o per altri fattori;
- i modelli di scoring trascurano una serie di fattori qualitativi che frequentemente sono di grande rilevanza nella stima dell'insolvenza di un'impresa, quali la reputazione dell'azienda, la qualità del management, le prospettive del settore produttivo di appartenenza ed il ciclo economico;
- le imprese del campione dovrebbero essere il più possibile omogenee in termini di settore produttivo di appartenenza; innanzitutto perché gli indici economico-finanziari assumono valori medi significativamente differenti da settore a settore, inoltre uno stesso indice potrebbe avere un

diverso potere predittivo delle insolvenze a seconda del settore a cui appartengono le imprese;

- è possibile, in molti casi, che i campioni su cui vengono effettuate le stime siano “sbilanciati”, nel senso che includano una percentuale di imprese sane troppo elevata, questo poiché i dati delle imprese più rischiose, o addirittura insolventi, in molti casi sono difficilmente reperibili. Paradossalmente, quindi, una banca storicamente caratterizzata da una cattiva qualità del portafoglio si troverebbe avvantaggiata rispetto ad una banca che ha subito in passato pochi default ed è costretta a lavorare con campioni limitati o troppo “sbilanciati”.

## 5 I modelli basati sul mercato dei capitali

I modelli per la stima dei tassi di insolvenza fondati sul mercato dei capitali si sono affermati in particolar modo negli ultimi anni, in seguito allo sviluppo degli stessi mercati (sia azionari che obbligazionari) e degli studi teorici in materia di determinazione dei prezzi delle attività finanziarie rischiose, studi che hanno favorito l'utilizzo di tali indicazioni sui prezzi dei valori mobiliari come elementi di primaria importanza nella determinazione di altre fondamentali informazioni (tra le quali, appunto, la stima del tasso di insolvenza).

### 5.1 I modelli in forma ridotta

All'interno della categoria dei modelli basati sul mercato dei capitali si distinguono i modelli in forma ridotta, che si soffermano in particolar modo sulla possibilità che l'emittente di un titolo obbligazionario fallisca prima della scadenza del prestito<sup>49</sup>. Essi, infatti, non si preoccupano di risalire alle cause del default, ma si limitano a prendere atto della sua esistenza, considerandolo come

---

<sup>49</sup> Cfr. Di Giovambattista C., (2003-2004), *Sul prezzaggio di obbligazioni a rischio di fallimento con un modello regime switching*, Roma, Università degli studi Roma Tre, p. 5.

una variabile aleatoria che assume valori diversi da 0 in ogni intervallo di tempo.

### 5.1.1 I modelli basati sugli spread dei corporate bond<sup>50</sup>

L'approccio fondato sugli *spread* dei *corporate bond*, uno dei principali modelli ridotti, parte da una valutazione molto semplice, secondo la quale lo *spread*, vale a dire il differenziale, tra i titoli obbligazionari rischiosi emessi da società private e quelli privi di rischio, riflette le aspettative degli investitori relative alla probabilità di insolvenza degli emittenti dei titoli rischiosi. Lo *spread*, dunque, sintetizza tutte le informazioni disponibili che possono influire sulla probabilità che un emittente diventi insolvente. Andando ad esaminare tali modelli più a fondo, si può affermare che i principali dati input necessari sono:

- la curva dei tassi di rendimento *zero-coupon* dei titoli *risk-free*, i quali possono essere approssimati dai tassi di rendimento *zero-coupon* dei titoli di Stato;
- la curva dei tassi di rendimento *zero-coupon* dei titoli obbligazionari rischiosi<sup>51</sup>;
- i tassi di recupero attesi stimati in caso di insolvenza (sui *corporate bond*).

Partendo da tali dati, si ricavano quindi i tassi di insolvenza attesi per ogni periodo futuro, mediante un processo suddiviso in due fasi:

1. la determinazione dei tassi di rendimento a termine (*forward rates*), per entrambe le tipologie di titoli;
2. la determinazione delle PD, a partire dagli *spread* tra i *forward rates* ed i tassi di recupero.

---

<sup>50</sup> Questo paragrafo è basato su Resti A. & Sironi (2008).

<sup>51</sup> Più in generale mettendo in relazione questi primi due input, si parla spesso di curva per scadenza dei differenziali tra i rendimenti *zero-coupon* dei titoli rischiosi e i rendimenti *zero-coupon* dei titoli *risk-free*.

Per capire come è costruito il modello che ci si appresta ad analizzare, bisogna partire dalla stima della probabilità di insolvenza. A tal proposito, denotando con  $p$  la PD di un'impresa che ha emesso un titolo obbligazionario, ipotizzando che, in caso di insolvenza dell'emittente, gli investitori perdano l'intero investimento (ipotesi questa che si traduce in una LGD del 100%, quindi in un *recovery rate* dello 0%) ed indicando con  $i$  il tasso di rendimento *risk-free* ad un anno (approssimato, come si è già detto, al tasso di rendimento dei titoli di Stato a un anno) e con  $i^*$  il tasso di rendimento a un anno del titolo obbligazionario (che, in termini di *spread* può essere anche scritto come  $i^* = i + d$ , dove con  $d$  si indica lo *spread*), allora si può affermare che un investitore neutrale al rischio sarà indifferente tra i due investimenti alternativi quando il montante di un euro investito nel titolo privo di rischio è pari a quello di un euro investito nel titolo rischioso, ponderato per la probabilità che questo venga poi restituito, dunque se vale la seguente relazione<sup>52</sup>:

$$e^i = (1 - p)e^{i+d}$$

dalla quale si ricava:

$$p = 1 - e^{-d} \quad [5.1]$$

La [5.1] evidenzia come la probabilità di default e lo *spread* siano legati da una relazione diretta, per cui all'aumentare di  $d$  aumenta anche  $p$ .

Nel caso, più realistico, in cui il tasso di recupero sia maggiore rispetto allo 0% ipotizzato in precedenza, allora un investitore neutrale al rischio sarà indifferente tra i due investimenti se:

---

<sup>52</sup> Nel ricavare questa e le altre formule che seguono si è ipotizzato di esprimere i tassi di interesse come tassi composti continui, seguendo la regola per cui  $M = Ce^i$ , con  $M$ , montante di un debito a fine anno e  $C$ , capitale iniziale.

$$e^i = [(1 - p) + pR]e^{i+d} = [1 - p(1 - R)]e^{i+d} \quad [5.2]$$

da cui:

$$p = \frac{1 - e^{-d}}{1 - R} = \frac{1 - e^{-d}}{LGD} \quad [5.3]$$

Se si estende l'analisi fin qui condotta al caso più complesso e realistico di scadenze pluriennali, mediante i differenziali di rendimento relativi a scadenze diverse, si possono ricavare le PD relative a differenti orizzonti temporali.

Indicando con  $p_T$  la probabilità di default cumulata relativa a  $T$  anni, quindi la probabilità che l'emittente fallisca tra oggi e la fine del  $T$ -esimo anno, allora la [5.2] può essere scritta come:

$$e^{i_T T} = [1 - p_T + p_T R]e^{(i_T + d_T)T} = [1 - p_T(1 - R)]e^{(i_T + d_T)T} \quad [5.4]$$

da cui:

$$p_T = \frac{1 - e^{-d_T T}}{1 - R} = \frac{1 - e^{-d_T T}}{LGD} \quad [5.5]$$

Denotando con  $s_T \equiv 1 - p_T$  la probabilità che il debitore non fallisca tra oggi ed il  $T$ -esimo anno e con  $s'_T$  la probabilità di "sopravvivenza" marginale durante il  $T$ -esimo anno (cioè la probabilità, condizionata alla sopravvivenza del debitore fino alla fine dell'anno  $T-1$ , che il debitore non fallisca nel corso dell'anno  $T$ ), allora per ogni anno si avrà:

$$s_T = s_{T-1} \cdot s'_T$$

e:

$$s'_T = \frac{s_T}{s_{T-1}}$$

La probabilità di default marginale relativa all'anno  $T$  ( $p'_T$ ) a questo punto può essere espressa come complemento a uno della probabilità di sopravvivenza marginale:

$$p'_T = 1 - s'_T = 1 - \frac{s_T}{s_{T-1}} = 1 - \frac{1 - p_T}{1 - p_{T-1}}$$

### 5.1.2 Pregi e difetti dei modelli basati sugli spread obbligazionari

I principali vantaggi del modello fondato sui differenziali di rendimento tra i *corporate bond* ed i titoli privi di rischio per la stima delle probabilità di insolvenza sono:

- il fatto di utilizzare dati di mercato, dunque il più possibile oggettivi;
- il fatto di essere un modello “*forward looking*”, quindi in grado di stimare i tassi di insolvenza attesi dal mercato invece di basarsi su quelli verificatisi in passato (utilizzati, ad esempio, nelle stime effettuate dalle agenzie di rating).

A fronte di tali aspetti positivi, però, si individuano anche elementi negativi legati a questa tipologia di modelli. Innanzitutto tale metodo si basa su due ipotesi molto forti:

- la validità della teoria delle aspettative, difficilmente sostenibile nel lungo periodo, poiché, in questo caso, i premi per la liquidità risultano crescenti e comunque non direttamente legati al rischio di insolvenza dell'emittente. Da qui si deduce facilmente come, lo *spread* molto spesso vada a riflettere la maggiore o minore liquidità dei titoli stessi più che il loro effettivo rischio di credito;

- l'ipotesi di neutralità al rischio, alla base dell'equazione [5.2], che è in contrasto con la teoria della finanza e con l'effettivo comportamento degli investitori e nega implicitamente l'esistenza stessa del rischio di credito (che viene inteso dunque semplicemente come perdita attesa). Nella realtà, infatti, gli investitori richiedono un certo premio per il rischio per scambiare un investimento certo con uno rischioso. La [5.2] quindi diventa:

$$e^i + P = [(1 - p^*)(1 - R)]e^{i+d} \quad [5.6]$$

E' evidente che, dal confronto tra le due espressioni, il valore di  $p$  nella [5.2] è maggiore rispetto al valore di  $p^*$  nella [5.6], che riflette invece il reale comportamento degli investitori (i quali sono nella maggior parte dei casi avversi al rischio). La [5.6] quindi produrrà stime delle PD distorte verso l'alto, dato che in questo caso il rischio di credito viene considerato come somma della perdita attesa e della perdita inattesa e non determinato esclusivamente dalla prima componente, come accade nel caso delle PD *risk neutral*.

Accanto a questi due limiti di carattere teorico, esistono inoltre evidenti limiti operativi:

- l'approccio qui analizzato non trova applicabilità nel caso di imprese che non emettono titoli obbligazionari sul mercato dei capitali (come accade, del resto, per il campione formato dalle 38 imprese operanti nel settore "beni di consumo" quotate, alle quali sono stati applicati i vari modelli di scoring nel capitolo precedente, che non emettono obbligazioni);
- il modello, inoltre, soffre la carenza di dati relativi ai tassi di rendimento *zero-coupon* associati alle diverse scadenze, che possono essere ricavati a partire dai titoli con cedola (ad esempio mediante procedure di



*bootstapping*<sup>53</sup>) delle imprese private relative a differenti scadenze per ottenere l'intera curva degli *spread*.

## 5.2 I modelli strutturali

A differenza dei modelli ridotti, l'approccio strutturale si propone come obiettivo quello di descrivere, mediante le caratteristiche intrinseche (dunque strutturali) dell'emittente, l'andamento dell'attività complessiva dell'impresa, quindi la sua probabilità di default.

### 5.2.1 Il modello di Merton "classico"

L'approccio alla base del modello di Merton è fondato sulla teoria del *pricing* delle opzioni sviluppata da Black & Scholes nel 1973, con particolare attenzione ai principi della *contingent claim analysis*. Merton, nel 1974, fu il primo ad applicare questa teoria al rischio di insolvenza, sviluppando un modello che parte dal presupposto secondo il quale: il default si manifesta per l'impresa esattamente nel momento in cui il valore delle attività risulta inferiore a quello delle passività. Il modello si basa su alcune ipotesi fondamentali, formulate dallo stesso Merton<sup>54</sup>:

1. il mercato è "perfetto", ragione per cui non esistono né costi di transazione né tasse, gli investitori possono scambiarsi beni al prezzo di

---

<sup>53</sup> Il "*bootstapping*" è un metodo utilizzato in finanza per la costruzione della curva dei rendimenti *zero-coupon* a partire dai prezzi di titoli con o senza cedola, mediante un procedimento iterativo.

<sup>54</sup> Cfr. Wehrspohn U., (2002-2003), *Credit risk evaluation: modeling, analysis, management*, Germany, Heidelberg University, pp. 18-20.

- mercato ed inoltre possono concedere o prendere a prestito allo stesso tasso di interesse;
2. il tasso di interesse privo di rischio è costante, questo implica che non ci siano effetti rilevanti sulla curva dei tassi;
  3. l'impresa ha una sola forma di passività verso terzi, strutturata come uno *zero-coupon bond*, il quale, dunque, prevede il rimborso del capitale in un'unica soluzione a scadenza. Più precisamente, la struttura finanziaria dell'impresa è una struttura "semplificata", rappresentata nella **Figura 5-1**;

Figura 5-1: *Struttura finanziaria di un'impresa*

<i>ASSETS</i>	<i>LLABILITIES</i>
<i>A</i>	<i>E</i>
	<i>B</i>

Fonte: Masera (2005)

4. l'impresa non può emettere ulteriori obbligazioni, né pronti contro termine, né dividendi;
5. viene rispettato il teorema di Modigliani-Miller, secondo il quale il valore dell'azienda non dipende dalla sua struttura finanziaria (quindi dalle modalità con cui l'impresa stessa si finanzia);
6. il valore dell'impresa, espresso come valore degli asset (A):

$$\text{Valore Asset (A)} = \text{Valore Equity (E)} + \text{Valore Passività (B)}$$

segue un processo “autoregressivo”, cioè tutte le informazioni necessarie per prevedere la dinamica futura del valore di  $A$  si possono ricavare a partire dal suo sviluppo passato. In particolare, il valore degli asset ( $A$ ) può essere rappresentato da un processo<sup>55</sup> detto “moto geometrico Browniano”<sup>56</sup>, questo implica che, la dinamica degli *assets* sia governata dalla seguente equazione differenziale:

$$dA = \mu A dt + \sigma_A A dz$$

per cui:

$$\frac{dA}{A} = \mu dt + \sigma_A dz \quad [5.7]$$

dove  $\frac{dA}{A}$  sta ad indicare una variazione istantanea percentuale, rappresentata, nella [5.7], mediante  $\mu$ , il rendimento istantaneo atteso degli attivi e  $\sigma_A$ , il tasso di variabilità del moto stesso, che incide inoltre su  $dz$  (precisando che  $dz \sim N(0, \sqrt{dt})$ ) che può essere espresso come prodotto tra un termine di disturbo  $\varepsilon$ , distribuito come una normale standard (dunque come  $\varepsilon \sim N(0,1)$ ) e la radice quadrata del tempo. Alla luce di tali precisazioni, si può esprimere la [5.7] come:

$$\frac{dA}{A} = \mu dt + \sigma_A dz = \mu dt + \sigma_A \varepsilon \sqrt{dt}$$

---

<sup>55</sup> Per la teoria riguardante il “moto geometrico Browniano” si fa riferimento a Hull J. & Barone E., (2009), *Opzioni, futures e altri derivati*, Italia, Pearson Education Italia, pp. 269-283.

<sup>56</sup> Per “moto geometrico Browniano” si intende un processo stocastico, spesso impiegato al fine di modellizzare alcuni fenomeni dei mercati finanziari, in particolare nell’*option pricing*. Si fa riferimento ad un moto geometrico Browniano se un processo soddisfa l’equazione:  $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dz$ , dove  $\mu$  è detto tasso di deriva atteso (o *drift rate*),  $\sigma^2$  è il tasso di varianza e  $z$  rappresenta un processo di Wiener, caratterizzato da due proprietà fondamentali:

1. la variazione  $dz$  in un piccolo intervallo  $dt$  è:  $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$ , con  $\varepsilon$  estrazione casuale da una normale standardizzata,  $N(0,1)$ ;
2. i valori di  $dz$  in qualsiasi intervallo di tempo  $dt$  sono tra loro indipendenti.

che, secondo la teoria del moto geometrico Browniano<sup>57</sup>, ha per soluzione:

$$A_T = A_0 \cdot e^{\left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T + \sigma_A \sqrt{T} \cdot Z} \quad [5.8]$$

7. il valore del patrimonio netto dell'impresa (*equity*) è funzione del valore degli asset e del tempo:

$$E = f(A, t)$$

Dunque, come fatto per le attività, è possibile, anche per il patrimonio netto, definire la dinamica come:

$$dE = \mu_E E dt + \sigma_E E dz_E \quad [5.9]$$

sottolineando che  $\sigma_E$ ,  $\mu_E$  e  $dz$  dipendono esclusivamente da  $A$ ,  $t$ ,  $\mu$ ,  $\sigma_A$  e  $dz$ , e non da fenomeni "anomali" che si riscontrano sul mercato, come ad esempio la speculazione;

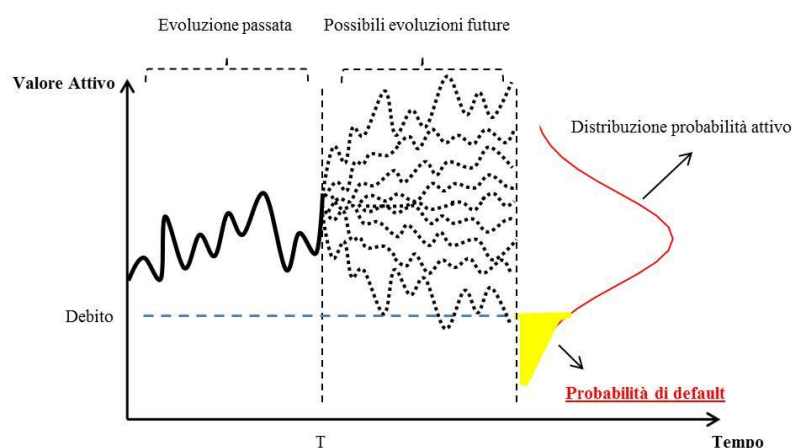
8. al fine di poter utilizzare al meglio in modello di pricing delle opzioni, formulato da Black & Scholes, ed eliminare  $\mu_E$  dalla [5.9], Merton

<sup>57</sup> L'equazione differenziale alla base del moto geometrico Browniano ha come soluzione  $S_t = S_0 e^{\alpha t + \sigma \sqrt{t} \cdot Z}$ , con  $\alpha = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2\right)$ . Per verificare la soluzione appena esposta, è utile ricorrere al cosiddetto "Lemma di Itô". Supponendo di avere una variabile  $x$  che segue un processo di Wiener generalizzato espresso come  $dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz$ , il "Lemma di Itô" consente di ottenere la funzione  $G$  di  $x$  e  $t$ , che viene esplicitata nel seguente processo:  $dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2\right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz$ , dove  $\left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2\right)$  rappresenta il tasso di deriva mentre  $\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2$  sta ad indicare il tasso di varianza. Applicando la teoria qui espressa al moto geometrico Browniano  $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dz$  ed ipotizzando di voler ricavare, tramite il "Lemma di Itô", il processo seguito dalla funzione  $G = \ln(S)$ , si ottengono le seguenti quantità:  $\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}$ ,  $\frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}$ ,  $\frac{\partial G}{\partial t} = 0$ . Il processo seguito da  $G$  può essere espresso dunque come:  $dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dz$ ; quindi:  $\ln(S_T) - \ln(S_0) \sim \varphi \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) T, \sigma \sqrt{T}\right]$  che si può scrivere anche come:  $\ln(S_T) \sim \varphi \left[\ln(S_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) T, \sigma \sqrt{T}\right]$  da cui, come volevasi dimostrare si ricava la seguente soluzione:  $S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2\right) t + \sigma \sqrt{t} \cdot Z}$ .

- ipotizza di poter costruire un portafoglio ideale “autofinanziato”<sup>58</sup>, costituito dal patrimonio e dal debito meno rischioso dell’impresa, assumendo che non esista sul mercato la possibilità di arbitraggio;
9. è possibile scambiare i beni in modo “continuo” nel tempo, dunque in qualsiasi momento si può bilanciare il portafoglio “autofinanziato”;
  10. il valore totale dell’*equity* dell’impresa è dato dalla somma di tutte quelle voci (utili e tutte le varie tipologie di riserve) che vanno ad incrementare il patrimonio netto.

In base alle assunzioni appena fatte, con particolare attenzione al punto 6, il modello di Merton afferma che, le variazioni percentuali dell’attivo (dunque il rendimento) si muovono in maniera stocastica ed inoltre che l’incertezza sull’evoluzione futura aumenta al crescere dell’orizzonte temporale considerato (**Figura 5-2**).

**Figura 5-2:** La logica sottostante al modello di Merton



Fonte: Propria elaborazione su Resti A. & Sironi A., (2008)

<sup>58</sup> Un portafoglio si definisce “autofinanziato” se non si verificano nuovi flussi finanziari, né in entrata, né in uscita, ma le cedole e i dividendi ottenuti sui titoli già posseduti vengono reinvestiti nel portafoglio stesso.

Analizzando la **Figura 5-2** si comprende come il rischio di credito nel modello consiste nella possibilità che, alla scadenza del debito, quindi al tempo  $T$ , il valore dell'attivo ( $A_T$ ) risulti inferiore al valore di rimborso del prestito ( $F$ ). Tale possibilità è tanto maggiore quanto maggiori sono:

- la leva finanziaria, data dal rapporto tra debito e attivo ( $B_0/A_0$ ), in  $T_0$ ;
- la volatilità, espressa mediante la deviazione standard, del rendimento dell'attivo ( $\sigma_A$ );
- la scadenza del debito ( $T$ ).

La probabilità di default, evidenziata nella **Figura 5-2**, è data dalla probabilità che  $A_T < F$ , che equivale graficamente all'area sottostante la distribuzione normale che, a parità di altre condizioni, risulta tanto maggiore quanto:

- minore è il valore iniziale dell'attivo ( $A_0$ );
- maggiore è il valore di rimborso del debito ( $F$ );
- maggiore è la volatilità dell'attivo ( $\sigma_A$ ), quando ciò accade si è in presenza di una distribuzione più schiacciata e con code più spesse.

Si è detto all'inizio che nel modello di Merton un ruolo di particolare rilevanza è quello rivestito dalla *contingent claim analysis* e dalla teoria dell'*option pricing*, in effetti l'idea cardine del modello qui analizzato è quella in base alla quale: "gli azionisti detengono un'opzione nei confronti dei creditori: l'opzione di cedere loro l'azienda anziché rimborsare il debito"<sup>59</sup>. In pratica si ipotizza che gli azionisti dispongano di un'opzione *put* corta, messa loro a disposizione dai finanziatori, opzione che permette loro di scambiare  $A_T$  con  $F$ , quando si verifica che  $A_T < F$ . La *put* in questione è un'opzione sul valore dell'attivo, con prezzo di esercizio pari al valore di rimborso del debito ( $F$ ) e scadenza ( $T$ ) pari alla scadenza del

---

<sup>59</sup> Resti, A. & Sironi, A. (2008), *Op. Cit.*, p 401.

debito. In base al *payoff* relativo alla *put* corta (che viene determinato come  $[-\text{Max}(K - S_T, 0)]$ , che equivale a  $\text{Min}(S_T - K, 0)$ ), dunque, il valore del debito a scadenza risulterà:

$$B_T = \text{Min}(A_T, F)$$

Detto ciò si deduce che, dalla struttura del capitale dell'impresa, si può determinare direttamente il valore del debito emesso a scadenza:

- se al tempo  $T$  il valore dell'impresa ( $A_T$ ) è maggiore rispetto al valore di rimborso del debito ( $F$ ), allora l'impresa è solvente e tutti i titoli valgono effettivamente il loro valore nominale;
- se, viceversa, a scadenza il valore delle attività scende sotto quello di rimborso del debito, la società risulta insolvente e i creditori hanno diritto a rivalersi sull'attivo dell'impresa.

La situazione appena riportata viene illustrata nella seguente tabella:

**Tabella 5-1: Perdita rilevata per i diversi valori dell'attivo**

	$A_T < F$	$A_T > F$
Equity ( $E$ )	0	$A_T - F$
Debito a scadenza ( $B_T$ )	$A_T$	$F$
Valore di rimborso del debito ( $F$ )	$F$	$F$
<b>Perdita (<math>B_T - F</math>)</b>	$A_T - F$	<b>0</b>

Fonte: Propria elaborazione su Cossin D. & Pirotte H., (2001)

A questo punto, ipotizzando che con il termine "finanziatori" di un'impresa si faccia riferimento ad una banca, essa potrebbe, per coprirsi dal rischio di credito legato al prestito concesso, acquistare un'opzione *put* sul valore della società, con scadenza  $T$  e prezzo di esercizio  $F$ . Come mostrato nella **Tabella 5-2** (dove con  $P_0$  viene indicato il premio pagato al tempo 0 per acquistare la *put*), ciò andrebbe a produrre, per la banca, un *payoff* garantito pari ad  $F$ .

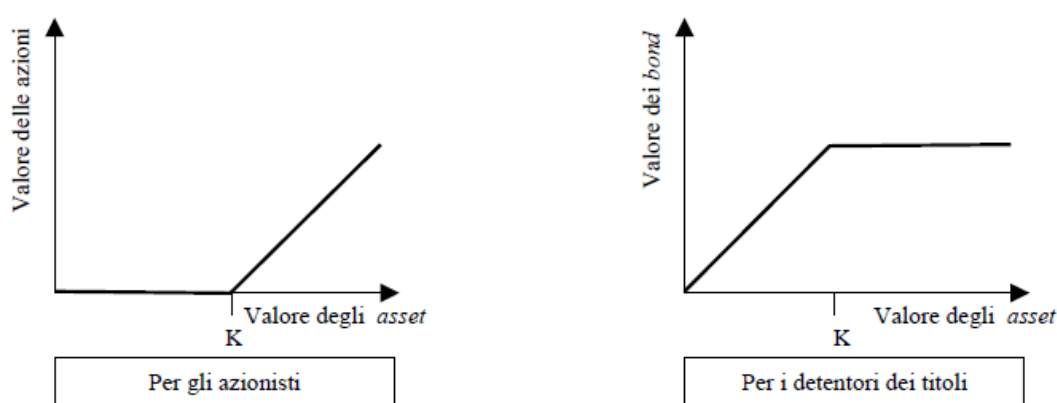
Tabella 5-2: Payoff, in  $T_0$  e in  $T$ , per una banca che concede il prestito ed acquista una put

	Payoff in $T_0$	Payoff in $T$	
		se $A_T < F$	se $A_T > F$
Concessione prestito	$-B_0$	$A_T$	$F$
Acquisto put	$-P_0$	$F - A_T$	$0$
<b>TOTALE</b>	<b><math>-(B_0 + P_0)</math></b>	<b><math>F</math></b>	<b><math>F</math></b>

Fonte: Resti A. & Sironi A., (2008)

La teoria generale delle opzioni è molto utile per andare a visualizzare graficamente i payoff per le differenti categorie di *stakeholders* (Figura 5-3):

Figura 5-3: Payoff per le due classi di stakeholders



Fonte: Matta A., (2007)

E' semplice quindi descrivere i due profili:

- gli azionisti detengono una *call* lunga (il cui *payoff* è espresso come  $[Max(S_T - K, 0)]$ ), che consente loro di ottenere il valore residuo dell'impresa, se a scadenza  $A_T > F$ , nel caso in cui ciò non accade l'opzione non viene esercitata;
- gli obbligazionisti, invece, sono in possesso di una *put* corta (che ha il seguente *payoff*  $[-Max(K - S_T, 0)]$ ), mediante la quale a scadenza è possibile ottenere un ammontare pari al valore nominale del debito.

Dalla **Tabella 5-2** si deduce che una banca può eliminare completamente il rischio di credito dell'operazione, andando effettivamente a trasformare



L'impiego rischioso in un impiego privo di rischio, acquistando un'opzione *put*. Detto questo, in equilibrio la posizione assunta dalla banca (costituita dal prestito e dalla *put*,  $(B_0 + P_0)$ ) deve allora uguagliare il valore di un titolo privo di rischio che a scadenza paga un ammontare  $F$  pari al valore di rimborso del debito, quindi:

$$P_0 + B_0 = F e^{-iT} \quad [5.10]$$

Il valore dell'opzione *put* può essere espresso, utilizzando il modello di *pricing* delle opzioni sviluppato da Black e Scholes<sup>60</sup>, come:

$$P_0 = F e^{-iT} N(-d_2) - N(-d_1) A_0 \quad [5.11]$$

dove:

$i$ , è il tasso di interesse per le attività prive di rischio;

$N(\cdot)$ , è la funzione di ripartizione di una variabile normale standard<sup>61</sup>;

$d_1$  e  $d_2$ , sono pari rispettivamente a:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{F}\right) + \left(i + \frac{1}{2} \cdot \sigma_A^2\right)T}{\sigma_A \cdot \sqrt{T}} \quad [5.12]$$

---

<sup>60</sup> Sviluppato nel 1973, il modello di Black & Scholes analizza l'andamento nel tempo dei prezzi degli strumenti derivati, in base all'intuizione fondamentale per cui: un titolo derivato viene implicitamente prezzato se il sottostante è scambiato sul mercato. In riferimento alle opzioni *put* la formula di Black & Scholes permette di ricavarne il prezzo come:  $P = K e^{-iT} N(-d_2) - N(-d_1) S_T$ , dove  $K$  indica il prezzo di esercizio dell'opzione,  $S_T$  indica il prezzo del titolo sottostante,  $i$  è il tasso privo di rischio,  $N(\cdot)$  è la funzione di ripartizione normale standard, mentre  $d_1$  e  $d_2$  sono due parametri specifici.

<sup>61</sup> La funzione di ripartizione normale standard di una generica variabile  $x$  è espressa come:  $N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}y^2} \cdot dy$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{F}\right) + (i - 1/2 \cdot \sigma_A^2)T}{\sigma_A \cdot \sqrt{T}} = d_1 - \sigma_A \cdot \sqrt{T} \quad [5.13]$$

A partire dalla [5.10], sostituendo  $P_0$ , si ricava analiticamente il valore di mercato del prestito  $B_0$ :

$$B_0 = Fe^{-iT} - put = Fe^{-iT}[1 - N(-d_2)] + N(-d_1)A_0 = Fe^{-iT} \left[ N(-d_2) + \frac{1}{L} \cdot N(-d_1) \right] \quad [5.14]$$

nella quale con  $L$  si indica la leva finanziaria dell'impresa come:  $\frac{Fe^{-iT}}{A_0}$ .

Dalla [5.14] si capisce facilmente come il valore del prestito sia inversamente legato alla leva finanziaria e alla scadenza del prestito, per cui al crescere di questi ultimi parametri si ridurrà  $B_0$ .

Il rendimento di equilibrio del prestito, a questo punto, può essere determinato come quel tasso di sconto  $i^*$  (che può essere considerato a tutti gli effetti come un *yield to maturity*), che uguaglia il valore di mercato del debito,  $B_0$ , al valore attuale del rimborso,  $F$ :

$$Fe^{-i^*T} = B_0$$

dalla quale si ricava:

$$i^* = -\frac{\ln\left(\frac{B_0}{F}\right)}{T} = -\frac{\ln\left(Fe^{-iT} - P_0/F\right)}{T} \quad [5.15]$$

Andando ora a sostituire nella [5.12] l'equazione [5.10], si ottiene lo *spread* di equilibrio:

$$\begin{aligned}
 d = i^* - i &= -\frac{1}{T} \ln \left[ N(d_2) + \frac{A_0}{F e^{-iT}} \cdot N(-d_1) \right] \\
 &= -\frac{1}{T} \ln \left[ N(d_2) + \frac{N(-d_1)}{L} \right]
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

Dunque il premio al rischio  $d$  è una funzione diretta del grado di leva finanziaria assunto dall'impresa  $L$ , che sta a rappresentare il cosiddetto *financial risk* (il rischio derivante dalla maggiore o minore stabilità della struttura finanziaria dell'impresa, che dipende dalla composizione del passivo e dalla flessibilità finanziaria), e della volatilità dell'attivo  $\sigma_A$ , che indica il *business risk* (ovvero la capacità di produrre flussi di cassa più o meno stabili nel tempo, influenzato dalla posizione della stessa azienda nel settore di riferimento e dalla qualità del management).

Un ulteriore elemento di fondamentale importanza che è possibile ricavare con il modello di Merton è la probabilità di insolvenza dell'impresa, quindi la probabilità che, alla scadenza del prestito (al tempo  $T$ ), il valore dell'impresa stessa che, come si è più volte ribadito, equivale al valore dell'attivo  $A_T$ , risulti inferiore al valore di rimborso del debito,  $F$ :

$$PD = pr(A_T < F) \tag{5.17}$$

Utilizzando il "Lemma di Itô", si può esprimere la [5.17] come:

$$\begin{aligned}
 PD = pr(A_T < F) &= pr(\ln A_T < \ln F) = pr \left( \ln A_T + \left( i - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T + \sigma_A \sqrt{T} \cdot Z < \ln F \right) \\
 &= pr \left( \frac{\ln \frac{A_T}{F} + \left( i - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T}{\sigma_A \sqrt{T}} < -Z \right)
 \end{aligned}$$

considerando  $Z$  come una normale standard, si arriva a:

$$PD = N\left(-\frac{\ln\frac{A_T}{F} + \left(i - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) = N(-d_2) = 1 - N(d_2) \quad [5.18]$$

E' importante sottolineare che le PD così ottenute sono probabilità neutrali al rischio, perché per ricavarle si è utilizzato, per comodità, un rendimento atteso sugli attivi ( $\mu_A$ ) pari al tasso *risk-free* ( $i$ ), ciò comporta che, chi investe nell'attivo dell'impresa lo fa senza chiedere alcun premio per il rischio, comportandosi cioè da investitore neutrale al rischio, ipotesi questa che conduce però ad una sovrastima delle probabilità di default.

Per risolvere questo problema si va a sostituire nella [5.17] la soluzione espressa nella [5.8], ottenendo così:

$$\begin{aligned} pr(A_T < F) &= pr\left(A_0 \cdot e^{\left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T + \sigma_A\sqrt{T} \cdot Z} < F\right) = \\ pr\left[\left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T + \sigma_A\sqrt{T} \cdot Z < \ln\left(\frac{F}{A_0}\right)\right] &= pr\left[Z < \right. \\ \left.\frac{\ln\left(\frac{F}{A_0}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}}\right] &= pr\left[Z < \frac{\ln\left(\frac{F e^{-\mu T}}{A_0}\right) + \frac{\sigma_A^2}{2}T}{\sigma_A\sqrt{T}}\right] = \\ N\left(\frac{\ln\left(\frac{F e^{-\mu T}}{A_0}\right) + \frac{\sigma_A^2}{2}T}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) &= N(-d_2^*) = 1 - N(d_2^*) \end{aligned} \quad [5.19]$$

In questo modo le probabilità di default vengono calcolate utilizzando il vero tasso di rendimento, il *drift rate*  $\mu$ , anziché  $i$  il tasso *risk-free*. Ciò comporta una PD reale differente da quella *risk neutral* e generalmente inferiore rispetto a quella neutrale al rischio, dato che  $d_2^* < d_2$ , perciò  $N(-d_2^*) > N(-d_2)$ .

Una volta esposto in maniera teorica il modello, è interessante studiarne una sua applicazione pratica; a tal proposito si considera ancora una volta il campione, utilizzato nel capitolo precedente, relativo alle 38 aziende, appartenenti al settore beni di consumo, quotate in Borsa Italiana.

Per calcolare la probabilità di default associata ad ogni impresa, con il modello di Merton, sono necessarie alcune precise informazioni finanziarie; in particolare si fa riferimento al valore di mercato dell'equity<sup>62</sup> (che equivale alla capitalizzazione di mercato<sup>63</sup>) e al valore di mercato delle passività, che è una variabile di difficile determinazione<sup>64</sup>, ma sfruttando le ipotesi alla base del modello, in merito alla struttura semplificata del bilancio di un'impresa, può essere calcolato come il valore di mercato di uno *zero-coupon bond*, dunque come:

$$VM_{PASSIVITA'} = \frac{VC_{PASSIVITA'}}{(1 + r_f)^T}$$

dove:

$VC_{PASSIVITA'}$ , è il valore contabile delle passività<sup>65</sup> rilevato al 31/12/2010;

$r_f$ , è il tasso privo di rischio, che si è ipotizzato uguale al rendimento

medio ponderato dei BOT a 12 mesi al 31/12/2010<sup>66</sup>;

---

<sup>62</sup> Tale valore viene rilevato, mensilmente, per il periodo che va dal 30 Dicembre 2009 al 30 Dicembre 2010.

<sup>63</sup> La capitalizzazione viene espressa come prodotto tra il prezzo delle azioni ed il numero di azioni in circolazione. I dati relativi alla capitalizzazione delle imprese sono disponibili sul sito di Borsa Italiana.

<sup>64</sup> Al fine di risolvere queste difficoltà, alcuni modelli, come ad esempio quello di Leland (1994), presuppongono una maturità "infinita" del debito.

<sup>65</sup> Ricavato a partire dai dati di bilancio, come differenza tra il totale delle attività ed il totale del patrimonio netto.

<sup>66</sup> Il rendimento medio ponderato viene individuato in base ai dati, relativi alle varie aste sui BOT a 12 mesi, fornite dal Dipartimento del Tesoro.

$T$ , è la scadenza media del debito, determinata per ciascuna impresa (Tabella 5-3) come:

$$T = \frac{[0,5 \cdot PC + 5 \cdot (P - PC)]}{P} \quad [5.20]$$

Tabella 5-3: Scadenze medie ( $T$ ) del passivo per le imprese

Imprese	SCADENZA MEDIA
Aeffe	3,24
Antichi Pellettieri	1,81
B&C Speakers	3,51
Basicnet	2,78
Benetton Group	4,00
Bialetti Industrie	0,92
Bonifiche Ferraresi	4,93
Brembo	3,24
Caleffi	2,58
Campari	4,36
Centrale del Latte di Torino	3,44
Cobra	2,15
Cogeme Set	3,32
Csp International	3,59
De Longhi	3,31
Elica	3,18
Emak	3,70
Fiat	4,17
Geox	3,68
Immsi	2,96
Indesit Company	2,44
La Doria	2,96
Landi Renzo	3,62
Luxottica	4,15
Marcolin	3,20
Parmalat	4,29
Piaggio	3,21
Pininfarina	3,63
Pirelli	3,42
Poltrona Frau	3,00
Ratti	3,26
Rcf Group	3,46
Richard-Ginori 1735	2,22
Rosss	2,39
Safilo Group	3,91
Sogefi	3,19
Tod'S	3,95
Zucchi	1,83

Fonte: Propria elaborazione su dati di Bilancio delle imprese relativi al 31/12/2010

Nella [5.20] con  $P$  si indica il totale delle passività, con  $PC$  le passività correnti, per le quali si ipotizza una scadenza media pari a 0,5 anni e con  $(P - PC)$  si intendono le passività non correnti, per le quali è prevista una scadenza media di 5 anni.

**Tabella 5-4: Valori di mercato delle passività per le imprese (valori in milioni di euro)**

<b>Imprese</b>	<b>Valore di mercato PASSIVITA' 31/12/2010</b>
Aeffe	215,86
Antichi Pellettieri	130,24
B&C Speakers	6,75
Basicnet	133,81
Benetton Group	1.317,47
Bialetti Industrie	174,80
Bonifiche Ferraresi	37,48
Brembo	601,34
Caleffi	32,75
Campari	1.281,65
Centrale del Latte di Torino	69,14
Cobra	112,92
Cogeme Set	174,82
Crespi	218,91
Csp International	72,56
De Longhi	730,83
Elica	180,74
Emak	86,34
Fiat	56.117,14
Geox	182,71
Immsi	1.571,45
Indesit Company	1.580,65
La Doria	207,42
Landi Renzo	178,39
Luxottica	4.348,66
Marcolin	98,65
Parmalat	1.021,11
Piaggio	1.034,53
Pininfarina	279,49
Pirelli	3.353,84
Poltrona Frau	221,68
Ratti	54,76
Rcf Group	57,14
Richard-Ginori 1735	44,31
Rosss	10,84
Safilo Group	665,30
Sogefi	492,56
Tod'S	274,74
Zucchi	241,48

Fonte: Propria elaborazione su dati di Bilancio delle imprese relativi al 31/12/2010

Le **Tabelle 5-4, 5-5 e 5-6** mostrano i valori di mercato delle passività e dell'equity stimati per le imprese del campione.

Tabella 5-5: Valori di mercato dell'equity per le imprese (valori in milioni di euro)

Imprese	Valore di mercato EQUITY						
	30/12/2009	29/01/2010	26/02/2010	31/03/2010	30/04/2010	31/05/2010	30/06/2010
Aeefe	55,71	50,86	46,26	42,73	39,33	33,09	34,58
Antichi Pellettieri	35,65	29,55	31,13	28,88	22,60	23,37	27,68
B&C Speakers	27,61	28,50	29,48	30,25	32,48	31,05	31,77
Basicnet	118,96	120,45	119,54	163,05	182,24	181,88	171,84
Benetton Group	1.140,16	1.147,69	1.048,68	1.118,93	1.187,46	1.063,94	1.006,94
Bialetti Industrie	37,24	41,40	37,51	39,29	38,55	29,17	31,85
Bonifiche Ferraresi	198,35	179,57	177,30	188,40	178,40	166,77	160,68
Brembo	347,41	322,24	297,23	382,74	395,82	361,38	337,98
Caleffi	13,18	12,19	12,03	13,34	13,47	13,40	13,00
Campari	2.120,08	2.116,63	2.188,46	2.331,57	2.237,86	2.363,61	2.337,21
Centrale del Latte di Torino	23,53	24,02	24,22	26,43	26,12	25,29	24,30
Cobra	41,56	41,60	37,23	38,55	35,99	29,57	24,78
Cogeme Set	52,66	49,85	44,14	41,96	38,74	34,40	30,42
Csp International	25,24	25,89	26,27	30,72	34,43	35,67	32,78
De Longhi	475,14	452,88	445,67	479,13	482,35	491,33	511,13
Elica	121,61	108,64	114,76	120,84	114,88	101,82	98,84
Emak	95,42	104,80	106,21	110,71	115,72	111,88	108,98
Fiat	12.327,61	10.886,52	9.287,43	11.651,07	12.058,05	10.666,04	10.282,09
Geox	1.253,89	1.208,36	1.260,47	1.346,60	1.268,27	1.014,72	958,66
Immsi	285,85	280,91	284,85	302,63	306,44	287,49	251,36
Indesit Company	888,59	1.022,80	996,13	1.016,37	1.157,90	1.014,54	1.057,24
La Doria	65,87	68,16	68,22	73,06	69,60	59,36	59,86
Landi Renzo	381,27	433,38	382,10	368,84	350,69	331,55	341,01
Luxottica	8.418,51	8.764,09	8.913,52	9.257,99	9.629,33	9.094,90	9.263,31
Marcolin	92,13	84,57	88,31	94,37	106,60	115,93	175,05
Parmalat	3.343,36	3.109,92	3.200,97	3.521,81	3.443,06	3.393,16	3.307,09
Piaggio	780,64	780,57	836,92	935,28	960,73	908,96	731,10
Pininfarina	84,84	89,40	83,10	81,16	76,20	64,59	59,47
Pirelli	2.265,02	2.272,38	1.975,24	2.455,14	2.347,18	2.298,98	2.455,85
Poltrona Frau	117,30	107,41	100,62	112,79	115,34	114,50	105,34
Ratti	19,51	18,91	17,11	55,53	56,28	53,12	49,16
Rcf Group	30,24	31,02	29,44	29,67	29,06	27,81	26,92
Richard-Ginori 1735	28,57	26,43	22,99	36,37	30,67	25,98	23,77
Rosss	14,17	13,31	11,37	13,01	11,12	12,03	18,10
Safilo Group	170,84	158,22	95,90	487,23	526,18	452,13	425,37
Sogefi	245,17	227,57	237,26	267,23	261,25	230,64	235,14
Tod'S	1.582,94	1.469,71	1.463,18	1.672,40	1.694,64	1.601,01	1.594,34
Zucchi	12,99	12,01	11,45	12,21	14,50	13,36	13,96

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana



Tabella 5-6: Valori di mercato dell'equity per le imprese (valori in milioni di euro) (continua)

Imprese	Valore di mercato EQUITY					
	30/07/2010	31/08/2010	30/09/2010	29/10/2010	30/11/2010	30/12/2010
Aeffe	35,55	34,48	43,69	46,58	41,79	52,73
Antichi Pellettieri	24,59	22,70	22,36	23,81	20,22	21,73
B&C Speakers	33,36	36,79	36,94	38,71	37,35	41,58
Basicnet	166,31	159,14	172,18	178,90	172,15	168,12
Benetton Group	986,00	977,52	1.029,87	1.073,75	824,17	895,97
Bialetti Industrie	30,84	30,86	29,89	29,40	23,14	27,52
Bonifiche Ferraresi	162,41	162,40	159,72	167,82	157,22	167,33
Brembo	348,31	377,56	487,21	526,28	508,08	517,75
Caleffi	12,92	12,69	12,63	12,88	13,24	13,94
Campari	2.351,25	2.364,26	2.543,66	2.650,33	2.641,00	2.850,06
Centrale del Latte di Torino	23,79	23,75	23,58	23,51	23,03	24,07
Cobra	27,64	25,57	25,23	27,19	30,72	28,10
Cogeme Set	33,50	27,06	26,86	24,88	22,91	22,64
Csp International	32,40	32,52	33,18	40,59	34,75	34,79
De Longhi	557,83	540,11	599,25	620,12	767,06	865,27
Elica	104,19	95,77	96,04	94,89	87,03	89,90
Emak	113,14	124,95	113,68	123,02	121,26	122,07
Fiat	11.812,89	11.082,39	13.718,44	14.745,22	15.578,32	18.456,87
Geox	1.106,42	960,61	1.075,46	1.124,38	906,08	888,40
Immsi	271,53	262,73	289,47	300,31	270,87	279,75
Indesit Company	1.038,62	864,17	1.022,67	1.027,92	912,04	923,22
La Doria	58,78	51,87	58,89	51,44	54,81	60,07
Landi Renzo	393,31	408,41	421,46	389,98	310,53	339,29
Luxottica	9.257,24	8.411,27	9.326,03	9.863,06	9.567,41	10.656,99
Marcolin	179,34	161,81	182,08	212,97	208,62	268,33
Parmalat	3.238,16	3.287,84	3.277,33	3.433,77	3.342,38	3.567,49
Piaggio	792,74	767,83	859,42	970,59	841,98	876,36
Pininfarina	49,35	74,96	106,46	102,52	93,71	108,88
Pirelli	2.615,62	2.534,76	2.906,77	2.990,76	2.855,55	2.962,67
Poltrona Frau	109,80	111,26	108,57	121,72	116,01	134,86
Ratti	48,52	43,85	50,33	47,75	40,80	47,41
Ref Group	24,15	23,35	26,67	29,28	27,80	28,00
Richard-Ginori 1735	22,87	20,84	21,70	23,05	18,07	21,05
Rosss	17,30	18,18	16,58	17,07	15,47	16,17
Safilo Group	478,14	487,64	554,29	643,19	699,48	751,53
Sogefi	239,87	230,64	274,02	288,86	257,41	287,43
Tod'S	1.783,74	1.868,54	2.133,79	2.135,25	2.408,34	2.265,68
Zucchi	14,49	13,83	15,00	14,56	12,02	13,00

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

A questo punto è facile ricavare il valore di mercato delle attività per ogni mese, semplicemente come somma dei due valori precedentemente ottenuti (Tabelle 5-7 e 5-8).

Tabella 5-7: Valori di mercato delle attività per le imprese (valori in milioni di euro)

Imprese	Valore di mercato ATTIVITA'						
	30/12/2009	29/01/2010	26/02/2010	31/03/2010	30/04/2010	31/05/2010	30/06/2010
Aeffe	271,57	266,72	262,12	258,59	255,19	248,95	250,44
Antichi Pellettieri	165,89	159,79	161,37	159,12	152,84	153,61	157,92
B&C Speakers	34,36	35,25	36,23	37,00	39,23	37,80	38,52
Basinet	252,77	254,26	253,35	296,86	316,05	315,69	305,65
Benetton Group	2.457,63	2.465,16	2.366,15	2.436,40	2.504,93	2.381,41	2.324,41
Bialetti Industrie	212,04	216,20	212,31	214,09	213,35	203,97	206,65
Bonifiche Ferraresi	235,83	217,05	214,78	225,88	215,88	204,25	198,16
Brembo	948,75	923,58	898,57	984,08	997,16	962,72	939,32
Caleffi	45,93	44,94	44,78	46,09	46,22	46,15	45,75
Campari	3.401,73	3.398,28	3.470,11	3.613,22	3.519,51	3.645,26	3.618,86
Centrale del Latte di Torino	92,67	93,16	93,36	95,57	95,26	94,43	93,44
Cobra	154,48	154,52	150,15	151,47	148,91	142,49	137,70
Cogeme Set	227,48	224,67	218,96	216,78	213,56	209,22	205,24
Csp International	97,80	98,45	98,83	103,28	106,99	108,23	105,34
De Longhi	1.205,97	1.183,71	1.176,50	1.209,96	1.213,18	1.222,16	1.241,96
Elica	302,35	289,38	295,50	301,58	295,62	282,56	279,58
Emak	181,76	191,14	192,55	197,05	202,06	198,22	195,32
Fiat	68.444,75	67.003,66	65.404,57	67.768,21	68.175,19	66.783,18	66.399,23
Geox	1.436,60	1.391,07	1.443,18	1.529,31	1.450,98	1.197,43	1.141,37
Immsi	1.857,30	1.852,36	1.856,30	1.874,08	1.877,89	1.858,94	1.822,81
Indesit Company	2.469,24	2.603,45	2.576,78	2.597,02	2.738,55	2.595,19	2.637,89
La Doria	273,29	275,58	275,64	280,48	277,02	266,78	267,28
Landi Renzo	559,66	611,77	560,49	547,23	529,08	509,94	519,40
Luxottica	12.767,17	13.112,75	13.262,18	13.606,65	13.977,99	13.443,56	13.611,97
Marcolin	190,78	183,22	186,96	193,02	205,25	214,58	273,70
Parmalat	4.364,47	4.131,03	4.222,08	4.542,92	4.464,17	4.414,27	4.328,20
Piaggio	1.815,17	1.815,10	1.871,45	1.969,81	1.995,26	1.943,49	1.765,63
Pininfarina	364,33	368,89	362,59	360,65	355,69	344,08	338,96
Pirelli	5.618,86	5.626,22	5.329,08	5.808,98	5.701,02	5.652,82	5.809,69
Poltrona Frau	338,98	329,09	322,30	334,47	337,02	336,18	327,02
Ratti	74,27	73,67	71,87	110,29	111,04	107,88	103,92
Ref Group	87,38	88,16	86,58	86,81	86,20	84,95	84,06
Richard-Ginori 1735	72,88	70,74	67,30	80,68	74,98	70,29	68,08
Rosss	25,01	24,15	22,21	23,85	21,96	22,87	28,94
Safilo Group	836,14	823,52	761,20	1.152,53	1.191,48	1.117,43	1.090,67
Sogefi	737,73	720,13	729,82	759,79	753,81	723,20	727,70
Tod'S	1.857,68	1.744,45	1.737,92	1.947,14	1.969,38	1.875,75	1.869,08
Zucchi	254,47	253,49	252,93	253,69	255,98	254,84	255,44

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Tabella 5-8: Valori di mercato delle attività per le imprese (valori in milioni di euro) (continua)

Imprese	Valore di mercato ATTIVITA'					
	30/07/2010	31/08/2010	30/09/2010	29/10/2010	30/11/2010	30/12/2010
Aeffe	251,41	250,34	259,55	262,44	257,65	268,59
Antichi Pellettieri	154,83	152,94	152,60	154,05	150,46	151,97
B&C Speakers	40,11	43,54	43,69	45,46	44,10	48,33
Basicnet	300,12	292,95	305,99	312,71	305,96	301,93
Benetton Group	2.303,47	2.294,99	2.347,34	2.391,22	2.141,64	2.213,44
Bialetti Industrie	205,64	205,66	204,69	204,20	197,94	202,32
Bonifiche Ferraresi	199,89	199,88	197,20	205,30	194,70	204,81
Brembo	949,65	978,90	1.088,55	1.127,62	1.109,42	1.119,09
Caleffi	45,67	45,44	45,38	45,63	45,99	46,69
Campari	3.632,90	3.645,91	3.825,31	3.931,98	3.922,65	4.131,71
Centrale del Latte di Torino	92,93	92,89	92,72	92,65	92,17	93,21
Cobra	140,56	138,49	138,15	140,11	143,64	141,02
Cogeme Set	208,32	201,88	201,68	199,70	197,73	197,46
Csp International	104,96	105,08	105,74	113,15	107,31	107,35
De Longhi	1.288,66	1.270,94	1.330,08	1.350,95	1.497,89	1.596,10
Elica	284,93	276,51	276,78	275,63	267,77	270,64
Emak	199,48	211,29	200,02	209,36	207,60	208,41
Fiat	67.930,03	67.199,53	69.835,58	70.862,36	71.695,46	74.574,01
Geox	1.289,13	1.143,32	1.258,17	1.307,09	1.088,79	1.071,11
Immsi	1.842,98	1.834,18	1.860,92	1.871,76	1.842,32	1.851,20
Indesit Company	2.619,27	2.444,82	2.603,32	2.608,57	2.492,69	2.503,87
La Doria	266,20	259,29	266,31	258,86	262,23	267,49
Landi Renzo	571,70	586,80	599,85	568,37	488,92	517,68
Luxottica	13.605,90	12.759,93	13.674,69	14.211,72	13.916,07	15.005,65
Marcolin	277,99	260,46	280,73	311,62	307,27	366,98
Parmalat	4.259,27	4.308,95	4.298,44	4.454,88	4.363,49	4.588,60
Piaggio	1.827,27	1.802,36	1.893,95	2.005,12	1.876,51	1.910,89
Pininfarina	328,84	354,45	385,95	382,01	373,20	388,37
Pirelli	5.969,46	5.888,60	6.260,61	6.344,60	6.209,39	6.316,51
Poltrona Frau	331,48	332,94	330,25	343,40	337,69	356,54
Ratti	103,28	98,61	105,09	102,51	95,56	102,17
Rcf Group	81,29	80,49	83,81	86,42	84,94	85,14
Richard-Ginori 1735	67,18	65,15	66,01	67,36	62,38	65,36
Rosss	28,14	29,02	27,42	27,91	26,31	27,01
Safilo Group	1.143,44	1.152,94	1.219,59	1.308,49	1.364,78	1.416,83
Sogefi	732,43	723,20	766,58	781,42	749,97	779,99
Tod'S	2.058,48	2.143,28	2.408,53	2.409,99	2.683,08	2.540,42
Zucchi	255,97	255,31	256,48	256,04	253,50	254,48

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Una volta calcolati i rendimenti logaritmici mensili delle attività come  $\ln(R_{T+1}/R_T)$  (Tabelle 5-9 e 5-10), si può ottenere la volatilità dell'attivo espressa in termini annuali (Tabella 5-11), come:

$$\sigma_A = \sigma(R_{T,T+j}) = \sigma(R_T) \cdot \sqrt{T} \quad [5.21]$$

Tabella 5-9: Rendimenti mensili delle attività per le imprese

Imprese	Rendimenti ATTIVITA'						
	30/12/2009	29/01/2010	26/02/2010	31/03/2010	30/04/2010	31/05/2010	30/06/2010
Aeffe	-1,80%	-1,74%	-1,36%	-1,32%	-2,48%	0,60%	
Antichi Pellettieri	-3,75%	0,98%	-1,40%	-4,03%	0,50%	2,77%	
B&C Speakers	2,56%	2,74%	2,10%	5,85%	-3,71%	1,89%	
Basicnet	0,59%	-0,36%	15,85%	6,26%	-0,11%	-3,23%	
Benetton Group	0,31%	-4,10%	2,93%	2,77%	-5,06%	-2,42%	
Bialetti Industrie	1,94%	-1,82%	0,83%	-0,35%	-4,50%	1,31%	
Bonifiche Ferraresi	-8,30%	-1,05%	5,04%	-4,53%	-5,54%	-3,03%	
Brembo	-2,69%	-2,75%	9,09%	1,32%	-3,51%	-2,46%	
Caleffi	-2,18%	-0,36%	2,88%	0,28%	-0,15%	-0,87%	
Campari	-0,10%	2,09%	4,04%	-2,63%	3,51%	-0,73%	
Centrale del Latte di Torino	0,53%	0,21%	2,34%	-0,32%	-0,88%	-1,05%	
Cobra	0,03%	-2,87%	0,88%	-1,70%	-4,41%	-3,42%	
Cogeme Set	-1,24%	-2,57%	-1,00%	-1,50%	-2,05%	-1,92%	
Csp International	0,66%	0,39%	4,40%	3,53%	1,15%	-2,71%	
De Longhi	-1,86%	-0,61%	2,80%	0,27%	0,74%	1,61%	
Elica	-4,38%	2,09%	2,04%	-2,00%	-4,52%	-1,06%	
Emak	5,03%	0,73%	2,31%	2,51%	-1,92%	-1,47%	
Fiat	-2,13%	-2,42%	3,55%	0,60%	-2,06%	-0,58%	
Geox	-3,22%	3,68%	5,80%	-5,26%	-19,21%	-4,79%	
Immsi	-0,27%	0,21%	0,95%	0,20%	-1,01%	-1,96%	
Indesit Company	5,29%	-1,03%	0,78%	5,31%	-5,38%	1,63%	
La Doria	0,83%	0,02%	1,74%	-1,24%	-3,77%	0,19%	
Landi Renzo	8,90%	-8,75%	-2,39%	-3,37%	-3,68%	1,84%	
Luxottica	2,67%	1,13%	2,56%	2,69%	-3,90%	1,24%	
Marcolin	-4,04%	2,02%	3,19%	6,14%	4,45%	24,34%	
Parmalat	-5,50%	2,18%	7,32%	-1,75%	-1,12%	-1,97%	
Piaggio	0,00%	3,06%	5,12%	1,28%	-2,63%	-9,60%	
Pininfarina	1,24%	-1,72%	-0,54%	-1,38%	-3,32%	-1,50%	
Pirelli	0,13%	-5,43%	8,62%	-1,88%	-0,85%	2,74%	
Poltrona Frau	-2,96%	-2,08%	3,71%	0,76%	-0,25%	-2,76%	
Ratti	-0,81%	-2,47%	42,82%	0,68%	-2,89%	-3,74%	
Rcf Group	0,89%	-1,81%	0,27%	-0,71%	-1,46%	-1,05%	
Richard-Ginori 1735	-2,98%	-4,98%	18,13%	-7,33%	-6,46%	-3,19%	
Rosss	-3,50%	-8,37%	7,12%	-8,26%	4,06%	23,54%	
Safilo Group	-1,52%	-7,87%	41,48%	3,32%	-6,42%	-2,42%	
Sogefi	-2,41%	1,34%	4,02%	-0,79%	-4,15%	0,62%	
Tod'S	-6,29%	-0,38%	11,37%	1,14%	-4,87%	-0,36%	
Zucchi	-0,39%	-0,22%	0,30%	0,90%	-0,45%	0,24%	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Tabella 5-10: Rendimenti mensili delle attività per le imprese (continua)

Imprese	Rendimenti ATTIVITA'					
	30/07/2010	31/08/2010	30/09/2010	29/10/2010	30/11/2010	30/12/2010
Aeffe	0,39%	-0,43%	3,61%	1,11%	-1,84%	4,16%
Antichi Pellettieri	-1,98%	-1,23%	-0,22%	0,95%	-2,36%	1,00%
B&C Speakers	4,04%	8,21%	0,34%	3,97%	-3,04%	9,16%
Basicnet	-1,83%	-2,42%	4,35%	2,17%	-2,18%	-1,33%
Benetton Group	-0,90%	-0,37%	2,26%	1,85%	-11,02%	3,30%
Bialetti Industrie	-0,49%	0,01%	-0,47%	-0,24%	-3,11%	2,19%
Bonifiche Ferraresi	0,87%	-0,01%	-1,35%	4,03%	-5,30%	5,06%
Brembo	1,09%	3,03%	10,62%	3,53%	-1,63%	0,87%
Caleffi	-0,18%	-0,50%	-0,13%	0,55%	0,79%	1,51%
Campari	0,39%	0,36%	4,80%	2,75%	-0,24%	5,19%
Centrale del Latte di Torino	-0,55%	-0,04%	-0,18%	-0,08%	-0,52%	1,12%
Cobra	2,06%	-1,48%	-0,25%	1,41%	2,49%	-1,84%
Cogeme Set	1,49%	-3,14%	-0,10%	-0,99%	-0,99%	-0,14%
Csp International	-0,36%	0,11%	0,63%	6,77%	-5,30%	0,04%
De Longhi	3,69%	-1,38%	4,55%	1,56%	10,32%	6,35%
Elica	1,90%	-3,00%	0,10%	-0,42%	-2,89%	1,07%
Emak	2,11%	5,75%	-5,48%	4,56%	-0,84%	0,39%
Fiat	2,28%	-1,08%	3,85%	1,46%	1,17%	3,94%
Geox	12,17%	-12,00%	9,57%	3,81%	-18,27%	-1,64%
Immsi	1,10%	-0,48%	1,45%	0,58%	-1,59%	0,48%
Indesit Company	-0,71%	-6,89%	6,28%	0,20%	-4,54%	0,45%
La Doria	-0,40%	-2,63%	2,67%	-2,84%	1,29%	1,99%
Landi Renzo	9,59%	2,61%	2,20%	-5,39%	-15,06%	5,72%
Luxottica	-0,04%	-6,42%	6,92%	3,85%	-2,10%	7,54%
Marcolin	1,56%	-6,51%	7,49%	10,44%	-1,41%	17,76%
Parmalat	-1,61%	1,16%	-0,24%	3,57%	-2,07%	5,03%
Piaggio	3,43%	-1,37%	4,96%	5,70%	-6,63%	1,82%
Pininfarina	-3,03%	7,50%	8,51%	-1,03%	-2,33%	3,98%
Pirelli	2,71%	-1,36%	6,13%	1,33%	-2,15%	1,71%
Poltrona Frau	1,35%	0,44%	-0,81%	3,90%	-1,68%	5,43%
Ratti	-0,62%	-4,63%	6,36%	-2,49%	-7,02%	6,69%
Rcf Group	-3,35%	-0,99%	4,04%	3,07%	-1,73%	0,24%
Richard-Ginori 1735	-1,33%	-3,07%	1,31%	2,02%	-7,68%	4,67%
Rosss	-2,80%	3,08%	-5,67%	1,77%	-5,90%	2,63%
Safilo Group	4,72%	0,83%	5,62%	7,04%	4,21%	3,74%
Sogefi	0,65%	-1,27%	5,83%	1,92%	-4,11%	3,92%
Tod'S	9,65%	4,04%	11,67%	0,06%	10,73%	-5,46%
Zucchi	0,21%	-0,26%	0,46%	-0,17%	-1,00%	0,39%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Si ipotizza di utilizzare nella [5.20] un anno formato da 252 giorni lavorativi<sup>67</sup>, per cui un valore di  $T$  pari a 252.

<sup>67</sup>Cfr. Hull J. & Barone E., *Op. Cit.*, pp.297-298. Si preferisce far riferimento ai giorni lavorativi (252), piuttosto che a quelli effettivi di calendario (365 o 360 a seconda delle convenzioni utilizzate), perché i dati empirici mostrano che la volatilità è più alta quando la Borsa è aperta.

Tabella 5-11: Volatilità dei rendimenti dell'attivo per le imprese

Imprese	$\sigma_A$	Imprese	$\sigma_A$
Aeffe	34,36%	Immsi	16,96%
Antichi Pellettieri	33,03%	Indesit Company	67,28%
B&C Speakers	61,63%	La Doria	32,81%
Basicnet	84,87%	Landi Renzo	114,97%
Benetton Group	67,23%	Luxottica	64,65%
Bialetti Industrie	31,38%	Marcolin	139,63%
Bonifiche Ferraresi	69,63%	Parmalat	56,85%
Brembo	73,18%	Piaggio	75,99%
Caleffi	19,92%	Pininfarina	63,66%
Campari	39,15%	Pirelli	60,58%
Centrale del Latte di Torino	14,85%	Poltrona Frau	43,67%
Cobra	35,22%	Ratti	210,88%
Cogeme Set	19,55%	Rcf Group	33,26%
Csp International	49,82%	Richard-Ginori 1735	112,86%
De Longhi	55,62%	Rosss	140,46%
Elica	38,68%	Safilo Group	200,06%
Emak	51,78%	Sogefi	50,50%
Fiat	37,67%	Tod'S	107,36%
Geox	161,62%	Zucchi	8,07%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Per arrivare alle probabilità di default, bisogna stimare i tassi di rendimento attesi delle attività che si ricavano a partire dal *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), un modello matematico basato sulla teoria di portafoglio di Markovitz, mediante il quale si determina un legame tra il rendimento di un titolo e la sua rischiosità, la cui equazione fondamentale è:

$$E(R_A) = r_f + \beta \cdot (E(R_M) - r_f)$$

dove:

$E(R_A)$ , è il rendimento atteso dell'attività in oggetto (l'incognita del modello considerato);

$r_f$ , è il rendimento del titolo privo di rischio (*risk-free* appunto), che può essere rappresentato ad esempio dal rendimento dei titoli di Stato;

$\beta$ , è una misura della rischiosità del titolo, data in particolare dalla reattività del rendimento di un titolo rispetto ai movimenti di mercato ( $Cov(R_i, R_M)/Var(R_M)$ ). Precisando che il  $\beta$  di mercato è pari a 1, allora un titolo con  $\beta > 1$ , sarà un titolo “aggressivo”, mentre un titolo con  $\beta < 1$ , verrà definito “difensivo”;

$(E(R_M) - r_f)$ , sta ad indicare invece il premio per il rischio di mercato (MRP, *Market Risk Premium* o ERP, *Equity Risk Premium*), espresso come differenza tra il rendimento atteso di mercato ed il *risk-free*.

In riferimento all’esempio esaminato, si è ipotizzato di utilizzare come tasso privo di rischio il rendimento medio ponderato dei BOT a 12 mesi, come già fatto per determinare i valori di mercato del passivo, per il periodo da Dicembre 2009 a Dicembre 2010 e come *proxy* per il rendimento di mercato, il rendimento (per lo stesso periodo) dell’indice FTSE Italia All-Share<sup>68</sup>, il quale comprende i titoli delle aziende a maggiore liquidità e capitalizzazione presenti nei listini MTA e Mercato Expandi di Borsa Italiana SpA e rappresenta circa il 95% del mercato azionario italiano (**Tabella 5-12**).

---

<sup>68</sup> I rendimenti mensili sono ricavati dai dati di Borsa Italiana.

Tabella 5-12: Rendimento FTSE Italia All-Share e tasso risk-free (dal 30/12/2009 al 30/12/2010)

FTSE Italia All-Share			Tasso risk free	
	Valore Indice	Rendimento		Rendimento
30/12/2009	23653		30/12/2009	1,02%
29/01/2010	22432	-5,16%	29/01/2010	0,80%
26/02/2010	21583	-3,78%	26/02/2010	0,98%
31/03/2010	23368	8,27%	31/03/2010	0,90%
30/04/2010	22183	-5,07%	30/04/2010	0,93%
31/05/2010	20150	-9,16%	31/05/2010	1,44%
30/06/2010	19869	-1,39%	30/06/2010	1,38%
30/07/2010	21463	8,02%	30/07/2010	1,40%
31/08/2010	20317	-5,34%	31/08/2010	1,37%
30/09/2010	21098	3,84%	30/09/2010	1,43%
29/10/2010	22048	4,50%	29/10/2010	1,44%
30/11/2010	19783	-10,27%	30/11/2010	1,78%
30/12/2010	20936	5,83%	30/12/2010	2,01%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana e Dipartimento del Tesoro

Innanzitutto si individuano i rendimenti in eccesso del FTSE Italia All-Share e delle attività (espressi come differenza tra i rendimenti ed il *risk-free*):

Tabella 5-13: Rendimenti in eccesso FTSE Italia All-Share

FTSE Italia All-Share	
	Rendimenti in eccesso
30/12/2009	
29/01/2010	-6,18%
26/02/2010	-4,58%
31/03/2010	7,29%
30/04/2010	-5,97%
31/05/2010	-10,10%
30/06/2010	-2,84%
30/07/2010	6,65%
31/08/2010	-6,74%
30/09/2010	2,47%
29/10/2010	3,07%
30/11/2010	-11,71%
30/12/2010	4,05%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana



Tabella 5-14: Rendimenti in eccesso delle attività per le imprese

Imprese	Rendimenti in eccesso ATTIVITA'						
	30/12/2009	29/01/2010	26/02/2010	31/03/2010	30/04/2010	31/05/2010	30/06/2010
Aeffe	-2,82%	-2,53%	-2,34%	-2,22%	-3,41%	-2,53%	
Antichi Pellettieri	-4,76%	0,19%	-2,39%	-4,93%	-0,43%	0,19%	
B&C Speakers	1,54%	1,95%	1,12%	4,95%	-4,65%	1,95%	
Basinet	-0,43%	-1,15%	14,87%	5,36%	-1,05%	-1,15%	
Benetton Group	-0,71%	-4,89%	1,94%	1,87%	-5,99%	-4,89%	
Bialetti Industrie	0,93%	-2,61%	-0,15%	-1,25%	-5,43%	-2,61%	
Bonifiche Ferraresi	-9,31%	-1,85%	4,06%	-5,43%	-6,47%	-1,85%	
Brembo	-3,70%	-3,54%	8,11%	0,42%	-4,45%	-3,54%	
Caleffi	-3,20%	-1,15%	1,90%	-0,62%	-1,08%	-1,15%	
Campari	-1,12%	1,30%	3,06%	-3,53%	2,58%	1,30%	
Centrale del Latte di Torino	-0,49%	-0,58%	1,36%	-1,22%	-1,81%	-0,58%	
Cobra	-0,99%	-3,66%	-0,11%	-2,60%	-5,34%	-3,66%	
Cogeme Set	-2,26%	-3,37%	-1,98%	-2,40%	-2,99%	-3,37%	
Csp International	-0,35%	-0,41%	3,42%	2,63%	0,22%	-0,41%	
De Longhi	-2,88%	-1,41%	1,82%	-0,63%	-0,20%	-1,41%	
Elica	-5,40%	1,30%	1,05%	-2,90%	-5,45%	1,30%	
Emak	4,02%	-0,06%	1,33%	1,61%	-2,85%	-0,06%	
Fiat	-3,14%	-3,21%	2,57%	-0,30%	-3,00%	-3,21%	
Geox	-4,24%	2,88%	4,81%	-6,16%	-20,14%	2,88%	
Immsi	-1,28%	-0,58%	-0,03%	-0,70%	-1,95%	-0,58%	
Indesit Company	4,28%	-1,82%	-0,20%	4,41%	-6,31%	-1,82%	
La Doria	-0,18%	-0,77%	0,76%	-2,14%	-4,70%	-0,77%	
Landi Renzo	7,89%	-9,55%	-3,38%	-4,27%	-4,62%	-9,55%	
Luxottica	1,65%	0,34%	1,58%	1,79%	-4,83%	0,34%	
Marcolin	-5,06%	1,23%	2,21%	5,24%	3,51%	1,23%	
Parmalat	-6,51%	1,39%	6,34%	-2,65%	-2,06%	1,39%	
Piaggio	-1,02%	2,26%	4,14%	0,38%	-3,56%	2,26%	
Pininfarina	0,23%	-2,52%	-1,52%	-2,28%	-4,25%	-2,52%	
Pirelli	-0,89%	-6,22%	7,64%	-2,78%	-1,78%	-6,22%	
Poltrona Frau	-3,98%	-2,88%	2,72%	-0,14%	-1,18%	-2,88%	
Ratti	-1,83%	-3,27%	41,84%	-0,22%	-3,82%	-3,27%	
Ref Group	-0,13%	-2,60%	-0,72%	-1,61%	-2,39%	-2,60%	
Richard-Ginori 1735	-4,00%	-5,78%	17,15%	-8,23%	-7,39%	-5,78%	
Rosss	-4,51%	-9,17%	6,14%	-9,16%	3,13%	-9,17%	
Safilo Group	-2,54%	-8,66%	40,50%	2,42%	-7,35%	-8,66%	
Sogefi	-3,43%	0,54%	3,04%	-1,69%	-5,08%	0,54%	
Tod'S	-7,30%	-1,17%	10,38%	0,24%	-5,80%	-1,17%	
Zucchi	-1,40%	-1,02%	-0,68%	0,00%	-1,38%	-1,02%	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Tabella 5-15: Rendimenti in eccesso delle attività per le imprese (continua)

Imprese	Rendimenti in eccesso ATTIVITA'					
	30/07/2010	31/08/2010	30/09/2010	29/10/2010	30/11/2010	30/12/2010
Aeffe	-2,34%	-2,22%	-3,41%	-0,85%	-2,34%	-2,53%
Antichi Pellettieri	-2,39%	-4,93%	-0,43%	1,33%	-2,39%	0,19%
B&C Speakers	1,12%	4,95%	-4,65%	0,44%	1,12%	1,95%
Basicnet	14,87%	5,36%	-1,05%	-4,67%	14,87%	-1,15%
Benetton Group	1,94%	1,87%	-5,99%	-3,86%	1,94%	-4,89%
Bialetti Industrie	-0,15%	-1,25%	-5,43%	-0,14%	-0,15%	-2,61%
Bonifiche Ferraresi	4,06%	-5,43%	-6,47%	-4,47%	4,06%	-1,85%
Brembo	8,11%	0,42%	-4,45%	-3,90%	8,11%	-3,54%
Caleffi	1,90%	-0,62%	-1,08%	-2,31%	1,90%	-1,15%
Campari	3,06%	-3,53%	2,58%	-2,17%	3,06%	1,30%
Centrale del Latte di Torino	1,36%	-1,22%	-1,81%	-2,50%	1,36%	-0,58%
Cobra	-0,11%	-2,60%	-5,34%	-4,86%	-0,11%	-3,66%
Cogeme Set	-1,98%	-2,40%	-2,99%	-3,36%	-1,98%	-3,37%
Csp International	3,42%	2,63%	0,22%	-4,15%	3,42%	-0,41%
De Longhi	1,82%	-0,63%	-0,20%	0,17%	1,82%	-1,41%
Elica	1,05%	-2,90%	-5,45%	-2,50%	1,05%	1,30%
Emak	1,33%	1,61%	-2,85%	-2,92%	1,33%	-0,06%
Fiat	2,57%	-0,30%	-3,00%	-2,02%	2,57%	-3,21%
Geox	4,81%	-6,16%	-20,14%	-6,24%	4,81%	2,88%
Immsi	-0,03%	-0,70%	-1,95%	-3,40%	-0,03%	-0,58%
Indesit Company	-0,20%	4,41%	-6,31%	0,19%	-0,20%	-1,82%
La Doria	0,76%	-2,14%	-4,70%	-1,25%	0,76%	-0,77%
Landi Renzo	-3,38%	-4,27%	-4,62%	0,40%	-3,38%	-9,55%
Luxottica	1,58%	1,79%	-4,83%	-0,20%	1,58%	0,34%
Marcolin	2,21%	5,24%	3,51%	22,89%	2,21%	1,23%
Parmalat	6,34%	-2,65%	-2,06%	-3,41%	6,34%	1,39%
Piaggio	4,14%	0,38%	-3,56%	-11,04%	4,14%	2,26%
Pininfarina	-1,52%	-2,28%	-4,25%	-2,94%	-1,52%	-2,52%
Pirelli	7,64%	-2,78%	-1,78%	1,30%	7,64%	-6,22%
Poltrona Frau	2,72%	-0,14%	-1,18%	-4,20%	2,72%	-2,88%
Ratti	41,84%	-0,22%	-3,82%	-5,18%	41,84%	-3,27%
Rcf Group	-0,72%	-1,61%	-2,39%	-2,50%	-0,72%	-2,60%
Richard-Ginori 1735	17,15%	-8,23%	-7,39%	-4,64%	17,15%	-5,78%
Rosss	6,14%	-9,16%	3,13%	22,10%	6,14%	-9,17%
Safilo Group	40,50%	2,42%	-7,35%	-3,87%	40,50%	-8,66%
Sogefi	3,04%	-1,69%	-5,08%	-0,82%	3,04%	0,54%
Tod'S	10,38%	0,24%	-5,80%	-1,80%	10,38%	-1,17%
Zucchi	-0,68%	0,00%	-1,38%	-1,21%	-0,68%	-1,02%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Individuate le suddette variabili, è possibile calcolare:

- il  $\beta$ , andando ad inserire nella funzione di Excel PENDENZA i dati relativi ai rendimenti in eccesso (così come ricavati nelle Tabelle 5-13, 5-14 e 5-15);

- il rendimento atteso delle attività, come  $E(R_A) = r_f + \beta \cdot (MRP)$ , ipotizzando un MRP del 5,8%<sup>69</sup>;
- il *drift rate*,  $\mu_A$ , del moto geometrico Browniano, espresso come  $\ln(1 + E(R_A))$ .

Tabella 5-16:  $\beta$ ,  $E(R_A)$  e  $\mu_A$  per le imprese

Imprese	$\beta$ (CAPM)	$E(R_A)$	$\mu_A$ (drift rate)
Aeffe	0,03	2,16%	2,14%
Antichi Pellettieri	0,11	2,65%	2,61%
B&C Speakers	-0,03	1,82%	1,80%
Basicnet	0,12	2,72%	2,68%
Benetton Group	-0,02	1,90%	1,88%
Bialetti Industrie	0,04	2,22%	2,20%
Bonifiche Ferraresi	0,24	3,43%	3,37%
Brembo	0,14	2,83%	2,79%
Caleffi	0,05	2,30%	2,28%
Campari	0,09	2,56%	2,53%
Centrale del Latte di Torino	0,03	2,21%	2,19%
Cobra	0,02	2,13%	2,11%
Cogeme Set	-0,01	1,98%	1,96%
Csp International	-0,03	1,82%	1,80%
De Longhi	0,06	2,39%	2,36%
Elica	0,14	2,84%	2,80%
Emak	-0,05	1,71%	1,70%
Fiat	0,06	2,37%	2,34%
Geox	0,34	3,98%	3,90%
Immsi	0,00	2,00%	1,98%
Indesit Company	-0,08	1,53%	1,52%
La Doria	0,07	2,43%	2,40%
Landi Renzo	-0,07	1,61%	1,60%
Luxottica	0,02	2,11%	2,09%
Marcolin	0,22	3,29%	3,24%
Parmalat	0,21	3,21%	3,16%
Piaggio	0,00	1,99%	1,97%
Pininfarina	0,00	2,00%	1,98%
Pirelli	0,19	3,10%	3,05%
Poltrona Frau	0,03	2,20%	2,18%
Ratti	0,72	6,21%	6,02%
Rcf Group	-0,01	1,97%	1,95%
Richard-Ginori 1735	0,47	4,71%	4,61%
Rosss	0,48	4,82%	4,71%
Safilo Group	0,67	5,88%	5,71%
Sogefi	0,15	2,88%	2,84%
Tod'S	0,26	3,54%	3,48%
Zucchi	-0,01	1,96%	1,94%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

<sup>69</sup>Il *Market Risk Premium* è una variabile molto difficile da determinare, dunque si ipotizza di utilizzare un valore standard per il mercato italiano nel 2010 (pari al 5,8%) in base a Damodaran A., (2011), *Equity Risk Premiums (ERP): determinants, estimation and implications – The 2011 Edition*, New York, Stern School of Business, p. 29.

A questo punto sono disponibili tutti gli input necessari per stimare le probabilità di default delle imprese, sia quelle “neutrali al rischio”, calcolate utilizzando la [5.18] con il tasso *risk-free* al posto del rendimento atteso sull’attivo, sia quelle “reali” ricavate a partire dalla [5.19], utilizzando il *drift rate* effettivo:

Tabella 5-17: PD “neutrali al rischio” e “reali” per le imprese

Imprese	$d_2$	PD (neutrali al rischio)	$d_2^*$	PD (reali)	$\Delta$ PD
Aeffe	0,15	44,05%	0,16	43,79%	0,26%
Antichi Pellettieri	0,21	41,81%	0,23	40,85%	0,95%
B&C Speakers	1,19	11,73%	1,18	11,85%	-0,13%
Basicnet	-0,09	53,70%	-0,08	53,17%	0,52%
Benetton Group	-0,23	58,95%	-0,23	59,10%	-0,15%
Bialetti Industrie	0,40	34,58%	0,40	34,37%	0,21%
Bonifiche Ferraresi	0,39	34,83%	0,43	33,24%	1,59%
Brembo	-0,14	55,51%	-0,12	54,75%	0,75%
Caleffi	1,11	13,35%	1,13	12,90%	0,45%
Campari	1,13	12,93%	1,16	12,36%	0,57%
Centrale del Latte di Torino	1,20	11,53%	1,22	11,11%	0,42%
Cobra	0,26	39,92%	0,26	39,77%	0,15%
Cogeme Set	0,35	36,27%	0,35	36,46%	-0,18%
Csp International	0,02	49,24%	0,01	49,56%	-0,32%
De Longhi	0,33	36,96%	0,34	36,54%	0,43%
Elica	0,33	36,96%	0,37	35,60%	1,35%
Emak	0,46	32,23%	0,45	32,66%	-0,42%
Fiat	0,09	46,24%	0,11	45,54%	0,70%
Geox	-0,95	83,01%	-0,93	82,44%	0,57%
Immsi	0,62	26,76%	0,62	26,88%	-0,11%
Indesit Company	-0,04	51,60%	-0,05	52,06%	-0,46%
La Doria	0,27	39,21%	0,29	38,43%	0,78%
Landi Renzo	-0,57	71,69%	-0,58	71,92%	-0,23%
Luxottica	0,34	36,52%	0,35	36,43%	0,09%
Marcolin	-0,70	75,72%	-0,68	75,22%	0,49%
Parmalat	0,76	22,37%	0,80	21,14%	1,23%
Piaggio	-0,18	57,22%	-0,18	57,26%	-0,04%
Pininfarina	-0,27	60,83%	-0,28	60,87%	-0,04%
Pirelli	0,07	47,38%	0,10	46,12%	1,26%
Poltrona Frau	0,33	37,08%	0,34	36,83%	0,24%
Ratti	-1,72	95,75%	-1,69	95,43%	0,32%
Rcf Group	0,45	32,71%	0,44	32,83%	-0,12%
Richard-Ginori 1735	-0,58	72,02%	-0,55	70,86%	1,16%
Rosss	-0,64	73,95%	-0,61	72,98%	0,97%
Safilo Group	-1,77	96,14%	-1,73	95,83%	0,32%
Sogefi	0,13	44,84%	0,16	43,69%	1,15%
Tod'S	0,01	49,47%	0,04	48,39%	1,08%
Zucchi	0,76	22,26%	0,75	22,61%	-0,35%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

La tabella appena esposta, dimostra come le probabilità di default stimate mediante il tasso di interesse privo di rischio, al posto del rendimento atteso dell'attivo, tendono (nella maggior parte dei casi analizzati nell'esempio) ad essere leggermente superiori rispetto alle PD effettivamente riscontrate nella realtà, ciò va a concordare con quanto detto in precedenza nell'esposizione del modello; quando questo non accade, si ricavano PD neutrali al rischio più basse di quelle reali poiché in questi casi i valori del *drift rate* risultano inferiori rispetto al tasso *risk-free*.

In base ai valori delle probabilità di default reali ottenuti, si può quindi andare ad elencare in ordine crescente di rischiosità le 38 imprese del campione.

Tabella 5-18: PD reali in ordine crescente

Imprese	PD (reali)	Imprese	PD (reali)
Centrale del Latte di Torino	11,11%	Sogefi	43,69%
B&C Speakers	11,85%	Aeffe	43,79%
Campari	12,36%	Fiat	45,54%
Caleffi	12,90%	Pirelli	46,12%
Parmalat	21,14%	Tod'S	48,39%
Zucchi	22,61%	Csp International	49,56%
Immsi	26,88%	Indesit Company	52,06%
Emak	32,66%	Basicnet	53,17%
Ref Group	32,83%	Brembo	54,75%
Bonifiche Ferraresi	33,24%	Piaggio	57,26%
Bialetti Industrie	34,37%	Benetton Group	59,10%
Elica	35,60%	Pininfarina	60,87%
Luxottica	36,43%	Richard-Ginori 1735	70,86%
Cogeme Set	36,46%	Landi Renzo	71,92%
De Longhi	36,54%	Rosss	72,98%
Poltrona Frau	36,83%	Marcolin	75,22%
La Doria	38,43%	Geox	82,44%
Cobra	39,77%	Ratti	95,43%
Antichi Pellettieri	40,85%	Safilo Group	95,83%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Come mostrato nella **Tabella 5-18**, 13 imprese su 38 presentano valori notevoli della probabilità di default (maggiori o uguali al 50%). E' importante sottolineare che i risultati ottenuti per le probabilità di default risultano

particolarmente elevati, poiché evidentemente condizionati dalle ipotesi imposte all'inizio in merito alla volatilità dell'attivo (che è riferita ad un periodo, il 2010, caratterizzato da un altissimo grado di volatilità sui mercati, come verrà dimostrato nel *Capitolo 6* mediante la **Figura 6-2**), alla determinazione del valore di mercato del passivo e alla scadenza media dello stesso.

**Tabella 5-19: Valore di mercato del prestito e valore dell'opzione put per le imprese**

Imprese	B <sub>0</sub>	P <sub>0</sub>
Aeffe	146,83	55,40
Antichi Pellettieri	99,78	25,79
B&C Speakers	5,56	0,73
Basicnet	63,52	63,01
Benetton Group	587,00	628,57
Bialetti Industrie	147,57	24,02
Bonifiche Ferraresi	22,27	11,67
Brembo	284,38	278,92
Caleffi	28,52	2,57
Campari	1.030,56	143,24
Centrale del Latte di Torino	60,22	4,30
Cobra	83,20	24,93
Cogeme Set	136,63	26,87
Csp International	41,37	26,12
De Longhi	457,24	226,54
Elica	123,14	46,39
Emak	56,54	23,60
Fiat	34.661,52	16.936,63
Geox	29,25	140,42
Immsi	1.298,55	181,98
Indesit Company	869,78	635,22
La Doria	147,46	47,95
Landi Renzo	49,78	116,07
Luxottica	2.590,36	1.409,31
Marcolin	23,30	69,19
Parmalat	732,04	204,46
Piaggio	473,62	496,22
Pininfarina	132,01	127,77
Pirelli	1.829,68	1.300,66
Poltrona Frau	148,25	60,43
Ratti	2,66	48,63
Rcf Group	40,64	12,66
Richard-Ginori 1735	15,59	26,78
Rosss	2,94	7,39
Safilo Group	27,53	587,37
Sogefi	296,11	165,79
Tod'S	128,62	125,12
Zucchi	221,65	11,07

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Un passo successivo può essere quello di andare a calcolare, mediante la [5.15], il valore di mercato del prestito  $B_0$  e a partire da questo il valore della put  $P_0$  con l'applicazione della [5.10], per ogni impresa (**Tabella 5-19**).

Gli *input* necessari per arrivare a  $B_0$  sono:

- $T$ , che rappresenta la scadenza media del debito;
- $d_1$  e  $d_2$ , ricavati applicando rispettivamente la [5.12] e la [5.13];
- $L$ , l'indice di leva finanziaria ottenuto come  $Fe^{-iT}/A$ , utilizzando per  $F$  il valore di mercato delle passività al 31/12/2010, per  $i$  il tasso *risk-free* applicato all'intero modello (pari al 2,014%), per  $T$  la scadenza media del debito (precedentemente calcolata) e per  $A$  il valore di mercato dell'attivo a chiusura del 2010.

Tabella 5-20: *Spread e tassi attivi applicati alle imprese, ordinati per PD*

Imprese	Leva Finanziaria	PD (Neutrali al rischio)	SPREAD	Tasso Attivo applicato
Centrale del Latte di Torino	1,44	11,53%	2,01%	4,02%
B&C Speakers	7,68	11,73%	3,51%	5,53%
Campari	3,52	12,93%	2,98%	5,00%
Caleffi	1,50	13,35%	3,34%	5,36%
Zucchi	1,09	22,26%	2,66%	4,67%
Parmalat	4,90	22,37%	5,74%	7,75%
Immsi	1,25	26,76%	4,43%	6,45%
Emak	2,60	32,23%	9,42%	11,43%
Ref Group	1,60	32,71%	7,84%	9,85%
Bialetti Industrie	1,18	34,58%	16,38%	18,40%
Bonifiche Ferraresi	6,03	34,83%	8,55%	10,57%
Cogeme Set	1,21	36,27%	5,40%	7,42%
Luxottica	3,75	36,52%	10,46%	12,47%
Elica	1,60	36,96%	10,05%	12,06%
De Longhi	2,33	36,96%	12,18%	14,19%
Poltrona Frau	1,71	37,08%	11,39%	13,41%
La Doria	1,37	39,21%	9,51%	11,52%
Cobra	1,30	39,92%	12,17%	14,18%
Antichi Pellettieri	1,21	41,81%	12,69%	14,70%
Aeffe	1,33	44,05%	9,88%	11,90%
Sogefi	1,69	44,84%	13,94%	15,95%
Fiat	1,45	46,24%	9,54%	11,56%
Pirelli	2,02	47,38%	15,68%	17,70%
Csp International	1,59	49,24%	13,62%	15,63%
Tod'S	10,01	49,47%	17,21%	19,22%
Indesit Company	1,66	51,60%	22,52%	24,53%
Basicnet	2,39	53,70%	24,79%	26,81%
Brembo	1,99	55,51%	21,06%	23,08%
Piaggio	1,97	57,22%	22,35%	24,37%
Benetton Group	1,82	58,95%	18,21%	20,23%
Pininfarina	1,49	60,83%	18,65%	20,66%
Landi Renzo	3,12	71,69%	33,23%	35,25%
Richard-Ginori 1735	1,54	72,02%	45,01%	47,02%
Rosss	2,61	73,95%	52,67%	54,68%
Marcolin	3,97	75,72%	43,08%	45,09%
Geox	6,31	83,01%	47,83%	49,84%
Ratti	1,99	95,75%	90,84%	92,85%
Safilo Group	2,30	96,14%	79,41%	81,42%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Sapendo, ora, che il tasso attivo applicato alle imprese  $i^*$  equivale a quel tasso che rende uguali il valore di mercato del prestito al valore attuale di rimborso del debito, come evidenziato nella [5.15], è possibile calcolare gli *spread* di equilibrio per le imprese applicando la [5.16].

La **Tabella 5-20** mostra i risultati degli *spread* e dei conseguenti tassi attivi (ottenuti come somma degli *spread* e del tasso *risk-free*) applicati alle imprese ed



evidenza come (nonostante la diversa leva finanziaria utilizzata e le differenti scadenze medie del passivo per ogni impresa), in generale si riscontra una tendenza di base che è quella per cui ad imprese meno rischiose sono associati valori inferiori dello *spread*. Anche in questo caso, come già fatto in precedenza per le PD, è importante precisare che gli *spread* ricavati risentono fortemente delle ipotesi alla base del modello, ciò spiega risultati particolarmente elevati e a volte poco probabili nella realtà.

### 5.2.2 *Test sul modello di Merton "classico"*

Una delle ipotesi alla base del modello appena sviluppato è quella secondo cui la distribuzione dei rendimenti delle attività è normale. Tale ipotesi, però, rende il modello lontano dalla realtà, dunque è consigliabile dare un peso adeguato ai risultati ottenuti in seguito all'applicazione del modello di Merton. Per tale motivo è utile mostrare i valori delle principali statistiche descrittive dei rendimenti dell'attivo (relativi al periodo analizzato che va da dicembre 2009 a dicembre 2010, come mostrato nelle **Tabelle 5-21, 5-22**) considerati nel modello, per ciascuna impresa.

Tabella 5-21: Rendimenti logaritmici per le imprese

2010	Aeffe	Antichi Pellettieri	B&C Speakers	Basicnet	Benetton Group	Bialetti Industrie	Bonifiche Ferraresi	Brembo	Caleffi
GEN	-1,80%	-3,75%	2,56%	0,59%	0,31%	1,94%	-8,30%	-2,69%	-2,18%
FEB	-1,74%	0,98%	2,74%	-0,36%	-4,10%	-1,82%	-1,05%	-2,75%	-0,36%
MAR	-1,36%	-1,40%	2,10%	15,85%	2,93%	0,83%	5,04%	9,09%	2,88%
APR	-1,32%	-4,03%	5,85%	6,26%	2,77%	-0,35%	-4,53%	1,32%	0,28%
MAG	-2,48%	0,50%	-3,71%	-0,11%	-5,06%	-4,50%	-5,54%	-3,51%	-0,15%
GIU	0,60%	2,77%	1,89%	-3,23%	-2,42%	1,31%	-3,03%	-2,46%	-0,87%
LUG	0,39%	-1,98%	4,04%	-1,83%	-0,90%	-0,49%	0,87%	1,09%	-0,18%
AGO	-0,43%	-1,23%	8,21%	-2,42%	-0,37%	0,01%	-0,01%	3,03%	-0,50%
SET	3,61%	-0,22%	0,34%	4,35%	2,26%	-0,47%	-1,35%	10,62%	-1,33%
OTT	1,11%	0,95%	3,97%	2,17%	1,85%	-0,24%	4,03%	3,53%	0,55%
NOV	-1,84%	-2,36%	-3,04%	-2,18%	-11,02%	-3,11%	-5,30%	-1,63%	0,79%
DIC	4,16%	1,00%	9,16%	-1,33%	3,30%	2,19%	5,06%	0,87%	1,51%
2010	Campari	Centrale del Latte di Torino	Cobra	Cogeme Set	Csp International	De Longhi	Elica	Enak	Fiat
GEN	-0,10%	0,53%	0,03%	-1,24%	0,66%	-1,86%	-4,38%	5,03%	-2,13%
FEB	2,09%	0,21%	-2,87%	-2,57%	0,39%	-0,61%	2,09%	0,73%	-2,42%
MAR	4,04%	2,34%	0,88%	-1,00%	4,40%	2,80%	2,04%	2,31%	3,55%
APR	-2,63%	-0,32%	-1,70%	-1,50%	3,53%	0,27%	-2,00%	2,51%	0,60%
MAG	3,51%	-0,88%	-4,41%	-2,05%	1,15%	0,74%	-4,52%	-1,92%	-2,06%
GIU	-0,73%	-1,05%	-3,42%	-1,92%	-2,71%	1,61%	-1,06%	-1,47%	-0,58%
LUG	0,39%	-0,55%	2,06%	1,49%	-0,36%	3,69%	1,90%	2,11%	2,28%
AGO	0,36%	-0,04%	-1,48%	-3,14%	0,11%	-1,38%	-3,00%	5,75%	-1,08%
SET	4,80%	-0,18%	-0,25%	-0,10%	0,63%	4,55%	0,10%	-5,48%	3,85%
OTT	2,75%	-0,08%	1,41%	-0,99%	6,77%	1,56%	-0,42%	4,56%	1,46%
NOV	-0,24%	-0,52%	2,49%	-0,99%	-5,30%	10,32%	-2,89%	-0,84%	1,17%
DIC	5,19%	1,12%	-1,84%	-0,14%	0,04%	6,35%	1,07%	0,39%	3,94%
2010	Geox	Immsi	Indesit Company	La Doria	Landi Renzo	Luxtotta	Marcolin	Parmalat	Piaggio
GEN	-3,22%	-0,27%	5,29%	0,83%	8,90%	2,67%	-4,04%	-5,50%	0,00%
FEB	3,68%	0,21%	-1,03%	0,02%	-8,75%	1,13%	2,02%	2,18%	3,06%
MAR	5,80%	0,95%	0,78%	1,74%	-2,39%	2,56%	3,19%	7,32%	5,12%
APR	-5,26%	0,20%	5,31%	-1,24%	-3,37%	2,69%	6,14%	-1,75%	1,28%
MAG	-19,21%	-1,01%	-5,38%	-3,77%	-3,68%	-3,90%	4,45%	-1,12%	-2,63%
GIU	-4,79%	-1,96%	1,63%	0,19%	1,84%	1,24%	24,34%	-1,97%	-9,60%
LUG	12,17%	1,10%	-0,71%	-0,40%	9,59%	-0,04%	1,56%	-1,61%	3,43%
AGO	-12,00%	-0,48%	-6,89%	-2,63%	2,61%	-6,42%	-6,51%	1,16%	-1,37%
SET	9,57%	1,45%	6,28%	2,67%	2,20%	6,92%	7,49%	-0,24%	4,96%
OTT	3,81%	0,58%	0,20%	-2,84%	-5,39%	3,85%	10,44%	3,57%	5,70%
NOV	-18,27%	-1,59%	-4,54%	1,29%	-15,06%	-2,10%	-1,41%	-2,07%	-6,63%
DIC	-1,64%	0,48%	0,45%	1,99%	5,72%	7,54%	17,76%	5,03%	1,82%
2010	Pininfarina	Pirelli	Poltrona Frau	Ratti	Ref Group	Richard-Ginori 1735	Rosss	Safilo Group	Sogefi
GEN	1,24%	0,13%	-2,96%	-0,81%	0,89%	-2,98%	-3,50%	-1,52%	-2,41%
FEB	-1,72%	-5,43%	-2,08%	-2,47%	-1,81%	-4,98%	-8,37%	-7,87%	1,34%
MAR	-0,54%	8,62%	3,71%	42,82%	0,27%	18,13%	7,12%	41,48%	4,02%
APR	-1,38%	-1,88%	0,76%	0,68%	-0,71%	-7,33%	-8,26%	3,32%	-0,79%
MAG	-3,32%	-0,85%	-0,25%	-2,89%	-1,46%	-6,46%	4,06%	-6,42%	-4,15%
GIU	-1,50%	2,74%	-2,76%	-3,74%	-1,05%	-3,19%	23,54%	-2,42%	0,62%
LUG	-3,03%	2,71%	1,35%	-0,62%	-3,35%	-1,33%	-2,80%	4,72%	0,65%
AGO	7,50%	-1,36%	0,44%	-4,63%	-0,99%	-3,07%	3,08%	0,83%	-1,27%
SET	8,51%	6,13%	-0,81%	6,36%	4,04%	1,31%	-5,67%	5,62%	5,83%
OTT	-1,03%	1,33%	3,90%	-2,49%	3,07%	2,02%	1,77%	7,04%	1,92%
NOV	-2,33%	-2,15%	-1,68%	-7,02%	-1,73%	-7,68%	-5,90%	4,21%	-4,11%
DIC	3,98%	1,71%	5,43%	6,69%	0,24%	4,67%	2,63%	3,74%	3,92%
2010	Tod'S	Zucchi							
GEN	-6,29%	-0,39%							
FEB	-0,38%	-0,22%							
MAR	11,37%	0,30%							
APR	1,14%	0,90%							
MAG	-4,87%	-0,45%							
GIU	-0,36%	0,24%							
LUG	9,65%	0,21%							
AGO	4,04%	-0,26%							
SET	11,67%	0,46%							
OTT	0,06%	-0,17%							
NOV	10,73%	-1,00%							
DIC	-5,46%	0,39%							

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

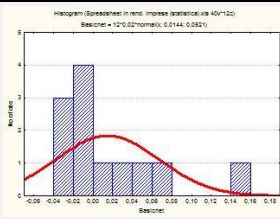
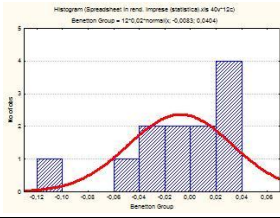
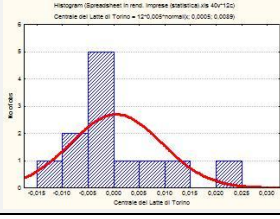
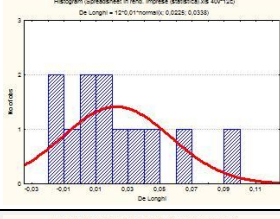
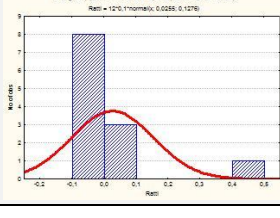
Tabella 5-22: Statistiche descrittive per le imprese

	Aeffe	Antichi Pellettieri	B&C Speakers	Basicnet	Benetton Group	Bialetti Industrie	Bonifiche Ferraresi	Brembo	Caleffi	Campari	Centrale del Latte di Torino
Media	-0,001	-0,007	0,028	0,015	-0,009	-0,004	-0,012	0,014	0,001	0,016	0,000
Mediana	-0,009	-0,007	0,026	-0,002	0,000	-0,003	-0,012	0,010	-0,001	0,012	-0,001
Deviazione Standard	0,022	0,021	0,039	0,053	0,042	0,020	0,044	0,046	0,013	0,025	0,009
Asimmetria	<b>1,049</b>	<b>-0,124</b>	<b>-0,122</b>	<b>2,011</b>	<b>-1,333</b>	<b>-0,785</b>	<b>0,097</b>	<b>1,030</b>	<b>0,539</b>	<b>-0,034</b>	<b>1,439</b>
Curtosi	<b>0,126</b>	<b>-0,770</b>	<b>-0,157</b>	<b>4,513</b>	<b>1,784</b>	<b>0,380</b>	<b>-1,002</b>	<b>0,256</b>	<b>1,727</b>	<b>-1,070</b>	<b>2,433</b>
Valori Percentili	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Min	-0,025	-0,040	-0,037	-0,032	-0,110	-0,045	-0,083	-0,035	-0,022	-0,026	-0,011
0,50%	-0,024	-0,040	-0,037	-0,032	-0,107	-0,044	-0,081	-0,035	-0,021	-0,025	-0,010
1%	-0,024	-0,040	-0,036	-0,031	-0,104	-0,043	-0,080	-0,034	-0,020	-0,024	-0,010
5%	-0,021	-0,039	-0,033	-0,028	-0,077	-0,037	-0,068	-0,031	-0,015	-0,016	-0,010
95%	0,039	0,018	0,086	0,106	0,031	0,021	0,050	0,098	0,021	0,050	0,017
99%	0,041	0,026	0,091	0,148	0,033	0,022	0,051	0,104	0,027	0,051	0,022
99,50%	0,041	0,027	0,091	0,153	0,033	0,022	0,051	0,105	0,028	0,052	0,023
Max	0,042	0,028	0,092	0,158	0,033	0,022	0,051	0,106	0,029	0,052	0,023
	Cobra	Cogeme Set	Csp International	De Longhi	Elica	Emak	Fiat	Geox	Immsi	Indesit Company	La Doria
Media	-0,008	-0,012	0,008	0,023	-0,009	0,011	0,007	-0,024	0,000	0,001	-0,002
Mediana	-0,009	-0,011	0,005	0,016	-0,007	0,014	0,009	-0,024	0,002	0,003	0,001
Deviazione Standard	0,022	0,012	0,031	0,035	0,024	0,033	0,024	0,102	0,011	0,042	0,021
Asimmetria	<b>-0,074</b>	<b>0,588</b>	<b>0,055</b>	<b>1,073</b>	<b>-0,158</b>	<b>-0,449</b>	<b>0,068</b>	<b>-0,381</b>	<b>-0,548</b>	<b>-0,138</b>	<b>-0,448</b>
Curtosi	<b>-1,087</b>	<b>0,946</b>	<b>0,897</b>	<b>1,158</b>	<b>-1,420</b>	<b>0,002</b>	<b>-1,504</b>	<b>-0,746</b>	<b>-0,599</b>	<b>-0,766</b>	<b>-0,922</b>
Valori Percentili	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Min	-0,044	-0,031	-0,053	-0,019	-0,045	-0,055	-0,024	-0,192	-0,020	-0,069	-0,038
0,50%	-0,044	-0,031	-0,052	-0,018	-0,045	-0,053	-0,024	-0,192	-0,019	-0,068	-0,037
1%	-0,043	-0,031	-0,050	-0,018	-0,045	-0,051	-0,024	-0,191	-0,019	-0,067	-0,037
5%	-0,039	-0,028	-0,039	-0,016	-0,044	-0,035	-0,023	-0,187	-0,018	-0,061	-0,033
95%	0,023	0,006	0,055	0,081	0,021	0,054	0,039	0,107	0,013	0,057	0,023
99%	0,024	0,013	0,065	0,099	0,021	0,057	0,039	0,119	0,014	0,062	0,026
99,50%	0,025	0,014	0,066	0,101	0,021	0,057	0,039	0,120	0,014	0,062	0,026
Max	0,025	0,015	0,068	0,103	0,021	0,058	0,039	0,122	0,014	0,063	0,027
	Landi Renzo	Luxottica	Marcolin	Parmalat	Piaggio	Pininfarina	Pirelli	Poltrona Frau	Ratti	Ref Group	Richard-Ginori 1735
Media	-0,006	0,013	0,055	0,004	0,004	0,005	0,010	0,004	0,027	-0,002	-0,009
Mediana	-0,003	0,019	0,038	-0,007	0,015	-0,012	0,007	0,001	-0,016	-0,008	-0,030
Deviazione Standard	0,072	0,041	0,088	0,036	0,048	0,040	0,038	0,028	0,133	0,021	0,071
Asimmetria	<b>-0,404</b>	<b>-0,360</b>	<b>0,918</b>	<b>0,491</b>	<b>-0,997</b>	<b>1,236</b>	<b>0,509</b>	<b>0,557</b>	<b>2,924</b>	<b>0,863</b>	<b>1,902</b>
Curtosi	<b>-0,068</b>	<b>-0,011</b>	<b>0,757</b>	<b>-0,032</b>	<b>0,317</b>	<b>0,275</b>	<b>0,442</b>	<b>-0,759</b>	<b>9,219</b>	<b>0,528</b>	<b>4,452</b>
Valori Percentili	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Min	-0,151	-0,064	-0,065	-0,055	-0,096	-0,033	-0,054	-0,030	-0,070	-0,034	-0,077
0,50%	-0,147	-0,063	-0,064	-0,053	-0,094	-0,033	-0,052	-0,030	-0,069	-0,033	-0,077
1%	-0,144	-0,061	-0,062	-0,051	-0,093	-0,033	-0,051	-0,029	-0,068	-0,032	-0,076
5%	-0,116	-0,050	-0,052	-0,036	-0,080	-0,032	-0,036	-0,029	-0,057	-0,025	-0,075
95%	0,092	0,072	0,207	0,061	0,054	0,080	0,072	0,046	0,229	0,035	0,107
99%	0,095	0,075	0,236	0,071	0,056	0,084	0,083	0,053	0,388	0,039	0,167
99,50%	0,096	0,075	0,240	0,072	0,057	0,085	0,085	0,053	0,408	0,040	0,174
Max	0,096	0,075	0,243	0,073	0,057	0,085	0,086	0,054	0,428	0,040	0,181
	Rosss	Safilo Group	Sogefi	Tod'S	Zucchi						
Media	0,006	0,044	0,005	0,026	0,000						
Mediana	-0,005	0,035	0,006	0,006	0,000						
Deviazione Standard	0,088	0,126	0,032	0,068	0,005						
Asimmetria	<b>1,616</b>	<b>2,581</b>	<b>0,067</b>	<b>0,206</b>	<b>-0,204</b>						
Curtosi	<b>3,513</b>	<b>8,033</b>	<b>-0,797</b>	<b>-1,525</b>	<b>0,193</b>						
Valori Percentili	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000						
Min	-0,084	-0,079	-0,041	-0,063	-0,010						
0,50%	-0,084	-0,078	-0,041	-0,062	-0,010						
1%	-0,084	-0,077	-0,041	-0,062	-0,009						
5%	-0,083	-0,071	-0,041	-0,058	-0,007						
95%	0,145	0,225	0,048	0,115	0,007						
99%	0,217	0,377	0,056	0,116	0,009						
99,50%	0,226	0,396	0,057	0,117	0,009						
Max	0,235	0,415	0,058	0,117	0,009						

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

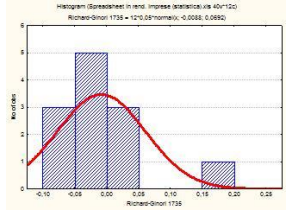
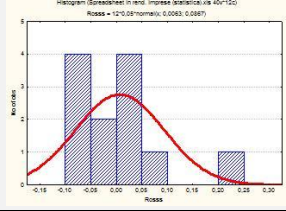
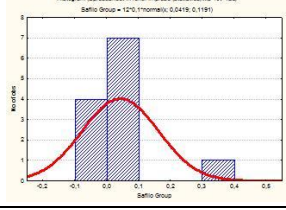
Dall'analisi delle statistiche riportate nella **Tabella 5-22**, con particolare attenzione ai valori degli indici di asimmetria e curtosi delle imprese, si evince che le distribuzioni dei rendimenti in realtà sono in molti casi abbastanza distanti dalla normale (dati i valori superiori ad 1 o inferiori a -1 per i citati indici).

**Tabella 5-23: Distribuzioni imprese con valori "critici" indici di asimmetria e curtosi**

	<i>Asimmetria</i>	<i>Curtosi</i>	<i>Distribuzione</i>
<b>Basicnet</b>	2,011	4,513	
<b>Benetton Group</b>	-1,333	1,784	
<b>Centrale del Latte di Torino</b>	1,439	2,443	
<b>De Longhi</b>	1,073	1,158	
<b>Ratti</b>	2,942	9,219	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Tabella 5-24: Distribuzioni imprese con valori "critici" indici di asimmetria e curtosi (continua)

	<i>Asimmetria</i>	<i>Curtosi</i>	<i>Distribuzione</i>
<b>Richard-Ginori 1735</b>	1,902	4,452	
<b>Rosss</b>	1,616	3,513	
<b>Safilo Group</b>	2,581	8,033	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Andando ad esaminare graficamente le distribuzioni (per le 8 imprese che presentano valori "critici" per entrambi gli indicatori), nelle **Tablelle 5-23 e 5-24**, si capisce chiaramente come quella di normalità nei rendimenti sia un'ipotesi molto forte, che spiega l'effettiva lontananza dalla realtà del modello di Merton.

E' interessante, anche in questo caso come in quello dei modelli di regressione, condurre un'analisi di scenario al fine di valutare l'impatto di una certa variazione percentuale del valore delle attività sulle probabilità di default.

Per costruire l'analisi di scenario, innanzitutto si individua la percentuale media di crescita del valore delle attività, per il campione analizzato, relativo al periodo di 12 mesi che va da dicembre 2009 a dicembre 2010 (**Tabella 5-25**).

Tabella 5-25: Percentuale di crescita delle attività da dicembre 2009 a dicembre 2010

Imprese	% crescita ATTIVITA' (in 12 mesi)
Aeffe	-1%
Antichi Pellettieri	-8%
B&C Speakers	41%
Basicnet	19%
Benetton Group	-10%
Bialetti Industrie	-5%
Bonifiche Ferraresi	-13%
Brembo	18%
Caleffi	2%
Campari	21%
Centrale del Latte di Torino	1%
Cobra	-9%
Cogeme Set	-13%
Csp International	10%
De Longhi	32%
Elica	-10%
Emak	15%
Fiat	9%
Geox	-25%
Immsi	0%
Indesit Company	1%
La Doria	-2%
Landi Renzo	-8%
Luxottica	18%
Marcolin	92%
Parmalat	5%
Piaggio	5%
Pininfarina	7%
Pirelli	12%
Poltrona Frau	5%
Ratti	38%
Ref Group	-3%
Richard-Ginori 1735	-10%
Rosss	8%
Safilo Group	69%
Sogefi	6%
Tod'S	37%
Zucchi	0%
<b>MEDIA</b>	<b>9%</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Applicando ora tale percentuale media di crescita delle attività (pari al 9%), si può valutare la variazione futura delle probabilità di default, mantenendo inalterate tutte le ipotesi iniziali del modello. Supponendo di creare quindi due situazioni, una positiva “*better*” caratterizzata da un aumento del 9% del valore delle attività, ed una negativa “*worse*”, con una diminuzione del 9% delle attività, si ottengono i seguenti scenari (che verranno applicati a tutte le imprese del campione), riferiti rispettivamente alle PD neutrali al rischio e alle PD reali:

Figura 5-4: Analisi di scenario per PD neutrali al rischio e reali

<b>PD Neutrali al rischio</b>						
<b>MODELLO STIMATO IMPRESA "AEFFE"</b>						
		Attività	$\sigma_A$	Risk-free	Passività	T
Dati Input		268,5912	34,36%	2,014%	215,86	3,24
Dati Output	$d_1$	0,77	$d_2$	0,15		
	<b>PD</b>	44,05%				
<b>ANALISI DI SCENARIO</b>						
<u>Scenario valori per Attività</u>						
	better	292,76441				
	worse	244,418				
<u>Scenario valori per <math>d_1</math> e <math>d_2</math></u>						
	better	$d_1$	0,91	$d_2$	0,29	
	worse	$d_1$	0,62	$d_2$	0,00	
<u>Scenario PD</u>						
	better	38,63%				
	worse	50,11%				

<b>PD Neutrali al rischio</b>						
<b>MODELLO STIMATO IMPRESA "AEFFE"</b>						
		Attività	$\sigma_A$	$\mu_A$	Passività	T
Dati Input		268,59121	34,36%	2,14%	215,86	3,24
Dati Output	$d_1^*$	0,77	$d_2^*$	0,16		
	<b>PD</b>	43,79%				
<b>ANALISI DI SCENARIO</b>						
<u>Scenario valori per Attività</u>						
	better	292,764414				
	worse	244,417997				
<u>Scenario valori per <math>d_1</math> e <math>d_2</math></u>						
	better	$d_1^*$	0,91	$d_2^*$	0,30	
	worse	$d_1^*$	0,62	$d_2^*$	0,00	
<u>Scenario PD</u>						
	better	38,38%				
	worse	49,85%				

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

In seguito all'applicazione dei due scenari esposti sopra, si giunge alle seguenti conclusioni per le PD delle imprese:

Tabella 5-26: Risultati PD dopo l'analisi di scenario

Scenario PD	PD	PD (scenario)	PD*	PD* (scenario)	Impresa
better	44,05%	38,63%	43,79%	38,38%	Aeffe
worse		50,11%		49,85%	
better	41,81%	34,43%	40,85%	33,54%	Antichi Pellettieri
worse		50,21%		49,24%	
better	11,73%	10,32%	11,85%	10,44%	B&C Speakers
worse		13,41%		13,55%	
better	53,70%	51,27%	53,17%	50,75%	Basicnet
worse		56,33%		55,82%	
better	58,95%	56,44%	59,10%	56,59%	Benetton Group
worse		61,65%		61,80%	
better	34,58%	24,73%	34,37%	24,56%	Bialetti Industrie
worse		46,68%		46,45%	
better	34,83%	32,79%	33,24%	31,24%	Bonifiche Ferraresi
worse		37,11%		35,48%	
better	55,51%	52,91%	54,75%	52,15%	Brembo
worse		58,32%		57,57%	
better	13,35%	8,39%	12,90%	8,07%	Caleffi
worse		20,74%		20,14%	
better	12,93%	10,84%	12,36%	10,34%	Campari
worse		15,52%		14,88%	
better	11,53%	6,53%	11,11%	6,25%	Centrale del Latte di Torino
worse		19,59%		18,99%	
better	39,92%	33,65%	39,77%	33,50%	Cobra
worse		47,09%		46,94%	
better	36,27%	27,66%	36,46%	27,83%	Cogeme Set
worse		46,55%		46,75%	
better	49,24%	45,61%	49,56%	45,93%	Csp International
worse		53,22%		53,54%	
better	36,96%	33,80%	36,54%	33,38%	De Longhi
worse		40,53%		40,09%	
better	36,96%	32,35%	35,60%	31,07%	Elica
worse		42,22%		40,81%	
better	32,23%	29,19%	32,66%	29,60%	Enak
worse		35,70%		36,14%	
better	46,24%	41,83%	45,54%	41,14%	Fiat
worse		51,13%		50,43%	
better	83,01%	82,30%	82,44%	81,71%	Geox
worse		83,77%		83,22%	
better	26,76%	18,00%	26,88%	18,09%	Immsi
worse		38,33%		38,47%	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana



Tabella 5-27: Risultati PD dopo l'analisi di scenario (continua)

Scenario PD	PD	PD (scenario)	PD*	PD* (scenario)	Impresa
better	51,60%	48,33%	52,06%	48,79%	Indesit Company
worse		55,17%		55,63%	
better	39,21%	33,49%	38,43%	32,75%	La Doria
worse		45,75%		44,94%	
better	71,69%	70,34%	71,92%	70,58%	Landi Renzo
worse		73,13%		73,36%	
better	36,52%	34,09%	36,43%	34,00%	Luxottica
worse		39,24%		39,15%	
better	75,72%	74,62%	75,22%	74,12%	Marcolin
worse		76,88%		76,40%	
better	22,37%	20,24%	21,14%	19,08%	Parmalat
worse		24,83%		23,53%	
better	57,22%	54,72%	57,26%	54,76%	Piaggio
worse		59,92%		59,96%	
better	60,83%	58,08%	60,87%	58,12%	Pininfarina
worse		63,78%		63,82%	
better	47,38%	44,33%	46,12%	43,08%	Pirelli
worse		50,74%		49,47%	
better	37,08%	32,86%	36,83%	32,63%	Poltrona Frau
worse		41,87%		41,62%	
better	95,75%	95,54%	95,43%	95,21%	Ratti
worse		95,97%		95,66%	
better	32,71%	27,85%	32,83%	27,96%	Rcf Group
worse		38,38%		38,51%	
better	72,02%	70,27%	70,86%	69,07%	Richard-Ginori 1735
worse		73,88%		72,75%	
better	73,95%	72,64%	72,98%	71,65%	Rosss
worse		75,34%		74,39%	
better	96,14%	95,96%	95,83%	95,63%	Safilo Group
worse		96,34%		96,04%	
better	44,84%	41,09%	43,69%	39,96%	Sogefi
worse		49,00%		47,84%	
better	49,47%	47,86%	48,39%	46,78%	Tod'S
worse		51,23%		50,15%	
better	<b>22,26%</b>	<b>6,03%</b>	<b>22,61%</b>	<b>6,17%</b>	<b>Zucchi</b>
worse		<b>53,97%</b>		<b>54,44%</b>	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Una situazione particolare è quella a cui si assiste nel caso dell'impresa "Zucchi" (Tabella 5-27), per la quale, in seguito all'analisi di scenario, si riscontrano valori delle probabilità di default particolarmente differenti da quelli stimati con il modello di Merton. Nel caso specifico dello scenario "worse", in riferimento alle PD neutrali al rischio e reali, si passa rispettivamente dal 22,26% al 53,97% e dal 22,61% al 54,44% per "Zucchi". Ciò può essere spiegato facilmente dal fatto che, per l'azienda in questione, nell'ipotesi

negativa di una diminuzione del 9% del valore dell'attivo (alla base dell'analisi di scenario qui condotta) si giunge ad una situazione "critica" per cui il valore delle attività risulta inferiore a quello delle passività, cosa che porta la probabilità di default della società a salire considerevolmente.

Tabella 5-28: "Valori limite" (in percentuale) diminuzione attivo

Imprese	Valore di mercato PASSIVITA'	Valore ATTIVITA'	"Valori limite"
	31/12/2010	30/12/2010	
Aeffe	215,86	268,59	20%
Antichi Pellettieri	126,51	151,97	17%
B&C Speakers	6,32	48,33	87%
Basicnet	127,22	301,93	58%
Benetton Group	1.219,25	2.213,44	45%
Bialetti Industrie	173,18	202,32	14%
Bonifiche Ferraresi	33,98	204,81	83%
Brembo	565,86	1.119,09	49%
Caleffi	31,27	46,69	33%
Campari	1.176,48	4.131,71	72%
Centrale del Latte di Torino	64,79	93,21	30%
Cobra	108,85	141,02	23%
Cogeme Set	164,22	197,46	17%
Csp International	67,75	107,35	37%
De Longhi	686,80	1.596,10	57%
Elica	170,32	270,64	37%
Emak	80,43	208,41	61%
Fiat	51.736,43	74.574,01	31%
Geox	170,29	1.071,11	84%
Immsi	1.488,11	1.851,20	20%
Indesit Company	1.514,32	2.503,87	40%
La Doria	196,41	267,49	27%
Landi Renzo	166,47	517,68	68%
Luxottica	4.010,51	15.005,65	73%
Marcolin	92,92	366,98	75%
Parmalat	938,77	4.588,60	80%
Piaggio	974,33	1.910,89	49%
Pininfarina	260,76	388,37	33%
Pirelli	3.143,45	6.316,51	50%
Poltrona Frau	209,73	356,54	41%
Ratti	51,52	102,17	50%
Rcf Group	53,52	85,14	37%
Richard-Ginori 1735	42,65	65,36	35%
Rosss	10,40	27,01	62%
Safilo Group	616,86	1.416,83	56%
Sogefi	464,05	779,99	41%
Tod'S	254,53	2.540,42	90%
Zucchi	234,44	254,48	8%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

A tal proposito è utile visualizzare i "valori limite" per i quali l'attivo risulterà maggiore o uguale al passivo, per ogni impresa, dunque le percentuali per le

quali una diminuzione delle attività risulterebbe eccessivamente rischiosa, in termini di probabilità di insolvenza, per l'azienda (ricavate come  $(\text{Valore Attività} - \text{Valore Passività})/\text{Valore Attività}$ ).

Analizzando la **Tabella 5-28**, si riscontra, come volevasi dimostrare, un "valore limite" di diminuzione dell'attivo per l'impresa "Zucchi" pari all'8%, valore che è appunto inferiore al 9% ipotizzato nell'analisi di scenario precedentemente svolta.

### 5.2.3 *Pregi e difetti del modello di Merton "classico"*

I principali vantaggi del modello di Merton sono:

- la facilità e rapidità nella stima dei risultati, ai quali si arriva mediante l'applicazione della teoria delle opzioni di Black & Scholes;
- la chiarezza nella definizione delle variabili determinanti per ottenere le probabilità di default, vale a dire: la leva finanziaria, rappresentativa del *financial risk* e la variabilità dell'attivo, che descrive invece il *business risk*;
- l'oggettività con cui si ricavano le PD e gli *spread* utilizzando le formule chiave del modello.

Il modello qui esaminato, però, porta con sé notevoli limiti, particolarmente rilevanti quando si passa dalla teoria all'effettiva applicazione pratica dello stesso (come del resto evidenziato anche nell'esempio condotto sulle imprese operanti nel settore dei beni di consumo):

- l'ipotesi semplificatrice di un'unica passività, costruita come uno *zero-coupon bond*, allontana il modello dalla realtà, dato che il passivo delle imprese è strutturato in maniera più complessa in termini di scadenza, grado di subordinazione e garanzie delle passività;

- l'ipotesi di una distribuzione normale dei rendimenti dell'attivo, come dimostrato nel paragrafo precedente, risulta fortemente irrealistica;
- alcune variabili, impostate come *input* nel modello, quali il valore di mercato dell'attivo  $A$  e la volatilità del suo rendimento  $\sigma_A$ , non sono direttamente osservabili sul mercato. Infatti, nell'esempio portato avanti in questo capitolo la prima variabile è stata ricavata come somma del valore di mercato dell'*equity* (osservabile soltanto per le imprese quotate) e del valore di mercato delle passività (una volta chiarite tutte le ipotesi alla base della sua determinazione), dunque a partire da questa si è poi arrivati alla volatilità dell'attivo;
- si è ipotizzato di utilizzare un tasso privo di rischio costante;
- le ipotesi su cui si fonda la teoria delle opzioni sviluppata da Black & Scholes<sup>70</sup>, tra le quali ha maggiore rilevanza l'assenza di opportunità di arbitraggio, mediante la quale si presuppone che si possano effettuare continuamente arbitraggi sull'attività sottostante (in questo caso il valore dell'attivo dell'impresa), ma nella realtà gli attivi di un'azienda non possono essere negoziati liberamente sul mercato finanziario;
- il modello pone la sua attenzione esclusivamente sul rischio di insolvenza, senza considerare il rischio di migrazione, derivante dal deterioramento del merito creditizio dell'emittente;

---

<sup>70</sup> Le principali ipotesi (riportate dal sito [www.wikipedia.it](http://www.wikipedia.it)) sono:

1. il prezzo del sottostante segue un moto browniano geometrico;
2. è consentita la vendita allo scoperto del sottostante, come dello strumento derivato;
3. non sono ammesse opportunità d'arbitraggio non rischioso;
4. il sottostante e lo strumento derivato sono scambiati sul mercato in tempo continuo;
5. non sussistono costi di transazione, tassazione, né frizioni di altri tipo nel mercato;
6. vige la perfetta divisibilità di tutte le attività finanziarie (è possibile scambiare frazioni arbitrariamente piccole di ogni titolo sul mercato);
7. il tasso d'interesse privo di rischio è costante, e uguale per tutte le scadenze.

- tutte le ipotesi alla base del *Capital Asset Pricing Model*<sup>71</sup> (utilizzato per stimare il *drift rate*) e le assunzioni ad esso legate, riguardo il portafoglio scelto come *proxy* dell'effettivo portafoglio di mercato, il  $\beta$  ed il *Market Risk Premium*.

#### 5.2.4 Il modello di Merton a "2 equazioni" ed il modello di KMV

Tra gli svantaggi riferiti al modello di Merton, enunciati precedentemente, il problema che  $A$  e  $\sigma_A$  non siano direttamente osservabili sul mercato viene affrontato e sviluppato secondo una precisa teoria messa a punto da KMV, una società californiana fondata nel 1989 (il cui nome deriva dalle iniziali dei fondatori Steven Kealhofer, John Andrew McQuown e Oldrich Vasicek), acquisita alcuni anni fa da *Moody's Investor Services* e oggi conosciuta come "*Moody's KMV*".

Nel modello di Merton si è ipotizzata una struttura semplificata del bilancio di un'impresa, in base alla quale:

$$A_0 = E_0 + B_0$$

---

<sup>71</sup> Si distinguono (sul sito [www.tesionline.it](http://www.tesionline.it)) due tipi di ipotesi:

1. quelle comuni al modello di Markovitz, per la costruzione della frontiera efficiente, quali:
  - le preferenze degli agenti dipendono unicamente dal rendimento atteso e dalla varianza dei rendimenti;
  - tutti gli agenti hanno lo stesso orizzonte temporale;
  - tutti gli investitori sono avversi al rischio e massimizzano la propria utilità attesa;
2. le ipotesi proprie del *CAPM*:
  - tutti gli agenti hanno le stesse aspettative relativamente ai rendimenti attesi e alle varianze-covarianze dei titoli;
  - c'è possibilità di vendita allo scoperto su tutti i titoli rischiosi;
  - c'è la possibilità di prestare ed indebitarsi ad un unico tasso senza rischio;
  - non ci sono costi di transazione;
  - non ci sono tasse sul reddito individuale;
  - tutti gli assets sono infinitamente divisibili;
  - tutti gli agenti sono *price takers*;
  - il mercato finanziario è in equilibrio.

che, sostituendo  $B_0 = Fe^{-iT} - P_0$ , può essere espressa come:

$$A_0 = E_0 + Fe^{-iT} - P_0$$

quindi:

$$A_0 + P_0 = E_0 + Fe^{-iT}$$

dove  $E_0$  è equivalente al valore di un'opzione *call* sull'attivo dell'impresa ( $A_0$ ), con scadenza  $T$  pari alla vita residua del debito e prezzo di esercizio uguale al valore nominale di rimborso del debito ( $F$ )<sup>72</sup>.

Alla scadenza  $T$ , dunque, le due posizioni producono lo stesso risultato per gli azionisti, il cui payoff è legato a quello della *call* lunga posseduta sull'attivo (come mostrato graficamente nella **Figura 5-3**, nelle pagine precedenti).

**Tabella 5-29:** *Payoff, in  $T_0$  e in  $T$ , per l'azionista o per chi acquista una call*

	Payoff in $T_0$	Payoff in $T$	
		se $A_T < F$	se $A_T > F$
Azionista	$-E_0$	0	$(A_T - F)$
Acquisto call	$-C_0$	0	$(A_T - F)$

Fonte: Resti A. & Sironi A., (2008)

Come dimostra la **Tabella 5-29**, per valori di  $A_T$  inferiori ad  $F$  l'impresa risulta insolvente e l'azionista perde il proprio investimento iniziale (pari ad  $E_0$ ) ed inoltre non ottiene nulla con l'opzione *call*; nel caso in cui, invece, il valore dell'attivo è maggiore rispetto al valore nominale del debito, allora la differenza  $(A_T - F)$  rappresenta la ricchezza per l'azionista oltre che il potenziale guadagno illimitato (secondo la teoria delle opzioni ed in particolare con riferimento ad una posizione lunga su una *call*).

<sup>72</sup> In base alla relazione tra i prezzi delle opzioni *put* e *call* conosciuta come "*put-call parity*", infatti, la differenza tra il prezzo di una *call* e quello di una *put* è uguale alla differenza tra il prezzo attuale del sottostante ed il valore attuale dello *strike price* delle opzioni:

$$C - P = S_0 - Ke^{-r(T-t)}$$

In base alla legge del prezzo unico<sup>73</sup>, ora, si può affermare che le due posizioni hanno lo stesso costo iniziale, per cui è possibile esprimere  $E_0$ , utilizzando la formula di Black & Scholes, come:

$$E_0 = A_0 \cdot N(d_1) - F e^{-iT} \cdot N(d_2) \quad [5.22]$$

Nella [5.22]  $E_0$  coincide con la capitalizzazione di borsa,  $F$  è ancora il valore di mercato delle passività (come ricavato nel modello esposto in precedenza), ma ci sono due variabili incognite:  $A_0$  e  $\sigma_A$ , grandezze non osservabili direttamente sul mercato, tuttavia necessarie per determinare  $d_1$  e  $d_2$ .

Per calcolare il valore esatto da assegnare alle due variabili è necessario costruire un sistema di due equazioni in due incognite, del tipo:

$$\begin{cases} E_0 = A_0 \cdot N(d_1) - F e^{-iT} \cdot N(d_2) \\ \sigma_E = \frac{A_0}{E_0} \cdot N(d_1) \cdot \sigma_A \end{cases} \quad [5.23]$$

dove nella seconda equazione, ricavata a partire dal "Lemma di Itô", il rapporto  $\frac{A_0}{E_0}$  può essere considerato come un indicatore fondamentale della leva finanziaria, correlato positivamente sia alla volatilità dell'equity ( $\sigma_E$ ) che a quella dell'attivo ( $\sigma_A$ ). In modo particolare, si può costruire un indice di *leverage* a partire dalle due quantità appena messe in evidenza (il valore di mercato dell'equity e dell'attivo), come:

$$\frac{(A_0 - E_0)}{A_0} = 1 - \frac{E_0}{A_0} \quad [5.24]$$

---

<sup>73</sup> Secondo la legge del prezzo unico due attività finanziarie che producono gli stessi *payoff* futuri, devono avere, in un mercato efficiente, lo stesso prezzo.

Il sistema [5.23] deve essere risolto in maniera iterativa a partire da due valori di  $A_0$  e  $\sigma_A$  "verosimili" (visto che  $d_1$  e  $d_2$  sono funzioni non lineari di entrambe le incognite) fino ad arrivare a valori coerenti con quelli osservati sul mercato di  $E_0$  e  $\sigma_E$ .

**Tabella 5-30: Valore di mercato dell'equity e volatilità per le imprese**

Imprese	Valore mercato EQUITY	
	30/12/2010	
		$\sigma_E$
Aeffe	52,73	67%
Antichi Pellettieri	21,73	80%
B&C Speakers	41,58	83%
Basicnet	168,12	131%
Benetton Group	895,97	80%
Bialetti Industrie	27,52	107%
Bonifiche Ferraresi	167,33	33%
Brembo	517,75	130%
Caleffi	13,94	61%
Campari	2.850,06	38%
Centrale del Latte di Torino	24,07	43%
Cobra	28,10	458%
Cogeme Set	22,64	58%
Csp International	34,79	92%
De Longhi	865,27	111%
Elica	89,90	26%
Emak	122,07	41%
Fiat	18.456,87	48%
Geox	888,40	77%
Immsi	279,75	54%
Indesit Company	923,22	82%
La Doria	60,07	58%
Landi Renzo	339,29	114%
Luxottica	10.656,99	46%
Marcolin	268,33	69%
Parmalat	3.567,49	35%
Piaggio	876,36	76%
Pininfarina	108,88	178%
Pirelli	2.962,67	39%
Poltrona Frau	134,86	55%
Ratti	47,41	61%
Rcf Group	28,00	75%
Richard-Ginori 1735	21,05	45%
Rosss	16,17	36%
Safilo Group	751,53	68%
Sogefi	287,43	61%
Tod'S	2.265,68	24%
Zucchi	13,00	69%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Ritornando all'esempio esaminato, la **Tabella 5-30**, riassume i valori di mercato dell'equity (al 30/12/2010) e la volatilità (annuale) ad essi associata (calcolata



come deviazione standard dei rendimenti dei titoli per il periodo che va dal 30/12/2009 al 30/12/2010).

A questo punto si assegnano alle incognite due valori abbastanza realistici: il valore di mercato dell'attivo ( $A_0$ ) viene ricavato come somma della capitalizzazione di mercato e del valore di mercato delle passività, mentre per la volatilità dell'attivo ( $\sigma_A$ ) si fa riferimento all'equazione utilizzata per il calcolo di  $\sigma_E$ , imponendo  $N(d_1)$  pari ad 1:

$$\sigma_A = \sigma_E \cdot \left(\frac{E_0}{A_0}\right)$$

Ora, dopo aver calcolato la somma degli errori al quadrato relativa ai valori stimati, per  $E_0$  e  $\sigma_E$  (indicati nella [5.25] come  $\widehat{E}_0$  e  $\widehat{\sigma}_E$ ), rispetto a quelli effettivamente osservati, come:

$$\text{Somma errori al quadrato} = \left(\frac{\widehat{E}_0}{E_0} - 1\right)^2 + \left(\frac{\widehat{\sigma}_E}{\sigma_E} - 1\right)^2 \quad [5.25]$$

si può procedere a minimizzare la [5.25] ed utilizzando lo strumento RISOLUTORE di Excel, è possibile ricalibrare il modello approssimativo impostato, fino ad ottenere valori congrui di  $A_0$  e  $\sigma_A$  con gli effettivi  $E_0$  e  $\sigma_E$

**Tabella 5-31.**

**Tabella 5-31: Valori di mercato dell'attivo e volatilità per le imprese con il modello di Merton "classico" e con l'approccio delle "2 equazioni"**

Imprese	Merton "classico"		Merton "2 equazioni"	
	A <sub>0</sub>	σ <sub>A</sub>	A <sub>0</sub>	σ <sub>A</sub>
Aeffe	268,59	34,36%	238,52	19,93%
Antichi Pellettieri	151,97	33,03%	138,62	16,56%
B&C Speakers	48,33	61,63%	46,88	74,25%
Basicnet	301,93	84,87%	227,12	108,01%
Benetton Group	2.213,44	67,23%	1732,36	50,01%
Bialetti Industrie	202,32	31,38%	192,12	19,84%
Bonifiche Ferraresi	204,81	69,63%	198,08	27,69%
Brembo	1.119,09	73,18%	723,26	107,23%
Caleffi	46,69	19,92%	42,53	22,75%
Campari	4.131,71	39,15%	3922,67	27,51%
Centrale del Latte di Torino	93,21	14,85%	83,80	13,16%
Cobra	141,02	35,22%	28,14	458,17%
Cogeme Set	197,46	19,55%	170,65	10,42%
Csp International	107,35	49,82%	75,89	55,71%
De Longhi	1.596,10	55,62%	1228,27	87,95%
Elica	270,64	38,68%	249,60	9,52%
Emak	208,41	51,78%	196,09	26,17%
Fiat	74.574,01	37,67%	64299,62	16,00%
Geox	1.071,11	161,62%	1031,73	67,50%
Immsi	1.851,20	16,96%	1650,56	11,05%
Indesit Company	2.503,87	67,28%	2187,41	41,75%
La Doria	267,49	32,81%	237,99	17,53%
Landi Renzo	517,68	114,97%	421,91	98,80%
Luxottica	15.005,65	64,65%	10749,91	45,78%
Marcolin	366,98	139,63%	1060,99	23,65%
Parmalat	4.588,60	56,85%	4460,11	28,10%
Piaggio	1.910,89	75,99%	1098,90	62,75%
Pininfarina	388,37	63,66%	226,59	136,55%
Pirelli	6.316,51	60,58%	3158,42	36,42%
Poltrona Frau	356,54	43,67%	182,57	41,20%
Ratti	102,17	210,88%	94,35	33,86%
Ref Group	85,14	33,26%	61,31	41,11%
Richard-Ginori 1735	65,36	112,86%	30,98	30,76%
Rosss	27,01	140,46%	603,96	0,99%
Safilo Group	1.416,83	200,06%	1128,16	48,97%
Sogefi	779,99	50,50%	493,18	37,67%
Tod'S	2.540,42	107,36%	2482,20	22,25%
Zucchi	254,48	8,07%	252,10	4,68%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Ripercorrendo la medesima procedura del modello di Merton "classico", quindi, si vanno a stimare le probabilità di default come:

$$PD = N(-d_2)$$

La **Tabella 5-32**, confronta le probabilità di insolvenza ottenute utilizzando i due approcci: quello classico del modello di Merton e quello che utilizza il sistema di due equazioni in due incognite.

Tabella 5-32: Confronto PD utilizzando i due approcci

Imprese	Merton "classico"		Merton "2 equazioni"	
	PD (neutrali al rischio)	PD (reali)	PD (Neutrali al rischio)	PD (Reali)
Aeffe	44,05%	43,79%	38,95%	38,52%
Antichi Pellettieri	41,81%	40,85%	32,18%	30,45%
B&C Speakers	11,73%	11,85%	21,29%	21,44%
Basicnet	53,70%	53,17%	70,79%	70,44%
Benetton Group	58,95%	59,10%	52,71%	52,92%
Bialetti Industrie	34,58%	34,37%	29,20%	28,90%
Bonifiche Ferraresi	34,83%	33,24%	0,32%	0,23%
Brembo	55,51%	54,75%	78,96%	78,58%
Caleffi	13,35%	12,90%	21,18%	20,64%
Campari	12,93%	12,36%	2,49%	2,28%
Centrale del Latte di Torino	11,53%	11,11%	11,20%	10,74%
Cobra	39,92%	39,77%	99,98%	99,98%
Cogeme Set	36,27%	36,46%	32,29%	32,63%
Csp International	49,24%	49,56%	63,76%	64,03%
De Longhi	36,96%	36,54%	65,33%	65,06%
Elica	36,96%	35,60%	0,55%	0,36%
Emak	32,23%	32,66%	4,78%	5,02%
Fiat	46,24%	45,54%	22,39%	21,17%
Geox	83,01%	82,44%	21,13%	19,61%
Immsi	26,76%	26,88%	22,25%	22,41%
Indesit Company	51,60%	52,06%	37,68%	38,39%
La Doria	39,21%	38,43%	24,72%	23,53%
Landi Renzo	71,69%	71,92%	65,78%	66,08%
Luxottica	36,52%	36,43%	0,00%	0,00%
Marcolin	75,72%	75,22%	40,90%	37,35%
Parmalat	22,37%	21,14%	0,68%	0,53%
Piaggio	57,22%	57,26%	21,89%	21,93%
Pininfarina	60,83%	60,87%	98,88%	98,88%
Pirelli	47,38%	46,12%	0,01%	0,01%
Poltrona Frau	37,08%	36,83%	6,67%	6,59%
Ratti	95,75%	95,43%	23,28%	17,27%
Ref Group	32,71%	32,83%	42,73%	42,84%
Richard-Ginori 1735	72,02%	70,86%	1,22%	0,88%
Rosss	73,95%	72,98%	4,03%	0,00%
Safilo Group	96,14%	95,83%	30,35%	25,35%
Sogefi	44,84%	43,69%	18,88%	17,84%
Tod'S	49,47%	48,39%	0,00%	0,00%
Zucchi	22,26%	22,61%	25,65%	26,30%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Analizzando i risultati ottenuti nelle **Tabelle 5-31** e **5-32** si deduce che nell'approccio basato sulle due equazioni per la stima di  $A_0$  e  $\sigma_A$ , i valori di mercato dell'attivo sono leggermente inferiori (per la maggior parte delle imprese) rispetto a quelli calcolati utilizzando il modello di Merton; per la volatilità dell'attivo, invece, si assiste ad un brusco calo rispetto ai valori derivanti dal modello "classico" (tranne che per determinate imprese caratterizzate da un aumento di  $\sigma_A$  dovuto all'alto grado di volatilità nei

rendimenti mensili nel periodo preso in esame), motivo questo che conduce a probabilità di default che nella maggior parte dei casi risultano notevolmente più basse con il secondo approccio.

Inoltre se si ordinano le PD reali, ricavate mediante la procedura delle 2 equazioni, sempre tenendo conto delle ipotesi sottostanti al modello, si giunge a definire “eccessivamente rischiose” (stabilendo, come nel modello di Merton “classico”, un limite per le probabilità di default pari al 50%) 8 imprese.

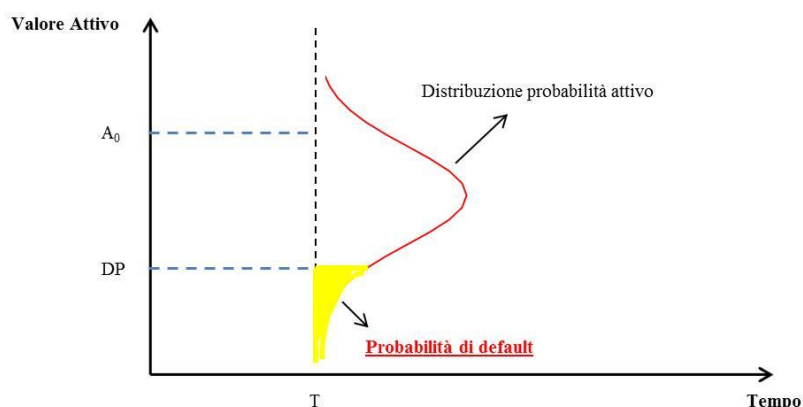
Tabella 5-33: PD reali ordinate per le imprese

Imprese	PD' (Reali)	Imprese	PD' (Reali)
Rosss	0,00%	Safilo Group	25,35%
Tod'S	0,00%	Zucchi	26,30%
Luxottica	0,00%	Bialetti Industrie	28,90%
Pirelli	0,01%	Antichi Pellettieri	30,45%
Bonifiche Ferraresi	0,23%	Cogeme Set	32,63%
Elica	0,36%	Marcolin	37,35%
Parmalat	0,53%	Indesit Company	38,39%
Richard-Ginori 1735	0,88%	Aeffe	38,52%
Campari	2,28%	Rcf Group	42,84%
Emak	5,02%	Benetton Group	52,92%
Poltrona Frau	6,59%	Csp International	64,03%
Centrale del Latte di Torino	10,74%	De Longhi	65,06%
Ratti	17,27%	Landi Renzo	66,08%
Sogefi	17,84%	Basicnet	70,44%
Geox	19,61%	Brembo	78,58%
Caleffi	20,64%	Pininfarina	98,88%
Fiat	21,17%	Cobra	99,98%
B&C Speakers	21,44%		
Piaggio	21,93%		
Immsi	22,41%		
La Doria	23,53%		

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Al fine di superare il problema relativo ad  $A_0$  e  $\sigma_A$ , il modello di KMV, una volta stimate le due variabili non le utilizza nel modello di Merton, ma segue una procedura a due stadi:

Figura 5-5: La logica sottostante al modello di KMV



Fonte: Propria elaborazione su Resti A. & Sironi A., (2008)

1. si stima un indice di rischio definito "distanza dall'insolvenza" (*distance to default*,  $DD$ ), che assume valori più alti per le imprese migliori, come:

$$DD = \frac{A_0 - DP}{A_0 \cdot \sigma_A}$$

dove  $DP$  sta ad indicare il "punto dell'insolvenza" (*default point*), cioè quel valore dell'attivo in corrispondenza del quale si verifica l'insolvenza. In questo caso esso non coincide con l'intero valore del debito ( $F$ ), bensì con la somma delle passività a breve e del 50% delle passività a lungo termine<sup>74</sup>. Dunque analiticamente il *default point* viene calcolato come:

$$DP = FBT + \frac{1}{2}FLT$$

con  $FBT$  e  $FLT$ , che indicano, rispettivamente, il debito a breve e a lungo termine;

---

<sup>74</sup> Il modello di KMV, infatti, ipotizza (in modo sicuramente più realistico di quanto non faccia il modello di Merton) che un'impresa possa continuare ad operare anche se il valore di mercato dell'attivo risulta inferiore al valore del debito, purché quest'ultimo sia costituito da passività a lungo termine che, quindi, non necessitano di un rimborso a breve.

2. si trasformano le DD in probabilità di default, in base all'esperienza passata. Più precisamente si stabilisce una corrispondenza tra le DD ed i tassi di default effettivamente registrati per un campione abbastanza numeroso di imprese. In maniera più approssimativa, però, si possono stimare le PD, o meglio le EDF (*expected default frequency*), cioè le frequenze di default attese per le imprese appartenenti alla stessa classe di DD (che coincidono con l'area al di sotto del *default point*), come:

$$EDF = N(-DD)^{75}$$

Ritornando all'esempio preso in esame le DD, i DP e le relative EDF per le imprese del campione, ottenute utilizzando la teoria appena esposta risultano:

---

<sup>75</sup> Sironi A., (2007), *I modelli fondati sul mercato dei capitali*, Milano, Università Commerciale Luigi Bocconi, p. 25.

Tabella 5-34: *Default point, distance to default ed EDF per le imprese*

Imprese	Default Point	Distance to Default	EDF
Aeffe	268,42	-0,63	<b>73,53%</b>
Antichi Pellettieri	136,74	0,08	<b>46,73%</b>
B&C Speakers	11,89	1,01	<b>15,74%</b>
Basicnet	165,54	0,25	<b>40,09%</b>
Benetton Group	1788,78	-0,07	<b>52,60%</b>
Bialetti Industrie	176,50	0,41	<b>34,09%</b>
Bonifiche Ferraresi	79,80	2,16	<b>1,55%</b>
Brembo	672,34	0,07	<b>47,38%</b>
Caleffi	37,80	0,49	<b>31,26%</b>
Campari	1512,65	2,23	<b>1,28%</b>
Centrale del Latte di Torino	77,96	0,53	<b>29,84%</b>
Cobra	128,15	-0,78	<b>78,10%</b>
Cogeme Set	187,75	-0,96	<b>83,17%</b>
Csp International	90,13	-0,34	<b>63,18%</b>
De Longhi	1060,85	0,15	<b>43,84%</b>
Elica	233,18	0,69	<b>24,47%</b>
Emak	133,33	1,22	<b>11,07%</b>
Fiat	43505,50	2,02	<b>2,16%</b>
Geox	403,10	0,90	<b>18,34%</b>
Immsi	1679,38	-0,16	<b>56,28%</b>
Indesit Company	1752,15	0,48	<b>31,68%</b>
La Doria	248,07	-0,24	<b>59,54%</b>
Landi Renzo	225,37	0,47	<b>31,86%</b>
Luxottica	4748,44	1,22	<b>11,13%</b>
Marcolin	128,63	3,72	<b>0,01%</b>
Parmalat	2686,10	1,42	<b>7,85%</b>
Piaggio	1080,94	0,03	<b>48,96%</b>
Pininfarina	209,64	0,05	<b>47,82%</b>
Pirelli	3793,25	-0,55	<b>70,95%</b>
Poltrona Frau	215,22	-0,43	<b>66,79%</b>
Ratti	59,23	1,10	<b>13,58%</b>
Rcf Group	71,73	-0,41	<b>66,04%</b>
Richard-Ginori 1735	46,07	-1,58	<b>94,34%</b>
Rosss	11,89	98,78	<b>0,00%</b>
Safilo Group	922,87	0,37	<b>35,51%</b>
Sogefi	518,29	-0,14	<b>55,37%</b>
Tod'S	564,82	3,47	<b>0,03%</b>
Zucchi	232,26	1,68	<b>4,62%</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Ordinando in modo crescente le EDF ottenute e considerando ancora una volta il 50% come valore limite, 12 imprese nel campione verrebbero considerate rischiose.

Tabella 5-35: EDF ordinate per le imprese

Imprese	EDF	Imprese	EDF
Rosss	0,00%	De Longhi	43,84%
Marcolin	0,01%	Antichi Pellettieri	46,73%
Tod'S	0,03%	Brembo	47,38%
Campari	1,28%	Pininfarina	47,82%
Bonifiche Ferraresi	1,55%	Piaggio	48,96%
Fiat	2,16%	Benetton Group	52,60%
Zucchi	4,62%	Sogefi	55,37%
Parmalat	7,85%	Immsi	56,28%
Emak	11,07%	La Doria	59,54%
Luxottica	11,13%	Csp International	63,18%
Ratti	13,58%	Rcf Group	66,04%
B&C Speakers	15,74%	Poltrona Frau	66,79%
Geox	18,34%	Pirelli	70,95%
Elica	24,47%	Aeffe	73,53%
Centrale del Latte di Torino	29,84%	Cobra	78,10%
Caleffi	31,26%	Cogeme Set	83,17%
Indesit Company	31,68%	Richard-Ginori 1735	94,34%
Landi Renzo	31,86%		
Bialetti Industrie	34,09%		
Safilo Group	35,51%		
Basicnet	40,09%		

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Il risultato ottenuto, di poco distante dai valori delle PD ricavati con il modello di Merton a "2 equazioni", è fortemente influenzato dalla stima e dalle ipotesi alla base del calcolo dei *default point* relativi alle imprese.

### 5.2.5 Test sul modello di Merton a "2 equazioni"

Così come è stato fatto con il modello di Merton, anche in questo caso è utile impostare un'analisi di scenario che ha, in generale, le medesime caratteristiche della precedente. Per prima cosa però, è necessario andare a ricalcolare i valori di  $A_0$  e  $\sigma_A$  ipotizzando (come fatto in precedenza) una variazione del 9% del valore di mercato dell'attivo nel caso "better" e nel caso "worse" (Tabella 5-36).



Tabella 5-36: Valore di mercato attività e volatilità in seguito ad una variazione del 9%

Imprese	BETTER		WORSE	
	$A_0$	$\sigma_A$	$A_0$	$\sigma_A$
Aeffe	259,98	18,29%	217,05	21,90%
Antichi Pellettieri	151,10	15,19%	126,15	18,19%
B&C Speakers	51,10	68,12%	42,66	81,59%
Basicnet	247,56	99,09%	206,68	118,69%
Benetton Group	1888,28	45,88%	1576,45	54,96%
Bialetti Industrie	209,41	18,20%	174,83	21,80%
Bonifiche Ferraresi	215,91	25,40%	180,25	30,43%
Brembo	788,35	98,38%	658,16	117,84%
Caleffi	46,35	20,87%	38,70	25,00%
Campari	4275,71	25,24%	3569,63	30,23%
Centrale del Latte di Torino	91,34	12,08%	76,25	14,46%
Cobra	30,67	420,34%	25,61	503,48%
Cogeme Set	186,01	9,56%	155,29	11,46%
Csp International	82,73	51,11%	69,06	61,22%
De Longhi	1338,82	80,69%	1117,73	96,65%
Elica	272,07	8,73%	227,14	10,46%
Emak	213,74	24,01%	178,44	28,76%
Fiat	70086,59	14,68%	58512,65	17,59%
Geox	1124,59	61,93%	938,88	74,18%
Immsi	1799,11	10,13%	1502,01	12,14%
Indesit Company	2384,28	38,31%	1990,54	45,88%
La Doria	259,41	16,08%	216,57	19,27%
Landi Renzo	459,88	90,64%	383,94	108,57%
Luxottica	11717,40	41,97%	9782,42	50,27%
Marcolin	1156,47	21,70%	965,50	25,99%
Parmalat	4861,52	25,78%	4058,70	30,88%
Piaggio	1197,80	57,57%	999,99	68,95%
Pininfarina	246,99	125,28%	206,20	150,06%
Pirelli	3442,68	33,41%	2874,17	40,02%
Poltrona Frau	199,00	37,80%	166,14	45,28%
Ratti	102,84	31,06%	85,86	37,21%
Rcf Group	66,82	37,72%	55,79	45,18%
Richard-Ginori 1735	33,76	28,22%	28,19	33,80%
Rosss	658,31	0,91%	549,60	1,09%
Safilo Group	1229,70	44,92%	1026,63	53,81%
Sogefi	537,57	34,56%	448,80	41,40%
Tod'S	2705,60	20,41%	2258,80	24,45%
Zucchi	274,79	4,28%	229,41	5,13%

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Quindi, si possono costruire le due analisi di scenario (riferite alle PD neutrali al rischio e reali) partendo dai risultati ottenuti mediante l'approccio delle "2 equazioni" (Figura 5-6).

Figura 5-6: Analisi di scenario per PD neutrali al rischio e reali nell'approccio delle "2 equazioni"

<b>PD Neutrali al rischio</b>						
<b>MODELLO STIMATO IMPRESA "AEFFE"</b>						
		Attività	$\sigma_A$	Risk-free	Passività	T
Dati Input		238,52	0,20	0,02	215,86	3,24
Dati Output	$d_1$	0,64	$d_2$	0,28		
	<b>PD</b>	<b>38,95%</b>				
<b>ANALISI DI SCENARIO</b>						
<u>Scenario valori per <math>A_0</math> e <math>\sigma_A</math></u>						
better		259,98	18,29%			
worse		217,05	21,90%			
<u>Scenario valori per <math>d_1</math> e <math>d_2</math></u>						
better	$d_1$	0,93	$d_2$	0,60		
worse	$d_1$	0,38	$d_2$	-0,02		
<u>Scenario PD</u>						
better		27,47%				
worse		50,71%				

<b>PD Reali</b>						
<b>MODELLO STIMATO IMPRESA "AEFFE"</b>						
		Attività	$\sigma_A$	$\mu_A$	Passività	T
Dati Input		238,52	19,93%	2,14%	215,86	3,24
Dati Output	$d_1^*$	0,65	$d_2^*$	0,29		
	<b>PD</b>	<b>38,52%</b>				
<b>ANALISI DI SCENARIO</b>						
<u>Scenario valori per <math>A_0</math> e <math>\sigma_A</math></u>						
better		259,98	18,29%			
worse		217,05	21,90%			
<u>Scenario valori per <math>d_1</math> e <math>d_2</math></u>						
better	$d_1^*$	0,94	$d_2^*$	0,61		
worse	$d_1^*$	0,39	$d_2^*$	-0,01		
<u>Scenario PD</u>						
better		27,06%				
worse		50,30%				

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

I risultati dell'analisi di scenario condotta portano a conclusioni simili a quelle esposte per il modello "classico", infatti (come testimoniato dalle figure che seguono), ci si trova di nuovo davanti ad una situazione "anomala", questa volta per due imprese "Rosss" e "Zucchi", ancora legata al fatto che, in seguito ad una diminuzione del 9% del valore dell'attivo, questo scende al di sotto del valore del debito.

Tabella 5-37: Risultati PD (per l'approccio a "2 equazioni") dopo l'analisi di scenario

Scenario PD	PD	PD (scenario)	PD*	PD* (scenario)	Impresa
better	39%	27,47%	39%	27,06%	Aeffe
worse		50,71%		50,30%	
better	32%	17,23%	30%	15,91%	Antichi Pellettieri
worse		49,40%		47,64%	
better	21%	14,56%	21%	14,69%	B&C Speakers
worse		29,75%		29,92%	
better	71%	65,14%	70%	64,72%	Basicnet
worse		76,30%		76,01%	
better	53%	45,78%	53%	46,01%	Benetton Group
worse		59,57%		59,76%	
better	29%	13,42%	29%	13,21%	Bialetti Industrie
worse		48,83%		48,50%	
better	0%	0,08%	0%	0,05%	Bonifiche Ferraresi
worse		1,13%		0,87%	
better	79%	74,60%	79%	74,15%	Brembo
worse		83,13%		82,83%	
better	21%	12,28%	21%	11,88%	Caleffi
worse		32,31%		31,71%	
better	2%	0,94%	2%	0,84%	Campari
worse		5,70%		5,30%	
better	11%	4,17%	11%	3,94%	Centrale del Latte di Torino
worse		23,22%		22,54%	
better	100%	99,95%	100%	99,95%	Cobra
worse		99,99%		99,99%	
better	32%	15,59%	33%	15,83%	Cogeme Set
worse		52,05%		52,38%	
better	64%	58,07%	64%	58,38%	Csp International
worse		69,20%		69,43%	
better	65%	59,21%	65%	58,91%	De Longhi
worse		71,34%		71,12%	
better	1%	0,04%	0%	0,02%	Elica
worse		3,65%		2,70%	
better	5%	2,04%	5%	2,17%	Emak
worse		9,71%		10,08%	
better	22%	12,65%	21%	11,74%	Fiat
worse		34,56%		33,18%	
better	21%	14,49%	20%	13,20%	Geox
worse		29,42%		27,76%	
better	22%	8,96%	22%	9,05%	Immsi
worse		41,08%		41,27%	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Tabella 5-38: Risultati PD (per l'approccio a "2 equazioni") dopo l'analisi di scenario (continua)

Scenario PD	PD	PD (scenario)	PD*	PD* (scenario)	Impresa
better	38%	29,37%	38%	30,07%	Indesit Company
worse		46,32%		46,99%	
better	25%	13,96%	24%	13,06%	La Doria
worse		37,87%		36,56%	
better	66%	59,13%	66%	59,47%	Landi Renzo
worse		72,35%		72,59%	
better	0%	0,00%	0%	0,00%	Luxottica
worse		0,00%		0,00%	
better	41%	30,53%	37%	27,09%	Marcolin
worse		51,33%		47,98%	
better	1%	0,18%	1%	0,14%	Parmalat
worse		2,04%		1,69%	
better	22%	15,24%	22%	15,27%	Piaggio
worse		30,03%		30,07%	
better	99%	98,71%	99%	98,71%	Pininfarina
worse		99,08%		99,08%	
better	0%	0,00%	0%	0,00%	Pirelli
worse		0,06%		0,05%	
better	7%	3,37%	7%	3,32%	Poltrona Frau
worse		11,94%		11,82%	
better	23%	15,82%	17%	10,84%	Ratti
worse		32,07%		25,45%	
better	43%	34,88%	43%	34,99%	Rcf Group
worse		50,71%		50,80%	
better	1%	0,35%	1%	0,23%	Richard-Ginori 1735
worse		3,46%		2,67%	
better	4%	0,00%	0%	0,00%	Rossi
worse		100,00%		57,85%	
better	30%	22,93%	23%	18,30%	Safilo Group
worse		38,67%		33,59%	
better	19%	12,32%	18%	11,47%	Sogefi
worse		27,03%		25,87%	
better	0%	0,00%	0%	0,00%	Tod'S
worse		0,00%		0,00%	
better	26%	1,37%	26%	1,45%	Zucchi
worse		77,85%		78,39%	

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

I risultati appena riportati, d'altronde, sono coerenti con quanto detto in precedenza in base all'indice di *leverage*, ricavato a partire dalla [5.24], che si presenta particolarmente elevato nei due casi "critici" individuati.

Tabella 5-39: *Indice di leverage per le imprese nei diversi scenari*

Imprese	Merton 2 equazioni			BETTER		WORSE	
	E <sub>0</sub>	A <sub>0</sub>	Leverage	A <sub>0</sub>	Leverage	A <sub>0</sub>	Leverage
Aeffe	52,73	238,52	<b>77,89%</b>	259,98	<b>79,72%</b>	217,05	<b>75,71%</b>
Antichi Pellettieri	21,73	138,62	<b>84,32%</b>	151,10	<b>85,62%</b>	126,15	<b>82,77%</b>
B&C Speakers	41,58	46,88	<b>11,31%</b>	51,10	<b>18,64%</b>	42,66	<b>2,54%</b>
Basicnet	168,12	227,12	<b>25,98%</b>	247,56	<b>32,09%</b>	206,68	<b>18,66%</b>
Benetton Group	895,97	1732,36	<b>48,28%</b>	1888,28	<b>52,55%</b>	1576,45	<b>43,17%</b>
Bialetti Industrie	27,52	192,12	<b>85,68%</b>	209,41	<b>86,86%</b>	174,83	<b>84,26%</b>
Bonifiche Ferraresi	167,33	198,08	<b>15,52%</b>	215,91	<b>22,50%</b>	180,25	<b>7,17%</b>
Brembo	517,75	723,26	<b>28,41%</b>	788,35	<b>34,32%</b>	658,16	<b>21,33%</b>
Caleffi	13,94	42,53	<b>67,22%</b>	46,35	<b>69,93%</b>	38,70	<b>63,98%</b>
Campani	2850,06	3922,67	<b>27,34%</b>	4275,71	<b>33,34%</b>	3569,63	<b>20,16%</b>
Centrale del Latte di Torino	24,07	83,80	<b>71,28%</b>	91,34	<b>73,65%</b>	76,25	<b>68,43%</b>
Cobra	28,10	28,14	<b>0,15%</b>	30,67	<b>8,39%</b>	25,61	<b>-9,73%</b>
Cogeme Set	22,64	170,65	<b>86,73%</b>	186,01	<b>87,83%</b>	155,29	<b>85,42%</b>
Csp International	34,79	75,89	<b>54,16%</b>	82,73	<b>57,95%</b>	69,06	<b>49,63%</b>
De Longhi	865,27	1228,27	<b>29,55%</b>	1338,82	<b>35,37%</b>	1117,73	<b>22,59%</b>
Elica	89,90	249,60	<b>63,98%</b>	272,07	<b>66,96%</b>	227,14	<b>60,42%</b>
Emak	122,07	196,09	<b>37,75%</b>	213,74	<b>42,89%</b>	178,44	<b>31,59%</b>
Fiat	18456,87	64299,62	<b>71,30%</b>	70086,59	<b>73,67%</b>	58512,65	<b>68,46%</b>
Geox	888,40	1031,73	<b>13,89%</b>	1124,59	<b>21,00%</b>	938,88	<b>5,38%</b>
Immsi	279,75	1650,56	<b>83,05%</b>	1799,11	<b>84,45%</b>	1502,01	<b>81,37%</b>
Indesit Company	923,22	2187,41	<b>57,79%</b>	2384,28	<b>61,28%</b>	1990,54	<b>53,62%</b>
La Doria	60,07	237,99	<b>74,76%</b>	259,41	<b>76,84%</b>	216,57	<b>72,26%</b>
Landi Renzo	339,29	421,91	<b>19,58%</b>	459,88	<b>26,22%</b>	383,94	<b>11,63%</b>
Luxottica	10656,99	10749,91	<b>0,86%</b>	11717,40	<b>9,05%</b>	9782,42	<b>-8,94%</b>
Marcolin	268,33	1060,99	<b>74,71%</b>	1156,47	<b>76,80%</b>	965,50	<b>72,21%</b>
Parmalat	3567,49	4460,11	<b>20,01%</b>	4861,52	<b>26,62%</b>	4058,70	<b>12,10%</b>
Piaggio	876,36	1098,90	<b>20,25%</b>	1197,80	<b>26,84%</b>	999,99	<b>12,36%</b>
Pininfarina	108,88	226,59	<b>51,95%</b>	246,99	<b>55,92%</b>	206,20	<b>47,20%</b>
Pirelli	2962,67	3158,42	<b>6,20%</b>	3442,68	<b>13,94%</b>	2874,17	<b>-3,08%</b>
Poltrona Frau	134,86	182,57	<b>26,13%</b>	199,00	<b>32,23%</b>	166,14	<b>18,83%</b>
Ratti	47,41	94,35	<b>49,75%</b>	102,84	<b>53,90%</b>	85,86	<b>44,78%</b>
Ref Group	28,00	61,31	<b>54,33%</b>	66,82	<b>58,10%</b>	55,79	<b>49,81%</b>
Richard-Ginori 1735	21,05	30,98	<b>32,05%</b>	33,76	<b>37,66%</b>	28,19	<b>25,32%</b>
Rosss	16,17	603,96	<b>97,32%</b>	658,31	<b>97,54%</b>	549,60	<b>97,06%</b>
Safilo Group	751,53	1128,16	<b>33,38%</b>	1229,70	<b>38,88%</b>	1026,63	<b>26,80%</b>
Sogefi	287,43	493,18	<b>41,72%</b>	537,57	<b>46,53%</b>	448,80	<b>35,96%</b>
Tod'S	2265,68	2482,20	<b>8,72%</b>	2705,60	<b>16,26%</b>	2258,80	<b>-0,30%</b>
Zucchi	13,00	252,10	<b>94,84%</b>	274,79	<b>95,27%</b>	229,41	<b>94,33%</b>

Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

### 5.2.6 Pregi e difetti dei modelli di Merton a "2 equazioni" e di KMV

I principali vantaggi nel modello di KMV legati alla previsione dell'insolvenza, rispetto ad esempio alle stime, basate sui rating prodotti dalle principali agenzie, quali *Moody's*, *Standard & Poor's* e *Fitch*, sono:

- la rapidità con cui le EDF si adeguano alle diverse situazioni economico-finanziarie affrontate dalle imprese oggetto dell'analisi a differenza dei rating assegnati dalle agenzie che, invece, variano con notevole ritardo rispetto al peggioramento del merito creditizio delle aziende. Studi empirici mostrano infatti che le EDF calcolate con l'approccio di KMV, tendono ad anticipare di circa un anno l'effettivo *downgrade* nel giudizio di rating, ciò è principalmente dovuto al fatto che le EDF si basano su dati di mercato ( $E_0$  e  $\sigma_E$ ) che, per loro natura, risultano particolarmente reattivi e *forward looking*<sup>76</sup>;
- le EDF, diversamente dai rating, non subiscono brusche variazioni in seguito a significativi cambiamenti del ciclo economico. Mentre i tassi di insolvenza legati alle differenti classi di rating, infatti, tendono ad aumentare nelle fasi di recessione e a diminuire in quelle di espansione del ciclo, al contrario le EDF delle diverse classi non cambiano nelle varie fasi. Questa situazione può essere spiegata innanzitutto dal fatto che, mentre le agenzie di rating utilizzano un approccio *through the cycle* per calcolare i punteggi di rating, che si basa su valutazioni medie di lungo periodo e non sulle PD effettivamente stimate a breve, il modello di KMV, invece, segue l'approccio opposto, quello detto *point in time*, mediante il quale il peggioramento del merito creditizio, legato alla recessione economica, si

---

<sup>76</sup> Le misure *forward looking*, basate fondamentalmente sulle aspettative degli operatori di mercato, dunque molto più realistiche e adatte a cogliere tempestivamente i cambiamenti nelle situazioni economico-finanziarie, si distinguono da quelle *backward looking* che, invece forniscono informazioni di carattere statico, perché legate alle analisi sulle serie storiche passate.

traduce in una diminuzione della *distance to default* per l'impresa, quindi nel suo conseguente spostamento in una classe di DD più bassa, lasciando comunque inalterate le caratteristiche di rischio peculiari di una determinata classe di DD. Ciò favorisce inoltre migrazioni da una classe all'altra molto più frequenti rispetto a quelle riscontrate nei sistemi gestiti dalle agenzie di rating;

- mentre le imprese assegnate alla stessa classe nei modelli di rating sono caratterizzate dalla medesima stima della PD (rilevata come tasso di insolvenza storico della classe), con KMV ogni impresa ottiene un proprio valore di EDF, ricavato mediante una precisa relazione, stabilita a priori, tra EDF e DD.

I due principali difetti legati al modello di KMV e al modello di Merton a “2 equazioni”, invece, consistono nel fatto che:

- tali approcci non possono essere utilizzati nel caso di imprese non quotate, per le quali non possono essere determinati i dati relativi al valore di mercato e alla volatilità dell'*equity*, necessari (come si è visto) per implementare il modello. Una possibile soluzione a tale problema può essere quella di utilizzare dati relativi ad imprese quotate “simili”, i cosiddetti *comparables*, in termini di settore produttivo, leva finanziaria ed altri indici di bilancio, a quella presa in esame<sup>77</sup>;
- anche i due modelli appena esposti, come del resto l'approccio di Merton “classico”, basandosi sulla teoria della *contingent claim analysis*, presuppongono che siano valide le ipotesi sull'efficienza dei mercati azionari, dunque è necessario che i prezzi riflettano adeguatamente tutte le

---

<sup>77</sup> A tal proposito KMV ha sviluppato un modello chiamato “*Private Firm Model*”, che si basa proprio sulla logica dei *comparables* al fine di stimare le probabilità di insolvenza anche per le imprese non quotate.

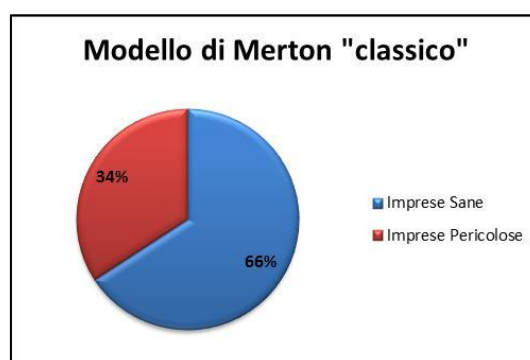
informazioni disponibili sul mercato, altrimenti anche le stime sulle PD saranno distorte.

### 5.2.7 *Analisi dei risultati ottenuti con i diversi modelli*

Andando ora a confrontare i risultati ottenuti sul campione di imprese analizzato, in seguito all'applicazione dei modelli trattati in questo capitolo, si può concludere che:

- imponendo un limite in merito alla probabilità di default stimata (pari al 50%), al di sopra del quale una banca arriverebbe a negare il credito all'impresa, perché considerata "pericolosa", il modello di Merton "classico" suggerirebbe di negare il credito a ben 13 società su un totale di 38;

Figura 5-7: Risultati modello di Merton "classico"



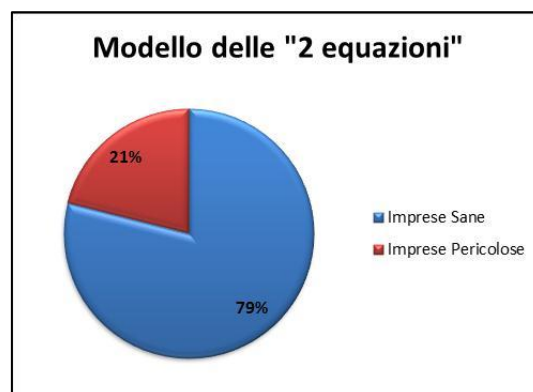
Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

- utilizzando l'approccio delle "2 equazioni" per la stima del valore di mercato dell'attivo e della sua volatilità, invece, la percentuale si abbassa notevolmente, visto che il credito non verrebbe concesso soltanto a 8 imprese su 38; questo risultato è sostanzialmente dovuto alla stima più



precisa e realistica effettuata in merito a due variabili per la cui determinazione si rilevano cospicue difficoltà con il modello “classico”;

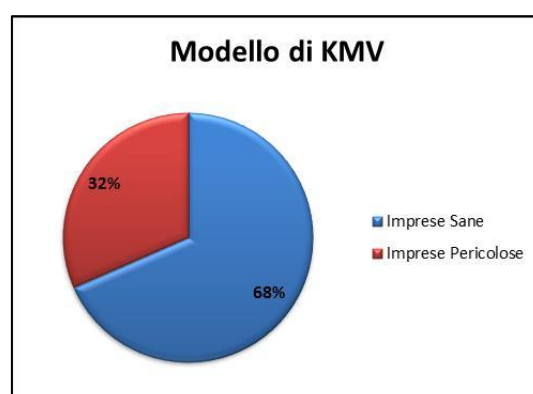
Figura 5-8: Risultati modello delle “2 equazioni”



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

- mediante il modello di KMV, infine, mantenendo il medesimo limite del modello di Merton, ma questa volta in riferimento alle EDF piuttosto che alle PD, si giungerebbe a negare il credito a 12 aziende su 38 (con un risultato molto più vicino al modello “classico” di Merton).

Figura 5-9: Risultati modello di KMV

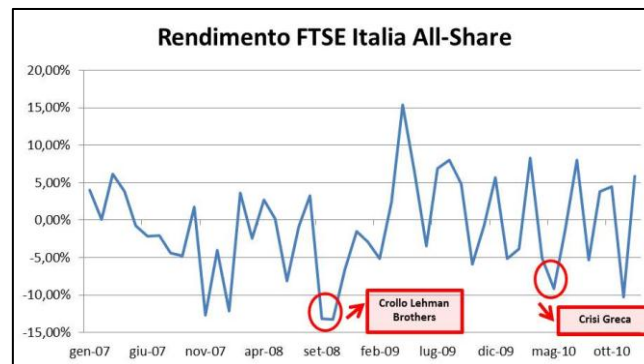


Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

## 6 Conclusioni

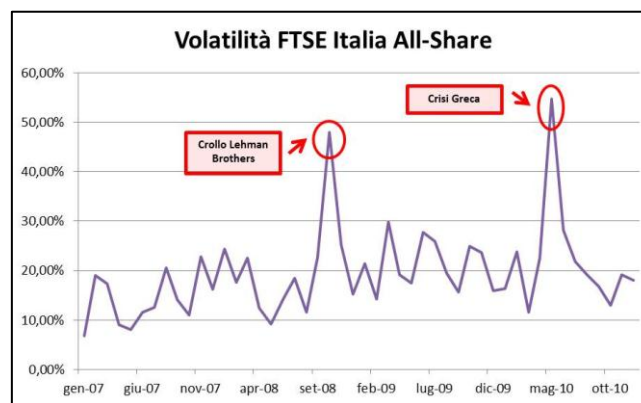
La recente crisi finanziaria, sviluppatasi a partire dal 2007, ha messo in evidenza i difetti e le lacune del sistema di valutazione del rischio di credito, a partire innanzitutto dal ruolo e dall'operato delle agenzie di rating, che sono state ritenute le principali responsabili della suddetta crisi, a causa degli errati ed "avventati" giudizi in merito al rating dei soggetti monitorati. La situazione difficile che si è venuta a creare nel 2007, culminata con il fallimento del gigante bancario *Lehman Brothers* (nel settembre 2008), è stata seguita da una fase di contagio globale, caratterizzata da un aumento generale della volatilità sui mercati finanziari (come testimoniano le **Figure 6-1** e **6-2**, le quali fanno riferimento all'andamento dell'indice FTSE Italia All-Share dal 2007 al 2010), fase che si è protratta fino al 2009 ed in alcuni casi anche oltre, come ad esempio in Grecia, dove il momento di difficoltà iniziale è letteralmente degenerato nel 2010 in una vera e propria crisi del debito pubblico.

Figura 6-1: Rendimento FTSE Italia All-Share (2007-2010)



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Figura 6-2: Volatilità FTSE Italia All-Share (2007-2010)



Fonte: Propria elaborazione su dati Borsa Italiana

Tale evento ha aggravato la già precaria salute di alcune economie, con particolare attenzione a quelle dell'area Euro e ai quei paesi come l'Italia, la Spagna, l'Irlanda ed il Portogallo che, in modo dispregiativo, sono stati definiti (insieme alla stessa Grecia) *PIGS* (che in inglese significa "maiali") poiché accomunati da una situazione finanziaria debole e pericolosa, individuata come tale in base ai valori "critici" di diversi indicatori, quali i rapporti "debito pubblico su PIL" e "deficit pubblico su PIL", il rendimento dei titoli di Stato, il saldo dei conti con l'estero, l'indebitamento estero e la produttività.

Il clima di generale difficoltà e crisi dal quale ancora oggi le maggiori economie globali cercano, a fatica, di rialzarsi, ha messo in risalto anche i principali problemi legati ai modelli utilizzati nella valutazione del rischio di credito. Degni di particolare rilevanza sono quei difetti, caratterizzanti gli approcci sviluppati precedentemente nell'elaborato, connessi alle variazioni del ciclo economico. La fase di "risanamento" di alcune economie, infatti, potrebbe portare a risultati distorti nella stima del rischio di credito, con particolare attenzione a:

- le variabili indipendenti stimate nei modelli di scoring, in modo specifico quelle determinate da misure (quali la capitalizzazione di mercato, che va ad incidere, ad esempio, sulla variabile  $x_4$  sia nel modello di Altman, che nei modelli di regressione) sulle quali hanno un peso considerevole le differenti situazioni del ciclo economico;
- gli *spread* delle obbligazioni societarie, nel modello che va ad utilizzare proprio questa misura per valutare la probabilità di default, i quali riflettono spesso la maggiore o minore liquidità dei titoli sul mercato, caratteristica questa che risulta ovviamente collegata alla situazione economica vigente nel momento preso in esame;
- le variabili desumibili dal mercato nel modello di Merton, quali il valore di mercato dell'*equity* ( $E_0$ ) e dell'attivo ( $A_0$ ) e le relative variabilità ( $\sigma_E$  e  $\sigma_A$ ), necessariamente condizionate dagli eventuali periodi di recessione o di espansione dell'economia.

Il modello di KMV, risulta meno esposto a questa problematica data la maggiore "elasticità" delle EDF, che per le loro caratteristiche endogene (presentate nel paragrafo 5.2.6), si dimostrano particolarmente reattive ai cambiamenti del ciclo economico.

A tali svantaggi si aggiungono poi tutte le ipotesi semplificatrici alla base dei modelli (che sono state di volta in volta messe in evidenza) le quali, inevitabilmente, allontanano gli stessi modelli dalla realtà e fanno dei risultati ottenuti degli elementi da trattare ed applicare con estrema cautela.

Al fine di valutare nel modo più efficiente e corretto possibile il rischio di credito, per evitare il verificarsi di nuove e altrettanto catastrofiche conseguenze sul sistema economico globale, si è pensato di intervenire, sulla normativa vigente. Il Comitato di Basilea, infatti, ha proposto un nuovo Accordo, noto come Basilea 3, che andrà a sostituire il precedente e la cui entrata in vigore sarà graduale (a partire da gennaio 2013 per arrivare alla piena attuazione nel gennaio 2019) per evitare che l'inasprimento dei requisiti patrimoniali richiesti dalle banche abbia ripercussioni negative sull'economia dei vari Paesi (in alcuni casi ancora molto instabile).

Con particolare attenzione al rischio di credito, Basilea 3 propone alcuni accorgimenti per migliorare l'efficienza della valutazione, quali una mitigazione dei riferimenti ai rating esterni (che si sono dimostrati poco affidabili durante la crisi), una responsabilizzazione degli intermediari che effettuano valutazioni autonome e parallele del rischio, aggiustamenti per una migliore valutazione del rischio di credito legati, ad esempio, al rischio di correlazioni sfavorevoli tra le parti (*wrong-way risk*).

Dunque la corretta valutazione del rischio di credito è una tematica di grande importanza ed attualità, soprattutto alla luce degli eventi appena trascorsi che, in modo più o meno intenso, hanno colpito i vari Paesi. Tuttavia non bisogna dimenticare che quello di credito è soltanto uno dei numerosi rischi di mercato che vanno ad incidere sull'economia mondiale e come tale deve essere visto sempre in relazione agli altri, in base a legami di causa-effetto (in particolar

modo se si pensa al rischio di liquidità, profondamente connesso a quello di credito), ragion per cui non si può considerare la mancata o errata quantificazione di tale rischio come l'unico motivo dal quale è scaturita la recente crisi finanziaria.

## Bibliografia

- [1] Altman E., (2000), *Predicting financial distress of companies: revisiting the z-score and zeta<sup>®</sup> models*, Stern School of Business, New York University.
- [2] Altman E., (2002), *Revisiting credit scoring models in a Basel 2 environment*, London Risk Books.
- [3] Altman E., Brady B., Resti A., Sironi A., (2002), *The link between default and recovery rates: implications for credit risk models and procyclicality*, synthesis and analysis from the Report of ISDA (International Swaps and Derivatives' Dealers Association).
- [4] Arora N., Bohn J., Zhu F., (2005), *Reduced form vs. Structural models of credit risk: A case study of three models*, Moody's KMV Company.
- [5] Banca d'Italia, (2011), *Rapporto sulla stabilità finanziaria*, Novembre 2011, n. 2, pp. 34-40.
- [6] Banca d'Italia, (2011), *Relazione Annuale*, Anno 2010, esercizio CXVII, pp. 203-211.
- [7] Barro D., (2004), *Un'introduzione ai modelli di rischio di credito per portafogli finanziari*, Venezia, Università Ca' Foscari.
- [8] Basel Committee of Banking Supervision, (1999), *Credit risk modelling: current practices and applications*, Basilea.
- [9] Basel Committee of Banking Supervision, (2001), *The standardised approach to credit risk*, Supporting document to the New Basel Capital Accord, Bank for International Settlements.

- [10] Basel Committee on Banking Supervision, (1999), *A new capital adequacy framework*, Basilea.
- [11] Basel Committee on Banking Supervision, (2005), *Studies on the validation of internal rating systems*, Basilea, Working Paper n. 14.
- [12] Belli G., (2003-2004), *Valutazione delle imprese e merito creditizio alla luce del Nuovo Accordo di Basilea*, Roma, Università degli studi La Sapienza.
- [13] Berardi A., (2009), *Rischio di credito e Basilea 2*, Verona, Università di Verona.
- [14] Berlanda M., (2010), *Basilea 3: le riserve di capitale e di liquidità*, Altavilla Vicentina, Banco Popolare.
- [15] Bharath S. & Shumway T., (2004), *Forecasting default with the KMV-Merton model*, U.S.A., University of Michigan.
- [16] Blöchinger A. & Leippold M., (2005-2006), *Testing probability calibrations: application to credit scoring models*, National Centre of Competence in Research, Financial Valuation and Risk Management, Working Paper n. 323.
- [17] Bottani P., Cipriani L., Serao F., (2004), "Analisi del rischio di insolvenza di una PMI tramite l'utilizzo del modello dello Z-Score", *Amministrazione e Finanza*, n. 1/2004.
- [18] Brunori E., (2004), *Modelli matematici per l'analisi del rischio di insolvenza*, Perugia, Sintesi Consulting.
- [19] Burns P., (2002), *Retail credit risk modeling and the Basel Capital Accord*, Payment Cards Center.
- [20] Busia A., (2003), *Modelli statistici per il rischio di credito ed il progetto StarRisk*, Roma, Università degli studi Roma Tre.
- [21] Caouette J., Altman E., Narayanan P., (1998), *Managing credit risk: the next great financial challenge*, Canada, John Wiley & Sons.
- [22] Caouette J., Altman E., Narayanan P., Nimmo R., (2008), *Managing credit risk: the great challenge for global financial markets*, New Jersey, John Wiley & Sons.



- [23] Carosio G., (2008), *L'applicazione di Basilea 2 alla prova dei fatti*, Roma, ABI.
- [24] Carretta A. & Schwizer P., (2011), *L'impatto di Basilea 3 sul sistema finanziario ed il ruolo del factoring*, Torino.
- [25] Cèpedes Garcia J. C., (2002), *Credit risk modelling and Basel II*, Algo research quarterly, vol. 5, n. 1.
- [26] Chiogna M. & Pauli F., (2008-2009), *Tecniche statistiche di classificazione*, Padova, Università di Padova.
- [27] Confindustria Ravenna, (2011), *Basilea 3: novità nel rapporto tra banca e impresa*, Ravenna.
- [28] Cornalba C., (2007-2008), *Analisi statistica dei dati, misurazione e gestione dei rischi*, Credito Artigiano, Gruppo Bancario Credito Valtellinese.
- [29] Cossin D. & Pirotte H., (2001), *Advanced credit risk analysis: financial approaches and mathematical models to assess, price and manage credit risk*, New York, John Wiley & Sons.
- [30] Crouhy M., Galai D., Mark R., (2000), "A comparative analysis of current credit risk models", *Journal of Banking & Finance*, 24 (2000), pp. 59-117.
- [31] D'Annunzio N. & Falavigna G., (2004), *Modelli di analisi e previsione del rischio di insolvenza. Una prospettiva delle metodologie applicate*, Torino, Ceris-Cnr, Working Paper n. 17/2004.
- [32] Daddi S., (2004), *Reti neurali artificiali e reti neurali Bayesiane*, Perugia, Università degli studi di Perugia.
- [33] Damodaran A., (2011), *Equity Risk Premiums (ERP): determinants, estimation and implications – The 2011 Edition*, New York, Stern School of Business.
- [34] De Servigny A. & Renault O., (2004), *Measuring and managing credit risk*, U.S.A., McGraw-Hill.

- [35] Di Giovambattista C., (2003-2004), *Sul prezzaggio di obbligazioni a rischio di fallimento con un modello regime switching*, Roma, Università degli studi Roma Tre.
- [36] di Tollo G., (2005), *Reti neurali e rischio di credito: stato dell'arte e analisi sperimentale*, Pescara, Università degli studi "G. D'Annunzio".
- [37] Elizalde A., (2005), *Credit risk models II: Structural models*, Madrid, CEMFI.
- [38] Embrechts P., (2003), *Rating-based credit risk models*, London, London School of Economics.
- [39] Erken L. J., (2008), *The Merton model for default probabilities: a valid model for Dutch companies?*, Nederland, Universiteit van Tilburg.
- [40] Faraci F., (2003-2004), *Da Basilea I a Basilea II: le tappe di un processo evolutivo nel rapporto banca-impresa*, Palermo, Università degli Studi di Palermo.
- [41] Fernandez P. & del Campo J., (2010), *Market Risk Premium used in 2010 by Analysts and Companies: a survey with 2,400 answers*, Barcelona, IESE Business School.
- [42] Gallo C., (2007), *Reti neurali artificiali: teoria e applicazioni*, Foggia, Università degli studi di Foggia.
- [43] Gerantonis N., Vergos K., Christopoulos A., (2009), "Can Altman Z-score models predict business failures in Greece?", *Research Journal of International Studies*, October, 2009.
- [44] Giolli L., (2005-2006), *Un modello VaR per la misurazione del rischio di credito*, Bologna, Università di Bologna.
- [45] Giuliano N., (2006-2007), *Una simulazione ad agenti degli effetti del credit scoring applicato alle PMI*, Torino, Università degli studi di Torino.
- [46] Grasselli M. R. & Hurd T. R., (2008), *Credit risk modeling*, Hamilton, McMaster University.

- [47] Hull J. & Barone E., (2009), *Opzioni, futures e altri derivati*, Italia, Pearson Education Italia.
- [48] Hull J., Nelken I., White A., (2003-2004), *Merton's model, credit risk and volatility skews*, Toronto, University of Toronto.
- [49] Iannucci J., (2003-2004), *Analisi discriminante, regressione logistica e reti per la stima delle probabilità di fallimento. Applicazioni ed estensioni del metodo Z-Score*, Roma, Università degli Studi di Roma Tre.
- [50] KMV, (2001), *Portfolio management of default risk*, San Francisco.
- [51] Lamon N., (2003-2004), *Il rendiconto finanziario a supporto del processo di valutazione del rischio di credito*, Padova, Università degli studi di Padova.
- [52] Lando D., (2004), *Credit risk modeling: theory and applications*, U.S.A., Princeton University Press.
- [53] Löffler G. & Posh P., (2007), *Credit risk modeling using Excel and VBA*, John Wiley & Sons.
- [54] Marzinotto M., (2002-2005), *Coordinamento dell'isolamento delle linee in cavo a dielettrico estruso*, Roma, Università degli Studi "La Sapienza", pp. 212-213.
- [55] Marzovilli M., (2006-2007), *La regressione multivariata: un'applicazione a dati antropologici*, Padova, Università degli studi di Padova.
- [56] Mastromarco C., (2011), "Analisi dei mercati e sviluppo locale", *Lineamenti di Econometria 2*", Lecce, Università di Lecce.
- [57] Minotti S., (2008-2009), *Analisi discriminante lineare come strumento di credit scoring e di previsione delle insolvenze aziendali: approccio di Fisher*, Milano, Università degli Studi di Milano-Bicocca.
- [58] Nardon, M. (2004) *Un'introduzione al rischio di credito*, Venezia, Università Ca' Foscari.

- [59] Peavy J. & Edgar M., (1982), *A multiple discriminant analysis of BHC commercial rating paper*, *Jurnal of Banking and Finance* 7, North-Holland Publishing Company.
- [60] Petralia G., (2011), *L'approccio dei rough sets basati sulla dominanza applicato alla valutazione del merito creditizio*, Catania, Università degli studi di Catania.
- [61] Poli M., Trinca Colonel R., Zucca F., (2007), *Definizione di un modello di scoring*, Milano, Bocconi School of Management.
- [62] Regolamento (CE) N. 2237/2004 (2004), *Principio Contabile Internazionale IAS n. 16*, par. 6.
- [63] Resti A., (2001), *Misurare e gestire il rischio di credito nelle banche: una guida metodologica*, Roma, Fondo Interbancario di Tutela dei Depositi.
- [64] Resti, A. & Sironi, A. (2008), *Rischio e valore nelle banche*, Milano, Egea, pp. 351-571.
- [65] Romito, F. (2008-2009), *I rischi di credito e operativo*, Roma, Università degli Studi Roma Tre.
- [66] Romito, F. (2009), *Il rischio di credito*, Roma, niversità degli Studi Roma Tre.
- [67] Santini C., Carosio G. & Marullo Reedtz P., (2000), *Misurazione e gestione del rischio di credito*, Milano, Università Cattolica del Sacro Cuore.
- [68] Saunders A. & Allen L., (2002), *Credit risk measurement: new approaches to value at risk and other paradigms*, New York, John Wiley & Sons.
- [69] Saunders A. & Allen L., (2010), *Credit risk measurement in and out the financial crisis: new approaches to value at risk and other paradigms*, New York, John Wiley & Sons.
- [70] Senati M., (2007-2008), *Rischio di credito: approccio di vigilanza*, Milano, Università Bicocca.
- [71] Simone A. *et al.*, (2004-2005), "Modelli di analisi finanziaria per la prevenzione delle insolvenze", *Quaderno AIAF n. 121*, Milano.

- [72] Sironi A., (2007), *I modelli fondati sul mercato dei capitali*, Milano, Università Commerciale Luigi Bocconi.
- [73] Stein R., (2005), *Evidence on the incompleteness on Merton-type structural models for default prediction*, Moody's KMV Company.
- [74] Szego G. & Varetto F., (1999), *Il rischio creditizio. Misura e controllo*, Utet, Torino.
- [75] Trevisan, S., (2004-2005), *Rischio di credito e probabilità di default: segmentazione clientela e modelli logit*, Padova, Università degli Studi di Padova.
- [76] Tudela M. & Young G., (2003), *A Merton-model approach to assessing the default risk of UK public companies*, Bank of England, Working Paper n. 194.
- [77] Wehrspohn U., (2002-2003), *Credit risk evaluation: modeling, analysis, management*, Germany, Heidelberg University.
- [78] Zarbo E. T., (2007), "The supervisory review process", *Studi e note di economia*, Anno XII, n. 2-2007, pp. 283-303.

## Siti internet consultati

- [1] [www.borsaforex.it](http://www.borsaforex.it)
- [2] [www.borsaitaliana.it](http://www.borsaitaliana.it)
- [3] [www.businessonline.it](http://www.businessonline.it)
- [4] [www.dt.tesoro.it](http://www.dt.tesoro.it)
- [5] [www.ilsole24ore.com](http://www.ilsole24ore.com)
- [6] [www.it.money.msn.com](http://www.it.money.msn.com)
- [7] [www.mathfinance.cn](http://www.mathfinance.cn)
- [8] [www.milanofinanza.it](http://www.milanofinanza.it)
- [9] [www.moodyskmv.com](http://www.moodyskmv.com)
- [10] [www.osservatoriofinanziario.it](http://www.osservatoriofinanziario.it)
- [11] [www.portalino.it](http://www.portalino.it)
- [12] [www.ratinglab.eu](http://www.ratinglab.eu)
- [13] [www.reuters.com](http://www.reuters.com)
- [14] [www.tesionline.it](http://www.tesionline.it)
- [15] [www.wikipedia.it](http://www.wikipedia.it)

## Indice delle figure

Figura 1-1: <i>Evoluzione del credito al settore privato da parte delle banche (2006-2011)</i>	2
Figura 1-2: <i>Prestiti bancari per gruppo dimensionale di banca (2005-2011)</i> .....	2
Figura 1-3: <i>Andamento tasso di ingresso in sofferenza per le banche italiane (1990-2011)</i> .....	3
Figura 2-1: <i>Perdita attesa e inattesa</i> .....	14
Figura 3-1: <i>Principi per la gestione del rischio di credito stabiliti dal Comitato di Basilea</i> .....	23
Figura 3-2: <i>Possibile distribuzione delle perdite su crediti</i> .....	29
Figura 3-3: <i>Il capitale assorbito da Basilea 1 a Basilea 2</i> .....	29
Figura 3-4: <i>Prociclicità e Basilea 2</i> .....	31
Figura 4-1: <i>Sintesi grafica dell'analisi discriminante lineare</i> .....	33
Figura 4-2: <i>Grafico valori delle due variabili indipendenti per le imprese</i> .....	37
Figura 4-3: <i>Cut-off point</i> .....	41
Figura 4-4: <i>Sigmoide logistica</i> .....	58
Figura 4-5: <i>Confronto grafico dei risultati con regressione lineare e logistica</i> .....	59
Figura 4-6: <i>Funzione di densità, differenze tra il modello logit ed il modello probit</i> ....	60
Figura 4-7: <i>Funzione di ripartizione, differenze tra il modello logit ed il modello probit</i> .....	61
Figura 4-8: <i>Statistiche regressione lineare</i> .....	62
Figura 4-9: <i>Errori Standard regressione lineare</i> .....	63

Figura 4-10: <i>P-value</i> regressione lineare .....	65
Figura 4-11: $R^2$ regressione lineare .....	66
Figura 4-12: <i>Struttura analisi di scenario</i> .....	67
Figura 4-13: <i>Statistiche descrittive delle 5 variabili</i> .....	70
Figura 4-14: <i>Confronto distribuzioni variabili</i> .....	74
Figura 4-15: <i>Schema di rete neurale</i> .....	77
Figura 4-16: <i>La struttura di un algoritmo genetico</i> .....	80
Figura 4-17: <i>Risultati analisi discriminante lineare (<math>\alpha=-7,303</math>)</i> .....	81
Figura 4-18: <i>Risultati analisi discriminante lineare (<math>\alpha'=-6,322</math>)</i> .....	82
Figura 4-19: <i>Risultati analisi discriminante lineare (<math>\alpha''=-2,676</math>)</i> .....	82
Figura 4-20: <i>Risultati modello di Altman</i> .....	83
Figura 4-21: <i>Risultati modello logit</i> .....	83
Figura 5-1: <i>Struttura finanziaria di un'impresa</i> .....	93
Figura 5-2: <i>La logica sottostante al modello di Merton</i> .....	96
Figura 5-3: <i>Payoff per le due classi di stakeholders</i> .....	99
Figura 5-4: <i>Analisi di scenario per PD neutrali al rischio e reali</i> .....	130
Figura 5-5: <i>La logica sottostante al modello di KMV</i> .....	144
Figura 5-6: <i>Analisi di scenario per PD neutrali al rischio e reali nell'approccio delle "2 equazioni"</i> .....	149
Figura 5-7: <i>Risultati modello di Merton "classico"</i> .....	155
Figura 5-8: <i>Risultati modello delle "2 equazioni"</i> .....	156
Figura 5-9: <i>Risultati modello di KMV</i> .....	156
Figura 6-1: <i>Rendimento FTSE Italia All-Share (2007-2010)</i> .....	158
Figura 6-2: <i>Volatilità FTSE Italia All-Share (2007-2010)</i> .....	158



## Indice delle tabelle

Tabella 1-1: <i>Qualità del credito erogato dai 5 maggiori gruppi bancari italiani</i> .....	3
Tabella 2-1: <i>Principali determinanti del tasso di recupero</i> .....	10
Tabella 3-1: <i>Ponderazioni per il rischio di credito</i> .....	20
Tabella 3-2: <i>Ponderazioni per il rischio nel nuovo approccio Standard</i> .....	26
Tabella 4-1: <i>Imprese del campione distinte in base ai valori dell'indice di indipendenza finanziaria</i> .....	36
Tabella 4-2: <i>Valori delle due variabili indipendenti per le banche</i> .....	37
Tabella 4-3: <i>Statistiche descrittive dati</i> .....	38
Tabella 4-4: <i>Valori degli score per le imprese</i> .....	40
Tabella 4-5: <i>Valori degli z-score rispetto ad <math>\alpha</math></i> .....	41
Tabella 4-6: <i>Valori degli z-score e delle PD</i> .....	43
Tabella 4-7: <i>Conclusioni del modello sulla base dei diversi cut-off</i> .....	46
Tabella 4-8: <i>Z- score per le imprese</i> .....	49
Tabella 4-9: <i>Lambda di Wilks</i> .....	50
Tabella 4-10: <i>Lambda di Wilks (m-1)</i> .....	52
Tabella 4-11: <i>Valori della variabile <math>y_i</math> per le imprese</i> .....	56
Tabella 4-12: <i>Probabilità di default con il modello logit</i> .....	59
Tabella 4-13: <i>Risultati analisi di scenario per le imprese del gruppo A</i> .....	68
Tabella 4-14: <i>Risultati analisi di scenario per le imprese del gruppo B</i> .....	69
Tabella 4-15: <i>Intervallo al 99% per le variabili, con ipotesi di distribuzione normale</i> .	71
Tabella 4-16: <i>Intervallo al 99% per le variabili del modello</i> .....	71

Tabella 4-17: <i>Confronto media, asimmetria e curtosi delle variabili dopo l'applicazione del trimming</i> .....	72
Tabella 4-18: <i>Confronto media, asimmetria e curtosi delle variabili dopo l'applicazione del trimming e della winsorization</i> .....	73
Tabella 5-1: <i>Perdita rilevata per i diversi valori dell'attivo</i> .....	98
Tabella 5-2: <i>Payoff, in <math>T_0</math> e in <math>T</math>, per una banca che concede il prestito ed acquista una put</i> .....	99
Tabella 5-3: <i>Scadenze medie (<math>T</math>) del passivo per le imprese</i> .....	105
Tabella 5-4: <i>Valori di mercato delle passività per le imprese (valori in milioni di euro)</i> .....	106
Tabella 5-5: <i>Valori di mercato dell'equity per le imprese (valori in milioni di euro)</i> ..	107
Tabella 5-6: <i>Valori di mercato dell'equity per le imprese (valori in milioni di euro) (continua)</i> .....	108
Tabella 5-7: <i>Valori di mercato delle attività per le imprese (valori in milioni di euro)</i>	109
Tabella 5-8: <i>Valori di mercato delle attività per le imprese (valori in milioni di euro) (continua)</i> .....	110
Tabella 5-9: <i>Rendimenti mensili delle attività per le imprese</i> .....	111
Tabella 5-10: <i>Rendimenti mensili delle attività per le imprese (continua)</i> .....	112
Tabella 5-11: <i>Volatilità dei rendimenti dell'attivo per le imprese</i> .....	113
Tabella 5-12: <i>Rendimento FTSE Italia All-Share e tasso risk-free (dal 30/12/2009 al 30/12/2010)</i> .....	115
Tabella 5-13: <i>Rendimenti in eccesso FTSE Italia All-Share</i> .....	115
Tabella 5-14: <i>Rendimenti in eccesso delle attività per le imprese</i> .....	116
Tabella 5-15: <i>Rendimenti in eccesso delle attività per le imprese (continua)</i> .....	117
Tabella 5-16: $\beta$ , $E(R_A)$ e $\mu_A$ per le imprese .....	118
Tabella 5-17: <i>PD "neutrali al rischio" e "reali" per le imprese</i> .....	119
Tabella 5-18: <i>PD reali in ordine crescente</i> .....	120
Tabella 5-19: <i>Valore di mercato del prestito e valore dell'opzione put per le imprese</i>	121

Tabella 5-20: <i>Spread e tassi attivi applicati alle imprese, ordinati per PD</i> .....	123
Tabella 5-21: <i>Rendimenti logaritmici per le imprese</i> .....	125
Tabella 5-22: <i>Statistiche descrittive per le imprese</i> .....	126
Tabella 5-23: <i>Distribuzioni imprese con valori "critici" indici di asimmetria e curtosi</i> .....	127
Tabella 5-24: <i>Distribuzioni imprese con valori "critici" indici di asimmetria e curtosi</i> (continua) .....	128
Tabella 5-25: <i>Percentuale di crescita delle attività da dicembre 2009 a dicembre 2010</i> .....	129
Tabella 5-26: <i>Risultati PD dopo l'analisi di scenario</i> .....	131
Tabella 5-27: <i>Risultati PD dopo l'analisi di scenario (continua)</i> .....	132
Tabella 5-28: <i>"Valori limite" (in percentuale) diminuzione attivo</i> .....	133
Tabella 5-29: <i>Payoff, in <math>T_0</math> e in <math>T</math>, per l'azionista o per chi acquista una call</i> .....	137
Tabella 5-30: <i>Valore di mercato dell'equity e volatilità per le imprese</i> .....	139
Tabella 5-31: <i>Valori di mercato dell'attivo e volatilità per le imprese con il modello di</i> <i>Merton "classico" e con l'approccio delle "2 equazioni"</i> .....	141
Tabella 5-32: <i>Confronto PD utilizzando i due approcci</i> .....	142
Tabella 5-33: <i>PD reali ordinate per le imprese</i> .....	143
Tabella 5-34: <i>Default point, distance to default ed EDF per le imprese</i> .....	146
Tabella 5-35: <i>EDF ordinate per le imprese</i> .....	147
Tabella 5-36: <i>Valore di mercato attività e volatilità in seguito ad una variazione del 9%</i> .....	148
Tabella 5-37: <i>Risultati PD (per l'approccio a "2 equazioni") dopo l'analisi di scenario</i> .....	150
Tabella 5-38: <i>Risultati PD (per l'approccio a "2 equazioni") dopo l'analisi di scenario</i> (continua) .....	151
Tabella 5-39: <i>Indice di leverage per le imprese nei diversi scenari</i> .....	152