LIBERA UNIVERSITÀ INTERNAZIONALE DEGLI STUDI SOCIALI
"LUISS - GUIDO CARLI"

Dipartimento di Economia e Finanza

Corso di laurea in Economia e Finanza – Finanza dei Mercati e Quantitativa

I Mercati Sperimentali:
Il Rotman Interactive Trader

RELATORE:
CHIARISSIMO PROF. EMILIO BARONE

LAUREANDO:
MARCO SALERNO
MATR. 631251

CORRELATORE:
CHIARISSIMO PROF. NICOLA BORRI

ANNO ACCADEMICO 2011-12

Indice

Capitolo 1 - Un software per le simulazioni di mercato

Nella nostra tesi di laurea abbiamo analizzato il software Rotman Interactive Trader (RIT) che è stato sviluppato dalla University of Toronto con la finalità di consentire la diffusione dell'*experiential learning*. Questa metodologia d'insegnamento, ampiamente utilizzata oltreoceano (University of Toronto, Massachusetts Insitute of Technology, HEC University of Montreal, etc.), ha lo scopo di integrare la teoria con la pratica. Oltre allo studio teorico del problema gli studenti sono incentivati a risolvere *cases* empirici ed il RIT è il software utilizzato da numerose università nordamericane per le simulazioni di tali *case* empirici.
In tal senso è un software costruito per consentire agli studenti di applicare le loro conoscenze teoriche in contesti governati dall'incertezza. Per esempio, sono disponibili *cases* sviluppati dal FRTL[1] in cui gli studenti imparano come funzionano i mercati, come scambiare titoli finanziari, come identificare e quantificare determinate tipologie di rischio. Il RIT può esser visto come un simulatore di volo sul quale caricare un determinato scenario e dove gli studenti, attraverso la simulazione hanno la possibilità di provare in modo diretto le implicazioni di quel determinato scenario, sviluppando strategie che permettano di ottimizzare la propria performance. Gli scenari sono ripetuti in modo iterativo e possono essere generati in modo casuale, oppure possono essere predeterminati dal docente in base allo scopo. Per esempio, se si volesse simulare una situazione di *crash* sui mercati finanziari, sarebbe sufficiente programmare un foglio Excel che replichi tale *crash* e caricarlo sul software. Gli studenti sono così incentivati ad analizzare la reazione del mercato e degli altri colleghi e sono motivati nella ricerca di strategie che permettano di migliorare le proprie performance.
Il RIT fornisce anche la possibilità di utilizzare modelli Excel da "collegare" in tempo reale con il mercato simulato in modo da illustrare agli studenti come la teoria possa essere trasformata in strategie pratiche. Per esempio, il foglio Excel può essere utilizzato per calcolare i prezzi attesi e/o gli *hedge ratio* necessari per seguire una determinata strategia di *risk management*. Ancora, per calcolare le greche di un portafoglio di opzioni per valutare l'esposizione ai diversi fattori di rischio. Gli studenti, seguendo tale approccio, imparano come trasferire nella pratica le formule apprese dai libri di testo.
Dopo aver avuto la possibilità di essere ospiti presso il Financial Research and Trading Lab per un mese, abbiamo fornito le istruzioni delle variabili che è possibile modificare sul software per rendere la simulazione più aderente alle proprie necessità[2].

Capitolo 2 – Market Making & Algorithmic Trading

Dal momento che il RIT permette di simulare anche situazioni di *High Frequency Trading* abbiamo analizzato il problema del *market making*. I mercati di borsa infatti non consentono di avere un unico prezzo per lo stesso titolo a causa della presenza del *bid-ask spread*. Se infatti volessimo acquistare dovremmo pagare il prezzo *ask* quotato mentre se volessimo vendere potremmo farlo ricevendo il prezzo *bid*. Inoltre, nei mercati *quote-driven* è il *market maker* a quotare costantemente un prezzo *bid* ed uno *ask*. Nei mercati *order-driven* ogni *trader può* fissare le sue quotazioni *bid* e *ask* immettendo nel mercato due *limit order* di segno opposto con lo scopo di lucrare lo *spread*. È importante notare

[1] Financial Research and Trading Lab (FRTL) della Rotman School of Management, University of Toronto.
[2] Si rimanda al testo completo per una spiegazione delle singole variabili che occuperebbe troppo spazio in questo riassunto.

che queste quotazioni sono limitate ad un determinato quantitativo che viene dichiarato preventivamente. Infatti sia il *market maker* che il *trader* sono tenuti a specificare il volume per il quale sono disposti a eseguire gli ordini ai prezzi quotati.
Alla luce di quanto detto, possiamo vedere il costo di ogni transazione finanziaria come composto da due parti:

- Il valore del titolo
- Costo da sostenere affinché la transazione avvenga immediatamente (*cost of immediacy*)

Da questa prospettiva possiamo affermare che il *cost of immediacy* è quel fattore che giustifica la differenza tra il prezzo pagato nella transazione ed il valore reale del bene (*fundamental value*). Il modello che abbiamo fornito utilizza la teoria delle opzioni per la determinazione dei prezzi *bid* ed *ask*.
In particolare, si nota che un *limit order* per l'acquisto (vendita) può esser visto come un'opzione americana put (call) con prezzo d'esercizio pari al *bid* (*ask*). Pertanto, è come se il *market maker* vendesse al mercato uno straddle composto due opzioni *out of the money* il cui premio è rappresentato dalla differenza tra il *mid-price* (il prezzo medio tra *bid* ed *ask*) ed il prezzo d'esercizio dell'opzione. Tale premio è incassato soltanto quando l'opzione viene esercitata dunque tali opzioni sono simili a delle *deferred premium option*. Il limite principale di tale impostazione consiste nel fatto che si devono fare delle assunzioni circa la *maturity* delle opzioni. I *limit order* possono infatti essere cancellati e ciò fa si che la scadenza delle opzioni non sia fissa ma stocastica.
Per superare tale problema ed al fine di preservare la trattabilità analitica, si può ipotizzare una particolare struttura di mercato che consente di calcolare i prezzi *bid* ed *ask* utilizzando variabili che possono essere osservate sul mercato.
Quando un trader immette un *limit order* di vendita con quantità Q ad un prezzo K, egli dà alla controparte la possibilità di acquistare ad un determinato prezzo una certa quantità di titoli. Il *limit order* di vendita può, dunque, essere visto come una call americana scritta su Q titoli. Analogamente, un *limit order* d'acquisto con quantità Q ad un prezzo K dà, alla controparte, la possibilità di vendere ad un determinato prezzo una certa quantità del titolo pertanto equivale ad una put americana scritta su Q titoli. Immettere un *limit order* equivale dunque a offrire un'opzione al mercato che cessa di esistere non appena qualcuno la esercita. Affinché gli scambi avvengano immediatamente, chi scrive l'opzione deve stabilire un prezzo K tale da far si che sia ottimale esercitare l'opzione immediatamente.
Inoltre, il valore del *limit order* (che ricordiamo essere un'opzione) ed il suo esercizio ottimale dipendono da tre fattori:

- la struttura del mercato;
- l'andamento del *fair price* del titolo;
- il tasso d'arrivo degli ordini di segno opposto (misurato come numero di ordini/unità di tempo);

Questi tre elementi hanno una dinamica molto complessa e, al fine di preservare la trattabilità analitica del modello, sono state fatte delle ipotesi che riportiamo di seguito.
Il modello ipotizza che vi siano due categorie di agenti, entrambi con lo stesso set informativo: i *trader* ed il *market maker*. Il *market maker* fa da intermediario assicurando liquidità e facilitando gli scambi tra i *trader*. A differenza dei *trader*, il *market maker* ha la possibilità di avere continuamente accesso ad un *interdealer market* dove può coprire le sue posizioni effettuando gli scambi al *fair price* [3].

[3] Questa caratteristica è propria anche del modello proposto da Duffie, D., Gàrleanu, N. & Pedersen, L. H., 2005. Over-the-counter Markets. *Econometrica*, Volume 73, pp. 1815-1847.

L'impossibilità, per i *trader*, di rivolgersi all'*interdealer market* giustifica la presenza del *market maker* e del *bid-ask spread*.
Si ipotizza un mercato in cui i *trader* hanno la possibilità di utilizzare soltanto dei *limit order* e sono alla ricerca di liquidità, pertanto vogliono che l'ordine sia eseguito immediatamente. Si ipotizza inoltre che vi sia un'asimmetria tra l'arrivo degli ordini d'acquisto e quelli di vendita per un determinato prezzo. Sul mercato è presente un *market maker* che fornisce liquidità (*liquidity provider*). Egli, data la sua posizione privilegiata, riuscirà a fissare uno *spread* rispetto al *fair price* che sarà sostenuto dai *liquidity trader* in cambio dell'immediatezza della transazione. Possiamo affermare che il *market maker* ha una forza contrattuale nel fissare i prezzi *bid* ed *ask* per via della sua posizione privilegiata. Infatti, affinché il *limit order* immesso dal trader (colui che scrive l'opzione) sia eseguito immediatamente, egli deve offrire al mercato un'opzione che sia sufficientemente *in-the-money* in modo da indurre il *market maker* ad esercitarla immediatamente. L'opzione scritta dal *trader* potrebbe essere esercitata anche da *limit orders* di segno opposto. Questi ultimi arrivano, per ipotesi, in modo stocastico (seguendo un processo di Poisson) pertanto soltanto il *market maker* può assicurare l'esecuzione immediata (ricordiamo che il *trader* è alla ricerca di immediatezza).
Gli ordini di segno opposto, inoltre, hanno il potere di far diminuire il numero delle transazioni poste in essere dal *market maker*. Possono essere visti come una sorta di dividendo stocastico sul sottostante (la quantità Q di titoli) e creano un incentivo, per il *market maker*, all'esercizio anticipato. Il grado della forza contrattuale del *market maker* è, dunque, influenzato dall'intensità con cui arrivano gli ordini di segno opposto. Al limite, quando il tasso d'arrivo degli ordini di segno opposto (misurato come numero di ordini per unità di tempo) tende all'infinito, la forza contrattuale del *market maker* scompare. La caratteristica peculiare di questo modello consiste nel fatto che quei prezzi che portano all'esercizio immediato dell'opzione rappresentano le quotazioni *bid* ed *ask* del *market maker*.
Un *limit order* sarà indicato dalla sigla $L^i(Q,K)$. Q è la quantità specificata nell'ordine, K il prezzo e i indica il tipo ($i=B$ per *buy*, $i=S$ per *sell*). Come già brevemente accennato, i *limit orders* possono essere esercitati dal *market maker* in qualsiasi istante precedente l'arrivo di un ordine di segno opposto con quantità pari a Q. Quando sul mercato ci sono due ordini di segno opposto con la medesima quantità, la transazione avviene al *fair price* (prezzo medio tra *bid* ed *ask*). Se gli ordini hanno dimensioni diverse, $q < Q$, allora si compenseranno al *fair price* soltanto per la quantità pari alla minore delle due, q.
Dal momento che l' arrivo degli ordini immessi dai *trader* è ipotizzato seguire un processo di Poisson con parametro $\lambda^B(Q)$ oppure da $\lambda^S(Q)$ a seconda che l'ordine sia d'acquisto o di vendita, il tempo necessario affinché un ordine $L^i(Q,K)$ sia assorbito dagli ordini di segno opposto segue una distribuzione esponenziale con media pari, rispettivamente, a $[\lambda^B(Q)]^{-1}$ per $i=S$ oppure $[\lambda^S(Q)]^{-1}$ per $i=B$.
Per evitare l'analisi dell' *order book* si è ipotizzato che i tutti i *trader* abbiano bisogno di liquidità pertanto immettono soltanto ordini che siano immediatamente esercitabili dal *market maker*. Al fine di indurre il *market maker* all'esercizio anticipato, il trader deve scrivere un'opzione che sia sufficientemente *in-the-money*. Bisogna dunque determinare i prezzi che inducono l'esercizio immediato dell'opzione e per farlo è necessario valutare tale opzione.
Abbiamo bisogno di tre elementi:

- il tasso d'interesse privo di rischio, r;
- la volatilità del titolo, σ;
- il tasso al quale arrivano ordini di segno opposto, $\lambda^i(Q)$ che è a sua volta una funzione della quantità Q.

Si definiscono $K_B(Q)$ e $K_A(Q)$ i prezzi che assicurano una transazione immediata di Q titoli, rispettivamente in acquisto ed in vendita dal punto di vista del *market maker* e che sono equivalenti

alle quotazioni dei prezzi *bid* ed *ask*. Segue che lo *strike price* per il quale risulta ottimale esercitare immediatamente un *limit order* di vendita (acquisto) su *Q* azioni rappresenta la quotazione *bid* (*ask*) per il quantitativo *Q*. Per come è stato descritto il modello, possiamo valutare i *limit order* come se fossero delle opzioni perpetue superando uno dei limiti del modello di Copeland e Galai che invece necessitavano la stima della *maturity* dei *limit order*.
Per quanto detto, l'opzione da valutare è un'opzione perpetua il cui sottostante paga un dividendo stocastico rappresentato dal numero di transazioni eseguite da ordini di segno opposto.
Il dividendo rappresentato dal numero di transazioni eseguite da ordini di segno opposto è un elemento fondamentale del modello perché induce il *market maker* monopolista ad esercitare anticipatamente l'opzione e chiarisce anche la sua funzione di *liquidity provider*.
Definiamo con $L(V_t, Q, K)$ il valore di un limit order al tempo *t* per una quantità *Q* e con uno strike price pari a *K*. Date le assunzioni poste finora, $L(V_t, Q, K)$ avrà il seguente moto:

$$\begin{aligned} dL(V_t, Q, K) = \lim_{\Delta t \to 0} \Big[\pi(t, t+\Delta t) \, . \, \big(L(V_{t+\Delta t}, Q, K) - L(V_t, Q, K) \big) \\ + \big(1 - \pi(t, t+\Delta t)\big) \, . \, \big(0 - L(V_t, Q, K)\big) \Big] \end{aligned} \qquad 1$$

dove $\pi(t, t + \Delta t)$ rappresenta la probabilità che il *limit order* non venga esercitato nell'intervallo di tempo Δt.
Utilizzando il lemma di Ito e ricordando che gli ordini arrivano seguendo un processo di Poisson possiamo giungere alla seguente equazione differenziale ordinaria di secondo grado:

$$L_F \, . \, \left(rF_{Q,t}\right) + \frac{1}{2} L_{FF} \, . \, (\sigma F_{Q,t})^2 - \left(r + \lambda^i(Q)\right) . L = 0 \qquad 2$$

con $F_{Q,t} (= Q \cdot V_t)$ che rappresenta il *fair price* di *Q* titoli, $\lambda^i(Q)$ rappresenta la probabilità istantanea che arrivi un ordine di segno opposto con quantità pari a *Q*. I pedici nell'equazione 2 indicano le derivate parziali. La risoluzione dell'equazione ci fornirà il valore dei *limit order* (sia di vendita che d'acquisto) e di conseguenza delle quotazioni *bid* ed *ask*. La soluzione che ci fornisce il valore di un *limit order* di vendita sarà[4]:

$$\begin{cases} L^S(V_t, Q, K) = Q \cdot (V^* - K) \cdot \left(\dfrac{V_t}{V^*}\right)^{\gamma_1} & \text{se} \quad V_t < V^* \\ L^S(V_t, Q, K) = Q \cdot (V_t - K) & \text{se} \quad V_t \geq V^* \end{cases} \qquad 3$$

con

$$V^* = K \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}$$

$$\gamma_1 = \frac{-\left(r - \dfrac{\sigma^2}{2}\right) + \sqrt{\left(r - \dfrac{\sigma^2}{2}\right)^2 + 2\sigma^2\big(r + \lambda^i(Q)\big)}}{\sigma^2}$$

Per un *limit order* d'acquisto la soluzione sarà la seguente:

[4] Per la risoluzione dell'equazione 2 abbiamo seguito: Barone, G., 2010. European Compound Options Written on Perpetual American Options. *Working Paper*, November.

$$\begin{cases} L^B(V_t,Q,K) = Q \cdot (K - V^{**}) \cdot \left(\frac{V_t}{V^{**}}\right)^{\gamma_2} & \text{se} \quad V_t > V^* \\ L^B(V_t,Q,K) = Q \cdot (K - V^{**}) & \text{se} \quad V_t \leq V^* \end{cases} \qquad 4$$

con

$$V^{**} = K \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}$$

$$\gamma_2 = \frac{-\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) - \sqrt{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)^2 + 2\sigma^2\left(r + \lambda^i(Q)\right)}}{\sigma^2}$$

Affinché l'opzione sia esercitata immediatamente, colui che la scrive deve scegliere uno *strike price* tale da renderne nullo il valore temporale. Questo *strike price* individua la quotazione *bid/ask* che definiremo come K_B/K_A. La differenza tra V_t e la quotazione *bid/ask* ci fornisce il valore di un'opzione che è esercitabile immediatamente e rappresenta il costo per l'immediatezza sostenuto dal *trader* per un quantitativo di titoli pari a Q. Per quanto detto, possiamo ricavare le quotazioni *bid* ed *ask* dalle equazioni che definiscono V^* e V^{**}. La quotazione *bid* sarà:

$$K_B(Q) = V_t \cdot \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1} \qquad 5$$

la quotazione *ask* sarà invece pari a:

$$K_A(Q) = V_t \cdot \frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_2} \qquad 6$$

Le relazioni che spiegano γ_1e γ_2 possono essere semplificate laddove $\lambda^i(Q) >> r$ (il parametro $\lambda^i(Q)$ è largamente superiore al tasso d'interesse privo di rischio). In particolare la formula per il calcolo di γ_1 e γ_2 può essere così approssimata:

$$\gamma_1 \approx +\frac{\sqrt{2\lambda^B(Q)}}{\sigma} \qquad \text{e} \qquad \gamma_2 \approx -\frac{\sqrt{2\lambda^S(Q)}}{\sigma} \qquad 7$$

Pertanto, secondo il modello, il costo per l'immediatezza espresso come percentuale del *fair price* del titolo sottostante sarà approssimativamente proporzionale a $[\lambda^i(Q)]^{-1/2}$ (la radice quadrata del tempo necessario affinché un ordine $L^i(Q,K)$ sia assorbito dagli ordini di segno opposto). Inoltre, il costo per l'immediatezza converge a zero al tendere di $\lambda^i(Q)$ a infinito.

La probabilità istantanea che arrivi un ordine di segno opposto [$\lambda^i(Q)$] è, a sua volta funzione di Q. Ipotizzando che il tempo medio affinché un *limit order* con quantità pari a Q sia assorbito da ordini di segno opposto è pari a Q volte il tempo necessario per l'assorbimento di un *limit order* con quantità pari ad 1, allora $\lambda^i(Q) = \lambda^i(1) \cdot Q$. Ciò implica che il costo per l'immediatezza espresso come percentuale del *fair price* del titolo sarà approssimativamente proporzionale alla radice quadrata di Q come mostra la seguente relazione:

$$P(Q) \approx \sigma \sqrt{\frac{Q}{\lambda^i(1)}} \qquad 8$$

Il *bid-ask spread*, secondo quanto previsto dal modello, aumenta all'aumentare della volatilità del sottostante. Ciò è in linea con quanto mostrato da altri autori [(Demsetz, 1968) e (Ho & Stoll, 1981)][5] ed è intuitivamente coerente dal punto di vista economico. Infatti, se un *market maker* acquista un titolo per soddisfare l'esigenza di liquidità di un *trader*, egli sarà esposto a movimenti al ribasso del prezzo del titolo. Dal momento che un aumento della volatilità fa aumentare la probabilità di tali movimenti avversi, è lecito attendersi un *bid-ask spread* maggiore. Il modello presentato è basato sulle opzioni e, come è noto, il valore delle opzioni è funzione crescente della volatilità. Tale proprietà induce il *market maker* a modificare il prezzo ottimale per l'esercizio dell'opzione al variare della volatilità.

Altro elemento importante nella determinazione dei prezzi *bid* ed *ask* è il tasso al quale arrivano gli ordini di segno opposto. Quando tale tasso aumenta, è lecito attendersi una diminuzione del tempo d'attesa necessario affinché un *limit order* sia eseguito da ordini di segno opposto. Nel caso in cui il tasso fosse pari all'infinito (situazione di mercato perfetto), il tempo d'attesa necessario affinché l'ordine sia eseguito da ordini di segno opposto sarebbe pari a zero.

Nella realtà, tuttavia, tale tasso è finito e quando un individuo vuole effettuare una transazione in modo immediato è disposto a sostenere un costo (in termini di *bid-ask spread*) per trasferire il tempo d'attesa al *market maker*. È come se il tasso al quale arrivano gli ordini d'acquisto (vendita) determina il tempo necessario affinché l'opzione scritta da un venditore (compratore) sia esercitata. Un aumento del tasso d'arrivo degli ordini d'acquisto (vendita) fa diminuire il tempo necessario per l'esercizio dell'opzione scritta dal venditore (compratore) comportando un tasso *bid* (*ask*) più alto (basso). Infatti, quando aumenta il tasso al quale arrivano gli ordini di segno opposto , il *market maker* si trova ad agire in una situazione di maggiore competitività ed è, pertanto, indotto a richiedere uno sconto/premio minore. Di conseguenza, il *bid-ask spread* diminuisce.

Nella costruzione del nostro algoritmo, abbiamo fatto delle modifiche al modello brevemente spiegato in precedenza per superare l'ipotesi per la quale il *market maker* ha accesso ad un *interdealer market* che gli consente di coprirsi dalle esposizioni assunte nelle transazioni con gli agenti del mercato. Nel software RIT così come nella realtà, il market maker non ha la possibilità di coprirsi istantaneamente pertanto la sua posizione sul titolo avrà un'influenza sul *bid-ask spread*. In particolare, se la sua posizione è lunga rispetto a quella considerata ottimale, allora egli dovrebbe immettere una quotazione *bid* (*ask*) più bassa (alta) di quella che sarebbe stata quotata nel caso in cui la sua posizione fosse stata pari a quella ottimale. Nel RIT, non abbiamo informazioni circa il futuro andamento del prezzo perché esso è assunto essere un moto geometrico browniano senza *drift*. La posizione ottimale su ogni titolo è pari a zero pertanto abbiamo stabilito che ogni posizione diversa da zero comporti per il *market maker* un costo. Tale costo è giustificato dal fatto che egli sarà esposto al rischio connesso a movimenti avversi del prezzo del titolo. Dall'analisi del *book* possiamo inferire le probabilità di rialzo/ribasso per intervalli temporali molto brevi sfruttando i risultati ottenuti da Avellaneda, Reed e Stoikov (2011)[6]. La probabilità di rialzo è così definita:

$$p_{up} = \frac{best\ bid\ size}{(best\ bid\ size + best\ ask\ size)} \tag{9}$$

[5] Demsetz, H., 1968. The cost of transacting 33–. *Quarterly Journal of Economics*, Issue 82, pp. 33-53.
Ho, T. & Stoll, H. R., 1981. Optimal dealer pricing under transactions and return uncertainty. *Journal of Financial Economics*, 9(1), pp. 47-73.

[6] Avellaneda, M., Reed, J. & Stoikov, S., 2011. Forecasting Prices from Level-I Quotes in the Presence of Hidden Liquidity. *Algorithmic Finance*, 29 June, 1(1).

con $best\ bid\ size$ che rappresenta il volume della migliore offerta sul lato bid del $book$ e $best\ ask\ size$ che rappresenta il volume della migliore offerta sul lato ask del $book$. La probabilità di ribasso è calcolata come segue:

$$p_{down} = \frac{best\ ask\ size}{(best\ bid\ size + best\ ask\ size)} \qquad 10$$

Per prendere in considerazione anche le probabilità di rialzo e di ribasso del titolo così come la posizione già assunta dal market maker abbiamo deciso di calcolare le seguenti due variabili:

$$bid\ spread = \begin{cases} max\left(0, e^{\alpha\, p_{down} + \beta\, Pos} - 1\right) & \text{se} \quad p_{down} > p_{up} \\ max\left(0, e^{\beta\, Pos} - 1\right) & \text{se} \quad p_{down} \leq p_{up} \end{cases}$$

$$ask\ spread = \begin{cases} max\left(0, e^{\alpha\, p_{up} - \beta\, Pos} - 1\right) & \text{se} \quad p_{down} < p_{up} \\ max\left(0, e^{\beta\, Pos} - 1\right) & \text{se} \quad p_{down} \geq p_{up} \end{cases}$$

α è un parametro che va settato in sede di *fine tuning* dell'algoritmo in modo da renderlo più o meno reattivo a cambiamenti delle probabilità di rialzo o ribasso.
β è un parametro che dipende dall'avversione al rischio del *market maker* ed anch' esso va settato in sede di *fine tuning*.
Il nostro algoritmo modificherà le quotazioni *bid* ed *ask* nel seguente modo:

$$quotazione\ bid = gross\ bid - bid\ spread$$

$$quotazione\ ask = gross\ ask + ask\ spread$$

dove $gross\ bid$ e $gross\ ask$ rappresentano le quotazioni *bid* ed *ask* calcolate utilizzando le equazioni 5 e 6.
L'algoritmo risulta un'evoluzione di quello che abbiamo creato per la nona edizione della "Rotman International Trading Competition" e si caratterizza per la capacità di percepire situazioni di illiquidità (grazie alle informazioni fornite dal tasso d'arrivo degli ordini di segno opposto) ed aggiusta di conseguenza le proprie quotazioni *bid* ed *ask*.

Capitolo 3 – Modelli per il rischio di credito

La valutazione del rischio di credito suscita, da sempre, un grande interesse da parte sia delle banche che delle altre istituzioni finanziarie ed è per questo che abbiamo deciso di analizzare i cosiddetti "modelli strutturali". Essi sono interessanti perché permettono sia la stima delle probabilità di default sia il *pricing* del debito e dell'*equity* in un unico modello basato su dati di mercato (prezzo dei titoli azionari, opzioni, etc.).
Tra i più rilevanti è sicuramente il modello di Merton[7]. Si definisca E come il valore dell'*equity* della società, A come il valore delle attività e D il valore facciale del debito. Si ipotizzi che il valore delle attività della società segua un moto geometrico browniano, che il debito della società sia costituito da un unico zero coupon bond con scadenza in T e che la società possa fallire soltanto in T qualora le attività non fossero sufficienti per ripagare il debito. Date le ipotesi appena descritte, al tempo T il valore dell'*equity* sarà pari a:

[7] Merton, R., 1974. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. Volume 28, pp. 449-470.

$$E_T = max[A_T - D, 0] \quad 11$$

L'equazione 11 è, in realtà, il *payoff* di un'opzione call scritta sulle attività della società con prezzo d'esercizio pari al valore facciale del debito. Il valore al tempo $t < T$ sarà pari a[8]:

$$E_t = A_t N(d_1) - De^{-r(T-t)} N(d_2) \quad 12$$

con

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_t e^{r(T-t)}}{D}\right)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}} + \frac{1}{2}\sigma_A \sqrt{(T-t)}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}$$

dove *r* indica il tasso d'interesse privo di rischio, σ_A indica la volatilità della attività della società.
Se tutte le passività della società fossero quotate e *marked to market* giornalmente, allora la stima del valore delle attività della società sarebbe molto semplice. Esso sarebbe, banalmente, pari alla somma del valore di mercato di ciascuna passività della società. Anche la volatilità delle attività sarebbe molto facile da calcolare, sarebbe sufficiente calcolare la volatilità dei tassi di rendimento dalla serie storica dei valori delle attività.
Nella realtà, tuttavia, soltanto il valore dell'*equity* delle società quotate è *marked to market* giornalmente e pertanto possiamo stimare il valore delle attività nonché la loro volatilità sfruttando un risultato presentato da Jones, Mason e Rosenfeld[9]. Tali autori hanno mostrato che utilizzando il Lemma di Ito è possibile giungere alla seguente relazione:

$$\sigma_E = \frac{\sigma_A N(d_1)}{N(d_1) - LN(d_2)} \quad 13$$

dove *L* rappresenta il *Leverage* della società calcolato come segue

$$D^* = De^{-r(T-t)}$$

$$L = \frac{D^*}{A_{(T-t)}}$$

La probabilità neutrale verso il rischio, P, che la società fallisca al tempo *T* è uguale alla probabilità che gli azionisti non eserciteranno la loro opzione call che gli consente di acquistare le attività della società (*A*) ad un prezzo pari al valore facciale del debito (*D*) al tempo *T*. Tale probabilità è pari a:

$$P = N(-d_2) \quad 14$$

Tale probabilità dipende dal *Leverage*, L, dalla volatilità delle attività della società, σ_A, e dal tempo mancante alla scadenza, $(T - t)$.
Il modello di Merton può essere utilizzato anche per spiegare i tassi di rendimento su titoli di debito rischiosi. Indicando con B_t il valore del debito al tempo $t < T$ e ricordando che il valore delle attività è pari al totale delle passività (che per ipotesi sono solo debito ed *equity*) abbiamo che:

---

[8] Ipotizzando che la volatilità delle attività sia costante, che non ci siano dividendi e che il tasso d'interesse privo di rischio sia costante.
[9] Jones, E. P., Mason, S. & Rosenfeld, E., 1984. Contigent claims analysis of corporate capital structure: an empirical investigation. *Journal of Finance*, Volume 39, pp. 611-625.

$$B_t = A_t - E_t \quad 15$$

Utilizzando l'equazione 12, B_t può essere espresso nel seguente modo:

$$B_t = A_t[N(-d_1) + LN(d_2)] \quad 16$$

Il tasso di rendimento implicito (*y*) potrà essere calcolato invertendo la seguente equazione:

$$B_0 = De^{-y(T-t)} = D^* e^{(r-y)T} \quad 17$$

Sostituendo l'equazione 17 nella 16 e ricordando che $A_0 = {D^*}/{L}$ possiamo esprimere il tasso di rendimento implicito come segue:

$$y = r - \frac{ln\left(N(d_2) + \frac{N(-d_1)}{L}\right)}{T}$$

Pertanto il *credit spread* (*s*) implicito nel modello di Merton sarà:

$$s = y - r == -\frac{\ln\left(N(d_2) + \frac{N(-d_1)}{L}\right)}{T}$$

Tale *credit spread* dipende soltanto dal *Leverage* (*L*), dalla volatilità delle attività della società, σ_A e dalla scadenza del debito, *T*.
Utilizzando il modello di Merton, KMV Corporation[10] ha calcolato le cosiddette *Expected Default Frequencies (EDF)* che possono essere interpretate come probabilità d'insolvenza reali. Il modello di KMV prevede dapprima il calcolo di una variabile, la *distance to default* (*DD*) che rappresenta il numero di deviazioni standard tra la media della distribuzione del valore delle attività ed un "valore critico" definito *default point* (*DPT*). In altri termini, la *DD* può esser vista come la distanza, espressa in deviazioni standard, che esiste tra il valore atteso del valore delle attività ad 1 anno ed il *default point*. Il *default point* è uguale al valore facciale della somma del debito a breve termine più metà di quello a lunga scadenza.
Per quanto detto la *distance to default* al tempo *t* è così calcolata:

$$DD = \frac{E_T(A) - DPT}{\sigma_A} = \frac{\ln\left(\frac{A_t}{DPT_T}\right) + (\mu_A - 0.5\,\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T-t}}$$

con $E_T(A)$ che rappresenta il valore atteso delle attività al tempo *T*. La probabilità di default neutrale verso il rischio al tempo *t* è così calcolata:

$$P_t = N(-DD)$$

L'ultimo passo consiste nel calcolare le probabilità neutrali verso il rischio in *EDF*. Sulla base delle informazioni di un database contenente le informazioni di migliaia società, KMV ha potuto stimare, per ogni orizzonte temporale, la proporzione di società fallite data la *DD*. Esempio: considerate tutte le società con una *DD* pari a 3, KMV ha calcolato la percentuale di società che falliscono entro un anno e tale proporzione (ipotizziamo sia di 30 b.p.) rappresenta la *EDF*.
Sulla base del modello di Merton abbiamo sviluppato un nuovo *case* per il Rotman Interactive Trader. Ogni *case* deve essere progettato e programmato seguendo le istruzioni fornite dal FRTL. Il case da

[10] Società fondata nel 1989 da Kealhofer, McQuown e Vasicek ed acquisita in seguito da Moody's.

noi sviluppato stimola gli studenti all'analisi delle informazioni che possano avere un impatto sulla struttura finanziaria della società. Le informazioni (*news*) sono scelte in modo casuale da un database che abbiamo costruito con l'ausilio del Financial and Research Trading Lab della University of Toronto.

Tale case può essere utilizzato per fini didattici in corsi di *Risk Management* ma può anche essere utile per la valutazione delle capacità degli studenti di costruire un semplice modello di supporto in Excel che permetta una corretta stima dei movimenti dei prezzi in seguito all'arrivo di news dal mercato. Inoltre, qualora non si sia interessati alla costruzione del modello in Excel, ne abbiamo fornito uno base per aiutare i *trader* durante la simulazione.

Abbiamo infine condotto un'analisi empirica utilizzando un modello strutturale a *la Leland* [11] che si differenzia dal modello di Merton per le ipotesi riguardanti la struttura finanziaria della società. Mentre in Merton abbiamo un unico zero coupon bond con scadenza prefissata, nel modello a *la Leland* abbiamo uno zero coupon bond perpetuo. L'ipotesi di un debito perpetuo è particolarmente vantaggiosa in sede di applicazione empirica perché non richiede alcuna assunzione circa la scadenza del debito delle singole società. Inoltre essa non costituisce un'ipotesi estrema dal momento che le aziende sono solite fare il cosiddetto *roll-over* del debito (almeno in parte) e tale operazione può essere assimilata ad un coupon bond perpetuo.

Altra caratteristica che differenzia questo modello da quello sviluppato da KMV riguarda il calcolo del *default point* che nel modello a *la Leland* è una variabile endogena ottenuta come soluzione ad un problema di massimizzazione degli azionisti della società. Oltre alle probabilità di default, è possibile calcolare anche i *recovery rate* ed i *credit spreads*.

Le posizioni delle varie parti possono essere riassunte come segue.

Gli azionisti hanno un portafoglio composto da quattro diversi strumenti:

1. sono lunghi sulle attività aziendali che hanno un valore corrente pari a V_0;
2. hanno venduto agli obbligazionisti un titolo *risk-free* con valore facciale pari a V;
3. hanno acquistato dagli obbligazionisti una *option to default* con valore corrente pari a P;
4. sono corti su una *tax claim*, devono pertanto all'autorità fiscale un importo pari $G_S = \beta(V_0 - Z + P)$

La loro posizione ha un valore corrente pari a:

$$S_0 = (1 - \beta)(V_0 - Z + P) \qquad 18$$

Gli obbligazionisti hanno un portafoglio composto anch'esso da quattro diversi strumenti:

1. hanno acquistato dagli azionisti un titolo *risk-free* con valore facciale pari a V;
2. hanno venduto agli azionisti una *option to default* con valore corrente pari a P;
3. hanno venduto alla parti terze una *bankruptcy security* perpetua che ha un valore corrente pari ad A;

---

[11] Il modello utilizzato per la stima è: Barone, G., 2011. An Equity-Based Credit Risk Model. *Working Paper*, 9 June.
Il modello originaleLeland, H. E., 1994. Corporate Debt Value, Bond Covenants and Optimal Capital Structure. *Journal of Finance*, September, 49(4), pp. 1213-1252.

4. sono corti su una *tax claim* con valore corrente pari a $G_B = \beta(Z - P - A)$.

La loro posizione ha un valore corrente pari a:

$$B_0 = (1 - \beta)(Z - P - A)$$

Le parti terze hanno un portafoglio composto da due strumenti:

1. hanno comprato dagli obbligazionisti una *bankruptcy security* con valore corrente pari ad A;
2. sono corti su una *tax claim* con valore corrente pari a $G_U = \beta\ A$.

La loro posizione ha un valore corrente pari a:

$$U_0 = (1 - \beta)A$$

L'autorità fiscale ha il diritto a riscuotere le tasse nei confronti:

1. degli azionisti per un valore pari a $G_S = \beta\ (V_0 - Z + P)$;
2. degli obbligazionisti per un valore pari a $G_B = \beta\ (Z - P - A)$;
3. della parti terze per un valore pari a $G_U = \beta\ A$.

La posizione complessiva ha un valore corrente pari a:

$$G_0 = \beta\ V_0$$

La somma dei valori correnti dei vari *stakeholders*, S_0, B_0, U_0, G_0, deve essere pari a V_0 pertanto:

$$S_0 + B_0 + U_0 + G_0 = (1 - \beta)\ (V_0 - Z + P) + (1 - \beta)(Z - P - A) + (1 - \beta)$$

$$S_0 + B_0 + U_0 + G_0 = V_0$$

Si nota che la struttura finanziaria definita da Barone (2011) è diversa rispetto a quella mostrata da Leland (1994). In questo modello, infatti, l'*equity* dipende dalla tassazione come mostra l'equazione 18.

Ipotizzando che il valore delle attività (V) segua un moto geometrico browniano possiamo calcolare il *default point* (quel valore degli che induce gli azionisti a dichiarare default), V_b, il valore dell'*equity*, S_0, il *Leverage*, (L) e la volatilità dell'equity, σ_S[12].

Il *default point* è calcolato come segue:

$$V_b = Z \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}$$

con Z rappresenta il valore facciale di una obbligazione perpetua che paga una cedola pari a C ($Z = C/r$) e γ_2 rappresenta l'elasticità di una *first touch digital option* perpetua rispetto a V,

$$\gamma_2 = \frac{-(r - q_V - 0.5\ \sigma_V^2) - \sqrt{(r - q_V - 0.5\ \sigma_V^2)^2 + 2\ \sigma_V^2\ r}}{\sigma_V^2}\ .$$

Il valore dell'*equity* al tempo zero è calcolato some segue:

$$S_0 = (1 - \beta)\left[V_0 - Z + (Z - V_b)\left(\frac{V}{V_b}\right)^{\gamma_2}\right]$$

con β pari al livello di tassazione.

Il *Leverage* è calcolato come segue:

---

[12] Di seguito forniremo solo le equazioni senza la loro dimostrazione.

$$L = \frac{(1-\beta)\,V}{V - Z + (Z - V_b)\left(\frac{V_0}{V_b}\right)^{\gamma_2}}$$

La volatilità dell'*equity* è calcolata come segue:

$$\sigma_S = \left(1 + \gamma_2 \frac{(Z - V_b) \cdot \left(\frac{V_0}{V_b}\right)^{\gamma_2}}{V}\right) L\, \sigma_V$$

Dal momento che lo spread sui CDS può essere espresso come segue:

$$s = \frac{(1-R)\, p_b(T)}{\frac{1}{m}\left\{\frac{1}{2}\, p_b(T) + \sum_{i=1}^{m\times n} e^{-y_i t_i}[1 - Q(t_i)]\right\}}$$

dove $Q(t_i)$ rappresenta la probabilità di default tra il tempo 0 ed il tempo t_i[13], $p_b(T)$ è il valore di una *first touch digital option* con scadenza pari a *T* e che paga 1 € nel momento in cui la società dichiara default (per ipotesi il tempo τ)[14], *R* è il *recovery rate*, y_iè il tasso d'interesse privo di rischio per la scadenza t_i.

Il modello può essere utilizzato in vari modi:

1. per stimare il valore delle opzioni dati V_0, q_V, σ_V, Z oppure dati S_0, q_S, σ_S, L;
2. per stimare i valori V_0, q_V, σ_V, Z date le quotazioni delle opzioni e dei CDS *spread*.

Per risolvere il problema al punto 2 è necessario risolvere un sistema di quattro equazioni costruito in modo da azzerare la differenza tra valori di mercato e valori teorici (stimati dal modello) dell'*equity*, della volatilità, del *dividend yield* e del *Leverage*. Il sistema è, pertanto, così costruito:

$$\begin{cases} (1-\beta)\left[V_0 - Z + (Z - V_b)\left(\frac{V_0}{V_b}\right)^{\gamma_2}\right] - S_0 = 0 \\ \frac{\Delta_S\, V_0\, \sigma_V}{S_0} - \sigma_S = 0 \\ \left(q_V \frac{V}{S} - r\frac{Z}{S}\right) - q_S = 0 \\ \frac{(1-\beta)\, V_0}{S_0} - L = 0 \end{cases}$$

Non è possibile ottenere una soluzione analitica al sistema che pertanto va risolto numericamente[15].

Abbiamo deciso di calibrare i parametri del modello in base alle quotazioni dei *credit default swaps*, delle quotazioni azionarie e di quelle opzionarie osservate in data 12 Aprile 2012 per 17 banche appartenenti a 6 diversi Paesi (Italia, Francia, Germania, Spagna e USA). Per ogni banca abbiamo calibrato il modello e organizzato i dati come mostrato nella Tabella 1 per il titolo Commerzbank.

Abbiamo inoltre classificato le 17 banche in base alla probabilità di default (a 3 anni) e abbiamo confrontato i dati con le probabilità di default pubblicate dal *Risk Management Institute* della University of Singapore. Come si nota dalla

---

[13] Per il calcolo di $Q(t_i)$ si veda: Duffie, D. & Singleton, K. J., 2003. *Credit Risk*,Princeton University Press.

[14] La risoluzione analitica è stata fornita da Rubistein e Reiner: Rubinstein, M. & Reiner, E., 1991. "Unscrambling the Binary Code. *Risk*, October, 4(9), pp. 75-83.

[15] Per la nostra analisi empirica abbiamo utilizzato il risolutore di Excel per la risoluzione del sistema di equazioni.

Tabella 2. Ordinamento cardinale delle 17 Banche e confronto con i risultati del *Risk Management Institute.*

secondo il modello *a la Leland* le banche più "rischiose" (quelle con una probabilità di default più alta) risultano essere quelle italiane e spagnole. Tale risultato differisce da quello ottenuto dal *Risk Management Institute* della University of Singapore che, invece, valuta le banche spagnole addirittura come le più "virtuose" (probabilità di default più basse).

Tabella 1

Commerzbank (GER)

CDS

T	Zero Rate	Def Prob	Surv Prob	Av. Default Intensity	Actual Spread (bps)	Th. Spread (bps)	Weight	Sq error
5	0.70%	16.40%	83.60%	3.58%	237	237	1.00	0.00

Equity				Leverage	Bankruptcy Trigger	Option to Default	Option to Default Vol.	Bond	Bond Yield	Rec Rate
Actual	Th.	Weight	Sq. Er	L						R
1.72	1.72	10.00	0.00	18.84	36.73	66.76	3.85%	29.58	1.75%	30.64%

Option

T	Strike	Quote	Th. Value	Weight	Squared error	Implied volatility	Critical Value
0.10	1.70	0.13	0.12	1.00	0.00	34.63%	49.67
0.10	1.75	0.10	0.10	1.00	0.00	32.95%	49.88
0.10	1.80	0.08	0.08	1.00	0.00	32.12%	50.09

V	Z	q_V	σ_V	r	Loss Function	DD
49.74	113.86	1.683%	8.084%	0.698%	0.00	2.0402

Tabella 2. Ordinamento cardinale delle 17 Banche e confronto con i risultati del *Risk Management Institute.*

	Modello *a la Leland* (PD a 3 anni)	*RMI* (PD a 2 anni)
Wells Fargo (USA)	1 (1.94%)	6 (0.526%)
JP Morgan	2 (2.36%)	15 (1.719%)
Deutsche Bank (GER)	3 (3.99%)	3 (0.388%)
Credit Suisse (CH)	4 (4.12%)	12 (0.977%)
UBS (CH)	5 (4.66%)	11 (0.919%)
BNP-Paribas (FRA)	6 (5.86%)	5 (0.48%)
Commerzbank (GER)	7 (6.09%)	7 (0.59%)
Citigroup (USA)	8 (6.74%)	16 (2.003%)
Bank of America (USA)	9 (7.16%)	17 (3.219%)
Crédit Agricole (FRA)	10 (7.45%)	9 (0.659%)
Societe Generale	11 (8.23%)	8 (0.606%)
Mediobanca	12 (9.26%)	4 (0.439%)
Intesa San Paolo (ITA)	13 (10.37%)	10 (0.691%)
Banco Santander	14 (10.84%)	2 (0.228%)
Unicredit (ITA)	15 (10.97%)	13 (1.038%)
Banco Bilbao-Vizcaya (SPA)	16 (11.06%)	1 (0.199%)
Monte dei Paschi di Siena (ITA)	17 (13.41%)	14 (1.476%)

Riferimenti Bibliografici

Amihud, Y., & Mendelson, H. (1980). Dealership market: Market-making with inventory. *Journal of Financial Economics, 8*, p. 31-53.

Amihud, Y., & Mendelson, H. (1983). Price Smoothing and Inventory. *Review of Economic Studies, 50*, p. 87-98.

Amihud, Y., & Mendelson, H. (1991). Liquidity, Maturity and the Yield on U.S.Treasury Securities. *Journal of Finance, 46*, p. 1411-1425.

Avellaneda, M., Reed, J., & Stoikov, S. (2011, June 29). Forecasting Prices from Level-I Quotes in the Presence of Hidden Liquidity. *Algorithmic Finance, 1*(1).

Bagehot, W. (1971). The only game in town. *Financial Analysts Journal, 27*(2), p. 12–22.

Barone, E., & Barone, G. (2012, January). Principali Banche Italiane: Probabilità d'Insolvenza. *Working Paper*.

Barone, G. (2010, November). European Compound Options Written on Perpetual American Options. *Working Paper*.

Barone, G. (2011, June 9). An Equity-Based Credit Risk Model. *Working Paper*.

Barone, G. (2011, May). Equity Options, Credit Default Swaps and Leverage: A simple stochastic Volatility Model for Equity and Credit Derivatives. *Working Paper*.

Black, F., & Cox, J. (1976). Valuing Corporate securities: some effects of bond indenture provisions. *Journal of Finance, 31*, p. 351-357.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy, 81*, p. 637-659.

Chacko, G. C., Jurek, J. W., & Stafford, E. (2008). The price of immediacy. *Journal of Finance, 3*, p. 1253-1289.

Copeland, T. E., & Galai, D. (1983, December). Information effects on the bid–ask spread. *Journal of Finance, 38*(5), p. 1457-1469.

Coval, J. D., Gadzik, J., & Stafford, E. (2007, June). Deriving by Doing: A New Approach to Teaching Finance (Harvard Business School). Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=996229 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.996229.

Cox, J. C., Ingersoll, J. E., & Ross, S. A. (1979, January). Duration and the Measurement of Basis risk. *Journal of Business, 51*(2), p. 51-61.

Demsetz, H. (1968). The cost of transacting 33–. *Quarterly Journal of Economics*(82), p. 33-53.

Duffie, D., & Singleton, K. J. (2003). *Credit Risk.* Princeton University Press.

Duffie, D., Gàrleanu, N., & Pedersen, L. H. (2005). Over-the-counter Markets. *Econometrica, 73*, p. 1815-1847.

Glosten, L. R., & Milgrom, P. R. (1985, Marzo). Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed *trader*. *Journal of Financial Economics, 14*(1), p. 71-100.

Goldstein, R. S., Ju, N., & Leland, H. E. (2001). An EBIT-Based Model of Dynamic Capital Structure. *Journal of Business, 74*(4).

Ho, T., & Stoll, H. R. (1981). Optimal dealer pricing under transactions and return uncertainty. *Journal of Financial Economics, 9*(1), p. 47-73.

Hull, J. C. (2011). *Options Futures and Other Derivatives* (VIII ed.). Pearson.

Ingersoll, J. E. (1987). *Theory of Financial Decision Making.* Rowman & Littlefield.

Jones, E. P., Mason, S., & Rosenfeld, E. (1984). Contigent claims analysis of corporate capital structure: an empirical investigation. *Journal of Finance, 39*, p. 611-625.

Leland, H. E. (1994, September). Corporate Debt Value, Bond Covenants and Optimal Capital Structure. *Journal of Finance, 49*(4), p. 1213-1252.

Leland, H. E. (2006). Princeton Lectures. *Lecture 1 - Pros and Cons of Structural Models - An Introduction, Lecture 2 - A new Structural Model*.

Merton, R. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *28*, p. 449-470.

Modigliani, F., & Miller, M. H. (1958, June). The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. *American Economic Review, 48*(3), p. 267-297.

Rubinstein, M., & Reiner, E. (1991, October). "Unscrambling the Binary Code. *Risk, 4*(9), p. 75-83.

Stoll, H. R. (1992). Principles of Trading Market Structure. *Journal of Financial Services Research*(6), p. 75-107.

Warner, J. B. (1977, May). Bankruptcy *Cost*: Some Evidence. *Journal of Finance, 32*(2), p. 337-347.